



نام و نام خانوادگی:

تعداد سوال: ۱۳۵

افشار

نام آزمون: ریاضی اختصاصی نظام جدید

مرکز مشاوره تحصیلی دکتر

زمان برگزاری: ۱۷۵ دقیقه

علیرضا افشار

۱ در یک دنباله‌ی حسابی، جملات سوم، هفتم و نهم می‌توانند سه جمله‌ی متوالی از دنباله‌ی هندسی باشند. چندمین جمله‌ی این دنباله حسابی، صفر است؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

۲ اگر $g(x) = 2^x$, $f(x) = -x + [x]$ آنگاه برد تابع $g \circ f$ کدام است؟

[1, 2] (۴)

(1, 2] (۳)

 $[\frac{1}{2}, 1)$ (۲) $(\frac{1}{2}, 1]$ (۱)

۳ برای تابع $y = x^2 |x^5|$ در $x = 0$ کدام گزینه درست است؟

۱ مشتق ششم و هفتم دارد. (۲) مشتق ششم و هفتم ندارد. (۳) مشتق ششم ندارد مشتق هفتم دارد. (۴) مشتق ششم دارد مشتق هفتم ندارد.

۴ چند نقطه روی خط $x = 4$ یافت می‌شود که از آنها دایره $(x-1)^2 + y^2 = 4$ به زاویه قائمه رویت شود؟

۰ (۴)

بی شمار (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵ سطح بین نمودار تابع $f(x) = |x-2| + |x-4|$ و محور x ها و دو خط $x = 3$ و $x = 5$ چند واحد سطح است؟

۱۲ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۶ اختلاف دو عدد برابر ۸ است اگر عدد کوچک‌تر x باشد کدام گزینه حاصل ضرب دو عدد را بر حسب x نشان می‌دهد؟

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow [-16, +\infty) \\ f(x) = x^2 + 8x \end{cases}$$
 (۴)

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow [-4, +\infty) \\ f(x) = x^2 + 8x \end{cases}$$
 (۳)

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow [-16, +\infty) \\ f(x) = x^2 - 8x \end{cases}$$
 (۲)

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow [-4, +\infty) \\ f(x) = x^2 - 8x \end{cases}$$
 (۱)

۷ در یک صفحه شطرنج حداقل چند مهره رخ باید قرار دهیم تا مطمئن شویم که حداقل دوتا از آن‌ها یکدیگر را برای اخراج از بازی تهدید می‌کنند؟

۹ (۴)

۴ (۳)

۸ (۲)

۱۱ (۱)

۸ دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$ از خط $3x + 4y - m = 0$ پاره خطی به طول k جدا می‌کند حدود m کدام است؟

 $-25 < m < 15$ (۴) $-15 < m < 25$ (۳) $m > 15$ (۲) $m < -25$ (۱)

۹ برد تابع $f(x) = \begin{cases} -2x - 4 & -4 < x < -2 \\ 4 - x^2 & -2 \leq x \leq 2 \end{cases}$ شامل چند نقطه‌ی صحیح است؟

بی شمار (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۱۰ مینیمم مطلق تابع $f(x) = (\sqrt{x-1} + \log x)(\sqrt{2x+7} + 1)$ کدام است؟

مینیمم مطلق ندارد. (۴)

۵ (۳)

۰ (۲)

۴ (۱)

۱۱ تابع $f(x) = x^2 - 2x + 3$ در \mathbb{R} تعریف شده است. برد تابع $f \circ f(x)$ کدام است؟

 \mathbb{R} (۴) $[0, +\infty)$ (۳) $[3, +\infty)$ (۲) $[2, +\infty)$ (۱)

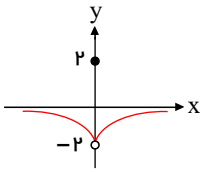
۱۲ برد تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x} + 1}{2\sqrt{x} - 1}$ کدام است؟

 \mathbb{R} (۴) $\mathbb{R} - (-1, \frac{1}{2}]$ (۳) $[-1, \frac{1}{2})$ (۲) $\mathbb{R} - [-1, \frac{1}{2}]$ (۱)

۱۳) اگر $f(x) = ax \left| \tan \frac{\pi}{2} x \right|$ و $f'_+(2) = -2$ مقدار a کدام است؟

- ۱) $\frac{2}{\pi}$ ۲) $-\frac{2}{\pi}$ ۳) $\frac{1}{\pi}$ ۴) $-\frac{1}{\pi}$

۱۴) شکل زیر نمودار تابع f را نشان می‌دهد. مشتق تابع $g(x) = \frac{x}{f(x)+x}$ در $x=0$ کدام است؟



- ۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) وجود ندارد.

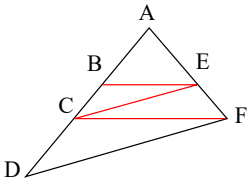
۱۵) تابع $f(x) = ax - [ax]$ در بازه $(0, a)$ دارای ۸ نقطه‌ی ناپیوستگی است. حدود a کدام است؟ (علامت جزء صحیح است.)

- ۱) $2 < a < 3$ ۲) $2 < a \leq 3$ ۳) $\sqrt{8} < a \leq 3$ ۴) $\sqrt{8} \leq a < 3$

۱۶) مقادیر مینیمم و ماکسیمم مطلق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 15x$ در بازه $[-4, 3]$ ، کدام است؟

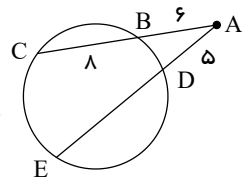
- ۱) -18 و 24 ۲) -45 و 27 ۳) -36 و 27 ۴) -27 و 36

۱۷) در شکل مقابل $BE \parallel CF$ و $CE \parallel DF$ ، اگر $AB = 5$ و $BC = 3$ ، آنگاه اندازه‌ی CD کدام است؟



- ۱) $4,5$ ۲) $4,8$ ۳) $5,4$ ۴) $5,6$

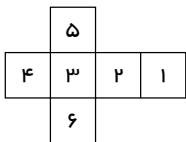
۱۸) در شکل مقابل اندازه‌ی DE برابر است با:



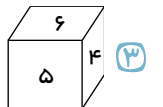
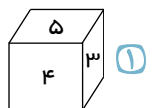
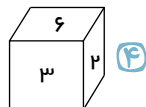
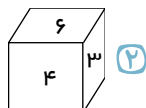
- ۱) 54 ۲) $11,8$ ۳) $9,6$ ۴) 7

۱۹) اگر وسط‌های اضلاع یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین را به یکدیگر وصل کنیم چهارضلعی حاصل کدام است؟

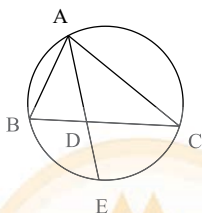
- ۱) مستطیل ۲) مربع ۳) لوزی ۴) متوازی‌الاضلاع



۲۰) مکعب گسترده مقابل به کدام یک از گزینه‌ها مربوط نیست؟



۲۱) در شکل زیر، AD نیمساز زاویه A و E محل برخورد امتداد AD با دایره گذرا از سه رأس مثلث ABC می‌باشد. اگر $\hat{ADB} = 70^\circ$ باشد،



اندازه زاویه ABE کدام است؟

- ۱) 70° ۲) 90° ۳) 110° ۴) 140°

۲۲) چه تعداد از مجموعه‌های زیر، افزایی برای مجموعه $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, a, b, c\}$ می‌باشند؟

- الف) $\{\emptyset, \{\{\emptyset\}\}, \{a\}, \{b, c\}\}$ ب) $\{\emptyset, \{\{\emptyset\}\}, \{a, b\}, \{b, c\}\}$
پ) $\{\emptyset, \{a, b\}, \{c, \{\emptyset\}\}\}$ ت) $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{a, b, c\}\}$

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

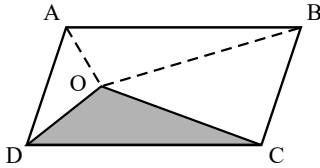
۲۳) شش ضلعی منتظم $ABCDEF$ به طول ضلع ۲ واحد و نقطه دلخواه T درون آن مفروضاند، اگر نقطه T را به تمامی رئوس شش ضلعی وصل کنیم، آن گاه مجموع مساحت مثلث های TBC, TDE, TAF کدام است؟

- ۱) $4\sqrt{3}$ (۲) ۳) $3\sqrt{3}$ (۳) ۴) ۸ (۴) ۵) حد وجود ندارد. (۵)

۲۴) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{\sin x + [\cos x]}{\cos^2 x}$ کدام است؟ ($[\]$ ، نماد جزء صحیح است).

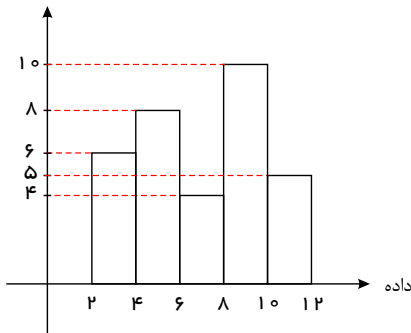
- ۱) $-\frac{1}{2}$ (۱) ۲) $\frac{1}{2}$ (۲) ۳) -1 (۳) ۴) حد وجود ندارد. (۴)

۲۵) در شکل زیر، O نقطه ای درون متوازی الضلاع $ABCD$ است. اگر مساحت متوازی الضلاع 300 و مساحت مثلث AOB برابر 65 باشد، مساحت قسمت هاشور خورده کدام است؟



- ۱) ۶۵ (۱) ۲) ۷۵ (۲) ۳) ۸۵ (۳) ۴) ۹۵ (۴)

فراوانی



۲۶) با توجه به نمودار مستطیلی زیر میانه را حساب کنید.

- ۱) ۳ (۱) ۲) ۵ (۲) ۳) ۷ (۳) ۴) ۹ (۴)

۲۷) اگر در تقسیم $x^3 + ax^2 + bx + 4$ بر $x - 2$ و $x + 3$ باقی مانده یکسان و برابر ۲ شود، $a \times b$ کدام است؟

- ۱) $\frac{19}{9}$ (۱) ۲) $-\frac{19}{9}$ (۲) ۳) $\frac{38}{9}$ (۳) ۴) $-\frac{38}{9}$ (۴)

۲۸) اگر $A^3 = 5I$ حاصل $(A + 2I)^{-1}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{5}(A^2 + 2A + 4I)$ (۱) ۲) $\frac{1}{8}(A^2 - 2A + 4I)$ (۲) ۳) $\frac{1}{8}(A^2 + 2A + 4I)$ (۳) ۴) $\frac{1}{13}(A^2 - 2A + 4I)$ (۴)

۲۹) اگر حجم چهاروجهی ساخته شده روی سه بردار $a = (-1, 1, -2)$ ، $b = (m + 2, -2, 1)$ و $c = (2, 0, -1)$ برابر یک واحد باشد، حداکثر مقدار m کدام است؟

- ۱) ۰ (۱) ۲) ۶ (۲) ۳) ۱۲ (۳) ۴) ۱۸ (۴)

۳۰) خط d تحت انتقال با هریک از دو بردار عمود بر هم به اندازه های ۱۵ و ۲۰ روی خط d' تصویر می شود. طول کوتاه ترین برداری که خط d را به d' تبدیل می کند، کدام است؟

- ۱) ۹ (۱) ۲) ۱۰ (۲) ۳) ۱۲ (۳) ۴) ۲۵ (۴)

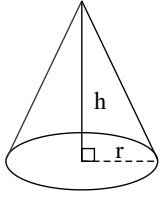
۳۱) اگر دو نقطه $A = (m, -2m, 1)$ و $B = (2n, n - 5, 1)$ قرینه یکدیگر نسبت به محور z ها باشند، آنگاه نقطه $C = (-n - 1, -m + 2, m + 2)$ کدام یک از نقاط زیر است؟

- ۱) تصویر قائم نقطه B روی صفحه xy (۱) ۲) تصویر قائم نقطه A روی صفحه xy (۲) ۳) قرینه نقطه B نسبت به محور y ها (۳) ۴) قرینه نقطه A نسبت به محور y ها (۴)

۳۲) تابع $y = [\sqrt{x}] - x$ در بازه $(0, 9)$ به ترتیب از راست به چپ چند ماکسیمم نسبی و چند مینیمم نسبی دارد؟ ($[\]$ ، نماد جزء صحیح است).

- ۱) ۲، صفر (۱) ۲) ۱، ۱ (۲) ۳) صفر، ۲ (۳) ۴) ۱، ۲ (۴)

۳۳ در شکل مقابل، یک مخروط با شعاع قاعده r و ارتفاع $h = 2\sqrt{2}r$ نشان داده شده است. در شکل گسترده مخروط، اندازه زاویه قطاع حاصل چند درجه است؟



- ۱) ۹۰
۲) ۱۲۰
۳) ۱۳۵
۴) ۱۵۰

۳۴ کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- ۱) $\sin 4 > \cos(-1)$
۲) $\cos 2 > \sin 1$
۳) $\sin 3 < \cos(-1)$
۴) $\sin(-4) < \cos(-2)$

۳۵ در نقطه A به طول α واقع بر منحنی $y = x^2 + x + 3$ مماس بر منحنی رسم کرده‌ایم، اگر خط مماس موازی نیم‌ساز اول و دوم باشد، مقادیر α کدام است؟

- ۱) ۱۰
۲) -۱۰
۳) -۱۱
۴) ۱۳

۳۶ اگر $S = \{a, b, c, d, e\}$ فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $A = \{a, b\}$ ، $B = \{b, c\}$ و $C = \{b, d, e\}$ سه پیشامد از این فضای نمونه‌ای باشند به طوری که $P(A) = \frac{1}{2}$ ، $P(B) = \frac{1}{4}$ و $P(C) = \frac{1}{3}$ حاصل $P(\{a, b, c\})$ کدام است؟

- ۱) $\frac{17}{24}$
۲) $\frac{5}{12}$
۳) $\frac{7}{12}$
۴) $\frac{5}{24}$

۳۷ اگر $5^{(\log x)-1} - 3^{(\log x)+1} = 3^{(\log x)-1} - 5^{(\log x)-1}$ باشد، حاصل $\log_{\sqrt{3}}(x-19)$ کدام است؟

- ۱) ۱۶
۲) ۱۲
۳) ۸
۴) ۴

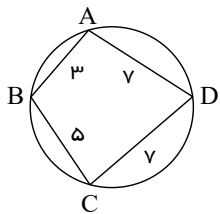
۳۸ از بین ۱۰ نفر در هر مرحله به تصادف ۴ نفر را انتخاب می‌کنیم و به هریک از آن‌ها ۵۰ سکه می‌دهیم. این عمل باید حداقل چند بار انجام شود تا مطمئن شویم بین آن‌ها فردی وجود دارد که به او حداقل ۴۰۰ سکه رسیده است؟

- ۱) ۱۷
۲) ۱۸
۳) ۱۹
۴) ۲۰

۳۹ رباتی طبق معادله $d(t) = t^3 - 8t^2 + 8$ ($0 \leq t \leq 3$) حرکت می‌کند. سرعت متوسط این ربات، بین زمان‌هایی که ربات مقادیر ماکسیمم و مینیمم را برای مکان خود اختیار می‌کند، کدام است؟

- ۱) -۱۰
۲) ۸
۳) -۲۱
۴) ۲۵

۴۰ در شکل مقابل، اندازه شعاع دایره محیطی چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟



- ۱) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
۲) $\frac{7\sqrt{3}}{3}$
۳) $\frac{14\sqrt{3}}{3}$
۴) $\frac{16\sqrt{3}}{3}$

۴۱ در مثلث ABC ، به اضلاع ۱۳، ۲۰ و ۲۱ سانتی‌متر، نقطه‌ای درون مثلث از اضلاع به طول ۱۳ و ۲۱ به ترتیب به فاصله ۹ و ۵ قرار دارد. فاصله این نقطه از ضلع دیگر چند سانتی‌متر است؟

- ۱) ۱٫۵
۲) ۲
۳) ۲٫۵
۴) ۳

۴۲ اگر مساحت شش ضلعی منتظم محاط در یک دایره $6\sqrt{3}$ باشد. آنگاه مساحت شش ضلعی منتظم محیط بر این دایره، چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

- ۱) ۷٫۲
۲) ۷٫۵
۳) ۸
۴) ۹

۴۳ خط به معادله $y = 3x - 5$ در نقطه $x = 2$ بر نمودار تابع $y = g(x)$ مماس است. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{2x - 2} = \frac{2}{3}$ باشد، $(f \circ g)'(2)$ کدام است؟

- ۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۴۴ اگر $3^{x^2-2} = 81^x$ باشد، $\log_3^{(x-2)}$ کدام است؟

۴ $\frac{1}{4}$

۳ $\frac{1}{2}$

۲ $\frac{1}{3}$

۱ $\frac{1}{4}$

۴۵ کدام یک از روابط زیر در حالت کلی برقرار نیست؟

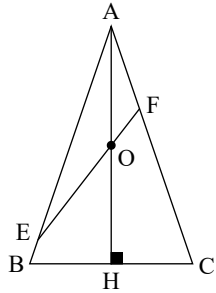
۴ $A \cup B = A \cup C \Rightarrow B = C$

۳ $A - B = B - A \Rightarrow A = B$

۲ $A - B = \emptyset \Rightarrow A \subseteq B$

۱ $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$

۴۶ در شکل مقابل، AH میانه مثلث ABC است و پاره‌خط‌های EF و AH در نقطه O متقاطعند. اگر عمود منصف AE از O بگذرد، زاویه AEF



لزوماً برابر کدام است؟

۱ \hat{C}

۲ \hat{A}

۳ $90^\circ - \hat{C}$

۴ $90^\circ - \hat{A}$

۴۷ کدام یک از گزاره‌های سوری زیر، دارای ارزش درست است؟

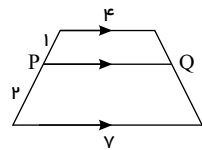
۲ $\exists x \in \mathbb{N} : 2^x < x^2$

۱ $\forall x \in \mathbb{R} ; \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = x - 2$

۴ $\exists x \in \mathbb{R} : 3x^2 - 5x + 4 = 0$

۳ $\forall x \in \mathbb{N} ; (x - 1)x(x + 1) = 6k, k \in \mathbb{N}$

۴۸ در شکل مقابل پاره‌خط PQ با قاعده‌های دوزنقه موازی است، طول آن کدام است؟



۲ ۴٫۷۵

۱ ۴٫۵

۴ ۵٫۲۵

۳ ۵

۴۹ اگر $f(4) = 4, f'(4) = -5$ و $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ باشد، $g'(4)$ کدام است؟

۴ $\frac{1}{4}$

۳ $\frac{3}{2}$

۲ $-\frac{3}{2}$

۱ $-\frac{2}{3}$

۵۰ در مثلث ABC زاویه بین دو میانه $AM = 4$ و $BN = 8$ ، 60° است. طول ضلع AC کدام است؟

۴ ۸

۳ $\frac{20}{3}$

۲ ۶

۱ $\frac{16}{3}$

۵۱ به‌ازای چه مقادیری از m فقط یک مماس افقی می‌توان بر منحنی $y = x^3 + 3x^2 - mx + 2$ رسم کرد؟

۴ ۳

۳ -۳

۲ صفر

۱ -۱

۵۲ عبارت $P = \frac{ax + 6}{x + b}$ در بازه $(-2, 3)$ مثبت است. حاصل $a - b$ کدام است؟

۴ ۴

۳ -۶

۲ -۴

۱ ۶

۵۳ تابع $y = \frac{1}{x - [x + 1]}$ در بازه $(1, 5)$ چند خط مجانب قائم دارد؟

۴ هیچ

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

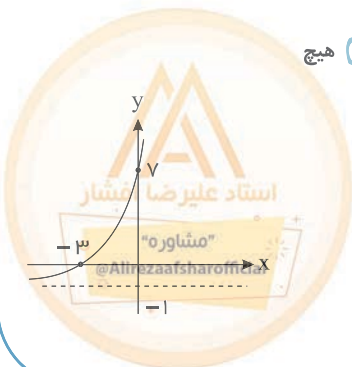
۵۴ اگر نمودار تابع نمایی $f(x) = -1 + a^{x+b}$ به‌صورت زیر باشد، مقدار $f^{-1}(1)$ کدام است؟

۲ -۲

۱ -۱

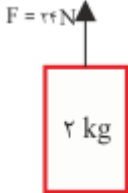
۴ -۵

۳ -۴



۵۵ طول نقطه عطف نمودار تابع $f(x) = \frac{(2-x)^2}{x}$ کدام است؟

- ۱ - ۱
۲ - صفر
۳ - ۱
۴ - نقطه عطف ندارد.

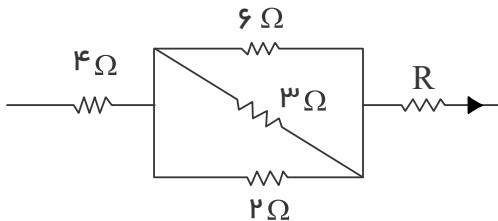
۵۶ در شکل مقابل نیروی ثابت F در راستای قائم به یک جسم 2 کیلوگرمی وارد می شود. اندازه ی (قدر مطلق) کار این نیرو در ثانیه های متوالی یک بازه ی زمانی معین


- ۱ - افزایش می یابد.
۲ - کاهش می یابد.
۳ - ابتدا کاهش، سپس افزایش می یابد.
۴ - بسته به شرایط، هر کدام ممکن است درست باشد.

۵۷ در یک ماشین گرمایی که با چرخه ی آرمانی کارنو کار می کند، دمای چشمه سرد $27^\circ C$ است. اگر با ثابت ماندن دمای چشمه ی گرم، دمای چشمه سرد را به $15^\circ C$ برسانیم، بازدهی ماشین 20% افزایش می یابد. دمای چشمه ی گرم چند کلوین است؟

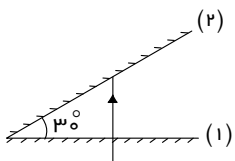
- ۱ - ۶۰۰
۲ - ۷۵۰
۳ - ۱۳۵
۴ - ۹۰۰

۵۸ در شکل مقابل که قسمتی از یک مدار الکتریکی است توان مصرفی مقاومت 6 اهمی چند برابر توان مصرفی مقاومت 4 اهمی است؟



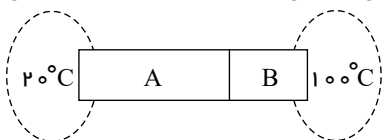
- ۱ - $\frac{1}{2}$
۲ - $\frac{2}{3}$
۳ - $\frac{3}{2}$
۴ - $\frac{1}{24}$

۵۹ دو آینه ی تخت با طول زیاد، مطابق شکل زیر با هم زاویه ی 30° می سازند. در آینه ی (۱) روزه ای ایجاد شده و باریکه ی نور به طور عمود بر آینه ی (۱)، از آن می گذرد. این نور چند بار در برخورد به آینه ها بازتاب خواهد شد؟



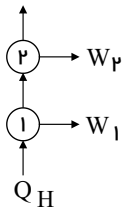
- ۱ - ۱
۲ - ۲
۳ - ۳
۴ - ۴

۶۰ سطح مقطع دو میله ی فلزی A و B برابر و طول میله ی A سه برابر طول میله ی B است. اگر رسانندگی گرمایی میله ی A ، دو برابر رسانندگی گرمایی میله ی B باشد، در حالت تعادل دمای محل اتصال دو میله چند درجه ی سلسیوس می باشد؟



- ۱ - ۴۰٫۵
۲ - ۵۲
۳ - ۴۸
۴ - ۶۸

۶۱ در طرح واره ی شکل مقابل، بازدهی ماشین گرمایی (۱) برابر با 40% و بازدهی ماشین گرمایی (۲) برابر با 50% است. حاصل $\frac{|W_1|}{|W_2|}$ کدام است؟



- ۱ - $\frac{3}{4}$
۲ - $\frac{3}{2}$
۳ - $\frac{2}{3}$
۴ - $\frac{4}{3}$

۶۲ اگر W' کار دستگاه روی محیط باشد، در کدام یک از فرآیندهای ترمودینامیکی زیر، همواره $\Delta U \times W' < 0$ می باشد؟ ΔU تغییر انرژی درونی گاز کامل است.)

- ۱ - هم حجم
۲ - هم فشار
۳ - هم دما
۴ - بی دررو

۶۳ موجی با دوره 0.1 ثانیه، دامنه 10 میلی متر و سرعت انتشار $20 \frac{m}{s}$ در یک طناب منتشر می شود. اگر جرم هر متر از طناب 20 گرم باشد، توان متوسط انتقال انرژی یک نقطه از طناب در هر دوره موج چند میلی وات است؟ $(\pi^2 \approx 10)$

- ۱ - ۸
۲ - ۱۲
۳ - ۸۰
۴ - ۱۲۰

۶۴ سیمی فلزی به طول ۲۰ متر و مقاومت ویژه $\frac{3}{2} \times 10^{-7} \Omega m$ در اختیار داریم، اگر دمای آن را $50 K$ افزایش دهیم، مقاومت الکتریکی این سیم

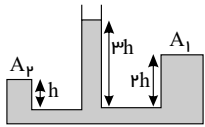
به 1Ω می‌رسد. سطح مقطع این سیم چند cm^2 است؟ $(\alpha = \frac{2}{3} \times 10^{-2} K^{-1})$

- ۱ 8×10^{-2} ۲ 4×10^{-2} ۳ 2×10^{-4} ۴ 2×10^{-2}

۶۵ روی لامپی اعداد ۲۲۰ ولت و ۶۰ وات نوشته شده است. اگر این لامپ را به ولتاژ ۵۵ ولت وصل کنیم در مدت یک دقیقه چند ژول انرژی الکتریکی مصرف می‌کند؟ (دما ثابت و یکسان فرض شود.)

- ۱ ۱۷۵ ۲ ۱۸۰ ۳ ۲۲۵ ۴ ۲۴۰

۶۶ با توجه به شکل زیر، اگر اندازه نیروی وارد شده از طرف مایع به سطح‌های A_1 و A_2 به ترتیب برابر با F_1 و F_2 باشد، $\frac{F_1}{F_2}$ کدام است؟



- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۴ ۴ $\frac{1}{2}$

۶۷ سیمی به طول L و سطح مقطع A دارای مقاومت R است. اگر سیم را n بار از وسط تا کنیم، مقاومت آن چند R می‌شود؟

- ۱ $\frac{1}{n^2}$ ۲ $\frac{1}{2^n}$ ۳ $\frac{1}{2^{2n}}$ ۴ $\frac{1}{n^{2n}}$

۶۸ یک آمپرسنج عددی (دیجیتال) حساس که برای اندازه‌گیری جریان‌های خیلی کم استفاده می‌شود شدت جریانی را به صورت $0.51 \pm 0.01 A$ نشان داده است. کدام گزینه گزارش صحیحی از شدت جریان عبوری با رعایت دقت اندازه‌گیری می‌باشد؟

- ۱ $0.51 A \pm 0.01 A$ ۲ $0.510 \pm 0.001 A$ ۳ $0.51 mA \pm 1 mA$ ۴ $0.510 A \pm 0.01 A$

۶۹ اندازه سرعت متوسط نوک عقربه‌ی ثانیه‌شمار یک ساعت دیواری با طول ۲۰ سانتی‌متر در مدت ۴۰ ثانیه چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

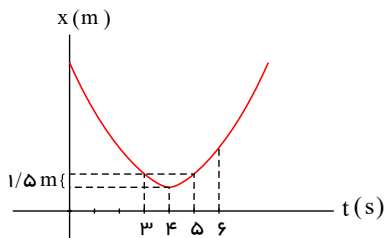
- ۱ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۳ $2\sqrt{3}$ ۴ $2\sqrt{2}$

۷۰ اگر آسانسوری به جرم ۲۵۰ کیلوگرم از حال سکون با نیروی ثابت F رو به بالا کشیده شود، پس از ۴ متر جابجایی تندی آن به $\frac{4m}{s}$ می‌رسد.

نیروی F چند نیوتون است؟ (از نیروی اصطکاک صرف‌نظر شود و $g = 10 \frac{N}{kg}$)

- ۱ ۴۵۰۰ ۲ ۴۰۰۰ ۳ ۲۰۰۰ ۴ ۳۰۰۰

۷۱ نمودار مکان-زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به صورت سهمی شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک در ۳ ثانیه دوم حرکت



در $\frac{3}{5} \frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط متحرک در ۳ ثانیه دوم چند متر بر ثانیه است؟

- ۱ صفر ۲ ۱٫۵ ۳ ۲ ۴ ۲٫۵

۷۲ سه ذره باردار مطابق شکل، در سه نقطه A ، B و C ثابت شده‌اند. اگر اندازه نیروی الکتریکی برآیند وارد بر بار q_2 را F_2 و اندازه نیروی

الکتریکی برآیند وارد بر بار q_3 که برداری در جهت منفی محور x ‌ها است، F_3 بنامیم و داشته باشیم $\frac{F_2}{F_3} = \frac{3}{4}$ ، q_2 چند میکروکولن است؟



$$(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$$

- ۱ +۲ ۲ +۴ ۳ -۲ ۴ -۴

۷۳) دوره تناوب آونگ متصل به یک میله فلزی در آسانسوری که دمای داخلش ۲۰۰ کلوین است و با شتاب $2m/s^2$ رو به بالا شروع به حرکت می کند چند برابر دوره تناوبش در آسانسوربست که دمای داخلش ۶۰۰ کلوین و با همان شتاب روبه پایین شروع به حرکت می کند؟ ($g = 10m/s^2$) و $\alpha = 10^{-3} C^{-1}$ ضریب انبساط طولی میله)

۴) $\sqrt{\frac{7}{5}}$

۳) $\sqrt{\frac{5}{7}}$

۲) $\sqrt{\frac{21}{10}}$

۱) $\sqrt{\frac{10}{21}}$

۷۴) در مورد دو عنصر ${}^{12}_6C$ و ${}^{13}_6C$ کدام مورد نادرست است؟

۲) ایزو توپ های کربن هستند.

۱) عدد نوترونی متفاوت دارند.

۴) درصد فراوانی عنصر ${}^{12}C$ در طبیعت بیشتر از ${}^{13}C$ است.

۳) مکان آن ها در جدول تناوبی عناصر، در کنار هم است.

۷۵) شخصی مقابل آینه تختی که سطح آن موازی دیوار پشت سر او است، ایستاده است. فاصله شخص از آینه و دیوار یکسان است. اگر شخص فاصله خود را از آینه ۱۰ درصد کم کند. طولی از دیوار که شخص در آینه می بیند چند برابر می شود؟

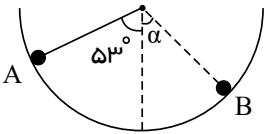
۴) $\frac{29}{9}$

۳) $\frac{19}{9}$

۲) $\frac{29}{27}$

۱) $\frac{11}{10}$

۷۶) مطابق شکل زیر و در یک نیمکره، گلوله ای را از نقطه A رها می کنیم. گلوله در مرتبه اول حداکثر تا نقطه B بالا می آید و در مسیر AB نصف انرژی اولیه گلوله تلف می شود. زاویه α چند درجه است؟ ($\sin 53^\circ = 0.8$) و مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را پایین ترین نقطه نیمکره در نظر بگیرید.



۲) ۳۷

۱) ۳۰

۴) ۶۰

۳) ۵۳

۷۷) از شیر آبی به سطح مقطع $1cm^2$ آب با تندی $5m/s$ خارج می شود. ۳۰ متر پایین تر از شیر آب، سطح مقطع آب چند میلی متر مربع می باشد؟ ($g = 10N/kg$) و اتلاف انرژی نداریم.)

۴) ۲۰۰۰

۳) ۲۰۰

۲) ۲۰

۱) ۲

۷۸) ضریب انبساط طولی یک میله فلزی برابر با $1.2 \times 10^{-5} K^{-1}$ می باشد. اگر طول میله در دمای $20^\circ C$ برابر با $60cm$ باشد. در چه دمایی بر حسب درجه فارنهایت، $0.36mm$ بر طول میله افزوده می شود؟

۴) ۱۵۸

۳) ۱۲۲

۲) ۷۰

۱) ۵۰

۷۹) در یک مسابقه دو و میدانی دو نفره روی مسیری مستقیم $100m$ ، دوندۀ A با اختلاف ۲۰ متر برنده می شود. با فرض این که در کل مسیر مسابقه تندی دو دوندۀ A و B ثابت باشد، در لحظه اعلام شروع مسابقه دوندۀ A چند متر عقب تر از خط شروع مسابقه قرار گیرد تا هر دو دونده همزمان به خط پایان برسند؟

۴) ۲۵

۳) ۲۲

۲) ۲۰

۱) ۱۶

۸۰) سطح پیچه ای که شامل ۱۰۰ دور می باشد و مساحت هر حلقه آن $12cm^2$ است. عمود بر خطوط یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دارد. اگر بزرگی میدان مغناطیسی بدون تغییر جهت در بازه زمانی $0.6ms$ از $0.2T$ به $0.4T$ افزایش یابد، اندازه نیروی محرکه القایی متوسط ایجاد شده در این پیچه چند ولت است؟

۴) ۴

۳) ۲

۲) ۴۰

۱) ۲۰

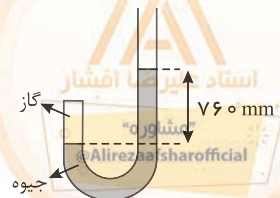
۸۱) در شکل زیر، دهانه سمت چپ لوله بسته و گازی رقیق در آن محبوس است و اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه $760mm$ است. اگر به شاخه سمت راست لوله، جیوه اضافه کنیم تا اختلاف ارتفاع جیوه در دو طرف لوله به $1140mm$ برسد، حجم گاز محبوس درون لوله چگونه تغییر می کند؟ (فشار هوای محیط $P_0 = 760mmHg$ است و دمای گاز محبوس را ثابت فرض کنید.)

۲) ۲۰ درصد کاهش می یابد.

۱) ۲۰ درصد کاهش می یابد.

۴) ۸۰ درصد افزایش می یابد.

۳) ۸۰ درصد کاهش می یابد.



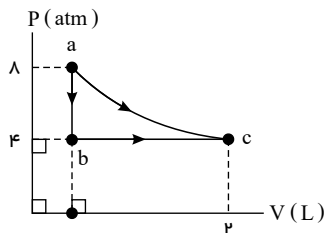
۸۲) جرم دو سیم مسی A و B با هم برابر است. اگر قطر مقطع سیم A برابر $\sqrt{3}$ برابر قطر مقطع سیم B باشد و مقاومت الکتریکی سیم B برابر با $90\ \Omega$ باشد، مقاومت الکتریکی سیم A چند اهم است؟

- ۱) ۳۰ ۲) ۲۷۰ ۳) ۱۰ ۴) ۸۱۰

۸۳) طول موج‌های مربوط به رشته پاشن ($n' = 3$) تقریباً در محدوده کدام یک از گزینه‌های زیر برحسب نانومتر می‌تواند قرار گیرد؟
($R = 0.011\text{nm}^{-1}$)

- ۱) ۱۰۰۰ تا ۱۸۵۰ ۲) ۹۵۰ تا ۱۹۵۰ ۳) ۸۰۰ تا ۱۹۰۰ ۴) ۹۰۰ تا ۱۹۰۰

۸۴) نمودار $P - V$ برای مقدار معینی از یک گاز کامل تک‌اتمی مطابق شکل داده شده است. اگر تغییر انرژی درونی گاز در فرایند bc برابر 900J باشد، تغییر انرژی درونی گاز در فرایند ac چند ژول است؟ ($1\text{L} = 10^{-3}\text{m}^3, 1\text{atm} = 10^5\text{Pa}, C_V = \frac{3}{2}R$)

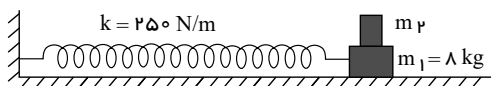


- ۱) ۱۲۰۰ ۲) -۱۲۰۰ ۳) ۶۰۰ ۴) -۶۰۰

۸۵) نوسانگری روی پاره‌خطی به طول ۶ سانتی‌متر حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. این نوسانگر دو جابه‌جایی متوالی با بزرگی‌های d_1 و d_2 را به ترتیب در بازه‌های زمانی Δt_1 و $\Delta t_2 = 2\Delta t_1$ طی می‌کند. اگر $d_1 = 1.5\text{cm}$ باشد، و نوسانگر تغییر جهت نداده باشد، کدام گزینه می‌تواند باشد؟

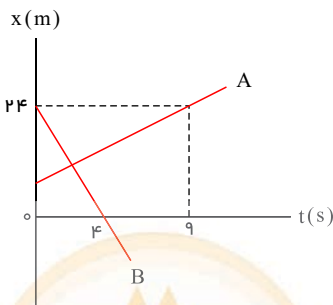
- ۱) $\sqrt{3}$ یا ۱ ۲) ۱ ۳) $\sqrt{2}$ یا $\sqrt{3}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ یا ۲

۸۶) در شکل داده شده، اصطکاک m_1 با سطح زمین ناچیز است و m_2 (در حین نوسان) روی m_1 نمی‌لغزد. اگر بیشترین و کمترین طول فنر در حین نوسان 60cm و 40cm باشد، اندازه نیروی اصطکاک وارد بر m_2 در لحظه‌ای که طول فنر 54cm است، 2N باشد، m_2 چند کیلوگرم است؟



- ۱) ۰٫۵ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۱۲

۸۷) نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. فاصله دو متحرک در مبدأ زمان، از یکدیگر ۱۸ است. در هر ثانیه، اندازه جابه‌جایی طی شده توسط متحرک B ، متر از اندازه جابه‌جایی طی شده توسط متحرک A است.



- ۱) ۴m، بیشتر ۲) ۸m، کمتر ۳) ۴m، کمتر ۴) ۸m، بیشتر

۸۸) دو متحرک با تندی‌های $16\frac{m}{s}$ و $20\frac{m}{s}$ در یک مسیر مستقیم در حال حرکت به سمت هم هستند. در لحظه‌ای که فاصله آن‌ها از یکدیگر به ۸۰ متر می‌رسد، هم‌زمان سرعت خود را با اندازه شتاب یکسان و ثابت کم می‌کنند تا متوقف شوند. کمینه اندازه شتاب دو متحرک برای این که به هم برخورد نکنند، چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- ۱) ۴٫۱ ۲) ۶٫۶ ۳) ۴ ۴) ۳٫۲

۸۹ دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌اندازه و ناهم‌نام در فاصله ۵ سانتی‌متری از یکدیگر، نیرویی به بزرگی $9N$ برهم وارد می‌کنند. اندازه میدان الکتریکی ناشی از یکی از بارها در محل بار دیگر در SI کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$

- ۱ 9×10^4 ۲ 9×10^5 ۳ $1,8 \times 10^5$ ۴ $1,8 \times 10^6$

۹۰ معادله سرعت متحرکی که در مسیری مستقیم در حال حرکت است در SI به صورت $v = At + B$ می‌باشد. اگر سرعت متوسط این متحرک در ۲ ثانیه سوم حرکت برابر با $20 \frac{m}{s}$ و سرعت متوسط آن در دو ثانیه بعدی حرکت برابر با $8 \frac{m}{s}$ باشد، شتاب حرکت متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- ۱ ۲ ۲ ۴ ۳ ۶ ۴ ۸

۹۱ یک باتری با نیروی محرکه ۳٫۵ ولت و مقاومت درونی r ، به مقاومت R بسته شده و جریان $4A$ از آن عبور می‌کند. اگر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت درونی $\frac{1}{6}$ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R باشد، مقاومت R چند اهم است؟

- ۱ ۲٫۵ ۲ ۵ ۳ ۷٫۵ ۴ ۱۰

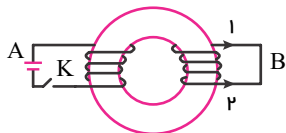
۹۲ روی یک باتری قلمی عدد $160mAh$ ثبت شده است. اگر دو سر باتری را به یک مقاومت متصل کنیم، به طور متوسط در هر دقیقه 6×10^{16} الکترون از مقطع این مقاومت عبور می‌کند. پس از چند ساعت باتری به طور کامل تخلیه می‌شود؟ $(e = 1,6 \times 10^{-19} C)$

- ۱ ۱۶۰۰ ۲ $\frac{50}{3}$ ۳ ۱۰۰ ۴ ۱۰۰۰

۹۳ پمپ آبی در هر دقیقه، ۳۰۰ لیتر آب را از چاهی در عمق ۹۰ متری سطح زمین از حالت سکون بالا کشیده و با تندی $10 \frac{m}{s}$ درون یک مخزن روی سطح زمین خالی می‌کند. کار انجام شده توسط پمپ در هر دقیقه چند کیلوژول است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg}$ و $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3})$

- ۱ ۲۶۰ ۲ ۲۸۵ ۳ ۳۰۰ ۴ ۵۷۰

۹۴ دو سیم‌لوله مطابق شکل روی یک هسته آهنی بسته شده‌اند، ابتدا کلید مدار A را می‌بندیم و سپس باز می‌کنیم. جهت جریان القایی در مدار B در لحظات باز و بسته کردن کلید، به ترتیب به چه صورت است؟



- ۱ ۱ و ۱ ۲ ۱ و ۲ ۳ ۲ و ۲ ۴ ۲ و ۱

۹۵ یک دوندۀ دو، سرعت، صدمتر فاصله را روی خط راست از حال سکون با شتاب ثابت در طی زمان $12s$ طی می‌کند. چند درصد شتاب حرکت خود را کاهش دهد تا این فاصله را در $15s$ طی کند؟

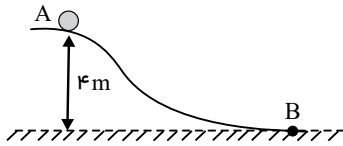
- ۱ ۱۰ ۲ ۳۶ ۳ ۱۲ ۴ ۱۷

۹۶ شکل روبه‌رو جبهه‌های موج تابیده شده به آینه کروی را نشان می‌دهند. جبهه‌های بازتاب شده آن مطابق کدام گزینه است؟



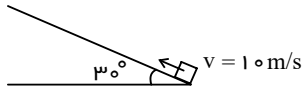
- ۱ ۲ ۳ ۴

۹۷ جسمی به جرم 2 kg از نقطه A در ارتفاع 4 متری از حال سکون رها شده و با تندی $2\frac{m}{s}$ به نقطه B می‌رسد. کار نیروی وزن و همچنین کار نیروی اصطکاک در مسیر AB به ترتیب از راست به چپ بر حسب زول کدام است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$



- ۱) -40 و 80 ۲) -40 و -80
 ۳) -76 و 80 ۴) -76 و -80

۹۸ مطابق شکل زیر، جسمی با سرعت اولیه $10\frac{m}{s}$ را از پایین سطح شیب‌داری و به موازات آن به طرف بالای سطح شیب‌دار پرتاب می‌کنیم. اگر به ازای هر متری که جسم روی سطح شیب‌دار بالا می‌رود، 2 درصد از انرژی جنبشی اولیه جسم به صورت گرما تلف شود، این جسم حداکثر چه مسافتی را به صورت تقریبی بر حسب متر، روی سطح شیب‌دار بالا خواهد رفت؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$ و جسم را ابتدا روی سطح زمین در نظر بگیرید.

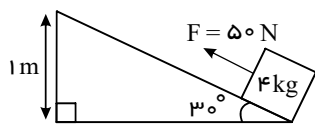


- ۱) $4,15$ ۲) $8,3$
 ۳) $6,25$ ۴) $12,5$

۹۹ در شرایط خلأ، گلوله‌ای از سطح زمین و با سرعت اولیه v در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود و تا ارتفاع h بالا می‌رود. اگر جرم گلوله را نصف و تندی اولیه پرتاب گلوله را 20 درصد افزایش دهیم، بیش‌ترین ارتفاعی که گلوله از سطح زمین بالا می‌رود، چند درصد افزایش می‌یابد؟

- ۱) 20 ۲) 80 ۳) 44 ۴) 56

۱۰۰ مطابق شکل، جسمی ساکن به جرم 4 kg در پایین سطح شیب‌داری که با افق زاویه 30° می‌سازد قرار دارد و با اعمال نیروی موازی با سطح و ثابت \vec{F} به سمت بالای سطح به حرکت درمی‌آید. اگر اندازه نیروی اصطکاک در برابر جسم برابر $\frac{1}{4}$ اندازه نیروی وزن جسم باشد، تندی این جسم در بالاترین نقطه این سطح شیب‌دار چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$



- ۱) $2\sqrt{5}$ ۲) $2\sqrt{10}$
 ۳) $\sqrt{35}$ ۴) 5

۱۰۱ در سلول گالوانی (منیزیم - مس) در مدت کارکرد آن $9,6$ گرم از جرم الکترود آندی کاسته شده است در این مدت چند گرم بر جرم الکترود کاتدی افزوده شده است؟ $(Cu = 64, Mg = 24\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1})$

- ۱) $14,9$ ۲) $36,8$ ۳) $25,6$ ۴) $24,8$

۱۰۲ پیوند در مولکول‌های NH_3 و SO_3 ، به ترتیب از نوع کووالانسی و است و این دو مولکول، به ترتیب و اند.

- ۱) قطبی - قطبی - قطبی ۲) قطبی - قطبی - ناقطبی ۳) قطبی - ناقطبی - قطبی ۴) ناقطبی - قطبی - ناقطبی - قطبی

۱۰۳ 100 mL محلول $0,5$ مولار اسید HA ($K_a = 5 \times 10^{-3}$) تهیه شده است. pH این محلول به تقریب کدام است و برای خنثی کردن کامل آن، چند گرم سدیم هیدروکسید لازم است؟ $(NaOH = 40\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1})$

- ۱) $1,26$ ۲) $2,26$ ۳) $1,13$ ۴) $2,13$

۱۰۴ در کدام گزینه، علت نادرست در پراکنش آمده است؟

- ۱) لیاف داغ شده‌ی آهن در هوا نمی‌سوزد ولی در اکسیژن خالص می‌سوزد (تاثیر غلظت بر سرعت واکنش).
 ۲) ...
 ۳) ...
 ۴) ...

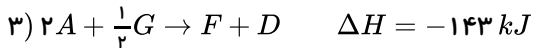
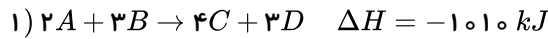
در شرایط یکسانی از غلظت اسید و دما، واکنش پودر آهن با هیدروکلریک اسید، سریع‌تر از واکنش قطعه آهن با هیدروکلریک اسید است (تاثیر سطح تماس واکنش دهنده‌ها بر سرعت واکنش).

۳ در دمای معین، سرعت سوختن بنزین مایع در هوا کم‌تر از سرعت سوختن بخار بنزین در هوا است (تاثیر غلظت بر سرعت واکنش)

۴ در شرایط یکسان دما و غلظت، سرعت واکنش $Na(s)$ و $Cl_2(g)$ بیش‌تر از سرعت واکنش $Fe(s)$ و $Cl_2(g)$ است (اثر ماهیت واکنش دهنده‌ها بر سرعت واکنش)



۱۰۵ با توجه به واکنش‌های زیر، ΔH واکنش: $F + G \rightarrow C + 2D$ چند کیلوژول است؟



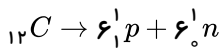
۱۱۲٫۵ (۴)

۱۲۴۵ (۳)

۳۲۲٫۵ (۲)

۶۲۲٫۵ (۱)

۱۰۶ ۱۲٫۲ گرم کربن را وارد واکنش زیر کرده‌ایم. اگر مجموع جرم نوترون‌ها ۶٫۰۶ گرم و مجموع جرم پروتون‌ها ۶٫۰۵۴ گرم باشد، تغییرات انرژی در این واکنش چند ژول است؟ (سرعت نور $3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ است.)



$1,8 \times 10^6$ (۴)

$5,4 \times 10^{12}$ (۳)

$2,58 \times 10^9$ (۲)

$7,74 \times 10^{12}$ (۱)

۱۰۷ عنصر بور در طبیعت دارای دو ایزوتوپ ^{10}B و ^{11}B است، اگر جرم اتمی میانگین بور ۱۰٫۸ باشد، درصد فراوانی ^{10}B و ^{11}B به ترتیب کدام است؟

۲۰ و ۸۰ (۴)

۶۰ و ۴۰ (۳)

۸۰ و ۲۰ (۲)

۴۰ و ۶۰ (۱)

۱۰۸ یک صافی تصفیه‌ی آب آشامیدنی، ظرفیت جذب حداکثر ۳ مول یون نیترات را از آب دارد. با استفاده از این صافی حداکثر می‌توان چند لیتر آب شهری دارای 100 ppm یون نیترات را به‌طور کامل تصفیه کرد؟

(چگالی آب $1 \text{ g} \cdot \text{ml}^{-1}$) و $(N = 14, O = 16 \frac{\text{g}}{\text{mol}})$

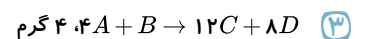
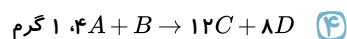
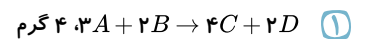
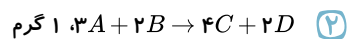
۱۸۶۰ (۴)

۸۶۰ (۳)

۸۰۰ (۲)

۴۰۰ (۱)

۱۰۹ اگر رابطه‌ی بین سرعت‌های مصرف و تولید مواد شرکت‌کننده در واکنش گازی به‌صورت $-R_A = -4R_B = \frac{R_C}{3} = \frac{R_D}{2}$ باشد، کدام یک از واکنش‌های زیر با این رابطه هم‌خوانی دارد و به‌ازای مصرف ۰٫۱۱۲ لیتر از ماده‌ی A در شرایط STP، چند گرم ماده‌ی D حاصل می‌شود؟ (جرم مولی D را $100 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ در نظر بگیرید.)



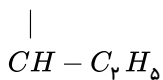
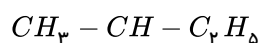
۱۱۰ تفاوت شعاع اتمی کدام دو عنصر بیش‌تر است؟

Mg - Na (۴)

Si - Al (۳)

Cl - Si (۲)

Al - Mg (۱)



۱۱۱ در کدام گزینه، نام یکی از ایزومرهای ترکیب مقابل ارائه نشده است؟

۳- اتیل-۴- متیل هگزان (۲)

۱- ۳- اتیل-۲- ۴- دی متیل پنتان (۱)

۳، ۴- تری متیل هگزان (۴)

۳- ۲، ۴، ۴- تترا متیل پنتان (۳)

۱۱۲ کدام دو عبارت صحیح است؟

الف) تفاوت آب آشامیدنی و دیگر آب‌ها فقط در مقدار حل‌شونده‌های آن‌ها است.

ب) از آب شور نمی‌توان در کشاورزی، مصارف خانگی و صنعتی استفاده کرد.

پ) بر اثر واکنش محلول نقره کلرید و محلول سدیم نیترات، رسوب سفید رنگ نقره نیترات تشکیل می‌شود.

ت) در معادله واکنش باریم کلرید و سدیم سولفات، مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها با مجموع ضرایب فرآورده‌ها تفاوت دارد.

ب-ب (۴)

پ-ت (۳)

ب-ت (۲)

الف-ب (۱)



۱۱۳) اگر در لایه تروپوسفر (تا ۱۱ کیلومتر از سطح زمین) به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع، دما به اندازه ۶ درجه سانتیگراد افت کند و در لایه استراتوسفر (بعد از ۱۱ کیلومتر) دما به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع، ۱٫۶ درجه سانتیگراد افزایش یابد، دما در ارتفاع ۴۰ km از سطح زمین، حدود چند درجه سانتیگراد می باشد؟ (دما را در سطح زمین، ۱۴ درجه سانتیگراد در نظر بگیرید.)

- ۱) ۱۲۶٫۴ ۲) ۵٫۶ ۳) -۵٫۶ ۴) -۱۹٫۶

۱۱۴) برای واکنش کامل با ۴۰۰ میلی لیتر محلول ۱ M کلسیم هیدروکسید به چند میلی لیتر محلول استیک اسید احتیاج داریم؟ ثابت یونش اسیدی استیک اسید برابر با $1.8 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ و درجه یونش آن برابر با 1.35×10^{-2} است.

- ۱) ۸۰ ۲) ۸۰۰ ۳) ۴۰ ۴) ۴۰۰

۱۱۵) با توجه به معادله $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ کدام گزینه صحیح نمی باشد؟

- ۱) این واکنش تعادلی برگشتناپذیر است.
 ۲) واحد ثابت این واکنش $\text{mol}^{-2} \cdot \text{l}^2$ است.
 ۳) این واکنش در دمای معمولی و حتی در حضور جرقه و کاتالیزگر هم انجام نمی شود.

عبارت تعادل آن به صورت زیر است.

$$K = \frac{[NH_3]^2}{[N_2][H_2]^3} \quad ۴)$$

۱۱۶) اگر سامانه تعادلی $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ ، $\Delta H < 0$ را از یک ظرف ۱۰ لیتری به ظرفی ۲ لیتری منتقل کنیم، چه تعداد از عبارت های زیر صحیح است؟

- غلظت SO_3 افزایش و غلظت O_2 و SO_2 کاهش می یابد.
- تعادل به سمت رفت جابه جا می شود و ثابت تعادل افزایش می یابد.
- غلظت همه مواد موجود در واکنش افزایش می یابد.
- مقدار مول SO_3 افزایش می یابد و مقادیر SO_2 و O_2 کاهش می یابد.

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۷) در محلولی از اسید ضعیف HA با ثابت یونش 2×10^{-4} ، $pH = 3.4$ درجه یونش کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{5}$

۱۱۸) در ۱۰۰ میلی لیتر از محلول اسید ضعیف HA با ثابت یونش $K_a = 4 \times 10^{-3}$ و $pH = 2.4$ ، چند گرم از این اسید وجود دارد؟ (جرم مولی اسید HA برابر ۵۰ گرم بر مول است)

- ۱) ۰٫۰۸ ۲) ۰٫۰۰۸ ۳) ۰٫۰۴ ۴) ۰٫۰۰۴

۱۱۹) اگر برای آبکاری یک قاشق مسی از فلز نقره استفاده شود، برای آبکاری به ضخامت یک میلی متر روی قاشقی به مساحت ۲۵٫۷ سانتی متر مربع چند الکترون مبادله می شود؟ (جرم مولی و چگالی نقره به ترتیب $1.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ و 1.95 g/cm^3 است.)

- ۱) 1.5×10^{24} ۲) 1.5×10^{23} ۳) 3.01×10^{23} ۴) 3.01×10^{24}

۱۲۰) چند مورد از مطالب زیر صحیح می باشند؟

- آ) با وارد کردن گاز اتن در مخلوط آب و اسید در شرایط مناسب، ترکیبی حاصل می شود که به هر نسبتی در آب حل می شود.
 ب) تفاوت تعداد پیوندها در پنجمین آلکن با ششمین آلکن برابر با ۲ می باشد.
 پ) وازلین نسبت به گریس دارای دمای جوش و گرانروی بالاتر بوده، اما گریس فرّاتر است.
 ت) اگر میزان بخارهای بنزین وارد شده به شش ها زیاد باشد، به دلیل سمّی بودن بنزین، ممکن است سبب مرگ شود.

- ۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۳



۱۲۱) کدام گزینه جاهای خالی را به درستی پر می‌کند؟

- الف) هوایی که تنفس می‌کنیم از گازها و سرم فیزیولوژی محلول ماده در آب است.
 ب) ضد یخ محلول ماده‌ای در آب است و گلاب مخلوطی از چند ماده آلی در آب است.
 پ) کاتیونی که به آرایش گاز نجیب نئون ختم می‌شود و از آب دریا جدا سازی می‌شود در مرحله قبل از الکترولیز به صورت وجود دارد.

- ① محلولی - معدنی - آلی - ناهمگن - $MgCl_2$
 ② محلولی - معدنی - آلی - همگن - $Mg(OH)_2$
 ③ محلولی - آلی - آلی - همگن - $Mg(OH)_2$
 ④ محلولی - معدنی - آلی - همگن - $MgCl_2$

۱۲۲) کدام مطلب نادرست است؟

- ① نسبت شمار اتم‌های H به C در ساده‌ترین کتون و اتیل بوتانوات با هم یکسان است.
 ② عدد اکسایش کربن در ساده‌ترین آمین با عدد اکسایش O در CO متفاوت است.
 ③ پلی‌اتن سنگین نسبت به پلی‌اتن سبک، چگالی بیشتر و شفافیت کمتری دارد.
 ④ پلاستیک‌های تهیه شده از پلی‌لاکتیک اسید، امکان تبدیل شدن به کود را داشته و رد پای کوچک‌تری در محیط زیست به جای می‌گذارند.

۱۲۳) یک هسته رادیوایزوتوپ طبیعی هیدروژن جرمی معادل 5×10^{-24} دارد. در صورتی که بدانیم جرم یک پروتون $1.67 \times 10^{-27} kg$ و جرم یک نوترون $1.68 \times 10^{-27} kg$ است. به هنگام تشکیل هسته این اتم از پروتون و نوترون، چند کیلوژول گرما آزاد شده است؟ $(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$

- ① 9×10^{-21} ② 27×10^{-13} ③ 9×10^{-24} ④ 27×10^{-16}

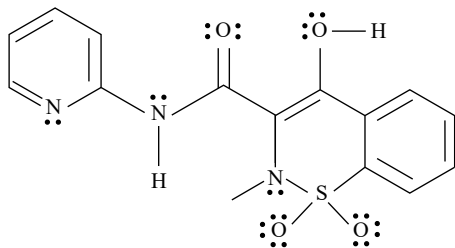
۱۲۴) به محلولی از سدیم کلرید ($NaCl$) به جرم ۱ کیلوگرم که غلظت $NaCl$ آن $234 ppm$ است، مقدار 260 میلی‌گرم سدیم کلرید جامد و خلص اضافه کرده‌ایم. غلظت یون‌های کلرید در محلول نهایی به تقریب چند ppm است؟ $(Na = 23, Cl = 35.5 : g \cdot mol^{-1})$

- ① 200 ② 300 ③ 400 ④ 500

۱۲۵) مخلوطی از آمونیاک و اوره، دارای 64.5 درصد جرمی نیتروژن است، تقریباً چند درصد جرمی مخلوط را اوره تشکیل می‌دهد؟ $(O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1})$

- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 70

۱۲۶) داروی پیروکسیکام که دارای ساختار مقابل است از جمله داروهای ضد التهاب می‌باشد که در درمان بیماری‌ها از آن استفاده می‌شود. با توجه به ساختار آن چند مورد از عبارت‌های زیر صحیح است؟ $(H = 1 g \cdot mol^{-1})$



الف) همانند ترکیب آلی که عامل طعم و بوی گشنیز می‌باشد، آروماتیک است.
 ب) دارای گروه عاملی آلدهیدی می‌باشد.

پ) فرمول شیمیایی آن $C_{15}H_{15}N_3O_4S$ می‌باشد.

ت) برای سیر شدن هر مول آن نیاز به 16 گرم گاز هیدروژن می‌باشد.

- ① مورد ۱ ② مورد ۲ ③ مورد ۳ ④ مورد ۴

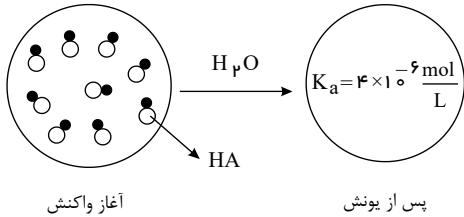
۱۲۷) اگر در یون $^{52}X^{3+}$ شمار نوترون‌ها چهار برابر تفاوت نوترون‌ها با الکترون‌ها باشد، عدد اتمی آن برابر است و در دوره جدول تناوبی جای می‌گیرد.

- ① 4 و 27 ② 3 و 24 ③ 4 و 24 ④ 3 و 27

۱۲۸) 200 میلی‌لیتر محلول هیدروبرمیک اسید با $pH = 1.4$ با چند گرم لیتیم‌اکسید به‌طور کامل خنثی می‌شود؟ $(Li = 7, O = 16 : g \cdot mol^{-1}; 10^3 = 1000)$

- ① 0.06 ② 0.12 ③ 0.24 ④ 0.48

۱۲۹) باتوجه به شکل مقابل، مجموع غلظت یون‌ها پس از یونش کدام است؟ (حجم محلول یک لیتر و هر ذره را معادل 10^{-6} مول در نظر بگیرید.)



- ① 6×10^{-4}
- ② 12×10^{-4}
- ③ 6×10^{-2}
- ④ 12×10^{-2}

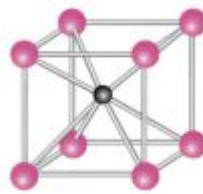
۱۳۰) گرمای آزاد شده از سوختن کامل یک مول اتان و یک مول اتانول به ترتیب ۱۵۶۰ و ۱۳۶۸ کیلوژول بر مول است. تفاوت گرمای آزاد شده به ازای تولید یک مول آب از سوختن کامل اتانول و گرمای آزاد شده به ازای تولید یک مول کربن دی‌اکسید از سوختن کامل اتان چند کیلوژول است؟ ($C = 12, H = 1, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

- ① ۳۲۴
- ② ۱۹۲
- ③ ۳۸۴
- ④ ۶۴۸

۱۳۱) با توجه به شکل‌های زیر که بخشی از ساختار بلور دو جامد یونی را نشان می‌دهند، کدام یک از عبارات‌های زیر درست‌اند؟



(NaCl)
(I)



(CsCl)
(II)

(آ) در $NaCl$ یون‌های سدیم، رأس‌ها و مراکز وجوه مکعب را اشغال می‌کنند.

(ب) عدد کوئوردیناسیون کاتیون و آنیون در $NaCl$ برابر ۶ و در $CsCl$ برابر ۸ است.

(پ) نسبت بار به شعاع در یون سزیم بیشتر از یون سدیم است.

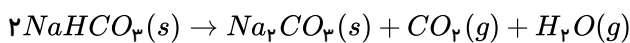
(ت) الگوی آرایشی یون‌ها در بلور هر دو نمک کاملاً یکسان است.

(ث) در $NaCl$ نیروی جاذبه بین کاتیون‌ها و آنیون‌ها در مجموع بیشتر از نیروی جاذبه موجود میان یک جفت یون Na^+Cl^- تنها است.

- ① «آ»، «پ» و «ت»
- ② فقط «ب»
- ③ «ب» و «ث»
- ④ «پ» و «ث»

۱۳۲) از تجزیه کامل ۴۰ گرم سدیم هیدروژن کربنات، طبق واکنش زیر ۳۳٫۸ گرم ماده جامد در ظرفی باقی می‌ماند. درصد خلوص سدیم هیدروژن کربنات کدام است؟

$$(C = 12, Na = 23, H = 1, O = 16 : g \cdot mol^{-1})$$



- ① ۴۶
- ② ۴۳٫۵
- ③ ۴۲
- ④ ۴۰٫۵

۱۳۳) کدام مطلب درست است؟

① مجموع شمار اتم‌ها در فرمول شیمیایی منیزیم نیتريد، برابر با ۵ است.

② ترکیبی با فرمول Cu_2O ، مس (II) اکسید نام دارد.

③ نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیب کروم (III) اکسید، برابر با $\frac{3}{2}$ است.

④ آهن در واکنش با اکسیژن، نخست به Fe_2O_3 تبدیل می‌شود.

۱۳۴) کدام گزینه درست است؟

① در دوره دوم جدول تناوبی، از چپ به راست، تعدا الکترون‌های ظرفیت ثابت می‌ماند، در حالی که شمار پروتون‌های هسته افزایش و شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

② در بین سه عنصر نخست گروه اول جدول تناوبی، شمار الکترون‌های با $l = 0$ در عنصر سدیم بیشتر است.

③ هر چه شمار الکترون‌های با $l = 0$ در فلزات قلیایی بیشتر باشد، خصلت فلزی کمتری دارند؛ بنابراین فعالیت شیمیایی آنها کم تر است.

④ در دوره سوم جدول تناوبی، شمار عناصر فلزی کمتر از شمار عناصر نافلزی است.



۱۳۵) عنصر A متعلق به دوره سوم جدول دوره‌ای و مجموع عددهای کوانتومی اصلی الکترون‌های لایه ظرفیت آن برابر ۱۲ است. عنصر B متعلق به دوره چهارم جدول دوره‌ای است؛ به طوری که لایه سوم این عنصر از الکترون پر بوده و مجموع عددهای کوانتومی فرعی الکترون‌های لایه ظرفیت آن برابر ۲ است. چه تعداد از عبارتهای زیر درباره این دو عنصر درست است؟

(آ) عنصر B همانند A در اثر وارد کردن ضربه خرد می‌شود.

(ب) عناصر A و B در یک گروه قرار ندارند.

(پ) هر دو عنصر رسانایی الکتریکی کمی دارند.

(ت) در واکنش با دیگر اتم‌ها، اتم A الکترون به اشتراک می‌گذارد، اما اتم B الکترون از دست می‌دهد.

۳ (۴)

۱ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)



پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

در هر دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و قدر نسبت d ، جمله‌ی m از رابطه‌ی $a_n = a_1 + (n - 1)d$ بدست می‌آید و اگر a, b, c سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند آن‌گاه $b^2 = ac$.

$$a_3, a_7, a_9 \Rightarrow a_1 + 2d, a_1 + 6d, a_1 + 8d$$

دنباله‌ی هندسی

$$\longrightarrow (a_1 + 2d)(a_1 + 8d) = (a_1 + 6d)^2$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 8a_1d + 2a_1d + 16d^2 = a_1^2 + 36d^2 + 12a_1d$$

$$\Rightarrow 20d^2 + 2a_1d = 0 \xrightarrow[\text{تقسیم بر } 2d]{} 10d + a_1 = 0 \Rightarrow a_{11} = 0$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

می‌دانیم $0 \leq x - [x] < 1$ پس $0 \geq -x + [x] > -1$ و $gof(x) = 2^{-x+[x]}$

$$\begin{cases} f(x) = 0 \Rightarrow (gof)(x) = 2^0 = 1 \\ f(x) = -1 \Rightarrow (gof)(x) = 2^{-1} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow R_{gof} = \left(\frac{1}{2}, 1 \right]$$

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

راه اول:

$$f(x) = \begin{cases} x^x & x \geq 0 \\ -x^x & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} x x^{x-1} & x \geq 0 \\ -x x^{x-1} & x < 0 \end{cases}, \dots$$

$$f^{(6)}(x) = \begin{cases} 6! x & x \geq 0 \\ -6! x & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f^{(6)}(x) = \begin{cases} 6! & x > 0 \\ -6! & x < 0 \end{cases}$$

پس مشتق ششم موجود است ولی مشتق هفتم وجود ندارد.

راه دوم: تابع $y = (x - a)^2 \cdot |x - a|$ در نقطه $x = a$ دارای مشتق مرتبه n است اما مشتق مرتبه‌ی $(n + 1)$ آن ندارد به شرط آنکه توان جمله‌ی صفرشونده‌ی داخل قدرمطلق عدد یک باشد.

$$y = x^2 \cdot |x^5| = x^2 \cdot |x^4| \cdot |x| = x^6 \cdot |x|$$

در $x = 0$ مشتق مرتبه ششم دارد اما مشتق مرتبه‌ی هفتم ندارد.

متوسط

مکان هندسی نقاطی که از آن نقاط دو مماس عمود بر هم بر دایره $x^2 + y^2 = 4$ می‌توان رسم کرد دایره‌ی ای است به مرکز $(1, 0)$ و شعاع $2\sqrt{2}$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$C' : \begin{cases} (x - 1)^2 + y^2 = 8 \\ x = 4 \end{cases} \Rightarrow 9 + y^2 = 8$$

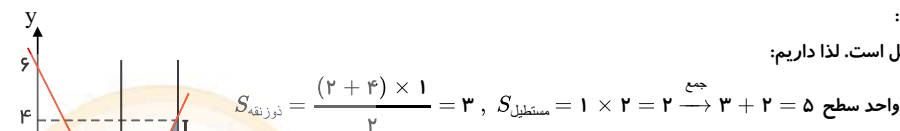
این معادله جواب ندارد پس گزینه ۴ صحیح است.

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

نمودار تابع $f(x)$ و دو خط $x = 3$ و $x = 5$ به صورت زیر می‌باشد:

در نتیجه مساحت خواسته شده برابر مجموع مساحت دوزنقه و مستطیل است. لذا داریم:



استاد علیرضا افشار

"مشاوره"

Alirezaafsharofficial
y: عدد بزرگ‌تر

حاصل ضرب دو عدد $f(x) = xy = x(\lambda + x) = \lambda x + x^2$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2} = -4 \Rightarrow \min f(x) = f(-4) = -16$$

روش دوم: به روش مربع کامل نیز می توان برد را بدست آورد.

$$y = x^2 + 8x = (x + 4)^2 - 16 \rightarrow (x + 4)^2 \geq 0 \rightarrow (x + 4)^2 - 16 \geq -16$$

متوسط

می دانیم صفحه شطرنج 8×8 است. (1) (2) (3) (4) (7)

هر رخ یک سطر و یک ستون را تهدید می کند بنابراین اگر رخ ها را روی قطر صفحه شطرنجی قرار دهیم (8 خانه روی قطر وجود دارد)، یکدیگر را تهدید نمی کنند که نهایتاً 8 رخ می توانیم قرار دهیم بنابراین اگر رخ نهم وارد صفحه شود قطعاً یکی از قبلی ها را تهدید می کند.

سخت

باید فاصله مرکز دایره تا خط داده شده کوچکتر از شعاع دایره باشد. (1) (2) (3) (4) (8)

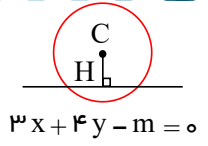
$$C\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (1, -2)$$

$$R^2 = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4} = \frac{4 + 16 + 44}{4} = 16 \Rightarrow R = 4$$

$$CH = \frac{|3 - 8 - m|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|-5 - m|}{5}$$

$$CH < R \Rightarrow \frac{|-5 - m|}{5} < 4 \Rightarrow |-5 - m| < 20$$

$$\Rightarrow -20 < -5 - m < 20 \Rightarrow -15 < -m < 25 \Rightarrow -25 < m < 15$$



توجه کنید فاصله نقطه $A \left| \frac{\alpha}{\beta} \right|$ از خط به معادله $ax + by + c = 0$ از رابطه $\frac{|a\alpha + b\beta + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ بدست می آید.

سخت

راه اول: تابع در $[-4, 2]$ پیوسته بنابراین نقاط بحرانی تابع را پیدا می کنیم واکسترمم های مطلق تابع را مشخص می کنیم: (1) (2) (3) (4) (9)

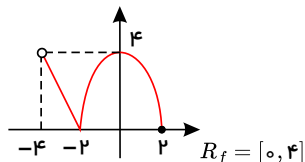
$$f'(x) = \begin{cases} -2 & -4 < x < -2 \\ -2x = 0 \rightarrow x = 0 & -2 < x \leq 2 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} f_+(-4) = +4 \\ f(-2) = 0 \\ f(2) = 0 \\ f(0) = +4 \Rightarrow \max \end{array} \right\} \Rightarrow \min \Rightarrow R_f = [0, 4]$$

شامل 5 نقطه ی صحیح است.

دقت کنید که $x = -4$ بازه ی $[-4, 2]$ قرار نمی گیرد و مقدار حدی تابع در این نقطه برابر $+4$ است.

راه دوم: به نمودار f توجه کنید:



سخت

حوزه ی تعریف f در $x \geq 1$ است. از طرفی هر کدام از جملات $\sqrt{2x + 7} + 1$ و $\log x$ و $\sqrt{x - 1}$ توابعی صعودی هستند بنابراین ضرب آنها نیز که f را تشکیل می دهد، تابعی صعودی خواهد بود بنابراین: (1) (2) (3) (4) (10)

$$D_f = [1, +\infty) \Rightarrow R_f (\text{برد}) = [f(1), f(+\infty))$$

$$f(1) \Rightarrow \text{مینییم مطلق} . f(+\infty) \Rightarrow \text{برد بالای برد}$$

$$m = f(1) = (0 + 0)(\sqrt{2 + 7} + 1) = 0$$

سخت

برد تابع $f(x)$ را به ازای $x \in \mathbb{R}$ می یابیم و آن را به عنوان دامنه تابع $f \circ f(x) = f(f(x))$ در نظر می گیریم: (1) (2) (3) (4) (11)

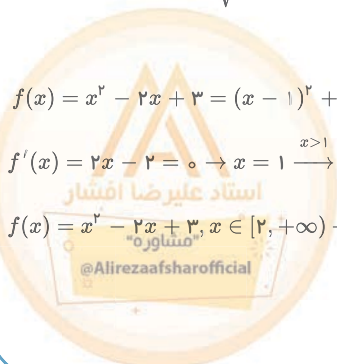
$$f(x) = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2 \geq 2 \Rightarrow R_f = [2, +\infty)$$

$$f'(x) = 2x - 2 = 0 \rightarrow x = 1 \xrightarrow{x > 1} \text{صعودی}$$

$$f(x) = x^2 - 2x + 3, x \in [2, +\infty) \xrightarrow{x \geq 2} R_{f \circ f} = [f(2), +\infty) = [3, +\infty)$$

متوسط

$\sqrt{x} \geq 0$ با طرفین وسطین کردن، معکوس تابع را می یابیم و سپس داریم: (1) (2) (3) (4) (12)



$$y = \frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}-1} \Rightarrow 2y\sqrt{x}-y = \sqrt{x}+1 \Rightarrow \sqrt{x}(2y-1) = y+1 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{y+1}{2y-1} \geq 0$$

y	-1	$\frac{1}{2}$	
$\frac{y+1}{2y-1} \geq 0$	+	o	- تن +

$$\Rightarrow y \in (-\infty, -1] \cup (\frac{1}{2}, +\infty) \Rightarrow y \in \mathbb{R} - (-1, \frac{1}{2}]$$

متوسط

می دانیم: اگر $f(x) = g(x) \cdot h(x)$ و $g(a) = 0$ باشد، آن گاه $f'(a) = g'(a) \cdot h(a)$ (فقط از عامل صفر شونده مشتق می گیریم)

$$x > 2 : f(x) = ax \tan \frac{\pi}{2} x$$

وقتی $x \rightarrow 2^+$ داریم $x > 2$ ، بنابراین $\frac{\pi x}{2}$ در ربع سوم واقع می شود. در نتیجه:

در $x = 2$ برابر صفر است، بنابراین طبق نکته ی فوق داریم:

$$f'(x) = ax \left(\frac{\pi}{2} (1 + \tan^2 \frac{\pi}{2} x) \right) \Rightarrow f'_+(2) = a\pi \xrightarrow{+} a\pi = -2 \Rightarrow a = -\frac{2}{\pi}$$

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \frac{0}{-2+0} = 0 \\ g(0) = \frac{0}{2+0} = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{در } x=0 \text{ پیوسته است}$$

$$g'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x}{f(x)+x} - 0}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x+f(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x)} = -\frac{1}{2}$$

توجه: مقدار تابع برابر ۲ است و حد تابع عدد ۲- می باشد و می دانیم که برای محاسبه مشتق به حد تابع نیاز داریم.

متوسط

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

توابع برآکتی در هر عددی که منجر به صحیح شدن عبارت درون براکت شوند ناپیوسته هستند به جز دو حالت زیر:

I: نقطه $x = a$ ، طول مینیمم نسبی عبارت درون براکت باشد.

II: نقطه $x = a$ ریشه عبارت ضرب شده ی بیرون براکت باشد.

در نتیجه عبارت $[ax]$ در نقاطی که درون براکت صحیح باشد، ناپیوسته است $ax \in z$ و تابع $y = ax - [ax]$ در این نقاط ناپیوسته است

$$ax = k \xrightarrow{k \in z} x = \frac{k}{a} = \pm \frac{1}{a}, \pm \frac{2}{a}, \pm \frac{3}{a}, \dots$$

مطابق صورت سوال در بازه ی $(0, a)$ ، ۸ نقطه ناپیوستگی داریم پس باید a بین هشتمین و نهمین نقطه ی مثبت ناپیوستگی قرار گیرد.

$$\frac{8}{a} < a \leq \frac{9}{a} \rightarrow 8 < a^2 \leq 9 \xrightarrow{\text{چون سه طرف مثبت هستند}} \sqrt{8} < a \leq 3$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 15x \rightarrow f'(x) = x^2 - 2x - 15 = (x-5)(x+3) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 5 \rightarrow \text{غ ق ق (در بازه قرار ندارد)} \\ x = -3 \end{cases}$$

اکنون باید مقدار تابع را به ازای طول نقطه ی بحرانی و ابتدا و انتهای بازه، بدست آوریم.

$$f(-4) = -\frac{64}{3} - 16 + 60 = \frac{68}{3} \sim 22,6$$

$$f(3) = 9 - 9 - 45 = -45 \rightarrow \text{مطلق } Min$$

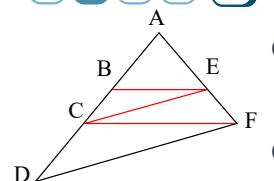
$$f(-3) = -9 - 9 + 45 = 27 \rightarrow \text{مطلق } Max$$

متوسط

اگر CD را برابر x در نظر بگیریم داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$\begin{cases} BE \parallel CF \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AF} \\ CE \parallel DF \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{AC}{AD} \end{cases} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow AC^2 = AB \times AD \Rightarrow 8^2 = 5AD \Rightarrow AD = \frac{64}{5}$$

$$CD = AD - AC = \frac{64}{5} - 8 = \frac{24}{5} = 4,8$$



متوسط

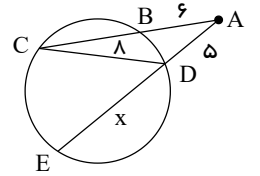
از B به E و از D به C وصل می کنیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸



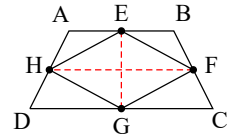
$$\begin{cases} \widehat{A} = \widehat{A} \text{ مشترک} \\ \widehat{C} = \widehat{E} \text{ محاطی} \end{cases} \xrightarrow{\text{ز ز}} \triangle ADC \sim \triangle ABE \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AC}{AE}$$

$$\Rightarrow AB \times AC = AD \times AE \Rightarrow 6 \times (6 + 8) = 5 \times (5 + x) \Rightarrow 84 = 25 + 5x$$

$$5x = 59 \Rightarrow x = \frac{59}{5} = 11,8$$



متوسط
 ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹



$$EG \perp HF$$

HF و EG عمود منصف یکدیگرند $HF \parallel AB \parallel DC$

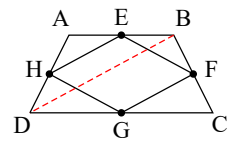
H و F وسط ساقها

در نتیجه چهارضلعی قطرهای آن عمود منصف یکدیگر باشند، لوزی است.

روش دوم: در دوزنقه متساوی الساقین قطرها با هم برابرند. یعنی:

$$\triangle ABD : \frac{AE}{EB} = \frac{AH}{HD} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow HE \parallel BD, HE = \frac{1}{2}BD$$

$$\triangle BDC : \frac{CF}{FB} = \frac{CG}{GD} = 1 \Rightarrow FG \parallel BD, FG = \frac{1}{2}BD$$



به همین صورت: $HG = EF = \frac{1}{2}AC, HG \parallel EF \parallel AC$

بنابراین در چهارضلعی EFGH هر چهارضلع دو به دو موازی و هر چهار ضلع برابرند بنابراین چهارضلعی ایجاد شده لوزی است.

متوسط
 ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

اگر شکل گسترده را جمع نماییم در این صورت صفحه‌ی ۱ با ۳ و ۵ و ۶ و ۲ با ۴ مقابل هم قرار می‌گیرند (موازی‌بند) بنابراین در گزینه‌ی ۳، ۵ و ۶ نمی‌توانند کنار هم باشند.

سخت
 ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

$$\begin{cases} \widehat{BAE} = \widehat{EAC} \\ \widehat{BAE} \text{ محاطی} = \frac{\widehat{BE}}{2}, \widehat{EAC} \text{ محاطی} = \frac{\widehat{CE}}{2} \end{cases} \Rightarrow \widehat{BE} = \widehat{CE}$$

$$\widehat{ADB} = 70^\circ \Rightarrow \widehat{ADC} = 110^\circ, \widehat{ADC} = \frac{\widehat{AC} + \widehat{BE}}{2} = \frac{\widehat{AC} + \widehat{CE}}{2} = \frac{\widehat{ACE}}{2} = 110^\circ$$

$$\widehat{ACE} = 220^\circ, \widehat{ABE} \text{ محاطی} = \frac{\widehat{ACE}}{2} = \frac{220^\circ}{2} = 110^\circ$$

سخت
 ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

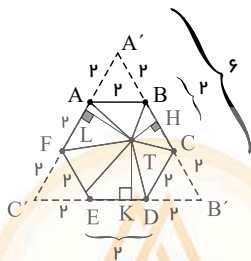
نکته: زیر مجموعه‌های غیر تهی A_1, A_2, \dots, A_n را یک افراز A می‌نامند هرگاه:

اولاً: اشتراک دوه‌دوی آنها تهی باشد. ثانیاً: اجتماع آنها برابر A باشد.

$\{\emptyset\}, \{a, b, c\}, \{a\}, \{b, c\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset\}$ دو افراز برای مجموعه A می‌باشند.

متوسط
 ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

متناسب شکل اضلاع شش‌ضلعی منتظم را ادامه می‌دهیم تا مثلث متساوی‌الاضلاع $A'B'C'$ و مثلث‌های متساوی‌الاضلاع $AA'B$ و $B'DC$ و EFC' بدست آید.



استاد علیرضا افشار

"مشاوره"

@Alirezaafsharofficial

$$A'B'C' \text{ متساوی‌الاضلاع} \Rightarrow TH + TL + TK = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

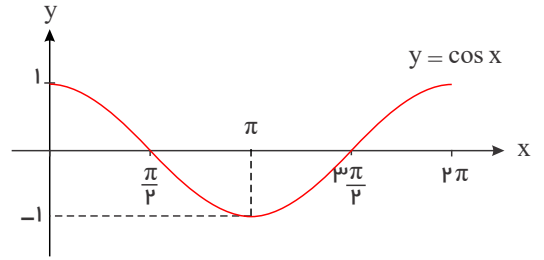
$$\Rightarrow S_{\triangle TBC} + S_{\triangle TAF} + S_{\triangle TDE} = \frac{1}{2} \times 2 \times (TH + TL + TK) = 3\sqrt{3}$$

داریم:

سخت

باتوجه به شکل وقتی $x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}$ میل می کند، مقادیر تابع $y = \cos x$ از مقادیر کم تر از صفر به عدد صفر نزدیک می شود. (۲۴) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{\sin x + [\cos x]}{\cos^2 x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{\sin x + [0^-]}{\cos^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{\sin x - 1}{\cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{\sin x - 1}{1 - \sin^2 x} \end{aligned}$$

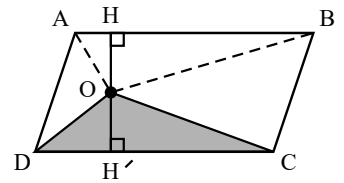


$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{\sin x - 1}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{-1}{1 + \sin x} = \frac{-1}{1 + 1} = -\frac{1}{2}$$

سخت

اگر O نقطه ای دلخواه درون متوازی‌الضلع $ABCD$ باشد، داریم: (۲۵) ۱ ۲ ۳ ۴

$$S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2}OH \times AB + \frac{1}{2}OH' \times DC$$



$$\xrightarrow{AB=DC} S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2}(OH + OH') \times AB \Rightarrow \frac{1}{2} \times HH' \times AB = \frac{1}{2}S_{ABCD}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle OCD} + S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}S_{ABCD} \Rightarrow S_{\triangle OCD} + 65 = \frac{1}{2} \times 300 = 150 \Rightarrow S_{\triangle OCD} = 85$$

سخت

داده‌ها را برحسب مرکز دسته به صورت صعودی مرتب می کنیم. (۲۶) ۱ ۲ ۳ ۴

۳, ۳, ۳, ۳, ۳, ۳, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵, ۷, ۷, ۷, ۷, ۹, ۹, ۹, ۹, ۹, ۹, ۹, ۹, ۹, ۹, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱

تعداد داده‌ها ۳۳ تا است و میانه داده ۱۶ ام است.

میانه = ۷

سخت

می دانیم که اگر باقی مانده تقسیم تابع $P(x)$ بر $x - a$ برابر عدد k باشد، آنگاه: $P(a) = k$ (۲۷) ۱ ۲ ۳ ۴

$$x = 2 \rightarrow 8 + 4a + 2b + 4 = 2 \rightarrow 4a + 2b = -10 \rightarrow 2a + b = -5$$

$$x = -3 \rightarrow -27 + 9a - 3b + 4 = 2 \rightarrow 9a - 3b = 25$$

$$b = \frac{-19}{3}, \quad a = \frac{2}{3}$$

$$a \times b = \frac{-38}{9}$$

متوسط

(۲۸) ۱ ۲ ۳ ۴

$$A^2 = 5I \rightarrow A^2 + 8I = 13I \rightarrow (A + 2I)(A^2 - 2A + 4I) = 13I$$

$$\rightarrow (A + 2I)^{-1} = \frac{1}{13}(A^2 - 2A + 4I)$$

سخت

روش اول: (۲۹) ۱ ۲ ۳ ۴

$$b = (m + 2, -2, 1)$$

$$\begin{cases} a = (-1, 1, -2) \\ c = (2, 0, -1) \end{cases} \times$$

$$a \times c = (-1, -5, -2)$$

$$V = \frac{1}{6}|b \cdot (a \times c)| = 1$$

$$V = \frac{1}{6}|(m + 2, -2, 1) \cdot (-1, -5, -2)| = 1 \Rightarrow |-m - 2 + 10 - 2| = 6$$

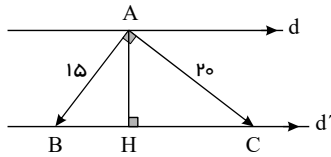
$$\Rightarrow |-m + 6| = 6 \Rightarrow |m - 6| = 6 \Rightarrow m = \begin{cases} 12 \\ 0 \end{cases}$$

$$V = \frac{1}{6}|b \cdot (a \times c)| = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} m+2 & -2 & 1 & m+2 & -2 \\ -1 & 1 & -2 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 1$$

روش دوم: حل دترمینان 3×3 به روش ساروس:

$$\Rightarrow \frac{1}{6} |(-m - 2 + 8 + 0) - (2 + 0 - 2)| = 1 \Rightarrow |-m + 6| = 6$$

$$\Rightarrow |m - 6| = 6 \Rightarrow m - 6 = \begin{cases} 6 \\ -6 \end{cases} \Rightarrow m = \begin{cases} 12 \\ 0 \end{cases}$$



برای یافتن AH داریم:

$$BC^2 = 15^2 + 20^2 \Rightarrow BC = 25, \quad AH = \frac{AB \times AC}{BC} \Rightarrow AH = \frac{15 \times 20}{25} = 12$$

متوسط
1 2 3 4 30

نکته: برای پیدا کردن مختصات قرینه یک نقطه نسبت به محور OZ، مؤلفه Z آن ثابت و مؤلفه های x و y قرینه می شوند.

1 2 3 4 31

$$A(m, -2m, 1) \xrightarrow{\text{قرینه A نسبت به oz}} (-m, 2m, 1) = B = (2n, n - 5, 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -m = 2n \\ 2m = n - 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} m = -2 \\ n = 1 \end{cases}$$

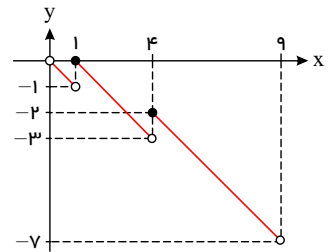
بنابراین $C = (-2, 4, 0)$ است با توجه به مختصات نقاط A و B که به صورت $B = (2, -4, 1)$ و $A = (-2, 4, 1)$ تعریف می شوند، نقطه C تصویر قائم نقطه A روی صفحه xy است.

متوسط

تابع داده شده را رسم می کنیم و باید آن را به تابع چند ضابطه ای تبدیل کنیم.

1 2 3 4 32

$$\begin{aligned} 0 < x < 1 &\rightarrow 0 < \sqrt{x} < 1 \xrightarrow{[\sqrt{x}] = 0} y = -x \\ 1 \leq x < 4 &\rightarrow 1 \leq \sqrt{x} < 2 \xrightarrow{[\sqrt{x}] = 1} y = 1 - x \\ 4 \leq x < 9 &\rightarrow 2 \leq \sqrt{x} < 3 \xrightarrow{[\sqrt{x}] = 2} y = 2 - x \end{aligned}$$



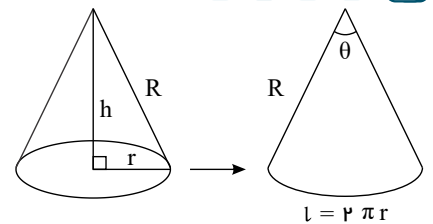
نمودار دارای 2 ماکسیمم نسبی در $x = 1$ و $x = 4$ بوده و فاقد مینیمم نسبی است.

سخت

1 2 3 4 33

$$h = 2\sqrt{2}r, \quad R^2 = h^2 + r^2$$

$$\Rightarrow R^2 = 8r^2 + r^2 = 9r^2 \Rightarrow R = 3r$$



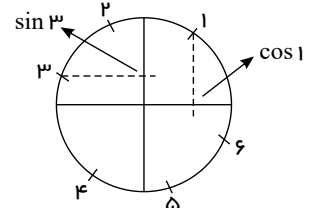
$$\theta = \frac{l}{R} = \frac{2\pi r}{R} = \frac{2\pi r}{3r} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow D = \frac{2 \times 180}{3} = 120^\circ$$

ابتدا توجه کنید که $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$, $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ و زوایای داده شده در گزینه ها برحسب رادیان هستند.

1 2 3 4 34

$$1 \text{ rad} \approx 57^\circ \Rightarrow \begin{cases} 2 \text{ rad} \approx 114^\circ \\ 3 \text{ rad} \approx 171^\circ \\ 4 \text{ rad} \approx 228^\circ \end{cases}$$



متوسط



گزینه ۱، نادرست است، زیرا: $\sin 4 < 0 < \cos(-1)$

گزینه ۲، نادرست است، زیرا: $\cos 2 < 0 < \sin 1$

گزینه ۴، نادرست است، زیرا: $\cos(-2) < 0 < \sin(-4)$

گزینه ۳، با توجه به دایره مثلثاتی (شکل بالا) درست است.

متوسط

می‌دانیم: زاویه بین دو خط با شیب‌های m و m' (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۵)

$$\tan \theta = \left| \frac{m - m'}{1 + m \cdot m'} \right|$$

فرض کنید شیب خط مماس، m باشد. از آنجا که محور طول‌ها شیب صفر دارد، لذا زاویه بین خط مماس و محور طول‌ها برابر است با:

$$\tan \theta = \left| \frac{m - 0}{1 + m(0)} \right| = |m|$$

چون شیب نیم‌ساز اول و دوم برابر ۱ و -۱ است بنابراین:

$$|m| = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

در نتیجه خط مماس در نقطه A به طول α ، شیب ± 1 دارد، لذا خواهیم داشت:

$$y = x^2 + x + 3 \Rightarrow y' = 2x + 1 \xrightarrow{x=\alpha} y'(\alpha) = 2\alpha + 1 \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha + 1 = 1 \Rightarrow \alpha = 0 \\ 2\alpha + 1 = -1 \Rightarrow \alpha = -1 \end{cases}$$

متوسط

(۱) (۲) (۳) (۴) (۳۶)

$$S = \{a, b, c, d, e\} \xrightarrow{P(S)=1} P(a) + P(b) + P(c) + P(d) + P(e) = 1$$

$$A = \{a, b\} \Rightarrow P(A) = P(a) + P(b) = \frac{1}{2}$$

$$B = \{b, c\} \Rightarrow P(B) = P(b) + P(c) = \frac{1}{4}$$

$$C = \{b, d, e\} \Rightarrow P(C) = P(b) + P(d) + P(e) = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow (P(a) + P(b)) + (P(b) + P(c)) + (P(b) + P(d) + P(e)) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{13}{12}$$

$$\Rightarrow \underbrace{P(a) + P(b) + P(c) + P(d) + P(e)}_{P(S)=1} + 2P(b) = \frac{13}{12} \Rightarrow 2P(b) = \frac{13}{12} - 1 = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow P(b) = \frac{1}{24}$$

$$P(\{a, b, c\}) = P(A) + P(B) - P(b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{24} = \frac{17}{24}$$

سخت

(۱) (۲) (۳) (۴) (۳۷)

$$5^{\log x} - 3^{(\log x)-1} = 3^{(\log x)+1} - 5^{(\log x)-1}$$

با فرض $t = \log x$ داریم:

$$5^t - 3^{t-1} = 3^{t+1} - 5^{t-1} \Rightarrow 5^t + 5^{t-1} = 3^{t+1} + 3^{t-1}$$

$$\Rightarrow 5^{t-1}(5 + 1) = 3^{t-1}(3^2 + 1) \Rightarrow \frac{5^{t-1}}{3^{t-1}} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \Rightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^{t-1} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow t - 1 = 1 \Rightarrow t = 2 \Rightarrow \log x = 2 \Rightarrow x = 10^2 = 100$$

$$\log_{\sqrt{3}}(x^{-19}) = \log_{\sqrt{3}}(100^{-19}) = \log_{\sqrt{3}} 1 = \log_{\sqrt{3}} 3^0 = \log_{\sqrt{3}} 3^{\frac{0}{2}} = 0 \times 2 \log_{\sqrt{3}} 3 = 0$$

استاد علیرضا افشار

طبق اصل لانه کیوتری در بدترین حالت این امکان وجود دارد که هر ۱۰ نفر دارای دقیقاً ۳۵۰ سکه باشند که این حالت مستلزم آن است که هر ۷ نفر بار انتخاب (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۸)

شده باشد که روی هم می‌شود $10 \times 7 = 70$.

اما چون در هر مرحله ۴ نفر انتخاب می‌شوند، پس در بدترین حالت طبق اصل لانه کیوتری می‌توان ۱۷ بار این عمل را تکرار کرد. در هجدهمین دور انتخاب افراد $(18 \times 4 > 70)$ ، حتماً فردی

سخت

وجود خواهد داشت که برای بار هشتم انتخاب شده باشد و در نتیجه حداقل ۴۰۰ سکه به او رسیده است.
سخت

برای این که بینیم ربات در چه لحظاتی مقادیر ماکسیمم و مینیمم را برای مکان خود اختیار می کند، باید اکستریم های مطلق $d(t)$ را بیابیم:

$$d'(t) = 4t^3 - 16t = 0 \Rightarrow 4t(t^2 - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 0 \\ t = 2 \end{cases} \text{ غرق}$$

حال مقدار تابع را در هریک از نقاط بحرانی و هم چنین نقاط انتهایی بازه محاسبه می کنیم:

$$d(0) = 8, \quad d(2) = -8, \quad d(3) = 17$$

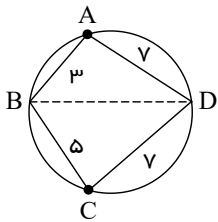
پس باید سرعت متوسط را در بازه $[2, 3]$ پیدا کنیم:

$$\frac{d(3) - d(2)}{3 - 2} = \frac{17 - (-8)}{1} = 25$$

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰

قطر BD را رسم می کنیم؛ داریم:



$$\triangle ABD: \text{ قضیه کسینوس ها } BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \times AD \times \cos \hat{A} \rightarrow BD^2 = 9 + 49 - 2 \times 3 \times 7 \times \cos \hat{A} = 58 - 42 \cos \hat{A} \quad (1)$$

$$\triangle BCD: \text{ قضیه کسینوس ها } BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2BC \times CD \cos \hat{C} = 9 + 9 - 2 \times 3 \times 3 \cos \hat{C} = 18 - 18 \cos \hat{C} \quad (2)$$

$$(1) = (2) \rightarrow 58 - 42 \cos \hat{A} = 18 - 18 \cos \hat{C} \xrightarrow{\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \rightarrow \cos \hat{C} = -\cos \hat{A}}$$

$$112 \cos \hat{A} = -16 \rightarrow \cos \hat{A} = -\frac{1}{7} \begin{cases} \rightarrow \sin \hat{A} = \sqrt{1 - \cos^2 \hat{A}} = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{7}\right)^2} = \frac{4\sqrt{3}}{7} \\ \rightarrow BD = \sqrt{58 - 42\left(-\frac{1}{7}\right)} = \sqrt{64} = 8 \end{cases}$$

$$\text{قضیه سینوس ها } \frac{BD}{\sin \hat{A}} = 2R \rightarrow \frac{8}{\frac{4\sqrt{3}}{7}} = 2R \rightarrow R = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

سخت

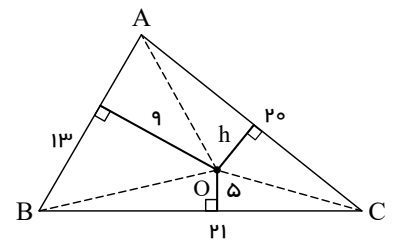
مطابق دستور هرون داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$P = \frac{13 + 20 + 21}{2} = 27, \quad S_{\triangle ABC} = \sqrt{27(27-13)(27-20)(27-21)} = \sqrt{27 \times 14 \times 7 \times 6} = 126$$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABO} + S_{\triangle BCO} + S_{\triangle ACO} \Rightarrow 126 = \frac{1}{2} \times 9 \times 13 + \frac{1}{2} \times 5 \times 21 + \frac{1}{2} \times h \times 20 \xrightarrow{\times 2}$$

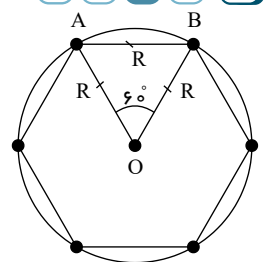
$$252 = 117 + 105 + 20h \rightarrow 20h = 252 - 222 = 30 \rightarrow h = \frac{30}{20} = 1.5$$



سخت

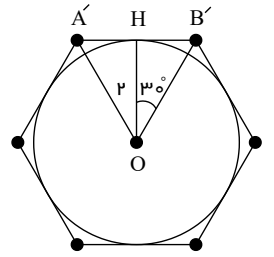
۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲

$$S = 6 = 6 \times S_{\triangle OAB} = 6 \times \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} = 6\sqrt{3} \Rightarrow R^2 = 4 \rightarrow R = 2$$



$$\Delta OB'H : \tan 30^\circ = \frac{B'H}{OH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{B'H}{2} \Rightarrow B'H = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A'B' = 2B'H = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

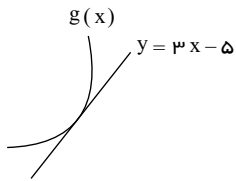
$$S_{\text{ضلعی منظم } \epsilon} = \epsilon \times S_{\Delta OA'B'} = \epsilon \times \frac{A'B' \times \sqrt{3}}{4} = \frac{\epsilon \times \frac{4\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{3}}{4} = \frac{\epsilon \times 4}{4} = \epsilon$$



سخت

1 2 3 4 43

می دانیم که $(f \circ g)'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x))$ و $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a)$ است.



$$\Rightarrow g(2) = 1, \text{ شیب خط مماس } = 3 \Rightarrow g'(2) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} f'(1) = \frac{2}{3} \Rightarrow f'(1) = \frac{4}{3}$$

$$(f \circ g)'(2) = g'(2) \cdot f'(g(2)) = 3 f'(1) = 3 \times \frac{4}{3} = 4$$

متوسط

می دانیم: 1 2 3 4 44

$$y = \log_2^{x-2} \xrightarrow{\text{دامنه}} x - 2 > 0 \rightarrow \boxed{x > 2}$$

$$3^{x^2-2} = 81^x \rightarrow 3^{x^2-2} = 3^{4x} \rightarrow x^2 - 2 = 4x \rightarrow x^2 - 4x = 2$$

$$\rightarrow (x-2)^2 - 4 = 2 \rightarrow (x-2)^2 = 6 \rightarrow x-2 = \pm\sqrt{6} \rightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{6} \\ x = 2 - \sqrt{6} < 2 \end{cases}$$

می دانیم $\log_k^a m = \frac{n}{m} \log_k^a$ است.

$$\log_2^{x-2} = \log_2^{2+\sqrt{6}-2} = \log_2^{\sqrt{6}} = \log_2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

متوسط

بررسی گزینه ها: 1 2 3 4 45

گزینه ۱:

$$x \in B' \Rightarrow x \notin B \xrightarrow{A \subseteq B} x \notin A \Rightarrow x \in A' \Rightarrow B' \subseteq A'$$

$$A - B = \emptyset \Rightarrow A \cap B' = \emptyset$$

$$x \in A \xrightarrow{A \cap B' = \emptyset} x \notin B' \Rightarrow x \in B \Rightarrow A \subseteq B$$

$$\left. \begin{aligned} A - B = \emptyset &\Rightarrow A \subseteq B \\ B - A = \emptyset &\Rightarrow B \subseteq A \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = B$$

$$A = \{1\}, B = \{1, 2\}, C = \{2\}$$

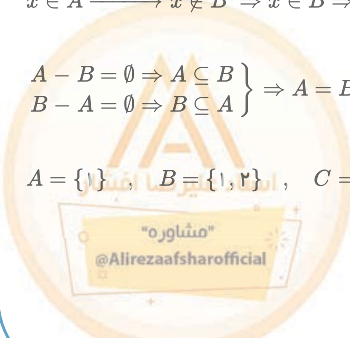
گزینه ۳: در مجموعه $A - B$ و $B - A$ جدا از هم هستند، بنابراین تنها در صورتی مساوی یکدیگرند که هر دو تهی باشند، یعنی:

گزینه ۴: مثال نقض برای رابطه داده شده به صورت زیر است:

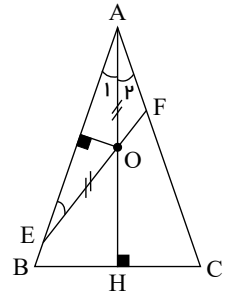
همان طور که مشاهده می شود $A \cup B = A \cup C = \{1, 2\}$ است، در حالی که $B \neq C$ می باشد.

متوسط

میانه و ارتفاع است پس ΔABC متساوی الساقین است. و AH نیمساز \hat{A} نیز می باشد. 1 2 3 4 46



$$\left. \begin{aligned} \hat{A} \text{ نیمساز } AH \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ O \rightarrow OE = OA \rightarrow \hat{AEF} = \hat{A}_1 \\ \rightarrow \hat{AEF} = \hat{A}_2 \\ \hat{AHC} : \hat{A}_2 = 90^\circ - \hat{C} \end{aligned} \right\} \rightarrow \hat{AEF} = 90^\circ - \hat{C}$$



سخت

1 2 3 4 47

نکته: گزاره‌نمای شامل متغیر x که با سور عمومی همراه است زمانی درست است که مجموعه جواب با دامنه متغیر یکسان باشد به عبارت دیگر هیچ مثال نقضی وجود نداشته باشد.
نکته: گزاره‌نمای شامل متغیر x که با سور وجودی همراه می‌باشد وقتی درست است که مجموعه جواب آن تهی نباشد. به عبارت دیگر بتوان یک عضو از دامنه متغیر مانند a یافت به طوری که اگر به جای x در $p(x)$ قرار داد، $p(a)$ درست باشد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: گزاره سوری نادرست است چون به ازای $x = 1$ عبارت $\frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ تعریف نمی‌شود.

گزینه ۲: گزاره سوری درست است زیرا $x = 3$ در عبارت $x^2 < 2^x$ صدق می‌کند.

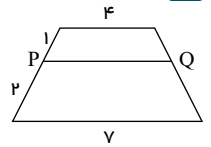
گزینه ۳: گزاره سوری نادرست است زیرا به ازای $x = 1$ ، k برابر صفر شده که عضو \mathbb{N} نمی‌باشد.

گزینه ۴: گزاره سوری نادرست است چون در معادله $3x^2 - 5x + 4 = 0$ مقدار $\Delta = -23$ منفی بوده و ریشه ندارد یعنی به ازای هیچ مقداری از x معادله برقرار نمی‌باشد.

متوسط

1 2 3 4 48

$$PQ = \frac{1 \times 7 + 2 \times 4}{1 + 2} = \frac{15}{3} = 5$$



متوسط

از عبارت $g(x)$ مشتق می‌گیریم؛ داریم:

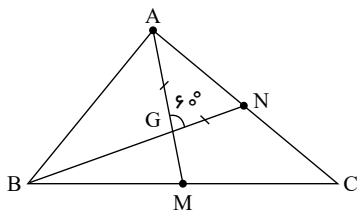
1 2 3 4 49

$$g(x) = \frac{f(x)}{x} \Rightarrow g'(x) = \frac{f'(x)x - f(x)}{x^2}$$

$$\xrightarrow{x=4} g'(4) = \frac{4f'(4) - f(4)}{16} = \frac{f'(4)=-5, f(4)=4}{16} = \frac{4(-5) - 4}{16} = \frac{-24}{16} = \frac{-3}{2}$$

متوسط

1 2 3 4 50



می‌دانیم: میانه‌ها در نقطه تلاقی یکدیگر را به نسبت ۱ به ۲ قطع می‌کنند، داریم:

$$\left. \begin{aligned} AG = \frac{2}{3}AM = \frac{8}{3} \\ GN = \frac{1}{3}BN = \frac{8}{3} \end{aligned} \right\} \rightarrow AG = GN \rightarrow \text{مثلث } AGN \text{ متساوی‌الاضلاع است.} \\ \hat{AGN} = 60^\circ$$

$$AN = AG = \frac{8}{3} \\ AC = 2AN = 2 \times \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$$

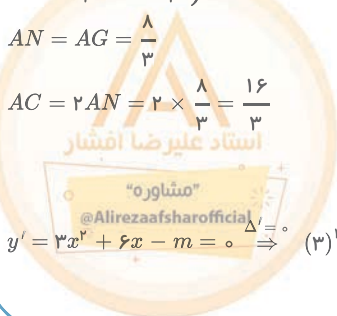
سخت

باید معادله $y' = 0$ فقط یک ریشه داشته باشد.

1 2 3 4 51

$$y' = 3x^2 + 6x - m = 0 \Rightarrow (3)^2 - 3(-m) = 0 \Rightarrow 9 + 3m = 0 \Rightarrow m = -3$$

سخت



جواب نامعادله $\frac{ax+6}{x+b} > 0$ بازه $(-2, 3)$ است؛ پس اولاً $a < 0$ است و ثانياً ریشه‌های صورت و مخرج کسر یا -2 هستند یا 3 ؛ بنابراین:

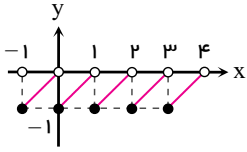
$$\begin{cases} ax+6=0 \Rightarrow x=-\frac{6}{a} > 0 \\ x+b=0 \Rightarrow x=-b \end{cases}$$

پس:

$$\begin{cases} -\frac{6}{a}=3 \Rightarrow a=-2 \Rightarrow a-b=-4 \\ -b=-2 \Rightarrow b=2 \end{cases}$$

سخت

تابع مخرج به صورت $f(x) = x - [x] - 1$ است. به نمودار تابع توجه کنید:



همواره $f(x) \neq 0$ است؛ یعنی مخرج فاقد ریشه است، اما دقت کنید که مثلاً در $x = 2$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$x = 2$ مجانب قائم است. به همین ترتیب $x = 3$ و $x = 4$ نیز مجانب‌های قائم‌اند.

تذکر: این مثال نشان می‌دهد که در توابع کسری، مجانب‌های قائم الزاماً در ریشه‌های مخرج نیستند.

سخت

مختصات $(0, 7)$ و $(-3, 0)$ در ضابطه تابع صدق می‌کند.

$$\begin{cases} f(0) = -1 + a^b = 7 \Rightarrow a^b = 8 \\ f(-3) = -1 + a^{-3+b} = 0 \Rightarrow a^{-3+b} = 1 \\ \Rightarrow a^{-3+b} = a^0 \Rightarrow -3+b=0 \Rightarrow b=3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{a^b=8} a^3 = 8 \Rightarrow a^3 = 2^3 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow f(x) = -1 + 2^{x+3}$$

حال فرض کنیم $f^{-1}(1) = t$ است، پس $f(t) = 1$ است:

$$f(t) = -1 + 2^{t+3} = 1 \Rightarrow 2^{t+3} = 2^1 \Rightarrow t+3=1 \Rightarrow t=-2$$

پس $f^{-1}(1) = -2$ است.

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵

دامنه تعریف تابع $\mathbb{R} - \{0\}$ است و تابع در دامنه خود پیوسته است. با دو بار مشتق‌گیری نقطه عطف را می‌یابیم:

$$f(x) = \frac{(2-x)^2}{x} \Rightarrow f(x) = \frac{4-4x+x^2}{x} \Rightarrow f(x) = \frac{4}{x} - 4 + x \Rightarrow f'(x) = \frac{-4}{x^2} + 1 \Rightarrow f''(x) = \frac{8}{x^3}$$

عبارت $f''(x) = \frac{8}{x^3}$ در $x = 0$ تغییر علامت می‌دهد، اما توجه کنید که تابع f در نقطه $x = 0$ تعریف نشده است. بنابراین تابع f ، فاقد نقطه عطف است.

سخت

چون جهت حرکت مشخص نیست، می‌توان نتیجه گرفت نوع حرکت ممکن است هر سه مدل ذکر شده باشد و بنابراین h یا Δy نیز ممکن است افزایش یا

کاهش یابد و یا حتی ابتدا کاهش و سپس افزایش بیابد و طبق رابطه $W_{mg} = mgh$ می‌توان گفت W_{mg} نیز بسته به شرایط ممکن است افزایش، کاهش و یا ابتدا کاهش و سپس افزایش بیابد.

سخت

ابتدا رابطه‌ی بازدهی ماشین گرمایی کارنو را یک‌بار با دمای چشمه‌ی سرد $T_{L_1} = 27 + 273 = 300K$ و یک بار نیز با دمای چشمه‌ی سرد

$T_{L_2} = 15 + 273 = 288K$ می‌نویسیم:

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \begin{cases} \xrightarrow{T_{L_1}=300K} \eta_{\max 2} = 1 - \frac{288}{T_H} \\ \xrightarrow{T_{L_2}=288K} \eta_{\max 1} = 1 - \frac{300}{T_H} \end{cases}$$

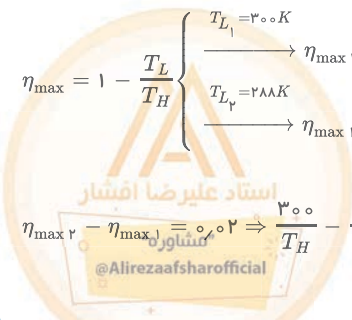
می‌دانیم با کاهش دمای چشمه‌ی سرد از T_{L_1} به T_{L_2} ، بازدهی ماشین 20% افزایش یافته است، بنابراین:

$$\eta_{\max 2} - \eta_{\max 1} = 20\% \Rightarrow \frac{300}{T_H} - \frac{288}{T_H} = \frac{2}{100} \Rightarrow \frac{12}{T_H} = \frac{2}{100} \Rightarrow T_H = 600K$$

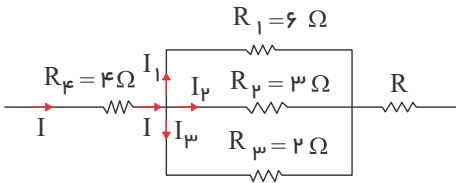
سخت

با به دست آوردن جریان هر شاخه داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸

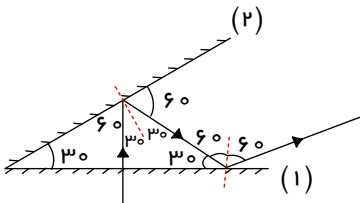


$$\begin{cases} V_1 = V_2 = V_3 \\ I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{I}{6}, I_2 = \frac{I}{3}, I_3 = \frac{I}{2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_2 I_2^2}{R_1 I_1^2} = \frac{6 \times \frac{I^2}{36}}{4 \times \frac{I^2}{36}} = \frac{1}{4} \end{cases}$$



متوسط

باتوجه به قانون بازتاب عمومی مشخص است، پس از دومین بازتاب زاویه‌ی بین پرتو تابش و بازتابش روی آینه‌ی (۱)، 120° است و چون زاویه‌ی پرتو بازتاب از آینه‌ی (۲) با سطح آن آینه برابر، 60° است می‌توان نتیجه گرفت، امکان ندارد مثلثی بین پرتو بازتاب از آینه‌ی (۲) و (۱) و آینه‌ی (۲) ایجاد شود، در نتیجه می‌توان گفت، پرتو فقط دو بار با آینه‌ها برخورد می‌کند.



سخت

در حالت تعادل، نرخ انتقال گرما از هر دو میله یکسان است. لا با استفاده از رابطه‌ی رسانندگی گرمایی $\frac{Q}{t} = \frac{KA\Delta\theta}{L}$ داریم:

$$\frac{Q_A}{t_A} = \frac{Q_B}{t_B} \rightarrow \frac{K_A A_A (\theta - 20)}{L_A} = \frac{K_B A_B (100 - \theta)}{L_B}$$

$$\rightarrow \frac{2K_B (\theta - 20)}{3L_B} = \frac{K_B (100 - \theta)}{L_B}$$

$$\rightarrow 2\theta - 40 = 300 - 3\theta \rightarrow 5\theta = 340 \rightarrow \theta = 68^\circ C$$

متوسط

باتوجه به شکل، ماشین گرمایی (۱)، گرمای Q_H را گرفته و گرمای Q_{L1} را پس می‌دهد. داریم:

$$\eta_1 = \frac{|W_1|}{Q_H} \Rightarrow 0.4 = \frac{|W_1|}{Q_H} \Rightarrow |W_1| = 0.4Q_H (1)$$

$$Q_H = |W_1| + |Q_{L1}| \xrightarrow{(1)} |Q_{L1}| = Q_H - 0.4Q_H \Rightarrow |Q_{L1}| = 0.6Q_H$$

گرمای خروجی از ماشین اول وارد ماشین گرمایی دوم می‌شود، بنابراین داریم:

$$Q_{H2} = |Q_{L1}| \Rightarrow Q_{H2} = 0.6Q_H$$

$$\eta_2 = \frac{|W_2|}{Q_{H2}} \Rightarrow 0.5 = \frac{|W_2|}{0.6Q_H} \Rightarrow |W_2| = 0.3Q_H (2)$$

با استفاده از (۱) و (۲)، داریم:

$$\frac{|W_1|}{|W_2|} = \frac{0.4Q_H}{0.3Q_H} \Rightarrow \frac{|W_1|}{|W_2|} = \frac{4}{3}$$

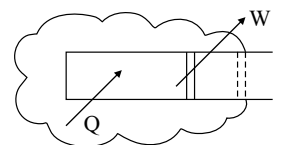
سخت

فرایند هم حجم: در فرایند هم حجم $W = W' = 0$ است. بنابراین در این فرایند $\Delta u \times W' = 0$ است.

فرایند هم فشار: در فرایند هم فشار از آنجا که $|Q_P| > |W_P|$ می‌باشد، پس علامت Δu همواره هم علامت با Q_P است. بنابراین داریم:

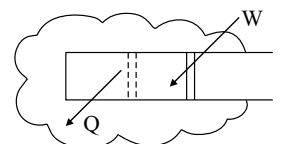
اگر گاز گرما بگیرد (فرایند انبساطی): در اینصورت $\Delta u > 0$ و حجم گاز کامل افزایش می‌یابد.

$$\begin{cases} \Delta u > 0 \\ W < 0 \rightarrow W' > 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta u \times W' > 0$$



اگر گاز گرما از دست بدهد (فرایند تراکمی): در اینصورت $\Delta u < 0$ و حجم گاز کامل افزایش می‌یابد.

$$\begin{cases} \Delta u < 0 \\ W > 0 \rightarrow W' < 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta u \times W' > 0$$



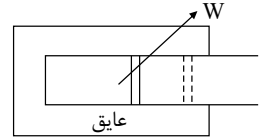
فرایند هم دما: در این فرایند $\Delta u = 0$ است. بنابراین $\Delta u \times W' = 0$ خواهد بود.

فرایند بی درو: در این فرایند همواره $Q = 0$ است. در نتیجه $\Delta u = W$ می‌باشد. بنابراین:



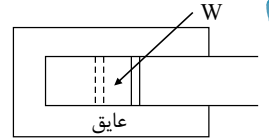
در فرایند بی دروی انبساطی: حجم گاز افزایش می یابد و $\Delta u = W < 0$

$$\begin{cases} W < 0 \rightarrow \Delta u = W < 0 \\ W' > 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta u \times W' < 0$$



در فرایند بی دروی تراکمی: حجم گاز کاهش می یابد و $\Delta u = W > 0$

$$\begin{cases} W > 0 \rightarrow \Delta u = W > 0 \\ W' < 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta u \times W' < 0$$



سخت

۶۳) می دانیم انرژی مکانیکی یک نوسانگر ساده از رابطه $E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$ به دست می آید. اگر طولی از موج به اندازه یک طول موج را در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \xrightarrow{\omega = 2\pi f} E = \frac{1}{2} m 4\pi^2 f^2 A^2 \xrightarrow{\substack{m = \mu L \\ L = \lambda = \frac{v}{f}}} E = 2\pi^2 \mu v f A^2$$

$$\bar{P} = \frac{E}{T} \xrightarrow{T = \frac{1}{f}} \bar{P} = 2\pi^2 \mu v f^2 A^2$$

$$= 2 \times 10 \times 20 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^2 \times (10 \times 10^{-3})^2 = 8 \times 10^{-2} W \Rightarrow \bar{P} = 80 mW$$

سخت

۶۴) ابتدا طبق رابطه $\rho_r = \rho_1 (1 + \alpha \Delta \theta)$ مقاومت ویژه را دمای جدید محاسبه کنیم:

$$\rho_r = \rho_1 (1 + \alpha \Delta \theta) \Rightarrow \rho_r = \frac{3}{2} \times 10^{-7} (1 + \frac{2}{3} \times 10^{-5} \times 50) = 2 \times 10^{-7} \Omega \cdot m$$

حال از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ می توان سطح مقطع را محاسبه کرد:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow 1 = 2 \times 10^{-7} \times \frac{20}{A} \Rightarrow A = 4 \times 10^{-6} m^2 = 4 \times 10^{-2} cm^2$$

متوسط

۶۵) مقاومت لامپ در هر دو حالت یکسان است. بنابراین:

$$R_1 = R_2 \xrightarrow{R = \frac{V^2}{P}} \frac{V_1^2}{P_1} = \frac{V_2^2}{P_2} \Rightarrow \frac{(220)^2}{60} = \frac{(55)^2}{P_2} \Rightarrow P_2 = \frac{15}{4} W$$

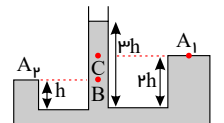
$$U = P \cdot t = \frac{15}{4} \times 60 = 225 J$$

متوسط

۶۶) فشار در نقاط هم تراز یک مایع ساکن برابر است، بنابراین فشار ناشی از مایع در زیر سطوح A_1 و A_2 را به صورت زیر محاسبه می کنیم:

$$P_A = P_B = \rho g(3h - h) = 2\rho gh \Rightarrow P_2 = 2\rho gh$$

$$P_D = P_C = \rho g(3h - 2h) = \rho gh \Rightarrow P_1 = \rho gh$$



$$F = PA \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{P_1}{P_2} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{A_1 = 2A_2} \frac{\rho gh}{2\rho gh} \times \frac{2A_2}{A_2} = 1$$

متوسط

۶۷) با هر بار تا کردن سیم طول آن $\frac{1}{2}$ برابر حالت قبل و سطح مقطع آن ۲ برابر حالت قبل می شود.

پس با n بار تا کردن داریم:

$$A_2 = 2^n A_1, \quad L_2 = \frac{1}{2^n} L_1$$

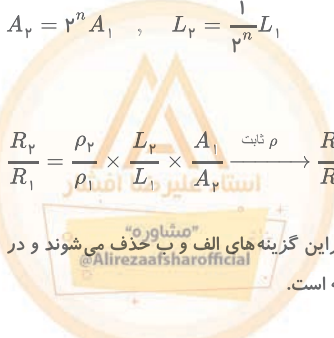
در نتیجه طبق رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ داریم:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_r}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{\text{استثنا: } \rho \text{ ثابت}} \frac{R_2}{R_1} = \frac{\frac{1}{2^n} L_1}{L_1} \times \frac{A_1}{2^n A_1} = \frac{1}{2^n} \times \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^{2n}}$$

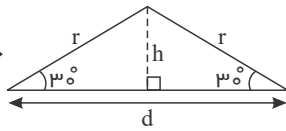
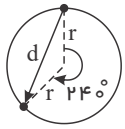
سخت

۶۸) عدد بیان شده دارای سه رقم بامعنا می باشد، زیرا صفر سمت چپ عدد در تعداد ارقام بامعنا محاسبه نمی شود؛ بنابراین گزینه های الف و ب حذف می شوند و در مورد دقت اندازه گیری، برابر با کمترین ارزش مکانی عدد بیان شده است که این آمپرسنج $0.001 A$ معادل یک میلی آمپر خطای اندازه گیری داشته است.

سخت



۶۹) عقربه ثانیه شمار در مدت ۴۰ ثانیه، $\frac{2}{3}$ دور (۲۴۰ درجه) می چرخد.



$$\cos 30^\circ = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)}{r} = \frac{d}{2r}$$

$$\Rightarrow d = 2r \cos 30^\circ$$

$$\Rightarrow d = 2r \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}r$$

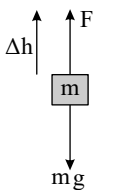
$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{\sqrt{3}r}{\Delta t} = \frac{\sqrt{3} \times 20 \text{ cm}}{40 \text{ s}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm/s}$$

۷۰) ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۰

$$W_F + W_{mg} = K_2 - K_1$$

$$F d \cos 0^\circ + (-mg \Delta h) = K_2 - K_1$$

$$F \times 4 - 2500 \times 4 = \frac{1}{2} \times 250 \times 4^2 \Rightarrow F = 3000 \text{ N}$$

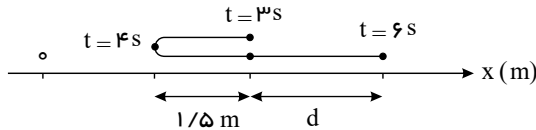


سخت

متوسط

۷۱) ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۱) باتوجه به نمودار $x-t$ ، این متحرک در ۳ ثانیه دوم حرکت ($3s < t < 6s$)، ابتدا در بازه زمانی $3s < t < 4s$ به اندازه ۱٫۵ متر در سوی منفی محور x حرکت می کند، سپس در لحظه ۴s تغییر جهت می دهد و در بازه زمانی $4s < t < 6s$ به اندازه همان ۱٫۵ متر در سوی مثبت محور x حرکت می کند و در نهایت در بازه زمانی $5s < t < 6s$ به حرکت در سوی مثبت محور x ادامه می دهد.

حرکت متحرک در ۳ ثانیه دوم حرکت را روی محور x به صورت شکل زیر نشان می دهیم.



اگر جابه جایی متحرک در ۳ ثانیه دوم حرکت را مطابق شکل d فرض کنیم، مسافت پیموده شده توسط آن برابر $l = d + 2 \times 1,5m = d + 3m$ می شود و داریم:

$$l = d + 3m \Rightarrow \frac{l}{\Delta t} = \frac{d}{\Delta t} + \frac{3m}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = v_{av} + \frac{3m}{3s} = v_{av} + 1m/s$$

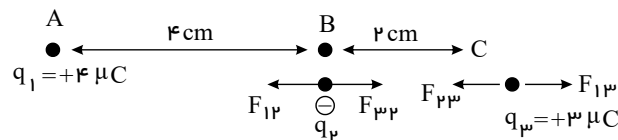
$$\xrightarrow{s_{av}=2,5m/s} 2,5m/s = v_{av} + 1m/s \Rightarrow v_{av} = 1,5m/s$$

بنابراین پاسخ گزینه ۲ است.

توجه: در این سؤال امکان محاسبه مسافت و جابه جایی و محاسبه سرعت متوسط از این طریق نیز وجود دارد.

سخت

۷۲) ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۲



در سؤال گفته شده برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 در خلاف جهت محور x هاست و می دانیم این نیرو از برآیند نیروهای F_{12} و F_{23} تشکیل شده است. خوب F_{12} که به دلیل هم نام بودن q_1 و q_2 دافعه بوده و به سمت $+$ محور x هاست. بنابراین نیروی F_{23} باید اولاً در جهت منفی محور x باشد (یعنی q_2 دارای بار منفی است). (ردّ گزینه ۱ و ۲) دوماً باید مقدارش از F_{12} بیشتر باشد تا برآیند نیروها به سمت منفی x ها باشد. حال طبق متن سؤال $\frac{F_2}{F_3} = \frac{3}{4}$ است که خواهیم داشت:

$$\frac{F_2}{F_3} = \frac{F_{23} + F_{12}}{F_{23} - F_{12}} \Rightarrow \frac{F_2}{F_3} = \frac{F_{23} - F_{12}}{F_{23} - F_{12}}$$

$$\frac{kq_2 |q_2|}{r_{22}^2} - \frac{kq_1 |q_2|}{r_{12}^2} = \frac{3 |q_2|}{4} - \frac{4 |q_2|}{4}$$

$$\frac{kq_2 |q_2|}{r_{22}^2} - \frac{kq_1 |q_2|}{r_{12}^2} = \frac{3 |q_2|}{4} - \frac{4 |q_2|}{4}$$

$$\frac{kq_2 |q_2|}{r_{22}^2} - \frac{kq_1 |q_2|}{r_{12}^2} = \frac{3 |q_2|}{4} - \frac{4 |q_2|}{4}$$

$$\rightarrow \frac{3}{4} = \frac{\frac{|q_r|}{2}}{\frac{3|q_r|}{4} - \frac{1}{3}} \Rightarrow |q_r| = 4\mu C \xrightarrow{q_r \text{ منفی بود}} q_r = -4\mu C$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۳ از یک طرف می‌دانیم طول ثانویه و طول اولیه یک میله رابطه زیر را دارند:

$$L_r = L_1(1 + \alpha \Delta T) \rightarrow L_r = L_1(1 + 10^{-3} \times (600 - 200)) = 1,4L_1$$

پس برای آسانسور با شتاب در جهت بالای $a = 2m/s^2$ داریم:

$$g_1 = g + a = 10 + 2 = 12m/s^2$$

و برای آسانسور با شتاب در جهت پایین داریم:

$$g_r = g - a = 10 - 2 = 8m/s^2$$

از طرفی از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ برای دوره تناوب آونگ ساده می‌توان نوشت:

$$\frac{T_1}{T_r} = \sqrt{\frac{L_1}{L_r}} \times \sqrt{\frac{g_r}{g_1}} = \sqrt{\frac{10}{14}} \times \sqrt{\frac{8}{12}} = \sqrt{\frac{10}{21}}$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱، درست است. عدد نوترونی 1_0C برابر ۶ و عدد نوترونی ${}^{13}_6C$ برابر ۷ است.

گزینه ۲، درست است. ایزوتوپ‌های یک عنصر، عدد اتمی مساوی و عدد نوترونی متفاوت است.

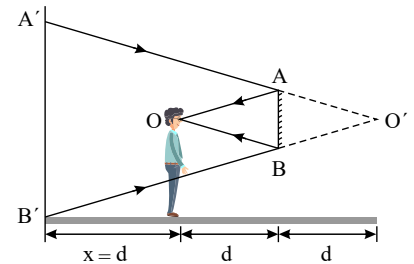
گزینه ۳، نادرست است. ایزوتوپ‌های یک عنصر در جدول تناوبی در یک مکان قرار می‌گیرند

گزینه ۴، درست است. (طبق اطلاعات جدول کتاب)

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۵ اگر مطابق شکل A', B' به ترتیب بالاترین و پایین‌ترین نقاطی از دیوار باشند که شخص می‌تواند آن‌ها را ببیند، آنگاه مطابق قانون بازتاب عمومی و قضیه تالس در مثلث‌ها می‌توان نوشت:

$$A'B'O' \sim ABO' \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{2d+x}{d}$$



هنگامی که شخص فاصله خود را از آینه ۱۰ درصد کم می‌کند، داریم:

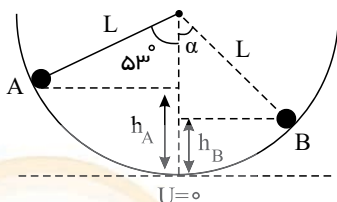
$$d' = d - 0,1d = 0,9d, \quad x' = x + 0,1d = d + 0,1d = 1,1d$$

$$\frac{A'B'_r}{A'B'_l} = \frac{2d'+x'}{d'} \Rightarrow \frac{A'B'_r}{A'B'_l} = \frac{2 \times 0,9d + 1,1d}{0,9d} = \frac{2,7d}{0,9d} = 3$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۶

با توجه به شکل روبرو و در نظر گرفتن این نکته که گلوله در نقطه‌های A و B ساکن است، داریم:



$$h_A = L - L \cos 53^\circ \Rightarrow h_A = 0,4L$$

$$h_B = L - L \cos \alpha \Rightarrow h_B = L(1 - \cos \alpha)$$

$$E_B - E_A = -\frac{1}{2}E_A \Rightarrow E_B = \frac{1}{2}E_A \Rightarrow K_B + U_B = \frac{1}{2}(K_A + U_A) \xrightarrow{K_A=K_B=0} U_B = \frac{1}{2}U_A$$

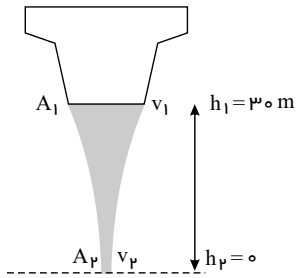
$$\Rightarrow mgh_B = \frac{1}{2}mgh_A \Rightarrow L(1 - \cos \alpha) = \frac{1}{2} \times 0,4L \Rightarrow \cos \alpha = 0,8 \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۷

همان‌طور که می‌دانیم طبق معادله پیوستگی در حرکت شاره‌ها با افزایش تندی شاره سطح مقطع آن کاهش می‌یابد. ابتدا از طریق قانون پایستگی انرژی

مکانیکی، تندی آب در ۳۰ متر پایین تر از شیر آب را به دست می آوریم. برای سادگی در این روابط، ارتفاع شیر آب را ۳۰ متر و ارتفاع نهایی را صفر در نظر می گیریم.



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 5^2 + 10 \times 30 = \frac{1}{2} v_2^2 + 0 \Rightarrow v_2 = 25 \text{ m/s}$$

حال با استفاده از معادله پیوستگی، سطح مقطع مورد نظر را می یابیم.

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow 1 \text{ cm}^2 \times 5 = A_2 \times 25 \Rightarrow A_2 = \frac{1}{5} \text{ cm}^2 = 0.2 \text{ cm}^2 = 20 \text{ mm}^2$$

سخت

افزایش طول یک میله از رابطه $\Delta L = \alpha L_1 \Delta \theta$ به دست می آید. داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۸)

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta \theta \Rightarrow 0.36 = 1.2 \times 10^{-5} \times 600 \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{36 \times 10^{-2}}{72 \times 10^{-4}} = \frac{1}{2} \times 10^2 = 50^\circ \text{C}$$

اکنون دمای ثانویه را بر حسب درجه سلسیوس محاسبه می کنیم.

$$\Rightarrow \Delta \theta = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow 50 = \theta_2 - 70 \Rightarrow \theta_2 = 120^\circ \text{C}$$

در گام آخر این دما را به درجه فارنهایت تبدیل می کنیم:

$$F_2 = \frac{9}{5} \theta_2 + 32 = \frac{9}{5} \times 120 + 32 = 158^\circ \text{F}$$

متوسط

بر اساس نتیجه مسابقه اول می توان نسبت تندی دو متحرک را محاسبه نمود: (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۹)

$$\Delta x_A = v_A t \Rightarrow 100 = v_A t \Rightarrow \frac{100}{80} = \frac{v_A}{v_B} \quad (1)$$

$$\Delta x_B = v_B t \Rightarrow 80 = v_B t$$

در حالت دوم طول مسیر دوندۀ A برابر با $100 + x$ متر و طول مسیر دوندۀ B برابر با 100 m است، بنابراین داریم:

$$\Delta x_A = v_A t \Rightarrow 100 + x = v_A t \Rightarrow \frac{100 + x}{100} = \frac{v_A}{v_B} \quad (2)$$

$$\Delta x_B = v_B t \Rightarrow 100 = v_B t$$

از (1) و (2) نتیجه می شود:

$$\frac{100}{80} = \frac{100 + x}{100} \Rightarrow 1000 = 800 + 8x \Rightarrow 200 = 8x \Rightarrow x = 25 \text{ m}$$

دوندۀ A اگر ۲۵ عقب تر از خط شروع باشد، هر دو با هم به خط پایان می رسند.

متوسط

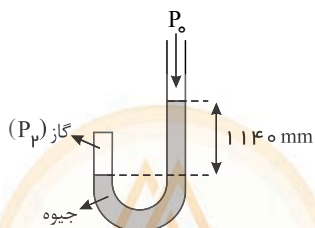
(۱) (۲) (۳) (۴) (۸۰)

$$|\bar{e}| = N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = 100 \times \frac{12 \times 10^{-4} \times (0.4 - 0.2)}{0.6 \times 10^{-3}} = 40 \text{ V}$$

متوسط

(۱) (۲) (۳) (۴) (۸۱)

فشار اولیه گاز: $P_1 = 76 \text{ mm.Hg} + P_0 = 76 \text{ mm.Hg} + 76 \text{ mm.Hg}$



با اضافه کردن جیوه به شاخه سمت راست، جیوه در شاخه سمت چپ بالاتر رفته و حجم گاز کم می شود (گزینه های ۲ و ۴) حذف می شوند.

فشار نهایی گاز: $P_2 = 114 \text{ mm.Hg} + P_0 = 152 \text{ mm.Hg} = 114 \text{ mm.Hg} + 76 \text{ mm.Hg} = 190 \text{ mm.Hg}$

T: ثابت $\Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 152 \times V_1 = 190 \times V_2$

$\Rightarrow V_2 = \frac{152}{190} V_1 = \frac{4}{5} V_1 \Rightarrow \Delta V = V_2 - V_1 = \frac{4}{5} V_1 - V_1 = -\frac{1}{5} V_1$

$$= \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \frac{-\frac{1}{5}V_1}{V_1} \times 100 = -\frac{1}{5} \times 100 = -20\% \Rightarrow$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۲ طبق رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ برای مقایسه مقاومت دو سیم خواهیم داشت:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

از آنجایی که $A = \pi r^2$ سیم، پس $A \propto r^2$ و چون $r_A = \sqrt{3}r_B$ ، پس $A_A = 3A_B$ ، و چون سیم‌ها هم جنس (مس) هستند ρ آنها برابر خواهد بود و اما نسبت طول (L) ها!
در سؤال گفته شده سیم‌ها هم جرم هستند. پس:

$$m_A = m_B \xrightarrow{m=\rho V} V_A = V_B$$

$$\xrightarrow{V=AL} A_A L_A = A_B L_B \xrightarrow{A_A=3A_B} 3L_A = L_B$$

$$\frac{R_A}{R_B} = 1 \times \frac{L_A}{3L_A} \times \frac{A_B}{3A_B} = \frac{1}{9} \Rightarrow R_A = 10\Omega$$

نکته: اگر جرم دو سیم هم جنس یکسان باشد نسبت طول و سطح مقطع آن‌ها معکوس هم است!

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۳ کمینه و بیشینه طول موج رشته پاشن را حساب می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{min} \xrightarrow{n=\infty} \frac{1}{\lambda_{min}} = R \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = 0,7 \cdot 11 \left(\frac{1}{9} - 0 \right) = \frac{11}{9000} \Rightarrow \lambda_{min} = \frac{9000}{11} = 818,1 nm \\ \lambda_{max} \xrightarrow{n=4} \frac{1}{\lambda_{max}} = R \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r^2} \right) = 0,7 \cdot 11 \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right) = \frac{77}{144000} \Rightarrow \lambda_{max} = 1870 nm \end{aligned} \right\} \Rightarrow 818,1 nm \leq \lambda_{پاشن} \leq 1870 nm$$

تنها گزینه ۱ نزدیکترین محدوده به محدوده موردنظر است.

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۴ در ابتدا حجم گاز در نقطه b را می‌یابیم. در فرایند هم فشار bc داریم:

$$\Delta U_{bc} = nC_V(\Delta T)_{bc} \xrightarrow{C_V = \frac{3}{2}R} \Delta U_{bc} = \frac{3}{2}P_b(\Delta V)_{bc} \xrightarrow{\Delta U_{bc} = 900J} 900 = \frac{3}{2} \times 4 \times 10^5 \times (\Delta V)_{bc}$$

$$\Rightarrow (\Delta V)_{bc} = 0,75 \times 10^{-3} m^3 = 1,5L \Rightarrow V_c - V_b = 1,5 \Rightarrow 2 - V_b = 1,5 \Rightarrow V_b = 0,5L$$

بنابراین ΔU_{ac} را می‌یابیم:

$$\Delta U_{ac} = \Delta U_{a \rightarrow c} = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc}$$

$$ab : \text{هم حجم} \Rightarrow \Delta U_{ab} = nC_V(\Delta T)_{ab} = \frac{C_V}{R}V_a(\Delta P)_{ab}$$

$$= \frac{3}{2} \times 0,5 \times 10^{-3} \times (4 \times 10^5 - 8 \times 10^5) \Rightarrow \Delta U_{ab} = -300J \Rightarrow \Delta U_{ac} = -300 + 900 = 600J$$

سخت

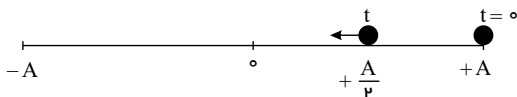
۱ ۲ ۳ ۴ ۸۵ ابتدا به این نکته‌ها توجه می‌کنیم:

زمان‌های طلایی در مکان‌های طلایی:

• طبق کتاب درسی نوسانگر در حرکت هماهنگ ساده در مبدأ زمان در دامنه مثبت $x = +A$ قرار دارد: $x_0 = +A$ یعنی معادله مکان-زمان نوسانگر:

$$x = A \cos(\omega t)$$

• مدت زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر برای اولین بار، پس از $t = 0$ ($x_0 = +A$) به مکان $x = +\frac{A}{2}$ برسد:



$$x = A \cos(\omega t) = +\frac{A}{2} \rightarrow \cos(\omega t) = \frac{1}{2} \rightarrow \omega t = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

برای اولین بار $k = 0$ و $(+\frac{\pi}{3})$ جایگزین می‌گردد:

$$\omega t = \frac{\pi}{3} \rightarrow \frac{2\pi}{T}t = \frac{\pi}{3} \rightarrow t = \frac{T}{6}$$

$$\omega t = \frac{\pi}{6} \rightarrow \frac{2\pi}{T}t = \frac{\pi}{6} \rightarrow t = \frac{T}{12}$$

• اگر به جای مکان $x = +\frac{A}{2}$ مدت زمان رسیدن به مکان $x = +\frac{\sqrt{3}}{2}A$ برای اولین بار پس از $t = 0$ مد نظر بود:

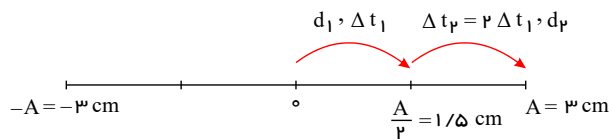
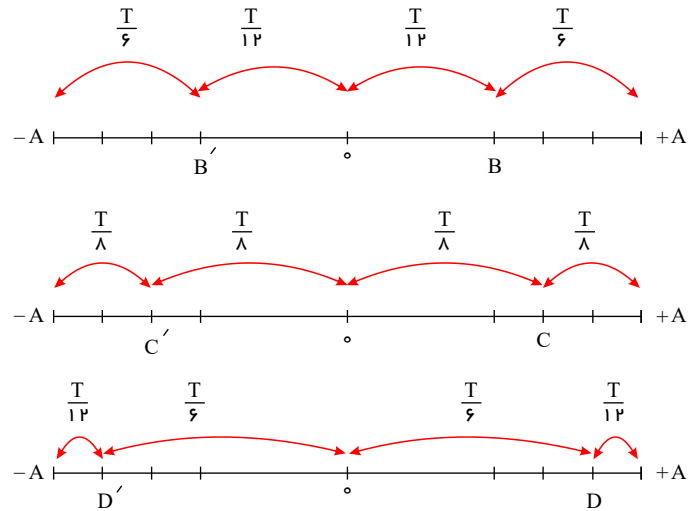


• اگر به جای مکان $x = +\frac{A}{2}$ ، حداقل زمان رسیدن از $x = +A$ تا $x = +\frac{\sqrt{3}}{2}A$ مد نظر بود:

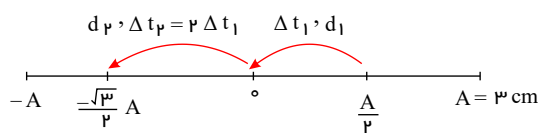
$$\omega t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{2\pi}{T}t = \frac{\pi}{4} \rightarrow t = \frac{T}{8}$$

x_B	x_C	x_D	$x_{B'}$	$x_{C'}$	$x_{D'}$
$+\frac{A}{2}$	$+\frac{\sqrt{2}}{2}A$	$+\frac{\sqrt{3}}{2}A$	$-\frac{A}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}A$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}A$

و به طور خلاصه، فقط در حل تست‌ها و نه در امتحانات نهایی از نتایج به دست آمده، به این شکل می‌توان استفاده نمود:



$$\text{حالت اول} \rightarrow \begin{cases} d_1 = \frac{A}{2} \\ d_2 = \frac{A}{2} \end{cases}$$



$$\text{حالت دوم} \rightarrow \begin{cases} d_1 = \frac{A}{2} \\ d_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}A \end{cases}$$

در حالت اول $\rightarrow \frac{d_2}{d_1} = 1$

در حالت دوم $\rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}A}{\frac{A}{2}} = \sqrt{3}$

متوسط

نکات مورد توجه: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۶

(۱) طول عادی فنر: $l_0 = \frac{40\text{ cm} + 60\text{ cm}}{2} = 50\text{ cm}$

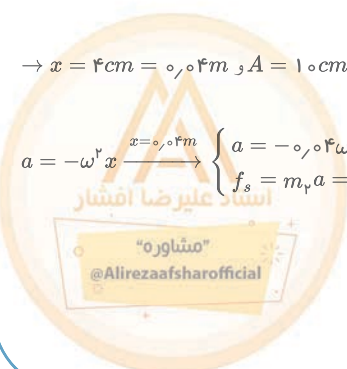
(۲) تغییر طول فنر نسبت به طول عادی فنر:

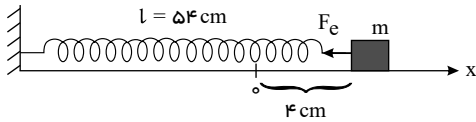
$$\Delta l = 54\text{ cm} - 50\text{ cm} = 4\text{ cm}$$

(۳) عامل نوسان جرم m_p نیروی اصطکاک f_s است.

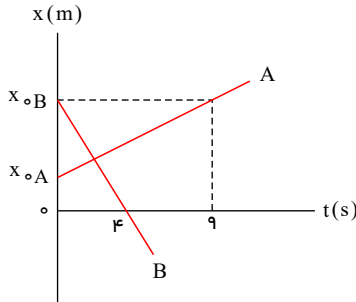
$$\rightarrow x = 4\text{ cm} = 0.04\text{ m} \text{ و } A = 10\text{ cm} = 0.1\text{ m}$$

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow{x=0.04\text{ m}} \begin{cases} a = -0.04\omega^2 \\ f_s = m_p a = -0.04m_p\omega^2 = -2\text{ N} \rightarrow m_p\omega^2 = 50 \end{cases}$$





$$\rightarrow m_p \left(\frac{k}{m_1 + m_p} \right) = 50 \rightarrow \frac{250 m_p}{\lambda + m_p} = 50 \rightarrow 5 m_p = \lambda + m_p \rightarrow m_p = 2 kg$$



سخت
۱ ۲ ۳ ۴ ۸۷

قدم اول: همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود: $x_{\circ B} = x_{B(t=0)} = 24m$

چون: $x_{\circ A} = 6m$ بنابراین: $x_{\circ B} - x_{\circ A} = 18m$

قدم دوم: جابه‌جایی در هر ثانیه یعنی سرعت متوسط.

هر دو نمودار خطوطی مایل هستند یعنی حرکت هر دو متحرک با سرعت ثابت روی محور x انجام می‌شود. بنابراین سرعت متوسط هر متحرک در هر بازه زمانی برابر سرعت آن متحرک است. قدم سوم: با توجه به مطالب بالا کافی است سرعت دو متحرک را با هم مقایسه نماییم:

$$v_B - v_A = \left| [(v_{av})_B]_{0-9s} \right| - [(v_{av})_A]_{0-9s} = \left| \left(\frac{0 - 24}{9} \right) \right| - \left(\frac{24 - 6}{9 - 0} \right) = |-6| - 2 = 4 m/s$$

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۸

برای این که دو متحرک به یکدیگر برخورد نکنند باید مجموع اندازه جابه‌جایی آن‌ها تا لحظه توقف برابر با 80 متر باشد. با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی، داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow |\Delta x_1| = \frac{|0 - 16^2|}{2|a|}, |\Delta x_2| = \frac{|0 - 20^2|}{2|a|}$$

$$|\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 80 \Rightarrow \frac{16^2}{2|a|} + \frac{20^2}{2|a|} = 80 \Rightarrow |a| = 4 \frac{m}{s^2}$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۹

$$F = \frac{kq^2}{r^2} \Rightarrow 0.9 = \frac{9 \times 10^9 q^2}{(5 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow q^2 = 25 \times 10^{-14} \rightarrow q = 5 \times 10^{-7} C$$

$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow E = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-7}}{(5 \times 10^{-2})^2} = 1.8 \times 10^6 \frac{N}{C}$$

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۰

روش اول:

طبق رابطه $v = at + v_0$ نتیجه می‌گیریم که در این سؤال، متحرک دارای شتاب ثابت A است.

$$\text{۲: ثانیه سوم حرکت} \begin{cases} t_1 = 4s \Rightarrow v_1 = 4A + B \\ t_2 = 6s \Rightarrow v_2 = 6A + B \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{4A + B + 6A + B}{2} = -20 \Rightarrow 5A + B = -20 \quad (1)$$

$$\text{۲: ثانیه چهارم حرکت} \begin{cases} t'_1 = 6s \Rightarrow v'_1 = 6A + B \\ t'_2 = 8s \Rightarrow v'_2 = 8A + B \end{cases}$$

$$\Rightarrow v'_{av} = \frac{v'_1 + v'_2}{2} = \frac{6A + B + 8A + B}{2} = -8 \Rightarrow 7A + B = -8 \quad (2)$$

با حل هم‌زمان معادله‌های (۱) و (۲)، $A = 6 \frac{m}{s^2}$ به دست می‌آید.

روش دوم:

در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط بین دو زمان t_1 و t_2 برابر است با سرعت متحرک در زمان $\frac{t_1 + t_2}{2}$.

در ۲ ثانیه سوم حرکت: $\begin{cases} t_1 = 3s \\ t_2 = 6s \end{cases} \Rightarrow \frac{4+6}{2} = 5s \Rightarrow v_{av} = 5A + B = -20$

در ۲ ثانیه چهارم حرکت: $\begin{cases} t'_1 = 6s \\ t'_2 = 8s \end{cases} \Rightarrow \frac{6+8}{2} = 7s \Rightarrow v_{av} = 7A + B = -8$

با حل هم زمان داریم:

$\Rightarrow A = 6 \frac{m}{s^2}$

متوسط

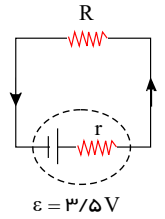
اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت از رابطه $V = RI$ به دست می آید، داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۱

$rI = \frac{1}{6}RI \Rightarrow r = \frac{1}{6}R$ (1)

$I = \frac{\epsilon}{R+r} \xrightarrow{(1)} I = \frac{\epsilon}{R + \frac{R}{6}} \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{\frac{7}{6}R}$

$\Rightarrow R = \frac{6\epsilon}{7I} \xrightarrow{\substack{\epsilon=3.5V \\ I=0.4A}} R = \frac{6 \times 3.5}{7 \times 0.4} = 7.5 \Omega$

حال طبق رابطه جریان مدار تک حلقه داریم:



متوسط

ابتدا جریان متوسط خروجی از این باتری را محاسبه می کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۲

$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{n \cdot e}{\Delta t} = \frac{6 \times 10^{16} \times 1.6 \times 10^{-19}}{60} = 1.6 \times 10^{-4} A$

پس با توجه به ظرفیت باتری و جریان خروجی آن، زمان تخلیه محاسبه می شود:

$q = I \cdot t \Rightarrow 160 \times 10^{-3} A \cdot h = 1.6 \times 10^{-4} A \times t \Rightarrow t = \frac{160 \times 10^{-3}}{1.6 \times 10^{-4}} = 100 \times 10^1 = 1000 h$

متوسط

با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، کار پمپ را در هر دقیقه می یابیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۳

$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{پمپ}} + W_{mg} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow W_{\text{پمپ}} - mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = m(gh + \frac{1}{2}v_2^2)$

$v_2 = 10 \frac{m}{s}, h = 90 m$
 $\rightarrow W_{\text{پمپ}} = 3 \times 10^2 \times (10 \times 90 + \frac{1}{2} \times (10)^2)$

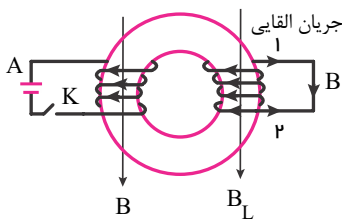
$m = \rho V = 1 \times 300 = 3 \times 10^2 kg$
 $\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = 3 \times 10^2 \times 950 = 285 \times 10^3 J = 285 kJ$

سخت

بسته شدن کلید باعث افزایش جریان و افزایش شار می شود. در نتیجه B_L مخالف B در هسته آهنی خواهد بود. از روی جهت B_L ، جهت جریان در مدار B پیدا می شود. ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۴

پیدا می شود.

جهت جریان القا شده در زمان بسته شدن کلید با توجه به شکل، جهت ۱ است.

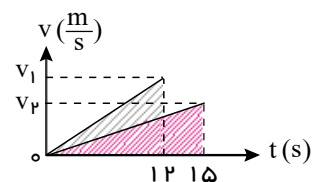


در زمان باز شدن کلید به علت کاهش جریان و در نتیجه کاهش شار، B_L و B هم جهت بوده در نتیجه جریان برعکس می شود. یعنی در جهت ۲ خواهد بود.

متوسط

پله اول: در ابتدا نمودار سرعت زمان حرکت متحرک را در هر دو حالت رسم می کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۵

$S_1 = S_2 = 100 m \Rightarrow$ سطح زیر نمودار $v-t =$ جابه جایی



پله دوم: سرعت نهایی دونه را در هر دو حالت به دست می آوریم:

$S_1 = 100 = \frac{12 \times v_1}{2} \Rightarrow v_1 = \frac{50 m}{3 s}$

$S_2 = 100 = \frac{15 \times v_2}{2} \Rightarrow v_2 = \frac{40 m}{3 s}$



پله سوم: حالا نسبت $\frac{a_2}{a_1}$ را به سادگی تشکیل می دهیم:

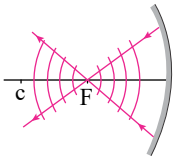
$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{\Delta v_2}{\Delta t_2}}{\frac{\Delta v_1}{\Delta t_1}} = \frac{\frac{v_2}{15}}{\frac{v_1}{12}} = \frac{v_2}{15} \times \frac{12}{v_1} = \frac{40 \frac{m}{s}}{3} \times \frac{12}{50 \frac{m}{s}} = \frac{40}{15} \times \frac{12}{50} = \frac{16}{25} = \frac{64}{100} = 64\%$$

بنابراین شتاب در حالت دوم ۳۶٪ کاهش می یابد.

متوسط

خط عمود بر جبهه موج را رسم می کنیم که مسیر پرتوهای ورودی به آینه است. بازتاب آن ها از کانون می گذرد. سپس جبهه های موج را عمود بر خطوط بازتاب رسم می کنیم که دایره های شکل می شوند.

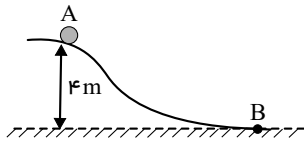
۱ ۲ ۳ ۴ ۹۶



سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۷

در این جابه جایی جسم از سطح بالاتر به سطح پایین تر جابه جا شده است. بنابراین جابه جایی و نیروی وزن هم سو هستند و کار نیروی وزن مثبت است و به صورت زیر حساب می شود:



$$W_{mg} = mgh \xrightarrow{m=2kg, h=4m} W_{mg} = 2 \times 10 \times 4 = 80 J$$

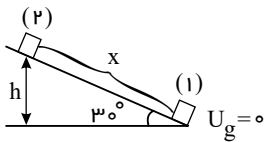
از طرفی با استفاده از قانون پایستگی انرژی، کار اصطکاک را در طول مسیر به دست می آوریم. با فرض نقطه B به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل داریم:

$$W_f = E_B - E_A \Rightarrow W_f = (K_B + U_B) - (K_A + U_A) = \frac{1}{2}mv_B^2 - mgh_A \Rightarrow W_f = \frac{1}{2} \times 2 \times (2)^2 - 2 \times 10 \times 4 = 4 - 80 = -76 J$$

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۸

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می گیریم. از طرفی چون انرژی به صورت گرما تلف می شود، انرژی مکانیکی جسم پایسته نمی ماند و تغییرات انرژی مکانیکی جسم برابر با کار نیروی اصطکاک است حال فرض می کنیم جسم مسافت x را روی سطح شیب دار طی می کند تا متوقف شود. داریم:



$$W_f = E_2 - E_1 \Rightarrow W_f = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) \xrightarrow{K_2=0, U_2=0} -\frac{2}{100}K_1x = (0 + mgh) - (\frac{1}{2}mv_1^2 + 0) \Rightarrow -\frac{2}{100} \times \frac{1}{2}mv_1^2x = mgh - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\xrightarrow{m=10 \frac{m}{s}, h=\frac{x}{2}} -\frac{2}{100} \times \frac{1}{2} \times (10)^2 \times x = 10 \times \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \times (10)^2 \Rightarrow -x = 5x - 50 \Rightarrow 6x = 50 \Rightarrow x = \frac{50}{6} = \frac{25}{3} \approx 8.33 m$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۹

چون اتلاف انرژی نداریم، انرژی مکانیکی گلوله ثابت است و باتوجه به پایستگی انرژی مکانیکی، در حالت اول داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + 0 = 0 + mgh \Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} \quad (1)$$

در حالت دوم، تندی اولیه گلوله را ۲۰ درصد افزایش داده ایم. در این حالت نیز باتوجه به پایستگی انرژی مکانیکی، داریم:

$$v' = v + \frac{20}{100}v = 1.2v$$

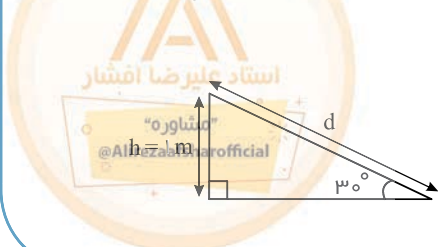
$$E'_1 = E'_2 \Rightarrow K'_1 + U'_1 = K'_2 + U'_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv'^2 + 0 = 0 + mgh'_2 \Rightarrow h'_2 = \frac{v'^2}{2g}$$

$$\xrightarrow{v'=1.2v} h'_2 = \frac{1.44v^2}{2g} \xrightarrow{(1)} h'_2 = 1.44h = \frac{h'_2 - h_2}{h_2} \times 100 = \frac{1.44h - h}{h} \times 100 = 44\%$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۰

باتوجه به شکل، هنگامی که جسم به ارتفاع ۱ متری می رسد، روی سطح شیب دار ۲ متر طی کرده است.



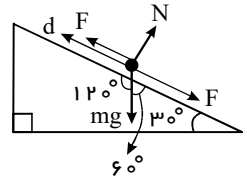
$$\sin(30^\circ) = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{d} \Rightarrow d = 2m$$

باتوجه به کار هریک از نیروهای وارد بر جسم و قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$\begin{cases} W_F = Fd \cos \theta = 50 \times 2 \times 1 = 100J \\ \begin{cases} W_{mg} = mgd \cos \theta = 4 \times 10 \times 2 \times \cos(120^\circ) = -40J \\ W_{mg} = -\Delta U = -mg(h_2 - h_1) = -4 \times 10 \times (1 - 0) = -40J \end{cases} \\ W_f = fd \cos \theta = \left(\frac{1}{4}mg\right)d \cos \theta = \frac{1}{4} \times 4 \times 10 \times 2 \times \cos(180^\circ) = -20J \\ W_N = Nd \cos \theta = 0 \end{cases}$$

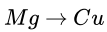
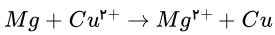
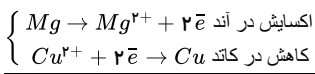
$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_f + W_{mg} + W_N = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow 100 - 20 - 40 + 0 = \frac{1}{2} \times 4v^2 - 0 \Rightarrow 40 = 2v^2$$

$$\Rightarrow 20 = v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}m/s$$



سخت

در سلول گالوانی (منیزیم-مس) فلز منیزیم در آند اکسایش یافته و فلز مس در کاتد کاهش می‌یابد. (1) (2) (3) (4) (101)

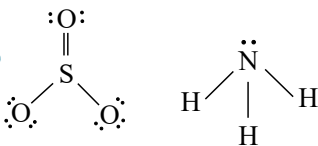


$$\frac{9,6}{24} = \frac{x}{64} \Rightarrow x = 25,6 \text{ گرم بر جرم کاتد افزوده می شود}$$

متوسط

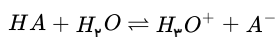
(1) (2) (3) (4) (102)

پیوندهای N-H در NH_3 و S-O در SO_2 از نوع کووالانسی قطبی هستند ولی مولکول NH_3 قطبی و مولکول SO_2 ناقطبی است. زیرا اتم N در NH_3 دارای یک جفت الکترون ناپیوندی است و براینند بردارهای قطبیت پیوند در NH_3 برابر صفر نمی‌شود. این در حالی است که مولکول SO_2 کاملاً متقارن است و براینند بردارهای قطبیت پیوند در SO_2 برابر صفر می‌گردد.



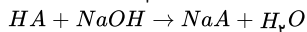
متوسط

(1) (2) (3) (4) (103)



$$K_a = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA]} \Rightarrow 5 \times 10^{-3} = \frac{x^2}{0,5} \Rightarrow x^2 = 25 \times 10^{-3} \Rightarrow x = 5 \times 10^{-2} = [H_3O^+]$$

$$pH = -\log[H_3O^+] \Rightarrow pH = -(\log 5 + \log 10^{-2}) \Rightarrow pH = +1,3$$



$$(MV)_{HA} = (MV)_{NaOH} \Rightarrow 0,1 \times 0,5 = n_{NaOH} \Rightarrow n_{NaOH} = 0,05 mol$$

$$?gNaOH = 0,05 mol NaOH \times \frac{40gNaOH}{1molNaOH} = 2gNaOH$$

سخت

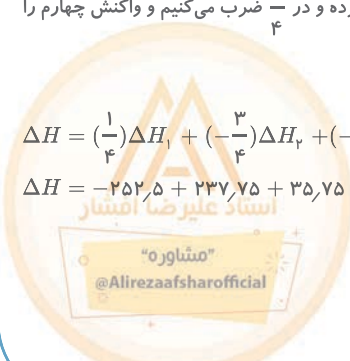
علت کم‌تر بودن سرعت سوختن بنزین مایع در هوا نسبت به بخار بنزین در هوا، در یک فاز قرار داشتن بخار بنزین و هواست، یعنی این امر به تأثیر حالت فیزیکی واکنش‌دهنده‌ها بر سرعت واکنش مربوط است نه به تأثیر غلظت. (1) (2) (3) (4) (104)

متوسط

به ترتیب واکنش اول را در $\frac{1}{4}$ ، واکنش دوم را عکس کرده و در $\frac{3}{4}$ ضرب می‌کنیم واکنش سوم را نیز عکس کرده و در $\frac{1}{4}$ ضرب می‌کنیم و واکنش چهارم را در $\frac{9}{4}$ ضرب می‌کنیم. (1) (2) (3) (4) (105)

$$\Delta H = \left(\frac{1}{4}\right)\Delta H_1 + \left(-\frac{3}{4}\right)\Delta H_2 + \left(-\frac{1}{4}\right)\Delta H_3 + \left(\frac{9}{4}\right)\Delta H_4$$

$$\Delta H = -252,5 + 237,75 + 35,75 - 643,5 = -622,5$$



واکنش اول $\times \frac{1}{4}$

$$\frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{4}A + \frac{1}{4}B \rightarrow C + \frac{1}{4}D$$

واکنش دوم + معکوس $\times \frac{3}{4}$

$$\frac{3}{4} \rightarrow \frac{3}{4}D + \frac{3}{4}F \rightarrow \frac{3}{4}B + \frac{3}{4}E$$

واکنش سوم + معکوس $\times \frac{1}{4}$

$$\frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{4}D + \frac{1}{4}F \rightarrow \frac{1}{8}G + \frac{1}{4}A$$

واکنش چهارم $\times \frac{9}{4}$

$$\frac{9}{4} \rightarrow \frac{9}{4}E + \frac{9}{8}G \rightarrow \frac{9}{4}D$$

$$F + G \rightarrow C + 2D$$

سخت

1 2 3 4 106

$$^{12}C \rightarrow 6(^1P) + 6(^1n)$$

^{12}C $6,054$ $6,056$

$$\left. \begin{aligned} \text{مجموع فرآورده‌ها} &= 6,06 + 6,054 = 12,114g \\ \text{تغییرات جرم واکنش} &= 12,2 - 12,114 = 0,086g \end{aligned} \right\} \Rightarrow 8,6 \times 10^{-5} kg$$

$$\Delta E = \Delta mc^2$$

$$\Delta E = 8,6 \times 10^{-5} (3 \times 10^8)^2$$

$$\Delta E = 7,74 \times 10^{12} J$$

سخت

1 2 3 4 107

x فراوانی ایزوتوپ سنگین تر $(^{11}B) \Rightarrow (100 - x)$ فراوانی ایزوتوپ سبک تر

$$10,8 = \frac{(10 \times x) + 11 \times (100 - x)}{100} \Rightarrow 100 \times 10,8 = 10x + 1100 - 11x$$

$$\Rightarrow x = 20 \text{ } ^{11}B \text{ فراوانی ایزوتوپ } ^{10}B, 100 - 20 = 80 \text{ } ^{10}B$$

سخت

1 2 3 4 108

جرم مولی یون نیترات: $NO_3^- = 14 + 3(16) = 62g \cdot mol^{-1}$

$$?g_{NO_3^-} = 3mol_{NO_3^-} \times \frac{62g_{NO_3^-}}{1mol_{NO_3^-}} = 186g_{NO_3^-} \Rightarrow ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$$

$$\Rightarrow 100 = \frac{186g}{xg} \times 10^6 \Rightarrow x = 186 \times 10^4 g_{\text{محلول}}$$

$$186 \times 10^4 g_{\text{آب}} \times \frac{1ml_{\text{آب}}}{1g_{\text{آب}}} \times \frac{1L_{\text{آب}}}{1000ml_{\text{آب}}} = 1860L_{\text{آب}}$$

سخت

1 2 3 4 109

$$[-R_A = -4R_B = \frac{R_C}{3} = \frac{R_D}{2}] \times \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{-R_A}{4} = -R_B = \frac{R_C}{12} = \frac{R_D}{8} \Rightarrow 4A + B \rightarrow 12C + 8D$$

$$?gD = 0,112L_A \times \frac{1molA}{22,4L_A} \times \frac{8molD}{4molA} \times \frac{100gD}{1molD} = 1gD$$

سخت

1 2 3 4 110

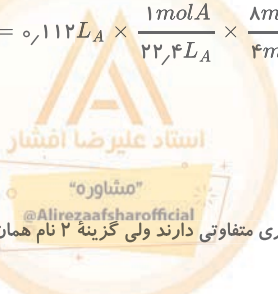
باتوجه به نمودار ۱ صفحه ۱۳ کتاب درسی اختلاف شعاع اتمی Al و Si از بقیه بیش تر است.

سخت

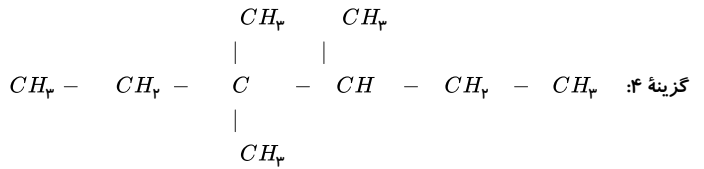
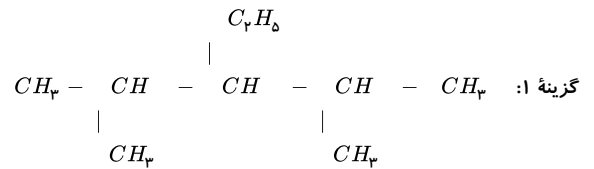
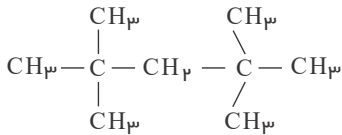
1 2 3 4 111

اگر فرمول مولکولی گزینه‌های ۱ و ۳ و ۴ در نظر بگیریم همگی با مورد سؤال یکسان هستند ولی شکل ساختاری متفاوتی دارند ولی گزینه ۲ نام همان سؤال

بیان شده است.



گزینه ۳:



سخت

بررسی عبارت‌های نادرست: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۲

الف) تفاوت آب آشامیدنی و دیگر آب‌ها در نوع و مقدار حل‌شونده‌های آنها است.

پ) در این واکنش رسوب سفید رنگ نقره کلرید (AgCl) تشکیل می‌شود.

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۳

$$C = 66^\circ\text{C} - 11\text{km} \times 6 = 66^\circ\text{C}$$

$$C = 66^\circ\text{C} + 1.6^\circ\text{C/km} \times 29\text{km} = 66^\circ\text{C} + 46.4^\circ\text{C} = 112.4^\circ\text{C}$$

$$C = 66^\circ\text{C} - 19.6^\circ\text{C} = 46.4^\circ\text{C}$$

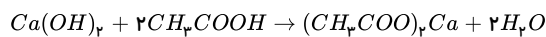
در سطح زمین دما ۱۴ درجه است؛ بنابراین دما در ارتفاع ۴۰ km حدود ۵٫۶ درجه سانتی‌گراد خواهد بود.

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۴

$$Ca(OH)_2 : [Ca(OH)_2] = \frac{\text{مول } Ca(OH)_2}{\text{حجم محلول (L)}} \Rightarrow 0.1 (\text{mol} \cdot L^{-1}) = \frac{\text{مول } Ca(OH)_2}{0.4 (L)}$$

$$\Rightarrow \text{مول } Ca(OH)_2 = 0.04 \text{ mol}$$



$$? \text{ mol } CH_3COOH = 0.04 \text{ mol } Ca(OH)_2 \times \frac{2 \text{ mol } CH_3COOH}{1 \text{ mol } Ca(OH)_2} = 0.08 \text{ mol } CH_3COOH$$

$$CH_3COOH : \alpha = 0.135 < 0.05 \Rightarrow Ka = \alpha^2 \cdot [HA]$$

$$1.8 \times 10^{-5} = (1.35 \times 10^{-2})^2 [CH_3COOH] \Rightarrow [CH_3COOH] = 0.1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$[CH_3COOH] = \frac{\text{مول } CH_3COOH}{\text{حجم محلول}} \Rightarrow 0.1 (\text{mol} \cdot L^{-1}) = \frac{0.08 (\text{mol})}{\text{حجم محلول (L)}} \Rightarrow \text{حجم محلول} = 0.8 L \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 L} = 800 \text{ mL}$$

روش دوم: (پس از محاسبه غلظت اسید):

$$C_{M_1} n_1 V_1 = C_{M_2} n_2 V_2$$

$$0.1 \times 1 \times v = 0.1 \times 2 \times 400$$

$$v = 800 \text{ mL}$$

سخت

همه واکنش‌های تعادلی برگشت پذیرند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۵

$$\left(\frac{\text{mol}}{L}\right)^{2-2} \rightarrow \left(\frac{\text{mol}}{L}\right)^{-2} \rightarrow \text{mol}^{-2} \cdot L^2 < \text{واحد ثابت تعادل}$$

$$K = \frac{[NH_4]^2}{[N_2][H_2]^3} < \text{عبارت ثابت تعادل}$$

این واکنش در حضور کاتالیزگر و جرقه انجام نمی‌شود.

متوسط

با کاهش حجم ظرف غلظت همه مواد شرکت‌کننده در واکنش افزایش می‌یابد. «مورد سوم صحیح و مورد اول نادرست» تعادل به سمت مول‌گازی کمتر جابه‌جا می‌شود؛ اما ثابت تعادل تغییری نمی‌کند. «مورد دوم نادرست» ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۶

با جابه‌جایی تعادل به سمت رفت، مقادیر «مول» SO_3 و O_2 و SO_2 ↓

سخت



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۷

$$pH = ۳,۴ \rightarrow [H^+] = 10^{-۳,۴} = 10^{0,۶} \times 10^{-۴} = (10^{0,۳})^۲ \times 10^{-۴} = ۴ \times 10^{-۴}$$

$$K = \frac{[H^+] \cdot \alpha}{1 - \alpha} \Rightarrow ۲ \times 10^{-۴} = \frac{۴ \times 10^{-۴} \times \alpha}{1 - \alpha} \Rightarrow ۲\alpha = 1 - \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{1}{۳}$$

$$pH = ۲,۴ \Rightarrow [H^+] = 10^{-۲,۴} = 10^{0,۶} \times 10^{-۳} = (10^{0,۳})^۲ \times 10^{-۳} = ۴ \times 10^{-۳} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{[H^+] \cdot \alpha}{1 - \alpha} \Rightarrow ۴ \times 10^{-۳} = \frac{۴ \times 10^{-۳} \times \alpha}{1 - \alpha} \Rightarrow \alpha = 1 - \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{1}{۲}$$

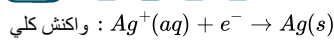
$$M = \frac{[H^+]}{\alpha} = \frac{۴ \times 10^{-۳}}{\frac{1}{۲}} = ۸ \times 10^{-۳} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$۸ \times 10^{-۳} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times ۰,۱ \text{L} = ۸ \times 10^{-۴} \text{ mol} \times \frac{۵۰ \text{g}}{۱ \text{mol}} = ۰,۰۴ \text{g}$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۸

۱۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴ حجم نقره مورد استفاده = $۲۵,۷ \text{cm}^۳ \times ۰,۱ \text{cm} = ۲,۵۷ \text{cm}^۳$



چگالی = $\frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \Rightarrow ۱۰,۵ = \frac{\text{جرم}}{۲,۵۷} \Rightarrow \text{جرم نقره} = ۲۶,۹۸ \text{g}$

$$۲۶,۹۸ \text{g} \times \frac{۱ \text{mol Ag}}{۱۰۸ \text{g Ag}} \times \frac{۱ \text{mole}^-}{۱ \text{mol Ag}} \times \frac{۶,۰۲ \times 10^{۲۳} e^-}{۱ \text{mole}^-} = ۱,۵۰ \times 10^{۲۳} e^-$$

سخت

۱۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی موارد:

(آ) درست. در این واکنش اتانول ($C_۲H_۵OH$) حاصل می‌شود، که به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

(ب) نادرست. پنجمین آلکن دارای فرمول $(C_nH_{۲n})C_۶H_{۱۲}$ می‌باشد و ششمین آلکن دارای فرمول $(C_nH_{۲n+۲})C_۶H_{۱۴}$ است.

تعداد پیوند در آلکان‌ها: $۳n + 1 \Rightarrow ۳ \times ۶ + 1 = ۱۹$

تعداد پیوند در آلکن‌های دارای یک پیوند دوگانه: $۳n \Rightarrow ۳ \times ۶ = ۱۸$

تفاوت تعداد پیوندها: $19 - 18 = 1$

(پ) درست. وازلین ($C_{۲۵}H_{۵۲}$) نسبت به گریس ($C_{۱۸}H_{۳۸}$) دارای جرم بیشتر و نیروی مولکولی قوی‌تر می‌باشد؛ در نتیجه دمای جوش و گرانروی بالاتری دارد. اما گریس به دلیل نیروی بین‌مولکولی ضعیف‌تر، فرارتر است.

(ت) نادرست. آلکان‌ها سمی نیستند، اما به دلیل ورود بخارهای بنزین به شش‌ها از انتقال گازهای تنفسی در شش‌ها جلوگیری می‌کند.

سخت

۱۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی موارد:

مورد الف) هوایی که تنفس می‌کنیم محلولی از گازها و سرم فیزیولوژی محلول ماده‌ای معدنی (نمک) در آب است.

مورد ب) ضد یخ محلول ماده‌ای آلی (اتیلن گلیکول) در آب است و گلاب مخلوطی همگن از چند ماده آلی در آب است.

مورد پ) $Mg^{۲+}$ در آب دریا در آخرین مرحله به $MgCl_۲$ تبدیل شده که برای الکترولیز آماده می‌شود.

متوسط

۱۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱) ساده‌ترین کتون، استون ($C_۳H_۶O$) می‌باشد و فرمول مولکولی اتیل بوتانوات، $C_۶H_{۱۲}O_۲$ است.

گزینه ۲) ساده‌ترین آمین دارای فرمول مولکولی $CH_۳NH_۲$ می‌باشد و عدد اکسایش کربن در آن برابر ۲- است که با عدد اکسایش O در CO یکسان است.

گزینه ۳) درست است.

گزینه ۴) درست است؛ زیرا پلی‌لاکتیک اسید یک پلیمر سبز به شمار می‌آید.

متوسط

۱۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴ رادیوایزوتوپ طبیعی هیدروژن ۳H می‌باشد که از ۲ نوترون و ۱ پروتون تشکیل شده است.

مجموع جرم یک پروتون و دو نوترون به تنهایی برابر است با:

$$(1,۶۷ \times 10^{-۲۷}) + [(1,۶۸ \times 10^{-۲۷}) \times ۲] = ۵,۰۳ \times 10^{-۲۷} \text{ kg}$$

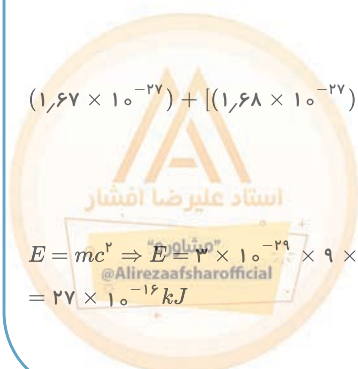
پس به هنگام تشکیل هسته ۳H کاهش جرمی معادل $۳ \text{ kg} \times 10^{-۲۷} - ۵ \times 10^{-۲۷} \text{ kg} = ۰,۰۳ \times 10^{-۲۷} \text{ kg}$ داریم.

انرژی آزاد شده برابر است با:

$$E = mc^۲ \Rightarrow E = ۰,۰۳ \times 10^{-۲۷} \times ۹ \times 10^{۱۶} = ۲۷ \times 10^{-۱۳} \text{ J}$$

$$= ۲۷ \times 10^{-۱۶} \text{ kJ}$$

متوسط



جرم یون Cl^- را محاسبه کرده و بر جرم کل محلول تقسیم می‌کنیم و در 10^6 ضرب می‌کنیم. تا غلظت بر حسب ppm به دست آید: (۱۲۴) ۱ ۲ ۳ ۴

$$?g Cl^- = 1000g \text{ محلول} \times \frac{234g NaCl}{10^6g \text{ محلول}} \times \frac{1mol NaCl}{58.5g NaCl} \times \frac{1mol Cl^-}{1mol NaCl} \times \frac{35.5g Cl^-}{1mol Cl^-} = 0.142g Cl^-$$

$$?g Cl^- \text{ اضافه شده} = 260mg NaCl \times \frac{1g NaCl}{1000mg NaCl} \times \frac{1mol NaCl}{58.5g NaCl} \times \frac{1mol Cl^-}{1mol NaCl} \times \frac{35.5g Cl^-}{1mol Cl^-} \approx 0.158g Cl^-$$

$$ppm(Cl^-) = \frac{0.142 + 0.158}{1000.26} \times 10^6 \approx 300$$

سخت

با توجه به این که سؤال از ما درصد جرمی اوره را می‌خواهد، جرم مخلوط اولیه را ۱۰۰ گرم در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که مخلوط دارای n گرم آمونیاک و m گرم اوره است. هر مول آمونیاک (NH_3), یک مول N دارد. یعنی در ۱۷ گرم آمونیاک، ۱۴ گرم نیتروژن وجود دارد. پس مقدار نیتروژن در n گرم آمونیاک برابر است با: (۱۲۵) ۱ ۲ ۳ ۴

$$?gN = ngNH_3 \times \frac{14gN}{17gNH_3} = \frac{14n}{17}gN$$

هر مول اوره $CO(NH_2)_2$ ۲ مول N دارد. یعنی در ۶۰ گرم اوره، ۲۸ گرم نیتروژن وجود دارد، پس مقدار نیتروژن موجود در m گرم اوره برابر است با:

$$?gN = mg \text{ اوره} \times \frac{28gN}{60g \text{ اوره}} = \frac{28m}{60}gN$$

از آنجا که جرم کل مخلوط را ۱۰۰ گرم در نظر گرفتیم، جرم نیتروژن موجود در آن برابر با ۶۴٫۵ گرم است. پس:

$$\frac{14n}{17} + \frac{28m}{60} = 64.5 \xrightarrow{n+m=100} m \approx 50g$$

با توجه به این که جرم کل مخلوط را ۱۰۰ گرم در نظر گرفتیم، درصد جرمی اوره در مخلوط به تقریب برابر با ۵۰٪ است.

سخت

(۱۲۶) ۱ ۲ ۳ ۴ فقط عبارت «ت» صحیح است.

بررسی سایر موارد:

مورد الف) ترکیب آلی که عامل طعم و بوی گشنیز می‌باشد، برخلاف پیروکسیکام آروماتیک نیست.

مورد ب) پیروکسیکام دارای گروه عاملی آلدهیدی نمی‌باشد.

مورد پ) فرمول شیمیایی این مولکول $C_{15}H_{13}N_3O_4S$ می‌باشد.

مورد ت) ۸ پیوند دوگانه در مولکول وجود دارد؛ یعنی ۸ مول گاز H_2 ؛ بنابراین با توجه به جرم مولی هیدروژن $H = 1g \cdot mol^{-1}$ داریم:

$$8molH_2 \times \frac{2gH_2}{1molH_2} = 16gH_2$$

متوسط

(۱۲۷) ۱ ۲ ۳ ۴

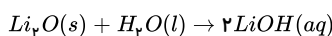
$$p + n = 52 \Rightarrow \frac{n}{n-e} = 4 \rightarrow 4n - 4e = n \rightarrow 3n = 4e \Rightarrow e = \frac{3}{4}n$$

$$p - e = 3 \Rightarrow \begin{cases} p + n = 52 \\ p - \frac{3}{4}n = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{7}{4}n = 49 \Rightarrow n = \frac{49 \times 4}{7} = 28 \Rightarrow p = 52 - 28 = 24$$

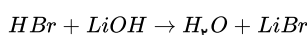
این عنصر هم‌دوره Kr است، پس در دوره چهارم است.

سخت

(۱۲۸) ۱ ۲ ۳ ۴ معادله انحلال یونی Li_2O در آب به صورت زیر است:



واکنش خنثی‌سازی به صورت زیر است:



غلظت H^+ در محلول اسید برابر است با:

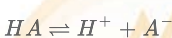
$$pH = 1.4 \Rightarrow [H^+] = 10^{-1.4} = 10^{-2} \times 10^{0.6} = 4 \times 10^{-2} mol \cdot L^{-1}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$?gLi_2O = 200mL \text{ محلول} \times \frac{1L}{1000mL} \times \frac{0.04molHBr}{1L \text{ محلول}} \times \frac{1molLiOH}{1molHBr} \times \frac{1molLi_2O}{2molLiOH} \times \frac{30gLi_2O}{1molLi_2O} = 0.12gLi_2O$$

سخت

(۱۲۹) ۱ ۲ ۳ ۴



$$K_a = 4 \times 10^{-6}$$

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow 4 \times 10^{-6} = \frac{[H^+]^2}{9 \times 10^{-2}} \Rightarrow [H^+] = 6 \times 10^{-4}$$

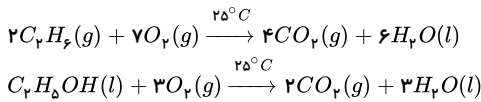
$$[HA] = 9 \times 10^{-2} mol \cdot L^{-1}$$

$$[H^+] + [A^-] = 1.2 \times 10^{-3} mol \cdot L^{-1}$$

توجه: در این مسأله، به دلیل کوچک بودن K_a ، می‌توان غلظت قبل و بعد از یونش HA را باهم به تقریب برابر در نظر گرفت.

متوسط

۱۳۰ ۱ ۲ ۳ ۴ معادله سوختن کامل اتان (C_2H_6) و اتانول (C_2H_5OH) به صورت زیر است:



آنتالپی سوختن ۲ مول اتان، $-3120 kJ$ ($2 \times (-1560) = -3120$) و آنتالپی سوختن کامل یک مول اتانول، $-1368 kJ$ است. تفاوت گرمای آزاد شده به ازای تولید یک مول آب از سوختن اتانول و گرمای آزاد شده به ازای تولید یک مول کربن دی‌اکسید از سوختن اتان برابر است با:

$$C_2H_5OH : \frac{-1368 kJ}{3} = -456 kJ$$

$$C_2H_6 : \frac{-3120}{4} = -780 kJ \Rightarrow -456 - (-780) = 324 kJ$$

متوسط

۱۳۱ ۱ ۲ ۳ ۴ به بررسی عبارت‌ها می‌پردازیم:

(آ) نادرست است. شعاع یونی Na^+ کوچک‌تر از Cl^- است و با توجه به شکل (I)، یون‌های کلرید رأس‌ها و مراکز وجوه را اشغال کرده‌اند نه یون‌های سدیم. (ب) درست است.

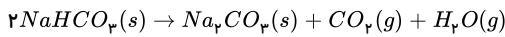
(پ) نادرست است. در یک گروه از بالا به پایین شعاع یونی افزایش می‌یابد، پس شعاع یونی Cs^+ بیش‌تر از Na^+ است و چون هر دو یون Na^+ و Cs^+ بار یکسانی دارند، نسبت $\frac{\text{شعاع}}{\text{بار}}$ در یون Cs^+ کم‌تر از یون Na^+ می‌باشد.

(ت) نادرست است. از روی شکل‌ها به راحتی می‌توان فهمید که الگوی آرایشی یون‌ها در دو نمک با هم متفاوت است.

(ث) درست است. در ترکیب‌های یونی (مانند $NaCl$) نیروی جاذبه محدود به کاتیون و آنیون مجاور هم نیست و گسترده است. به همین دلیل در $NaCl$ نیروی جاذبه بین کاتیون‌ها و آنیون‌ها در مجموع بیشتر از نیروی جاذبه موجود میان یک جفت یون Na^+Cl^- تنها است.

متوسط

۱۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴ منظور از ماده جامد باقی‌مانده، Na_2CO_3 تولید شده و ناخالصی جامدی است که در ظرف باقی مانده است. ابتدا باید حساب کنیم چند گرم $H_2O(g)$ و $CO_2(g)$ تولید شده است:



$$H_2O \text{ و } CO_2 \text{ جرم جامد باقی‌مانده-جرم اولیه} = 40 - 33.8 = 6.2g$$

اکنون با توجه به مجموع مقدار CO_2 و H_2O می‌توان جرم خالص $NaHCO_3$ را به دست آورد. مطابق واکنش فوق، بر اثر تجزیه ۲ مول $NaHCO_3$ (معادل $168g$ 2×84)، یک مول CO_2 و یک مول H_2O (معادل $18 + 44 = 62g$) تولید می‌شود، پس:

$$?gNaHCO_3 = 6.2g(CO_2 + H_2O) \times \frac{2molNaHCO_3}{62g(CO_2 + H_2O)} \times \frac{84gNaHCO_3}{1molNaHCO_3} = 16.8gNaHCO_3$$

و در ادامه می‌توان نوشت:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص (g)}}{\text{جرم ماده ناخالص (g)}} \times 100 = \frac{16.8}{40} \times 100 = 42\%$$

سخت

۱۳۳ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱) فرمول منبزم نیتريد Mg_3N_2 بوده که در آن مجموع شمار اتم‌ها برابر با ۵ است.

گزینه ۲) نام Cu_2O ، مس (I) اکسید است.

گزینه ۳) فرمول کروم (III) اکسید: (Cr_2O_3) بوده که نسبت کاتیون به آنیون در آن $\frac{3}{2}$ است.

گزینه ۴) آهن در واکنش با اکسیژن نخست به FeO تبدیل می‌شود.

متوسط

۱۳۴ ۱ ۲ ۳ ۴ در میان عناصر دوره سوم جدول تناوبی، عناصر Na, Mg, Al فلز، عناصر S, P, Cl و Ar نافلز و عنصر Si شبه‌فلز است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱): در دوره دوم جدول تناوبی، از چپ به راست، تعداد الکترون‌های ظرفیت افزایش می‌یابد و تعداد لایه‌های الکترونی ثابت می‌باشد، در حالی که شمار پروتون‌های هسته افزایش می‌یابد؛ بنابراین شعاع اتمی آنها کاهش می‌یابد.

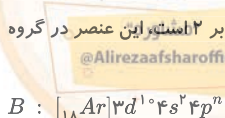
گزینه ۲): در بین سه عنصر نخست گروه اول جدول تناوبی، (یعنی Li, Na, K)، شمار الکترون‌های با $l = 0$ (زیرلایه s) در پتاسیم بیشتر است.

گزینه ۳): هر چه شمار الکترون‌هایی با $l = 0$ (زیرلایه s) در فلزات قلیایی بیشتر باشد، خصلت فلزی بیشتری دارند، بنابراین فعالیت شیمیایی آنها بیشتر است.

متوسط

۱۳۵ ۱ ۲ ۳ ۴ در عنصرهای دوره سوم جدول، عدد کوانتومی اصلی الکترون‌های لایه ظرفیت همگی برابر با ۳ است. بنابراین با توجه به اینکه مجموع عددهای کوانتومی اصلی الکترون‌های لایه ظرفیت عنصر A برابر ۱۲ است، عنصر A در لایه ظرفیت خود ۴ الکترون دارد ($3s^2 3p^2$). از این رو عنصر A متعلق به دوره سوم و گروه چهاردهم است؛ یعنی عنصر سیلیسیم (Si) که یک شبه‌فلز است.

عنصر B متعلق به دوره چهارم جدول است و گفته شده لایه سوم آن کاملاً پر است. از آنجا که مجموع عددهای کوانتومی فرعی (l) الکترون‌های لایه ظرفیت آن برابر ۱۲ است، این عنصر در گروه ۱۴ قرار دارد. زیرا:



مجموع عددهای کوانتومی فرعی الکترون‌های لایهٔ ظرفیت:

$$2(0) + n(1) = 2 \Rightarrow n = 2 \Rightarrow B : [1s^2] 2s^2 2p^2$$

عنصر B همان عنصر شبه‌فلزی Ge است.

عبارت‌های «آ» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «آ»: $(B)Ge$ و $(A)Si$ هر دو در اثر ضربه خرد می‌شوند.

عبارت «ب»: هر دو عنصر در گروه ۱۴ جدول تناوبی قرار دارد.

عبارت «پ»: سیلیسیم و ژرمانیم هر دو رسانایی الکتریکی کمی دارند.

عبارت «ت»: اتم‌های Si و Ge در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارند.

سخت



پاسخنامه کاپری

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴

۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴

۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴

۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴
۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴

