



نام و نام خانوادگی:

تعداد سوال: ۱۳۵

افشار

نام آزمون: ریاضی اختصاصی نظام قدیم

مرکز مشاوره تحصیلی دکتر

زمان برگزاری: ۱۷۵ دقیقه

علیرضا افشار

۱ در مثلث ABC : $(\hat{A} = 90^\circ, AB = 3, AC = 4)$ ارتفاع AH و نیمساز داخلی AD رسم شده است. اندازه DH کدام است؟

- ۱ $\frac{12}{35}$ ۲ $\frac{5}{14}$ ۳ $\frac{7}{15}$ ۴ $\frac{15}{28}$

۲ از مجموعه $\{101, 102, 103, \dots, 600\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم با کدام احتمال این عدد مضرب ۵ می‌باشد ولی به ۶ بخش پذیر نیست، یا مضرب ۵ نیست ولی به ۶ بخش پذیر است؟

- ۱ 0.3 ۲ 0.4 ۳ 0.36 ۴ 0.32

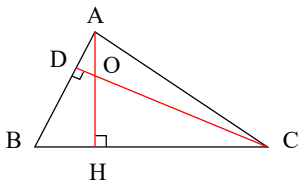
۳ کانون‌های بیضی به معادله $2x^2 + 7y^2 - 4x = 12$ دو سر قطری از دایره‌اند، این دایره نیمساز ناحیه اول را با کدام طول قطع می‌کند؟

- ۱ 2 ۲ $1 + \sqrt{2}$ ۳ $\frac{5}{2}$ ۴ 3

۴ کدام تابع در $x = 0$ نقطه عطف دارد ولی مشتق ندارد؟

- ۱ $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ ۲ $f(x) = \begin{cases} x^3 & x > 0 \\ -x^2 & x \leq 0 \end{cases}$ ۳ $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ x^2 & x < 0 \end{cases}$ ۴ $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{\sqrt{x}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

۵ در شکل مقابل AH و CD دو ارتفاع مثلث ABC هستند. اگر $OH = \frac{1}{3}AD = 5DO = 12$ ، طول HC کدام است؟



- ۱ 165 ۲ 170 ۳ 175 ۴ 180

۶ اگر خط $x = 2$ دوران‌های متوالی $45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, \dots, 360^\circ$ حول مبدأ داشته باشد، مساحت شکل حاصل چقدر است؟

- ۱ $16(\sqrt{2}-1)$ ۲ $8(\sqrt{2}-1)$ ۳ $32(\sqrt{2}-1)$ ۴ $16(2-\sqrt{2})$

۷ هرگاه $p > 3$ عددی اول و $p^2 | b$ و $p^2 | a - 5b^2$ و $p | 3a^2$ و $p \nmid a$ آنگاه (a^3, b^2) کدام است؟

- ۱ p ۲ p^2 ۳ p^3 ۴ a

۸ اگر $a = 1! + 2! + \dots + 100!$ ، آن‌گاه a^a به کدام دسته همبستگی به پیمانه ۴ تعلق دارد؟

- ۱ $[0]$ ۲ $[1]$ ۳ $[2]$ ۴ $[3]$

۹ کوچکترین عددی که در تقسیم بر ۱۰ باقی‌مانده ۹، در تقسیم بر ۹ باقی‌مانده ۸، در تقسیم بر ۸ باقی‌مانده ۷ و به همین ترتیب تا سرانجام در تقسیم بر ۲ باقی‌مانده ۱ داشته باشد برابر است با:

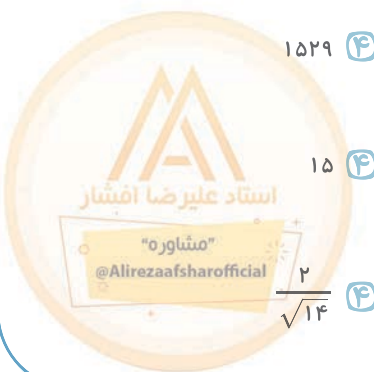
- ۱ 2159 ۲ 1259 ۳ 2519 ۴ 1529

۱۰ اگر $(a, b) = 1$ ، $(a+b)^3$ حاصل $[a, 40]$ همواره کدام است؟

- ۱ $20a$ ۲ $40a$ ۳ 16 ۴ 15

۱۱ کسینوس نیمساز زاویه‌ی بین بردارهای $a(2, -1, 1)$ و $b(1, 2, 1)$ محور x ‌ها چه می‌باشد؟

- ۱ $\frac{1}{\sqrt{14}}$ ۲ $\frac{5}{\sqrt{14}}$ ۳ $\frac{3}{\sqrt{14}}$ ۴ $\frac{2}{\sqrt{14}}$

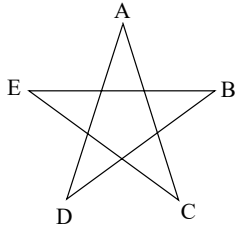


۱۲) یک نقطه روی دایره $x^2 + y^2 = 1$ انتخاب می کنیم احتمال این که فاصله این نقطه از خط $x = 2$ برابر $\sqrt{2}$ باشد چقدر است؟

- ۱) $\frac{1}{2\pi}$ ۲) $\frac{1}{\pi}$ ۳) $\frac{2}{\pi}$ ۴) ۰

۱۳) حاصل $\sum_{k=2}^{\infty} \log\left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$ کدام است؟

- ۱) $\log \frac{1}{4}$ ۲) $\log \frac{1}{3}$ ۳) $\log \frac{1}{2}$ ۴) $\log \frac{2}{3}$



۱۴) در شکل مقابل مجموع زوایای A و B و C و D و E کدام است؟

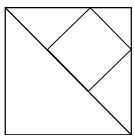
- ۱) 180°
۲) 270°
۳) کم تر از 180°
۴) بین 180° و 270°

۱۵) مربع $ABCD$ به ضلع ۳ مفروض است، چند نقطه روی محیط مربع وجود دارد که فاصله اش از قطر AC برابر $\frac{\pi}{4}$ باشد؟

- ۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۰

۱۶) اگر $\tan\left(2\alpha + \frac{\beta}{3}\right) = \sqrt{3} + 1$ و $\tan\left(2\alpha - \frac{\beta}{3}\right) = \sqrt{3} - 1$ باشد $\tan \frac{2\beta}{3}$ برابر است با:

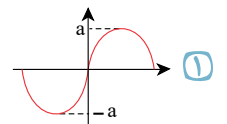
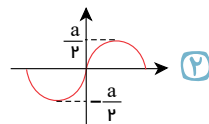
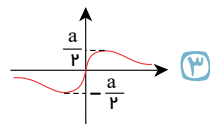
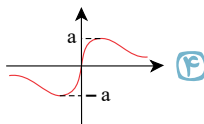
- ۱) $-\frac{3}{2}$ ۲) $-\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$



۱۷) در شکل زیر هر دو چهارضلعی مربع اند. بزرگ ترین مثلث موجود در شکل زیر چند برابر کوچک ترین مثلث می باشد؟

- ۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۱۸) نمودار تابع $y = \frac{ax}{1+x^2}$ ($a > 0$) کدام است؟



۱۹) ارتفاع وارد بر ضلع AC از مثلث ABC ، در صورتی که $m_a = 9$ و $a = 10$ و $m_b = 6$ باشد، کدام است؟

- ۱) $\frac{6\sqrt{10}}{5}$ ۲) $\frac{7\sqrt{10}}{5}$ ۳) $\frac{8\sqrt{10}}{5}$ ۴) $\frac{9\sqrt{10}}{5}$

۲۰) چه تعداد از توابع زیر متناوب است؟

- الف) $y = \sin \sqrt{x}$ (ب) $y = \cos \frac{1}{x}$ (ج) $y = x + \sin x$ (د) $y = \sqrt{2} + \cos x$
هـ) $y = \cos \frac{\pi}{2}[x]$ (و) $y = 1$ (ز) $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

- ۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۶

۲۱) دوره تناوب تابع $f(x) = \begin{cases} \cos^2 2x & x \in \mathbb{Q} \\ 1 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{\pi}{2}$ ۴) π

۲۲) تابع $f(x) = [x] - [x^2]$ در بازه $(0, 2)$ چند نقطه‌ی ناپیوستگی دارد؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- ۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱



۲۳ در متوازی الاضلاع کدام گزینه درست نیست؟

- ۱ خطی که وسط دو ضلع روبرو را به هم وصل می کند محور تقارن است.
 ۲ زوایای مجاور مکملند.
 ۳ مرکز تقارن محل تلاقی دو قطر است.
 ۴ فاصله دو ضلع روبرو ثابت است.

۲۴ مشتق تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{x^3 - 5x + 8} \cdot \sin 3x$ در نقطه $x_0 = 0$ کدام است؟

- ۱ ۱۲
 ۲ ۳
 ۳ ۶
 ۴ ۰

۲۵ مشتق دوم تابع $y = f(x^2)$ در $x = 1$ با فرض $f'(1) = 1$ و $f''(1) = 2$ کدام است؟

- ۱ ۱۶
 ۲ ۱۴
 ۳ ۱۲
 ۴ ۱۰

۲۶ تابع $f(x) = \frac{2}{\pi} + \cos x$ در بازه $[0, \frac{\pi}{2}]$ مفروض است. حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_n(f) + 2L_n(f)}{1 + L_n(f)}$ کدام است؟

- ۱ ۱
 ۲ ۲
 ۳ $\frac{5}{2}$
 ۴ $\frac{5}{3}$

۲۷ اگر $f(x) = 1 - (\frac{1}{x})^x$ باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{xf(x)}$ کدام بازه است؟

- ۱ $[-1, 1]$
 ۲ $(-\infty, 0)$
 ۳ $(-\infty, +\infty)$
 ۴ $(0, +\infty)$

۲۸ ۳ نفر برای ریاست اداره‌ای نامزد شده‌اند. به چند طریق می‌توانند ۱۳ نفر به آنها رای دهند به طوری که هر کس حداکثر به دو نفر رای دهد؟

- ۱ 13^6
 ۲ 6^{13}
 ۳ 13^7
 ۴ 7^{13}

۲۹ به ازای چند عدد طبیعی a ، $[a, 180] = 900$ برقرار می‌باشد؟ $[a, b]$ ک.م.م a و b است.

- ۱ ۵
 ۲ ۶
 ۳ ۹
 ۴ ۱۲

۳۰ اگر نقطه‌ی میانی بازه $(-3, a^2)$ و نقطه‌ی میانی بازه‌ی مجموعه‌ی جواب $\frac{\sqrt{x}(x+3)}{2x-a} < 0$ با یکدیگر برابر باشند، مجموعه‌ی مقادیر

ممکن برابر a کدام است؟

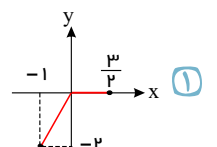
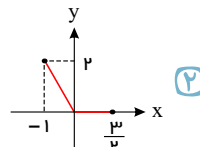
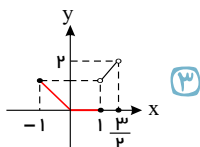
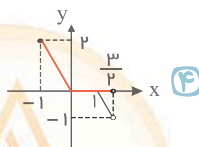
- ۱ $\{2\}$
 ۲ $\{\frac{-3}{2}, 2\}$
 ۳ $\{\pm \frac{3}{2}\}$
 ۴ $\{\}$

۳۱ اگر مجانب‌های مایل تابع $f(x) = x + \tan^{-1} x$ به صورت دو خط $y = ax + b$ و $y = a'x + b'$ باشند، در این صورت $|ab' - ba'|$ کدام

است؟

- ۱ ۰
 ۲ $\frac{\pi}{2}$
 ۳ 2π
 ۴ π

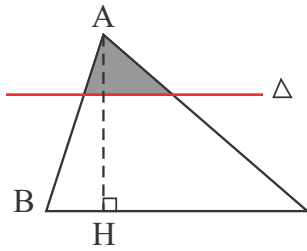
۳۲ نمودار تابع $f(x) = 2x \left[\frac{x}{2} \right]$ در بازه $-1 \leq x \leq \frac{3}{2}$ کدام است؟ $[]$ ، علامت جزء صحیح است.



۳۳ در مثلث ABC ($AB < AC$) ضلع BC را از هر دو طرف، به اندازه‌های $BD = BA$ و $CE = CA$ امتداد می‌دهیم. مرکز دایره محیطی مثلث ADE ، بر روی کدام جزء مثلث ABC است؟

- ۱ عمود منصف BC
 ۲ میانه نظیر ضلع BC
 ۳ ارتفاع وارد بر ضلع BC
 ۴ نیمساز داخلی زاویه A

۳۴ در مثلثی قاعده $BC = 20$ و ارتفاع $AH = 15$ خط Δ همواره موازی BC با سرعت 0.5 واحد در ثانیه به آن نزدیک می‌شود. در حالی که



فاصله دو خط موازی ۳ باشد، سرعت افزایش مساحت مثلث سایه زده، کدام است؟

- ① ۰٫۴
② ۰٫۶
③ ۰٫۸
④ ۰٫۹

۳۵ فاصله مبدأ مختصات از خط گذرنده بر دو نقطه $(3, 5, -2)$ و $(1, 4, 0)$ کدام است؟

- ① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{13}$ ③ $\sqrt{14}$ ④ $\sqrt{15}$

۳۶ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} a \left[\frac{1}{x-1} \right] & x > 0 \\ \sqrt{2} & x = 0 \\ \frac{\sqrt{1-\cos x}}{b \sin x} & x < 0 \end{cases}$ در $x = 0$ پیوسته باشد، حاصل $a \cdot b$ کدام است؟ (علامت جزء صحیح است.)

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$

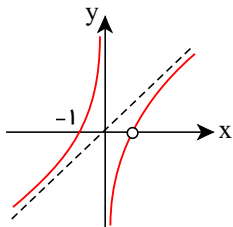
۳۷ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} [x] + [-x] & x \in \mathbb{Q} \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ در فاصله‌ی $(-3, 3)$ در چند نقطه حد دارد؟ (علامت جزء صحیح است.)

- ① صفر ② ۴ ③ ۵ ④ بی‌شمار

۳۸ دنباله‌ی $a_1 = k$ و $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 12}$ نزولی است. حدود k کدام است؟

- ① $k \geq -12$ ② $0 < k \leq 4$ ③ $k \leq -3$ ④ $k \geq 4$

۳۹ اگر نمودار تابع $y = \frac{(x^2 + ax + b)(x + c^2)}{x^2 - x}$ به صورت مقابل باشد، $a^2 + b^2 + c^2$ کدام است؟



- ① ۲ ② ۴
③ ۶ ④ ۸

۴۰ با فرض $a_n = n(1 + \frac{1}{n})^n$ و $b_n = n(1 + \frac{1}{n})^{n+1}$ دنباله $\{a_n - b_n\}$ چگونه است؟

- ① واگراست ② همگرا به صفر ③ همگرا به e ④ همگرا به $-e$

۴۱ در یک لوزی که زاویه‌ی حاده‌ی آن 30° و طول هر ضلع آن ۶ واحد است، شعاع دایره‌ی محاطی چند واحد است؟

- ① ۲ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

۴۲ چند مثلث متمایز ABC می‌توان رسم کرد که در آن $\hat{A} = 45^\circ$ ، $BC = 6$ و رأس A به فاصله $3\sqrt{2}$ از عمود منصف ضلع BC باشد؟

- ① ۴ ② ۲ ③ ۱ ④ هیچ

۴۳ اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^3 + 2) - f(2)}{x^3} = 3$ و تابع f یک تابع مشتق پذیر باشد به طوری که $g(x) = f(3x - 4)$ ، آن‌گاه $g'(2)$ کدام است؟

- ① ۳ ② ۶ ③ ۱۲ ④ ۹

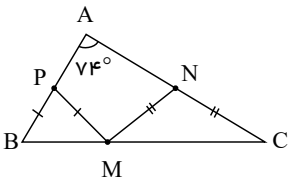
۴۴ در مثلثی بارتوس $A(1, 2, 3)$ ، $B(3, 1, 2)$ ، $C(2, 1, 5)$ ، نیمساز داخلی زاویه‌ی A ، صفحه‌ی xz را در چه ارتفاعی قطع می‌کند؟

- ① ۴ ② ۳ ③ ۲ ④ ۱

۴۵) مجموع ریشه‌های معادله $\sin x - \cos x + \sin x \cos x - 1 = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- ۱) π ۲) $\frac{3\pi}{2}$ ۳) 2π ۴) $\frac{5\pi}{2}$

۴۶) در مثلث ABC که $\hat{A} = 74^\circ$ نقاط M, N, P به ترتیب روی اضلاع BC, AC, AB و طوری قرار دارند که $BP = PM$ و



$MN = NC$ ، زاویه \hat{PMN} کدام است؟

- ۱) 89° ۲) 53° ۳) 74° ۴) 56°

۴۷) خط $l: x - 2y = 7$ با تبدیل $T(x, y) = (1 - y, 2 + x)$ به خط l' تبدیل می‌شود. نقطه‌ی تلاقی l و l' در کدام ناحیه است؟

- ۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

۴۸) کدام یک از مجموعه‌های زیر، متناهی است؟

- ۱) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid \sin x = 1\}$ ۲) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 < \sqrt{x}\}$
 ۳) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^4 + 2x^3 - x + 1 = 0\}$ ۴) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{x} \in \mathbb{Z}\}$

۴۹) نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sin^2 x - 2 \sin x$ ؛ $x \in [0, 2\pi]$ در کدام بازه صعودی و تقعر آن رو به پایین است؟

- ۱) $(\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2})$ ۲) $(\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6})$ ۳) $(\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6})$ ۴) $(\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6})$

۵۰) رئوس A, B, C از مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع $\sqrt{18}$ به ترتیب روی محورهای Ox, Oy, Oz قرار دارند. اگر نقطه‌ای باشد

که $\vec{BM} = 3\vec{MA} + 2\vec{CM}$ ، آنگاه فاصله M تا مبدأ مختصات کدام است؟ (مختصات A, B, C ، غیرمنفی است.)

- ۱) $\frac{3\sqrt{14}}{2}$ ۲) $\frac{3\sqrt{13}}{2}$ ۳) $3\sqrt{3}$ ۴) ۶

۵۱) خط مماس بر منحنی تابع $y = \sqrt{3x+1}$ در نقطه A به طول واحد بر روی منحنی، محور x ها را در نقطه B قطع می‌کند. اگر A' تصویر قائم

A بر محور x باشد، طول پاره خط $A'B$ کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۳ ۳) $\frac{8}{3}$ ۴) $\frac{11}{3}$

۵۲) در یک سری داده‌ی آماری مجموع داده‌ها ۷۵ و مجموع مربعات داده‌ها ۶۱۵ است. اگر تعداد داده‌ها ۱۵ باشد، ضریب تغییرات داده‌ها کدام

است؟

- ۱) ۰٫۱۲ ۲) ۰٫۱۴ ۳) ۰٫۸ ۴) ۰٫۱۸

۵۳) از رابطه $y + xy^2 + x = 7$ مقدار $\frac{d^2y}{dx^2}$ در نقطه $(1, 2)$ ، کدام است؟

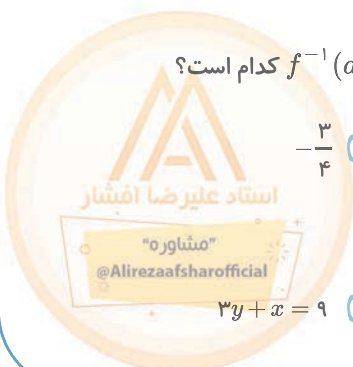
- ۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{4}{5}$ ۳) $\frac{6}{5}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۵۴) نمودارهای دو تابع $f(x) = \frac{4\sqrt{2}}{x}$ و $g(x) = (\sqrt{2})^{ax+1}$ در نقطه‌ای به طول ۱ متقاطع هستند، حاصل $f^{-1}(a)$ کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $-\frac{3}{4}$

۵۵) معادله تصویر خط $2y + x = 6$ تحت تجانس به مرکز $O'(2, 1)$ و نسبت تجانس $\frac{3}{2}$ ، کدام است؟

- ۱) $y + 2x = 2$ ۲) $2y + x = 7$ ۳) $2y + x = 9$ ۴) $3y + x = 9$



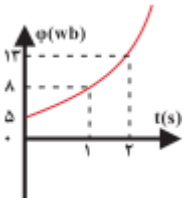
۵۶) لوله‌ی استوانه‌ای شکلی به طول 40 cm را که هر دو طرف آن باز است تا ارتفاع 30 سانتی‌متر بطور قائم در جیوه فرو می‌بریم و سپس انگشت خود را در بالای لوله قرار داده و لوله را از جیوه بیرون می‌آوریم. اگر فشار هوا در محل 75 cmHg باشد، و دما ثابت بماند، چند سانتی‌متر از جیوه در لوله باقی می‌ماند؟

- ۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۵ ۴) ۲۰

۵۷) فاصله از لبه‌ی یک چاه تا سطح آب درون آن 34 متر است. شخصی سنگی را از لبه‌ی چاه با سرعت اولیه‌ی $7\frac{m}{s}$ در راستای قائم رو به پایین پرتاب می‌کند و صدای برخورد سنگ با آب را می‌شنود. فاصله‌ی بین پرتاب سنگ و شنیدن صدا تقریباً چند ثانیه است؟
($g = 10\frac{m}{s^2}$ ، مقاومت هوا ناچیز و سرعت صوت در هوا $340\frac{m}{s}$ است.)

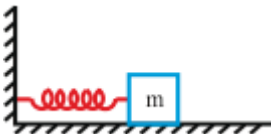
- ۱) ۱٫۸ ۲) ۲٫۱ ۳) ۲٫۶ ۴) ۳٫۲

۵۸) نمودار شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقه، به صورت سهمی روبه‌رو است. بزرگی نیروی محرکه‌ی القایی در لحظه‌ی $t = 0$ چند ولت است؟



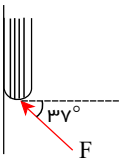
- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۲٫۵ ۴) ۵

۵۹) مطابق شکل جسمی به جرم یک کیلو گرم را به فنری به ضریب سختی $500\frac{N}{m}$ متصل کرده و فنر را در سطح افقی به اندازه 10 cm فشرده می‌کنیم و از آن نقطه بدون سرعت اولیه، جسم را رها می‌کنیم. سرعت جسم در لحظه‌ی عبور از نقطه‌ی ای که فنر طول عادی خود را دارد چند متر بر ثانیه است؟ ($\mu_k = 0.5, g = 10\frac{m}{s}$)



- ۱) ۲ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) $2\sqrt{6}$ ۴) ۶

۶۰) کتابی به جرم 500 گرم توسط نیروی F به دیوار قائمی فشرده می‌شود. بزرگی نیروی F چقدر باشد تا کتاب ساکن بماند؟ ($\mu_s = 0.5$)



- ۱) 5 N ۲) 20 N ۳) $5\text{ N} \leq F < 20\text{ N}$ ۴) $5\text{ N} \leq F \leq 25\text{ N}$

۶۱) بردار موقعیت متحرکی در SI به صورت: $\vec{r} = (2t^2 - 4t)\vec{i} + (t^3 - 3t^2)\vec{j}$ است. در لحظه‌ای که شتاب آن حداقل است بردار سرعت و شتاب با یکدیگر چه زاویه‌ای می‌سازند؟

- ۱) 60° ۲) 90° ۳) 45° ۴) 0°

۶۲) شدت صوت یک چشمه‌ی صوتی 40 برابر شدت صوت مبناست. تراز شدت صوت آن چشمه برابر است با: ($\log 2 = 0.3$)

- ۱) 13 دسی‌بل ۲) 16 دسی‌بل ۳) 32 دسی‌بل ۴) 26 دسی‌بل

۶۳) جسمی در مقابل آینه‌ی مقعر قرار دارد و بزرگ‌نمایی $\frac{1}{p}$ است. آن را 30 cm به آینه نزدیک می‌کنیم و در این صورت بزرگ‌نمایی 2 شده و جهت تصویر عوض نمی‌شود شعاع آینه:

- ۱) 20 cm ۲) 40 cm ۳) 60 cm ۴) 120 cm

۶۴) دمای هوای درون یک لوله صوتی را از صفر درجه سلسیوس به 91 درجه سلسیوس می‌رسانیم. بسامد صوت اصلی لوله چند برابر می‌شود؟

- ۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{3}$



۶۵) یک چشمه‌ی نور گسترده‌ی دایره‌ای شکل به قطر 1 cm را در فاصله‌ی 18 سانتی‌متری یک قرص کدر به شعاع 5 cm و موازی با آن قرار می‌دهیم. اگر فاصله‌ی جسم کدر تا سایه‌اش روی پرده‌ای موازی با آن‌ها برابر با 60 سانتی‌متر باشد، قطر سایه‌ی قرص کدر روی پرده چند متر است؟

① 1.8 ② 2 ③ 2.5 ④ 0.4

۶۶) معادله‌ی مکان - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 10t$ است، مکان جسم در لحظه‌ای که سرعت متحرک کم‌ترین مقدار خود را دارد، چند متر است؟

① 12 ② 6 ③ 8 ④ 14

۶۷) دو متحرک A و B که در فاصله‌ی 100 متری از یکدیگر قرار دارند، با سرعت اولیه‌ای به اندازه‌ی $20 \frac{m}{s}$ و به صورت هم‌زمان به سمت یکدیگر به حرکت در می‌آیند. اگر بزرگی شتاب متحرک B برابر با $2 \frac{m}{s^2}$ و حرکت آن تندشونده باشد، بزرگی شتاب متحرک A چگونه باشد تا دو متحرک به یکدیگر برخورد نکنند؟

① $a_A > 8 \frac{m}{s^2}$ ② $a_A > 10 \frac{m}{s^2}$ ③ $a_A < 12 \frac{m}{s^2}$ ④ $a_A > 6 \frac{m}{s^2}$

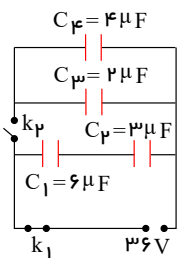
۶۸) معادله حرکت جسمی در SI به صورت $x = -t^3 + 3t^2 - 3t$ می‌باشد. در فاصله زمانی $t_1 = 0.5\text{ s}$ تا $t_2 = 2\text{ s}$ ، حرکت جسم چگونه است؟

① همواره کندشونده ② همواره تندشونده ③ ابتدا کندشونده و سپس تندشونده ④ ابتدا تندشونده و سپس کندشونده

۶۹) برای تبدیل 4 kg آب 50°C به 4 kg یخ -25°C از یخچالی با توان 2 kW استفاده می‌کنیم که در هر 11 ثانیه یک چرخه را طی می‌کند. اگر یخچال با 20 چرخه این کار را انجام دهد، ضریب عملکرد یخچال چقدر است؟ ($C_{\text{آب}} = 4 \frac{J}{g^\circ\text{C}}$ ، $C_{\text{یخ}} = 2 \frac{J}{g^\circ\text{C}}$ ، $L_F = 300 \frac{J}{g}$ و از اتلاف گرما صرف نظر شود.)

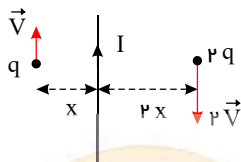
① 3.5 ② 4 ③ 4.5 ④ 5

۷۰) در مدار شکل مقابل، ابتدا کلید k_1 بسته و کلید k_2 باز است. اگر ابتدا کلید k_1 را باز و سپس کلید k_2 را ببندیم، بارالکتریکی ذخیره شده در خازن C_1 چگونه تغییر خواهد کرد؟



- ① $54\mu\text{C}$ افزایش می‌یابد.
 ② $54\mu\text{C}$ کاهش می‌یابد.
 ③ $36\mu\text{C}$ افزایش می‌یابد.
 ④ $36\mu\text{C}$ کاهش می‌یابد.

۷۱) در شکل زیر، جریانی به اندازه‌ی I در جهت نشان داده شده از سیم قائم می‌گذرد. نیروهای وارد بر بارها چه وضعیتی دارند؟ (سیم حامل جریان و بارها در صفحه‌ی کاغذ قرار دارند.)



- ① مساوی و هم جهت هستند.
 ② مساوی و در خلاف جهت یکدیگر هستند.
 ③ نیروی وارد بر بار بزرگ‌تر زیادتر بوده و هم جهت هستند.
 ④ نیروی وارد بر بار کوچک‌تر زیادتر بوده و در خلاف جهت هم هستند.

۷۲) در شکل زیر، ضریب شکست محیط منشور برابر با $\sqrt{2}$ است. زاویه‌ی انحراف خروجی از منشور برابر با چند درجه است؟



- ① 45 ② 90 ③ 120 ④ 180

۷۳) بسامد صوت اصلی یک لوله‌ی صوتی دو انتها باز برابر با 800 Hz است. اگر فاصله‌ی اولین گره تا آخرین گره‌ی صوت تشدید شده در لوله برابر با 15 cm باشد، لوله هماهنگ چندم خود را تشدید کرده است؟ (سرعت صوت را در هوای درون لوله $330 \frac{m}{s}$ در نظر بگیرید.)

- ۱ سوم ۲ چهارم ۳ پنجم ۴ ششم

۷۴) در واکنش هسته‌ای زیر تعداد ذره‌های α و β^- به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ${}_{90}^{200}\text{X} \rightarrow {}_{86}^{188}\text{Y} + m\beta^- + n\alpha + 50\gamma$

- ۱ ۳ و ۲ ۲ ۲ و ۳ ۳ ۳ و ۳ ۴ ۳ و ۳

۷۵) به کره‌ی فلزی توخالی با شعاع خارجی 2 cm و چگالی اولیه‌ی $15000 \frac{kg}{m^3}$ و گرمای ویژه‌ی $400 \frac{J}{kg^\circ C}$ ، به مقدار 6000 J گرما می‌دهیم.

اگر شعاع کره 0.5 درصد افزایش یابد، حجم اولیه‌ی حفره‌ی درون کره چند سانتی‌متر مکعب است؟ $(\frac{1}{K} = 10^{-4})$ ضریب انبساط طولی این فلز و

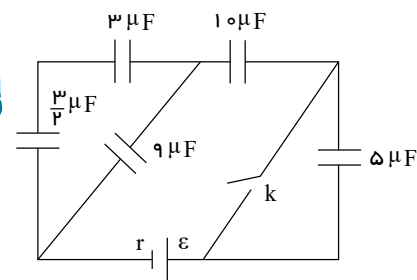
$(\pi = 3)$

- ۱ ۱۲ ۲ ۲۲٫۵ ۳ ۱۵ ۴ ۲۰

۷۶) نوسانگری به جرم 100 گرم، روی پاره‌خطی به طول 20 cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و در مدت $\frac{1}{4}$ ثانیه از مرکز نوسان به انتهای

مسیر می‌رسد. انرژی جنبشی نوسانگر در مرکز نوسان، چند میلی‌ژول است؟ $(\pi^2 = 10)$

- ۱ ۲ ۲ ۸ ۳ ۲۰ ۴ ۲۵

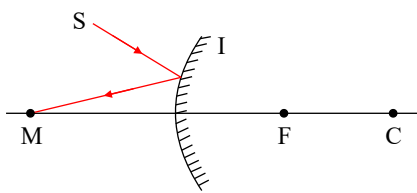


۷۷) در مدار مقابل، کلید باز است. اگر کلید را ببندیم، بار خازن 10 میکروفارادی چند برابر می‌شود؟

- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۴ ۴ ۸ ۴ ۸

۷۸) مطابق شکل زیر پرتو نور SI به سطح آینه‌ی محدب می‌تابد. اگر زاویه‌ی تابش برابر با α باشد و پرتو بازتاب محور اصلی را در نقطه‌ی M قطع

کند طوری که MI برابر با شعاع آینه باشد. زاویه‌ی کوچک تری که امتداد پرتو تابش با محور اصلی می‌سازد کدام است؟



- ۱ α ۲ 2α ۳ $\frac{3}{2}\alpha$ ۴ $\frac{5}{2}\alpha$

۷۹) دو کره‌ی فلزی یکسان که روی دو پایه‌ی عایق و در فاصله‌ی r از یکدیگر قرار دارند، دارای بارهای الکتریکی $q_1 = -4\mu C$ و $q_2 = 10\mu C$

می‌باشند. اگر دو کره را با هم تماس دهیم و در فاصله‌ی $\frac{r}{4}$ از یکدیگر قرار دهیم، اندازه‌ی نیروی بین دو کره چند برابر حالت اول می‌شود؟

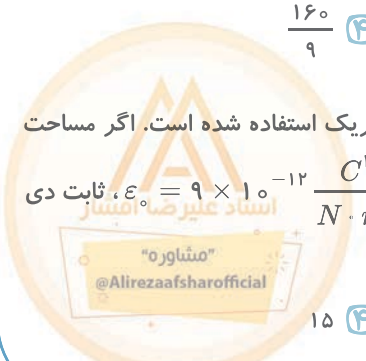
- ۱ $\frac{9}{160}$ ۲ $\frac{10}{9}$ ۳ $\frac{9}{10}$ ۴ $\frac{160}{9}$

۸۰) در خازن تختی که فاصله‌ی بین صفحات آن 2 cm است، از شیشه‌ای به ضخامت 2 cm به عنوان دی‌الکتریک استفاده شده است. اگر مساحت

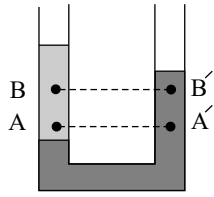
صفحات این خازن 100 cm^2 باشد، حداکثر چند ژول انرژی الکتریکی می‌توان در این خازن ذخیره کرد؟ $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2})$ ثابت دی

الکتریک شیشه 20 و قدرت دی‌الکتریک آن $50 \frac{kV}{mm}$ است.)

- ۱ ۹۰ ۲ ۴۵ ۳ ۲۲٫۵ ۴ ۱۵



۸۱) مطابق شکل، دو مایع مخلوط نشدنی آب و نفت در یک لوله‌ی U شکل در حال تعادل‌اند. اگر اختلاف فشار بین دو نقطه‌ی A و A' را با ΔP_1 و اختلاف فشار بین دو نقطه‌ی B و B' را با ΔP_2 نمایش دهیم، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟



$\Delta P_1 = \Delta P_2$ (۲)

$\Delta P_1 < \Delta P_2$ (۱)

$\Delta P_1 > \Delta P_2$ (۴)

$\Delta P_1 = \Delta P_2 = 0$ (۳)

۸۲) فاصله‌ی لامپ کوچکی از کف اتاق $2,4m$ و ابعاد کف اتاق $3 \times 4m^2$ است. قرص کدروی به قطر $50cm$ را بین لامپ و کف اتاق و موازی با کف قرار می‌دهیم. حداکثر ارتفاع قرص کدر از کف اتاق چند متر باشد تا سایه‌ی قرص به طور کامل در کف اتاق جا بگیرد؟

$2,1$ (۴)

$0,3$ (۳)

$0,4$ (۲)

2 (۱)

۸۳) اگر یک لامپ $100W$ تک رنگ به طور یکنواخت در همه‌ی جهت‌ها انرژی گسیل کند، با فرض این که طول موج متناظر با فوتون‌های آن برابر با $500nm$ و بازده‌ی این لامپ برابر با 78% باشد، در هر ثانیه از این لامپ چند فوتون گسیل می‌شود؟

$(h = 6,6 \times 10^{-34} J \cdot s, c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$

2×10^{21} (۴)

2×10^{16} (۳)

2×10^{20} (۲)

2×10^{18} (۱)

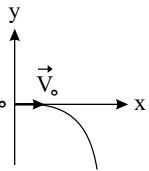
۸۴) در شرایط خلا و مطابق شکل زیر، پرتابه‌ای از مبدا مختصات در صفحه‌ی xoy پرتاب می‌شود. اگر در لحظه‌ی برخورد به زمین بردار سرعت آن به صورت $\vec{v} = 30\vec{i} - 40\vec{j}$ باشد، بردار مکان آن در لحظه‌ی برخورد به زمین کدام است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و تمام اندازه‌ها در SI هستند.)

$\vec{r} = 120\vec{i} - 80\vec{j}$ (۲)

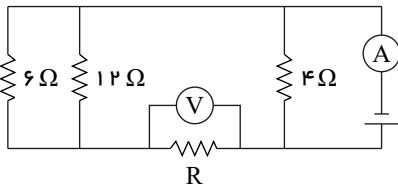
$\vec{r} = 150\vec{i} - 125\vec{j}$ (۱)

$\vec{r} = -160\vec{j}$ (۴)

$\vec{r} = 120\vec{i} - 160\vec{j}$ (۳)



۸۵) در مدار شکل زیر، اگر ولت‌سنج ایده‌آل $16V$ و آمپرسنج ایده‌آل $10A$ را نشان دهد، مقاومت R چند اهم است؟



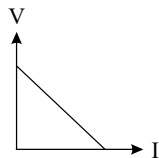
$\frac{16}{3}$ (۲)

1 (۱)

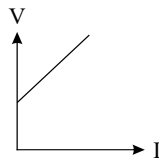
4 (۴)

$\frac{8}{3}$ (۳)

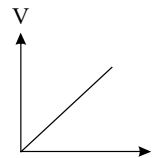
۸۶) در یک مدار تک حلقه، نمودار اندازه‌ی اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک مولد بر حسب جریان عبوری از آن، مطابق کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند باشد؟



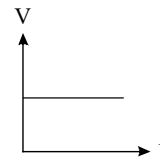
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۸۷) صفحه‌ای دایره‌ای شکل به قطر $4cm$ عمود بر راستای انتشار امواج صوتی قرار دارد. اگر تراز شدت صوت در محل صفحه 14 دسی بل باشد، در هر دقیقه چند ژول انرژی صوتی به صفحه می‌رسد؟ ($\log 5 = 0,7, I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}, \pi = 3$)

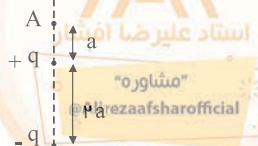
$1,8 \times 10^{-10}$ (۴)

$7,2 \times 10^{-12}$ (۳)

$1,8 \times 10^{-12}$ (۲)

$7,2 \times 10^{-11}$ (۱)

۸۸) در شکل زیر، بزرگی میدان الکتریکی برایند حاصل از دو قطبی الکتریکی در نقطه‌ی A کدام است؟ (ϵ_0 : ضریب گذردهی الکتریکی خلأ)



$\frac{4q}{9\pi\epsilon_0 a^2}$ (۲)

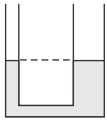
$\frac{2q}{9\pi\epsilon_0 a^2}$ (۱)

$\frac{2q}{\pi\epsilon_0 a^2}$ (۴)

$\frac{q}{2\pi\epsilon_0 a^2}$ (۳)

۸۹ در یک لولهی U شکل که مساحت قاعدهی لولهی سمت راست و چپ آن به ترتیب 5cm^2 و 2cm^2 است، مطابق شکل زیر، آب وجود دارد. در لولهی سمت چپ چند گرم روغن بریزیم تا سطح آب در لولهی سمت راست ۴ سانتی متر بالا رود؟

$$(g = 10 \frac{m}{s^2}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{روغن}} = 0.8 \frac{g}{\text{cm}^3})$$



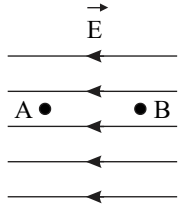
۷۰ (۴)

۳۵ (۳)

۲۸ (۲)

۱۷.۵ (۱)

۹۰ در شکل زیر، وقتی بار الکتریکی نقطه‌ای $q = -4\mu\text{C}$ در میدان الکتریکی یکنواخت $E = 20000 \frac{V}{m}$ از نقطه‌ی A رها می‌شود، انرژی جنبشی آن زمانی که به نقطه‌ی B می‌رسد برابر با 0.04J می‌شود. به ترتیب از راست به چپ $(V_A - V_B)$ چند ولت و فاصله‌ی AB چند متر است؟ (از نیروی وزن وارد بر ذره صرف نظر شود.)



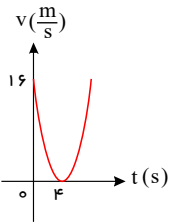
۲, 10^4 (۲)

۰.۵, 10^4 (۱)

۲, -10^4 (۴)

۰.۵, -10^4 (۳)

۹۱ نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل زیر است. شتاب متوسط این متحرک بین دو لحظه‌ی $t_1 = 2\text{s}$ و $t_2 = 8\text{s}$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟



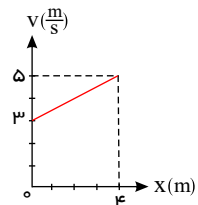
۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۹۲ نمودار سرعت متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند بر حسب مکان این متحرک مطابق شکل زیر است. شتاب این متحرک در $x = 4\text{m}$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟



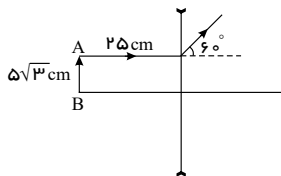
۰.۵ (۲)

۴ (۱)

۲.۵ (۴)

۵ (۳)

۹۳ شکل زیر پرتویی را نشان می‌دهد که از نقطه‌ی A موازی محور اصلی یک عدسی نازک به آن تابیده است و پس از شکست و عبور از عدسی، مسیری مطابق شکل را طی می‌کند. بزرگنمایی عدسی کدام است؟



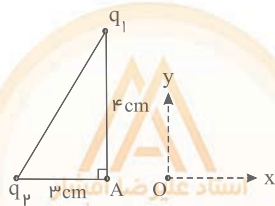
$\frac{1}{6}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

۹۴ در شکل زیر، بردار میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطه‌ی A برابر با $\vec{E} = (3\vec{i} + 4\vec{j}) \times 10^5 \frac{N}{C}$ است. حاصل $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟



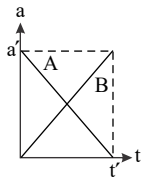
$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{64}{27}$ (۱)

$-\frac{64}{27}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

۹۵ نمودار شتاب- زمان دو متحرک A و B که هر دو از حال سکون شروع به حرکت شروع کرده‌اند، مطابق شکل زیر است. در مورد



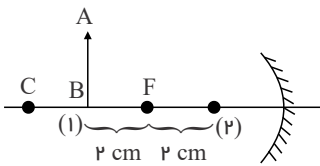
سرعت متوسط دو متحرک در بازه زمانی صفر تا t' ، کدام گزینه درست است؟

- ۱ $\bar{V}_A > \bar{V}_B$ ۲ $\bar{V}_A = \bar{V}_B$
 ۳ $\bar{V}_A < \bar{V}_B$ ۴ نمی‌توان نظر قطعی داد.

۹۶ آونگ ساده‌ای که نوسانات کم دامنه انجام می‌دهد. در یک مدت معین ۴ نوسان کامل انجام می‌دهد. طول آونگ را چگونه تغییر دهیم تا در همان مدت و مکان قبلی، یک نوسان بیشتر انجام دهد؟

- ۱ ۲۵ درصد افزایش دهیم. ۲ ۲۵ درصد کاهش دهیم.
 ۳ ۳۶ درصد افزایش دهیم. ۴ ۳۶ درصد کاهش دهیم.

۹۷ مطابق شکل زیر، جسم AB را عمود بر محور اصلی یک آینه کروی از مکان (۱) به مکان (۲) منتقل می‌کنیم. طول تصویر در این حالت، نسبت به حالت قبل چند برابر می‌شود؟



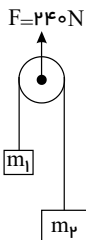
- ۱ ۱ ۲ ۲
 ۳ $\frac{3}{4}$ ۴ $\frac{3}{2}$

۹۸ شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم m را از ارتفاع h از سطح زمین در راستای قائم به سمت پایین پرتاب می‌کنیم. در لحظه‌ای که انرژی جنبشی گلوله ۲۰ درصد افزایش یافته است، انرژی پتانسیل گرانشی آن ۲۵ درصد تغییر کرده است. انرژی جنبشی گلوله چند برابر انرژی پتانسیل گرانشی آن در این لحظه است؟

- ۱ ۲ ۲ $\frac{5}{4}$ ۳ ۱ ۴ $\frac{4}{5}$

۹۹ در دستگاه مقابل، جرم نخ، قرقره و اصطکاک میان آن‌ها ناچیز است. اگر نیروی قائم $F = 240N$ به طرف بالا بر قرقره اثر کند، اندازه شتاب

جسم m_1 چند برابر اندازه شتاب جسم m_2 خواهد شد؟
 $(m_1 = 4kg \text{ و } m_2 = 10kg \text{ و } g = 10 \frac{N}{kg})$



- ۱ ۱ ۲ ۲٫۵ ۳ ۱۰ ۴ ۶٫۲۵

۱۰۰ در اتم هیدروژن، الکترون در تراز $n = 4$ با سرعت V' در حرکت است. الکترون از این تراز به تراز می‌رود و نور مرئی گسیل می‌کند و در

این تراز جدید با سرعت V'' حرکت می‌کند. $\frac{V''}{V'}$ چقدر است؟

- ۱ $\frac{1}{4}$ ۲ $\frac{1}{2}$ ۳ ۲ ۴ ۴

۱۰۱ اگر در واکنش: $2KClO_3(s) \xrightarrow{\Delta} 2KCl(s) + 3O_2(g)$ که در یک ظرف ۱۰ لیتری سربسته انجام می‌گیرد، سرعت متوسط تولید گاز

اکسیژن برابر $0.015 mol \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$ باشد، چند دقیقه طول می‌کشد تا ۳۶۷٫۵ گرم پتاسیم کلرات به طور کامل تجزیه شود؟

$(O = 16, Cl = 35.5, K = 39 : g \cdot mol^{-1})$

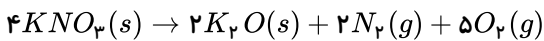
- ۱ ۸ ۲ ۵ ۳ ۴ ۴ ۱۰

۱۰۲ در عناصر واسطه‌ای دوره‌ی چهارم چند عنصر آرایش الکترونی تراز ظرفیت $4s^1$ را دارند؟

- ۱ چهار ۲ سه ۳ دو ۴ یک



۱۰۳ در دمای $500^{\circ}C$ در مدت ۲ دقیقه از حرارت دادن ۴ مول پتاسیم نیترات (KNO_3) ۰٫۶ مول گاز نیتروژن مطابق واکنش زیر تشکیل شده است. مقدار پتاسیم نیترات باقیمانده چند مول و سرعت متوسط تشکیل گاز O_2 چند مول بر دقیقه است؟ (اعداد را از راست به چپ بخوانید)



- ① ۰٫۷۵ - ۲٫۸ ② ۰٫۳ - ۲٫۸ ③ ۰٫۳ - ۱٫۲ ④ ۰٫۷۵ - ۱٫۲

۱۰۴ اگر در کیسه‌ی هوای یک خودرو مقدار ۱۱۲ گرم آهن فلزی تولید شده باشد، تقریباً چند لیتر گاز نیتروژن تولید شده است؟ (چگالی نیتروژن، $0.916 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ ، $N = 14$ ، $Fe = 56$)

- ① ۱۱۲ ② ۵۶ ③ ۲۷۵ ④ ۳۰۰

۱۰۵ اگر به یک جسم مقداری گرما بدهیم تا دمای آن افزایش یابد، در مورد این فرایند کدام گزینه صحیح است؟

- ① انرژی جنبشی و سرعت همه‌ی ذرات به یک اندازه زیاد می‌شود.
 ② افزایش دما، فقط باعث افزایش سرعت حرکت انتقالی ذرات می‌شود.
 ③ انرژی جنبشی ذرات آن افزایش پیدا می‌کند ولی انرژی درونی آن کاهش می‌یابد.
 ④ انرژی درونی ماده افزایش می‌یابد ولی توزیع انرژی میان همه‌ی ذره‌های ماده یکسان نیست.

۱۰۶ محلولی که شامل ۱٫۰۰ میلی‌مول $AgNO_3$ است را با محلولی که شامل ۱٫۰۰ میلی‌مول $NaCl$ می‌باشد و دمای هر دو $0^{\circ}C$ می‌باشد مخلوط می‌کنیم، گرمای حاصل از آن در دما و فشار ثابت، ۰٫۲ گرم یخ با دمای $0^{\circ}C$ (را به آب با دمای $0^{\circ}C$) تبدیل می‌کند. ΔH واکنش $Ag^+(aq) + Cl^-(aq) \rightarrow AgCl(s)$ که کامل فرض شود بر حسب کیلوژول بر مول کدام است؟

(گرمای ذوب یخ در شرایط گفته شده برابر با $6.025 \frac{J}{mol}$ می‌باشد)

- ① -۰٫۰۳۳۵ ② -۰٫۰۶۶۹ ③ -۳۳٫۴۷۲ ④ -۶۶٫۲۷۵

۱۰۷ اگر انرژی شبکه‌ی سدیم فلوئورید، آلومینیم فلوئورید، سدیم اکسید و منیزیم فلوئورید به ترتیب ۹۲۳، ۵۴۹۲، ۲۴۸۱ و ۲۹۵۷ کیلوژول بر مول باشد، انرژی شبکه‌ی منیزیم‌اکسید چند کیلوژول بر مول است؟

- ① ۳۷۹۱ ② ۱۵۹۱۶ ③ ۲۶۵۹ ④ ۱۰۳۶

۱۰۸ تعادل $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$ گرما در داخل استوانه‌ای مجهز به یک پیستون روان و کیپ در دمای ثابت برقرار است. در دمای ثابت پیستون را پایین می‌آوریم، تا حجم در اختیار گازهای شرکت‌کننده در تعادل نصف شود. در ارتباط با این تغییر به جز بقیه گزینه‌ها درست هستند. (المپیاد شیمی - ۷۷)

- ① تعادل جابجا می‌شود و تعداد کل مول‌ها کاهش می‌یابد.
 ② تعادل جابجا می‌شود، در تعادل جدید هر سرعت با سرعت نظیر آن در تعادل اولیه برابر است.
 ③ ثابت تعادل (K)، در این تغییر ثابت می‌ماند.
 ④ برای ثابت ماندن دما بایستی که مقداری گرما از محیط تعادل گرفته شود.

۱۰۹ با توجه به داده‌های جدول زیر، کدام مقایسه‌ی زیر در مورد غلظت H^+ در محلول هم غلظت سه اسید درست است؟

| اسید | A_1 | A_2 | A_3 |
|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|
| ثابت یونش | 2.1×10^{-2} | 8.4×10^{-4} | 4.2×10^{-4} |

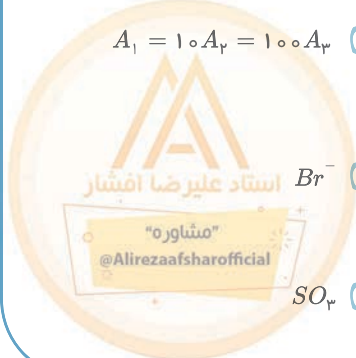
- ① $A_1 > A_2 > A_3$ ② $A_1 = \frac{1}{4}A_2 = \frac{1}{4}A_3$ ③ $A_3 > A_2 > A_1$ ④ $A_1 = 10A_2 = 100A_3$

۱۱۰ کدام یک از یون‌های زیر شدیدتر آبکافت می‌گردد؟

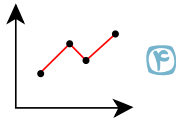
- ① CO_3^{2-} ② HCO_3^- ③ ClO_3^- ④ Br^-

۱۱۱ کدام گونه، توانایی تشکیل پیوند داتیو را ندارد؟

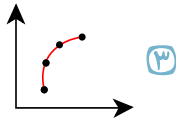
- ① H_3O^+ ② $Al(OH)_3$ ③ H_2O ④ SO_3



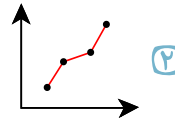
112 تغییرات دمای جوش ترکیب‌های زیر به کدام نمودار مربوط می‌شود؟ درجه‌بندی دما را روی محور عمودی اختیار کنید. (المپیاد شیمی 1374) H_2O, H_2S, H_2Se, H_2Te



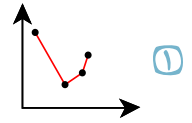
4



3



2



1

113 اگر در محلول هیدروکلریک اسید، مولاریته یون هیدرونیوم $10^4 \times$ برابر مولاریته یون هیدروکسید باشد، pH این محلول کدام است؟

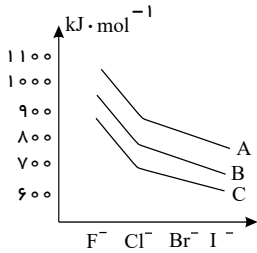
3,7 4

3,3 3

2,7 2

2,3 1

114 با توجه به شکل روبه‌رو، A ، B و C نشان‌دهنده‌ی انرژی شبکه بلور هالیدهای یون‌های کدام عنصرهایند و با بزرگ‌ترین کاتیون هم‌گروه، درباره کدام هالوژن، انرژی شبکه بیش‌تر تغییر می‌کند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



$F - Li$ و K, Na 1

$I - K$ و Li, Na 2

$F - K$ و Na, Li 3

$I - Li$ و Na, K 4

115 یک صافی تصفیه آب آشامیدنی، ظرفیت جذب حداکثر 3 مول یون نیترات را از آب دارد. با استفاده از این صافی حداکثر می‌توان چند لیتر آب شهری دارای $100 ppm$ یون نیترات را به طور کامل تصفیه کرد؟ ($O = 16, N = 14: g \cdot mol^{-1}, d_{H_2O} \approx 1 g \cdot mL^{-1}$)

400 4

800 3

860 2

1860 1

116 کدام گزینه، درست است؟

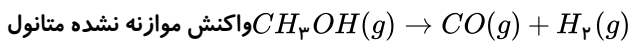
1 هر حلالی که بتواند چربی‌ها را در خود حل کند، در آب نامحلول است.

2 برپایه‌ی قانون هنری، برای افزایش دادن انحلال‌پذیری گازها، باید دمای آب را بالا برد.

3 انحلال گازها در آب، با کاهش آنتروپی همراه و قطبی بودن آنها در انحلال‌پذیری آنها مؤثر است.

4 اوکتان، دکان و آب (با جرم برابر) به خوبی در یکدیگر حل می‌شوند و محلول یک فاز تشکیل می‌دهند.

117 اگر $4,8$ گرم بخار متانول را گرما دهیم و پس از گذشت 20 ثانیه، 40 درصد آن تجزیه شود، سرعت متوسط تجزیه آن چند مول بر دقیقه است و در این فاصله زمانی، به تقریب چند لیتر گاز در شرایط STP تشکیل می‌شود؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g \cdot mol^{-1}$)



4,027 4

4,018 3

3,018 2

3,027 1

118 واکنش: $A + B \rightarrow C$ ، از رابطه‌ی قانون سرعت: $k[A][B]$ = سرعت، پیروی می‌کند. این واکنش در یک ظرف دارای متانول مایع که در آن 0,01 مول A و یک مول B حل شده است، در حال انجام است. با دو برابر کردن کدام مورد، زمان انجام واکنش بیش‌تر تغییر می‌کند؟

غلظت B 4

مقدار C 3

غلظت A 2

مقدار متانول 1

119 در عنصرهای گروه‌های اصلی جدول تناوبی، با افزایش عدد اتمی، چه تعداد از ویژگی‌های زیر، ثابت باقی می‌ماند؟

شمار لایه‌های الکترونی اشغال شده‌ی اتم

شمار لایه‌های الکترونی اشغال شده‌ی اتم

شمار الکترون‌های لایه‌ی پیش از آخر

تفاوت الکترونگاتیوی اتم دو عنصر متوالی

3 4

4 3

1 2

2 1



۱۲۰) چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف) مولکولها و ساختارهای غول آسا می‌توانند باتوجه به اتمهای سازنده‌ی خود در دو دسته ترکیبها و عنصرها جای بگیرند.
 ب) سکه‌های فلزی، مایع‌های پاک‌کننده و چای، مانند هوا و آب جزئی از مواد محلول می‌باشند.
 پ) عنصرها و ترکیبها در دسته بندی مواد، جزء مواد خالص می‌باشند. که ترکیبها گستره‌ی بیش تری از مواد را نسبت به عنصرها شامل می‌شوند.
 ت) مواد خالص گستره‌ی بیش تری از مواد را نسبت به مواد ناخالص شامل می‌شوند.
 ث) محلولها، جزئی از مواد ناخالص را شامل می‌شوند که می‌توانند به سه حالت فیزیکی جامد و مایع و گاز دیده شوند.

۴ ① ۳ ② ۲ ③ ۵ ④

۱۲۱) واکنش بنیادی $A + B \rightarrow P$ در محلولی انجام شده است که در ابتدا غلظت A ، 0.5 مولار و غلظت B ، 0.8 مولار بوده است. پس از گذشت مدتی، غلظت A به 0.2 مولار می‌رسد، اگر در این لحظه واکنش با سرعت $1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ پیش برود، ثابت سرعت واکنش کدام است؟

۱۰ $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ① $5 \text{L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ② $5 \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ③ $10 \text{L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ④

۱۲۲) کدام مطلب صحیح است؟

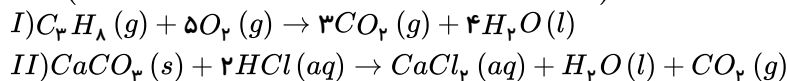
- ① هر تابع حالت، حالت ترمودینامیکی سامانه را توصیف می‌کند و یک خاصیت شدتی است.
 ② ظرفیت گرمایی مولی آب و یخ با یکدیگر برابر است.
 ③ ظرفیت گرمایی ویژه‌ی 100g آب، دو برابر ظرفیت گرمایی ویژه‌ی 50g آب است.
 ④ اگر واکنشی با تغییر حجم همراه نباشد، تغییرات انرژی درونی، تنها از انتقال گرما ناشی می‌شود.

۱۲۳) در واکنش تجزیه‌ی NaN_3 ، اگر چگالی گاز نیتروژن در شرایط واکنش 0.7 گرم بر لیتر باشد، برای تولید 80 لیتر گاز نیتروژن به چند گرم NaN_3 با خلوص 65% نیاز داریم؟ (بازده درصدی این واکنش 80% می‌باشد.)

($\text{Na} = 23, \text{N} = 14 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۱۱۹،۵ ① $166,67$ ② $78,87$ ③ 381 ④

۱۲۴) مقداری C_3H_8 در واکنش I و مقداری CaCO_3 در واکنش II شرکت داده می‌شود در اثر انجام این واکنشها $17,6$ گرم کربن دی‌اکسید و 9 گرم آب حاصل می‌شود. مجموع جرم‌های C_3H_8 و CaCO_3 چند گرم است؟ ($\text{Ca} = 4, \text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۱۰ ① $4,4$ ② $14,4$ ③ $15,6$ ④

۱۲۵) جرم $3,011 \times 10^{22}$ مولکول از اکسیدی با فرمول عمومی N_mO_n ، برابر $5,4$ گرم است. نسبت n به m ، کدام است و محلول این اکسید در آب، چگونه است؟ ($\text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

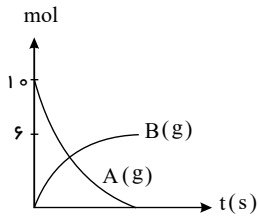
① $2,5$ ، الکترولیت قوی ② $2,5$ ، الکترولیت ضعیف ③ $1,5$ ، الکترولیت قوی ④ $1,5$ ، الکترولیت ضعیف

۱۲۶) چند مورد از موارد زیر درست است؟

- الف- همه آنیون‌های تک‌اتمی پایدار، به آرایش هشتایی گاز نجیب هم دوره‌ی خود می‌رسند.
 ب- به جز کاتیون‌های فلزات واسطه‌ی خارجی و واسطه‌ی داخلی، همه‌ی کاتیون‌های تک‌اتمی پایدار به آرایش گاز نجیب دوره‌ی قبل از خود می‌رسند.
 پ- هیچ یک از فلزات واسطه، هنگامی که تبدیل به کاتیون می‌شوند، به آرایش اوکت نمی‌رسند.
 ت- در بین عناصر دسته‌ی d ، تنها یک فلز وجود دارد که کاتیون پایدار آن به آرایش گاز نجیب دوره‌ی قبل از خود می‌رسد.
 ث- در بین عناصر دوره‌ی چهارم، چهار عنصر وجود دارد که کاتیون پایدار آن‌ها به آرایش گاز نجیب دوره‌ی قبل از خود می‌رسد.

۱ ① ۲ ② ۳ ③ ۴ ④

۱۲۷) باتوجه به نمودار که به مواد شرکت کننده در یک واکنش فرضی مربوط است، اگر سرعت مصرف A تا ثانیه دهم برابر $0.2 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$ باشد، در این مدت چند مول گاز در ظرف خواهیم داشت؟



- ۱) ۴٫۲
۲) ۶٫۴
۳) ۹٫۲
۴) ۱۱٫۴

۱۲۸) درباره واکنش های شیمیایی، چند مورد نادرست است؟

- همه واکنش های جابه جایی دوگانه، حتماً یک فراورده جامد دارند.
- تهیه آزمایشگاهی کلر در هیچ کدام از دسته های پنج گانه قرار نمی گیرد.
- تولید پلی تن جامد از گاز اتیلن نوعی واکنش بسپارش است.

نماد \rightarrow به این معناست که برای شروع واکنش دما باید به 1200°C برسد و واکنش گرماگیر است.

- ۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۱۲۹) پاک کننده های غیر صابونی، برخلاف پاک کننده های صابونی که دارای گروه هستند، گروه را دارا می باشند. سدیم دو

دسیل بنزن سولفونات نمونه ای از این پاک کننده هاست که دارای فرمول مولکولی است.

- ۱) کربوسیلیات - سولفونات - $C_{19}H_{28}SO_3Na$
۲) سولفونات - کربوسیلیات - $C_{19}H_{28}SO_3Na$
۳) کربوسیلیات - سولفونات - $C_{18}H_{29}SO_3Na$
۴) سولفونات - کربوسیلیات - $C_{18}H_{29}SO_3Na$

۱۳۰) کدام یک از موارد زیر صحیح است؟

- ۱) نفتالن و سیکلو هگزان از جمله ترکیباتی هستند که در گروهی از ترکیبات آلی به سرگروهی بنزن قرار می گیرند.
۲) اتیلن که ماده هورمون مانند موجود در بیش تر گیاهان است، دومین عضو از خانواده آلکن ها می باشد.
۳) مزه آناناس به علت وجود ترکیبی دارای گروه عاملی استری است.
۴) بوی بد ماهی فاسد شده به علت وجود ماده تری اتیلن آمین است.

۱۳۱) آنتالپی استاندارد تشکیل الماس $1.9 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ و برای واکنش (الماس $C(s)$ → گرافیت $C(s)$) در دمای 27°C ، ΔG برابر

$2.86 \text{ kJ} +$ است. اگر آنتروپی گرافیت در این شرایط $5.6 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ باشد، آنتروپی الماس برحسب $\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$ کدام است؟

- ۱) ۸٫۸
۲) 8.8×10^{-3}
۳) ۲٫۴
۴) 2.4×10^{-3}

۱۳۲) کدام مورد (ها) از مطالب زیر، صحیح است؟ ($O = 16, C = 12, N = 14 : g \cdot \text{mol}^{-1}$)

- آ - تعداد جفت الکترون های ناپیوندی در مولکول بنز آلدهید و دی متیل اتر برابر است.
- ب - ایوبروفن و آسپرین هر دو دارای گروه عاملی استری هستند.
- پ - درصد جرمی نیتروژن در گروه عاملی آمیدی برابر ۵۰ درصد است.
- ت - تعداد پیوندهای کووالانسی در مولکول های بنزن و سیکلو هگزان برابر است.

- ۱) ب و پ
۲) آ و ب و ت
۳) آ و ت
۴) فقط آ

۱۳۳) از بین عبارتهای زیر، کدام مورد یا موارد صحیح هستند؟

آ) در واکنش های تعادلی همیشه در لحظه شروع واکنش، سرعت واکنش رفت از واکنش برگشت بیشتر است.

ب) واکنشی با مقدار ثابت تعادل 2×10^8 در مقایسه با واکنش دیگری با مقدار ثابت تعادل 2×10^{-2} ، همواره در زمان کوتاه تری به تعادل می رسد.
پ) واکنش تعادلی $Cu(s) + 2Ag^+(aq) \rightleftharpoons Cu^{2+}(aq) + 2Ag(s)$ مانند تعادل مربوط به تجزیه کلسیم کربنات یک تعادل ناهمگن و سه فازی است.

ت) اگر $0.2 = K_1$ و $50 = K_2$ ؛ $A(g) \rightleftharpoons B(g)$ ؛ $B(g) \rightleftharpoons C(g)$ ؛ K مقدار K برای تعادل انجام پذیر $C(g) \rightleftharpoons A(g)$ برابر ۱۰ است.

- ۱) «آ» و «پ»،
۲) فقط «پ»،
۳) «آ» و «ت»،
۴) «ب» و «پ»

۱۳۴) ۲۰ میلی لیتر گاز کربن دی اکسید با چگالی $1,1 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ با 100 میلی لیتر محلول لیتیم هیدروکسید با $pH = 12,5$ واکنش می دهد. pH محلول چند واحد تغییر می کند؟

($\log 2 = 0,3$, $\log 3 = 0,5$) و ($C = 12$, $O = 16$, $Li = 7$, $H = 1$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۰,۵ (۴)

۰,۲ (۳)

۰,۳ (۲)

۰,۴ (۱)

۱۳۵) برای تهیه یک کیلوگرم مخلوط شیمیایی ویژه که باید ۱۴ درصد جرم آن را نیتروژن تشکیل دهد، به ترتیب از راست به چپ، چند گرم آمونیوم سولفات و چند گرم پتاسیم کلرید را باید با یکدیگر مخلوط کرد؟

($N = 14$, $O = 16$, $S = 32$, $Cl = 35,5$, $K = 39$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۳۴۰,۶۶۰ (۴)

۴۴۰,۵۶۰ (۳)

۵۶۰,۴۴۰ (۲)

۶۶۰,۳۴۰ (۱)

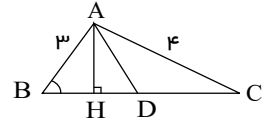


پاسخنامه تشریحی

بنابر رابطه‌ی طولی در مثلث قائم الزویه‌ی ABC داریم: 1 2 3 4 1

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow BC = 5$$

$$AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow 3^2 = 5BH \Rightarrow BH = \frac{9}{5}$$



ترکیب در مخرج

$$AD \text{ نیمساز} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \longrightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{BD}{5} = \frac{3}{7} \Rightarrow BD = \frac{15}{7}$$

$$HD = BD - BH = \frac{15}{7} - \frac{9}{5} = \frac{12}{35}$$

متوسط

1 2 3 4 2

پیشامد مضارب ۶: B پیشامد مضارب ۵: A

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$= \frac{\left[\frac{600}{6}\right] - \left[\frac{100}{6}\right] + \left[\frac{600}{5}\right] - \left[\frac{100}{5}\right] - 2 \times \left(\left[\frac{600}{30}\right] - \left[\frac{100}{30}\right]\right)}{600 - 100} = \frac{100 - 16 + 120 - 20 - 2(20 - 3)}{500} = 0.3$$

سخت

1 2 3 4 3

$$2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 7y^2 = 12 \Rightarrow 2(x - 1)^2 + 7y^2 = 12$$

$$\frac{(x - 1)^2}{\frac{12}{2}} + \frac{y^2}{\frac{12}{7}} = 1 \Rightarrow c^2 = 7 - 2 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5} = R \text{ شعاع دایره}$$

مرکز دایره $O(1, 0)$

$$\text{معادله دایره: } (x - 1)^2 + (y)^2 = 5 \xrightarrow[\text{قطع می‌دهیم}]{\text{با خط } y=x} \begin{cases} (x - 1)^2 + y^2 = 5 \\ y = x \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + x^2 = 5 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

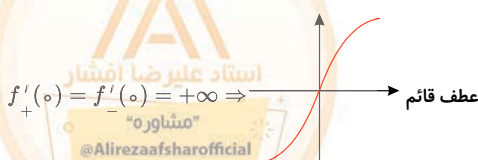
متوسط

گزینه ۱) اگر m و n دو عدد طبیعی فرد و $m < n$ ، آنگاه $x = a$ طول نقطه‌ی عطف قائم تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt[n]{(x - a)^m}$ است. در نتیجه نقطه‌ی $x = 0$ طول نقطه‌ی عطف قائم نمودار تابع f است (توجه کنید که تابع f پیوسته است).

از طرفی تنها نقطه‌ی عطفی که خط مماس واحد دارد ولی مشتق ندارد، نقطه عطف قائم است و می‌دانیم که اگر $x = a$ طول نقطه عطف قائم نمودار f باشد در این صورت $f'(a) = +\infty$ یا

$f'(a) = -\infty$ پس در این نقطه مماس موجود ولی مشتق وجود ندارد.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{x}} = x^{\frac{2}{5}} - \frac{1}{5} = x^{\frac{9}{5}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \frac{9}{5}x^{-\frac{26}{5}} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = \infty$$

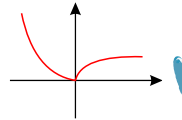


تابع در $x = 0$ مشتق دارد. $f'_+(0) = f'_-(0) \Rightarrow$ چون تابع f در $x = 0$ پیوسته و $f'(x) = \begin{cases} 3x^2 & x > 0 \\ -2x & x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x^3 & x > 0 \\ -x^2 & x \leq 0 \end{cases}$

گزینه ۳) در تابع پیوسته f داریم: $f'_+(0) \neq f'_-(0)$ پس در $x = 0$ مماس واحد وجود ندارد و نقطه زاویه دار است در نتیجه $x = 0$ نقطه عطف تابع f نیست (گرچه تعریف تابع f در همسایگی $x = 0$ عوض می شود).

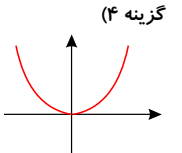
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ x^2 & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{x}} & x > 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow \begin{cases} f'_+(0) = \infty \\ f'_-(0) = 0 \end{cases} \rightarrow$ تابع پیوسته f در $x = 0$ مشتق ناپذیر است



$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{\sqrt[3]{x}} = x^{3-\frac{1}{3}} = x^{\frac{8}{3}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{8}{3}x^{\frac{5}{3}} \Rightarrow f'_-(0) = f'_+(0) = 0$$



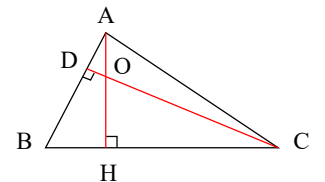
تابع در $x = 0$ مشتق دارد و در عبارت $x^{\frac{8}{3}} = \sqrt[3]{x^8}$ پس $x = 0$ نقطه عطف نیست زیرا توان عبارت زیر رادیکال فرجه فرد، زوج است. توجه داشته باشید که: چون توان عبارت زیر رادیکال از فرجه رادیکال بزرگتر است، لذا در رسم تابع تقریباً عبارت زیر رادیکال رسم می شود و خود رادیکال تأثیری ندارد.

سخت

در مثلث قائم الزاویه AOD و HOC دو زاویه مساوی دارند پس متشابه اند. **۱ ۲ ۳ ۴ ۵**

$$\Delta ADO \sim \Delta HOC \Rightarrow \frac{OH}{OD} = \frac{HC}{AD} = \frac{OC}{OD}$$

$$\Rightarrow \frac{36}{12} = \frac{HC}{12} \Rightarrow HC = 5 \times 36 = 180$$



سخت

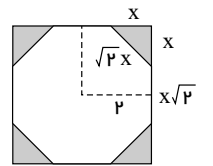
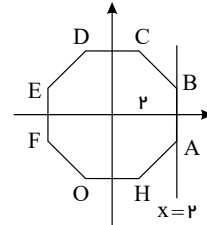
اگر $x = 2$ را با دوران های متوالی 45° دوران دهیم خطوط ایجاد شده با هم یک ۸ ضلعی منتظم می سازند. **۱ ۲ ۳ ۴ ۶**

$$\frac{360}{45} = 8$$

$$x + x\sqrt{2} + x = 4$$

$$2x + x\sqrt{2} = 4$$

$$x = \frac{4}{2 + \sqrt{2}} = \frac{4(2 - \sqrt{2})}{2} = 2(2 - \sqrt{2})$$



مساحت ۴ مثلث - مساحت مربع = مساحت ۸ ضلعی

$$= 16 - 4 \times \frac{4(2 - \sqrt{2})^2}{2} = 16 - 8(6 - 4\sqrt{2}) = 32\sqrt{2} - 32 = 32(\sqrt{2} - 1)$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

$b^2 | b \Rightarrow$ حداقل ۲ تا عامل p دارد.

$p^2 | b \Rightarrow p | b \Rightarrow p | 5b^2$

$\begin{cases} p | 5b^2 \\ p | 3a^2 - 5b^2 \end{cases} \xrightarrow{(p,2)=1} p | 3a^2 \xrightarrow{p>3} p | a^2 \Rightarrow$ حداقل یک عامل p دارد.

از طرفی a^3 / a پس a قطعاً یک عامل p دارد بنابراین a^3 دقیقاً ۳ عامل p و b^2 حداقل ۴ عامل p دارد.

$(a^3, b^2) = p^r$

$$\begin{cases} a | bc \\ (a, b) = 1 \end{cases} \Rightarrow a | c$$

تذکر: (لم اقلیدس)

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

اعداد فاکتوریل دار از $4!$ به بعد بر ۴ بخش پذیرند.

به ازای $n \geq 4$ داریم، $n! \equiv 0 \pmod{4}$ پس:

$$a \equiv 1 + 2 + 6 + 0 + 0 + \dots + 0 \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 1a^a \equiv (1)^a \equiv 1 \pmod{4}$$



متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

تذکر:

$$a \stackrel{m}{\equiv} b \Rightarrow a \stackrel{[m,n]}{\equiv} b$$

$$a \stackrel{n}{\equiv} b$$

$$\begin{cases} a \stackrel{10}{\equiv} 9 \\ a \stackrel{9}{\equiv} 8 \\ \vdots \\ a \stackrel{2}{\equiv} 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \stackrel{10}{\equiv} -1 \\ a \stackrel{9}{\equiv} -1 \\ \vdots \\ a \stackrel{2}{\equiv} -1 \end{cases} \Rightarrow a \stackrel{[10,9,\dots,2]}{\equiv} -1$$

$$[10, 9, \dots, 2] = 2520$$

$$a \stackrel{2520}{\equiv} -1 \Rightarrow a \stackrel{2520}{\equiv} 2519$$

دقت! در هم نهشتی می توان مضارب پیمانه را به یک طرف یا دو طرف هم نهشتی اضافه یا کم کرد. مثلا در رابطه $a \stackrel{10}{\equiv} 9$ می توان از طرف راست ۰ را کم کرد.

$$a \stackrel{10}{\equiv} -1 \quad \text{یا} \quad a \stackrel{10}{\equiv} 9 - 10$$

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

تذکر:

$$p|a^n \Rightarrow p|a$$

تذکر: اگر $a + b | c$, $(a, b) = 1$ آنگاه $(a, c) = (b, c) = 1$

$$400 | (a+b)^3 \Rightarrow 2^3 \times 5^3 | (a+b)^3$$

$$2 | (a+b)^3 \Rightarrow 2 | a+b \xrightarrow{(a,b)=1} (2, a) = (2, b) = 1 \Rightarrow \text{b و a عامل 2 ندارند.}$$

$$5 | (a+b)^3 \Rightarrow 5 | a+b \xrightarrow{(a,b)=1} (5, a) = (5, b) = 1 \Rightarrow \text{b و a عامل 5 ندارند.}$$

چون a عامل 2 و 5 ندارد پس ب.م.م a و 400 برابر 1 است.

$$400 = 2^3 \times 5^3 \Rightarrow (a, 400) = 1 \Rightarrow [a, 400] = 400a$$

تذکر: $(a, b) = 1 \Rightarrow [a, b] = |ab|$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

چون دو بردار a و b هم اندازه هستند برآیند آنها همان بردار نیمساز بین آنهاست.

$$R = \bar{a} + \bar{b} = (3, 1, 2)$$

برای محاسبه زاویه بین $a + b$ و محور xها کافی است زاویه بردار $a + b$ را با بردار \vec{c} بیابیم.

$$\cos \alpha = \frac{(a+b) \cdot i}{|a+b||i|} = \frac{(3, 1, 2) \cdot (1, 0, 0)}{\sqrt{9+1+4} \times 1} = \frac{3}{\sqrt{14}}$$

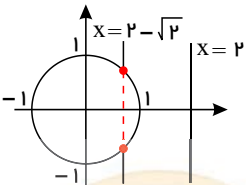
متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

نقطه مورد نظر نقطه ای درون دایره شکل مقابل است. نقاط مطلوب نقاطی از خط $x = 2 - \sqrt{2}$ هستند که درون دایره قرار دارند که این نقاط مساحتی

ایجاد نمی کنند پس:

$$? = \frac{S(A)}{S(S)} = 0$$



سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$\sum_{k=2}^{\infty} \log\left(1 - \frac{1}{k^2}\right) = \sum_{k=2}^{\infty} \log \frac{k^2 - 1}{k^2} = \sum_{k=2}^{\infty} \log \frac{(k-1)(k+1)}{k^2} =$$

$$\sum_{k=2}^{\infty} (\log \frac{k-1}{k} + \log \frac{k+1}{k}) = \sum_{k=2}^{\infty} (\log \frac{k-1}{k} - \log \frac{k}{k+1}) =$$

$$\log \frac{1}{2} - \log 1 = \log \frac{1}{2}$$

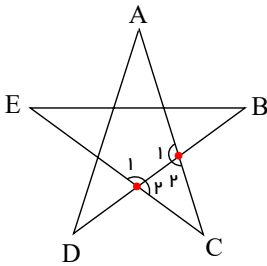
متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$\widehat{M}_P = \widehat{E} + \widehat{B}$: است مثلث $\triangle MEB$
 $\widehat{N}_P = \widehat{A} + \widehat{D}$: است مثلث $\triangle ADN$

و در مثلث $\triangle MNC$ داریم:

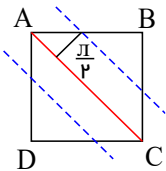
$$\widehat{C} + \widehat{M} + \widehat{N} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{C} + \widehat{A} + \widehat{D} + \widehat{E} + \widehat{B} = 180^\circ$$



سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

طول قطر مربع برابر $\sqrt{2} \approx ۱٫۴۱$ است و مکان هندسی تقاطعی که از AC فاصله $\frac{\pi}{۲} \approx ۱٫۵۷$ دو خط موازی AC است و چون $۲٫۱ < ۱٫۵۷ < ۲٫۱$ این دو خط با مربع ۴ نقطه اشتراکی دارند.



متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta}$$

می دانیم:

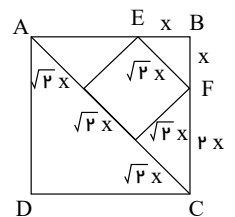
$$\begin{cases} 2\alpha + \frac{\beta}{3} = m \\ 2\alpha - \frac{\beta}{3} = n \end{cases} \Rightarrow m - n = \frac{2\beta}{3}$$

$$\tan(m - n) = \tan\left(\frac{2\beta}{3}\right) = \frac{\tan m - \tan n}{1 + \tan m \tan n} = \frac{\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} + 1}{1 + 2} = \frac{2}{3}$$

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

با توجه به اندازه‌های روی شکل داریم:



متوسط

$y = 0$ مجانب افقی تابع $y = \frac{ax}{1+x^2}$ می‌باشد زیرا:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax}{1+x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a}{x} = 0$$

بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) حذف می‌شوند. حال کافی است عرض نقطه ماکسیمم را بدست آوریم. لذا داریم:

$$y = \frac{ax}{1+x^2} \Rightarrow y' = \frac{a(1+x^2) - ax(2x)}{(1+x^2)^2} = \frac{a - ax^2}{(1+x^2)^2} \xrightarrow{y'=0} x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow y = \frac{ax}{1+x^2} \xrightarrow{x=1} y = \frac{a(1)}{1+1} = \frac{a}{2}$$

در نتیجه نقطه $(1, \frac{a}{2})$ نقطه ماکسیمم تابع است.

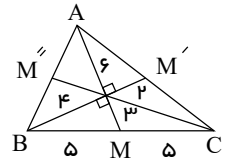
سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

یک شکل فرضی رسم و اطلاعات را روی آن پیاده می‌کنیم: می‌دانیم نقطه‌ی برخورد میانه‌ها هر میانه را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کند. داریم:

$$OM = \frac{1}{3}AM = 3, \quad OB = \frac{2}{3}BM' = 4$$

$$OMB: 3^2 + 4^2 = 5^2 \Rightarrow \hat{O} = 90^\circ$$



در ضمن با رسم هر سه میانه، مثلث ABC به شش مثلث هم مساحت تقسیم می شود. اگر S مساحت مثلث ABC باشد خواهیم داشت:

$$S_{OBM} = \frac{S}{6} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6 \Rightarrow S = 36$$

$$\triangle AM': AM' = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10} \Rightarrow AC = 4\sqrt{10}$$

$$\triangle ABC: S = \frac{AC \times h_c}{2} \Rightarrow 36 = \frac{4\sqrt{10} \times h_c}{2} = \frac{18\sqrt{10}}{5} = \frac{9\sqrt{10}}{5}$$

از طرفی دیگر

سخت

(الف) متناوب نیست (ب) متناوب نیست (ج) متناوب نیست (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۰)

(د) متناوب است و دوره تناوب آن 2π است

(ه) متناوب است و دوره تناوب آن 4π است و (و) متناوب است و دوره تناوب آن می تواند هر عدد گویا باشد

(ز) متناوب است و دوره تناوب آن 2π است.

نکته: در توابع مثلثاتی اگر کمان از درجه یک نباشد متناوب نیست اگر توابع مثلثاتی با دیگر توابع از درجه بزرگ تر یا کم تر، جمع، ضرب و ... شوند آن تابع دیگر متناوب نیست.

سخت

(۱) (۲) (۳) (۴) (۲۱)

$$x \in \mathbb{Q} \Rightarrow f(x) = \cos^2 2x \Rightarrow T = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \text{تابع متناوب نیست}$$

می تواند هر عدد گویا باشد T $f(x) = 1 \Rightarrow x \notin \mathbb{Q}$

نکته: در توابع به شکل $f(x) = \begin{cases} h(x) & x \in \mathbb{Q} \\ g(x) & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ دوره تناوب فقط می تواند عدد گویا باشد.

$$\text{مثال نقض} \begin{cases} f(1) = \cos^2 2 \Rightarrow \cos^2 2 \neq 1 \\ f(1 + \frac{\pi}{2}) = 1 \end{cases}$$

سخت

(۲۲) (۱) (۲) (۳) (۴) در توابعی که شامل مجموع و تفاضل چند جزء صحیح است ابتدا باید نقاط ناپیوستگی همه ی آنها را بیابیم نقاطی که ناپیوستگی غیر مشترک هستند تابع در آنها ناپیوسته است و آنهایی که ناپیوستگی مشترک هستند باید بطور جداگانه بررسی شوند.

$$\text{نقطه ناپیوستگی } \{1\} \rightarrow [x] \Rightarrow \text{نقاط ناپیوستگی غیر مشترک } \{\sqrt{2}, \sqrt{3}\} \Rightarrow \text{نقطه ناپیوستگی } \{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}\} \rightarrow [x^2]$$

پس تابع در $\{\sqrt{2}, \sqrt{3}\}$ ناپیوسته است و $\{1\}$ مشترک است باید جدا بررسی شود. در $x = 1$ پیوسته است.

$$x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 - 1 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0 - 0 = 0 \\ f(1) = 1 - 1 = 0 \end{cases}$$

پس در $x = 1$ پیوسته است و در نقاط $\{\sqrt{2}, \sqrt{3}\}$ ناپیوسته است.

سخت

(۲۳) (۱) (۲) (۳) (۴) متوازی الاضلاع محور تقارن ندارد.

متوسط

(۲۴) (۱) (۲) (۳) (۴) می دانیم: مشتق تابع $f(x) = g(x)h(x)$ در نقطه $x = a$ که در آن $g(x)$ در نقطه a مشتق پذیر و $g(a) = 0$ و h در a پیوسته باشد، به صورت

$$f'(a) = g'(a)h(a)$$

از آن جا که عبارت $\sin 3x$ در نقطه $x = 0$ عامل صفر کننده است، در نتیجه خواهیم داشت:

$$f(x) = \sqrt{x^3 - 5x} + 8 \cdot \sin 3x \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x^3 - 5x} + 8(3 \cos 3x)$$

$$\xrightarrow{x=0} f'(0) = \frac{3}{2}\sqrt{0 - 0} + 8(3 \cos 0) = 2(3) = 6 \Rightarrow f'(0) = 6$$

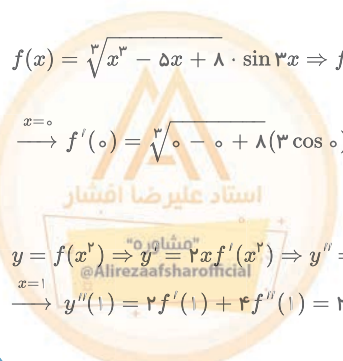
متوسط

(۲۵) (۱) (۲) (۳) (۴) با توجه به رابطه ی $[f(u)]' = u' f'(u)$ خواهیم داشت:

$$y = f(x^2) \Rightarrow y' = 2x f'(x^2) \Rightarrow y'' = 2f'(x^2) + 2x[2x f''(x^2)] = 2f'(x^2) + 4x^2 f''(x^2)$$

$$\xrightarrow{x=1} y''(1) = 2f'(1) + 4f''(1) = 2(1) + 4(2) = 10$$

متوسط



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

تابع f در بازه $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ انتگرال پذیر است. بنابراین:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} U_n(f) = \lim_{n \rightarrow \infty} L_n(f) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\frac{2}{\pi} + \cos x) dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\frac{2}{\pi} + \cos x) dx = (\frac{2}{\pi}x + \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = (1+1) - 0 = 2 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_n(f) + 2L_n(f)}{1 + L_n(f)} = \frac{1 + 2(2)}{1 + 2} = \frac{5}{3}$$

سخت
۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

روش اول:

$f(0) = 0$ و صعودی اکید است $f(x) \Rightarrow$ صعودی اکید $1 - (\frac{1}{p})^x \Rightarrow$ نزولی اکید $(\frac{1}{p})^x$

$$y = \sqrt{xf(x)}$$

$$x \geq 0 \xrightarrow{f \text{ صعودی}} f(x) \geq f(0) = 0 \Rightarrow xf(x) \geq 0$$

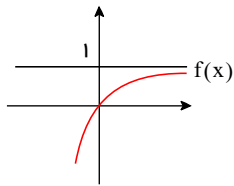
$$x < 0 \xrightarrow{f \text{ صعودی}} f(x) < f(0) = 0 \Rightarrow xf(x) > 0$$

بنابراین عبارت زیر رادیکال همواره مثبت است و در نتیجه دامنه‌ی تعریف تابع y ، $(-\infty, +\infty)$ است.
روش دوم:

$$y = \sqrt{xf(x)} = \sqrt{x(1 - (\frac{1}{p})^x)} \rightarrow x(1 - (\frac{1}{p})^x) \geq 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \rightarrow (\frac{1}{p})^x \leq 1 \rightarrow 1 - (\frac{1}{p})^x \geq 0 \rightarrow x(1 - (\frac{1}{p})^x) \geq 0 \rightarrow D_1 = [0, +\infty) \\ \text{یا} \\ x < 0 \rightarrow (\frac{1}{p})^x > 1 \rightarrow -(\frac{1}{p})^x < -1 \rightarrow 1 - (\frac{1}{p})^x < 0 \rightarrow x(1 - (\frac{1}{p})^x) > 0 \rightarrow D_2 = (-\infty, 0) \end{cases}$$

$$\rightarrow D = D_1 \cup D_2 = (-\infty, +\infty)$$



روش سوم:

$$xf(x) \geq 0 \rightarrow xy \geq 0 \rightarrow \text{ناحیه‌ی اول و سوم}$$

با توجه به نمودار $D = \mathbb{R}$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

هر کس می‌تواند به هر دو نفر رای دهد $\binom{3}{2}$ یا به یک نفر رای دهد $\binom{3}{1}$ یا به هیچ کس رای ندهد $\binom{3}{0}$. پس:

$$7^3 = \binom{3}{2} + \binom{3}{1} + \binom{3}{0} = 3 + 3 + 1 = 7 \Rightarrow \text{جواب} = 7^3$$

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

$$[a, 2^2 \times 3^2 \times 5] = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$$

چون در ک.م.م پایه‌های مشترک با توان بزرگ‌تر و پایه‌های غیرمشترک به صورت کامل ظاهر می‌شوند لذا a باید 5^2 را حتما داشته باشد ولی می‌تواند توان‌های ۲ و ۳ را داشته باشد، بنابراین به صورت زیر می‌باشد:

$$a = 2^x \times 3^y \times 5^2, \quad x = 0, 1, 2, \quad y = 0, 1, 2$$

حال طبق اصل ضرب a کلا $3 \times 3 = 9$ حالت می‌تواند داشته باشد.

سخت

$$\begin{cases} \alpha = \frac{b+a}{2} \\ r = \frac{b-a}{2} \end{cases} \quad \text{نکته: اگر بازه‌ی } (a, b) \text{ یک همسایگی متقارن به مرکز } \alpha \text{ و شعاع } r \text{ باشد آنگاه}$$

در نامعادله‌ی $\frac{\sqrt{x}(x+3)}{2x-a} < 0$ ، x نمی‌تواند صفر باشد و با توجه به رادیکال $x > 0$ است.

$$x+3=0 \Rightarrow x=-3 \quad \left. \begin{array}{l} x > 0 \\ 2x-a=0 \Rightarrow x=\frac{a}{2} \end{array} \right\} \begin{array}{c} x \\ -3 \quad \frac{a}{2} \\ \frac{x+3}{2x-a} \end{array} \begin{array}{c} + \\ - \\ + \end{array} \xrightarrow{x>0} 0 < x < \frac{a}{2}$$

دقت کنید که باید $\frac{a}{2} > 0$ باشد، چون در غیر این صورت نامعادله جواب ندارد.



استاد علیرضا افشار
@Alirezaafsharofficial
نقطه میانی $\frac{a}{2}$
نقطه میانی $\frac{a^2-3}{2}$

$$\Rightarrow \frac{a}{4} = \frac{a^2 - 3}{2} \Rightarrow 2a^2 - a - 6 = 0 \Rightarrow (2a + 3)(a - 2) = 0 \Rightarrow a = 2, \frac{-3}{2} \xrightarrow{a > 0} a = 2$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

$$\left\{ \begin{aligned} a &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \tan^{-1} x}{x} = 1 \\ a' &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \tan^{-1} x}{x} = 1 \end{aligned} \right\} \text{ شیب های مجانب مایل}$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + \tan^{-1} x - x) = \tan^{-1}(+\infty) = \frac{\pi}{2}$$

$$b' = \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - a'x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \tan^{-1} x - x) = \tan^{-1}(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$$

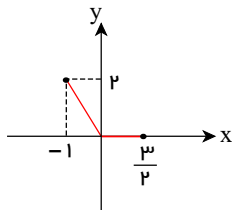
$$|ab' - ba'| = \left| 1 \left(-\frac{\pi}{2}\right) - \left(\frac{\pi}{2}\right)(+1) \right| = |-\pi| = \pi$$

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor = -1 \Rightarrow f(x) = 2x \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor = -2x$$

$$0 \leq x \leq \frac{3}{2} \Rightarrow \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor = 0 \Rightarrow f(x) = 2x \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor = 0$$



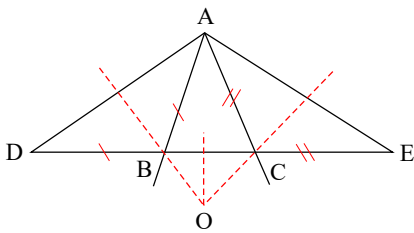
$$f(x) = \begin{cases} -2x, & -1 \leq x < 0 \\ 0, & 0 \leq x \leq \frac{3}{2} \end{cases} \text{ ضابطه ی تابع}$$

خط و نمودار آن به صورت زیر است.

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

دو مثلث ABD و ACE متساوی الساقین هستند در ضمن می دانیم مرکز دایره محیطی مثلث ADE نقطه تلاقی عمود منصف های اضلاع آن می باشد. فرض کنیم عمود منصف های اضلاع AD و AE همدیگر را در نقطه O قطع کنند. در این صورت نقطه O محل تلاقی نیمسازهای زوایای خارجی B و C در مثلث ABC نیز می باشد. بنابراین O روی نیمساز داخلی زاویه A قرار دارد.

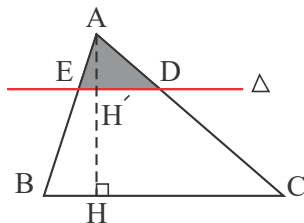


سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

خط Δ همواره موازی BC است، بنابراین طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{AH'}{AH} = \frac{ED}{BC} \Rightarrow \frac{AH'}{15} = \frac{ED}{20} \Rightarrow ED = \frac{4}{3}AH'$$



بنابراین مساحت ناحیه سایه زده شده برابر است با:

$$S_{\Delta AED} = \frac{1}{2}AH' \cdot ED$$

و چون هم قاعده و هم ارتفاع مثلث AED در حال تغییر است باید همه را برحسب ارتفاع بنویسیم و سپس نسبت به زمان مشتق بگیریم.

$$S_{\Delta AED} = \frac{1}{2}AH' \times ED = \frac{1}{2}AH' \times \frac{4}{3}AH' = \frac{2}{3}(AH')^2$$

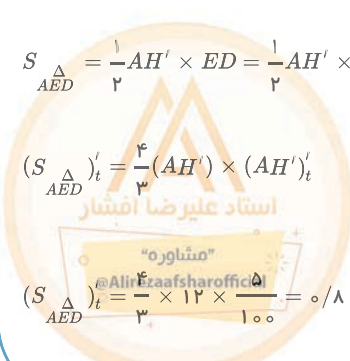
از آن جایی که طول AH' وابسته به زمان است، بنابراین مساحت نیز وابسته به زمان است. از مساحت نسبت به زمان مشتق می گیریم.

$$(S_{\Delta AED})'_t = \frac{4}{3}(AH') \times (AH')'_t$$

باتوجه به داده های مسأله $(AH')'_t = \frac{5}{100}$ است. در لحظه ای که فاصله Δ و BC برابر با ۳ است، $AH' = 12$ می باشد، لذا داریم:

$$(S_{\Delta AED})'_t = \frac{4}{3} \times 12 \times \frac{5}{100} = 0.8$$

سخت



1 2 3 4 35
 $A = (1, 4, 0)$
 $B = (3, 5, -2)$

$$\vec{u}_d = \overrightarrow{AB} = (2, 1, -2) \left\{ \Rightarrow d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z}{-2} \right.$$

$$d \text{ فاصله } oH = \frac{|\vec{oA} \times \vec{u}|}{|\vec{u}|}$$

$$|\vec{u}| = |2, 1, -2| = \sqrt{4+1+4} = 3 \Rightarrow \vec{OA} \times \vec{u} = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix} = (-8, 2, -7)$$

$$\Rightarrow |\vec{OA} \times \vec{u}| = \sqrt{64+4+49} = \sqrt{117} = \sqrt{13 \times 9} = 3\sqrt{13}$$

$$OH = \frac{|\vec{OA} \times \vec{u}|}{|\vec{u}|} \Rightarrow OH = \frac{3\sqrt{13}}{3} = \sqrt{13}$$

متوسط

چون تابع $f(x)$ در نقطه $x = 0$ پیوسته است. بنابراین 1 2 3 4 36

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$$

$$f(0) = \sqrt{2} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} a \left[\frac{1}{x-1} \right] = [-1^-] = -2a$$

توجه کنیم:

$$x > 0 \rightarrow x-1 > -1 \rightarrow \frac{1}{x-1} < \frac{1}{-1} \rightarrow \frac{1}{x-1} < -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{b \sin x} \stackrel{\text{هم‌ارزی}}{\sim} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{\frac{1}{2}x^2}}{bx}$$

برای پیوسته بودن باید حد راست و حد چپ و مقدار تابع برابر باشند.

$$\begin{cases} -2a = \sqrt{2} \rightarrow a = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2b} = \sqrt{2} \rightarrow 2b = -1 \rightarrow b = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a \cdot b = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

متوسط

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) \text{ هرگاه } x = a \text{ در نقطه } f(x) = \begin{cases} g(x) & x \in Q \\ h(x) & x \notin Q \end{cases} \text{ تابع 1 2 3 4 37}$$

$$\text{تابع } y = \begin{cases} [x] + [-x] & x \in Q \\ 0 & x \notin Q \end{cases} \text{ در نقاط صحیح حد ندارد و در نقاط غیر صحیح حد دو ضابطه برابر نیست. بنابراین، این تابع در هیچ نقطه‌ای حد ندارد.}$$

سخت

1 2 3 4 38

$$a_{n+1} \leq a_n \Rightarrow \sqrt{a_n + 12} \leq a_n \Rightarrow a_n + 12 \leq a_n^2$$

$$a_n^2 - a_n - 12 \geq 0 \Rightarrow (a_n - 4)(a_n + 3) \geq 0$$

$$a_n \leq -3 \quad \text{یا} \quad a_n \geq 4$$

واضح است که جملات دنباله غیر از احتمالاً جمله اول، همگی نامنفی اند، پس باید $a_n \geq 4$ باشد، یعنی $a_1 \geq 4$ ، پس $k \geq 4$.
 توجه کنید که اگر جمله اول منفی باشد، دنباله صعودی خواهد بود.

سخت

نکته: اگر روی منحنی یک حفره دیده شود آن عدد هم ریشه مخرج و هم ریشه صورت است و اگر آن حفره روی محور x باشد آن عدد می‌تواند ریشه ساده مخرج و ریشه مضاعف صورت باشد. 1 2 3 4 39

ریشه‌های مخرج $1, 0, x$ است. چون تابع در $x = 1$ مجانب قائم ندارد. پس این نقطه ریشه صورت نیز است. از طرفی در $x = 1$ نمودار بر روی محور x ها تو خالی است پس غیر از ساده کردن صورت و مخرج، باز هم باید $x = 1$ ریشه صورت باشد، پس $x = 1$ ریشه مضاعف صورت است. دقت کنید $x = 1$ نمی‌تواند عبارت $x + c^x$ را صفر کند.

$$x^2 + ax + b = (x-1)^2 \Rightarrow x^2 + ax + b = x^2 - 2x + 1$$

$$\Rightarrow a = -2, b = 1$$

از طرفی ریشه دیگر صورت $x = -1$ است. پس:

$$x + c^x \stackrel{x=-1}{=} 0 \Rightarrow c^x = 1 \Rightarrow a^x + b^x + c^x = 4 + 1 + 1 = 6$$

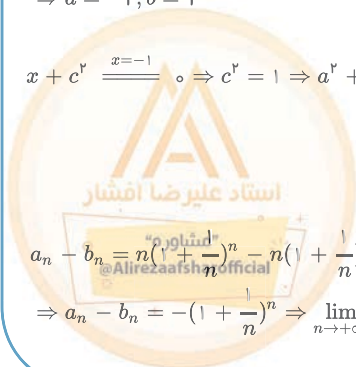
سخت

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^{bn} \simeq e^{a \cdot b} \text{ می‌دانیم: 1 2 3 4 40}$$

ابتدا دنباله $\{a_n - b_n\}$ را تشکیل می‌دهیم و سپس عدد همگرایی آن را بدست می‌آوریم.

$$a_n - b_n = n \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n - n \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} = n \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \left(1 - 1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$\Rightarrow a_n - b_n = -\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (a_n - b_n) = -e$$



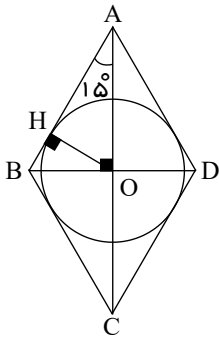
پس دنباله $\{a_n - b_n\}$ همگرا به e است.

متوسط

- 1 2 3 4 41

در لوزی، هر قطر، نیمسازهای دو زاویه روبرو است و نقطه برخورد دو قطر، از چهار ضلع به یک فاصله است. بنابراین مرکز دایره محاطی لوزی، محل برخورد قطرهای است و شعاع دایره محاطی، فاصله مرکز از یک ضلع است، یعنی $OH = r$.

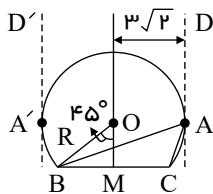
در لوزی مفروض $\hat{OAB} = 15^\circ$ و از طرفی می دانیم در هر مثلث قائم الزاویه که زاویه 15° داشته باشد، ارتفاع وارد بر وتر مساوی $\frac{1}{4}$ وتر است.



$$\Delta OAB: \text{ارتفاع وارد بر وتر: } OH = r = \frac{AB}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

متوسط

مکان هندسی رأس A از طرفی، کمان در خور زاویه 45° روبروی وتر $BC = 6$ و از طرفی دیگر، دو خط D و D' موازی با عمود منصف BC و به فاصله $3\sqrt{2}$ از آن است. رأس A از برخورد دو خط D و D' با کمان در خور به دست می آید.



شعاع دایره کمان در خور:

$$OA = OB = R = \frac{BC}{2 \sin \alpha} = \frac{6}{2 \sin 45^\circ} = 3\sqrt{2}$$

چون فاصله عمود منصف BC از هر خط با شعاع دایره برابر است، دو خط D و D' بر دایره مماس اند و دو نقطه تماس A و A' نسبت به عمود منصف قرینه یکدیگرند، یعنی مسأله یک جواب ABC دارد.

سخت

- 1 2 3 4 43

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 3 \rightarrow f'(2) = 3$$

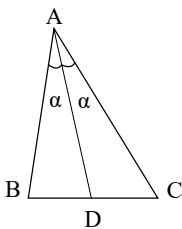
$$g(x) = f(3x - 4) \xrightarrow{y=f(u) \rightarrow y'=u' \times f'(u)} g'(x) = 3f'(3x - 4)$$

$$g'(2) = 3f'(3(2) - 4) = 3f'(2) = 3 \times 3 = 9$$

متوسط

- 1 2 3 4 44

فرض کنیم AD نیمساز زاویه \hat{A} از مثلث ABC باشد. داریم:



$$\vec{AB} = (2, -1, -1) \Rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{6}$$

$$\vec{AC} = (1, -1, 2) \Rightarrow |\vec{AC}| = \sqrt{6}$$

$$\vec{v}_D = \vec{AB} + \vec{AC} = (2, -1, -1) + (1, -1, 2) = (3, -2, 1)$$

$$AD \text{ معادله: } \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1} \rightarrow \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-2} \rightarrow x-1 = \frac{3}{-2}(y-2) \rightarrow x-1 = -\frac{3}{2}y+3 \rightarrow x = -\frac{3}{2}y+4$$

چون $|\vec{AB}| = |\vec{AC}|$ پس \vec{AD} هم جهت با $\vec{AB} + \vec{AC}$ است و داریم:

سخت

- 1 2 3 4 45

$$\sin x - \cos x + \sin x \cos x - 1 = 0 \Rightarrow (\sin x \cos x - \cos x) + (\sin x - 1) = 0$$

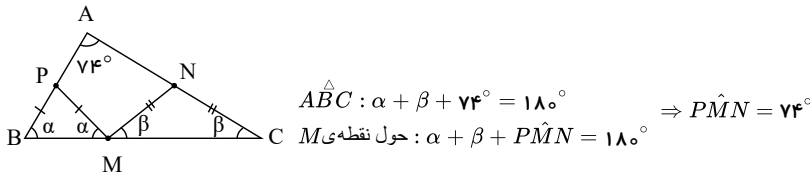
$$\Rightarrow \cos x(\sin x - 1) + (\sin x - 1) = 0 \Rightarrow (\sin x - 1)(\cos x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \cos x = -1 \Rightarrow x = \pi \end{cases}$$

پس مجموع ریشه‌های این معادله در بازه $[0, 2\pi]$ برابر است با: $\frac{\pi}{2} + \pi = \frac{3\pi}{2}$

متوسط

مطابق شکل و نام گذاری‌ها داریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶**



متوسط

دو نقطه از خط l را در نظر می‌گیریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷**

$$x - 2y = 7 \Rightarrow A \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 1$$

$$\xrightarrow{T} A' \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 9 & 7 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{معادله خط}} l' : y = -2x + 11$$

محل تلاقی دو خط l و l' به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} x - 2y = 7 \\ y = -2x + 11 \end{cases} \Rightarrow x - 2(-2x + 11) = 7 \Rightarrow 5x - 22 = 7$$

$$\Rightarrow x = \frac{29}{5} = 5,8$$

در معادله‌ی دوم

$$\rightarrow y = -2(5,8) + 11 = -0,6$$

چون $x > 0$ و $y < 0$ پس این نقطه در ربع چهارم است.

متوسط

هر یک از مجموعه‌های A ، B و D نامتناهی هستند. **۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸**

اعضای مجموعه‌ی A به صورت $2k\pi + \frac{\pi}{2}$ می‌باشد. ($k \in \mathbb{Z}$)

مجموعه‌ی B شامل بازه‌ی $(0, 1)$ می‌باشد.

$$x^2 < \sqrt{x} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^4 < x \Rightarrow x^4 - x < 0 \Rightarrow x(x^3 - 1) < 0$$

| | | |
|--------------|-----|-----|
| x | 0 | 1 |
| $x(x^3 - 1)$ | $+$ | $-$ |

$$\Rightarrow 0 < x < 1$$

اعضای مجموعه‌ی D به صورت $\left\{ \pm 1, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3}, \dots \right\}$ می‌باشند.

$$\frac{1}{x} = k \in \mathbb{Z} \rightarrow x = \frac{1}{k} \Rightarrow x = \pm 1, \pm \frac{1}{2}, \dots$$

تنها مجموعه‌ی C متناهی است. زیرا تعداد جواب‌های حقیقی یک معادله‌ی درجه‌ی ۴، عددی حسابی و حداکثر برابر ۴ است.

متوسط

f صعودی است هرگاه $f' > 0$ و جهت تقعر f رو به پایین است هرگاه $f'' < 0$ باشد. **۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹**

$$f(x) = \sin^2 x - 2 \sin x \rightarrow \begin{cases} f'(x) = 2 \sin x \cos x - 2 \cos x = \sin 2x - 2 \cos x \\ f''(x) = 2 \cos 2x + 2 \sin x \end{cases}$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow 2 \cos x (\sin x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \\ \sin x = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

| | | | | |
|---------|------------|-----------------|------------------|--------|
| x | 0 | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3\pi}{2}$ | 2π |
| $f'(x)$ | $-$ | 0 | $+$ | $-$ |
| $f(x)$ | \searrow | \nearrow | \searrow | |

(I) در بازه‌ی $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ تابع f صعودی است.

$$f''(x) = 0 \rightarrow 2 \cos 2x + 2 \sin x = 0 \rightarrow 2(1 - 2 \sin^2 x + \sin x) = 0$$

$$\rightarrow -2 \sin^2 x + \sin x + 1 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} \sin x = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \text{ ریشه مضاعف} \\ \sin x = \frac{c}{a} = -\frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{6} \\ x = \frac{11\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

| | | | | | | |
|----------|---|-----------------|------------------|-------------------|--------|---|
| | 0 | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | $\frac{11\pi}{6}$ | 2π | |
| $f''(x)$ | + | 0 | + | - | 0 | + |
| $f(x)$ | U | U | ∩ | U | | |

از جدول متوجه می شویم در بازه های $(\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6})$ تعرج نمودار f رو به پایین است (II)

$$\begin{cases} f' > 0 \\ f'' < 0 \end{cases} \xrightarrow{(I) \cap (II)} x \in (\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2})$$

سخت

مختصات رأس‌ها $A(m, 0, 0)$ و $B(0, m, 0)$ و $C(0, 0, m)$ است. **1 2 3 4 50**

طول ضلع مثلث $\sqrt{2}m$ است. داریم:

$$\sqrt{2}m = \sqrt{18} \Rightarrow m = 3$$

$$BM = 3MA + 2CM \Rightarrow OM - OB = 3(OA - OM) + 2(OM - OC)$$

$$\Rightarrow 2OM = 3OA + OB - 2OC$$

$$\Rightarrow OM = \frac{(9, 0, 0) + (0, 3, 0) - (0, 0, 6)}{2} = (\frac{9}{2}, \frac{3}{2}, -3)$$

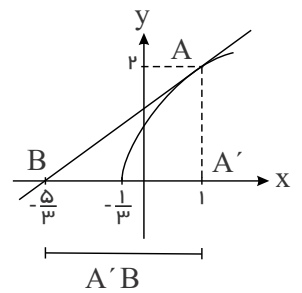
$$OM = \frac{1}{2} \sqrt{9^2 + 3^2 + (-3)^2} = \frac{3\sqrt{14}}{2}$$

$$y = \sqrt{3x+1} \xrightarrow{x=1} y = 2 \Rightarrow A(1, 2)$$

$$y'(1) = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}} = \frac{3}{4} = m$$

$$\Rightarrow y - 2 = \frac{3}{4}(x - 1) \xrightarrow{y_{B'}=0} 0 - 2 = \frac{3}{4}(x - 1) \Rightarrow x_{B'} = \frac{-5}{3}$$

$$x_A = x_{A'} = 1 \Rightarrow A'B = 1 - (\frac{-5}{3}) = \frac{8}{3}$$



سخت

1 2 3 4 51

$$\bar{x} = \frac{75}{15} = 5$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - (\bar{x})^2} = \sqrt{\frac{615}{15} - (\frac{75}{15})^2} = \sqrt{41 - 25} = \sqrt{16} = 4$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{4}{5} = 0,8$$

متوسط

$$y = F(x, y) \Rightarrow y' = -\frac{f'(x)}{f'(y)} \text{ می دانیم: } **1 2 3 4 53**$$

$$F(x, y) = y + x \cdot y^2 + x - 7 = 0$$

$$y'_x = -\frac{y^2 + 1}{1 + 2x \cdot y} \xrightarrow{x=1, y=2} y'_x = -1$$

$$y''_x = -\frac{2y \cdot y' \cdot (1 + 2x \cdot y) - 2(y + y' \cdot x) \cdot (y^2 + 1)}{(1 + 2x \cdot y)^2}$$

$$\xrightarrow{x=1, y=2} y''_x = \frac{-4(5) - 10}{25} = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$$

متوسط

$$\text{بنا به فرض، تابع } f(x) = \frac{4\sqrt{2}}{x} \text{ و } g(x) = (\sqrt{2})^{ax+1} \text{ در نقطه } x = 1 \text{ متقاطع هستند، پس داریم: } **1 2 3 4 54**$$

$$f(1) = g(1) \Rightarrow \frac{4\sqrt{2}}{1} = (\sqrt{2})^{a+1} \Rightarrow 2\sqrt{2} = (\sqrt{2})^{a+1}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2})^a = (\sqrt{2})^{a+1} \Rightarrow a+1 = a+2 \Rightarrow a = 1$$

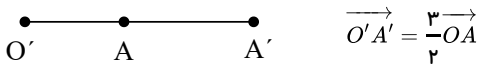
$$f^{-1}(a) = f^{-1}(2) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = 2 \Rightarrow \frac{4\sqrt{2}}{2^\alpha} = 2$$

$$\Rightarrow 2^\alpha = 2\sqrt{2} = 2^{\frac{3}{2}} \Rightarrow \alpha = \frac{3}{2}$$

سخت ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵

$$d: 2y + x = 6, O'(2, 1), k = \frac{3}{2}$$

مجانس A به مرکز تجانس O'(2, 1) و نسبت k = 3/2 می باشد، داریم:



$$(x_{A'} - x_{O'}) = \frac{3}{2}(x_A - x_{O'}) \Rightarrow (x_{A'} - 2) = \frac{3}{2}(0 - 2) \Rightarrow x_{A'} = -1$$

$$(y_{A'} - y_{O'}) = \frac{3}{2}(y_A - y_{O'}) \Rightarrow (y_{A'} - 1) = \frac{3}{2}(3 - 1) \Rightarrow y_{A'} = 4$$

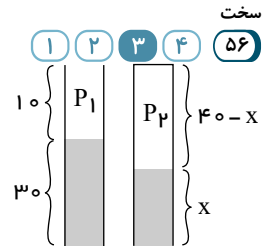
$$d': (y - 4) = -\frac{1}{2}(x + 1) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2} \Rightarrow 2y + x = 7$$

شیب خط مجانس با d (d') با شیب d یکسان می باشد، داریم:

$$P_1 = P_0, P_2 = (P_0 - x), V_1 = A \times 10, V_2 = A \times (40 - x)$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 75 \times 10 = (75 - x)(40 - x)$$

$$\Rightarrow 750 = 3000 + x^2 - 115x \Rightarrow x = 25 \text{ cm}$$



سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۶

پس از انتخاب جهت + محور y ها رو به بالا و محل پرتاب به عنوان مبدا داریم:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + V \cdot t \rightarrow -34 = -\frac{1}{2} \times 10t^2 - vt \rightarrow -5t^2 - vt + 34 = 0$$

(زمان رسیدن سنگ به سطح آب و تولید صدا)

$$\rightarrow t = \frac{+v \pm \sqrt{49 + 680}}{-10} = \frac{+v \pm \sqrt{729}}{-10} = \frac{v \pm 27}{-10} = +2, -3,4$$

زمان رسیدن صدا از سطح آب به لبه ی چاه = 0,1 = 34/Vt \rightarrow 34 = 340t \Rightarrow 0,1 = 34/Vt

فاصله ی زمانی بین پرتاب و شنیدن صدا = 2,1 = 2,1s = 34/Vt

متوسط

تابع t بر حسب درجه دوم است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸

$$\Phi = At^2 + Bt + C \Rightarrow \begin{cases} t=0 \Rightarrow \Phi_0 = 5 = C \\ t=1 \Rightarrow 8 = A(1)^2 + B(1) + 5 \Rightarrow A + B = 3 \\ t=2 \Rightarrow 13 = A(2)^2 + B(2) + 5 \Rightarrow 4A + 2B = 8 \Rightarrow 2A + B = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A + B = 3 \\ 2A + B = 4 \end{cases} \Rightarrow A = 1, B = 2$$

$$\Phi = t^2 + 2t + 5 \Rightarrow |\varepsilon| = \left| -N \frac{d\Phi}{dt} \right| = |-1 \times (2t + 2)| = (2t + 2) \Rightarrow |\varepsilon_{t=0}| = (2 \times 0 + 2) = 2V$$

سخت ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹

$$(K_2 + U_{g_2} + U_{e_2}) - (K_1 + U_{g_1} + U_{e_1})$$

$$\Rightarrow E_2 - E_1 = W_{f_k} \Rightarrow \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}KX^2 = -\mu_k mgd$$

$$\frac{1}{2} \times 1 \times V^2 - \frac{1}{2} \times 500 \times (0,1)^2 = -0,5 \times 1 \times 10 \times 0,1$$

$$\Rightarrow \frac{V^2}{2} - \frac{25}{2} = -\frac{5}{2} \Rightarrow \frac{V^2}{2} = 2 \Rightarrow V^2 = 4 \Rightarrow V = 2 \frac{m}{s}$$

متوسط

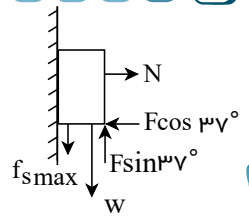
۱ ۲ ۳ ۴ ۶۰

ممکن است F به قدری بزرگ باشد که کتاب در آستانه حرکت رو به بالا باشد.

$$F \sin 37^\circ - W - f_{s \max} = 0$$

$$\Rightarrow F \sin 37^\circ - W - \underbrace{\mu_s N}_{N} \cos 37^\circ = 0$$

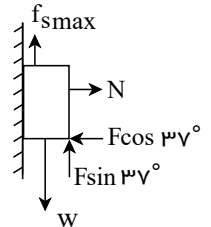
$$\Rightarrow F = \frac{W}{\sin 37^\circ - \mu \cos 37^\circ} \Rightarrow F = 25N \quad (1)$$



و اگر نیروی F کوچک باشد، کتاب در آستانه حرکت به طرف پایین است.

$$F \sin 37^\circ + f_{s \max} - W = 0 \Rightarrow F \sin 37^\circ + \underbrace{\mu_s N}_{N} \cos 37^\circ - W = 0$$

$$F = \frac{W}{\sin 37^\circ + \mu_s \cos 37^\circ} = 5N \quad (2)$$



$$\Rightarrow (1), (2) \Rightarrow 5N \leq F \leq 25N$$

سخت

ابتدا از بردار مشتق گرفته و مقادیر V_x و V_y و a_x و a_y را محاسبه می نمایم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۶۱

$$\begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = 4t - 4 \\ V_y = \frac{dy}{dt} = 3t^2 - 6t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_x = \frac{dV_x}{dt} = 4 \\ V_y = \frac{dV_y}{dt} = 6t - 6 \end{cases}$$

مطلوب مسئله، لحظه ای است که در آن شتاب حداقل است.

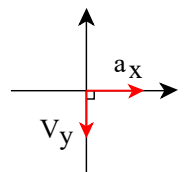
$$\left. \begin{matrix} a_x = 4 \\ a_y = 6t - 6 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \text{(برای حداقل شدن باید } a_y = 0 \text{ شود.)} \Rightarrow 6t - 6 = 0 \Rightarrow t = 1$$

$$a(t=1) = +4\vec{i}$$

$$V = (4t - 4)\vec{i} + (3t^2 - 6t)\vec{j}$$

$$V(t=1) = -3\vec{j}$$

با توجه به شکل:



بنابراین زاویه بین سرعت و شتاب در این لحظه ۹۰ درجه است.

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۲

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta = 10 \log 40 = 10 (\log 4 + \log 10)$$

$$\Rightarrow \beta = 10 (2 \log 2 + \log 10) = 10 (2 \times 0.3 + 1) = 16dB$$

متوسط

راه حل اول: در حالت اول که بزرگ‌نمایی $\frac{1}{p}$ است تصویر حقیقی و معکوس است در حالت دوم که بزرگ‌نمایی ۲ است تصویر می‌تواند حقیقی یا مجازی باشد اما ۱ ۲ ۳ ۴ ۶۳

چون جهت تصویر عوض نمی‌شود پس تصویر معکوس باقی می‌ماند.

$$p_2 = p_1 - 30$$

$$\Rightarrow \frac{(m_2 + 1)}{m_2} f = \frac{m_1 + 1}{m_1} f - 30$$

$$\frac{m_2 - 2}{m_2} f = 3f - 30 \Rightarrow f = 20cm \Rightarrow R = 40cm$$

$$m_1 = \frac{1}{2}$$

راه حل دوم:

$$\text{حالت اول: } \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{2q} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{3}{2q} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow f = \frac{2}{3}q \xrightarrow{p=2q} f = \frac{p}{3} \Rightarrow p = 3f \quad (I)$$

$$\text{حالت دوم: } \frac{1}{p'} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{3}{2p'} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{2p'}{3} \Rightarrow p' = \frac{3}{2}f \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} 3f - \frac{3}{2}f = 30 \Rightarrow \frac{3}{2}f = 30 \Rightarrow f = 20$$

$$R = 2f \Rightarrow R = 2(20) = 40cm$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۴

$$\theta_1 = 0^\circ C \Rightarrow T_1 = 273K$$

$$\theta_2 = 91^\circ C \Rightarrow T_2 = (273 + 91)K = 364K$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \sqrt{\frac{364}{273}} = \sqrt{\frac{4 \times 91}{3 \times 91}} = \sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$f_n = \frac{nV}{2L} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

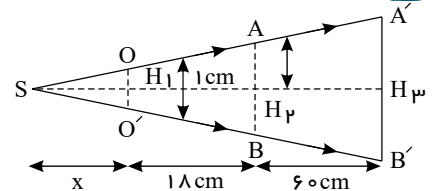
با استفاده از تشابه مثلث‌ها و با توجه به شکل زیر، می‌توان نوشت:

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۵

$$\triangle SOO' \sim \triangle SAB \Rightarrow \frac{OO'}{AB} = \frac{SH_1}{SH_2} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{x}{18+x} \Rightarrow x = 2 \text{ cm}$$

$$\triangle SAB \sim \triangle SA'B' \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{SH_1}{SH_2} \Rightarrow \frac{A'B'}{10} = \frac{2+18+60}{2+18}$$

$$\Rightarrow \frac{A'B'}{10} = \frac{80}{20} \Rightarrow A'B' = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$



متوسط

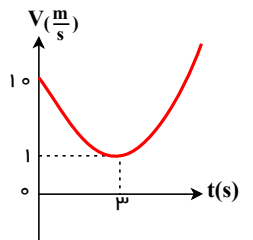
ابتدا معادله‌ی سرعت را می‌یابیم و لحظه‌ای که سرعت کم‌ترین مقدار خود را دارد، به دست می‌آوریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۶

$$V = \frac{dx}{dt} \Rightarrow V = t^2 - 6t + 10$$

$$\text{شرط اکسترم شدن هر تابع درجه ۲} \quad \frac{dV}{dt} = 2t - 6 = 0 \Rightarrow t = 3s$$

$$x_{t=3} = \frac{1}{3}(3)^3 - 3(3)^2 + 10(3) \Rightarrow x_{t=3} = 12m$$



سخت

دو متحرک به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و حرکت متحرک B تندشونده است، پس باید حرکت متحرک A، ابتدا کندشونده و سپس تندشونده (خلاف جهت اولیه حرکت خود) باشد، با توجه به این توضیحات و شکل زیر معادلات حرکت دو جسم را می‌نویسیم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۷

$$\begin{aligned} & \begin{array}{c} V_A \rightarrow \quad \leftarrow a, V \\ \text{A} \quad \text{B} \\ \text{---} 100 \text{ m} \text{---} \\ V_A = +20 \text{ (m/s)} \quad V_B = -20 \text{ (m/s)} \\ a_A = -a_A \text{ (m/s}^2\text{)} \quad a_B = -2 \text{ (m/s}^2\text{)} \\ x_{0A} = 0 \quad x_{0B} = +100 \end{array} \Rightarrow \begin{cases} x_A = -\frac{1}{2}a_A t^2 + 20t + 0 \\ x_B = +\frac{1}{2} \times (-2) \times t^2 - 20t + 100 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A = -\frac{1}{2}a_A t^2 + 20t \\ x_B = -t^2 - 20t + 100 \end{cases} \xrightarrow[\text{شرط به هم رسیدن}]{x_A = x_B} -\frac{1}{2}a_A t^2 + 20t = -t^2 - 20t = -t^2 - 20t + 100$$

$$\Rightarrow (1 - \frac{1}{2}a_A)t^2 + 40t - 100 = 0$$

بنا به شرط مسئله که دو متحرک نباید با یکدیگر برخورد کنند، می‌توان نتیجه گرفت که معادله‌ی فوق نباید جواب داشته باشد، که از نظر ریاضی یعنی $\Delta < 0$ است، بنابراین داریم:

$$\Delta = (40)^2 - 4(1 - \frac{1}{2}a_A)(-100) < 0 \Rightarrow 1600 + 400 - 200a_A < 0 \Rightarrow a_A > 10 \frac{m}{s^2}$$

سخت

برای تعیین نوع حرکت باید معادلات سرعت و شتاب را تعیین علامت کنیم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۸

$$V = \frac{dx}{dt} = -3t^2 + 6t - 3 \Rightarrow V = -t^2 + 2t - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1(s) \\ t = 1(s) \end{cases} \text{ (ریشه مضاعف)}$$

$$a = \frac{dV}{dt} = -6t + 6 \Rightarrow -t + 1 = 0 \Rightarrow t = 1(s)$$

بنابراین جدول تعیین علامت a و V حرکت به فرم زیر است:
پس این حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

| | | |
|---|-------|---|
| t | t = 1 | |
| V | - | 0 |
| a | + | 0 |

ریاضی اختصاصی نظام قدیم

متوسط

ابتدا مقدار Q_c (گرمایی را که دستگاه از منبع سرد یعنی محتویات داخل یخچال می‌گیرد) را بدست می‌آوریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۹

$$m_{15^\circ} c \rightarrow m_{0^\circ} c \rightarrow m_{25^\circ} c \rightarrow m_{25^\circ} (-25^\circ c)$$

$$Q_L = |Q_1| + |Q_2| + |Q_3| \Rightarrow Q_L = |mc_{\text{چ}} \Delta\theta| + |mL_F| + |mc_{\text{س}} \Delta\theta|$$

$$= |4000 \times 4 \times (0 - 50)| + |-4000 \times 300| + |4000 \times 2 \times (-25 - 0)|$$

$$= 8 \times 10^5 + 12 \times 10^5 + 2 \times 10^5 \Rightarrow Q_L = 22 \times 10^5 J$$

$t =$ زمان هر چرخه \times تعداد چرخه ها $\Rightarrow t = 20 \times 11 = 220s$

با استفاده از رابطه توان $P = \frac{W}{t}$ داریم:

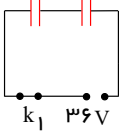
$$P = \frac{W}{t} \rightarrow W = Pt = 2 \times 10^3 \times 220 = 44 \times 10^4 J$$

$$K = \frac{Q_L}{W} = \frac{22 \times 10^5}{44 \times 10^4} = 5$$

سخت

حالت اول: (کلید k_1 بسته و کلید k_2 باز است) ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۰

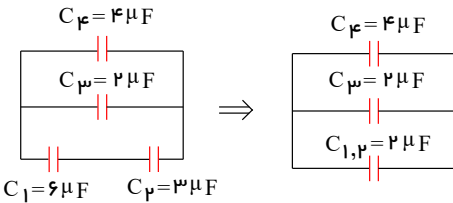
$C_1 = 6 \mu F$ $C_2 = 3 \mu F$



$$C_T = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2 \mu F$$

$$q_T = C_T V_T \Rightarrow q_T = 2 \times 36 = 72 \mu C \Rightarrow q_1 = q_2 = q_T = 72 \mu C$$

حالت دوم: (کلید k_1 باز و کلید k_2 بسته است)



هر سه شاخه موازی هستند، پس ولتاژ آن‌ها برابر است و مقدار آن از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$V_{1,2} = V_3 = V_4 = \frac{q_{1,2} + q_3 + q_4}{C_{1,2} + C_3 + C_4} = \frac{72 + 0 + 0}{2 + 2 + 4} = 9V$$

اختلاف پتانسیل (V) ۹ شاخه‌ی پایینی بین ۲ خازن C_1, C_2 تقسیم می‌شود، بنابراین:

$$V'_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} V_{1,2} \Rightarrow V'_1 = \frac{3}{6 + 3} \times 9 \Rightarrow V'_1 = 3V \Rightarrow q'_1 = C_1 V'_1 = 6 \times 3 = 18 \mu C$$

پس تغییرات بار الکتریکی ذخیره شده در خازن C_1 برابر است با:

$$\Delta q = q'_1 - q_1 = 18 - 72 = -54 \mu C$$

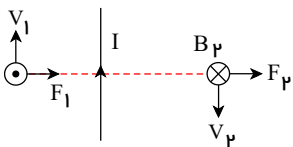
یعنی بار ذخیره شده روی خازن C_1 $54 \mu C$ کاهش می‌یابد.

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۱

ابتدا به بررسی جهت نیروی وارد بر بار $q_1 = q$ ، $q_2 = 2q$ می‌پردازیم، باتوجه به جهت جریان و قاعده‌ی دست راست میدان مغناطیسی ناشی از سیم راست روی بار q در جهت \odot و میدان در

محل بار $2q$ ، \otimes است، بنابراین نیروی وارد بر $2q$ با توجه به جهت حرکت آن به سمت راست و نیروی وارد بر q نیز به سمت راست است.



در مورد اندازه نیروها نیز داریم:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \times \frac{I}{r} \Rightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{2x}{x} = 2 \Rightarrow B_1 = 2B_2$$

$$F = qvB \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{q_1}{q_2} \times \frac{v_1}{v_2} \times \frac{B_1}{B_2} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 = \frac{1}{2} \Rightarrow F_2 = 2F_1$$

بنابراین نیروی وارد بر ذره‌ی $2q$ ، از نیروی وارد بر بار q بیشتر است.

متوسط



استاد علیرضا افشار

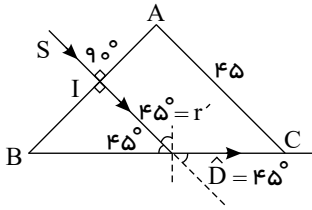
"مشاوره"

@Alirezaafsharofficial

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۲

چون پرتو نور SI عمود بر وجه AB به منشور تابیده است بدون شکست وارد محیط منشور شده و مطابق شکل زیر، با زاویه تابش 45° به وجه BC می‌تابد.

پس زاویه حد منشور را محاسبه می‌کنیم و چون زاویه تابش به وجه BC با زاویه حد برابر است در نتیجه پرتو مماس با وجه BC از منشور خارج خواهد شد. مطابق شکل زاویه انحراف زاویه بین شروع پرتو ورودی و پرتو خروجی می‌باشد که برابر 45° است.

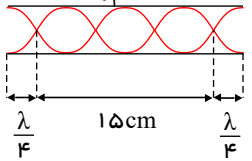


$$\sin \hat{ic} = \frac{1}{n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \hat{ic} = 45^\circ$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۳

$$f_1 = \frac{V}{\lambda L} = \frac{320 \frac{m}{s}}{2L} = \frac{320}{2L} \Rightarrow L = 20 \text{ cm}$$



در لوله‌های صوتی دو انتها باز، مطابق شکل، طول لوله برابر با مجموع فاصله‌ی اولین گره تا آخرین گره‌ی موج تشدید شده در لوله و $\frac{\lambda}{4}$ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$L = 15 + \frac{\lambda}{2} \xrightarrow{L=20 \text{ cm}} \lambda = 10 \text{ cm}$$

اگر n تعداد گره‌های تشکیل شده در لوله باشد، در این صورت فاصله‌ی اولین تا آخرین گره برابر است:

$$d = (n-1) \frac{\lambda}{2} \xrightarrow{d=15 \text{ cm}, \lambda=10 \text{ cm}} n-1 = \frac{15}{5} = 3 \Rightarrow n = 4$$

پس لوله هماهنگ چهارم خود را تشدید کرده است.

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۴

$$\begin{cases} 200 = 4n + 188 \\ 90 = -m + 2n + 86 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \\ m = 2 \end{cases}$$

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۵

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta \xrightarrow{\alpha = 10^{-4} \frac{1}{K}} \Delta R = 0.5 \times 10^{-2} \Rightarrow 0.5 \times 10^{-2} = 10^{-4} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 50^\circ C$$

مطابق رابطه‌ی گرمای ویژه، حجم فلز به کار رفته در کره را به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{m=\rho V} Q = \rho V c \Delta\theta \Rightarrow 6000 = 15000 \times V \times 400 \times 50$$

$$\Rightarrow V = \frac{6000}{15000 \times 400 \times 50} = \frac{1}{1000 \times 50} m^3 = \frac{10^6}{5 \times 10^8} cm^3 = 20 cm^3$$

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{کره}} - V_{\text{فلز}} \xrightarrow{r=2 \text{ cm}} V_{\text{حفره}} = \frac{4}{3} \times 3 \times 2^3 - 20 = 12 cm^3$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۶

$$m = 0.1 \text{ kg}, \quad \frac{T}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow T = 1 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$A = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (2\pi)^2 \times \frac{1}{100} = 0.02 \text{ J} = 20 \text{ mJ}$$

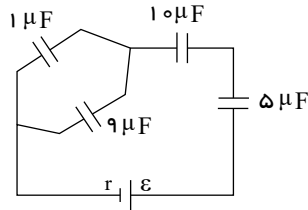
انرژی جنبشی در مرکز نوسان بیشینه می‌باشد و برابر انرژی مکانیکی است.

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۷

$$\frac{3}{2}\mu f, 3\mu f, \frac{1}{C'} = \frac{1}{3} + \frac{1}{\frac{3}{2}}$$

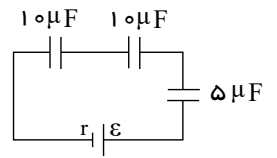
$$\frac{1}{C'} = \frac{3}{2}, C' = 1\mu f$$



$$q + 1 = 10\mu f$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5}$$

$$\rightarrow \frac{1}{C_T} = \frac{4}{10} \rightarrow C_T = 2,5\mu f$$

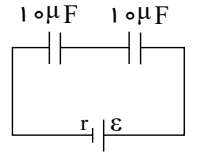


$$q_f = q_T = C_T V_T = 2,5 \varepsilon \quad (1)$$

$$q'_f = q'_T = C'_T V_T = 5 \varepsilon \quad (2) \Rightarrow \frac{q'_f}{q_f} = \frac{5 \varepsilon}{2,5 \varepsilon}$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10} \Rightarrow C_T = 5\mu f$$

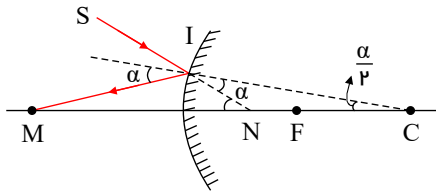
کلید بسته: در حالتی که کلید k بسته می شود خازن C_0 اتصال کوتاه شده از مدار حذف میشود و ظرفیت معادل C_T خواهد شد.



سخت

1 2 3 4 78

چون $MI = R$ است بنابراین مثلث MIC یک مثلث متساوی الساقین است. مطابق قانون بازتاب زاویه‌ی بازتابش برابر با α است. همچنین زاویه‌ی بازتابش، زاویه‌ی خارجی مثلث MIC است.



$$\left. \begin{aligned} \hat{MIC} = \hat{M} = \hat{C} \\ \hat{MIC} = \hat{M} + \hat{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{M} = \hat{C} = \frac{\alpha}{2}$$

$$\hat{N} = \hat{NIC} + \hat{ICN} = \alpha + \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{2}\alpha$$

در مثلث ICN ، زاویه‌ی \hat{N} زاویه‌ی خارجی مثلث است. بنابراین:

سخت

1 2 3 4 79

$$\left. \begin{aligned} q_1 = -4\mu C \quad q_2 = 10\mu C \\ q'_1 = q'_2 = \frac{10 - 4}{2} = 3\mu C \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{F}{F'} = \frac{|q'_1||q'_2|}{|q_1||q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F}{F'} = \frac{3 \times 3}{10 \times 4} \times 4 = 0,9$$

متوسط

حداکثر اختلاف پتانسیلی که می توان به این خازن اعمال کرد، بدون آن که دچار شکست شود، برابر است با:

1 2 3 4 80

$$V_m = E_m d \rightarrow \frac{E_m = 50 \frac{kV}{mm} = 50 \times 10^3 \frac{V}{mm}}{d = 2cm = 20mm}$$

$$V_m = 50 \times 10^3 \times 20 = 10^6 V \quad (1)$$

که E_m قدرت دی‌الکتریک و d ضخامت آن است. ظرفیت این خازن برابر است با:

$$C = \frac{k\varepsilon_0 A}{d} = \frac{20 \times 9 \times 10^{-12} \times 100 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-2}} = 9 \times 10^{-11} F \quad (2)$$

حال از (1) و (2) برای حداکثر انرژی ذخیره شده در خازن داریم:

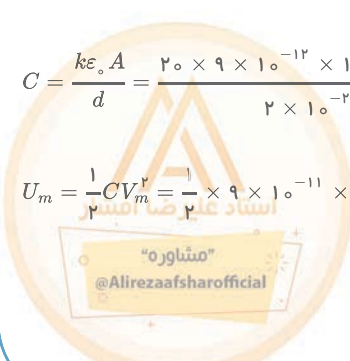
$$U_m = \frac{1}{2} CV_m^2 = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-11} \times (10^6)^2 = 45 J$$

سخت

در شکل مقابل فشار نقاط M و N برابر است و در مقایسه‌ی فشار نقاط A و A' هم‌چنین نقاط B و B' داریم:

1 2 3 4 81

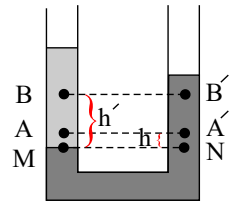
مقایسه فشار A و A' :



$$P_M = P_A + \rho_1 gh, P_N = P_{A'} + \rho_2 gh$$

$$P_M = P_N \Rightarrow P_A + \rho_1 gh = P_{A'} + \rho_2 gh$$

$$\Rightarrow P_A - P_{A'} = (\rho_2 - \rho_1)gh \Rightarrow \Delta P_1 = (\rho_2 - \rho_1)gh$$



مقایسه فشار B و B':

$$P_M = P_B + \rho_1 gh', P_N = P_{B'} + \rho_2 gh'$$

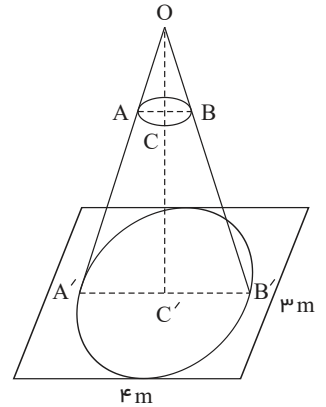
$$P_M = P_N \Rightarrow P_B + \rho_1 gh' = P_{B'} + \rho_2 gh' \Rightarrow P_B - P_{B'} = (\rho_2 - \rho_1)gh' \Rightarrow \Delta P_2 = (\rho_2 - \rho_1)gh'$$

در نتیجه چون $h' > h$ می‌توان نتیجه گرفت $\Delta P_2 > \Delta P_1$ است. سخت

حد اکثر ارتفاع قرص از کف اتاق برای آن که سایه‌ی آن به طور کامل در کف اتاق جا بگیرد، مربوط به وقتی است که قطر سایه حداکثر مقدار خود و برابر با $3m$ باشد. با توجه به شکل، اگر فاصله‌ی قرص از کف اتاق را d بگیریم، داریم:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{OC'}{OC}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{0.5} = \frac{2.4}{2.4 - d} \Rightarrow d = 2m$$



سخت

با توجه به مفهوم توان و بازده ابتدا انرژی گسیل شده از لامپ را در هر ثانیه به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{E_{\text{گس}}}{t} \Rightarrow 100 = \frac{E_{\text{گس}}}{1} \Rightarrow E_{\text{گس}} = 100J$$

$$Ra = \frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{گس}}} \times 100 \Rightarrow 78 = \frac{E_{\text{مفید}}}{100} \times 100 \Rightarrow E_{\text{مفید}} = 78J$$

انرژی گسیل شده از لامپ از جنس امواج الکترومغناطیس است، بنابراین می‌توان گفت:

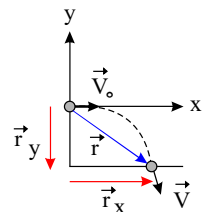
$$E_{\text{مفید}} = nhf = n \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow 78 = n \times \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{500 \times 10^{-9}}$$

$$\Rightarrow n = \frac{78 \times 500 \times 10^{-9}}{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} \Rightarrow n = 2 \times 10^{20}$$

سخت

در حرکت پرتابی درخلاء حرکت پرتابه در راستای افقی با سرعت ثابت و حرکتی یکنواخت است. از طرفی در پرتاب افقی مولفه‌ی قائم سرعت اولیه برابر صفر است. $(V_{0y} = 0)$ بنابراین داریم:

$$\begin{cases} V_{0x} = V_x = 30 \frac{m}{s} \\ V_{0y} = 0, V_y = -40 \frac{m}{s} \end{cases}$$



مدت زمان حرکت پرتابه تا لحظه‌ی برخورد به زمین برابر است با:

$$V_y = -gt + V_{0y} \Rightarrow -40 = -10t + 0 \Rightarrow t = 4s$$

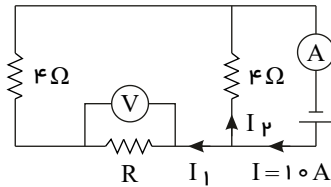
$$\vec{r} = r_x \vec{i} + r_y \vec{j} = (V_x t) \vec{i} + (-\frac{1}{2}gt^2 + V_{0y}t) \vec{j} = (30 \times 4) \vec{i} + (-\frac{1}{2} \times 10 \times 4^2 + 0) \vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{r} = 120 \vec{i} - 80 \vec{j} (m)$$

متوسط

دو مقاومت 12Ω و 6Ω با یکدیگر موازی هستند و مدار به صورت زیر ساده می‌شود.





$$R' = \frac{6 \times 2}{6 + 12} = 4\Omega$$

آمپرسنج ایده آل جریان شاخه‌ی اصلی مدار را نشان می‌دهد. در حلقه‌ی سمت چپ، اگر قاعده حلقه کیرشهوف را بنویسیم، داریم:

در گره‌ی O با توجه به قاعده انشعاب کیرشهوف داریم:

$$V_O - 16 - 4I_1 + 4I_2 = V_O \Rightarrow I_2 - I_1 = 4 \quad (1)$$

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I_1 + I_2 = 10 \quad (2)$$

$$I_1 = 3A, \quad I_2 = 7A$$

$$V = I_1 R \Rightarrow 16 = 3R \Rightarrow R = \frac{16}{3}\Omega$$

با حل هم‌زمان معادلات (1) و (2) خواهیم داشت:

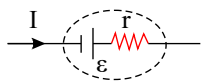
برای مقاومت R با استفاده از قانون اهم، داریم:

متوسط

در یک مدار تک حلقه، جریان عبوری از یک مولد می‌تواند دو حالت داشته باشد: (۱) (۲) (۳) (۴) (۸۶)

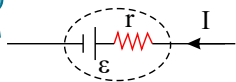
حالت (۱): از پایانه‌ی منفی مولد وارد و از پایانه‌ی مثبت آن خارج شود (مولد محرکه)

در این حالت اندازه‌ی اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مولد از رابطه‌ی $V = \varepsilon - Ir$ به دست می‌آید (نمودار گزینه‌ی ۱)



حالت (۲): از پایانه‌ی مثبت مولد وارد و از پایانه‌ی منفی آن خارج شود. (مولد ضد محرکه)

در این حالت اندازه‌ی اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مولد از رابطه‌ی $V = \varepsilon + Ir$ به دست می‌آید. (نمودار گزینه‌ی ۳)



اگر مقاومت درونی مولد برابر با صفر باشد، اندازه‌ی اختلاف پتانسیل دو سر مولد در هر دو حالت فوق ثابت و برابر $V = \varepsilon$ خواهد بود. (نمودار گزینه ۱)

ولی مولدی که نیروی محرکه‌ی آن برابر با صفر باشد (نمودار گزینه‌ی ۲) دیگر مولد نیست. بنابراین نمودار گزینه‌ی ۲، نمی‌تواند اندازه‌ی اختلاف پتانسیل دو سر یک مولد را بر حسب شدت

جریان عبوری از آن نشان دهد.

متوسط

(۱) (۲) (۳) (۴) (۸۷)

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 14 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 1.4 = \log \frac{I}{I_0}$$

$$\Rightarrow 2 \times 0.7 = \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{\log \Delta = 0.7} 2 \log \Delta = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \Delta^2 = \log \frac{I}{I_0}$$

$$\xrightarrow{I_0 = 10^{-12}} \Delta^2 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 25 \times 10^{-12} \frac{W}{m^2}$$

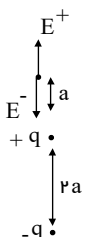
$$I = \frac{E}{A \cdot t} \Rightarrow I = \frac{E}{\pi r^2 t} \xrightarrow[t=6 \times 10^{-8}]{r=0.02} 25 \times 10^{-12} = \frac{E}{3 \times (0.02)^2 \times 60} \Rightarrow E = 1.8 \times 10^{-12} J$$

متوسط

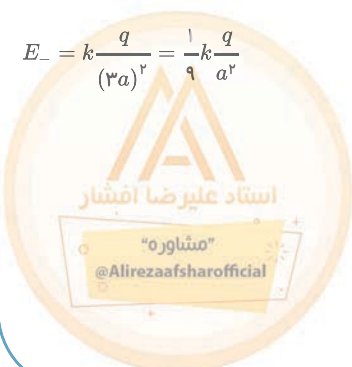
بزرگی میدان الکتریکی ناشی از بار +q در فاصله‌ی a از آن از رابطه $E_+ = k \frac{q}{a^2}$ به دست می‌آید و جهت آن به طرف بالا است. از آن جا که بار -q در فاصله

ی ۳a از نقطه‌ی A قرار دارد، بزرگی میدان الکتریکی ناشی از آن به صورت زیر به دست می‌آید و جهت آن به سمت پایین است.

$$E_- = k \frac{q}{(3a)^2} = \frac{1}{9} k \frac{q}{a^2}$$



به این ترتیب بزرگی میدان الکتریکی برایند دو قطبی در نقطه‌ی A به صورت زیر قابل محاسبه است:



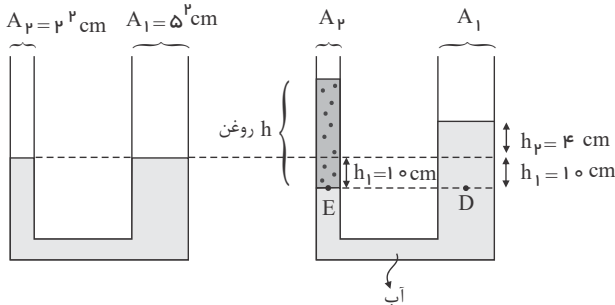
$$E_A = E_+ - E_- = k \frac{q}{a^2} - \frac{1}{9} k \frac{q}{a^2} = \frac{8}{9} k \frac{q}{a^2} \xrightarrow{k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}} E_A = \frac{8}{9} \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2} = \frac{2q}{9\pi\epsilon_0 a^2}$$

متوسط

حجم آب جابه‌جا شده در دو طرف لوله‌ی U شکل در اثر ریختن روغن یکسان است. (1) (2) (3) (4) (89)

در نتیجه با داشتن ارتفاع آب جابه‌جا شده در سمت راست $h_1 = 4 \text{ cm}$ می‌توانیم ارتفاع آب جابه‌جا شده را در سمت چپ (h_2) را به دست آوریم.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 h_1 = A_2 h_2 \Rightarrow 5 \times 4 = 2 h_2 \Rightarrow h_2 = 10 \text{ cm}$$



با در نظر گرفتن دو نقطه‌ی هم فشاری E و D داریم:

$$P_E = P_D \Rightarrow \rho_{\text{روغن}} \cdot g \cdot h_{\text{روغن}} = \rho_{\text{آب}} \cdot g \cdot h_{\text{آب}}$$

$$h_{\text{آب}} = h_1 + h_2 = 14$$

$$\rightarrow 0.8 \times h_{\text{روغن}} = 1 \times (14) \Rightarrow h_{\text{روغن}} = \frac{14 \times 0}{8} = 1.75 \text{ cm}$$

با استفاده از رابطه‌ی $\rho = \frac{m}{V}$ جرم روغن را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{روغن}} = \frac{m_{\text{روغن}}}{V_{\text{روغن}}} \Rightarrow \rho_{\text{روغن}} = \frac{m_{\text{روغن}}}{A_2 h_{\text{روغن}}} \Rightarrow 0.8 = \frac{m_{\text{روغن}}}{2 \times 1.75} \Rightarrow m_{\text{روغن}} = 2.8 \text{ g}$$

سخت

باتوجه به قانون پایستگی انرژی، وقتی اتلاف انرژی نداریم، مجموع تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل صفر است. بنابراین داریم: (1) (2) (3) (4) (90)

$$\Delta U_{AB} + \Delta K_{AB} = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + 0.4 = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} = -0.4 \text{ J}$$

با استفاده از تعریف پتانسیل الکتریکی داریم:

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U_{AB}}{q} \Rightarrow V_B - V_A = \frac{-0.4}{-4 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = 10^4 \text{ V} \Rightarrow V_A - V_B = -10^4 \text{ V}$$

از طرفی چون میدان الکتریکی یکنواخت است، داریم:

$$|\Delta V_{AB}| = E d_{AB} \Rightarrow 10^4 = 2 \times 10^4 d_{AB} \Rightarrow d_{AB} = 0.5 \text{ m}$$

سخت

چون شکل نمودار سهمی است، پس معادله‌ی سرعت - زمان متحرک از درجه‌ی ۲ و به صورت $V = bt^2 + ct + 16$ است. بنابراین معادله‌ی شتاب این متحرک (91) (1) (2) (3) (4)

برابر است با:

$$a = \frac{dV}{dt} = 2bt + c$$

$$\Rightarrow t = 4 \text{ s در لحظه: } \left. \begin{aligned} V_f = 0 &\Rightarrow 16b + 4c + 16 = 0 \\ a_f = 0 &\Rightarrow 8b + c = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow c = -8, b = 1$$

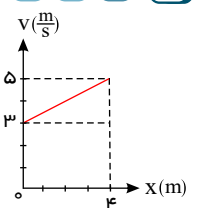
نکته: $a_f = 0$ است، زیرا خط مماس بر نمودار در این لحظه موازی محور زمان است.

$$\Rightarrow V = t^2 - 8t + 16 \Rightarrow \bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_1 - V_2}{t_1 - t_2} = \frac{16 - 4}{6} \Rightarrow \bar{a} = 2 \frac{m}{s^2}$$

سخت

برای حل این سوال ابتدا با استفاده از نمودار داده شده، معادله‌ی سرعت- مکان حرکت این متحرک را به دست می‌آوریم: (1) (2) (3) (4) (92)

$$\text{شیب نمونه} = \frac{\Delta V}{\Delta x} = \frac{5 - 3}{4 - 0} = \frac{1}{2} \Rightarrow V = \frac{1}{2}x + 3$$



حال برای به دست آوردن شتاب متحرک می‌توان نوشت:

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \times \frac{dx}{dt} \rightarrow a = V \times \frac{dV}{dx}$$



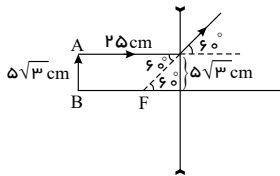
عبارت $\frac{dV}{dx}$ همان شیب نمودار سرعت - مکان است و داریم:

$$\Rightarrow V = \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow \frac{dV}{dx} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = V \times \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}x + 3\right)$$

$$\xrightarrow{x=4m} a = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times 4 + 3\right) = 2,5 \frac{m}{s^2}$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۳



با توجه به شکل $AB = 5\sqrt{3}cm$ و $p = 2,5cm$ می‌باشد. امتداد پرتو شکست از F می‌گذرد. می‌توان در مثلث قائم‌الزاویه‌ها F را به دست آورد.

$$\tan 60 = \frac{5\sqrt{3}}{F} \quad \sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{F} \quad \boxed{F = 5cm}$$

در عدسی واگرا می‌توان m را به صورت زیر حساب کرد.

$$m = \frac{f}{p+f} = \frac{5}{2,5+5} = \boxed{\frac{1}{6}}$$

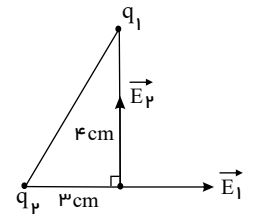
سخت

چون $\vec{E} = (3\vec{i} + 4\vec{j}) \times 10^5 \frac{N}{C}$ است، لذا $\vec{E}_r = \vec{E}_x = 3 \times 10^5 \vec{i} \left(\frac{N}{C}\right)$ و $\vec{E}_1 = \vec{E}_y = 4 \times 10^5 \vec{j} \left(\frac{N}{C}\right)$ می‌باشد. بنابراین با توجه به شکل زیر $q_1 < 0, q_2 > 0$ است، لذا $q_1 < 0, q_2 > 0$ می‌باشد. از طرف دیگر طبق رابطه $E = k \frac{q}{r^2}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{|q_1|}{q_2} \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{r_1=4cm, r_2=3cm} \frac{4 \times 10^5}{3 \times 10^5} = \frac{|q_1|}{q_2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

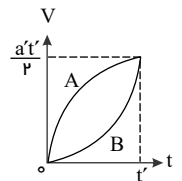
$$\Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{|q_1|}{q_2} \times \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{|q_1|}{q_2} = \frac{64}{27} \xrightarrow{q_1 < 0, q_2 > 0} \frac{q_1}{q_2} = -\frac{64}{27}$$



متوسط

چون نمودار شتاب - زمان دو متحرک A و B به صورت خط راست با شیب ثابتی است. این بدان معنی است که نوع حرکت این دو متحرک شتاب‌دار با شتاب متغیر است. پس معادله سرعت - زمان این دو متحرک نسبت به زمان از درجه دوم بوده و نمودار سرعت - زمان آن‌ها بصورت سهمی می‌باشد و با توجه به نمودار شتاب - زمان این دو متحرک چون شیب نمودار A منفی و B مثبت است، پس تقعر نمودار سرعت - زمان A به سمت پایین و تقعر نمودار سرعت - زمان متحرک B به طرف بالا است. از طرفی می‌دانیم مساحت بین نمودار سرعت - زمان متحرک A بیشتر از B است، پس سرعت متوسط متحرک A بیشتر از سرعت متوسط متحرک B است و مطابق شکل خواهیم داشت:

$$\vec{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{S_A > S_B} \frac{\Delta x_A}{t'} > \frac{\Delta x_B}{t'} \Rightarrow \vec{V}_A > \vec{V}_B$$



سخت

اگر در مدت t ، آونگ ساده‌ای n نوسان کم‌دامنه انجام دهد، دوره نوسان‌های آن برابر است با: ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۶

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow{t_1=t_2} \frac{T_2}{T_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad (1)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \quad (2)$$

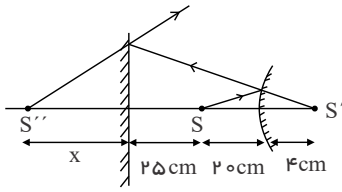
$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \xrightarrow{n_1=4, n_2=5} \frac{4}{5} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{16}{25}$$

$$\text{درصد تغییرات طول آونگ} = \frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \left(\frac{L_2}{L_1} - 1\right) \times 100 = \left(\frac{16}{25} - 1\right) \times 100 = -36\%$$

از طرفی با استفاده از رابطه دوره نوسان‌های کم‌دامنه یک آونگ ساده داریم:

بنابراین:

متوسط



متوسط

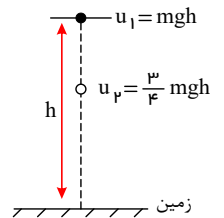
۹۸ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به آن که در شرایط خلأ انرژی مکانیکی گلوله ثابت است، چون انرژی جنبشی گلوله افزایش یافته است پس لزوماً انرژی پتانسیل گرانشی گلوله کاهش می‌یابد. لذا با توجه به شکل زیر خواهیم داشت:

$$K_v = K_1 + 0.2K_1 = 1.2K_1, \quad u_v = u_1 - 0.25u_1 = 0.75u_1$$

$$E_1 = E_v \Rightarrow K_1 + u_1 = K_v + u_v \Rightarrow K_1 + mgh = K_v + \frac{3}{4}mgh$$

$$\Rightarrow K_v - K_1 = \frac{1}{4}mgh \xrightarrow{K_v=1.2K_1} 0.2K_1 = \frac{1}{4}mgh$$

$$\Rightarrow K_1 = \frac{5}{4}mgh \Rightarrow K_1 = \frac{5}{4}u_1 \Rightarrow \frac{K_v}{u_v} = \frac{1.2K_1}{0.75u_1} = \frac{1.2 \times \frac{5}{4}u_1}{0.75u_1} = \frac{150}{75} = 2 \Rightarrow K_v = 2u_v$$

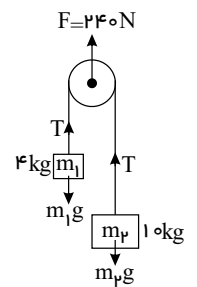


سخت

۹۹ ۱ ۲ ۳ ۴ با اعمال نیروی $F = 240N$ بر محور قرقره کشش هر یک از نخها $T = 120N$ می‌شود.

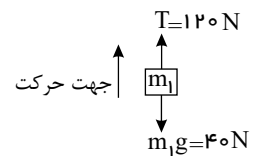
$$F = 2T$$

$$240 = 2T \Rightarrow T = 120N$$



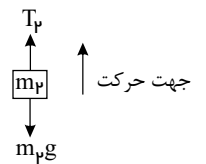
برای هر یک از وزنه‌ها جداگانه قانون دوم می‌نویسیم.

$$T - m_1g = m_1a \Rightarrow 120 - 40 = 4a \Rightarrow a = \frac{80}{4} \Rightarrow a_1 = 20 \frac{m}{s^2}$$



$$T_v - m_vg = m_v a_v \Rightarrow 120 - 100 = 10 a_v \Rightarrow a_v = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{a_1}{a_v} = \frac{20}{2} = 10$$



متوسط

۱۰۰ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم طبق الگوی اتمی بور در یک مدار مانا، نیروی کولنی، نیروی جانب مرکز لازم را برای حرکت دایره‌ای الکترون تأمین می‌کند. با توجه به اینکه شعاع مدارهای مانا از رابطه $r_n = a_0 n^2$ به دست می‌آید، می‌توان نوشت:

$$F_r = F_E \Rightarrow \frac{mV^2}{r} = \frac{ke^2}{r^2} \Rightarrow V^2 = \frac{ke^2}{mr}$$

$$\left(\frac{V''}{V'}\right)^2 = \frac{r'}{r''} \xrightarrow{r'=a_0 n'^2} \left(\frac{V''}{V'}\right)^2 = \left(\frac{n'}{n''}\right)^2 \Rightarrow \frac{V''}{V'} = \frac{n'}{n''}$$

چون الکترون از تراز $n' = 4$ به تراز $n'' = 2$ به رسته بالمر یعنی $n'' = 2$ باشد. بنابراین داریم:

$$\frac{V''}{V'} = \frac{n'}{n''} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{V''}{V'} = \frac{n'}{n''} = \frac{4}{2} = 2$$

$$0.015 \text{ mol} \cdot L^{-1} s^{-1} \times 10L = 0.15 \text{ mol} \cdot s^{-1} \Rightarrow 0.15 \times 60 = 9 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

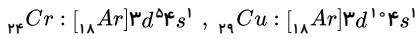
متوسط

$$\Delta n = 367,5g \times \frac{1mol}{122,5g} = 3mol$$

$$\frac{\bar{R}_{KClO_3}}{2} = \frac{\bar{R}_{O_2}}{3} \Rightarrow \frac{\bar{R}_{KClO_3}}{2} = \frac{0,9}{3} \Rightarrow \bar{R}_{KClO_3} = 0,6 mol \cdot min^{-1}$$

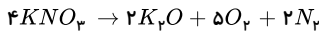
$$\bar{R} = \frac{\Delta n}{\Delta t} \Rightarrow 0,6 = \frac{3}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 5 min$$

متوسط
 ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۲



باتوجه به واکنش ضریب KNO_3 دو برابر ضریب N_2 می‌باشد پس اگر $0,6$ مول N_2 تولید شده، $1,2$ مول KNO_3 مصرف شده است:

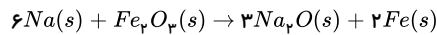
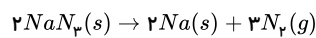
متوسط
 ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۳



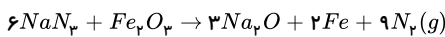
مول باقی مانده $2,8$ = مول مصرفی $1,2$ - مول اولیه 4 \Rightarrow مصرفی $3 mol KNO_3$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{5}{2} \bar{R}_{N_2} \Rightarrow \bar{R}_{N_2} = \frac{0,6}{2} = 0,3 \quad \bar{R}_{O_2} = \frac{5}{2} \times \frac{3}{10} = \frac{15}{20} = 0,75$$

سخت
 در واکنش متوالی که در کیسه‌های هوا رخ می‌دهد عبارتند از: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۴



معادله اول را در عدد ۳ ضرب کنیم. ضریب Na در دو معادله برابر می‌شود. در این صورت با حذف Na ، به یک معادله‌ی کلی می‌رسد.



روش اول:

$$112g Fe \times \frac{1mol}{56g Fe} \times \frac{9mol N_2}{2mol Fe} \times \frac{28g N_2}{1mol N_2} \times \frac{1L}{0,916g} = 275L$$

روش دوم:

$$\frac{112g Fe}{2 \times 56g} = \frac{xL N_2 \times 0,916 \frac{g}{L}}{9 \times 28g} \quad x = 275L$$

سخت
 توزیع انرژی میان همه‌ی ذره‌های ماده یکسان نیست. افزایش دما، با افزایش حرکت‌های گرمایی همراه است نه فقط حرکت انتقالی (رد گزینه ۲). با افزایش دما، انرژی جنبشی و سرعت ذره‌های سازنده‌ی جسم افزایش می‌یابد و انرژی درونی ماده نیز افزایش می‌یابد. (رد گزینه‌ی ۳)

متوسط
 ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۶

$$\frac{0,2}{18} = 0,011 mol \text{ یخ}$$

گرمای آزاد شده از واکنش ۱ میلی‌مول Ag^+ ، Cl^- که می‌تواند ۰,۰۱۱ مول یخ را به آب صفر درجه سانتی‌گراد تبدیل کند برابر است با:

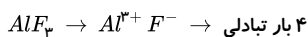
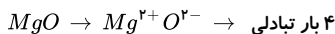
$$6025 \frac{J}{mol} \times 0,011 mol = 66,275 J$$

این مقدار گرما از واکنش ۱ میلی‌مول Ag^+ ، Cl^- حاصل شده است پس گرمای واکنش به ازاء یک مول:

$$66,275 \times 1000 = 66275J \Rightarrow \frac{66275}{1000} = 66,275 kJ$$

با توجه به اینکه واکنش گرماده است آنتالپی آن منفی خواهد بود.

سخت
 ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۷



باقی ترکیبات کمتر از ۴ بار تبدالی دارند بنابراین این دو ترکیب از بقیه انرژی شبکه‌ی بیشتری دارند بنابراین در این‌جا که بارهای تبدالی یکسان است شعاع آنیون و کاتیونی را مقایسه می‌کنیم هر کدام دارای شعاع آنیون و کاتیونی کوچکتر بود انرژی شبکه‌ی بیشتری دارد و می‌دانیم AlF_3 دارای شعاع آنیون و کاتیونی کمتری است پس انرژی شبکه MgO از AlF_3 باید کمتر باشد و از MgF_2 که دارای ۳ بار تبدالی است، باید بیشتر باشد که فقط گزینه‌ی ۱ دارای چنین عددی است.

سخت
 با کاهش حجم، تعادل به سمت تولید مول‌های گازی کمتر (جهت برگشت) پیش می‌رود پس گزینه‌ی ۱، درست است.

متوسط
 ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۸

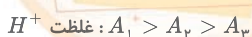
گزینه‌ی ۲، در این تعادل جدید به علت افزایش غلظت‌ها، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت هر دو در مقایسه با تعادل قبلی افزایش می‌یابند.

گزینه‌ی ۳، ثابت تعادل با تغییر فشار تغییر نمی‌کند.

گزینه‌ی ۴، با کاهش حجم تعادل به سمت راست می‌رود که گرماگیر است بنابراین برای ثابت ماندن دما باید مقداری گرما از محیط به سامانه وارد شود.

متوسط
 هرچه مقدار عددی ثابت یونش اسید (K_a) بزرگ‌تر باشد، قدرت اسیدی و غلظت H^+ محلول بیش‌تر است. بنابراین:

متوسط
 ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۹



متوسط

۱۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴
گزینه‌های ۳ و ۴ مربوط به اسیدهای قوی $HClO_3$ و HBr هستند بنابراین آبکافت نمی‌شوند. بین CO_3^{2-} و HCO_3^- یون CO_3^{2-} شدیدتر آبکافت می‌شود چون اسید مزدوج آن (HCO_3^-) ضعیف‌تر از اسید مزدوج HCO_3^- یعنی (H_2CO_3) است.

سخت

۱۱۱ ۱ ۲ ۳ ۴
یک گونه در صورتی پیوند داتیو تشکیل می‌دهد که یکی از دو شرط را داشته باشد:

۱- داشتن جفت الکترون ناپیوندی (مانند اتم اکسیژن در H_2O).

۲- داشتن اوربیتال خالی (مانند اتم آلومینیوم در $Al(OH)_3$) و یا توانایی فراهم کردن آن (مانند اتم گوگرد در SO_3)

در یون H_3O^+ ، با وجود آن که اتم اکسیژن جفت الکترون ناپیوندی دارد، اما نمی‌تواند در تشکیل پیوند داتیو شرکت کند، زیرا اتم الکترونگاتیو اکسیژن با وجود داشتن بار مثبت، تمایلی برای در اختیار گذاشتن جفت الکترون ناپیوندی خود ندارد. در مولکول SO_3 به دلیل آن که اتم گوگرد نسبتاً بزرگ بوده و الکترونگاتیوی کمی دارد، می‌تواند هم‌زمان با پذیرفتن جفت الکترون ناپیوندی از اتم دیگر، با انتقال دادن یک جفت الکترون به اتم اکسیژن، پیوند دوگانه‌ی خود را به پیوند یگانه تبدیل کرده و در تشکیل پیوند داتیو شرکت کند.

سخت

۱۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴
در ترکیبات هیدروژن‌دار گروه (VIA) مولکول آب به دلیل برقراری پیوند هیدروژنی بیش‌ترین نقطه‌ی جوش را دارا می‌باشد و بین مابقی ترکیبات هیدروژن‌دار گروه (VIA) به H_2Te دلیل حجم و جرم بیشتر جاذبه‌ی قوی‌تری بین مولکول‌های خود ایجاد می‌نماید و نقطه جوش بیش‌تری دارد و براساس جرم و حجم H_2S و H_2Se نقطه جوش به ترتیب کم‌تری دارند.

متوسط

۱۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$[H_3O^+] = 4 \times 10^{-8} [OH^-]$$

$$10^{-14} = [H_3O^+][OH^-] = [H_3O^+] \times \frac{[H_3O^+]}{4 \times 10^{-8}} \Rightarrow [H_3O^+]^2 = 4 \times 10^{-6} \Rightarrow [H_3O^+] = 2 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow pH = -\log[H_3O^+] = -\log 2 \times 10^{-3} = 3 - \log 2 = 3 - 0.3 = 2.7$$

متوسط

۱۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴
نمودارهای A، B و C به ترتیب مربوط به Li ، Na و K می‌باشند چون انرژی شبکه‌ی بلور با شعاع یون‌ها رابطه‌ی عکس دارد و نمودار A از همه بیش‌تر است بنابراین A که همان Li است کم‌ترین شعاع را دارد، همچنین با توجه به نمودار، تغییر انرژی شبکه‌ی بلور با F^- بیش‌تر از سایر هالوژن‌ها است.

سخت

۱۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$ppm = \frac{\text{جرم ماده حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$$

ابتدا جرم یون نیترات (NO_3^-) در یک لیتر آب را بدست می‌آوریم:

$$100 = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{1000g} \times 10^6 \quad (\text{یک لیتر آب تقریباً } 1000g \text{ است.})$$

$$\Rightarrow \text{جرم } NO_3^- = 0.1g$$

$$?molNO_3^- = 0.1gNO_3^- \times \frac{1molNO_3^-}{62gNO_3^-} = \frac{1}{620}molNO_3^-$$

صافی توانایی جذب فقط ۳ مول یون NO_3^- را دارد.

می‌دانیم که در یک لیتر آب $\frac{1}{620}$ مول NO_3^- وجود دارد حال حساب می‌کنیم در چند لیتر آب ۳ مول NO_3^- وجود دارد:

$$?LH_2O = 3molNO_3^- \times \frac{1LH_2O}{\frac{1}{620}molNO_3^-} = 1860L$$

سخت

۱۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴
انحلال گازها در آب با کاهش بی‌نظمی (آنتروپی) همراه است. قطبیت گازها (نوع گازها) و دما و فشار از عوامل مؤثر بر انحلال‌پذیری گازها می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

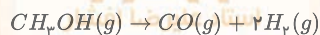
گزینه ۱: برخی حلالها مانند الکل‌ها یا استون دارای یک بخش قطبی و یک بخش ناقطبی هستند که می‌توانند مواد ناقطبی مانند چربی را در خود حل کنند و در آب نیز حل شوند.

گزینه ۲: مطابق قانون هنری در دمای ثابت انحلال‌پذیری گازها با فشار رابطه مستقیم دارد یعنی هرچه فشار گاز بیشتر باشد انحلال‌پذیری آن نیز بیشتر خواهد بود.

گزینه ۴: اکتان C_8H_{18} و دکان $C_{10}H_{22}$ ناقطبی و آب قطبی است پس دو فاز تشکیل می‌شود.

متوسط

۱۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴
زیرا، باتوجه به داده‌های متن این پرسش، می‌توان نوشت:



$$4.8g \div 32g \cdot mol^{-1} = 0.15molC_2H_5OH$$

$$0.15mol \times \frac{1}{100} = 0.0015mol \Rightarrow C_2H_5OH = \frac{0.0015mol}{\frac{20}{60}min} = 0.0045mol \cdot min^{-1}$$

$$\frac{1 \text{ mol } CH_3OH}{0.06 \text{ mol } CH_3OH} = \frac{3 \times 22.4 \text{ L}(g)}{x} \quad \text{تناسب:}$$

$$x = \frac{0.06 \text{ mol } CH_3OH \times 3 \times 22.4 \text{ L}(g)}{1 \text{ mol } CH_3OH} \approx 4 \text{ L} \text{ گاز}$$

سخت

۱۱۸) زیرا، با دو برابر کردن مقدار متانول (حلال)، هم غلظت A و هم غلظت B نصف می‌شود و سرعت به 0.25 مقدار اولیه می‌رسد. در صورتی که با دو برابر شدن غلظت هر یک از مواد A و B ، سرعت واکنش ۲ برابر می‌شود.

سخت

۱۱۹) در گروه‌های عنصرهای اصلی جدول تناوبی، با افزایش عدد اتمی، تنها شمار الکترون‌های لایه‌ی ظرفیت اتم، ثابت باقی می‌ماند.

سخت

۱۲۰) تمام موارد به جزء مورد (ت) با توجه به متن کتاب درسی درست می‌باشند و مواد ناخالص (مخلوطها) گسترده‌ی بیش تری از مواد را نسبت به مواد خالص شامل می‌شوند.

سخت

۱۲۱) با توجه به اینکه واکنش بنیادی است، ضرایب واکنش دهنده‌ها مرتبه‌ی آن‌ها را تشکیل می‌دهد. $(R = k[A][B])$

حال با توجه به ضرایب استوکیومتری، غلظت واکنش دهنده‌ها را پس از گذشت زمان محاسبه می‌کنیم.

| | | | | | |
|-------------|------------|---|------------|---------------|------|
| | A | + | B | \rightarrow | P |
| غلظت اولیه: | 0.05 | | 0.08 | | 0 |
| تغییر غلظت: | $-x$ | | $-x$ | | $+x$ |
| غلظت نهایی: | $0.05 - x$ | | $0.08 - x$ | | x |

در صورت سوال بیان شده است که غلظت A به 0.02 مولار می‌رسد، حال با توجه به غلظت‌های نهایی داریم:

$$0.05 - x = 0.02 \Rightarrow x = 0.03$$

با توجه به $x = 0.03$ غلظت نهایی B در این لحظه برابر $0.05 - 0.03 = 0.08 - 0.03 = 0.05$ می‌گردد و حال با داشتن غلظت‌های نهایی پس از گذشت مدت زمان و سرعت واکنش و قانون سرعت به راحتی ثابت واکنش را محاسبه می‌توان کرد.

$$R = k[A][B] \Rightarrow 10^{-2} = k(0.02)(0.05) \Rightarrow k = 10$$

با توجه به این که واحد سرعت $mol \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$ می‌باشد و واحد غلظت‌ها $mol \cdot L^{-1}$ می‌باشد.

واحد ثابت سرعت $L \cdot mol^{-1} \cdot s^{-1}$ می‌گردد.

سخت

۱۲۲) بررسی سایر گزینه‌ها:

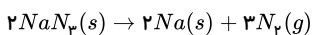
گزینه ۱: خواصی که حالت ترمودینامیکی سامانه را توصیف می‌کنند، خواص ترمودینامیکی نامیده می‌شوند که به دو دسته مقداری و شدتی تقسیم بندی می‌شوند.

گزینه ۲: ظرفیت گرمایی مولی آب از یخ بیش تر است.

گزینه ۳: ظرفیت گرمایی ویژه یک خاصیت شدتی است و به مقدار ماده بستگی ندارد.

متوسط

۱۲۳) واکنش این گونه است:



حال به حل مسأله می‌پردازیم:

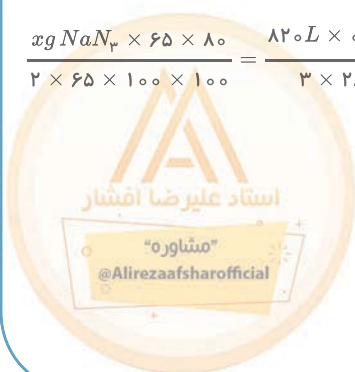
$$80 \text{ L } N_2 \times \frac{0.7 \text{ g } N_2}{1 \text{ L } N_2} \times \frac{1 \text{ mol } N_2}{28 \text{ g } N_2} \times \frac{2 \text{ mol } NaN_3}{3 \text{ mol } N_2} \times \frac{65 \text{ g } NaN_3}{1 \text{ mol } NaN_3}$$

$$\times \frac{100 \text{ g } NaN_3 \text{ ناخالص}}{65 \text{ g } NaN_3} \times \frac{100}{80} = 166.67 \text{ g } NaN_3 \text{ ناخالص}$$

$$\frac{x \text{ g } NaN_3 \times 65 \times 80}{2 \times 65 \times 100 \times 100} = \frac{820 \text{ L} \times 0.7 \frac{\text{g}}{\text{L}}}{3 \times 28} \quad x = 166.67 \text{ g}$$

روش دوم:

سخت



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۴

$$I \text{ واکنش از } CO_2 \text{ حاصل از واکنش } = xgC_3H_8 \times \frac{1molC_3H_8}{44gC_3H_8} \times \frac{3molCO_2}{1molC_3H_8} \times \frac{44gCO_2}{1molCO_2} = 3xgCO_2$$

$$I \text{ واکنش از } H_2O \text{ حاصل از واکنش } = xgC_3H_8 \times \frac{1molC_3H_8}{44gC_3H_8} \times \frac{4molH_2O}{1molC_3H_8} \times \frac{18gH_2O}{1molH_2O} = \frac{18}{11}xgH_2O$$

$$II \text{ واکنش از } CO_2 \text{ حاصل از واکنش } = ygCaCO_3 \times \frac{1molCaCO_3}{100gCaCO_3} \times \frac{1molCO_2}{1molCaCO_3} \times \frac{44gCO_2}{1molCO_2} = \frac{11}{25}ygCO_2$$

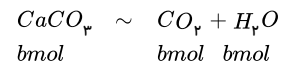
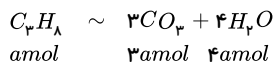
$$II \text{ واکنش از } H_2O \text{ حاصل از واکنش } = ygCaCO_3 \times \frac{1molCaCO_3}{100gCaCO_3} \times \frac{1molH_2O}{1molCaCO_3} \times \frac{18gH_2O}{1molH_2O} = \frac{9}{50}ygH_2O$$

$$3x + \frac{11}{25}y = 17.6$$

$$\frac{18}{11}x + \frac{9}{50}y = 9$$

$$\begin{cases} x = 4.4gC_3H_8 \\ y = 10gCaCO_3 \end{cases} \rightarrow x + y = 14.4g$$

فرض کنید a مول C_3H_8 و b مول $CaCO_3$ داریم.



$$\text{فرض اول: } (3a + b)molCO_2 \times \frac{44g}{1mol} = 17.6g \Rightarrow (3a + b = 0.4) \times -1 \Rightarrow a = 0.1$$

$$\text{فرض دوم: } (4amol + b \text{ mol})H_2O \times \frac{18g}{1mol} = 9g \Rightarrow (4a + b = 0.5) = 0.5 \Rightarrow b = 0.1$$

$$CaCO_3, C_3H_8 \text{ مجموع جرم } = (0.1molC_3H_8 \times 44 \frac{g}{L}) + (0.1mol \times 100 \frac{g}{mol}CaCO_3) = 14.4g$$

سخت
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۵

$$3.011 \times 10^{22} \quad 5.4g$$



$$6.022 \times 10^{23} \quad x$$

$$\frac{3.011 \times 10^{22}}{6.022 \times 10^{23}} = \frac{5.4}{x} \Rightarrow x = 10.8$$

$$N_m O_n = 10.8 \rightarrow 14m + 16n = 10.8$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ 5 & 2 \end{matrix}$$

بنابراین نسبت $\frac{n}{m}$ برابر ۲٫۵ می باشد.

از انحلال N_2O_5 در آب اسید قوی HNO_3 ایجاد می شود و اسیدهای قوی الکترولیت قوی محسوب می شوند.

سخت

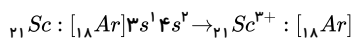
$$13Al^{3+} : [10Ne] \text{ مورد درست است تنها فلز دسته } p \text{ که یون آن به آرایش هشتایی می رسند } 13Al \text{ است. } [10Ne]$$

بررسی سایر گزینه ها:

مورد الف) نادرست، یون هیدرید (H^-) به آرایش هشتایی نمی رسد.

مورد ب) نادرست، Ga^{3+} و Sn^{2+} و Pb^{2+} جزو عناصر دسته p هستند اما یون آنها به آرایش هشتایی نمی رسد.

مورد پ) نادرست، اسکاندیم به آرایش هشتایی گاز نجیب قبل از خود می رسد.



مورد ث) نادرست، ۳ عنصر وجود دارد یعنی $19K$ به صورت Ca و K^+ به صورت Ca و Sc^{3+} می باشد که به آرایش هشتایی می رسند.

سخت

۱۲۷ ابتدا واکنش موازنه شده را با استفاده از نمودار داده شده می نویسیم. نمودار نزولی واکنش دهنده است و نمودار صعودی فراورده است.

برای یافتن ضرایب استوکیومتری، کوچک ترین واحد تغییر را یافته سپس همه تغییرات را بر آن تقسیم می کنیم.

معادله واکنش به صورت $5A \rightarrow 3B$ می باشد.

در مدت زمان ۱۰ ثانیه، $2mol = 10s \times 0.2 \frac{mol}{s}$ از A مصرف شده است، بنابراین با توجه به ۱۰ مول بودن مقدار اولیه A ، ۸ مول از A باقی مانده است.

از طرفی به ازای مصرف ۲ مول از A ، $1.2molB$ ، $2molA \times \frac{2molB}{5molA} = 1.2molB$ تولید شده است بنابراین پس از پایان واکنش تا ثانیه دهم، $8 + 1.2 = 9.2$ ، مول گاز در ظرف خواهیم داشت.

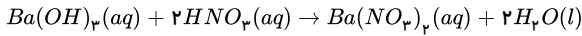
متوسط

۱۲۸ موارد دوم و سوم درست است.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: در همه واکنش های جابه جایی دوگانه این طور نیست. به طور مثال:

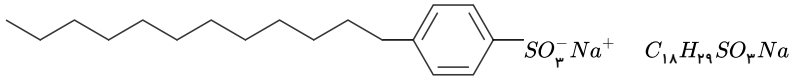




مورد چهارم: ارتباطی به گرماگیر بودن واکنش ندارد و به این معناست که واکنش در این دما انجام می‌شود.

متوسط

۱۲۹) ۱ ۲ ۳ ۴ پاک‌کننده‌های صابونی دارای گروه کربوکسیلات ($-CO_2^-$) می‌باشند، اما پاک‌کننده‌های غیرصابونی به جای گروه کربوکسیلات، دارای گروه سولفونات ($-SO_3^-$) هستند. ساختار و فرمول مولکولی سدیم دو دسیل بنزن سولفونات به شکل زیر می‌باشد:



متوسط

۱۳۰) ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: سیکلوهگزان یک ترکیب حلقوی شش کربنه است که تمامی پیوندهای آن یگانه است. در نتیجه جزو گروه آروماتیک قرار نمی‌گیرند.

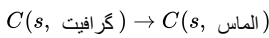
گزینه ۲: اتیلن یا اتن (C_2H_2) اولین عضو از خانواده آلکن‌ها است.

گزینه ۳: مره آناناس به علت وجود ساختار اتیل بوتانوات که دارای گروه عاملی استری است، می‌باشد.

گزینه ۴: بوی بد ماهی فاسد شده به علت وجود ماده تری متیل آمین است.

متوسط

۱۳۱) ۱ ۲ ۳ ۴ آنتالپی استاندارد تشکیل گرافیت برابر صفر است و واکنش تشکیل الماس از گرافیت به صورت زیر می‌باشد:



$$\Delta H = \Delta H^\circ_{\text{تشکیل}} - \Delta H^\circ_{\text{تشکیل}} \text{ (فرآورده)}$$

$$\Delta h = 1,9 - 0 = 1,9 \text{ kJ}$$

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S \Rightarrow 2,86 = 1,9 - 300 \cdot \Delta S$$

$$\Rightarrow 2,86 = 1,9 - 300 \cdot \Delta S \Rightarrow \Delta S = \frac{1,9 - 2,86}{-300} = 3,2 \times 10^{-3} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\Rightarrow \Delta S = \frac{2,86 - 1,9}{-300} + 3,2 \times 10^{-3} = -3,2 \times 10^{-3} + 3,2 \times 10^{-3} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta S = 2,4 \times 10^{-3} \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} = 2,4 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

سخت

۱۳۲) ۱ ۲ ۳ ۴ فقط مورد (آ) صحیح است.

بررسی موارد:

تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی در بنزآلدئید و دی‌متیل اتر برابر ۲ است.

ایوبورفن فاقد گروه عاملی استری است.

$$\text{گروه عاملی آمیدی به صورت } -C(=O)-N- \text{ است. } \%N = \frac{14}{42} \times 100 \approx 33\%$$

تعداد پیوندهای کووالانسی در مولکول‌های بنزن و سیکلوهگزان برابر نیست.

سخت

۱۳۳) ۱ ۲ ۳ ۴ به جز عبارت «پ» بقیه موارد نادرستند. بررسی موارد نادرست:

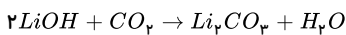
آ) این مورد بستگی به شرایط شروع واکنش دارد، به طور مثال اگر واکنشی برای برقراری تعادل به سمت واکنش‌دهنده‌ها جابه‌جا شود، در لحظه شروع، سرعت رفت کم‌تر و سرعت برگشت بیش‌تر خواهد بود.

ب) ثابت تعادل یک کمیت ترمودینامیکی اما زمان برقراری تعادل (که به سرعت آن بستگی دارد) یک کمیت سینتیکی است و ربطی به هم ندارند. K بزرگ دلیلی بر زمان کوتاه انجام واکنش نیست.

ت) باتوجه به تعادل‌های داده شده مقدار K برای تعادل $A \rightleftharpoons C$ برابر ۱۰ و برای تعادل $C \rightleftharpoons A$ برابر ۰٫۱ است.

متوسط

۱۳۴) ۱ ۲ ۳ ۴ واکنش به صورت زیر است:



به دلیل اینکه تغییر pH محلول $LiOH$ خواسته شده است. می‌توان نتیجه گرفت که محلول $LiOH$ واکنش‌دهنده اضافی است.

pH محلول $LiOH$ قبل از انجام واکنش ۱۲٫۵ بوده، پس تعداد مول‌های اولیه OH^- برابر است با:

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-12,5} \Rightarrow [OH^-][H_3O^+] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-12,5}} = 10^{-1,5}$$

$$\Rightarrow [OH^-] = 10^{-2+0,5} = 10^{-2} \times 10^{0,5} = 10^{-2} \times 10^{\log 3} = 3 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

استاد علیرضا افشار

تعداد مول اولیه OH^-
حجم محلول
Alirezaafshar@

$$\Rightarrow OH^- \text{ تعداد مول اولیه} = 3 \times 10^{-2} \times 0,1 = 3 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

حجم اولیه محلول ۱۰۰ میلی‌لیتر یا ۰٫۱ لیتر بوده:

مول‌های مصرفی محلول $LiOH$ برابر است با:

$$20 \text{ mL } CO_2 \times \frac{1 \text{ L } CO_2}{10^3 \text{ mL } CO_2} \times \frac{1,1 \text{ g } CO_2}{1 \text{ L } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} \times \frac{2 \text{ mol } LiOH}{1 \text{ mol } CO_2} = 10^{-3} \text{ mol } LiOH$$

مول‌های باقی‌مانده محلول $LiOH$ برابر است با:

$$3 \times 10^{-3} - 10^{-3} = 2 \times 10^{-3}$$

برای تعیین pH محلول باقی‌مانده غلظت مولی محلول را حساب می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی محلول باقی‌مانده} = \frac{2 \times 10^{-3} \text{ mol}}{0,1 \text{ L}} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

از آن‌جا که $LiOH$ باز قوی یک ظرفیتی است، تعداد مول OH^- با تعداد مول $LiOH$ برابر است.

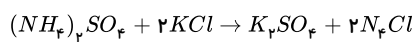
$$[OH^-] = 2 \times 10^{-2} \Rightarrow pOH = -\log 2 \times 10^{-2} = 1,7$$

$$\Rightarrow pH + pOH = 14 \Rightarrow pH = 12,3$$

$$pH_{\text{تغییر}} = pH_{\text{اولیه}} - pH_{\text{مانده}} = 12,5 - 12,3 = 0,2$$

سخت

1 2 3 4 135



با توجه با قانون پایستگی جرم، جرم نیتروژن در کل واکنش تغییر نمی‌کند. پس کافی است ببینیم در چند گرم $(NH_4)_2SO_4$ ، 140 گرم N وجود دارد.

$$\text{جرم کل نیتروژن} = 1 \text{ kg} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{14}{100} = 140 \text{ g } N$$

$$140 \text{ g } N \times \frac{1 \text{ mol}}{14 \text{ g } N} \times \frac{1 \text{ mol } (NH_4)_2SO_4}{2 \text{ mol } N} \times \frac{132 \text{ g}}{1 \text{ mol } (NH_4)_2SO_4} = 660 \text{ g}$$

متوسط



پاسخنامه کاپری

| | | | | |
|----|---|---|---|---|
| ۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

| | | | | |
|----|---|---|---|---|
| ۳۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

| | | | | |
|-----|---|---|---|---|
| ۶۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

| | | | | |
|-----|---|---|---|---|
| ۱۰۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

