



مرکز پیش دانشگاهی و دبیرستان  
بافق العالیستونوم

به نام خدا

امتحان درس: **هندسه ۳**

نام و نام خانوادگی:

وقت امتحان: **۱۰۰** کد: **۱۴۰۰/۱۰/۱۸**

رشته: **ریاضی** کلاس: **دوازدهم**

دانش آموز عزیز شما می توانید پاسخنامه امتحان را دو ساعت پس از پایان امتحان در پورتال مدرسه ملاحظه نمایید.

[www.bagheralolum.sch.ir](http://www.bagheralolum.sch.ir)

بارم	سوالات	دیف
۱/۵	در ماتریس $M = [m_{ij}]_{3 \times 3}$ با درایه های $m_{ij} = -2ij + j^2$ مطلوبست: (الف) مجموع درایه های قطر اصلی (ب) مجموع درایه های قطر فرعی	۱
۱/۵	اگر تساوی $\begin{bmatrix} m & 3 \\ -1 & -n \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} n+2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ برقرار باشد، $m, n$ را بیابید.	۲
۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، $A^{1000}$ را بیابید.	۳
۱/۵	اگر $ A  = 4$ و $A$ یک ماتریس سه در سه باشد، آنگاه $\left  \frac{ A }{2} A \right  + \left  \frac{2}{ A } A \right $ را بیابید.	۴
۱/۵	به روش ماتریس معکوس، دستگاه را حل کنید: $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$	۵
۱/۵	مقدار $m$ را چنان بیابید تا معادله $\begin{cases} (m-3)x + 3y = m \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$ فاقد جواب باشد.	۶
۱	اگر $A$ و $B$ دو ماتریس دلخواه باشند بطوریکه $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ در آن برقرار باشد، ثابت کنید: $A \cdot B = B \cdot A$	۷
۱/۵	نقاط $A$ و $C$ در صفحه مفروضند، نقطه ای بیابید که از $A$ به یک فاصله و از نقطه $C$ به فاصله ۳ سانتی متر باشد. (بحث کنید).	۸
۱/۵	معادله دایره گذرا بر سه نقطه $(0,0), (2,1), (1,-2)$ را نوشته و شعاع آن را مشخص کنید.	۹
۱/۵	مکان هندسی نقطه ای که فاصله آن از نقطه $A(0,2)$ برابر فاصله آن از نقطه $B(-1,0)$ باشد را بیابید. در ضمن مرکز و شعاع آن را پیدا کنید.	۱۰
۱/۵	معادله دایره ای را بنویسید که خطوط $x - y = 3$ ، $x + y = 1$ شامل قطرهایی از آن بوده و خط $4x + 3y = -5$ بر آن مماس باشد.	۱۱
۱/۵	طول پاره خطی که دایره $x^2 + y^2 - 2x - 8y = 8$ از خط $5x + 12y = 14$ جدا می کند، را بیابید.	۱۲
۱/۵	معادله دایره ای به مرکز $O(1,-4)$ بنویسید که بر دایره $x^2 + y^2 + 4x = 0$ بیرون مماس باشد.	۱۳
۱	خط $2x - 3y = 2m + 1$ بر دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$ عمود است. $m$ را بیابید.	۱۴

موفق باشید



مرکز پیش دانشگاهی و دبیرستان  
بافق العالیستون

به نام خدا

امتحان درس: **هندسه ۳**

نام و نام خانوادگی:

وقت امتحان: **۱۰۰** کد: **۱۴۰۰/۱۰/۱۸**

رشته: **ریاضی** کلاس: **دوازدهم**

دانش آموز عزیز شما می توانید پاسخنامه امتحان را دو ساعت پس از پایان امتحان در پورتال مدرسه ملاحظه نمایید.

[www.bagheralolum.sch.ir](http://www.bagheralolum.sch.ir)

بارم	سوالات	دیف
۱/۵	در ماتریس $M = [m_{ij}]_{3 \times 3}$ با درایه های $m_{ij} = -2ij + j^2$ مطلوبست: الف) مجموع درایه های قطر اصلی (ب) مجموع درایه های قطر فرعی	۱
۱/۵	اگر تساوی $\begin{bmatrix} m & 3 \\ -1 & -n \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} n+2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ برقرار باشد، $m, n$ را بیابید.	۲
۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، $A^{1000}$ را بیابید.	۳
۱/۵	اگر $ A  = 4$ و $A$ یک ماتریس سه در سه باشد، آنگاه $\left  \frac{ A }{2} A \right  + \left  \frac{2}{ A } A \right $ را بیابید.	۴
۱/۵	به روش ماتریس معکوس، دستگاه را حل کنید: $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$	۵
۱/۵	مقدار $m$ را چنان بیابید تا معادله $\begin{cases} (m-3)x + 3y = m \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$ فاقد جواب باشد.	۶
۱	اگر $A$ و $B$ دو ماتریس دلخواه باشند بطوریکه $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ در آن برقرار باشد، ثابت کنید: $A \cdot B = B \cdot A$	۷
۱/۵	نقاط $B$ و $C$ در صفحه مفروضند، نقطه ای بیابید که از $A$ به یک فاصله و از نقطه $C$ به فاصله ۳ سانتی متر باشد. (بحث کنید).	۸
۱/۵	معادله دایره گذرا بر سه نقطه ی $(0,0), (2,1), (1,-2)$ را نوشته و شعاع آن را مشخص کنید.	۹
۱/۵	مکان هندسی نقطه ای که فاصله آن از نقطه ی $A(0,2)$ ، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر فاصله آن از نقطه $B(-1,0)$ باشد را بیابید. در ضمن مرکز و شعاع آن را پیدا کنید.	۱۰
۱/۵	معادله دایره ای را بنویسید که خطوط $x - y = 3$ ، $x + y = 1$ شامل قطرهایی از آن بوده و خط $4x + 3y = -5$ بر آن مماس باشد.	۱۱
۱/۵	طول پاره خطی که دایره ی $x^2 + y^2 - 2x - 8y = 8$ از خط $5x + 12y = 14$ جدا می کند، را بیابید.	۱۲
۱/۵	معادله دایره ای به مرکز $O(1,-4)$ بنویسید که بر دایره $x^2 + y^2 + 4x = 0$ بیرون مماس باشد.	۱۳
۱	خط $2x - 3y = 2m + 1$ بر دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$ عمود است. $m$ را بیابید.	۱۴

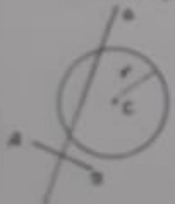
موفق باشید

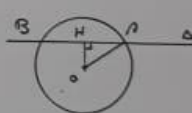


دانش آموز عزیز شما می توانید پاسخنامه امتحان را دو ساعت پس از پایان امتحان در پورتال مدرسه مشاهده نمایید.

[www.bagheralolum.sch.ir](http://www.bagheralolum.sch.ir)

بارم	سوالات	دیف
۱/۵	<p>در ماتریس <math>M = [m_{ij}]_{3 \times 3}</math> یا درایه های <math>m_{ij} = -2ij + j^2</math> مطلوب است:</p> <p>الف) مجموع درایه های قطر اصلی (ب) مجموع درایه های قطر فرعی</p> <p>ج) <math>m_{11} + m_{22} + m_{33} = (-2 \times 1 \times 1 + 1^2) + (-2 \times 2 \times 2 + 2^2) + (-2 \times 3 \times 3 + 3^2) = -1 - 4 - 9 = -14</math></p> <p>د) <math>m_{12} + m_{21} + m_{31} = (-2 \times 1 \times 2 + 2^2) + (-2 \times 2 \times 1 + 1^2) + (-2 \times 3 \times 1 + 1^2) = 3 - 3 - 5 = -8</math></p>	۱
۱/۵	<p>اگر تساوی <math>\begin{bmatrix} m &amp; 3 \\ -1 &amp; -n \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} n+2 &amp; 0 \\ 1 &amp; -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 &amp; 3 \\ -3 &amp; 4 \end{bmatrix}</math> برقرار باشد، <math>m, n</math> را بیابید.</p> <p><math>\begin{bmatrix} m-2n-4 &amp; 3 \\ -1-2 &amp; -n+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 &amp; 3 \\ -3 &amp; 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} m-2n-4=2 \\ -n+2=4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m-2n=6 \\ n=-2 \end{cases}</math></p> <p><math>m+4-4=2 \rightarrow \underline{m=2}</math></p>	۲
۱/۵	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> باشد، <math>A^{1000}</math> را بیابید.</p> <p><math>A^2 = \begin{bmatrix} 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 &amp; 2 \\ 2 &amp; 2 \end{bmatrix}, A^3 = A^2 \cdot A = \begin{bmatrix} 2 &amp; 2 \\ 2 &amp; 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 &amp; 4 \\ 4 &amp; 4 \end{bmatrix}</math></p> <p><math>A^n = \begin{bmatrix} 2^{n-1} &amp; 2^{n-1} \\ 2^{n-1} &amp; 2^{n-1} \end{bmatrix} = 2^{n-1} A \rightarrow A^{1000} = 2^{999} A = \begin{bmatrix} 2^{999} &amp; 2^{999} \\ 2^{999} &amp; 2^{999} \end{bmatrix}</math></p>	۳
۱/۵	<p>اگر <math> A  = 4</math> و <math>A</math> یک ماتریس سه در سه باشد، آنگاه <math>\left  \frac{ A }{2} A \right  + \left  \frac{2}{ A } A \right </math> را بیابید.</p> <p><math>\left  \frac{4}{2} A \right  + \left  \frac{2}{4} A \right  = 2^3  A  + \left(\frac{1}{2}\right)^3  A  = 8 \times 4 + \frac{1}{8} \times 4 = 32 + \frac{1}{2} = 32\frac{1}{2}</math></p>	۴

۱/۵	<p>به روش ماتریس معکوس، دستگاه را حل کنید.</p> $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$ $X \cdot A^{-1} \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{-2-1} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{-3} \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$	۵
۱/۵	<p>مقدار <math>m</math> را چنان بیابید تا معادله <math>\begin{cases} (m-2)x + 2y = m \\ 2x + (m+1)y = 2 \end{cases}</math> فاقد جواب باشد.</p> $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'} \rightarrow \frac{m-2}{2} = \frac{2}{m+1} \neq \frac{m}{2}$ $m^2 - 2m - 2 \cdot 1 \neq 0 \rightarrow m^2 - 2m - 1 \neq 0 \rightarrow (m-2)(m+1) \neq 0 \rightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq -1 \end{cases}$ <p>فقط <math>m = 2</math> یا <math>m = -1</math> جواب می‌دهد.</p> <p>پس <math>m = 2</math> یا <math>m = -1</math> فقط <math>\rightarrow m = -3</math> است.</p>	۶
۱	<p>اگر <math>A</math> و <math>B</math> دو ماتریس دلخواه باشند بطوریکه <math>(A+B)^T = A^T + 2AB + B^T</math> در آن برقرار باشد، ثابت کنید <math>A \cdot B = B \cdot A</math>.</p> $(A+B)^T \cdot (A+B) = (A+B)(A+B)^T = A^T A + 2A^T B + B^T A + 2A B + B B^T = A^T A + 2A^T B + B^T A + 2A B + B B^T$ $A B + B A = 2A B \rightarrow B A = 2A B - A B$ $\boxed{B A = A B}$	۷
۱/۵	<p>خطوط <math>B</math> و <math>A</math> و <math>C</math> در صفحه مفروضند. نقطه ای بیابید که از <math>A</math> و <math>B</math> به یک فاصله و از نقطه <math>C</math> به فاصله ۳ سانتی متر باشد. (بحث کنید) <math>\Rightarrow</math> حل تئوری خود صحت <math>\frac{1}{2}</math> شعاع <math>AB</math> را <math>\frac{1}{2}</math> می‌گیرد - مرکز <math>C</math> و شعاع <math>3</math> متر است.</p> <p>مرحله ۵: بمرکز <math>C</math> کمان می‌کشیم فاصله <math>3</math> متر است.</p> <p>مرحله ۶: به مرکز <math>C</math> کمان می‌کشیم شعاع <math>3</math> متر است.</p> <p>مرحله ۷: دایره <math>A</math> و <math>B</math> را قطع می‌کنیم و در آن نقطه کمان <math>C</math> را می‌کشیم فاصله <math>3</math> متر است.</p> 	۸
۱/۵	<p>معادله دایره گنجاننده سه نقطه <math>(1, -2)</math> <math>(2, 1)</math> <math>(0, 0)</math> را نوشته و شعاع آن را مشخص کنید.</p> $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ $A) \begin{cases} 1 + 4 + a - 2b + c = 0 \\ 4 + 1 + 2a + b + c = 0 \\ 0 + 0 + 0 + 0 + c = 0 \end{cases}$ $B) \begin{cases} a - 2b + c = -5 \\ 2a + b + c = -5 \\ c = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a - 2b = -5 \\ 2a + b = -5 \end{cases}$ $R = \frac{1}{2} \sqrt{9+1} = \frac{1}{2} \sqrt{10}$	۹

۱۵	<p>مکان هندسی نقطه ای که فاصله آن از نقطه <math>A(0, 2)</math> برابر فاصله آن از نقطه <math>B(-1, 0)</math> باشد را بیابید. در ضمن مرکز و شعاع آن را پیدا کنید.</p> $MA = MB \rightarrow \sqrt{x^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x+1)^2 + y^2} \rightarrow x^2 + y^2 - 4y + 4 = x^2 + y^2 + 2x + 1 \rightarrow 2x - 4y + 3 = 0$ <p>معادله دایره <math>O(1, 1)</math></p> $R = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 16 - 9} = \frac{1}{2} \sqrt{11} = \frac{\sqrt{11}}{2}$	۱۰
۱۵	<p>معادله دایره ای را بنویسید که خطوط <math>x + y = 1</math>، <math>x - y = 3</math> شامل قطرهایی از آن بوده و خط <math>4x + 3y = -5</math> بر آن مماس باشد.</p> $O \begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases} \rightarrow O(1, -1)$ $4x + 3y + 5 = 0$ $R = \frac{ 4 - 3 + 5 }{5} = 2$ <p><math>(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4</math></p>	۱۱
۱۵	<p>طول پاره خطی که دایره <math>x^2 + y^2 - 2x - 8y = 8</math> از خط <math>5x + 12y = 14</math> جدا می کند، را بیابید.</p> $x^2 + y^2 - 2x - 8y - 8 = 0 \rightarrow O(1, 4)$ $R = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 64 + 32} = 5$ $5x + 12y - 14 = 0 \rightarrow OH = \frac{ 5 + 48 - 14 }{13} = \frac{39}{13} = 3$ $AH = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \rightarrow AB = 8$ 	۱۲
۱۵	<p>معادله دایره ای به مرکز <math>O(1, -4)</math> بنویسید که بر دایره <math>x^2 + y^2 + 4x = 0</math> بیرون مماس باشد.</p> $O(1, -4) \quad O_1(0, 0) \quad d = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$ $R_1 = \frac{1}{2} \sqrt{16 + 0} = 2 \rightarrow R = d - R_1 = \sqrt{17} - 2$ <p><math>R = 3 \rightarrow (x-1)^2 + (y+4)^2 = 9</math></p>	۱۳
۱	<p>خط <math>2x - 3y = 2m + 1</math> بر دایره <math>x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0</math> مماس است. <math>m</math> را بیابید.</p> $O(1, -2) \rightarrow 2x - 3y - 2 = 2m + 1$ $1 - 1 = 2m$ $m = \frac{0}{2} = 0$	۱۴