

خرداد ۱۴۰۱

کلاسینو

ریاضیات انسانی ویژه امتحان نهایی

مهندس آریان حیدری





امتحان نهایی

فهرست

۵	۱	۱	شمارش
	۱۱	۲	احتمال
	۲۳	۳	آمار
۱۵	۵۱۵	۴	الگوهای خطی
۹۱۵	۴۹	۵	الگوهای غیرخطی



ویژه امتحان نهایی ۱۴۰۱

فصل اول (قسمت اول)
شمارش

مهندس آریان حیدری

 **Arianheidarii**

 **Arianheidarii**

 **Arianheidarioriginal**



I اصل ضرب و اصل جمع



۱. در جای خالی عبارت مناسب بنویسید.

(فرورد ۱۴۰۰)

اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام شود، به طوری که در مرحله اول به m طریق و در مرحله دوم هر کدام از این m طریق به n روش انجام پذیر باشند، در کل، آن عمل به طریق انجام پذیر است.

۲. در منوی یک رستوران ۳ نوع غذا و ۵ نوع دسر وجود دارد. به چند طریق می توان یک نوع غذا یا یک نوع دسر سفارش داد؟

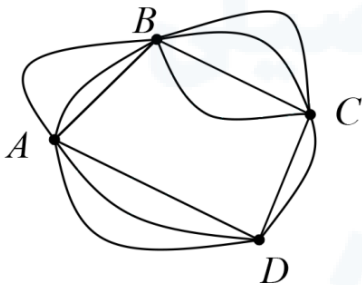
(تیر ۹۸)

۳. می خواهیم از بین ۱۰ خودروی سواری، ۱۲ خودروی وانت و ۶ خودروی کامیون یک خودرو انتخاب کنیم، به چند طریق می توانیم این خودرو را انتخاب کنیم؟

(شهریور ۹۹)

۴. مطابق شکل زیر بین شهرهای A و B و C و D راه هایی وجود دارد که همه دو طرفه اند. مشخص کنید به چند طریق می توان از شهر A به شهر C مسافرت کرد؟

(فرورد ۹۹)



پاسخ:

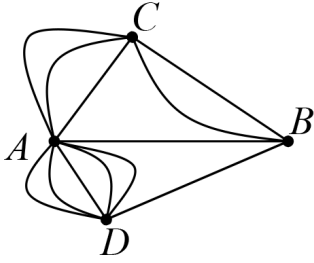
$12 = 3 \times 4$ تعداد روش های مسافرت از شهر A به شهر C به شرط گذر از شهر B

$6 = 3 \times 2$ تعداد روش های مسافرت از شهر A به شهر C به شرط گذر از شهر D

$18 = 12 + 6$ تعداد کل روش های مسافرت از شهر A به شهر C



۵. بین چهار شهر A و B و C و D مطابق شکل زیر راه هایی وجود دارد. مشخص کنید، به چند طریق می توان از شهر C و بدون عبور از شهر B به شهر D مسافرت کرد؟
(فردار ۱۴۰۰)



پاسخ:

$$3 \times 4 = 12$$

مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار



II جایگشت

* تعداد حالات قرار گرفتن n شیء در n مکان \leftarrow جایگشت n تایی از n شیء $\leftarrow p(n, n) \leftarrow n!$

* فاکتوریل:

$$n! = n(n-1)(n-2)\dots(1)$$

$$0! =$$

$$1! =$$

$$2! =$$

$$3! =$$

$$4! =$$

$$5! =$$

$$6! =$$

مثال: $\frac{10!}{7!} = ?$

(دی ۹۹)

۱. در جای خالی عبارت مناسب بنویسید.

تعداد جایگشت های n تایی از n شیء متمایز برابر است با

(فرورد ۱۴۰۰)

۲. جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

تعداد جایگشت های n تایی از n شیء برابر با است.

(فرورد ۹۹ - قارچ)

۳. جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

تعداد جایگشت های n شیء متمایز برابر است.

(شهریور ۱۴۰۰)

۴. جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

هر حالت از کنار هم قرار گرفتن ۵ شیء متمایز را یک از آن ۵ شیء می نامیم.

(فرورد ۱۴۰۰)

۵. گزینه ی صحیح را انتخاب کنید.

حاصل عبارت $P(2,2)$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(فرورد ۱۴۰۰)

۶. جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

برای عدد صفر، فاکتوریل را به صورت $0! = \dots$ تعریف می کنیم.

(شهریور ۹۹)

۷. درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

برای اعداد صفر و یک، فاکتوریل را به صورت $1! = 1$ و $0! = 1$ تعریف می کنیم.

(شهریور ۱۴۰۰)

۸. جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

مقدار $\frac{0!}{1!}$ برابر است.



(فرداد ۱۴۰۰)

۹. گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید.

حاصل $\frac{۶!}{۳!}$ کدام است؟

- (۱) ۲۰
- (۲) ۳۰
- (۳) ۱۲۰
- (۴) ۳۵

(فرداد ۹۹)

۱۰. درستی یا نادرستی هر یک از عبارت زیر را مشخص کنید.

تساوی $۲! = \frac{۶!}{۳!}$ همواره برقرار است.

(تیر ۹۸)

۱۱. با حروف کلمه‌ی «ولایت» و بدون تکرار حروف (بی معنی یا با معنی)

الف: چند کلمه‌ی ۵ حرفی می‌توان نوشت؟

ب: چند کلمه‌ی ۴ حرفی می‌توان نوشت که با «ل» شروع و به «و» ختم شوند؟

پاسخ:

الف) $۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۵! = ۱۲۰$

ب) $۱ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۶$

(دی ۹۷)

۱۲. ارقام ۱ تا ۹ مفروض اند. بدون تکرار ارقام

الف: چند عدد ۵ رقمی می‌توان نوشت؟

ب: چند عدد ۴ رقمی زوج می‌توان نوشت؟

پاسخ:

الف) $۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶ \times ۵ = ۱۵۱۲۰$

ب) $۸ \times ۷ \times ۶ \times ۴ = ۱۳۴۴$

(تیر ۹۸)

۱۳. با توجه به ارقام ۲ و ۸ و ۳ و ۵ و ۷ و ۹ به سؤالات زیر پاسخ دهید. (بدون تکرار ارقام)

الف: چند عدد ۴ رقمی می‌توان نوشت؟

ب: چند عدد ۵ رقمی فرد می‌توان نوشت؟

ج: چند عدد ۴ رقمی، که رقم یکان آن فقط عدد ۸ باشد، می‌توان نوشت؟

پاسخ:

الف) $۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ = ۳۶۰$

ب) $۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۴ = ۴۸۰$

ج) $۵ \times ۴ \times ۳ \times ۱ = ۶۰$



نمونه سؤالات فصل اول (شمارش - جایگشت)

۲ نمره	شهریور ۹۹	با حروف کلمه‌ی « خورشید » و بدون تکرار حروف (با معنی یا بی معنی) الف: چند کلمه‌ی ۳ حرفی می توان نوشت که به « د » ختم شوند؟ ب : چند کلمه‌ی ۴ حرفی می توان نوشت که با « ی » شروع و به « خ » ختم شوند؟	۱
۱ نمره	شهریور ۱۴۰۰	با ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ چند عدد سه رقمی بدون تکرار می توان نوشت؟	۲
۱ نمره	شهریور ۹۸	به چند طریق می توان با ارقام ۱ تا ۷ عددی چهار رقمی ساخت؟ (تکرار مجاز نیست.)	۳
۱ نمره	خرداد ۹۹	با ارقام ۱ و ۲ و ۴ و ۶ و ۸ و ۹ و ۷ چند عدد ۳ رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟	۴
۱ نمره	دی ۹۹	با ارقام ۹ و ۷ و ۴ و ۲ و ۱ چند عدد سه رقمی فرد بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟	۵

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



پاسخنامه تشریحی فصل اول (شمارش - جایگشت)

الف) $5 \times 4 \times 1 = 20$	ب) $1 \times 4 \times 3 \times 1 = 12$	۱
$5 \times 4 \times 3 = 60$		۲
$7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$		۳
$7 \times 6 \times 5 = 210$		۴
$3 \times 4 \times 3 = 36$		۵

مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار



(III) ترکیب

* تعداد حالات انتخاب r نفر از n نفر \leftarrow ترکیب r از n $\leftarrow c(n, r) = \binom{n}{r}$
 جایجایی مهم نیست!

مثال: $\binom{9}{3} = \binom{10}{3} = \binom{10}{6} =$

* همان تعداد زیر مجموعه‌های r عضوی از یک مجموعه n عضوی (\emptyset زیر مجموعه همه مجموعه‌هاست)

* مسائل هندسی!

(شهریور ۱۳۰۰)

۱. جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

در شیء از بین n شیء، جایجایی اشیاء اهمیت ندارد.

(شهریور ۹۸)

۲. به چند طریق می‌توانیم ۳ کتاب را از بین ۸ کتاب انتخاب کنیم؟

(شهریور ۱۳۰۰)

۳. از بین ۳ کتاب ریاضی متمایز و ۲ کتاب فیزیک متمایز و ۴ کتاب ادبیات متمایز به چند طریق می‌توان:

الف) یک کتاب برای مطالعه انتخاب کرد.

ب) یک کتاب ریاضی انتخاب کرد.

پاسخ:

$$\text{الف) } \binom{9}{1} = \frac{9!}{1! \times 8!} = 9 \quad \text{ب) } \binom{3}{1} = 3$$

(دی ۹۹)

۴. مهدی از بین ۳ کتاب ریاضی، ۲ کتاب عربی و ۴ کتاب ادبیات به چند طریق می‌تواند:

الف: یک کتاب برای مطالعه انتخاب کند؟

ب: یک کتاب ریاضی، یک کتاب عربی و یک کتاب ادبیات انتخاب کند؟

پاسخ:

$$\text{الف: } 9 = 3 + 2 + 4 + \binom{3}{1} + \binom{2}{1} + \binom{4}{1} \quad \text{ب: } 24 = 3 \times 2 \times 4 = \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{4}{1}$$

۵. از بین ۵ دانش آموز سال دهم، ۶ دانش آموز سال یازدهم و ۴ دانش آموز سال دوازدهم، قرار است یک گروه ۳ نفره

انتخاب کنیم. تعداد اعضای پیشامد اینکه سه نفر منتخب از سه پایه‌ی مختلف باشند را مشخص کنید. (فرورد ۹۹ - فارغ)

?

پاسخ:

$$\binom{5}{1} \times \binom{6}{1} \times \binom{4}{1} = 5 \times 6 \times 4 = 120$$



۶. به چند طریق می توان ۳ توپ هم رنگ را از بین ۵ توپ قرمز و ۴ توپ آبی انتخاب کرد؟
پاسخ:

(فردار ۹۹)

$$\binom{5}{3} + \binom{4}{3} = \frac{5!}{3! \times 2!} + \frac{4!}{3! \times 1!} = 10 + 4 = 14$$

۷. جاهای خالی را با پاسخ درست کامل کنید.

(فردار ۹۹ - قارچ)

الف: به طریق می توانیم ۳ کتاب را از بین ۵ کتاب انتخاب و در یک قفسه بچینیم.

ب: مجموعه‌ی $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ دارای زیر مجموعه‌ی ۳ عضوی است.

(شوربور ۹۹)

۸. مجموعه‌ی ۸ عضوی $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ چند زیر مجموعه‌ی ۳ عضوی دارد؟

* فاقد عضو ۲؟

* شامل عضو ۳؟

* فاقد عضو ۲ و شامل عضو ۳؟

۹. روی محیط یک دایره ۵ نقطه وجود دارد. مشخص کنید با این ۵ نقطه چه تعداد وتر می توان تشکیل داد؟

(فردار ۹۹)

پاسخ:

$$C(5, 2) = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} = 10$$

(فردار ۱۳۰۰)

۱۰. گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید.

با ۸ نقطه‌ی متمایز واقع بر محیط دایره چند مثلث می توان تشکیل داد؟

۴۲ (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۵۶ (۴)



نمونه سؤالات فصل اول (شمارش - ترکیب)

۱ شهریور ۹۸	۱ نمره	جای های خالی را با پاسخ درست کامل کنید. الف : حاصل عبارت $\binom{9}{6}$ برابر می باشد. ب : تعداد جایگشت های n شیء متمایز برابر است.	۱
۱۷۵ خرداد ۹۹	۲ نمره	به چند طریق می توان ۴ کتاب را از بین ۹ کتاب مختلف، انتخاب کرد؟	۲
۱ خرداد ۹۹	۱ نمره	به چند طریق می توانیم ۳ کتاب را از بین ۷ کتاب متمایز، انتخاب کنیم و به دوستان هدیه بدهیم؟	۳
۲ دی ۹۸	۲ نمره	مجموعه‌ی پنج عضوی $\{1, 2, 4, 6, 8\}$ ، چند زیر مجموعه‌ی دو عضوی دارد؟	۴
۱ خرداد ۹۸	۱ نمره	حساب کنید که مجموعه‌ی هشت عضوی $A = \{1, 2, 3, \dots, 8\}$ ، چند زیر مجموعه‌ی سه عضوی دارد؟	۵

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



پاسخنامه تشریحی فصل اول (شمارش - ترکیب)

الف) ۸۴	ب) $n!$	۱
$C(9,4) = \frac{9!}{4! \times 5!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{24 \times 5!} = 126$		۲
$C(7,3) = \frac{7!}{3! \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{6 \times 4!} = 35$		۳
$C(5,2) = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = \frac{20}{2} = 10$		۴
$C(8,3) = \frac{8!}{3! \times 5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{6 \times 5!} = 56$		۵

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



ویژه امتحان نهایی ۱۴۰۱

فصل اول (قسمت دوم)
احتمال

مهندس آریان حیدری

 **Arianheidarii**

 **Arianheidarii**

 **Arianheidarioriginal**



I تعاریف

* آزمایش (پدیده) تصادفی

مثال: پرتاب تاس

* فضای نمونه‌ای

مثال: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

* برآمد: هر یک از نتایج ممکن

مثال: {۲}: دو آمدن تاس

* پیشامد تصادفی: زیر مجموعه‌ای از فضای نمونه‌ای

مثال: {۲, ۴, ۶}: زوج آمدن تاس

* پیشامد حتمی ($P = 1$)

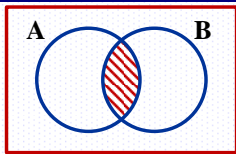
مثال: کمتر از ۷ آمدن تاس

* پیشامد نشدنی ($P = 0$)

مثال: ۷ آمدن تاس

* متمم پیشامد: A رخ ندهد:

مثال: $P(A') = 1 - P(A)$

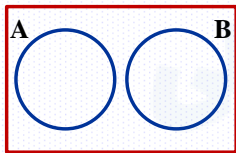


$A \cap B$

* اشتراك دو پیشامد: A و B هر دو رخ دهند:

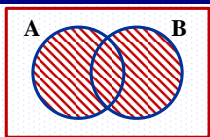


* دو پیشامد ناسازگار:



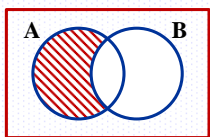
$A \cap B = \emptyset \rightarrow P = 0$

مثال: زوج آمدن و ۵ آمدن تاس

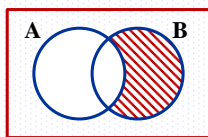


$A \cup B$

* اجتماع دو پیشامد: A یا B رخ دهند (حداقل یکی از A و B رخ دهند):



$A - B$



$B - A$

* تفاضل دو پیشامد: فقط یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد:



(فردار ۹۹ - قارچ)

۱. درستی یا نادرستی هر یک را مشخص کنید.
پیش بینی نتیجه‌ی بازی فوتبال بین دو تیم، قبل از بازی یک پدیده‌ی تصادفی است.

(فردار ۹۹ - قارچ)

۲. جای خالی را با پاسخ درست کامل کنید.
در پرتاب سه سکه با هم، فضای نمونه ای عضو دارد.

(فردار ۹۹)

۳. جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.
فضای نمونه ای پرتاب یک تاس و دو سکه عضو دارد.

(شهریور ۹۹)

۴. جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.
به هر یک از نتایج ممکن برای یک آزمایش تصادفی می گوئیم.

(فردار ۹۸)

۵. تاسی را پرتاب می کنیم. پیشامد های زیر را مشخص کنید.
الف: پیشامد اینکه عدد رو شده زوج و اول باشد.
ب : پیشامد اینکه عدد رو شده اول باشد ولی زوج نباشد.

پاسخ:

الف) $A = \{2\}$ ب) $B = \{3, 5\}$

(شهریور ۱۴۰۰)

۶. یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می کنیم.
الف : فضای نمونه ای این آزمایش را بنویسید.
ب : پیشامد A که در آن سکه پشت و تاس عدد فرد بیاید را بنویسید.

پاسخ:

$S = \{(p, 1), (p, 2), (p, 3), (p, 4), (p, 6), (r, 1), (r, 2), (r, 3), (r, 4), (r, 5), (r, 6)\}$
 $A = \{(p, 1), (p, 3), (p, 5)\}$

(دی ۹۷)

۷. دو تاس را پرتاب می کنیم. پیشامدهای زیر را مشخص کنید.
الف : اعداد رو شده از دو تاس مانند هم باشند.
ب : حاصل ضرب اعداد برآمده از دو تاس کمتر از ۴ باشد.

پاسخ:

الف) $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$ ب) $\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (1, 3), (3, 1)\}$

(دی ۹۸)

۸. تاسی را دو بار پرتاب می کنیم، پیشامدهای زیر را مشخص کنید.
الف : پیشامد اینکه مجموع دو عدد رو شده برابر چهار باشد.
ب : پیشامد اینکه عدد رو شده در هر دو تاس یکسان باشد، ولی زوج نباشد.

پاسخ:

الف : $A = \{(1, 3), (3, 1), (2, 2)\}$ ب : $B = \{(1, 1), (3, 3), (5, 5)\}$



(فرداد ۹۹)

۹. درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید.
- الف : خارج کردن ۲ مهره سفید از جعبه ای که در آن ۵ مهره سفید است، یک پیشامد حتمی است.
- ب : در فضای نمونه ای پرتاب یک تاس، پیشامد رو شدن عددی بزرگتر از ۶ نشدنی است.
- پ : نتیجه‌ی حل معادله‌ی $(x + 1)^2 = 0$ یک پدیده‌ی تصادفی است.

(شهریور ۹۹)

۱۰. درستی یا نادرستی هر یک از عبارت های زیر را مشخص کنید.
- الف : نتیجه‌ی یک آزمون چهار گزینه ای که نیمی از سئوالات را شانسی پاسخ داده ایم، یک پیشامد حتمی است.
- ب : تهی زیر مجموعه‌ی تمام مجموعه ها است.

(فرداد ۱۴۰۰)

۱۱. جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.
- اگر پیشامد A حتمی باشد، احتمال آن برابر با است.

(دی ۹۹)

۱۲. درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید.
- مجموعه‌ی تهی را یک پیشامد حتمی می نامیم.

(شهریور ۱۴۰۰)

۱۳. گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید.

احتمال پیشامد نشدنی برابر کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{6}$

(شهریور ۱۴۰۰)

۱۴. جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.
- پیشامد A' زمانی رخ می دهد که پیشامد رخ ندهد.

(فرداد ۹۹)

۱۵. جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.
- پیشامد وقتی رخ می دهد که پیشامد A رخ ندهد.

(فرداد ۹۹ - قارچ)

۱۶. احتمال اینکه فردا بارانی باشد، برابر $\frac{3}{8}$ است. مطلوب است، محاسبه‌ی احتمال اینکه فردا بارانی نباشد.

(شهریور ۹۹)

۱۷. احتمال اینکه ریحانه امشب سریال شبکه‌ی یک سیما را تماشا نکند، برابر با $\frac{32}{99}$ است.
- مطلوب است محاسبه‌ی احتمال اینکه ریحانه سریال را تماشا کند.



(شهریور ۹۹)

۱۸. جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

پیشامد وقتی رخ می دهد که پیشامد A و B هر دو رخ دهند.

(فرورد ۹۹)

۱۹. جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

اگر $A \cap B = \Phi$ باشد، دو پیشامد A و B را می گوئیم.

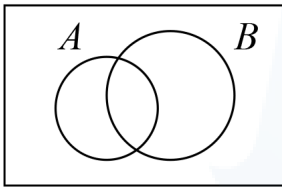
(فرورد ۱۴۰۰)

۲۰. جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

هر گاه A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند، به طوری که در این صورت پیشامد های A و B را ناسازگار می گوئیم.

(شهریور ۱۴۰۰)

۲۱. در شکل زیر پیشامد خواسته شده را سایه بزنید.



« پیشامد A یا B رخ دهد. »

(دی ۹۹)

۲۲. جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

پیشامد وقتی رخ می دهد که پیشامد A رخ دهد و پیشامد B رخ ندهد.

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



نمونه سؤالات فصل اول (احتمال - تعاریف)

شهریور ۹۹ نمره ۱/۲۵	جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. فضای نمونه ای پرتاب سه سکه ... عضو دارد.	۱
شهریور ۹۹ نمره ۱/۵	در پرتاب دو تاس پیشامدهای زیر را مشخص کنید. الف: مجموع اعداد رو شده مساوی ۱۰ باشد. ب: اعداد رو شده از هر دو تاس یکسان و هر دو زوج باشند.	۲
خرداد ۹۹ خارج نمره ۱/۷۵	درستی یا نادرستی هر گزینه را مشخص کنید. الف: پیشامد A' وقتی رخ می دهد که پیشامد A رخ می دهد. ب: در پرتاب یک تاس و یک سکه، فضای نمونه ای ۱۲ عضو دارد. پ: اگر $A \cap B = \Phi$ باشد، در این صورت پیشامدهای A و B را ناسازگار گویند.	۳

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



پاسخنامه تشریحی فصل اول (احتمال - تعاریف)

۸		۱
الف) $A = \{(۴,۶), (۵,۵), (۶,۴)\}$	ب) $B = \{(۲,۲), (۴,۴), (۶,۶)\}$	۲
	پ : درست	ب : درست الف : نادرست

مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار



II محاسبه احتمال:

$$P(A) = \frac{\text{تعداد عضوهای پیشامد تصادفی (مطلوب): } n(A)}{\text{تعداد عضوهای فضای نمونه‌ای (کل): } n(S)}$$

مثال: زوج آمدن تاس: $\frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$

۱. هر یک از اعداد فرد طبیعی ۱ تا ۱۵ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت ها به طور تصادفی یک کارت را بر می داریم. مطلوب است محاسبه‌ی احتمال اینکه عدد روی کارت مضرب ۳ باشد.

(شهریور ۹۹)

پاسخ:

$$S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} \quad A = \{3, 9, 15\} \quad \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

۲. یک تاکسی دارای ۴ سرنشین است، مطلوب است احتمال اینکه هر ۴ نفر در ماه خرداد متولد شده باشند.

(دی ۹۷)

پاسخ:

$$\frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} = \left(\frac{1}{12}\right)^4$$

(تیر ۹۸)

۳. یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می کنیم.

الف: فضای نمونه ای این پدیده‌ی تصادفی را با اعضایش بنویسید.

ب: احتمال آنکه تاس زوج بیاید، چقدر است؟

ج: احتمال آنکه تاس فرد و سکه پشت بیاید، چقدر است؟

پاسخ:

الف)

$$S = \{(R,1), (R,2), (R,3), (R,4), (R,5), (R,6), (P,1), (P,2), (P,3), (P,4), (P,5), (P,6)\}$$

ب) $P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ و ج) $P(B) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

(دی ۹۸)

۴. یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می کنیم.

الف: فضای نمونه ای را بنویسید.

ب: احتمال آن که سکه پشت و تاس زوج بیاید را به دست آورید.

پ: احتمال آن که عدد ظاهر شده برای تاس حداکثر ۳ باشد را به دست آورید.

پاسخ:

الف:

$$S = \{(1,r), (2,r), (3,r), (4,r), (5,r), (6,r), (1,p), (2,p), (3,p), (4,p), (5,p), (6,p)\}$$

پ: $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

ب: $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$



۵. یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می کنیم. مطلوب است محاسبه‌ی احتمال اینکه تاس حداکثر ۳ یا سکه رو بیاید.

(فرداد ۹۹)

پاسخ:

$$S = \{(P,1), (P,2), (P,3), (P,4), (P,5), (P,6), (R,1), (R,2), (R,3), (R,4), (R,5), (R,6)\}$$

$$E = \{(P,1), (P,2), (P,3), (R,1), (R,2), (R,3), (R,4), (R,5), (R,6)\}$$

$$P(A) = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

۶. دو تاس را پرتاب می کنیم. ابتدا هر یک از پیشامدهای زیر را نوشته، سپس احتمال هر کدام را محاسبه کنید. (شهریور ۹۸)

الف: مجموع اعداد برآمده از دو تاس برابر ۱۰ باشد.

ب: اعداد رو شده از هر دو تاس بر ۳ بخش پذیر باشند.

پاسخ:

$$n(S) = 36$$

$$\text{الف) } A = \{(4,6), (5,5), (6,4)\} \rightarrow P(A) = \frac{3}{36}$$

$$\text{ب) } B = \{(3,3), (3,6), (6,3), (6,6)\} \rightarrow P(B) = \frac{4}{36}$$

۷. دو تاس را با هم پرتاب می کنیم. مطلوب است محاسبه‌ی احتمال اینکه مجموع اعداد رو شده بزرگتر از ۹ باشد.

(فرداد ۹۹ - فارغ)

پاسخ:

فضای نمونه ای پرتاب دو تاس

(۱,۱)	(۲,۱)	(۳,۱)	(۴,۱)	(۵,۱)	(۶,۱)
(۱,۲)	(۲,۲)	(۳,۲)	(۴,۲)	(۵,۲)	(۶,۲)
(۱,۳)	(۲,۳)	(۳,۳)	(۴,۳)	(۵,۳)	(۶,۳)
(۱,۴)	(۲,۴)	(۳,۴)	(۴,۴)	(۵,۴)	(۶,۴)
(۱,۵)	(۲,۵)	(۳,۵)	(۴,۵)	(۵,۵)	(۶,۵)
(۱,۶)	(۲,۶)	(۳,۶)	(۴,۶)	(۵,۶)	(۶,۶)

پیشامد تصادفی اینکه مجموع اعداد روش شده بزرگتر از ۹ باشد.

$$E = \{(6,4), (5,5), (6,5), (4,6), (5,6), (6,6)\}$$

احتمال اینکه مجموع اعداد رو شده بزرگتر از ۹ باشد.

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$



(فردار ۹۸)

۸. خانواده ای دارای ۲ فرزند است.

الف) فضای نمونه ای برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده بنویسید.

ب) احتمال آنکه هر دو فرزند از یک جنس باشد را به دست آورید.

ج) احتمال آنکه حداکثر یک فرزند پسر باشد را به دست آورید.

پاسخ:

الف) $S = \{(D, D), (P, P), (D, P), (P, D)\}$

ب) $A = \{(D, D), (P, P)\} \rightarrow P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

ج) $B = \{(D, P), (P, D)\} \rightarrow P(B) = \frac{2}{4}$

(دی ۹۷)

۹. خانواده ای دارای ۳ فرزند است.

الف: فضای نمونه‌ی مناسب برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده را بنویسید.

ب: احتمال آن که هر سه فرزند از یک جنس باشند را به دست آورید.

پاسخ:

الف)

$$\{(p, p, p), (p, p, d), (p, d, p), (p, d, d), (d, p, p), (d, p, d), (d, d, p), (d, d, d)\}$$

ب) $P(A) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

۱۰. از جعبه‌ای که شامل ۸ سیب سالم و ۴ سیب لکه دار است، ۲ سیب را به طور تصادفی بر می‌داریم. مطلوب است

(دی ۹۷)

محاسبه‌ی احتمال اینکه:

الف: هر دو سیب سالم باشند.

ب: یک سیب سالم و یک سیب لکه دار باشد.

پاسخ:

الف) $P(B) = \frac{\binom{4}{0} \binom{8}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{28}{66} = \frac{14}{33}$

ب) $P(B) = \frac{\binom{4}{1} \binom{8}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{32}{66} = \frac{16}{33}$

۱۱. از جعبه ای که شامل ۷ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی سفید است، ۳ مهره را به طور تصادفی بر می‌داریم. مطلوب است

(دی ۹۸)

محاسبه‌ی احتمال اینکه دو مهره قرمز و یک مهره سفید باشد.

پاسخ:

$$\frac{\binom{7}{2} \times \binom{3}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{7!}{2! \times 5!} \times \frac{3!}{1! \times 2!} = \frac{21 \times 3}{120} = \frac{21}{40}$$



۱۲. می خواهیم از بین ۵ دانش آموز پایه ی دوازدهم و ۴ دانش آموز پایه ی یازدهم، یک تیم ۶ نفره ی والیبال تشکیل دهیم. مطلوب است، احتمال آنکه ۴ نفر از اعضای تیم، دانش آموز پایه ی دوازدهم و ۲ نفر از اعضای تیم، دانش آموز پایه ی یازدهم باشند؟

(شهریور ۹۹)

پاسخ:

$$n(S) = \binom{9}{6} = \frac{9!}{6! \times 3!} = 84$$

$$n(A) = \binom{5}{4} \times \binom{4}{2} = 5 \times 6 = 30$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{30}{84}$$

۱۳. انجمن اولیاء و مربیان یک دبیرستان ۱۰ عضو دارد. در یک رأی گیری، ۵ نفر رأی موافق، ۳ نفر رأی مخالف و ۲ نفر رأی ممتنع داده اند. از بین ۳ نفر به طور تصادفی انتخاب می شوند. احتمال این که نظر هیچ دو نفری از آنها مانند هم نباشند، چقدر است؟

(فرورداد ۹۹ - قارج)

پاسخ:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{5 \times 3 \times 2}{120} = \frac{30}{120} = \frac{1}{4}$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



نمونه سؤالات فصل اول (احتمال - محاسبه احتمال)

۱ شهریوره ۱۴۰۰	۱ نمره	خانواده ای دارای ۲ فرزند است، مطلوب است، محاسبه احتمال اینکه : الف) هر دو فرزند دختر باشند. ب) همهی فرزندان دارای یک جنسیت باشند.
۲ خرداد ۹۹	۱ نمره	خانواده ای دارای ۳ فرزند است. الف : فضای نمونه ای برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده را بنویسید. ب : مطلوب است محاسبه‌ی احتمال آنکه هر سه فرزند از یک جنسیت <u>نباشند</u> .
۳ خرداد ۹۸	۱ نمره	از جعبه ای که شامل ۹ سیب سالم و ۲ سیب لکه دار است، ۴ سیب را به طور تصادفی برمی داریم. مطلوب است محاسبه‌ی احتمال اینکه سه سیب سالم و یک سیب لکه دار باشد.
۴ دی ۹۹	۱ نمره	در کیسه ای ۴ مهره سفید، ۳ مهره زرد و ۲ مهره آبی وجود دارد. ۳ مهره به تصادف از آن خارج می کنیم. مطلوب است محاسبه‌ی احتمال اینکه رنگ سه مهره متفاوت باشد.
۵ خرداد ۱۴۰۰	۱/۷۵ نمره	از بین ۲ دانش آموز رشته‌ی ریاضی و ۳ دانش آموز رشته‌ی تجربی و ۲ دانش آموز رشته‌ی انسانی، ۳ دانش آموز را به تصادف برای اردوی مشهد انتخاب می کنیم. چقدر احتمال دارد از هر رشته یک دانش آموز انتخاب شود؟



پاسخنامه تشریحی فصل اول (احتمال - محاسبه احتمال)

الف) $P(A) = \frac{1}{4}$ ب) $P(B) = \frac{1}{2}$	۱
الف) $S = \{(d, d, d), (d, d, p), (d, p, d), (p, d, d), (d, p, p), (p, d, p), (p, p, d), (p, p, p)\}$ ب) $E = \{(d, d, p), (d, p, d), (p, d, d), (d, p, p), (p, d, p), (p, p, d)\}$ $P(E) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$	۲
$P(E) = \frac{\binom{9}{3} \binom{2}{1}}{\binom{11}{4}} = \frac{84 \times 2}{330} = \frac{84}{165}$	۳
$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3! \times 6!} = 84$ $n(A) = \binom{4}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} = 24$ $P(A) = \frac{24}{84} = \frac{2}{7}$	۴
$n(S) = \binom{7}{3} = \frac{7!}{3! \times 4!} = 35$ $n(A) = \binom{2}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} = 2 \times 3 \times 2 = 12$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{35}$	۵



ویژه امتحان نهایی ۱۴۰۱

فصل اول (قسمت سوم)
آمار

مهندس آریان حیدری



Arianheidarii



Arianheidarii



Arianheidarioriginal



I شاخص‌های آماری

* مرکزی: میانه (چارک‌ها)، میانگین

* پراکندگی: دامنه تغییرات، دامنه میان چارکی، انحراف معیار

* } داده‌های متمرکز ← میانگین و انحراف معیار
داده‌های پرت (ناجور) ← میانه و دامنه میان چارکی

۱. در نمونه گیری زیر میزان مصرف آب ۹ خانوار در یک دوره (برحسب متر مکعب) به دست آمده است. (شهریور ۹۸)
میانه، چارک اول و چارک سوم را مشخص کنید.

۴۰ و ۱۱۰ و ۷۰ و ۳۰ و ۵۰ و ۱۲۰ و ۷۵ و ۶۵ و ۱۳۰

پاسخ:

۱۳۰ و ۱۲۰ و ۱۱۰ و ۷۵ و ۷۰ و ۶۵ و ۵۰ و ۴۰ و ۳۰

چارک اول: ۴۵ چارک سوم: ۱۱۵ میانه: ۷۰

۲. با توجه به داده‌ها جدول زیر را کامل کنید. (فرورداد ۹۹ - فارغ)

متغیر	داده‌ها	میانگین	دامنه‌ی میان چارکی	دامنه‌ی تغییرات
سن (سال)	۱۷ و ۱۸ و ۱۵ و ۱۹ و ۱۶ و ۱۷ و ۱۶ و ۱۸ و ۱۷			

* انحراف معیار؟

پاسخ:

۱۵ و ۱۶ و ۱۶ و ۱۷ و ۱۷ و ۱۷ و ۱۸ و ۱۸ و ۱۹

$$R = 19 - 15 = 4$$

$$Q_2 = 17 \text{ و } Q_1 = \frac{16 + 16}{2} = 16 \text{ و } Q_3 = \frac{18 + 18}{2} = 18 \text{ و } IQR = Q_3 - Q_1 = 18 - 16 = 2$$

$$\bar{x} = \frac{15 + 16 + 16 + 17 + 17 + 17 + 18 + 18 + 19}{9} = \frac{153}{9} = 17$$

۳. درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (دی ۹۹)

معیارهایی مانند میانگین و میانه به ما کمک می‌کنند بدانیم داده‌ها در کجا متمرکزند.



(ری ۹۹)

۴. جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

..... داده ای است که نصف داده ها از آن کمتر و نصف داده ها از آن بیشتر هستند.

(ری ۹۹)

۵. درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید.

الف: دامنه‌ی تغییرات از معیارهای گرایش به مرکز می باشد.

ب: وقتی داده‌ی دور افتاده نداریم، میانه شاخص مناسب تری از میانگین برای توصیف داده ها می باشد.

(فردار ۹۸)

۶. جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید.

اگر در داده ها، دور افتاده داشته باشیم، معیار پراکندگی مناسب است.

(شوریور ۹۹)

۷. جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

هنگامی که داده‌ی دور افتاده نداشته باشیم، میانگین و شاخص های مناسبی برای توصیف هستند.

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



نمونه سؤالات فصل اول (آمار - شاخص‌های آماری)

شهریور ۱۴۰۰	۱/۲۵ نمره	با توجه به داده های زیر میانگین و میانه آن ها را به دست آورید. ۳ و ۴ و ۳ و ۲ و ۸ و ۳ و ۷ و ۵ و ۱ و ۳	۱
خرداد ۱۴۰۰	۰/۲۵ نمره	درستی یا نادرستی جمله های زیر را مشخص کنید. وقتی داده‌ی دور افتاده داریم، میانه معیار مناسبی برای توصیف داده‌ها می‌باشد.	۲
شهریور ۱۴۰۰	۰/۲۵ نمره	گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید. اگر در داده‌ها، داده‌ی دور افتاده وجود نداشته باشد، کدام معیار گرایش به مرکز مناسب است؟ (۱) مد (۲) انحراف معیار (۳) میانگین (۴) میانه	۳

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



پاسخنامه تشریحی فصل اول (آمار - شاخص‌های آماری)

$$\text{میانگین } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{40}{10} = 4$$

۱ و ۲ و ۳ و ۳ و ۳ و ۳ و ۴ و ۴ و ۴ و ۵ و ۷ و ۸

$$\text{میانگین } \frac{3+4}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$$

۱

درست

۲

میانگین

۳

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



II نمودارهای آماری

۱) داده‌های متمرکز ← شاخص مرکزی میانگین و شاخص پراکندگی انحراف معیار

از نموداری استفاده می‌کنیم که بلندی مستطیل آن نشان‌دهنده میانگین و میله خطی آن به اندازه انحراف معیار روی مستطیل بالا آمده باشد.

برای مثال داده‌هایی که میانگین آن‌ها برابر ۱۰ و انحراف معیارشان برابر ۲ باشد، نمودار به صورت روبه‌رو است:

مثال: با توجه به داده‌های زیر، شاخص مرکزی و پراکندگی مناسب را انتخاب و نمودار آن را رسم کنید.

۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵

پاسخ:

در بین داده‌ها، داده دور افتاده نداریم، پس از میانگین به عنوان شاخص مرکزی و از انحراف معیار به عنوان شاخص پراکندگی استفاده می‌کنیم.

$$\bar{X} = \frac{9+10+11+12+13+14+15}{7} = \frac{84}{7} = 12$$

اختلاف
میانگین
توان ۲

۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵
۳, ۲, ۱, ۰, ۱, ۲, ۳
۹, ۴, ۱, ۰, ۱, ۴, ۹

$$\frac{9+4+1+0+1+4+9}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

$$\text{انحراف معیار} = \sqrt{4} = 2$$

و نمودار این داده‌ها به صورت مقابل بر سب میانگین و انحراف معیار خواهد بود:



۲) داده‌های پرت ← شاخص مرکزی میانه و شاخص پراکندگی دامنه میان چارکی

از نمودار جعبه‌ای (جعبه و سیبیل) استفاده می‌کنیم که برای رسم آن به مقادیرهای کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده، میانه، چارک اول و سوم نیاز داریم.

* در واقع نمودار جعبه‌ای برای داده‌های کمی عالی است، چون بهتر نشان می‌دهد که داده‌ها کجا متراکم‌تر و کجا پراکنده‌تر است.

مثال: با توجه به داده‌های زیر، شاخص مرکزی و پراکندگی مناسب را انتخاب و نمودار آن را رسم کنید.

۲۰، ۱۴۸، ۱۵۰، ۱۵۰، ۱۶۸، ۱۷۴، ۱۸۰، ۲۰۰، ۶۰۰

پاسخ:

در بین داده‌ها، دو داده ۲۰ و ۶۰۰ داده‌های دور افتاده هست؛ پس از میانه به عنوان شاخص مرکزی و از دامنه میان چارکی به عنوان شاخص پراکندگی استفاده می‌کنیم.

$$\begin{array}{ccccccc}
 20 & , & 148, 150 & , & 150 & , & 168 & , & 174 & , & 180, 200 & , & 600 \\
 \text{کوچک‌ترین} & & & & \text{میانه} & & & & & & \text{بزرگ‌ترین} & & \\
 \text{داده} & & Q_1 = \frac{148+150}{2} = 149 & & & & Q_3 = \frac{200+180}{2} = 190 & & & & \text{داده} & & \\
 \end{array}$$

و نمودار جعبه‌ای این داده‌ها به صورت زیر است:

(فرورد ۱۴۰۰)

۱. جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

اگر داده‌های دور افتاده داشته باشیم، از نمودار استفاده می‌کنیم.

(شهریور ۹۹)

۲. جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

مطمئن‌ترین نمودار برای متغیر نمودار جعبه‌ای است.

(شهریور ۱۴۰۰)

۳. گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید.

کدام نمودار، بهتر نشان می‌دهد که داده‌ها متراکم‌تر و پراکنده‌تر است؟

(۱) مستطیلی (۲) دایره‌ای (۳) میله‌ای (۴) جعبه‌ای



(III) چرخه آماری

* گام اول (بیان مسئله)

مسئله‌ای که در دنیای واقعی وجود دارد را به صورت یک مسئله شفاف و دقیق آماری مطرح می‌کنیم.

* گام دوم (طرح و برنامه‌ریزی)

راهی برای رسیدن به پاسخ مسئله پیدا می‌کنیم.

به اندازه‌گیری متغیر، شیوه نمونه‌گیری و چگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم.

نکته: اولین قدم برای یافتن داده‌ها و بررسی متغیرها، سنجش و اندازه‌گیری است.

نکته: هر چه اندازه جامعه بزرگتر باشد، برای این که نمونه بتواند به خوبی بیانگر ویژگی‌های جامعه باشد، (تعداد عضوهای جامعه)
اندازه نمونه بزرگتری لازم است.

نکته: هر چه پراکندگی متغیر مورد بررسی در جامعه بیشتر باشد، اندازه نمونه بزرگتری لازم است.

* گام سوم (گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها)

به گردآوری، مرتب‌سازی و اصلاح داده‌های می‌پردازیم و تا حد ممکن از درستی آن‌ها مطمئن می‌شویم.

* گام چهارم (تحلیل داده‌ها)

با استفاده از شاخص‌ها و نمودارها نتایج را گزارش می‌کنیم. (به تفسیر نتایج، کاری نداریم).

نکته: برای توصیف داده‌های کیفی، (کمی نه!)، گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد، یکسان باشد.

* گام پنجم (بحث و نتیجه‌گیری)

تفسیر نتایج به دست آمده می‌پردازیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.



(شهریور ۱۴۰۰)

۱. جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

بیان یا مفهوم مسأله ، گام چرخه‌ی آماری در حل مسائل است.

(فرورداد ۱۴۰۰)

۲. درستی یا نادرستی جمله های زیر را مشخص کنید.

طرح یک پرسش دقیق و شفاف مهمترین گام رسیدن به پاسخ است که در مرحله‌ی بیان مسئله صورت می گیرد.

(شهریور ۹۸)

۳. درستی و نادرستی هر یک را مشخص کنید.

طرح و برنامه ریزی، دومین گام برای یافتن داده ها است.

(فرورداد ۹۹)

۴. با توجه به چرخه‌ی آماری ، نام هر گام را بنویسید.

راهی برای رسیدن به پاسخ مسأله پیدا می کنیم و به نمونه گیری و چگونگی توصیف نتایج می اندیشیم.

(دی ۹۸)

۵. جای خالی را با یک عبارت مناسب کامل کنید.

الف : اندازه گیری یا سنجش گام برای یافتن داده ها و بررسی متغیر مورد نظر است.

ب : تعداد اعضای جامعه را جامعه می نامند.

(فرورداد ۱۴۰۰)

۶. گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید.

روش نمونه گیری مربوط به کدام مرحله‌ی چرخه‌ی آمار است؟

(۱) طرح و برنامه ریزی (۲) بیان مسأله (۳) بحث و نتیجه گیری (۴) تحلیل داده ها

(شهریور ۹۸)

۷. درستی و نادرستی هر یک را مشخص کنید.

هر چه جامعه بزرگتر شود، اندازه‌ی نمونه ثابت می ماند.

(دی ۹۹)

۸. جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

هرچه پراکندگی متغیر در جامعه بیشتر باشد، برای اطمینان از وجود تنوع ، به نمونه با اندازه‌ی نیاز داریم.

(دی ۹۷)

۹. در کدام یک از موارد زیر احتیاج به نمونه‌ی بیشتری داریم؟ چرا؟

الف : سن دانش آموزان یک کلاس

ب : معدل دانش آموزان یک کلاس



(فرداد ۱۴۰۰)

۱۰. درستی یا نادرستی جمله های زیر را مشخص کنید.
مرتب کردن داده ها در گام دوم چرخه‌ی آمار اتفاق می افتد.

(شوربدر ۱۴۰۰)

۱۱. گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید.
گام سوم در چرخه‌ی آمار، در حل مسائل می باشد.
(۱) بحث و نتیجه گیری
(۲) گردآوری و پاک سازی داده ها
(۳) طرح و برنامه ریزی
(۴) تحلیل داده ها

(فرداد ۹۹)

۱۲. جای خالی را با یک عبارت مناسب کامل کنید.
گردآوری و پاک سازی داده ها ، گام در چرخه‌ی آمار است.

(فرداد ۹۸)

۱۳. جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید.
فعالیت « داده ها را گردآوری می کنیم و تا حد ممکن از درستی آنها مطمئن می شویم»، مربوط به گام چرخه‌ی آمار است.

(شوربدر ۹۸)

۱۴. جای خالی را با یک عبارت مناسب کامل کنید.
برای توصیف داده های کیفی، گزارش درصد باید همیشه با گزارش همراه باشد.

(فرداد ۱۴۰۰)

۱۵. درستی یا نادرستی جمله های زیر را مشخص کنید.
برای توصیف داده های کمی گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد برابر باشد.

(تیر ۹۸)

۱۶. اولین و آخرین گام چرخه‌ی آمار را بنویسید.

(فرداد ۹۹)

۱۷. با توجه به چرخه‌ی آماری ، نام هر گام را بنویسید.
نتایج به دست آمده را تفسیر می کنیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می کنیم.

(دی ۹۹)

۱۸. در موارد زیر، نام گام را بنویسید.
الف : برگزاری آزمون های پیشرفت تحصیلی در مدارس و بررسی نمره ی دانش آموزان
ب : بررسی علل پایین بودن سرانه مطالعه ی دانش آموزان کشور در دوره‌ی دوم متوسطه

پاسخ:

الف : طرح و برنامه ریزی

ب : بیان مسأله



نمونه سؤالات فصل اول (آمار - چرخه آماری)

۱۳۵/۰ نمره	دی ۹۹	جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. بیان مسأله و فهم آن گام در چرخه‌ی آمار است.	۱
۱ نمره	دی ۹۷	جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید. الف : راهی برای رسیدن به پاسخ مسئله پیدا می کنیم. به نمونه گیری، شیوه‌ی اندازه گیری متغیر و چگونگی توصیف نتایج می اندیشیم، این گام چرخه‌ی آمار را گام می نامند. ب : تعداد اعضای جامعه را می نامند.	۲
۵/۰ نمره	شهریور ۹۹	درستی یا نادرستی هر یک از عبارت های زیر را مشخص کنید. الف : طرح و برنامه ریزی دومین گام در چرخه‌ی آمار است. ب : برای توصیف داده های کیفی گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد باشد.	۳
۵/۰ نمره	خرداد ۹۹ خارج	جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. الف : اندازه گیری یا سنجش، گام برای یافتن داده ها و بررسی متغیر مورد نظر است. ب : برای توصیف داده های کیفی، گزارش درصد باید همیشه با گزارش همراه باشد.	۴

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



پاسخنامه تشریحی فصل اول (آمار - چرخه آماری)

اولین	۱
الف : طرح و برنامه ریزی ب : اندازه‌ی جامعه	۲
الف: درست ب : نادرست	۳
الف : اولین ب : تعداد	۴

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



ویژه امتحان نهایی ۱۴۰۱

فصل دوم الگوهای خطی

مهندس آریان حیدری

 Arianheidarii

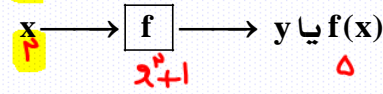
 Arianheidarii

 Arianheidarioriginal



(I) دنباله

* یادآوری تابع:



* تعریف: تابعی که دامنه‌اش، اعداد طبیعی $(N = 1, 2, 3, \dots)$ باشد را دنباله می‌نامیم.

$n \rightarrow \boxed{a} \rightarrow a_n$

$n^2+1 \quad a(n) \quad a_n$

جمله عمومی (ضابطه تابعی)

(تیر ۹۱)

۱. جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید.

الف) یک دنباله، تابعی است که دامنه‌ی آن می‌باشد.

ب) جمله‌ی چهارم دنباله‌ی $\frac{(-1)^n}{2n+1}$ برابر می‌باشد.

(دی ۹۱)

۲. جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید.

جمله‌ی پنجم دنباله‌ی $a_n = n^2 - 3$ ، برابر است.

(فردار ۹۹ - قارچ)

۳. جمله‌ی چندم دنباله‌ی $b_n = n^2 - 1$ برابر ۳۵ است؟

$$n^2 - 1 = 35$$

$$n^2 = 36 \rightarrow n = 6$$

(فردار ۹۹)

۴. چهار جمله‌ی اول دنباله‌ی $a_n = \left(\frac{-1}{2}\right)^n$ را به دست آورید.

$$\frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$$

۵. با توجه به دنباله‌های $b_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ و $c_n = \frac{1}{3n-1}$ حاصل عبارت $d_n = n^2 + 1$ را $b_4 + d_2 - c_1$ به دست آورید.

$d_2 = 5$

$c_1 = \frac{1}{2}$ و $b_4 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3$

$\frac{1}{4} + 5 - \frac{1}{2} = 4\frac{1}{4}$

(فردار ۹۱)



نمونه سؤالات فصل دوم (دنباله)

۲۵/۱ نمیره	خرداد ۹۹-خارج	جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. جمله‌ی پنجم دنباله‌ی $a_n = 2n^2 - 10$ ، برابر است..	۱
۱ نمیره	شهریور ۹۹	چهار جمله‌ی اول دنباله‌ی $c_n = \frac{1}{n}$ را بنویسید.	۲
۱ نمیره	شهریور ۱۴۰۰	جمله‌ی عمومی (ضابطه‌ی تابعی) یک دنباله‌ی به صورت $a_n = \frac{n+1}{n}$ است. چهار جمله‌ی اول این دنباله را بنویسید.	۳
۱۷۵/۱ نمیره	شهریور ۹۹	با توجه به دنباله‌های $a_n = \frac{n+6}{3n-2}$ و $b_n = n^2 - 1$ حاصل عبارت $a_2 + b_4$ را به دست آورید.	۴
۱۳۵/۱ نمیره	شهریور ۹۸	با توجه به دنباله‌های $a_n = \frac{\lambda - n}{n+2}$ و $b_n = 3^{n-1}$ و $c_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ حاصل عبارت را $a_3 + b_2 + c_1$ به دست آورید.	۵
۲ نمیره	دی ۹۸	با توجه به دنباله‌های $a_n = \frac{n+6}{n}$ و $b_n = n^2$ و $c_n = (3)^{n-2}$ حاصل عبارت $b_4 + a_3 - c_2$ را به دست آورید.	۶
۱ نمیره	خرداد ۹۹	با توجه به دنباله‌های $a_n = \frac{n^2}{(-1)^n}$ و $b_n = n+4$ و $c_n = \frac{n}{2}$ حاصل $a_1 + b_8 + c_2$ را به دست آورید.	۷
۱ نمیره	خرداد ۱۴۰۰	با توجه به دنباله‌های $a_n = 2^{2n+1}$ و $b_n = \frac{15}{n+1}$ و $c_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$ حاصل عبارت $a_1 - b_4 + c_2$ را به دست آورید.	۸



پاسخنامه تشریحی فصل اول (دنباله)

۴۰	۱
$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$	۲
$n=1 \xrightarrow{a_n = \frac{n+1}{n}} a_1 = \frac{1+1}{1} = 2$ $n=2 \xrightarrow{a_n = \frac{n+1}{n}} a_2 = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$ $n=3 \xrightarrow{a_n = \frac{n+1}{n}} a_3 = \frac{3+1}{3} = \frac{4}{3}$ $n=4 \xrightarrow{a_n = \frac{n+1}{n}} a_4 = \frac{4+1}{4} = \frac{5}{4}$ <p>دنباله‌ی مورد نظر $\rightarrow 2$ و $\frac{3}{2}$ و $\frac{4}{3}$ و $\frac{5}{4}$ و ...</p>	۳
$a_2 = 2$, $b_4 = 15 \rightarrow 2 + 15 = 17$	۴
$a_n = \frac{\lambda - n}{n + 2} \rightarrow a_3 = \frac{\lambda - 3}{3 + 2} = \frac{5}{5} = 1$ $b_n = 3^{n-1} \rightarrow b_2 = 3^{2-1} = 3^1 = 3$ $c_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \rightarrow c_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$ <p>$\Rightarrow a_3 + b_2 + c_1 = 1 + 3 + 1 = 5$</p>	۵
$b_4 = 16$ و $a_3 = 3$ و $c_2 = 1 \Rightarrow a_3 + b_4 + c_2 = 3 + 16 + 1 = 18$	۶
$a_1 = -1$ و $b_8 = 12$ و $c_2 = 1 \Rightarrow a_1 + b_8 + c_2 = -1 + 12 - 1 = 10$	۷
$a_1 = 2^3 = 8$, $b_4 = \frac{15}{5} = 3$ و $c_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$ $a_1 - b_4 + c_2 = 8 - 3 + 1 = 6$	۸



II دنباله بازگشتی

مثال: $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots$ → $\begin{cases} a_1 = a_2 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \end{cases}$ (دنباله فیبوناچی) یا $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$

(فردار ۹۹ - فارغ)

۱. جمله ی سوم دنباله ی بازگشتی $a_1 = 5$ و $a_{n+1} = a_n + n$ را مشخص کنید.

$$n=1 \quad a_2 = a_1 + 1 = 5 + 1 = 6$$

$$n=2 \quad a_3 = a_2 + 2 = 6 + 2 = 8$$

پاسخ:

$$a_{n+1} = a_n + n \text{ و } a_1 = 5$$

(فردار ۹۹)

۲. پنج جمله ی اول دنباله ی $a_{n+1} = -a_n + (-1)^n$ را با فرض $a_1 = 3$ بنویسید.

پاسخ:

$$a_1 = 3$$

$$a_2 = -a_1 + (-1)^1 = -3 - 1 = -4$$

$$a_3 = -a_2 + (-1)^2 = 4 + 1 = 5$$

$$a_4 = -a_3 + (-1)^3 = -5 - 1 = -6$$

$$a_5 = -a_4 + (-1)^4 = 6 + 1 = 7$$

۳ و ۷ و -۶ و ۵ و -۴ و ۳

(دی ۹۹)

۳. جمله ی پنجم از دنباله ی بازگشتی زیر را بنویسید.

$$a_{n+3} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2}, \quad a_1 = a_2 = a_3 = 2$$

پاسخ:

$$a_4 = a_1 + a_2 + a_3 = 2 + 2 + 2 = 6$$

$$n=1 \rightarrow a_4 = a_1 + a_2 + a_3 = 2 + 2 + 2 = 6$$

$$n=2 \rightarrow a_5 = a_2 + a_3 + a_4 = 2 + 2 + 6 = 10$$



(III) دنباله حسابی: ۵، ۷، ۹، ۱۱، ۱۳

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n + 2 \\ a_1 = 5 \end{cases}$$

مثال: ۲، ۵، ۸، ۱۱، ...

$$a_{n+1} = a_n + 2$$

↓
d

d (اختلاف مشترک)

جمله nام (جمله عمومی): $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$a_5 = a_1 + 4d = 5 + 4(2) = 13$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = 5 + 10(2) = 25$$

* $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ مجموع n جمله:

(فردار ۹۹ - فارح)

۱. با توجه به دنباله‌ی روبرو به سؤالات زیر پاسخ دهید.

۱۳ و ۱۰ و ۷ و ۴ و ۱

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n + 3 \\ d \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n + 3 \\ a_1 = 1 \end{cases}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = 1 + (n-1)(3)$$

$$= 1 + 3n - 3$$

$$= 3n - 2$$

$$a_{20} = 3(20) - 2 = 58$$

الف: نوع دنباله را مشخص کنید.

ب: ضابطه‌ی بازگشتی دنباله را بنویسید.

پ: جمله‌ی عمومی دنباله را بنویسید.

ت: جمله‌ی بیستم این دنباله را بنویسید.

پاسخ:

الف) دنباله حسابی

ب) $a_1 = 1$ و $a_n = a_{n-1} + 3$: $n \geq 2$

پ) $a_n = a + (n-1)d \rightarrow a_n = 1 + (n-1)(3) = 3n - 2$

ت) $a_{20} = 3(20) - 2 = 58$

(تبر ۹۸)

۲. جمله‌ی nام دنباله‌های زیر را بنویسید.

الف) ۴ و ۹ و ۱۴ و ۱۹ و ...

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = 4 + (n-1)(5)$$

$$= 4 + 5n - 5$$

$$= 5n - 1$$

ب) $\sqrt{7}$ و $\sqrt{7}$ و $\sqrt{7}$ و ...

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n + 5 \\ d \end{cases}$$

الف) $a_n = 5n - 1$

ب) $a_n = \sqrt{7}$

پاسخ:



(تیر ۹۸)

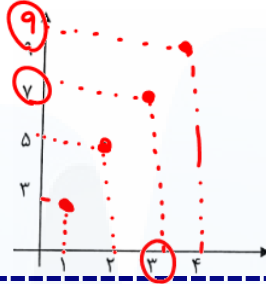
۳. الف) با توجه به رابطه‌ی بازگشتی زیر، چهار جمله‌ی اول دنباله‌ی زیر را بنویسید.

$$a_{n+1} = a_n + 2, \quad a_1 = 3$$

ب) نمودار مختصاتی دنباله را رسم کنید. **پاسخ:**

الف) $a_1 = 3$, $a_2 = 5$, $a_3 = 7$, $a_4 = 9$

ب)



۴. کدام یک از جملات عمومی زیر مربوط به دنباله‌ی حسابی است؟ اختلاف مشترک آن را به دست آورید. (فرورد ۱۳۰۰)

الف) $a_n = n(n-1)$

ب) $b_n = 3(n-2)$

پاسخ:

کافی است، حداقل چهار جمله از هر کدام از دنباله‌ها را بنویسیم. با توجه به اینکه اختلاف بین دو جمله‌ی متوالی ثابت است یا خیر، نوع دنباله معلوم می‌شود.

الف) $0, 2, 6, 12, \dots$ **X**

ب) $-3, 0, 3, 6, \dots$ **✓**

دنباله‌ی مورد «ب» یک دنباله‌ی حسابی است و در آن اختلاف مشترک برابر ۳ می‌باشد. ($d = 3$)

۵. اگر جمله‌ی عمومی یک دنباله، به صورت $a_n = -5 + 3(n-1)$ باشد. جمله‌ی اول و اختلاف مشترک را به دست

(شهریور ۹۹)

آورید.

پاسخ:

$$a_1 = -5 + 3(1-1) = -5 + 0 = -5$$

$$a_2 = -5 + 3(2-1) = -5 + 3(1) = -2$$

$$d = a_2 - a_1 = -2 - (-5) = -2 + 5 = 3$$

$\dots, 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 46, 49, 52, 55, 58, 61, 64, 67, 70, 73, 76, 79, 82, 85, 88, 91, 94, 97, 100, \dots$

(فرورد ۱۴۰۰)

۶. جدول زیر را کامل کنید.

۴ جمله‌ی اول دنباله	فرمول بازگشتی	ضابطه‌ی دنباله
۳، ۵، ۷، ۹	$a_n = a_{n-1} + 2$ $a_1 = 3$	$a_n = 2n + 1$

پاسخ:

... و ۹ و ۷ و ۵ و ۳ : چهار جمله‌ی اول

فرمول بازگشتی $a_1 = 3$, $a_{n+1} = a_n + 2$



(شهریور ۹۹)

۷. در یک دنباله‌ی حسابی جمله‌ی اول ۲۵ و اختلاف ۱۸ است. کدام جمله از دنباله برابر ۶۰۱ است؟

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 601 = 25 + (n-1)18 \rightarrow 601 - 25 = 18n - 18 \rightarrow 576 = 18n - 18 \rightarrow 594 = 18n \rightarrow n = 33$$

$$a_n = a + (n-1)d \rightarrow 601 = 25 + (n-1)18 \rightarrow 601 - 25 + 18 = 18n \rightarrow 594 = 18n \rightarrow n = 33$$

۸. در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی اول ۱۷- و جمله‌ی دهم برابر ۱۰ است. جمله‌ی عمومی این دنباله را به دست آورید.

(فرورداد ۱۴۰۰)

$$a_n = a_1 + (n-1)d = -17 + (n-1)(3)$$

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} = \frac{10 - (-17)}{10 - 1} = \frac{27}{9} = 3$$

$$a_{10} = a_1 + 9d \rightarrow 10 = a_1 + 9(3) \rightarrow 10 = a_1 + 27 \rightarrow a_1 = -17$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d = -17 + (n-1)(3) = 3n - 20$$

۹. در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی اول برابر ۲- و جمله‌ی ششم آن برابر ۱۸ است. جمله‌ی بیستم این دنباله را به دست آورید.

(تیر ۹۸)

آورید.
پاسخ:

$$a_n = a + (n-1)d \rightarrow 18 = -2 + 5d \rightarrow d = 4$$

$$a_{20} = -2 + (20-1)(4) \rightarrow a_{20} = -2 + 19 \times 4 = 74$$

(شهریور ۹۸)

۱۰. جای خالی را با یک عدد مناسب کامل کنید.

بین دو عدد ۳ و ۱۹ به تعداد ۳... واسطه‌ی حسابی با اختلاف مشترک ۴ می‌توان نوشت.

$$3, 7, 11, 15, 19$$

(دی ۹۷)

۱۱. سه عدد را به گونه‌ای میان اعداد ۱۰ و ۱۸ قرار دهید که یک دنباله‌ی حسابی تشکیل دهند.

$$1, 12, 14, 16, 18$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$18 = a_1 + 4d \rightarrow 18 = 1 + 4d \rightarrow 17 = 4d \rightarrow d = 4.25$$

(فرورداد ۹۹ - خارج)

۱۲. بین اعداد ۱۵ و ۴۵ چهار عدد را به گونه‌ای قرار دهید که یک دنباله‌ی حسابی تشکیل دهند.

$$15, 21, 27, 33, 39, 45$$

$$d = \frac{b-a}{m+1} = \frac{45-15}{4+1} = \frac{30}{5} = 6$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_4 = a_1 + 3d$$

$$45 = 15 + 3d \rightarrow 30 = 3d \rightarrow d = 10$$

۱۳. یازدهمین جمله‌ی یک دنباله‌ی حسابی ۵۲ و جمله‌ی نوزدهم آن ۹۲ است. جمله‌ی سی ام این دنباله را مشخص کنید.

(دی ۹۷)

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{19} = a_1 + 18d$$

$$92 = a_1 + 18d$$

پاسخ:

$$\begin{cases} 52 = a + 10d \\ 92 = a + 18d \end{cases} \rightarrow d = 5, a = 2$$

$$a_{19} = a_1 + 18d$$

$$92 = a_1 + 18d$$

$$a_n = a + (n-1)d \rightarrow a_{30} = 2 + (30-1)(5) = 147$$

$$a_{19} = 2 + 18(5) = 92$$

$$a_{30} = 2 + 29(5) = 147$$



۱۴. در یک دنباله‌ی حسابی $a_6 + a_4 + a_8 = 90$ باشد، جمله‌ی ششم دنباله چقدر است؟ (دی ۹۹)

پاسخ:

$$a_1 + 5d + a_1 + 3d + a_1 + 7d = 90 \rightarrow 3a_1 + 15d = 90$$

$$\xrightarrow{\div 3} a_1 + 5d = 30 \rightarrow a_6 = 30$$

۱۵. مجموع ده جمله‌ی اول دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول ۳ و اختلاف مشترک ۶ را به دست آورید. (تیر ۹۸)

پاسخ:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$\xrightarrow{a=3, d=6} S_{10} = \frac{10}{2}(2(3) + (10-1)(6)) = 5(6 + 9 \times 6) = 5 \times 60 = 300$$

۱۶. مجموع ده جمله‌ی اول دنباله‌ی حسابی زیر را به دست آورید. (دی ۹۷)

۱, ۵, ۹, ...

پاسخ:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) \rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}(2 + (10-1)(4)) = 190$$

۱۷. مجموع بیست جمله‌ی اول دنباله‌ی حسابی روبرو را به دست آورید. (دی ۹۹)

... و ۶ و ۲ و -۲ و -۶ و -۱۰

پاسخ:

$$S_{20} = \frac{20}{2}[2 \times (-10) + 19 \times 4] = 560$$

۱۸. مجموع بیست جمله‌ی اول دنباله‌ی ... و ۲۷ و ۳۱ و ۳۵ را به دست آورید. (شهریور ۹۸)

پاسخ:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) \rightarrow S_{20} = \frac{20}{2}(2(35) + (20-1)(-4)) = 10(70 - 76) = -60$$

۱۹. مجموع سی جمله‌ی اول اعداد طبیعی فرد را به دست آورید. (فرورداد ۹۸)

پاسخ:

۱, ۳, ۵, ۷, ...

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$\xrightarrow{d=2} S_{30} = \frac{30}{2}(2(1) + (30-1)(2)) = 15(2 + 58) = 15 \times 60 = 900$$



(شهریور ۹۹)

۲۰. با توجه به رابطه‌ی $\begin{cases} a_{n+1} = 5 + a_n \\ a_1 = -2 \end{cases}$ مطلوب است محاسبه‌ی S_{12} .

پاسخ:

$$d = 5 \rightarrow S_{12} = \frac{12}{2}(-2 + (12-1)5) = 6(-2 + 55) = 306$$

(فرورداد ۹۹ - قارچ)

۲۱. مجموع جملات دنباله‌ی $1, 5, 9, \dots$ و 385 را به دست آورید.

پاسخ:

این دنباله، یک دنباله‌ی حسابی است و قدر نسبت آن $d = 4$ می‌باشد. تعداد جملات دنباله را می‌توان به شکل زیر بدست آورد

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n-1)d \\ 385 &= 1 + (n-1)(4) \\ 385 &= 1 + 4n - 4 \\ 385 &= 4n - 3 \\ 388 &= 4n \\ n &= 97 \end{aligned}$$

~~$$n = \frac{b-a}{d} + 1 = \frac{385-1}{4} + 1 = 96 + 1 = 97$$~~

~~$$S_n = \frac{n}{2}(a+b) = \frac{97}{2}(1+385) = \frac{97}{2} \times 386 = 18721$$~~

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



نمونه سؤالات فصل اول (دنباله حسابی)

دی ۹۷	۵/۵ نمبره	۱	جای خالی را کامل کنید. جمله‌ی عمومی دنباله‌ی ۳, ۷, ۱۱, ... برابر و جمله‌ی دهم دنباله می باشد.
خرداد ۹۸	۵/۵ نمبره	۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. الف: در دنباله‌ی و -۹ و -۴ و -۱ ضابطه‌ی این دنباله می باشد. ب: جمله‌ی چهارم دنباله‌ی $a_n = \frac{1}{2}n - \frac{5}{2}$ برابر می باشد.
شهریور ۹۹	۱ نمبره	۳	برای جملات دنباله‌ی و ۱۳ و ۱۰ و ۷ و ۴ و ۱ الف: رابطه‌ی بازگشتی دنباله را بنویسید. ب: ضابطه‌ی تابعی دنباله را به دست آورید.
دی ۹۹	۱ نمبره	۴	برای جملات دنباله‌ی روبرو: و ۲۳ و ۱۸ و ۱۳ و ۸ و ۳ الف: رابطه‌ی بازگشتی دنباله را بنویسید. ب: ضابطه‌ی تابعی دنباله را به دست آورید.
شهریور ۹۹	۱ نمبره	۵	دنباله‌ی زیر را در نظر بگیرید. $\begin{cases} a_{n+1} = -a_n + 4 \\ a_1 = -2 \end{cases}$ الف: چهار جمله از این دنباله را بنویسید. ب: آیا این دنباله حسابی است؟
دی ۹۹	۱۳/۵ نمبره	۶	در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی اول ۱۲ و اختلاف مشترک ۲۰ است. کدام جمله از این دنباله برابر ۵۹۲ است؟
شهریور ۱۴۰۰	۱/۵ نمبره	۷	در یک دنباله‌ی حسابی جمله‌ی اول برابر ۲۵ و اختلاف مشترک برابر ۲۰ است، کدام جمله‌ی دنباله برابر ۲۲۵ است؟



۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۹	سه عدد را به گونه ای میان اعداد ۱۰ و ۲۶ قرار دهید که تشکیل یک دنباله‌ی حسابی با اختلاف مشترک مثبت تشکیل دهد. (به دست آوردن اختلاف مشترک الزامی است).	۸
۱ نمره	۹۹	سه عدد را به گونه ای بین اعداد ۲۰ و ۸ قرار دهید که یک دنباله‌ی حسابی تشکیل دهند.	۹
۱/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۰	سه عدد را به گونه ای میان اعداد ۱۵ و ۲۳ قرار دهید که یک دنباله‌ی حسابی با اختلاف مشترک مثبت تشکیل دهند.	۱۰
۲ نمره	خرداد ۹۸	یازدهمین جمله‌ی یک دنباله‌ی حسابی برابر ۵۲ و جمله‌ی نوزدهم آن برابر ۹۲ است. جمله‌ی بیست و ششم این دنباله را به دست آورید.	۱۱
۲ نمره	دی ۹۸	هشتمین جمله‌ی یک دنباله‌ی حسابی برابر ۶۵ و جمله‌ی شانزدهم آن برابر ۱۰۵ است. جمله‌ی بیست و نهم این دنباله را به دست آورید.	۱۲
۲ نمره	خرداد ۹۹	هفتمین جمله‌ی یک دنباله‌ی حسابی برابر ۴۵ و جمله‌ی پانزدهم آن برابر ۹۳ است. جمله‌ی سی و یکم این دنباله را به دست آورید.	۱۳
۱/۵ نمره	خرداد ۹۹ خارج	یازدهمین جمله‌ی یک دنباله‌ی حسابی برابر ۴۵ و جمله‌ی نوزدهم آن برابر ۸۵ است. جمله‌ی سی و یکم این دنباله را به دست آورید.	۱۴
۲ نمره	شهریور ۹۸	در یک دنباله‌ی حسابی جمله‌ی نهم برابر ۶۱ و جمله‌ی شانزدهم برابر ۹۶ است. اختلاف مشترک و جمله‌ی سی ام این دنباله را بدست آورید.	۱۵
۱/۵ نمره	خرداد ۹۹ خارج	در یک دنباله‌ی حسابی جمله‌ی نهم برابر ۵۷ و جمله‌ی هفدهم برابر ۹۷ است. الف : اختلاف مشترک این دنباله را مشخص کنید. ب : جمله‌ی بیستم این دنباله را به دست آورید.	۱۶



۱۲۵ نمره	دی ۹۸	مجموع بیست جمله‌ی اول دنباله‌ی ... و ۱۰ و ۷ و ۴ را محاسبه کنید.	۱۷
۱۵ نمره	شهریور ۱۴۰۰	مجموع بیست جمله‌ی اول دنباله‌ی حسابی زیر را با استفاده از فرمول به دست آورید. ... و ۷ و ۵ و ۳ و ۱	۱۸
۱۲۵ نمره	شهریور ۹۹	مجموع سی جمله‌ی اول دنباله‌ی حسابی روبرو را به دست آورید. ... و ۹ و ۴ و ۱-	۱۹
۱ نمره	خرداد ۱۴۰۰	در دنباله‌ی حسابی زیر، مجموع ۱۶ جمله‌ی اول را به دست آورید. ... و ۵ و ۸ و ۱۱	۲۰
۱ نمره	خرداد ۹۹ خارج	مجموع بیست جمله‌ی اول دنباله‌ی ... و ۶۰ و ۶۵ و ۷۰ را محاسبه کنید.	۲۱
۱ نمره	خرداد ۹۹	مجموع سی جمله‌ی اول اعداد طبیعی فرد را به دست آورید.	۲۲
۲ نمره	خرداد ۹۹	الف) مجموع شانزده‌ی جمله‌ی اول اعداد طبیعی زوج را محاسبه کنید. ب) در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی اول ۲۵ و اختلاف مشترک برابر ۱۸ است. کدام جمله‌ی دنباله برابر ۶۰۱ است؟	۲۳



پاسخنامه تشریحی فصل دوم (دنباله حسابی)

$a_1 = 39$ و $a_n = 4n - 1$	۱
الف) $a_n = -n^2$ ب) $a_4 = -\frac{1}{2}$	۲
الف) $a_{n+1} = 3 + a_n$ ، $a_1 = 1$ ب) $a_n = 3n - 2$	۳
الف: $a_{n+1} = a_n + 5$ ، $a_1 = 3$ ب: $a_n = 3 + (n-1) \times 5$ ، $a_n = 5n - 2$	۴
الف) ... و ۲ و ۶ و ۲- ب) دنباله حسابی نیست.	۵
$a_n = a_1 + (n-1) \times d \rightarrow 592 = 12 + (n-1) \times 20$ $592 - 12 + 20 = 2n \rightarrow 600 = 20n \rightarrow n = 30$	۶
$a_n = a + (n-1)d$ $\rightarrow 225 = 25 + (n-1)(20) \rightarrow 225 = 20n + 5 \rightarrow 20n = 220 \rightarrow n = 11$	۷
$26 = 10 + 4d \rightarrow d = 4$ ۱۰ و ۱۴ و ۱۸ و ۲۲ و ۲۶	۸
قدرنسبت $d = \frac{20-8}{3+1} = \frac{12}{4} = 3$ $20 = 8 + 4d \rightarrow d = 3$ ۸، ۱۱، ۱۴، ۱۷، ۲۰	۹
$23 = 15 + 4d \rightarrow d = 2$ ۱۵ و ۱۷ و ۱۹ و ۲۱ و ۲۳	۱۰



$\begin{cases} 52 = a + 1 \cdot d \\ 92 = a + 18d \end{cases} \rightarrow d = 5, a = 2$ $a_n = a + (n - 1)d \rightarrow a_{26} = 2 + (26 - 1)(5) \rightarrow a_{26} = 2 + 125 = 127$	۱۱
$\begin{cases} 65 = a + 7d \\ 105 = a + 15d \end{cases} \rightarrow d = 5, a = 30$ $a_{29} = a + 28d = 30 + (28)(5) = 30 + 140 = 170$	۱۲
$\begin{cases} 45 = a + 6d \\ 93 = a + 14d \end{cases} \rightarrow d = 6, a = 9$ $a_{31} = a + 30 \cdot d = 9 + (30)(6) = 9 + 180 = 189$	۱۳
$\begin{cases} 45 = a + 1 \cdot d \\ 85 = a + 18d \end{cases} \rightarrow d = 5, a = -5$ $a_{31} = a + 30 \cdot d = (-5) + (30)(5) = -5 + 150 = 145$	۱۴
$\begin{cases} 61 = a + 8d \\ 96 = a + 15d \end{cases} \rightarrow 7d = 35 \rightarrow d = 5 \rightarrow a = 21$ $a_{30} = 21 + (30 - 1)(5) = 166$	۱۵
$\begin{cases} 57 = a + 8d \\ 97 = a + 16d \end{cases} \rightarrow d = 5, a = 17$ $a_{20} = a + 19d = 17 + (19)(5) = 17 + 95 = 112$	۱۶
$d = 3 \quad \text{و} \quad a = 4$ $S_{20} = \frac{20}{2} [(2)(4) + (19)(3)] = 650$	۱۷
$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)d) \rightarrow S_{20} = \frac{20}{2} (2(1) + (20 - 1)(2)) = 10 \cdot (2 + 38) = 400$	۱۸



$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) = \frac{30}{2}(2(-1) + (30-1)(5)) = 15(-2 + 145) = 2145$$

۱۹

$$s_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) = \frac{16}{2}(2 \times (11) + 15 \times (-3)) = 8(22 - 45) = -184$$

۲۰

این دنباله، یک دنباله‌ی حسابی است.

$$S_{20} = \frac{20}{2}[2(70) + (20-1)(-5)] = 10[140 - 95] = 10 \times 45 = 450$$

۲۱

$$d = 2 \text{ و } a_1 = 1 \text{ و } S_{30} = \frac{30}{2}[2(1) + (29)(2)] = 900$$

۲۲

$$\text{الف) } S_{16} = \frac{16}{2}[(2)(2) + (15)(2)] = 272$$

$$\text{ب) } a_n = a + (n-1)d \rightarrow 601 = 25 + (n-1)(18)$$

$$\rightarrow 576 = 18n - 18 \rightarrow 594 = 18n \rightarrow n = 33$$

۲۳

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



ویژه امتحان نهایی ۱۴۰۱

فصل سوم الگوهای غیرخطی

مهندس آریان حیدری

 Arianheidarii

 Arianheidarii

 Arianheidarioriginal



(I) دنباله هندسی:

مثال: ۲, ۶, ۱۸, ۵۴, ... → رابطه بازگشتی $\begin{cases} a_{n+1} = a_n \times 3 \\ a_1 = 2 \end{cases}$

r (نسبت مشترک)

جمله nام (جمله عمومی): $a_n = a \times r^{n-1}$

$a_\infty = a \times r^\infty = 2 \times 3^\infty = 54$

* $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

* سه جمله متوالی دنباله هندسی ←

۱. کدامیک از دنباله‌ی های زیر هندسی است؟ در مثبت بودن بودن پاسخ، نسبت مشترک را بنویسید. (شوربور ۱۴۰۰)

الف) ۲ و ۸ و ۳۲ و ... $\begin{matrix} \times 4 \\ \times 4 \\ \times 4 \\ \times 4 \end{matrix}$

ب) ۲ و ۸ و ۱۴ و ... $\begin{matrix} \times 4 \\ \times 4 \\ \times \end{matrix}$

پ) ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و ... $\begin{matrix} \times 10 \\ \times 10 \\ \times 10 \end{matrix}$

۲. در دنباله‌ی هندسی زیر جاهای خالی پر کنید. (دی ۹۹)

۴ و ۱۲ و ۳۶ و ۱۰۸ و ۳۲۴ و ۹۷۲

$\begin{matrix} \times 3 \\ \times 3 \\ \times 3 \\ \times 3 \\ \times 3 \end{matrix}$

۳. با توجه به دنباله‌ی روبرو به سئوالات زیر پاسخ دهید. (دی ۹۸)

۳ و ۹ و ۲۷ و ۸۱ و ۲۴۳ و ...

$\begin{matrix} \times 3 \\ \times 3 \\ \times 3 \\ \times 3 \end{matrix}$

الف: نوع دنباله را مشخص کنید.

ب: ضابطه‌ی بازگشتی دنباله را بنویسید.

پ: جمله‌ی عمومی دنباله را بنویسید.

ت: جمله‌ی دهم این دنباله را بنویسید.

پاسخ:

$\begin{cases} a_{n+1} = a_n \times 3 \\ a_1 = 3 \end{cases}$

$a_n = a_1 \times r^{n-1}$

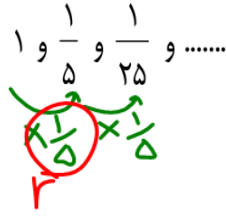
$a_n = 3 \times 3^{n-1} = 3^n$

الف) هندسی (الف) ب) $\begin{cases} a_{n+1} = 3a_n \\ a_1 = 3 \end{cases}$

پ) $a_n = a \times r^{n-1} \rightarrow a_n = 3 \times (3)^{n-1} = 3^n$ ت) $a_{10} = 3^{10}$



(فردار ۹۸)



۴. با توجه به دنباله‌ی روبرو به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف : نوع دنباله را مشخص کنید.

ب : ضابطه‌ی بازگشتی دنباله را بنویسید.

پ : جمله‌ی عمومی دنباله را بنویسید.

ت : جمله‌ی یازدهم این دنباله را بنویسید.

پاسخ:

دنباله‌ی هندسی (الف)

ب) $a_{n+1} = \frac{1}{5} a_n$; $a_1 = 1$

پ) $a_n = ar^{n-1} = 1 \times \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$

ت) $a_n = ar^{n-1} \rightarrow a_{11} = 1 \times \left(\frac{1}{5}\right)^{11-1} = \left(\frac{1}{5}\right)^{10}$

(فردار ۹۹ - قارچ)

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

$$a_n = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

۵. دنباله‌ی ... و $\frac{1}{18}$ و $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{2}$ را در نظر بگیرید.

الف : نسبت مشترک و جمله‌ی ششم این دنباله را بنویسید.

ب : نسبت $\frac{a_7}{a_5}$ را به دست آورید.

پاسخ:

الف) $r = \frac{1}{6} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{3}$

$a_n = ar^{n-1} \rightarrow a_6 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{243} = \frac{1}{486}$

ب) $\frac{a_7}{a_5} = \frac{ar^6}{ar^4} = r^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

(دی ۹۹)

۶. با توجه به دنباله‌ی هندسی، ... ۲ و ۱ و $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{8}$ حاصل عبارت زیر را تعیین کنید.

$$ar^1 \left(\frac{1}{a_9} - \frac{1}{a_6} \right) ar^5 = \left(\frac{1}{8}\right) (2)^5 = \frac{1}{2^3} \times 2^5 = 2^2 = 4$$

$$\frac{14}{a_9 - a_6} = \frac{14}{32 - 4} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2}$$

پاسخ:



(فردارد ۱۴۰۰)

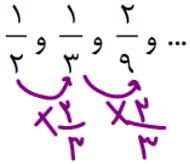
۷. به کمک رابطه‌ی بازگشتی $a_{n+1} = \frac{2}{3}a_n$ و $a_1 = \frac{1}{3}$

الف) سه جمله‌ی اول دنباله را بنویسید.

ب) جمله‌ی عمومی و نسبت مشترک آن را به دست آورید.

پاسخ:

الف)



ب)

نسبت مشترک $r = \frac{1}{3} \div \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$

جمله‌ی عمومی $a_n = ar^{n-1} = \frac{1}{3} \times (\frac{1}{3})^{n-1}$

۸. در یک دنباله‌ی هندسی جمله‌ی اول $\frac{1}{6}$ و نسبت مشترک دنباله ۶ است. چندمین جمله از این دنباله برابر

(شهریور ۹۸)

۲۱۶ می باشد؟

$a_n = a_1 \times r^{n-1}$
 $216 = \frac{1}{6} \times 6^{n-1}$

پاسخ:

$a_n = ar^{n-1} \rightarrow 216 = \frac{1}{6} \times 6^{n-1} \rightarrow 6^{n-1} = 1296 \rightarrow n = 5$

۹. در یک دنباله‌ی هندسی جمله‌ی چهارم برابر ۱۶ و نسبت مشترک دنباله برابر ۲ است. چندمین جمله برابر

(فردارد ۹۹ - قارچ)

۱۲۸ می باشد؟ (با استفاده از فرمول)

$a_n = a_1 \times r^{n-1}$
 $16 = a_1 \times 2^{n-1} \rightarrow a_1 = 2$

پاسخ:

$a_n = ar^{n-1} \rightarrow a_4 = ar^3 \rightarrow 16 = a \times 2^3 \rightarrow 16 = 8a \rightarrow a = 2$

$a_n = ar^{n-1} \rightarrow 128 = 2 \times 2^{n-1} \rightarrow 2^7 = 2^{1+(n-1)} \rightarrow 2^7 = 2^n \rightarrow n = 7$

۱۰. در دنباله هندسی زیر با فرض نسبت مشترک مثبت آن را به دست آورید، سپس جاهای خالی را پر کنید.

(فردارد ۹۹)

۱۱۲ و ۵۶ و ۲۸ و ۱۴ و ۷

$a_n = a_1 \times r^{n-1}$

$112 = 7 \times r^4$

$16 = r^4 \rightarrow r = 2$



۱۱. جمله ی سوّم یک دنباله ی هندسی ۹ و جمله ی ششم آن ۲۴۳ است. جمله ی دهم این دنباله را به دست آورید. (دی ۹۷)

پاسخ:

$$a_n = a \times r^{n-1}$$

$$a_1 = 1 \times 3^0$$

$$\begin{cases} 9 = ar^2 \\ 243 = ar^5 \end{cases} \rightarrow \frac{ar^5}{ar^2} = \frac{243}{9} \rightarrow r^3 = 27 \rightarrow r = 3$$

$$a_1 = 1 \rightarrow a_{10} = 1 \times 3^9 = 3^9 = 3^9$$

۱۲. مجموع شش جمله ی اوّل دنباله زیر را با استفاده از فرمول به دست آورید. (فردار ۹۹)

پاسخ:

... و ۱۶ و ۴ و ۱

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \rightarrow S_6 = \frac{1(1-4^6)}{1-4} = \frac{1-1096}{-3} = \frac{-1095}{-3} = 365$$

۱۳. در یک دنباله ی هندسی جمله ی اوّل ۱۵۳۶ و نسبت مشترک دنباله $\frac{1}{2}$ است. (فردار ۹۸)

الف: تعیین کنید که چندمین جمله ی دنباله برابر می باشد؟

ب: مجموع ده جمله ی اوّل این دنباله را به دست آورید.

پاسخ:

$$a_n = ar^{n-1} \rightarrow 6 = 1536 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \rightarrow \frac{1}{256} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\rightarrow n-1=8 \rightarrow n=9$$

$$S_n = a \times \frac{1-r^n}{1-r} \rightarrow S_{10} = 1536 \times \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}}{1-\frac{1}{2}} = 1536 \times \frac{1-\frac{1}{1024}}{\frac{1}{2}}$$

$$= 1536 \times \frac{1023}{1024} = 1536 \times \frac{2 \times 1023}{1024} = 1536 \times \frac{1023}{512} = 3069$$



(فرداد ۹۹ - قارج)

$$\begin{cases} ar^5 = 96 \\ ar^3 = 12 \\ r^2 = 8 \rightarrow r = 2 \end{cases}$$

۱۴. جمله‌ی ششم یک دنباله‌ی هندسی ۹۶ و جمله‌ی سوم آن ۱۲ است.

الف: جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی را به دست آورید.

ب: مجموع هشت جمله‌ی اول این دنباله را به دست آورید.

پاسخ:

خطرا!

~~$$r = \frac{a_6}{a_3} = \frac{96}{12} = 8 \rightarrow r = 2$$~~

$$a_n = ar^{n-1} \rightarrow a_3 = ar^{3-1} \rightarrow 12 = a(2)^2 \rightarrow a = 3$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \rightarrow S_8 = \frac{3(1-2^8)}{1-2} = \frac{3(1-256)}{-1} = 3 \times 255 = 765$$

۱۵. مقدار a را چنان بیابید که $\sqrt{a} + 1$ و 7 و $\sqrt{a} - 1$ تشکیل یک دنباله‌ی هندسی بدهند. سپس مقدار نسبت

(شهریور ۹۸)

مشترک دنباله را تعیین کنید. $\sqrt{5} + 1$ و 7 و $\sqrt{5} - 1$

پاسخ:

$$7^2 = (\sqrt{a} - 1)(\sqrt{a} + 1) \rightarrow 49 = a - 1 \rightarrow a = 50$$

$$\rightarrow r = \frac{7}{\sqrt{a} - 1} = \frac{7}{\sqrt{50} - 1}$$

$$\begin{aligned} a, b, c \\ \text{دبی: } 2b = a + c \\ \text{متی: } b^2 = ac \end{aligned}$$

(تیر ۹۸)

۱۶. اگر $x + 3$ و $x + 2$ و x به جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند. مقدار x را بدست آورید.

پاسخ:

$$(x+2)^2 = x(x+3) \rightarrow x^2 + 4x + 4 = x^2 + 3x$$

$$\rightarrow 4x + 4 = 3x \rightarrow x = -4$$

$$\begin{aligned} 2(2+2) &= 2 + 2 + 2 \\ 2 \cdot 2 + 4 &= 2 + 2 \\ 4 + 4 &= 4 \\ 8 &= 4 \quad \times \end{aligned}$$



نمونه سؤالات فصل سوم (دنباله هندسی)

شهریور ۱۴۰۰ نمره ۱/۲۵	با توجه به دنباله‌ی روبرو به سؤالات زیر پاسخ دهید. و ۲۵ و ۵ و ۱ الف) ضابطه‌ی بازگشتی این دنباله را به دست آورید. ب) جمله‌ی ششم این دنباله را به دست آورید.	۱
دی ۹۷ نمره ۲	با توجه به دنباله‌ی روبرو به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف: نوع دنباله را مشخص کنید و نسبت مشترک آن را به دست آورید. ب: جمله‌ی عمومی دنباله را بنویسید. پ: ضابطه‌ی بازگشتی دنباله را بنویسید.	۲
خرداد ۹۹ نمره ۱	با توجه به جملات دنباله‌ی مقابل به سؤالات زیر پاسخ دهید. و $\frac{1}{3}$ و ۱ و ۳ و ۹ الف: رابطه‌ی بازگشتی دنباله را بنویسید. ب: ضابطه‌ی دنباله را به دست آورید.	۳
تیر ۹۸ نمره ۲	با توجه به دنباله‌ی روبرو به سؤالات زیر پاسخ دهید. و $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{5}$ و $\frac{2}{5}$ الف) نوع دنباله را مشخص کنید و نسبت مشترک آن را به دست آورید. ب) جمله‌ی عمومی دنباله را بنویسید. ج) مجموع ۲۰ جمله‌ی اول این دنباله را به دست آورید.	۴
دی ۹۸ نمره ۱	جای خالی را با یک عدد مناسب کامل کنید. در دنباله‌ی و $\frac{1}{54}$ و $\frac{1}{18}$ و $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{2}$ ضابطه‌ی این دنباله برابر است.	۵
شهریور ۹۸ نمره ۱	با توجه به دنباله‌ی هندسی و ۱ و $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{8}$ حاصل عبارت $\frac{a_{10}}{a_7}$ را به دست آورید.	۶



۱/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۰	نخستین جمله‌ی یک دنباله‌ی هندسی ۹۶ و نسبت مشترک این دنباله ۲ می باشد. کدام جمله- ی دنباله برابر ۷۶۸ است؟	۷
۱/۲۵ نمره	دی ۹۸	در یک دنباله هندسی جمله‌ی اول ۱۰۲۴ و نسبت مشترک دنباله $\frac{1}{2}$ است. الف : چندمین جمله‌ی دنباله برابر ۶۴ می باشد. ب : مجموع شش جمله‌ی اول این دنباله را به دست آورید.	۸
۱/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۰	اگر $x + 3$ و $x + 4$ و $x - 3$ سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، مقادیر x را به دست آورید.	۹
۱/۵ نمره	خرداد ۹۹ خارج	اگر $x + 5$ و $x + 3$ و x سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، مقدار x را به دست آورید.	۱۰
۱ نمره	خرداد ۹۹ خارج	اگر x و $x + 2$ و $x + 5$ سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، مقدار x را بیابید.	۱۱
۱ نمره	شهریور ۹۹	اگر $x + 3$ و $x + 2$ و x سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشد، مقدار x را به دست آورید.	۱۲



پاسخنامه تشریحی فصل سوم (دنباله هندسی)

الف) $a_{n+1} = 5a_n$, $a_1 = 1$ ب) $a_6 = (1)(5)^5 = 3125$	۱
الف) $r = \frac{1}{3}$ دنباله‌ی هندسی ب) $a_n = 1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ پ) $a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n$, $a_1 = 1$	۲
الف) $a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n$, $a_1 = 9$ ب) $a_n = 9 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = 3^2 \times (3^{-1})^{n-1} = 3^2 \times 3^{-n+1} = 3^{3-n}$	۳
الف) $r = \frac{1}{2}$ و دنباله‌ی هندسی ب) $a_n = ar^{n-1} = \frac{2}{5} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ج) $S_n = a \times \frac{1-r^n}{1-r} \rightarrow S_{10} = \frac{2}{5} \times \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{2}{5} \times \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{5} \times \left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right)$	۴
$a_n = ar^{n-1} \rightarrow a_n = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$	۵
$r = 2 \rightarrow \frac{a_9}{a_7} = \frac{ar^9}{ar^7} = \frac{r^9}{r^7} = r^2 = 2^2 = 4$	۶
$a_n = ar^{n-1} \rightarrow 768 = 96(2)^{n-1} \xrightarrow{\div 96} 8 = 2^{n-1} \rightarrow n-1 = 3 \rightarrow n = 4$	۷



الف :

$$a_n = ar^{n-1} \rightarrow 64 = 1.24 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \rightarrow n-1=4 \rightarrow n=5$$

ب :

۸

$$S_n = a \times \frac{1-r^n}{1-r} \rightarrow S_6 = 1.24 \times \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^6}{1-\frac{1}{2}} = 2.48 \times \left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^6\right) = 2.48 - 32 = 2.16$$

$$(4)^2 = (x-3)(x+3) \rightarrow x^2 - 9 = 16 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$$

۹

$$(x+3)^2 = x(x+5) \rightarrow x^2 + 6x + 9 = x^2 + 5x \rightarrow x = -9$$

۱۰

$$(x+2)^2 = x(x+5) \rightarrow x^2 + 4x + 4 = x^2 + 5x$$

$$\rightarrow -x = -4 \rightarrow x = 4$$

۱۱

$$(x+2)^2 = x(x+3) \rightarrow x^2 + 4x + 4 = x^2 + 3x \rightarrow x = -4$$

۱۲

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



II توان و ریشه

* یادآوری قوانین توان:

$$1) \begin{cases} 2^3 \cdot 2^4 = 2^7 \\ 2^4 \cdot 2^3 = 2^7 \\ 2^2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2^5 \times 2^5 = 2^{10} \\ 2^5 = 2^5 \\ 2^5 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2^5 \times 2^3 = 2^8 \\ 2^7 = 2^7 \\ 2^4 = 2^4 \end{cases}$$

4) $2^0 = 1$

$$5) \begin{cases} 2^{-1} = \frac{1}{2} \\ 2^{-2} = \frac{1}{4} \end{cases} \xrightarrow{\text{نتیجه}} \begin{cases} \frac{1}{4} = \varepsilon^{-1} = (2^2)^{-1} = 2^{-2} \\ \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 5^2 \times 2^{-2} \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \\ 2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sqrt[5]{4} = 2^{\frac{1}{5}} \\ \sqrt[3]{4} = 2^{\frac{2}{3}} = (2^2)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{2}{3}} \end{cases}$$

۱. حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف) $\left(\frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{6}}}\right)^{\frac{1}{2}}$

ب) $3^{\frac{1}{26}} \times 3^{\frac{1}{74}}$

پاسخ:

$$\text{الف) } \left(\frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{6}}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2^{\frac{4}{4} \times \frac{1}{2}}}{2^{\frac{4}{4} \times \frac{1}{6}}}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2^{\frac{2}{2}}}{2^{\frac{2}{3}}} = \frac{2}{2^{\frac{2}{3}}} = 2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$$

ب) $3^{\frac{1}{26}} \times 3^{\frac{1}{74}} = 3^{\frac{1}{26} + \frac{1}{74}} = 3^{\frac{3}{78}} = 3^{\frac{1}{26}} = 3$



۲. حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

(ری ۹۹)

الف) $3^2 \times 5^2$

ب) $11^7 \times 11^7$

پاسخ:

الف) 15^2

ب) $11^7 \times 11^7 = 11^{14} = 121$

۳. حاصل عبارت های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

(فرداد ۹۹ - قارچ)

الف) $125^3 \div 125^4$

$125^3 \div 125^4$

ب) $(a^2 \times b^2)^2 \times (a^4 \times b^6)^2$

پاسخ:

الف) $125^3 \div 125^4 = 125^{3-4} = 125^{-1} = \frac{1}{125}$

ب) $(a^2 \times b^2)^2 \times (a^4 \times b^6)^2 = a^4 \times b^4 \times a^8 \times b^{12} = a^{12} \times b^{16} = (a^3 \times b^4)^4$

۴. حاصل عبارت های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید. (m و n اعداد حقیقی مثبت اند.)

(ری ۹۸)

الف) $(m^4 \times n^3)^2 (m^2 \times n^6)^6$

ب) $21^3 \times \left(\frac{3}{7}\right)^3$

پاسخ:

الف) $(m^4 n^3)^2 (m^2 n^6)^6 = m^{14} n^{24}$

ب) $21^3 \times \left(\frac{3}{7}\right)^3 = 9^3 = 729$

۵. حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

(تیر ۹۸)

الف) $4^4 \times 8^5$

ب) $\left(\frac{a^2}{a^2}\right)^{-2}$

پاسخ:

الف) $4^4 \times 8^5 = 2^{16} \times 2^{15} = 2^{31} = \sqrt[31]{2}$

ب) $\left(\frac{a^2}{a^2}\right)^{-2} = a^4$



(شهریور ۱۴۰۰)

۶. جاهای خالی را با اعداد مناسب تکمیل کنید.

$$\sqrt[5]{\sqrt[3]{32}} = (\sqrt[5]{2^5})^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$$

(الف) ریشه‌ی پنجم عدد ۳۲ برابر $2^{\frac{1}{3}}$ است.

(ب) ریشه‌های چهارم عدد ۱۶ برابر $2^{\frac{1}{2}}$ و $-2^{\frac{1}{2}}$ است.

(پ) ریشه‌ی سوم عدد ۲۷ برابر $3^{\frac{1}{3}}$ است.

(فرورداد ۹۹)

۷. عبارت تواندار را به صورت رادیکالی و عبارت رادیکالی را به صورت تواندار بنویسید.

(الف) $3^{\frac{1}{5}}$ (ب) $6^{\frac{1}{9}}$ (پ) $\sqrt[4]{25}$ (ت) $\sqrt[10]{\sqrt{3/7}}$

پاسخ:

(الف) $3^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{3}$ (ب) $6^{\frac{1}{9}} = \sqrt[9]{6}$ (پ) $\sqrt[4]{25} = 25^{\frac{1}{4}}$ (ت) $\sqrt[10]{\sqrt{3/7}} = (3/7)^{\frac{1}{10}}$

(دی ۹۹)

۸. اعداد توان دار را به صورت رادیکالی و عبارت های رادیکالی را به صورت توان دار بنویسید.

(الف) $\sqrt[9]{x^5}$ (ب) $(0/1)^{\frac{1}{3}}$ (پ) $(a)^{\frac{3}{8}}$

پاسخ:

(الف) $x^{\frac{5}{9}}$ (ب) $\sqrt[3]{0/1}$ (پ) $\sqrt[8]{a^3}$

(تیر ۹۸)

۹. عبارت تواندار را به صورت رادیکالی و عبارت رادیکالی را به صورت تواندار بنویسید.

(الف) $12^{\frac{2}{3}}$ (ب) $\sqrt[10]{10^{\frac{1}{2}}} = (10^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{10}}$

پاسخ:

(الف) $\sqrt[3]{12^2}$ (ب) $10^{\frac{1}{20}}$

(دی ۹۷)

۱۰. عدد توان دار را به صورت رادیکالی و عبارت رادیکالی را به صورت توان دار بنویسید.

(الف) $12^{\frac{2}{11}}$ (ب) $\sqrt[3]{25}$

پاسخ:

(الف) $\frac{1}{\sqrt[11]{12^2}}$ (ب) $25^{\frac{1}{3}}$



(فرداز ۱۴۰۰)

۱۱. در هر یک از تساوی های زیر مقدار x را مشخص کنید.

الف) $8^4 \times 9^x = 72^4$

ب) $(5^x)^6 = \frac{1}{5^2}$

$5^{6x} = 5^{-2}$

$2^{\square} = 2^{\square} \rightarrow 0 = \square$

پ) $(\frac{1}{6}) \times (\frac{1}{6})^x \times (\frac{1}{6})^3 = (\frac{1}{6})^8$

پاسخ:

الف) $8^4 \times 9^x = 8^4 \times 9^4 \rightarrow x = 4$

ب) $(5^x)^6 = 5^{-2} \rightarrow 6x = -2 \rightarrow x = -\frac{1}{3}$

ج) $(\frac{1}{6})^{x+4} = (\frac{1}{6})^8 \rightarrow x+4 = 8 \rightarrow x = 4$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



نمونه سؤالات فصل سوم (توان و ریشه)

۱ شهریور ۱۴۰۰ انصره	حاصل هر یک از عبارات های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید. الف) $\frac{15^4}{15^2}$ ب) $2^9 \times 2^{-9}$	۱
۱ خرداد ۱۴۰۰ انصره	حاصل هر یک از عبارات های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید. الف) $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}}}\right)^4$ ب) $5^{\frac{1}{3}} \times 5^{-\frac{1}{3}}$	۲
۱/۵ خرداد ۹۹ انصره	حاصل عبارات های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید. (m و n اعداد حقیقی مثبت اند.) الف) $(m^2 n)^3 (m^{-\frac{1}{2}} n^{-\frac{1}{6}})^6$ ب) $3^{0/26} \times 3^{0/74}$	۳
۲ خرداد ۹۸ انصره	حاصل عبارات های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید. (m و n اعداد حقیقی مثبت اند.) الف) $(m^{\frac{3}{4}} \times n^{\frac{1}{2}})^2 (m^2 \times n^3)^{\frac{1}{2}}$ ب) $8^{\frac{2}{7}} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{7}}$	۴
۱ دی ۹۷ انصره	حاصل عبارات های زیر را به دست آورید. (m عدد حقیقی مثبت است.) الف) $2^{\frac{1}{2}} \times 8^{\frac{1}{2}} = m^{\frac{1}{2}-2}$ ب) $\left(\frac{m^2}{m^2}\right)^{-4} = m^{\frac{-2}{2} \times -4} = m^4$	۵
۵/۵ دی ۹۷ انصره	جای خالی را کامل کنید. ریشه‌های چهارم عدد ۱۶ برابر و می باشد.	۶



۱/۵ نمره	خرداد ۹۹ خارج	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. ریشه‌ی سوم عدد ۲۷ برابر با است و ریشه‌های ششم عدد ۶۴ برابر و می‌باشند.	۷
۱ نمره	خرداد ۹۸	عبارت توان دار را به صورت رادیکالی و عبارت رادیکالی را به صورت توان دار بنویسید. $\sqrt[3]{47} =$ (ب) $(\frac{1}{31})^2 =$ (الف)	۸
۲ نمره	خرداد ۹۹ خارج	عبارت های توان دار را به صورت رادیکالی و عبارت های رادیکالی را به صورت تواندار بنویسید. $\sqrt[2]{27}$ (ت) $(9)^2$ (پ) $(\frac{1}{32})^5$ (ب) $\sqrt[3]{41}$ (الف)	۹
۲ نمره	خرداد ۱۴۰۰	عبارت توان دار را به صورت رادیکالی و عبارت رادیکالی را به صورت تواندار بنویسید. $\sqrt[4]{(21)^4}$ (پ) $\sqrt[3]{(0/47)^3}$ (ت) $4^{\frac{1}{3}}$ (الف) $(\frac{2}{8})^9$ (ب)	۱۰
۱ نمره	شهریور ۹۸	هر یک از عبارت های توانی زیر را به صورت رادیکالی و عبارت ها رادیکالی را به صورت توان دار بنویسید. $\sqrt[3]{0/18}$ (ب) $(\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}}$ (الف)	۱۱
۱/۵ نمره	خرداد ۹۹ خارج	عبارت توانی زیر را به صورت رادیکالی و عبارت رادیکالی را به صورت توان دار بنویسید. $(\frac{5}{8})^{\frac{1}{3}}$ (پ) $\sqrt[3]{15}$ (ب) $125^{\frac{2}{5}}$ (الف)	۱۲



پاسخنامه تشریحی فصل سوم (توان و ریشه)

الف) $۱۵^۲ = ۲۲۵$	ب) $۲^{۹+(-۹)} = ۱$	۱
الف) $(\frac{a^۲}{a^۴})^۴ = \frac{a^۲}{a^۴} = \frac{a^۲}{a} = a$	ب) $۵^{\frac{۱}{۳}} \times ۵^{-\frac{۱}{۳}} = ۵^{\frac{۱}{۳}+(-\frac{۱}{۳})} = ۵^۰ = ۱$	۲
الف) $(m^۲n)^۳ (m^{-۲}n^{-۶})^۶ = (m^۶n^۳)(m^{-۳}n^{-۶}) = m^۳n^۲$	ب) $۳^{۰/۲۶} \times ۳^{۰/۷۴} = ۳^{۰/۲۶+۰/۷۴} = ۳^۰ = ۳$	۳
الف) $(m^{\frac{۳}{۴}} \times n^{\frac{۱}{۲}})^۲ (m^{\frac{۱}{۲}} \times n^{\frac{۳}{۴}})^{\frac{۱}{۲}} = (m^{\frac{۳}{۲}} \times n)(m \times n^{\frac{۳}{۲}}) = m^{\frac{۵}{۲}} \times n^{\frac{۵}{۲}} = (mn)^{\frac{۵}{۲}} = \sqrt{(mn)^۵}$	ب) $(۸ \times \frac{۳}{۲})^{\frac{۲}{۷}} = ۱۲^{\frac{۲}{۷}} = \sqrt[۷]{(۱۲)^۲} = \sqrt[۷]{۱۴۴}$	۴
الف) $(۱۶)^{\frac{۱}{۲}} = ۴$	ب) $(۳^{-\frac{۳}{۲}})^{-۴} = m^۶$	۵
۲ و -۲		۶
ریشه‌ی سوم عدد ۲۷ برابر با ...۳... است و ریشه‌های ششم عدد ۶۴ برابر ...۲... و ...-۲... می‌باشند.		۷
الف) $\sqrt[۳]{۰/۳۱}$	ب) $(۴۷)^{\frac{۱}{۳}}$	۸



الف) $(۴۱)^{\frac{۱}{۷}}$	ب) $\sqrt[۵]{۰/۳۲}$	پ) $\sqrt{۹}$	ت) $(۲)^{\frac{۷}{۱۲}}$	۹
الف) $۴^{\frac{۱}{۳}} = \sqrt[۳]{۴}$	ب) $(۰/۸)^{\frac{۲}{۹}} = \sqrt[۹]{(۰/۸)^۲}$			۱۰
پ) $\sqrt[۵]{(۲۱)^۴} = ۲۱^{\frac{۴}{۵}}$	ت) $\sqrt[۸]{(۰/۴۷)^۳} = (۰/۴۷)^{\frac{۳}{۸}}$			
الف) $\sqrt{\left(\frac{۱}{۵}\right)^۳}$	ب) $(۰/۱۸)^{\frac{۱}{۷}}$			۱۱
الف) $۱۲^{\frac{۲}{۵}} = \sqrt[۵]{۱۲^۲}$	ب) $\sqrt[۷]{۱۵} = ۱۵^{\frac{۱}{۷}}$	پ) $\left(\frac{۵}{۸}\right)^{-\frac{۱}{۳}} = \left(\frac{۸}{۵}\right)^{\frac{۱}{۳}} = \sqrt[۳]{\frac{۸}{۵}}$		۱۲

مرکز مشاوره تحصیلی

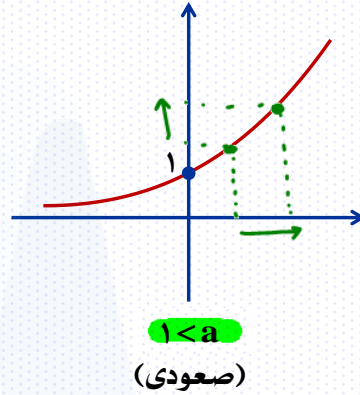
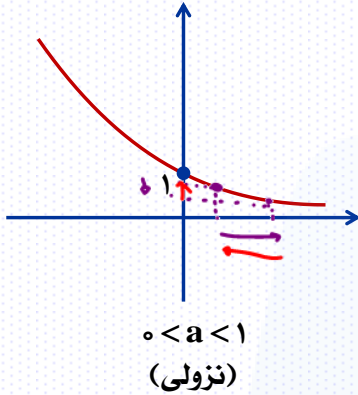
علیرضا افشار



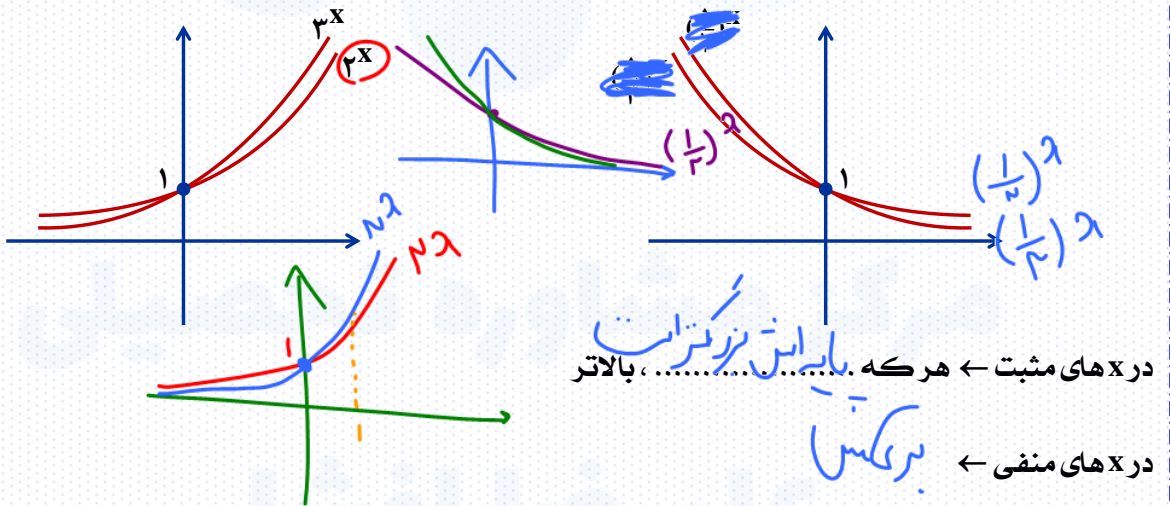
(III) تابع نمایی:

* $y = a^x$

2^2
 2^1
 $(\frac{1}{2})^2$



* جانمایی:



۱. در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

(فردار ۹۹ - قارچ)

در تابع نمایی $y = a^x$ اگر $a > 1$ باشد، هرچه x کوچک می شود، مقدار y می شود.



(دی ۹۷)

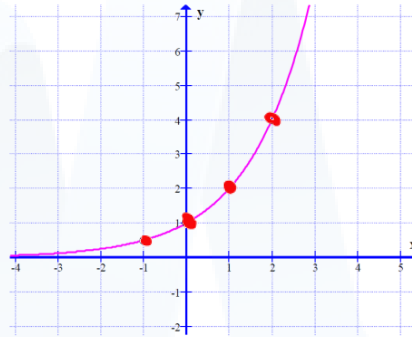
۲. نمودار مختصاتی تابع نمایی $y = 2^x$ را رسم کنید و کاهشی یا افزایشی بودن آنرا بیان کنید.

پاسخ:

دامنه‌ی این تابع مجموعه‌ی تمام اعداد حقیقی است. $D_f = R$

x	-۱	۰	۱	۲
y	$\frac{1}{2}$	۱	۲	۴

تابع افزایشی



(شهریور ۱۳۰۰)

۳. نمودار مختصاتی تابع نمایی $y = (\frac{1}{4})^x$ را رسم کنید.

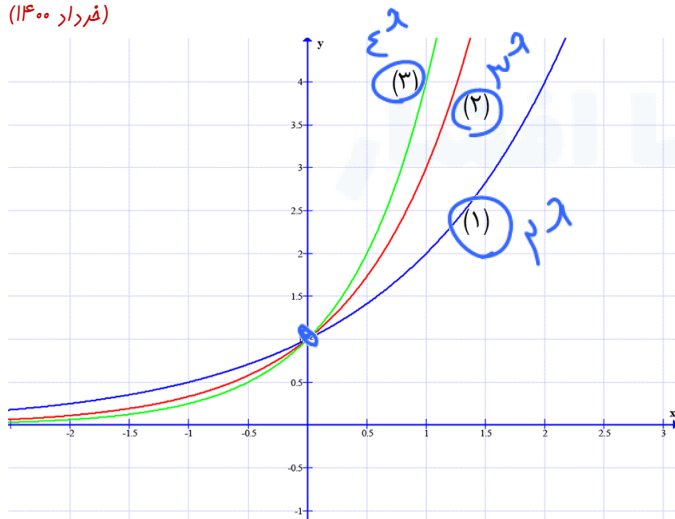
پاسخ:



x	-۱	۰	۱	۲
y	۴	۱	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

۴. نمودارهای توابع $f(x) = 3^x$ و $f(x) = 2^x$ و $f(x) = 4^x$ در شکل زیر رسم شده اند، ضابطه‌ی هر نمودار را مشخص کنید.

(خرداد ۱۴۰۰)





نمونه سؤالات فصل سوم (تابع نمایی)

۱/۵ نمره	تیر ۹۸	نمودار مختصاتی تابع نمایی $y = 2^x$ را رسم کنید و کاهشی یا افزایشی بودن آنرا بیان کنید.	۱
۱ نمره	شهریور ۹۸	نمودار تابع $y = 2^x$ را رسم کنید.	۲
۱ نمره	دی ۹۸	نمودار مختصاتی تابع نمایی $y = 2^x$ را رسم کنید.	۳
۱ نمره	خرداد ۹۹ خارج	نمودار مختصاتی تابع نمایی $y = 2^x$ را رسم کنید.	۴
۱ نمره	خرداد ۹۸	نمودار تابع $y = 3^x$ را رسم کنید.	۵
۱ نمره	شهریور ۹۹	نمودار مختصاتی تابع $y = 3^x$ را رسم کنید.	۶
۱ نمره	خرداد ۱۴۰۰	نمودار مختصاتی تابع نمایی $y = 3^x$ را رسم کنید.	۷
۱ نمره	خرداد ۹۹	نمودار مختصاتی تابع نمایی $y = (\frac{1}{2})^x$ را رسم کنید.	۸

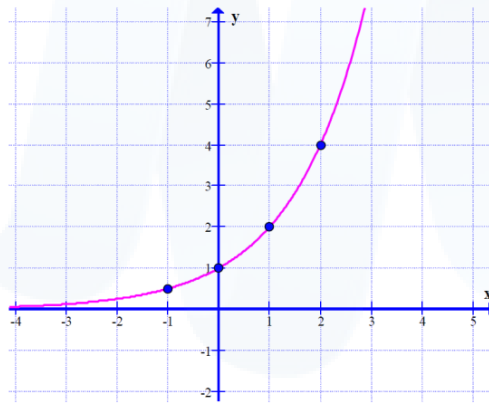


پاسخنامه تشریحی فصل سوم (تابع نمایی)

دامنه‌ی این تابع مجموعه‌ی تمام اعداد حقیقی است. $D_f = R$

x	-۱	۰	۱	۲
y	$\frac{1}{2}$	۱	۲	۴

تابع افزایشی

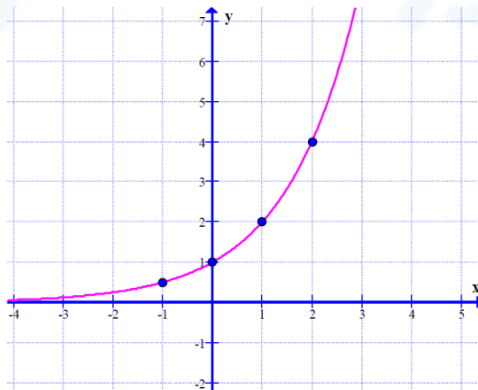


۱

دامنه‌ی این تابع مجموعه‌ی تمام اعداد حقیقی است. $D_f = R$

x	-۱	۰	۱	۲
y	$\frac{1}{2}$	۱	۲	۴

تابع افزایشی



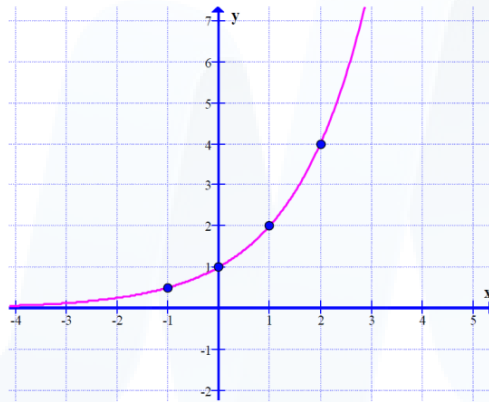
۲



دامنه‌ی این تابع مجموعه‌ی تمام اعداد حقیقی است. $D_f = R$.

x	-۱	۰	۱	۲
y	$\frac{۱}{۲}$	۱	۲	۴

تابع افزایشی

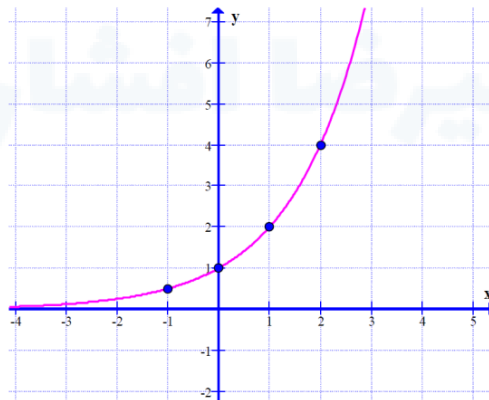


۳

دامنه‌ی این تابع مجموعه‌ی تمام اعداد حقیقی است. $D_f = R$.

x	-۱	۰	۱	۲
y	$\frac{۱}{۲}$	۱	۲	۴

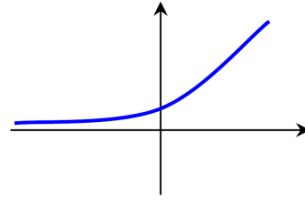
تابع افزایشی



۴

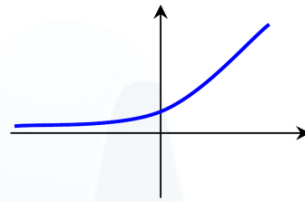


x	-۱	۰	۱	۲
y	$\frac{1}{۴}$	۱	۳	۹



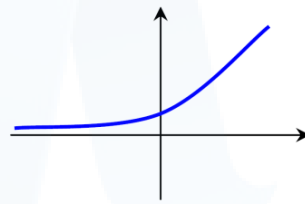
۵

x	-۱	۰	۱	۲
y	$\frac{1}{۴}$	۱	۳	۹



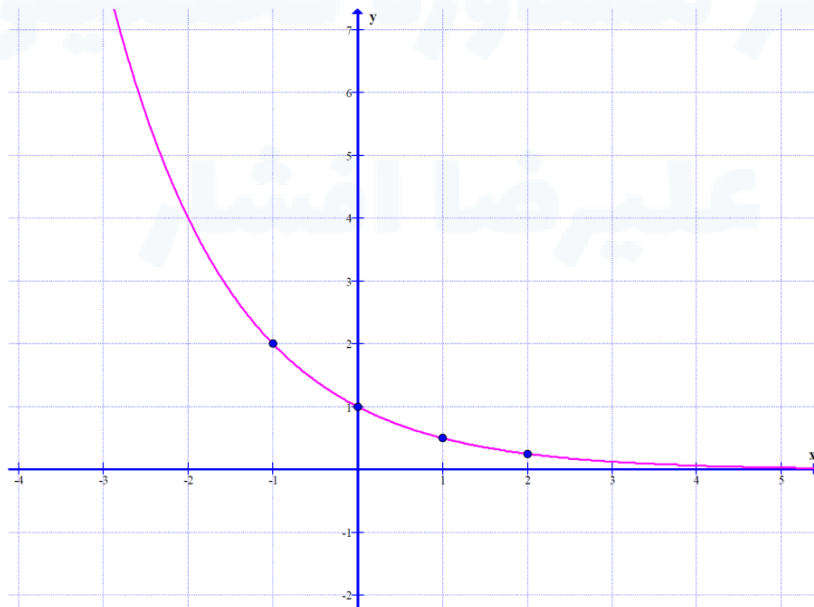
۶

x	-۱	۰	۱	۲
y	$\frac{1}{۴}$	۱	۳	۹



۷

x	-۱	۰	۱	۲
y	۲	۱	$\frac{1}{۲}$	$\frac{1}{۴}$



۸



(IV) رشد و زوال:

زمان

$$f(t) = c \times r^t$$

قدیم جدید

۱۰۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰
 $100 \times (1.1)^2$
 $\frac{100}{1.1} = 90.9$

۱۰۰ و ۱۱۰ و ۱۲۱ و ...
 $100 \times (1.1)^2 = 121$
 $\frac{100}{1.1} = 90.9$

$$r \text{ جدید} = 1 + \%r$$

افزایش r درصدی يك پدیده ←

$$r \text{ جدید} = 1 - \%r$$

کاهش r درصدی يك پدیده ←

۱. جمعیت شهری در سال ۲۰۱۸ میلادی حدود یک میلیون نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این شهر با نرخ

۱۰ درصد در حال رشد افزایش باشد. جمعیت آن در سال ۲۰۲۰ میلادی چند نفر خواهد شد؟ (شهریور ۹۸)

پاسخ:

$$1,000,000 \times (1.1)^2$$

$$f(t) = c(1+r)^t$$

$$\rightarrow f(3) = 1,000,000 \times (1 + 0.1)^2 = 1,000,000 \times (1.21) = 1,210,000$$

۲. سرمایه اولیه‌ی یک شرکت ۱۰۰ میلیون تومان، سود سالانه‌ی آن ۲ درصد و میزان آن را در تمام مدت یک سال

یکسان در نظر می‌گیریم. سرمایه‌ی شرکت پس از گذشت سه سال چقدر خواهد شد؟ (فرورد ۹۹ - قارچ)

پاسخ:

$$f(t) = c(1+r)^t$$

$$\rightarrow f(3) = 1,000,000 \times (1 + 0.02)^3 = 1,000,000 \times (1.061208) = 1,061,208$$

۳. جمعیت کشوری در سال ۲۰۱۷ میلادی حدود چهار میلیون نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این کشور با نرخ

یک درصد در حال کاهش باشد، جمعیت آن در سال ۲۰۱۸ میلادی چند نفر خواهد بود؟ (شهریور ۹۹)

پاسخ:

$$f(t) = c(1-r)^t$$

$$\rightarrow f(1) = 4,000,000 \times (1 - 0.01) = 4,000,000 \times (0.99) = 3,960,000$$



نمونه سؤالات فصل سوم (رشد و زوال)

۱ نمیره	دی ۹۸	جمعیت کشوری در سال ۱۳۹۶ حدود بیست میلیون نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این کشور با نرخ یک درصد در حال افزایش باشد، جمعیت آن در سال ۱۳۹۸ چند نفر خواهد بود؟	۱
۱/۵ نمیره	خرداد ۹۹ خارج	جمعیت شهری ، حدود ۱۰۰ هزار نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این شهر با نرخ یک درصد در حال افزایش باشد، جمعیت آن پس از یک سال چند نفر خواهد شد؟	۲
۱ نمیره	خرداد ۱۴۰۰	پدر سارا قصد دارد مبلغ ۲۰ میلیون تومان را برای هزینه‌ی دانشگاه دخترش در بانکی سپرده گذاری کند. این بانک سالانه ۲۰ درصد سود به سپرده ها پرداخت می کند. پدر سارا بعد از ۲ سال چه مبلغی را می تواند دریافت کند؟	۳
۱/۵ نمیره	خرداد ۹۸	جمعیت یک روستا در سال ۱۳۹۶ حدود دو هزار نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این روستا با نرخ یک درصد در حال کاهش باشد، جمعیت آن در سال ۱۳۹۸ چند نفر خواهد بود؟	۴
۱/۵ نمیره	تیر ۹۸	جمعیت اولیه‌ی یک روستا، حدود دو هزار نفر برآورد شده است. اگر جمعیت این روستا با نرخ ۲ درصد در حال کاهش باشد، جمعیت آن بعد از ۳ سال تقریباً چند نفر خواهد بود؟	۵
۱ نمیره	دی ۹۹	جمعیت شهری در سال ۲۰۲۰ میلادی حدود ۱۰۰۰۰۰۰ نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این شهر با نرخ یک درصد در حال کاهش باشد، جمعیت آن در سال ۲۰۲۱ میلادی چند نفر خواهد بود؟	۶



پاسخنامه تشریحی فصل سوم (رشد و زوال)

$f(t) = c(1+r)^t$ $\rightarrow f(2) = 20 \times 1.06 (1 + 0.06)^2 = 20 / 4.2 \times 1.06$	۱
$f(t) = c(1+r)^t$ $\rightarrow f(1) = 100000(1 + 0.01)^1 = 100000 \times 1.01 = 101000$	۲
$f(t) = c(1+r)^t$ $y = 2000000(1 + 0.02)^2 = 2000000(1/44) = 2880000$	۳
$f(t) = c(1-r)^t \rightarrow f(2) = 2000(1 - 0.01)^2 = 2000 \times (0.99)^2 = 1960/2$	۴
$f(t) = c(1-r)^t$ $\rightarrow f(3) = 2000(1 - 0.02)^3 = 2000 \times (0.98)^3 = 2000 \times (0.941192) = 1882$	۵
$f(t) = c(1-r)^t$ $f(1) = 100000(1 - 0.01)^1 = 99000$	۶