

توابع چند جمله ای - توابع صعودی و نزولی

سوالات تشریحی و تستی درس اول



مثال ۱- جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

الف) هر تابع ثابت به صورت است، که نمودار آن موازی است، شیب آن برابر است.

ب) هر تابع به فرم $f(x) = ax + b$ با شرط $a \neq 0$ یک تابع است.

پ) تابع $f(x) = \sqrt{x} - x^2$ یک تابع درجه است. که به نمودار آن نیز می گویند.

ت) تابعی که فقط صعودی یا فقط نزولی باشد را تابع می گویند. (یکنوا - غیر یکنوا)

ث) تابع $f(x) = x^3$ یک تابع همواره است. (صعودی - نزولی)

ج) تابعی که اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی باشد تابع است. (اکیداً یکنوا - غیر یکنوا)

چ) تابع $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ همواره تابعی و تابع $y = \log_x$ همواره تابعی است. (صعودی - نزولی)

ح) دامنه توابع چند جمله ای، برابر با است.

خ) اگر تابع f در بازه $[a, b]$ صعودی اکید (نزولی اکید) باشد نمودار f محور x ها را حداکثر در نقطه قطع می کند.

د) تابع f را ثابت گوییم هر گاه برای هر x_1, x_2 از دامنه داشته باشیم:

ذ) تابع f را گوییم هر گاه داشته باشیم: $\text{if } x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

ر) تابع f را گوییم هر گاه داشته باشیم: $\text{if } x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$



مثال ۲- نوع هر یک از توابع زیر را در چند جمله ای ها مشخص کنید، سپس نمودار هر کدام را رسم کنید.

الف) $f(x) = \sqrt{x}$

ب) $f(x) = x^2 - 4x + 5$

پ) $f(x) = -1 - 2x$



مثال ۳- فرم کلی یک تابع درجه ۳، به چه صورتی است؟ یک مثال بزنید.



مثال ۴- نمودار تابع $f(x) = x^3$ را رسم کنید.



مثال ۵- ابتدا نمودار توابع $f(x) = x^2$ و $g(x) = x^3$ را رسم کنید. حال بخش های زیر را پاسخ دهید.

الف) مجموعه جواب نامعادله $g(x) \geq f(x)$ را به صورت بازه بنویسید. (نمودار $g(x)$ بالاتر یا برابر نمودار $f(x)$ است.)

ب) معادله $g(x) = f(x)$ را حل کنید. (محل برخورد دو تابع f و g را مشخص کنید.)

پ) به ازای چه x هایی نمودار تابع x^2 بالاتر از نمودار تابع x^3 قرار دارد؟

ت) آیا نمودارهای این دو تابع، یک به یک هستند؟



مثال ۶- نمودار توابع زیر را به روش انتقال رسم کنید، سپس دامنه و برد آن ها را بنویسید.

الف) $f(x) = -(x-1)^2$

ب) $f(x) = -x^2 - 1$

پ) $f(x) = (x+1)^2 + 2$

ت) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 10$

ث) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

ج) $f(x) = -(x-1)^2 - 1$



مثال ۷- معادله $x^2 = 1 - x$ چند جواب دارد؟ (به کمک رسم، معادله را حل کنید، تنها تعداد نقاط برخورد مد نظر است.)



مثال ۸- جواب های دقیق معادله $x^3 + 3x^2 + 3x + 9 = 0$ را بیابید. (به روش جبری و به کمک تجزیه معادله را حل کنید.)

مثال ۹- تعداد جواب های معادله $x^3 - 3x^2 + 5x - 1 = 0$ را بیابید.

مثال ۱۰- نمودارهای دو تابع $y = x^3$ و $y = -x^3 - 1$ را رسم کنید و نقطه برخورد آنها را به صورت دقیق بیابید.

مثال ۱۱- نمودار توابع زیر را رسم کنید. مشخص کنید در چه بازه هایی صعودی و در چه بازه هایی نزولی هستند؟

الف) $f(x) = x - |x|$

ب) $g(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right), D_g = [-\pi, \pi]$

پ) $h(x) = -x^2 - 2x + 1$

ت) $k(x) = x^2 |x|$

ث) $r(x) = -x^3 - 2$

ج) $m(x) = x|x|$

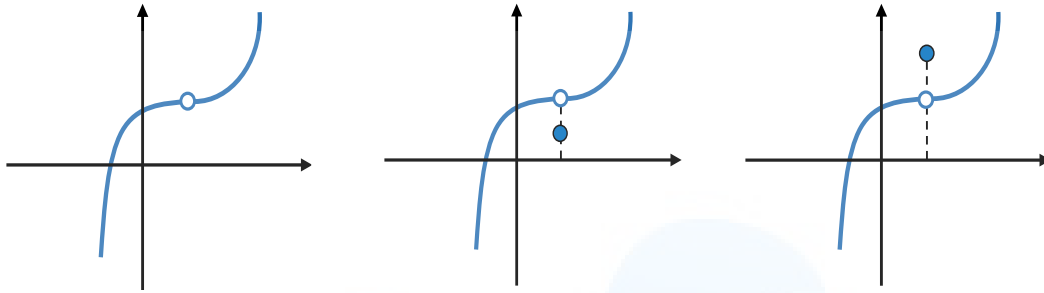
چ) $n(x) = 2x - |x|$

ح) $p(x) = |x| - x$

خ) $q(x) = |x| + x$

ج) $t(x) = \sqrt[3]{x}$

مثال ۱۲- یکنوایی هر کدام از نمودارهای زیر را در کل دامنه آن بررسی کنید.



مثال ۱۳- نشان دهید تابعی وجود ندارد که اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی باشد، ولی یک به یک نباشد.

مثال ۱۴- نمودار تابع زیر را رسم کنید، سپس مشخص کنید در چه بازه هایی صعودی، نزولی و یا ثابت است؟

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 1 & x > -2 \\ -1 & -2 < x < 1 \\ 2x - 3 & x \geq 1 \end{cases}$$

مثال ۱۵- برای تابع نمایشی $f(x) = a^x$ مشخص کنید به ازای چه مقداری از a تابع، صعودی یا نزولی است؟ (رسم کنید).

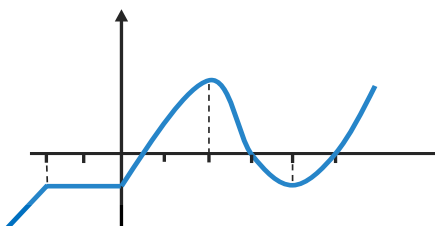
مثال ۱۶- برای تابع $f(x) = \log_a x$ مشخص کنید به ازای چه مقداری از a اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی است؟ (رسم کنید).

مثال ۱۷- اگر تابع $y = (x-1)^2 |x-1|$ در بازه $(-\infty, a]$ نزولی باشد، کمترین مقدار a را بیابید؟

مثال ۱۸- آیا هر تابعی که صعودی و یا نزولی باشد، آنگاه یک به یک است؟ چرا؟ مثالی بیاورید.

(ب) در قسمت الف چه شرطی لازم هست که تابع یک به یک شود؟

مثال ۱۹- نمودار زیر در چه فاصله هایی صعودی و در چه بازه هایی اکیداً نزولی است؟



مثال ۲۰ - حدود a را طوری بیابید که تابع $f(x) = ax^2 + 4x - 1$ در بازه $[2, +\infty)$ ، نزولی باشد.

مثال ۲۱ - با رسم شکل تابع زیر، بازه هایی که تابع در آن ها صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید.

$$f(x) = \begin{cases} -x + 5 & x \leq -1 \\ 1 - x^2 & x > 0 \end{cases}$$

مثال ۲۲ - نموداری رسم کنید که تمام ویژگی های زیر را با هم داشته باشد.

الف) $f(2) = 1$

ب) روی اعداد نامنفی ثابت باشد.

پ) روی بازه $[-3, 0]$ صعودی اکید باشد.

ت) روی بازه $(-\infty, -3]$ نزولی اکید باشد.

مثال ۲۳ - ثابت کنید هر تابع اکیداً یکنوا، یک به یک است.

مثال ۲۴ - هرگاه تابع $f = \{(2, -3), (-1, 5), (0, k), (1, 2)\}$ نزولی باشد، حدود k را به دست آورید.

مثال ۲۵ - اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} & x \geq 3 \\ \frac{1}{2}x + a & x < 2 \end{cases}$ اکیداً صعودی باشد، بیش ترین مقدار a را به دست آورید.

مثال ۲۶ - صعودی یا نزولی بودن هر یک از توابع زیر را بررسی کنید. (رسم نمودارها بیشتر مد نظر است.)

الف) $f(x) = -x^2$

ب) $f(x) = 2x^2 - 1$

پ) $f(x) = \log_x^x + 1$

ت) $f(x) = \sqrt{3 - 2x}$

درس اول | توابع چند جمله ای-توابع صعودی و نزولی

$$\text{ث) } f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 0 \\ 2-x & x > 0 \end{cases}$$

$$\text{ج) } f(x) = |x-1| + 2$$

مثال ۲۷- توابع زیر را رسم کنید و به کمک نمودار تعیین کنید در چه بازه هایی صعودی، نزولی یا ثابت هستند؟

$$\text{الف) } f(x) = -\sqrt{x-2}$$

$$\text{ب) } f(x) = |x+2| - 3$$

$$\text{پ) } f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq -2 \\ 4 & -2 \leq x \leq 1 \\ -x^2 - 2 & x > 1 \end{cases}$$

$$\text{ت) } f(x) = x^2 - 6x + 10$$

$$\text{ث) } f(x) = 1 - \log_r^{(x-1)}$$

$$\text{ج) } f(x) = \sqrt{|x|}$$

مثال ۲۸- صعودی یا نزولی بودن توابع زیر را مشخص کنید.

$$\text{الف) } f(x) = \sqrt{x-2}$$

$$\text{ب) } f(x) = \frac{1}{x}$$

$$\text{پ) } f(x) = -|x-2| + 5$$

$$\text{ت) } f(x) = \sqrt{x-|x|}$$

$$\text{ث) } f(x) = -\frac{1}{x}$$

$$\text{ج) } f(x) = \left| \frac{1}{x} \right|$$

مثال ۲۹- نمودار تابعی چون f رسم کنید که تمام ویژگی های زیر را داشته باشد:

الف) $f(2) = 3$

ب) روی اعداد نامنفی ثابت باشد.

پ) روی بازه $[-1, 0]$ نزولی اکید باشد.

ت) روی بازه $[-3, -1]$ صعودی اکید باشد.

مثال ۳۰- نمودار تابعی مانند f رسم کنید که تمام ویژگی های زیر را داشته باشد:

الف) روی اعداد نامثبت صعودی باشد و بخشی از یک سهمی باشد.

ب) برای اعداد مثبت کمتر از ۳، تابع ثابت باشد.

پ) $f(2) = -1$

ت) در فاصله $[3, +\infty)$ نزولی اکید باشد.

مثال ۳۱- با رسم تابع $y = |x+2| + |x-1|$ مشخص کنید در چه بازه ای صعودی و در چه بازه ای نزولی و یا ثابت است؟

مثال ۳۲- با رسم شکل توابع زیر، صعودی، نزولی یا ثابت بودن آن ها را در بازه های مشخص، تعیین کنید.

الف) $f(x) = -||x| - 2|$

ب) $f(x) = \frac{x}{|x|}$

پ) $f(x) = x|x-1|$

ت) $y = |x+1| - |x-2|$

ث) $f(x) = \sqrt{x-1} + 2$

ج) $f(x) = \frac{-1}{x} + 1$

چ) $f(x) = 4x + 3|x|$

مثال ۳۳- یکنوایی تابع $f(x) = [x] + [-x]$ را بررسی کنید.

مثال ۳۴- ابتدا نمودار توابع زیر را رسم کنید، سپس بازه هایی را که در آن تابع، صعودی اکید، نزولی اکید یا ثابت است را مشخص کنید.

الف)
$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ x-1 & x > 1 \end{cases}$$

ب)
$$f(x) = \begin{cases} 2x-3 & x < -4 \\ 3 & -4 \leq x < 2 \\ 3x-2 & x \geq 2 \end{cases}$$

پ)
$$f(x) = \begin{cases} -2x-1 & x < -2 \\ 3 & -2 \leq x < 1 \\ 2x+1 & x \geq 1 \end{cases}$$

مثال ۳۵- یکنوایی توابع زیر را مشخص کنید.

الف) $f(x) = \log_{x-2}^{(x-2)}$

ب) $f(x) = 2 - 5x^2$

پ) $f(x) = -2 \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

ت) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 2$

مثال ۳۶- اگر تابع f صعودی باشد، در مورد یکنوایی تابع چه می توان گفت؟

مثال ۳۷- اگر تابع f اکیداً نزولی باشد، در مورد یکنوایی تابع $-f$ چه می توان گفت؟

مثال ۳۸- حدود k را چنان بیابید که تابع $y = (k^2 - 2k)^x$

الف) اکیداً نزولی باشد.

ب) اکیداً صعودی باشد.

۳۹- تست اگر $f = \{(1, a-1), (-1, 2+3a), (2, 2a+2)\}$ تابعی اکیداً صعودی باشد. مقادیر a در کدام بازه است؟

- (۱) $(-2, 1)$ (۲) $(-\frac{2}{3}, 1)$ (۳) $(-3, -\frac{3}{2})$ (۴) $(-\frac{2}{3}, 2)$

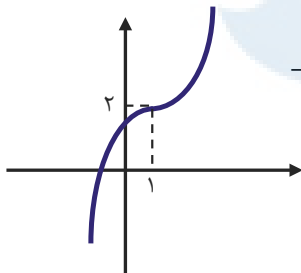
۴۰- اشتراک بردهای توابع $f(x) = x^2 - 2$ و $g(x) = -(x-2)^2$ کدام است؟

- (۱) $(-2, +\infty)$ (۲) $(-2, 2)$ (۳) $(-\infty, -2)$ (۴) $\mathbb{R}$

۴۱- بازه ای با بزرگترین طول که تابع $f(x) = x^3$ بالاتر از تابع $g(x) = x^2$ قرار ندارد، کدام است؟

- (۱) $[0, 1]$ (۲) $[-1, 1]$ (۳) $(-\infty, 0]$ (۴) $(-\infty, -1]$

۴۲- اگر نمودار تابع $f(x) = (x+a)(x^2+bx+c)$ که به کمک انتقال رسم شده است، به صورت زیر باشد، مقدار عبارت $ab+c$ کدام است؟



- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

۴۳- کدامیک از توابع زیر اکیداً صعودی است؟

- (۱) $f(x) = |x|$ (۲) $f(x) = x^2$ (۳) $f(x) = x + |x|$ (۴) $f(x) = x|x|$

۴۴- تست تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 1 \\ 1-x^2 & x \leq 0 \end{cases}$ چگونه است؟

- (۱) صعودی (۲) نزولی (۳) غیر یکنوا (۴) هم صعودی و هم نزولی

۴۵- تست تابع f صعودی بوده و از مبدأ می گذرد. دامنه تابع g با ضابطه $g(x) = \sqrt{xf(x)}$ کدام مجموعه است؟

- (۱) $x \geq 0$ (۲) $x > 0$ (۳) $\mathbb{R}$ (۴) D_f

۴۶- تست حدود a برای آنکه تابع $f(x) = \begin{cases} -x+a & x \leq -1 \\ 1-x^2 & x > 0 \end{cases}$ نزولی اکید باشد، کدام است؟

- (۱) $a \geq 0$ (۲) $a > 0$ (۳) $a \geq -1$ (۴) $a > -1$

۴۷- به ازای کدام مقادیر x ، نمودار تابع $y = 4 - x^2$ صعودی است؟

(۴) $-4 < x < 4$

(۳) $-2 < x < 2$

(۲) $x < 0$

(۱) $x > 0$



۴۸- چند تا از عبارات زیر درست است؟

(الف) اگر f صعودی و g نزولی باشد، $f + g$ یک تابع ثابت است.(ب) اگر f اکیداً صعودی و g صعودی باشد، $f + g$ اکیداً صعودی است.(پ) اگر f اکیداً صعودی و g نزولی باشد، $f - g$ اکیداً صعودی است.(ت) اگر f اکیداً صعودی و g ثابت باشد، $f \times g$ اکیداً صعودی است.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱



۴۹- کدامیک از توابع زیر در دامنه خود اکیداً صعودی نیست؟

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & x \leq 0 \\ x^2 - 1 & x > 0 \end{cases} \quad (۴) \quad f(x) = 2x - |x - 1| \quad (۳) \quad f(x) = 2 - |x - 1| \quad (۲) \quad f(x) = \frac{|x|}{x} + x \quad (۱)$$

۵۰- اگر ضابطه $f(x) = \begin{cases} x - 1 & x < 0 \\ a & x = 0 \\ x^2 + 1 & x > 0 \end{cases}$ تابع باشد، بزرگترین حدود a کدام باشد تا تابع $f(x)$ اکیداً صعودی شود؟

(۴) $(-\infty, -1]$

(۳) $[1, +\infty]$

(۲) $[-1, 1]$

(۱) $(-1, 1)$

۵۱- تابع $f(x) = x|x - 2|$ در بازه $[a, b]$ نزولی است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

(۴) $\frac{5}{2}$

(۳) ۲

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) ۱

۵۲- اگر $f(x)$ تابعی همواره مثبت و اکیداً صعودی باشد، کدام گزینه همواره اکیداً صعودی است؟

(۴) $-f^3(x)$

(۳) $\sqrt{f(x)}$

(۲) $\frac{1}{f(x)}$

(۱) $-f(x)$

۵۳- اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ باشد، تابع در کدام بازه در شرایط $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ صدق نمی کند؟ ($x \neq 0$)

(۴) $[-3, -1]$

(۳) $[-3, -2]$

(۲) $[-2, 3]$

(۱) $[1, 2]$

۵۴- نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$ از کدام ربع محورهای مختصات عبور نمی کند؟ **تست**

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۵۵- عرض نقاط محل برخورد نمودارهای توابع $y_1 = x^2 - 1$ و $y_2 = (x-1)^2$ کدام است؟ **تست**

- (۱) $1, 0$ (۲) $-1, 0$ (۳) $-1, 1$ (۴) $-1, 1, 0$

۵۷- تابع $y = \sin x$ در بازه های $[-\pi, -\frac{\pi}{2}]$ و $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ به ترتیب کدام وضعیت را دارد؟ **تست**

- (۱) صعودی - نزولی (۲) نزولی - صعودی (۳) صعودی - صعودی (۴) نزولی - نزولی

۵۸- در بازه ای که تابع با ضابطه $f(x) = |x-2| + |x-3|$ اکیداً نزولی است. نمودار آن با تابع $g(x) = 2x^2 - x - 10$ در چند نقطه مشترک هستند؟ (تجربی خ ۹۷) **تست**

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) فاقد نقطه مشترک

۵۹- حدود a برای آنکه تابع $y = (a-2)x^2 - x$ در بازه $[1, +\infty)$ صعودی باشد، کدام است؟ **تست**

- (۱) $a \geq \frac{5}{2}$ (۲) $2 < a \leq \frac{5}{2}$ (۳) $a < \frac{5}{2}$ (۴) $a > 2$

۶۰- اگر $y = (\frac{m+2}{3})^x$ تابعی نزولی باشد، حدود m کدام است؟ **تست**

- (۱) $0 < m < 1$ (۲) $0 \leq m \leq 1$ (۳) $-2 < m < 1$ (۴) $-2 \leq m \leq 1$

۶۱- حدود a برای آنکه تابع $y = x^2 - ax + a$ در فاصله $(1, +\infty)$ صعودی باشد کدام است؟ **تست**

- (۱) $a \geq 2$ (۲) $a \leq -2$ (۳) $a \geq -2$ (۴) $a \in \mathbb{R}$

تست ۶۲- به ازای $x \in [a, b]$ ، تابع $f = \{(1, 2x + 7), (-2, 1 - x), (0, x^2 + 4)\}$ یک تابع صعودی است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۳

(۲) ۴

(۱) ۳

تست ۶۳- اگر تابع f نزولی اکید و دامنه آن $\mathbb{R}$ باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{f(2) - f(|x - 1|)}$ کدام است؟

(۲) $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ (۱) $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ (۴) $(-1, 3)$ (۳) $\mathbb{R}$

تست ۶۴- تابع با ضابطه $f(x) = |x + 2| + |x - 1|$ ، در کدام بازه اکیداً نزولی است؟ (ت ۹۸)

(۴) $(1, +\infty)$ (۳) $(-2, 1)$ (۲) $(-\infty, 1)$ (۱) $(-\infty, -2)$

تست ۶۵- تابع با ضابطه $f(x) = |x + 1| - |x - 2|$ ، در کدام بازه اکیداً صعودی است؟ (ت خ ۹۸)

(۴) $(2, +\infty)$ (۳) $(-1, 2)$ (۲) $(-1, +\infty)$ (۱) $(-\infty, 2)$

تست ۶۶- اگر تابع f اکیداً صعودی و $f(0) = 0$ باشد، آنگاه دامنه $\sqrt{(x^3 - x)f(x)}$ برابر $\mathbb{R} - (a, b)$ است. حاصل $a + b$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) -۱

(۲) صفر

(۱) ۱

تست ۶۷- اگر $f + g$ و $g - f$ توابعی صعودی در $\mathbb{R}$ باشند، کدام تابع زیر نیز حتماً در $\mathbb{R}$ صعودی است؟

(۴) $-g$ (۳) $-f$ (۲) g (۱) f

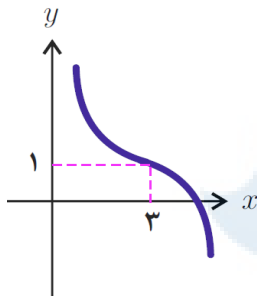
۶۸- در چه بازه‌های نمودار تابع $f(x) = x^3$ ، پایین‌تر از نمودار تابع $g(x) = |x|$ قرار می‌گیرد؟ **تست**

(۱) $(0, 1)$ (۲) $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ (۳) $(1, +\infty) \cup (-1, 0)$ (۴) $(0, 1)$

۶۹- نمودار تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 9$ از کدام ناحیه دستگاه مختصات عبور نمی‌کند؟ **تست**

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۷۰- ضابطه تابع مربوط به نمودار مقابل کدام است؟ **تست**



(۲) $y = (x + 3)^3 + 1$

(۱) $y = (x - 3)^3 + 1$

(۴) $y = (3 - x)^3 - 1$

(۳) $y = (3 - x)^3 + 1$

مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار

سوالات فصل اول ریاضی ۳ تجربی

درس دوم

ترکیب توابع

سوالات تشریحی و تستی درس دوم

مثال ۱- درستی یا نادرستی هر قسمت را مشخص کنید.

الف) اگر $f(x) = x^2 - 4$ و $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ باشند، در این صورت $\text{fog}(5) = -25$ ، $\text{fog}(x) = -x^2$ است.

ب) اگر $g(4) = 7$ و $f(7) = 5$ باشد آن گاه $\text{fog}(4) = 35$ است.

پ) اگر $g(x) = 2x - 1$ و $f(x) = \sqrt{x}$ باشند، آن گاه $(\text{fog})(5) = g(2)$ است.

ت) برای هر دو تابع f و g داریم: $\text{fog}(x) = \text{gof}(x)$

ث) اگر نمودار تابع $f(x)$ را در راستای محور x ها با ضریب k منبسط یا منقبض کنیم نمودار $f(kx)$ به دست می آید.

ج) اگر $f(x) = \cos(x)$ باشد، آنگاه نمودار توابع $y = f(x)$ و $y = f(-x)$ بر هم منطبق اند.

چ) نمودارهای دو تابع $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \sqrt{-x}$ یکسان هستند.

مثال ۲- تابع $f = \frac{5}{9}(c - 32)$ درجه سانتی گراد را به درجه فارنهایت و $c = k - 273$ درجه کلون را به سانتی گراد تبدیل می کند.

الف) تابع foc را بدست آورید و تعبیر آن را بیان کنید.

ب) ۳۱۳ درجه کلون معادل چند درجه فارنهایت است؟

مثال ۳- اگر $f(x) = x - 2$ و $g(x) = x^2 + 1$ باشند، آنگاه ضابطه fog را بیابید.

مثال ۴- در هر کدام از حالت های زیر ضابطه تابع fog را بیابید.

الف) $f(x) = x - 1$ ، $g(x) = x^2 - 1$

ب) $f(x) = x^2 + x + 6$ ، $g(x) = x - 2$

پ) $f(x) = \sqrt{x - 1}$ ، $g(x) = x^2 - 2$

ت) $f(x) = \frac{2}{x - 1}$ ، $g(x) = \frac{3}{x}$

ث) $f(x) = x + 1$ ، $g(x) = \cos x$

ج) $f(x) = x^2 + 2x^2 - x$ ، $g(x) = \sqrt{x} - x$

مثال ۵- اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = 2x - 1$ باشد، آنگاه $\text{fog}(\Delta)$ را بیابید.

مثال ۶- اگر $f(x) = x^2 - 2$ و $g(x) = x^2 - 1$ باشد، آنگاه ضابطه fog و مقادیر $\text{fog}(\cdot)$ و $\text{fog}(-3)$ را بیابید.

مثال ۷- در هر کدام از حالت های زیر ضابطه و مقدار خواسته شده را بیابید.

الف) $f(x) = \sqrt{x+4}$, $g(x) = x^2 \rightarrow \text{fog} = ?$, $\text{fog}(\cdot) = ?$

ب) $f(x) = x^2 - 5$, $g(x) = \sqrt{x+4} \rightarrow \text{gof} = ?$, $\text{gof}(\Delta) = ?$

پ) $f(x) = \sqrt{x+4}$, $g(x) = \sqrt{x^2 - 1} \rightarrow \text{fof} = ?$, $\text{gof}(\cdot) = ?$

ت) $f(x) = \frac{2x-1}{3}$, $g(x) = \frac{6x-1}{3x+1} \rightarrow \text{gof} = ?$, $\text{fog}(-1) = ?$

ث) $f(x) = \log_3(x^2 - x + 1)$, $g(x) = \sin x \rightarrow \text{fog} = ?$, $\text{fog}(\frac{\pi}{2}) = ?$

ج) $f(x) = \sin x$, $g(x) = |\sqrt{x} - 1| \rightarrow \text{gog} = ?$, $\text{fof}(\cdot) = ?$

مثال ۸- اگر $f(x) = x^3 + 2$ و $g(x) = x - 1$ ، نمودار تابع $\text{fog}(x)$ را رسم کنید.

مثال ۹- اگر $f = \{(7, 11), (9, 1), (3, 4), (5, 4)\}$ و $g = \{(1, 3), (3, 5), (5, 7), (7, 9)\}$ دو تابع باشند، در این صورت حاصل fog و gof را بیابید (از نمودار ون بهره بگیرید.)

مثال ۱۰- حاصل ترکیب توابع fog و gof را با توجه به توابع داده شده زیر بیابید.

$$f = \{(12, 8), (-1, 5), (4, -3), (3, -4)\} \quad , \quad g = \{(3, 12), (5, -1), (7, 4), (4, 3)\}$$

مثال ۱۱- هرگاه $f = \{(1, 2), (3, 4), (2, 3)\}$ و $g = \{(4, 3), (2, -1), (5, 6)\}$ توابع $g(f(x))$ و $f(f(x))$ را بیابید؟

مثال ۱۲- اگر $f = \{(2,1), (1,7), (3,2), (4,5)\}$ و $g = \{(1,2), (3,1), (a,3), (b,1)\}$ و $(4,2) \in \text{fog}$ و $(4,1) \in \text{gof}$ در این صورت دو تایی (a,b) چقدر است؟

مثال ۱۳- با توجه به جدول زیر موارد خواسته شده را بیابید.

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	0	-1	2	-5	2
$g(x)$	2	3	4	-2	3

۱) $\text{fof}(-1)$

۲) $\text{gog}(0)$

۳) $\text{fog}(0)$

۴) $\text{gof}(0)$

۵) $\text{fo}(f+g)(0)$

۶) $(g+\text{fog})(3)$

مثال ۱۴- اگر $f(x) = x\sqrt{x+1} - 2x$ باشد، مقدار $\text{fof}(7)$ را بیابید.

مثال ۱۵- اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = \frac{3}{x+1}$ حاصل $\left(\frac{f}{\text{gof}}\right)(0)$ را بیابید.

مثال ۱۶- اگر $f(x) = 3x+2$ و $g(x) = x^2+1$ معادله ی $(\text{gof})(x) = 50$ را حل کنید.

مثال ۱۷- با توجه به ضابطه های $f(x)$ و $g(x)$ معادلات زیر را تشکیل دهید و آنها را حل کنید.

الف) $f(x) = 2x - 5$, $g(x) = x^2 - 3x + 8$, $\text{fog}(x) = 7$

ب) $f(x) = 3x^2 + x - 1$, $g(x) = 1 - 2x$, $\text{gof}(x) = 5$

مثال ۱۸- اگر $f(x) = x+2$ و $g(x) = 3x-1$ معادلات زیر را بیابید.

الف) $\text{fog}(x) + \text{gof}(x) = \text{fog}(1)$

ب) $\text{fog}(x) = \text{gog}(2)$

مثال ۱۹- اگر $f(x) = 2x+3$ و $g(f(x)) = 8x^2 + 12x + 20$ باشد، ضابطه ی $\text{fog}(x)$ را بیابید.

مثال ۲۰- اگر $g(x) = 2x - 1$ و $fog(x) = \frac{x}{x-3}$ مقدار $f(3)$ را بیابید.

مثال ۲۱- اگر $f(x) = x^2 + 5x + 4$ و $g(x) = 3x^2 + x - 2$ در این صورت مجموع جواب معادله $fog(x) = 0$ چقدر است؟

مثال ۲۲- اگر $f(\sqrt{x} + 1) = x + 2\sqrt{x} + 2$ باشد، مقدار $f(\sqrt{2})$ کدام است؟

مثال ۲۳- اگر $f(x) = x + a$ و $g(x) = ax^2 + bx + c$ باشد، مقادیر a و b و c را طوری بیابید که:

$$(fog)(x) = x^2 - 3x + 4$$

مثال ۲۴- اگر خروجی ماشین مقابل $\frac{4}{3}$ باشد مقدار ورودی چقدر است؟

$$\text{خروجی} \rightarrow \frac{x}{\sqrt{x} + 1} \rightarrow 2x - 2 \rightarrow \text{ورودی}$$

مثال ۲۵- اگر $f(x) = 1 - \frac{x}{2}$ و $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)$ ضابطه $(g + 2f)$ را بیابید.

مثال ۲۶- اگر خروجی ماشین مقابل برای ورودی ۲، برابر ۵ باشد. مقدار A چقدر است؟

$$\text{خروجی} \rightarrow \sqrt{x} - 2x - 4 \rightarrow 2x + A \rightarrow \text{ورودی}$$

مثال ۲۷- اگر $f(x) = x - 3$ و $g(x) = x^2 - 2x$ باشد صفرهای تابع fog را بیابید.

مثال ۲۸- اگر f یک تابع خطی باشد، ضابطه f را در هر یک از حالات زیر بیابید.

الف) $f(f(x)) = 4x + 3$

ب) $f(1-x) = 5x + 1$

مثال ۲۹- دو تابع مانند f و g مثال بنویسید که $\text{fog}(x) = \text{gof}(x)$ باشد.

مثال ۳۰- اگر $h(x) = 4x^2 + 4x + 5$ و $g(x) = 2x + 1$ تابعی مانند f بیابید به قسمی که $\text{fog} = h$.

مثال ۳۱- اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $f = \{(x, x+1) | x \in A\}$ باشند، تابع fof را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

مثال ۳۲- اگر $g(x) = 2x - 1$ و $f(g(x)) = 4x$ در این صورت $f(x)$ را بیابید.

مثال ۳۳- در هر مورد ضابطه $f(x)$ را بیابید.

الف) $f\left(\frac{1}{x}\right) = x - 3$

ب) $f\left(\frac{x}{x+2}\right) = x + 2$

پ) $f(3-x) = x + 5$

ث) $f\left(x - \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$

مثال ۳۴- اگر $g(x) = -3x + 1$ و $\text{fog}(x) = \frac{2}{x}$ باشد، حاصل $f(2x)$ را بیابید.

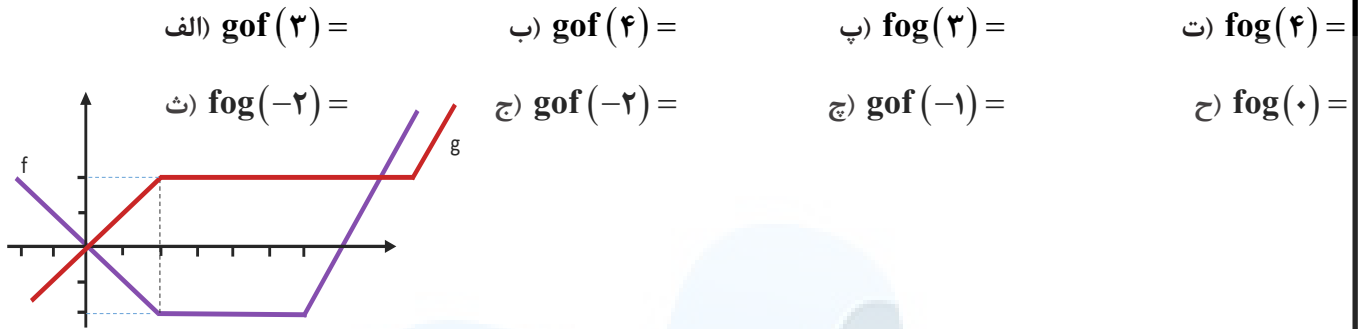
مثال ۳۵- اگر $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ و $g(2x) = 4x + 3$ باشد، حاصل gof را بیابید.

مثال ۳۶- اگر $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ و $\text{fog}(x) = 3x$ باشد، حاصل $\text{gof}(x)$ را بیابید.

مثال ۳۷- اگر $g(x) = \sqrt{x}$ و $\text{fog}(x) = \frac{x}{x+1}$ باشد، مقدار $f(4)$ را بیابید.

مثال ۳۸- اگر $f(x) = \frac{x}{x+1}$ و $(\text{fog})(x) = \frac{1}{x}$ باشد، تابع $g(x)$ را بیابید.

مثال ۳۹- اگر نمودارهای f و g به صورت مقابل باشند، مقادیر خواسته شده را بیابید.



مثال ۴۰- اگر $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ و $f(g(x)) = \sqrt{x}+1$ باشند، آن گاه $g(x)$ را بیابید.

مثال ۴۱- اگر $\text{fog}(x) = 2x-1$ و $f(x) = \frac{2x+1}{x-5}$ باشند، $g(x)$ را بیابید.

مثال ۴۲- اگر $f(x) + f(5) = 4x+2$ باشد، $f(x)$ را بیابید.

مثال ۴۳- اگر $af(x) + bf(-x) = 4x+2$ باشد، $f(x)$ را بیابید.

مثال ۴۴- اگر $f(x) + xf(-x) = x^3 + x$ باشد، $f(x)$ را بیابید.

مثال ۴۵- اگر $f\left(\frac{x}{x^2+1}\right) = \frac{x^2}{x^4+1}$ باشد، $f(x)$ را بیابید.

مثال ۴۶- اگر $f(2x-1) = \begin{cases} x^2+1 & x \geq 1 \\ \frac{x}{2} & x < 1 \end{cases}$ باشد، $f(x)$ را بیابید.

مثال ۴۷- فرض کنید $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع دلخواه باشند. برای یافتن D_{fog} دو راه زیر را پیشنهاد می کنیم:

راه اول: برد $g(x)$ را محاسبه کنیم و آن را با دامنه ی $f(x)$ اشتراک بگیریم و x های سازنده ی این برد را بیابیم.

راه دوم: ضابطه ی fog را می یابیم و پس از ساده کردن تابع به دست آمده را تعیین دامنه می کنیم.

آیا این دو راه به جواب یکسان می رسند؟ اگر آری ثابت کنید و اگر خیر یک مثال بیاورید. کدام راه صحیح است؟

مثال ۴۸- اگر $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ و $g(x) = 4x^2 - 1$ باشند، مطلوب است تعیین دامنه تابع $f \circ g$.

مثال ۴۹- اگر $f(x) = \frac{2}{x+3}$ و $g(x) = \frac{3}{x-1}$ باشند، مطلوب است تعیین دامنه تابع $f \circ g$.

مثال ۵۰- اگر $f(x) = \frac{x^2-1}{x+2}$ و $g(x) = \frac{3}{x-1}$ باشند، مطلوب است:

الف) ضابطه $f \circ g$ ب) $D_{f \circ g}$

مثال ۵۱- اگر $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ باشند، مطلوب است محاسبه دامنه تابع $f \circ g$.

مثال ۵۲- اگر $f(x) = \sqrt{5-x}$ و $g(x) = x^2 + 4x$ باشند، مطلوب است محاسبه دامنه تابع $f \circ g$.

مثال ۵۳- اگر $f(x) = x - 2$ و $g(x) = x^2 - 1$ ، آنگاه دامنه $f \circ g$ را بیابید.

مثال ۵۴- اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 + 3x - 1$ ، آنگاه دامنه $g \circ f$ را بیابید.

مثال ۵۵- اگر $f(x) = \frac{2}{x-1}$ و $g(x) = \frac{3}{x}$ ، آنگاه دامنه $f \circ g$ و $g \circ f$ را بیابید.

مثال ۵۶- اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-4}$ باشند، مطلوب است:

الف) دامنه توابع f و g و $f \circ g$

ب) ضابطه $g \circ f$

مثال ۵۷- برای دو تابع $f(x) = \sqrt{x+2}$ و $g(x) = \frac{x}{x-3}$:

الف) مقادیر $f(f(-1))$ و $fog(2)$ را محاسبه کنید.

ب) دامنه gof را با استفاده از تعریف به دست آورید.

پ) ضابطه $gof(x)$ و $fog(x)$ را بیابید.

مثال ۵۸- برای دو تابع $f(x) = \log(x-1)$ و $g(x) = x+1$:

الف) مقادیر $g(f(1))$ و $fog(1)$ را محاسبه کنید.

ب) دامنه gof و fog را با استفاده از تعریف به دست آورید.

پ) ضابطه های $gof(x)$ و $fog(x)$ را بیابید.

مثال ۵۹- اگر $0 \leq x \leq 1$, $f(x) = x^3$ و $0 \leq x \leq 2$, $g(x) = x^2 + 1$ باشند، مطلوب است محاسبه دامنه تابع fog .

مثال ۶۰- اگر داشته باشیم $f = \{(1,2), (3,4), (2,3)\}$ و $g = \{(4,3), (2,-1), (5,6)\}$ ، توابع fog و gof و fof را بیابید.

مثال ۶۱- اگر داشته باشیم $f = \{(8,-1), (6,8), (2,4), (4,3), (3,2)\}$ ، تابع $fofof(3)$ را بیابید.

مثال ۶۲- اگر $A = \{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 4, 5\}$ و $f = \{(x^2, 3x-1) | x \in A\}$ باشند، مقدار عددی $f(f(1))$ را بیابید.

مثال ۶۳- در تابع $f = \{(1,3), (5,-1), (3, a^2 - a)\}$ مقدار a را طوری بیابید که $f(f(1)) = 2$ گردد.

مثال ۶۴- اگر $g(x) = \sqrt[3]{x-7}$ و $f(x) = x^2 - 2x$ باشند، مقدار عبارت $f(g(f(1)))$ را بیابید.

مثال ۶۵- اگر $f(x) = 2x - 2$ و $g(x) = x^2 - 1$ باشند، جواب معادله $(fog)(x) = 0$ را بیابید.

مثال ۶۶- اگر داشته باشیم $f(x) = x^3$ و $g(x) = \sqrt[3]{x}$ نشان دهید که: $(fog)(x) = gof(x)$

مثال ۶۷- اگر $f(x) = 3x + 2$ و $g(x) = 2x^2 - x + 1$ باشند، مقدار a را طوری بیابید که $(fog)(a) = gof(a)$

مثال ۶۸- اگر $f(x) = 2x + 5$ و $g(x) = 9x + 7$ باشند، حاصل $(fog)(x) - gof(x)$ را بیابید.

مثال ۶۹- ضابطه ی تابع خطی f را چنان بیابید که $f(f(x)) = 4x + 21$ باشد سپس حاصل $f(f(f(x)))$ را بیابید.

مثال ۷۰- اگر $f(x+2) = x^2 + x$ باشد، حاصل $f(-2)$ ، $f(5)$ را بیابید.

مثال ۷۱- اگر داشته باشیم $(fog)(x) = x^2 - 5x + 1$ و $g(x) = x + 1$ آن گاه ضابطه ی $f(x)$ را بیابید.

مثال ۷۲- اگر داشته باشیم $(fog)(x) = x^4$ و $f(x) = (x+1)^2$ ضابطه ی $g(x)$ را محاسبه کنید.

مثال ۷۳- اگر $f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = x^2 - 3x$ باشد، حاصل $f(x)$ را بیابید.

مثال ۷۴- اگر داشته باشیم $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} - 3$ آن گاه ضابطه ی $f(x)$ را بیابید.

مثال ۷۵- اگر $f(x) = 5x - 1$ و $fog(x) = x^2 - 2\sqrt{x} + 7$ باشند، ضابطه ی $g(x)$ را بیابید.

مثال ۷۶- اگر $f(x) = |x|$ و $g(x) = x^2 + 2x + 1$ باشد، حاصل $fog(1 - \sqrt{2}) - gof(1 - \sqrt{2})$ را بیابید.

مثال ۷۷- اگر $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2}$ و $g(x) = \cos(x)$ باشد، مقدار $f \circ g(x)$ را به ساده ترین صورت ممکن به دست آورید.

مثال ۷۸- اگر $f(x) = 2x$ و $g(g(x)) = 2x + 2$ باشیم، ضابطه ی $g(x)$ را بیابید.

مثال ۷۹- اگر $f(x) = 2x - 5$ و $f(g(x)) = 5x + 4$ باشد، تابع $g(x)$ را محاسبه نمایید.

مثال ۸۰- اگر $f(x) = x^2 - 2x - 3$ ، $g(x)$ را طوری بیابید که: $f \circ g(x) = x^2 - 4x - 8$

مثال ۸۱- اگر $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ و $f \circ g(x) = \frac{x+7}{2x-5}$ مفروض باشند ضابطه تابع $g(x)$ را بدست آورید.

مثال ۸۲- اگر $f(x) = \sqrt{1-x}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-4}$ دو تابع باشند.

الف) نمودار تابع f را با استفاده از انتقال رسم کنید.

ب) تابع $g \circ f(x)$ را بسازید.

پ) دامنه ی $f \circ g$ ($D_{f \circ g}$)

مثال ۸۳- اگر $f(x+3) + f(5) = 3x - 4$ مقدار $f(6)$ را به دست آورید.

مثال ۸۴- دو تابع $f(x) = x - 1$ و $g(x) = \sqrt{x+2}$ را در نظر بگیرید:

الف) دامنه ی تابع $g \circ f$ را بدون محاسبه $(g \circ f)(x)$ به دست آورید.

ب) ضابطه $g \circ f$ را به دست آورید.

پ) مقدار $\left(\frac{f}{g}\right)(2)$ را محاسبه کنید.

مثال ۸۵- $f(x) = \sqrt{9-x^2}$ و $g(x) = \frac{1}{x-2}$ ضابطه و دامنه توابع $g \circ f$ ، $g \circ g$ و $f \circ (2f)$ را بیابید.

مثال ۸۶- اگر $f(x) = \frac{x-1}{2x+1}$ و $g(x) = \frac{2x-1}{2x+1}$ ضابطه و دامنه ی توابع $g \circ f$ ، $f \circ g$ و $f \circ f$ را بیابید.

مثال ۸۷- اگر $f = \{(1,2), (3,a), (4,-1), (a,a+1)\}$ و $f \circ f(3) = 0$ مقدار a را بیابید.

مثال ۸۸- اگر $f(x) = x^3$ و $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)$ ضابطه $g(1-t^2)$ را بیابید.

مثال ۸۹- اگر $f \circ g(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = \frac{2x}{x+1}$ ضابطه ی تابع f را بیابید.

مثال ۹۰- اگر $f \circ g(x) = -f(x)$ و $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ ضابطه ی تابع f را بیابید.

مثال ۹۱- اگر $f(x) = x^2 + x$ و $f \circ g(x) = x+1$ و g شامل هیچ عدد مثبتی نباشد ضابطه تابع g را بیابید.

مثال ۹۲- اگر $f(x) = x^2 + 2x + 2$ باشد، تابع $g(x)$ را به گونه ای مشخص کنید که $(f \circ g)(x) = x^2 - 4x + 5$

مثال ۹۳- اگر $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$ ، ضابطه ی توابع fog و gof را بیابید و سپس به کمک تعریف، دامنه هر یک را بیابید.

مثال ۹۴- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + x}$ و $g(x) = 2\sqrt{x}$ ، ضابطه ی توابع fog را بیابید و سپس به کمک تعریف دامنه را بیابید

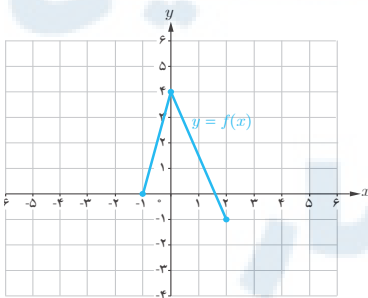
مثال ۹۵- اگر $f(x) = \sqrt{2x+6}$ و $D_g = [-2, 4]$ دامنه تابع gof را بیابید.

مثال ۹۶- اگر $\begin{cases} f: [1, 4] \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2x - 3 \end{cases}$ و $\begin{cases} g: [-2, 4] \rightarrow \mathbb{R} \\ g(x) = 1 - 2x \end{cases}$ دامنه تابع gof را بیابید.

مثال ۹۷- اگر $f = \{(1, 2), (3, -1), (4, -1), (-1, 0)\}$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ توابع fog و gof و fof را بیابید و دامنه و برد هر یک را مشخص کنید.

مثال ۹۸- دامنه تابع $y = f(x)$ به صورت $[-4, 1)$ است. دامنه تابع $y = 3 - f\left(x + \frac{1}{2}\right)$ را بیابید.

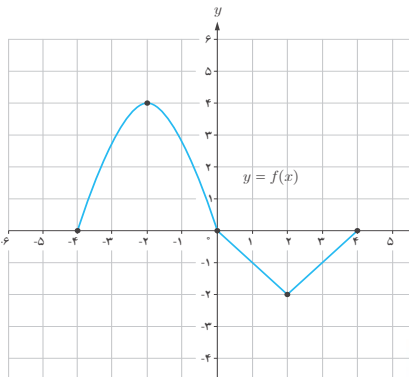
مثال ۹۹- در شکل زیر نمودار تابع f داده شده است. به کمک آن نمودار توابع $-f(x)$ و $\frac{1}{2}f(x)$ و $2f(x)$ را رسم کنید.



مثال ۱۰۰- با توجه به ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ نمودار توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن ها را بیابید.

- ۱) $y = f(-x)$ ۲) $y = -f(x)$ ۳) $y = -f(-x)$ ۴) $y = -f(-x) - 2$

مثال ۱۰۱ در شکل زیر نمودار تابع f با دامنه $[-4, 4]$ داده شده است. به کمک آن نمودار توابع $-f(x)$ و $f(\frac{1}{2}x)$ و $f(2x)$ را رسم کنید.



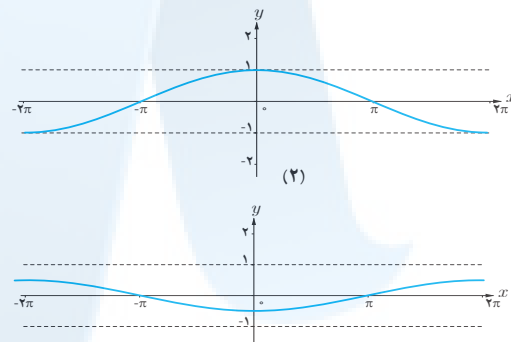
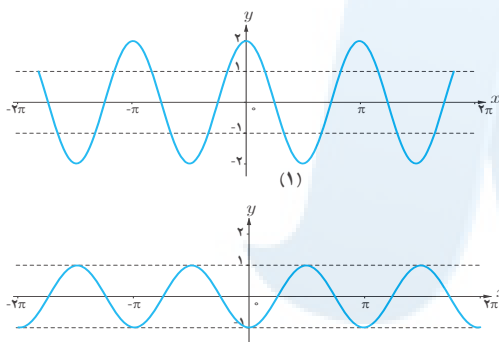
مثال ۱۰۲ با استفاده از نمودار $y = \cos x$ ، نمودار توابع زیر رسم شده است، ضابطه هر نمودار را مشخص کنید.

الف) $y = -\frac{1}{2}\cos(-\frac{1}{2}x)$

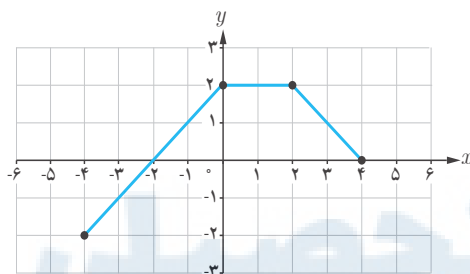
ب) $y = 2\cos 2x$

پ) $y = \cos(\frac{1}{2}x)$

ت) $y = -\cos 2x$



مثال ۱۰۳ با استفاده از نمودار تابع f نمودار توابع زیر را رسم کنید.



الف) $y = \frac{1}{2}f(2x) - 1$

ب) $y = -f(-x) + 2$

پ) $y = 2f(x-1) - 3$

ت) $y = 2f(\frac{1}{2}x)$

مثال ۱۰۴ اگر $f(x) = x^2$ با روش رسم نمودار، تعداد نقاط تلاقی دو نمودار $y = f(x+2)$ ، $y = f(x-2)$ را بیابید.

مثال ۱۰۵ اگر دامنه و برد تابع $y = f(x)$ به ترتیب برابر $[-3, 2]$ و برد آن $(2, 6)$ باشد. دامنه و برد توابع زیر را بیابید.

۱) $y = f(x) + 2$

۲) $y = f(x+2)$

۳) $y = f(2x)$

۴) $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$

۵) $y = 2f(x) - 3$

۶) $y = 2 - f(x-3)$

مثال ۱۰۶ نقطه $A(-2, -1)$ روی تابع $y = 2 + f(x)$ قرار دارد. مختصات نقطه A روی نمودار $y = -\frac{1}{3}f(x-2)$ را بدست آورید.

مثال ۱۰۷ با توجه به ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ نمودار توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن ها را بیابید.

۱) $y = f(2x)$ ۲) $y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$ ۳) $y = -f(x) + 1$ ۴) $y = -f(-x) - 2$

مثال ۱۰۸ نمودار تابع $y = x^2 - 2x + 1$ را دو واحد به سمت پایین سپس یک واحد به سمت چپ و در آخر نسبت به محور x ها قرینه می کنیم. ضابطه نمودار جدید را بیابید.

مثال ۱۰۹ نمودار $y = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها انعکاس داده ایم. سپس آن را چهار واحد در جهت راست و بعد ۳ واحد به پایین حرکت داده ایم. ضابطه y تابع به دست آمده را بنویسید.

مثال ۱۱۰ تابع $f(x) = 1 - |x|$ را با دامنه $[-2, 2]$ در نظر بگیرید. نمودار آن را رسم کنید.

الف) دامنه y تابع $f(2x)$ را بدست آورید و نمودار آن را رسم کنید.

ب) دامنه y تابع $y = f(3x)$ و $y = f\left(\frac{1}{3}x\right)$ را بدست آورید و نمودار آن را رسم کنید.

مثال ۱۱۱ اگر $f(x) = \sin(x)$ مطلوب است رسم نمودار توابع زیر :

۱) $y = f(2x)$ ۲) $y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$ ۳) $y = -f(-x)$ ۴) $y = -f(-x)$

مثال ۱۱۲ در هر مورد توضیح دهید که نمودار g چگونه از نمودار f به دست می آید؟

الف) $g(x) = -\frac{1}{3}\sqrt{-x+1} + 3 \leftarrow f(x) = \sqrt{x}$

ب) $g(x) = 2(x+4)^2 - 3 \leftarrow f(x) = x^2$

پ) $g(x) = -2\left|x - \frac{1}{3}\right| + 1 \leftarrow f(x) = |x|$

مثال ۱۱۳ نقطه ی $(-۶, ۴)$ روی نمودار $y = f(x)$ قرار دارد. در توابع زیر این نقطه با چه نقطه ای متناظر می شود؟

۱) $g(x) = \frac{1}{2}f(x)$ ۲) $g(x) = f(x) - 2$ ۳) $g(x) = f(-x)$ ۴) $g(x) = 2f\left(\frac{x}{2} + 2\right)$

مثال ۱۱۴ الف) نمودار تابع زیر را رسم کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x < -1 \\ |x| & -1 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{x-1} & x > 1 \end{cases}$$

ب) به کمک نمودار تابع f نمودار توابع $y = f(2x)$ ، $y = f(-2x)$ ، $y = -f(2x)$ را رسم کنید.

مثال ۱۱۵ اگر در تابع f مقدار $D_f : (2, 8)$ و $R_f : [3, 4]$ ، دامنه و برد تابع $y = 2f\left(\frac{x-1}{2}\right) - 1$ را بیابید.

مثال ۱۱۶ اگر برد تابع $y = f(x)$ در بازه $[a, b]$ برابر $[c, d]$ باشد، دامنه و برد توابع $y = kf(x)$ ، $y = f(kx)$ را بیابید.

مثال ۱۱۷ اگر $f = \{(1, 2), (2, 5), (3, -4)\}$ مطلوب است تعیین تابع $y = 3f\left(\frac{x}{2} - 1\right)$.

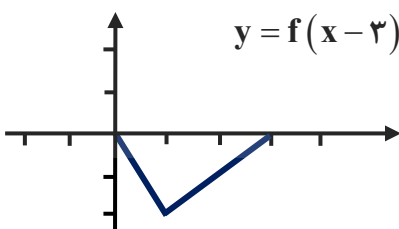
مثال ۱۱۸ اگر دامنه و برد تابع $y = 3f\left(\frac{x}{2}\right)$ به ترتیب بازه های $[-1, 2]$ و $[-4, 1]$ باشند دامنه و برد توابع زیر را بیابید.

الف) $y = f(x)$ ب) $y = -f(1 - 3x)$

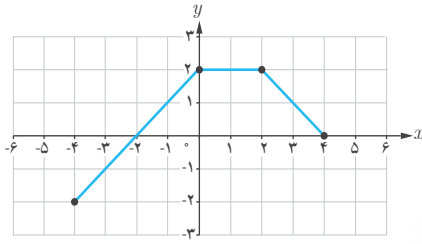
مثال ۱۱۹ برد تابع $y = -2f(3x - 1) + 3$ بازه $[-3, 1]$ است. برد تابع f را بیابید.

مثال ۱۲۰ در زیر نمودار $y = f(x)$ رسم شده است. با استفاده از انتقال، ابتدا نمودار $y = f(x - 3)$

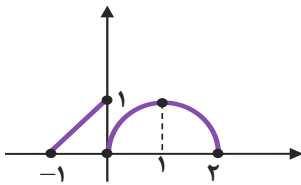
را رسم کنید و سپس نمودار تابع $y = -2f(x - 3)$ را رسم کنید.



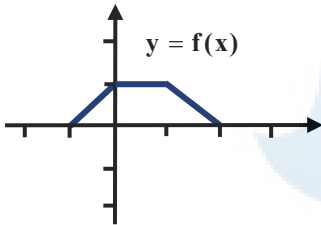
مثال ۱۲۱- نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده است. به کمک آن نمودار تابع های $f(x-1)+2$ و $f\left(\frac{1}{2}x\right)$ و $-f(-x)$ را رسم کنید. (هر نمودار را در دستگاه مجزا بکشید).



مثال ۱۲۲- در شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ رسم شده است. نمودار تابع $y = 3f\left(1 - \frac{x}{2}\right)$ را رسم کنید.



مثال ۱۲۳- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر باشد، نمودار توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن ها را بنویسید.



(ب) $y = 2f(x)$

(ت) $y = f(2x)$

(ج) $y = f(-2x)$

(ح) $y = f\left(-\frac{1}{2}x\right) + 1$

(د) $y = -f(-x-1)$

(الف) $y = f(x-1) + 2$

(پ) $y = -2f(x)$

(ث) $y = -f(-x)$

(چ) $y = -\frac{1}{2}f(x) + 1$

(خ) $y = f(2x-1)$

مثال ۱۲۴- نقطه $A(3, 4)$ روی منحنی نمایش تابع $y = f(x)$ قرار دارد. این نقطه روی نمودار $y = -f(x) + 3$ متناظر با نقطه $B = (\dots, \dots)$ و روی نمودار $y = -f(-2x+1)$ متناظر با نقطه $C(\dots, \dots)$ است.

تست ۱۲۵- در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x - \sqrt{x+4} & x > 3 \\ 2x+3 & x \leq 3 \end{cases}$ مقدار $f(f(5)) + f(f(1))$ کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

تست ۱۲۶- اگر $f(x+3) = x^2 - 4x + 5$ آن گاه $f(1-x)$ کدام است؟

$x^2 - 4x + 5$ (۴)

$x^2 + 4x + 5$ (۳)

$x^2 + 3$ (۲)

$x^2 + 1$ (۱)

۱۲۷- تست اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{-x^2 + x + 2}}$ و $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ در این صورت دامنه تابع fog کدام است؟

- (۱) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ (۲) $(-2, 0)$ (۳) $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ (۴) $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$

۱۲۸- تست اگر $f(x) = x^2 + x$ و $g(x) = \sqrt{4x+1}$ باشند، مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع gof و خط به معادله $y = 3$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۴/۵

۱۲۹- تست دو تابع $f = \{(2, 5), (6, 3), (3, 7), (4, 1), (1, 9)\}$ و $g(x) = \frac{x}{x-1}$ مفروض اند. اگر $f^{-1}(g(2a)) = 6$ باشد مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۳۰- تست اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ و $g(x) = \frac{2x+2}{2-x}$ باشند، ضابطه ی تابع $g(f(x))$ کدام است؟

- (۱) $x-1$ (۲) $x+1$ (۳) x (۴) $2x$

۱۳۱- تست دو تابع $f = \{(5, 2), (7, 3), (1, 4), (3, 6), (9, 1)\}$ و $g(x) = \sqrt{5x+9}$ مفروض اند. اگر $(g^{-1} \circ f^{-1})(a) = 8$ باشد مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۷ (۴) ۶

۱۳۲- تست اگر $f(x) = \frac{2x+3}{2-x}$ و $g(x) = \frac{1-3x}{2+x}$ باشند، ضابطه ی تابع $g(f(x))$ کدام است؟

- (۱) $-x-1$ (۲) $x+1$ (۳) x (۴) $-x$

۱۳۳- تست اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ و $g(x) = \frac{2x+2}{2-x}$ باشند، ضابطه ی تابع $g(f(x))$ کدام است؟ (ت ۹۶)

- (۱) $x-1$ (۲) $x+1$ (۳) x (۴) $2x$

۱۳۴- تست اگر $g(x) = 2x+1$ و $fog(x) = 8x^2 + 6x + 5$ باشد، تابع $f(x)$ کدام است؟

- (۱) $2x^2 + 3x + 1$ (۲) $2x^2 + x + 3$ (۳) $2x^2 - x + 4$ (۴) $2x^2 - 2x + 3$

تست ۱۳۵- اگر $f(x) = \sqrt{3-x}$ و $g(x) = \log_7(x^2+2x)$ باشند، دامنه ی تابع fog کدام است؟

- (۱) $[-4, 2]$ (۲) $[-2, 0]$ (۳) $[-4, -1] \cup (1, 2]$ (۴) $[-4, -2] \cup (0, 2]$

تست ۱۳۶- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 5 & x \geq 0 \\ 3 & x < 0 \end{cases}$ آنگاه حاصل $f(-f(x))$ کدام است؟

- (۱) $f(x)$ (۲) $f(3)$ (۳) ۳ (۴) $3x + 5$

تست ۱۳۷- اگر $f(x) = x^2 - 3x$ و $g(x) = 2x - 1$ ، جمع جواب های معادله $\text{fog}(x) = 1$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۵

تست ۱۳۸- اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$ و $g(x) = \frac{x+1}{3x-1}$ ، آنگاه دو تابع fog و g دارای چند نقطه مشترک هستند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ

تست ۱۳۹- اگر $f(x) = x^2 + x + b$ و $g(x) = 2x + 1$ و معادله $\text{fog}(x) = 7$ فقط یک ریشه داشته باشد b کدام است؟

- (۱) $9/25$ (۲) $8/25$ (۳) $10/25$ (۴) $7/25$

تست ۱۴۰- اگر $f(x) = 2x - 1$ و $\text{fog}(x) = 2x^2 - 6x + 5$ آنگاه ضابطه g کدام است؟

- (۱) $x^2 - 3x + 2$ (۲) $x^2 - 3x + 1$ (۳) $x^2 - 3x + 3$ (۴) $x^2 - 3x + 6$

تست ۱۴۱- اگر $g(x) = 2x - 1$ و $\text{fog}(x) = 4x^2 - 6x + 5$ آنگاه ضابطه f کدام است؟

- (۱) $x^2 - x + 1$ (۲) $x^2 - x + 2$ (۳) $x^2 - x$ (۴) $x^2 - x + 3$

تست ۱۴۲- اگر $g(x) = 2x - 1$ و $\text{fog}(x) = \frac{x-1}{x+2}$ آنگاه ضابطه f(x) کدام است؟

- (۱) $\frac{2x-2}{2x+1}$ (۲) $\frac{x+1}{x-5}$ (۳) $\frac{x-1}{x+5}$ (۴) $\frac{x-4}{x+2}$

تست ۱۴۳- اگر $f(x) = x^2 - x - 6$ و $f(g(x)) = x^2 - 5x$ آنگاه ضابطه g(x) کدام می تواند باشد؟

- (۱) $1-x$ (۲) $2-x$ (۳) $3-x$ (۴) $4-x$

تست ۱۴۴- اگر $f(x) = \sqrt{2-x-x^2}$ باشد، مقدار $f(f(-1))$ کدام است؟ (تجربی خارج ۸۸)

- (۱) تعریف نشده (۲) صفر (۳) ۱ (۴) $\sqrt{2}$

تست ۱۴۵- اگر $f(x) = \sqrt{x+2|x|}$ باشد، مقدار $f(f(-144))$ کدام است؟ (تجربی ۸۸)

- (۱) تعریف نشده (۲) ۱۲ (۳) ۸ (۴) ۶

تست ۱۴۶- در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x - \sqrt{x+4} & x > 3 \\ 2x+3 & x \leq 3 \end{cases}$ مقدار $f(f(5)) + f(f(1))$ کدام است؟ (تجربی داخل ۹۰)

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

تست ۱۴۷- اگر $f(x) = |x|$ و $g(x) = x^2 + 2x + 1$ باشد حاصل $\text{fog}(1-\sqrt{2}) - \text{gof}(1-\sqrt{2})$ کدام است؟ (تجربی داخل ۸۹)

- (۱) $4(1-\sqrt{2})$ (۲) $4(\sqrt{2}-1)$ (۳) ۴ (۴) $4\sqrt{2}$

تست ۱۴۸- اگر $f(x) = |x| - x$ ضابطه تابع $(\text{fof})(x)$ برابر کدام است؟ (تجربی داخل ۸۳)

- (۱) x (۲) $|x|$ (۳) $x + |x|$ (۴) صفر

تست ۱۴۹- اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g = \{(1,2), (5,4), (6,5), (2,3)\}$ و $g(f(a)) = 5$ باشد، عدد a کدام است؟ (ت ۹۰)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۱۵۰- اگر $f(x) = (2x-3)^2$ و $g(x) = x+2$ باشند، نمودارهای دو تابع f, fog با کدام طول متقاطع اند؟ (تجربی ۹۲)

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

تست ۱۵۱- تابع با ضابطه $g(x) = x - \sqrt{x}$ مفروض است، اگر نمودار تابع f ، محور x ها را در دو نقطه به طول های

$\frac{1}{4}$ و ۶ قطع کند، آنگاه نمودار تابع fog محور x ها را با کدام طول قطع می کند؟ (ریاضی خارج ۹۴)

- (۱) $4, \frac{1}{9}$ (۲) $9, \frac{1}{4}$ (۳) $4, \frac{1}{4}$ (۴) ۴, ۹

تست ۱۵۲- اگر $f(x) = x^2 + x$ و $g(x) = \sqrt{4x+1}$ باشند مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع $g \circ f$ و خط به معادله $y = 3$ کدام است؟ (تجربی داخل ۹۵)

۶ (۴

۴/۵ (۳

۴ (۲

۳ (۱

تست ۱۵۳- اگر $f(x) = x^2 + x - 2$ و $g(x) = \frac{1}{2}(x-3)$ مجموعه ی طول نقاطی از منحنی تابع $f \circ g$ که در زیر محور طول ها قرار دارد برابر کدام بازه است؟ (تجربی خارج ۹۱)

(۱,۵) (۴

(۲,۱) (۳

(-۱,۵) (۲

(-۵,۱) (۱

تست ۱۵۴- اگر $f(x) = x^2 + 3x$ و $g(x) = -\frac{1}{2}x + 2$ مجموعه طول نقاط از منحنی تابع $g \circ f$ که در بالای محور x ها قرار گیرد برابر کدام بازه است؟ (تجربی داخل ۹۱)

(-۱,۴) (۴

(-۲,۱) (۳

(-۳,۲) (۲

(-۴,۱) (۱

تست ۱۵۵- اگر $g(x) = 2x + 1$ و $(f \circ g)(x) = 8x^2 + 6x + 5$ باشد تابع $f(x)$ کدام است؟

 $2x^2 + x + 3$ (۴ $2x^2 - x + 4$ (۳ $2x^2 - 2x + 3$ (۲ $2x^2 + 3x + 1$ (۱

تست ۱۵۶- اگر $f(x) = 2 - |x - 2|$ ، ضابطه تابع $f(f(x))$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۰)

 $f(x)$ (۴ $2 - f(x)$ (۳ $4 - x$ (۲ x (۱

تست ۱۵۷- در تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2[x]$ ، مقدار $f\left(-\frac{1}{2}f\left(\sqrt{3}\right)\right)$ کدام است؟ (تجربی خارج ۹۰)

۲/۷۵ (۴

۲/۵ (۳

۲/۲۵ (۲

۱/۷۵ (۱

تست ۱۵۸- اگر $f(x) = x - \sqrt{x}$ و $g(x) = (\sin x)^4$ باشند، ضابطه ی تابع $f \circ g$ کدام است؟ (تجربی خارج ۹۲)

 $\frac{1}{2} \cos^2 2x$ (۴ $\frac{1}{4} \cos^2 2x$ (۳ $-\frac{1}{2} \sin^2 2x$ (۲ $-\frac{1}{4} \sin^2 2x$ (۱

تست ۱۵۹- اگر $f(2x-3) = 4x^2 - 14x + 13$ باشد، ضابطه $f(x)$ کدام است؟ (تجربی ۹۷)

 $x^2 - 2x + 1$ (۴ $x - 2x - 1$ (۳ $x^2 - x + 1$ (۲ $x^2 - x + 3$ (۱

تست ۱۶۰- اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ و $g(x) = x+4$ جواب معادله $gof(x) = fog(x)$ کدام است؟ (تجربی خارج ۹۷)

(۱) $-1, -7$ (۲) $1, -7$ (۳) $-1, 7$ (۴) $1, 7$

تست ۱۶۱- اگر توابع f و g به عنوان ماشین به صورت $2x \rightarrow g \rightarrow f \rightarrow x$ باشند و $g(x) = 3x+4$ ، مقدار $f(5)$ کدام است؟ (تجربی خارج ۹۱)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۱۶۲- اگر $f(x) = 2x+3$ و $g(f(x)) = 8x^2 + 22x + 20$ باشد، ضابطه تابع $(fog)(x)$ کدام است؟ (ریاضی ۹۲)

(۱) $2x^2 - 7x + 3$ (۲) $2x^2 - 3x + 7$ (۳) $4x^2 - 2x + 13$ (۴) $4x^2 - 4x + 11$

تست ۱۶۳- اگر $g(x) = 2x-3$ و $(fog)(x) = 4(x^2 - 4x + 5)$ باشد، ضابطه ی تابع $f(x)$ کدام است؟ (ریاضی ۹۳)

(۱) $x^2 - 4x + 3$ (۲) $x^2 - 4x + 5$ (۳) $x^2 - 2x + 5$ (۴) $x^2 - 2x + 3$

تست ۱۶۴- اگر $g(x) = 2x+1$ و $f(g(x)) = 8x^2 + 6x + 5$ باشد، ضابطه تابع $f(x)$ کدام است؟ (تجربی خارج ۹۵)

(۱) $2x^2 + 3x + 1$ (۲) $2x^2 - 2x + 3$ (۳) $2x^2 - x + 4$ (۴) $2x^2 + x + 3$

تست ۱۶۵- اگر $f(x) = x^2 - x - 2$ و $f(g(x)) = x^2 + x - 2$ ، آنگاه $(f+g)(x)$ کدام گزینه می تواند باشد؟ (خارج ۹۰)

(۱) $x^2 - 1$ (۲) $x^2 + 1$ (۳) $x^2 - 2x$ (۴) $x^2 + 2x$

تست ۱۶۶- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$ ، آنگاه ضابطه $f(f(x))$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $x+1$ (۳) x^2+1 (۴) $(x^2+1)^2+1$

تست ۱۶۷- اگر $fog(x) = 4g(x) + 2$ و $gof(x) = x^2$ باشد، آنگاه $g(10)$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۰ (۴) ۲

تست ۱۶۸- در ماشین $f(x) = \frac{x}{2-x}$ و $gof(x) = \frac{1}{2}x$ ضابطه $g(x)$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۸۴)

(۱) $\frac{x}{x+1}$ (۲) $\frac{x-1}{x}$ (۳) $\frac{x}{x-1}$ (۴) $\frac{x+1}{x}$

تست ۱۶۹- اگر خروجی ماشین مقابل برابر $\frac{2}{3}$ باشد، مقدار ورودی کدام است؟ (ریاضی ۸۶)

خروجی $\rightarrow \frac{x}{\sqrt{x}+1} \rightarrow 2x-2 \rightarrow$ ورودی

۴ (۴)

۳ (۳)

 $\frac{7}{2}$ (۲) $\frac{11}{9}$ (۱)

تست ۱۷۰- اگر $g(x) = 2x - 1$ و $f(g(x)) = \frac{x}{x-3}$ باشد، مقدار $f(3)$ کدام است؟ (ریاضی داخل ۹۱)

-۴ (۴)

۴ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

تست ۱۷۱- اگر $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ و $f(g(x)) = \frac{x^2+2}{x^2+1}$ باشد، مقدار $g(1)$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۴)

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

تست ۱۷۲- اگر $f(x) = 2x^2 + 4$ و $f(g(x)) = 4x^2 + 6x$ باشد، مقدار $g(-2)$ کدام است؟ (تجربی خارج کشور ۸۴)

۴ (صفر)

۱ (۳)

-۱ (۲)

۲ (۱)

تست ۱۷۳- نمودارهای تابع خطی f و تابع درجه ی دوم g محور y را به ترتیب با عرض های ۲ و ۳ قطع می کنند، اگر $f(g(x)) = 2x^2 + x - 1$ ، آنگاه $(f-g)(x)$ کدام است؟

 $2x^2 - 1$ (۴) $x^2 + x - 1$ (۳) $x^2 - 2$ (۲) $-2x^2 - 2x + 1$ (۱)

تست ۱۷۴- اگر $f(\tan x) = \cos 2x$ در این صورت $f(\sqrt{2})$ کدام است؟

 $-\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

تست ۱۷۵- اگر $f = \{(2,1), (3,2), (4,5), (1,7)\}$ و $g = \{(1,2), (3,1), (a,3), (b,1)\}$ مفروض اند. اگر $(4,2) \in fog$ و $(4,1) \in gof$ باشند، دوتایی مرتب (a,b) کدام است؟ (ریاضی داخل ۹۰)

(۴,۵) (۴)

(۵,۴) (۳)

(۳,۴) (۲)

(۴,۳) (۱)

۱۷۶- اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $f = \{(x, 2x-1), x \in A\}$ ، تابع $f(f(x))$ چند عضو دوتایی دارد؟ (تجربی ۸۳)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۷۷- فرض کنید داشته باشیم $f = \{(1, 2), (3, -1), (2, 3)\}$ و $g = \{(6, 0), (-2, 1)\}$ چند تا از موارد زیر صحیح است

۱) $f \circ g = \{(-2, 2)\}$ ۲) $g \circ f = \{ \}$ ۳) $f \times g = \{ \}$ ۴) صفر

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۷۸- با فرض $f(x) = \frac{1}{\sqrt{-1+x}}$ و $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x-3)$ ، دامنه تابع $f \circ g$ بازه (a, b) می باشد. مقدار $b-a$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۷۹- اگر $f(x) = \sqrt{4x-x^2}$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ دامنه تابع $f \circ g$ کدام است؟

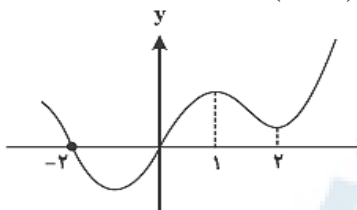
۱ (۱) $x \geq \frac{1}{4}$ ۲ (۲) $x < \frac{1}{4}$ ۳ (۳) $0 < x < 4$ ۴ (۴) $\frac{1}{4} < x < 1$

۱۸۰- اگر $f(x) = \sqrt{x^2-6x-16}$ و $g(x) = x^2+2x$ باشد، دامنه تابع $f \circ g$ کدام است؟

۱ (۱) $-4 < x < 2$ ۲ (۲) $-2 < x < 8$ ۳ (۳) $x \leq -4, x \geq 2$ ۴ (۴) $x \leq -2, x \geq 8$

۱۸۱- اگر تابع $y = f(x)$ به صورت روبرو باشد، دامنه ی تابع $y = x\sqrt{\frac{1}{-f(x)}}$ کدام است؟

۱ (۱) $(-\infty, 0)$ ۲ (۲) $(0, +\infty)$ ۳ (۳) $(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$ ۴ (۴) $(-2, 0)$



۱۸۲- اگر $f(x) = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^x - 1}$ و $g(x) = \frac{x+1}{x}$ باشند، دامنه تابع $g \circ f$ کدام است؟

۱ (۱) $(-1, 0)$ ۲ (۲) $(0, 1)$ ۳ (۳) $(-\infty, 0)$ ۴ (۴) $(0, +\infty)$

۱۸۳- اگر $f(x) = \sin x$ و $g(x) = x\sqrt{1-x^2}$ باشد، مقدار $(g \circ f)\left(\frac{\pi}{4}\right)$ کدام است؟

۱ (۱) $\frac{1}{2}$ ۲ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۳ (۳) ۱ ۴ (۴) $\sqrt{2}$

۱۸۴- تست اگر $f(x) = \frac{x}{x-1}$ باشد، ضابطه تابع $f(x^2) - 2f(x) + 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{1-x^2}$ (۲) $\frac{2x}{x^2-1}$ (۳) $\frac{2x+1}{1-x^2}$ (۴) $\frac{2x-1}{x^2-1}$

۱۸۵- تست اگر $f(x)$ تابعی درجه اول و $f \circ f(x) = 4x + 15$ باشد، حاصل جمع مقادیر ممکن برای $f(1)$ کدام است؟

- (۱) -10 (۲) 10 (۳) 27 (۴) -27

۱۸۶- تست اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ ، دامنه $D_{f \circ g} \cap D_{g \circ f}$ کدام است؟

- (۱) $[0, +\infty)$ (۲) $(0, +\infty)$ (۳) $[1, +\infty)$ (۴) $(1, +\infty)$

۱۸۷- تست اگر $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \sqrt{x}$ ، تابع $g \circ f$ در تمام نقاطِ کدام بازه زیر تعریف شده است؟

- (۱) $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ (۲) $(0, \frac{3\pi}{2})$ (۳) $(\frac{\pi}{2}, 2\pi)$ (۴) $(-2\pi, -\pi)$

۱۸۸- تست اگر $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x}$ ، دامنه تابع $(f+g) \circ f$ کدام است؟

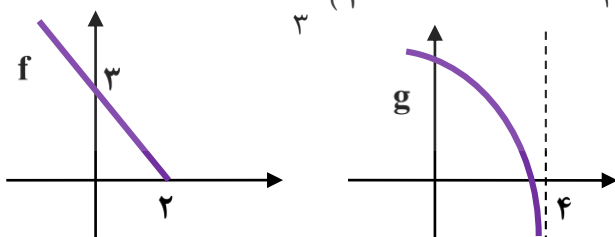
- (۱) $[-1, 1]$ (۲) $[0, 1]$ (۳) $[-1, 0]$ (۴) $[-1, 1] - \{0\}$

۱۸۹- تست اگر $f(x) = 4 - x^2$ و $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ باشد، برد تابع $f \circ g(x)$ کدام است؟

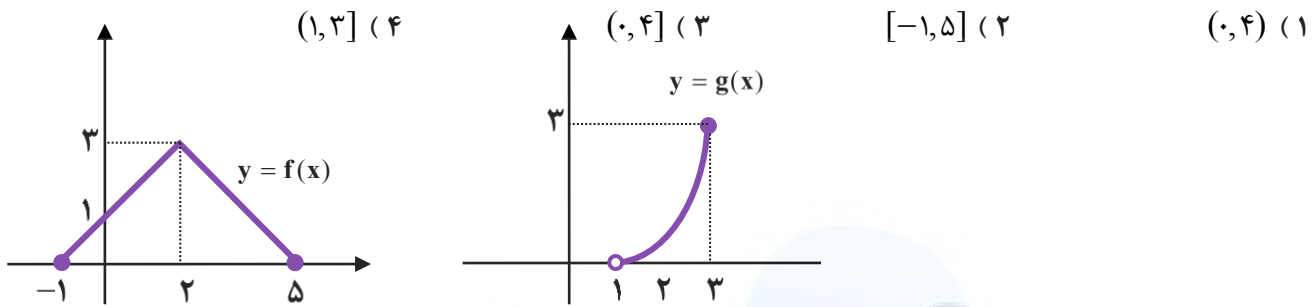
- (۱) $[4, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 0]$ (۳) $(-\infty, 4]$ (۴) $[0, 4]$

۱۹۰- تست شکل زیر نمودار توابع f و g است. طول بازه دامنه $g \circ f$ کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) 3 (۴) $\frac{10}{3}$



تست ۱۹۱- شکل زیر نمودار توابع f و g است. دامنه $g \circ f$ کدام است؟



تست ۱۹۲- اگر دامنه $f(x)$ برابر $D_f = [-2, 6]$ باشد. دامنه $f(2x+1)$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۴ (۲) ۹ (۳) ۱۷ (۴) ۲۵

تست ۱۹۳- اگر $f(x) = \sqrt{2-x}$ و $g(x) = \log(x^2 - 15x)$ باشد دامنه $f \circ g$ کدام است؟

- (۱) $(0, 5] \cup [20, 25)$ (۲) $(-5, 0] \cup (15, 20]$ (۳) $(15, 20]$ (۴) $[-5, 0)$

تست ۱۹۴- اگر ضابطه تابع $f(x) = \sqrt{3-x}$ و $g(x) = \log_2(x^2 + 2x)$ باشد دامنه تابع $f \circ g$ کدام است؟ (تجربی ۹۴)

- (۱) $[-4, 2]$ (۲) $[-2, 0]$ (۳) $[-4, -1] \cup (1, 2]$ (۴) $[-4, -2] \cup (0, 2]$

تست ۱۹۵- اگر $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x-x^2}$ باشد دامنه تابع $g \circ f$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۶)

- (۱) $\{0\}$ (۲) $[0, 1)$ (۳) $(-1, 1)$ (۴) $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

تست ۱۹۶- اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{-x^2+x+2}}$ و $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ باشد دامنه تابع $f \circ g$ کدام است؟ (تجربی خارج ۹۴)

- (۱) $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ (۲) $(+\frac{1}{2}, +\infty)$ (۳) $(-2, 0)$ (۴) $(-1, +\frac{1}{2})$

تست ۱۹۷- اگر دامنه تابع $y = \frac{x}{x^2+ax+1}$ برابر با $\mathbb{R}$ باشد، حدود a کدام است؟

- (۱) $-1 < a < 1$ (۲) $-2 < a < 2$ (۳) $0 < a < 2$ (۴) $0 < a < 1$

تست ۱۹۸- اگر $f(x) = \sqrt{x+|x|}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2 - 4x}$ ، دامنه تابع $g \circ f$ کدام است؟ (تجربی خارج ۸۵)

- (۱) $(0, 8) \cup (8, +\infty)$ (۲) $\mathbb{R} - \{0, 8\}$ (۳) $\mathbb{R} - \{0\}$ (۴) $(0, +\infty)$

تست ۱۹۹- اگر $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ و $g(x) = \tan x, |x| < \frac{\pi}{2}$ ، دامنه تابع $f \circ g$ کدام است؟ (تجربی داخل ۸۷)

- (۱) $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ (۲) $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ (۳) $(-\frac{\pi}{4}, 0) \cup (0, \frac{\pi}{4})$ (۴) $[-1, 0) \cup (0, 1]$

تست ۲۰۰- دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} + \sqrt{\frac{2-x}{x}}$ کدام فاصله است؟

- (۱) $(0, 1]$ (۲) $(0, 3)$ (۳) $[1, 2]$ (۴) $(2, 3)$

تست ۲۰۱- اگر $f(x) = x^2 - 3x$ و $g(x) = 2x - 1$ ، جمع جواب های معادله $f \circ g(x) = 1$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۵

تست ۲۰۲- اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$ و $g(x) = \frac{x+1}{3x-1}$ ، آنگاه دو تابع $f \circ g$ و g دارای چند نقطه مشترک هستند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ

تست ۲۰۳- اگر $f(x) = x^2 + x + b$ و $g(x) = 2x + 1$ و معادله $f \circ g(x) = 7$ فقط یک ریشه داشته باشد b کدام است؟

- (۱) $9/25$ (۲) $8/25$ (۳) $10/25$ (۴) $7/25$

سوالات تشریحی و تستی درس سوم

مثال ۱- اگر $f = \{(3, 4), (b, 5), (a^2 - 1, 4), (7b - 3, 5)\}$ یک به یک باشد، مقدار a و b کدام است؟

مثال ۲- اگر $f = \{(3, 2), (a, 5), (3, a^2 - a), (b, 2), (-1, 4)\}$ تابعی یک به یک باشد، $f^{-1}(a)$ را بیابید.

مثال ۳- ابتدا نمودار تابع $f(x) = 2x + |x - 1|$ را رسم کرده و با استفاده از شکل، وارون پذیری آن را بررسی کنید.

مثال ۴- وارون پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & x \geq 0 \\ x^2 - 1 & x < 0 \end{cases}$ را بررسی کنید.

مثال ۵- اگر $f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & x \leq 0 \\ 2x + m & x > 0 \end{cases}$ تابعی یک به یک باشد، حدود m را بیابید.

مثال ۶- نشان دهید دو تابع $f(x) = 4x^3 + 3$ و $g(x) = \sqrt[3]{\frac{x-3}{4}}$ وارون یکدیگرند.

مثال ۷- در تابع $f(x) = -x + \sqrt{-2x}$ مقدار $f^{-1}(4)$ را بیابید.

مثال ۸- اگر $f(x) = 2x + 1$ و $g(x) = x - 1$ باشند، ضابطه $f \circ g^{-1}(x)$ را بیابید.

مثال ۹- بررسی کنید تابع زیر صعودی یا نزولی است و سپس ضابطه ی تابع معکوس را بیابید و نمودار تابع f و f^{-1} را در یک دستگاه رسم کنید.

$$f(x) = x^2 - 3x, x \geq \frac{3}{2}$$

مثال ۱۰- اگر $A = \{0, 1, 4, 9\}$ و $f = \{(x, \sqrt{x}) | x \in A\}$ باشد، مجموعه ی اعضای برد $f^{-1} \circ (f + f)$ را بیابید.

مثال ۱۱- اگر $f^{-1}(x) = x + \sqrt{x+1}$ تابع f محور طول ها را در چه نقطه ای قطع می کند؟

مثال ۱۲- اگر $f(x) = 2x + 4$ و $g^{-1}(x) = 4x + 7$ باشد تابع وارون $f \circ g$ را بیابید.

مثال ۱۳- اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = 2f^{-1}(x) - 1$ مقدار $g^{-1}(7)$ را بیابید.

مثال ۱۴- می دانیم تابع $f(x) = \frac{x-1}{2x+3}$ وارون پذیر است. وارون آن را بیابید و سپس برد آن را بیابید.

مثال ۱۵- وارون پذیری تابع زیر را بررسی کنید و در صورت وجود وارون پذیری تابع، ضابطه ی وارون آن را به دست آورید.

$$f(x) = \sqrt{x+3} - 5$$

مثال ۱۶- نشان دهید خط $y = x$ محور تقارن دو تابع $y = \sqrt[3]{x+1}$ و $y = x^3 - 1$ است.

مثال ۱۷- اگر $f: A \rightarrow B$ معکوس پذیر باشد می دانیم $f \circ f^{-1}(x) = x$ و $f^{-1} \circ f(x) = x$ ، آیا دو تابع

$f^{-1} \circ f(x) = x$ و $f \circ f^{-1}(x) = x$ مساوی هستند؟ چرا؟

مثال ۱۸- نشان دهید تابع $f(x) = \sqrt{4x-5}$ یک به یک است و ضابطه ی تابع معکوس آن را بیابید.

مثال ۱۹- ثابت کنید $x \geq 2$ ، $f(x) = (x-2)^2$ وارون پذیر است سپس ضابطه ی وارون آن را بنویسید

مثال ۲۰- ابتدا یک به یک بودن تابع با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 0 \\ x^2+1 & x \geq 0 \end{cases}$ را بررسی کنید، سپس در صورت وجود معکوس تابع f را تعیین کنید.

مثال ۲۱- اگر $f: [-2, 2] \rightarrow [1, 4]$ معکوس پذیر باشد، نمودارهای $f \circ f^{-1}(x) = x$ و $f^{-1} \circ f(x) = x$ را رسم کنید.

مثال ۲۲- فرض کنید $f(x) = 7x - 5$ و $g(x) = 2 - x$ باشند و آن گاه:

الف) $f^{-1}(x)$ و $g^{-1}(x)$ را محاسبه کنید.

ب) $g^{-1} \circ f^{-1}(x)$ را محاسبه کنید.

پ) معکوس $f \circ g(x)$ را محاسبه کنید.

ت) دو تابع قسمت های ب و پ را با هم مقایسه کنید. چه نتیجه ای می گیرید؟

مثال ۲۳- ثابت کنید تابع $f(x) = x^2 + 1$ در بازه $[-\infty, 0]$ یک به یک است. سپس ضابطه معکوس تابع f را تعیین کنید.

مثال ۲۴- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 4x - x^2 - 3 & x < 2 \\ x - 2 & x \geq 2 \end{cases}$ مفروض است. اولاً ثابت کنید این تابع در $[-\infty, 2]$ یک به یک است. ثانیاً ضابطه معکوس تابع f را در بازه $[-\infty, 2]$ بنویسید.

مثال ۲۵- نشان دهید تابع با ضابطه $f(x) = (1 - x)^3$ یک به یک است. وارون آن را بیابید.

مثال ۲۶- اگر $f(x) = 3x - 2$ و $g(x) = 2 + x$ باشد ضابطه معکوس $f \circ g$ را بدست آورید.

مثال ۲۷- اگر $f(x) = 2x + 1$ و $g(x) = x - 1$ باشد، ضابطه $f \circ g^{-1}$ را بدست آورید.

مثال ۲۸- معکوس تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x < 1 \end{cases}$ را به دست آورید.

مثال ۲۹- نقطه برخورد تابع $f(x) = x^3 + 2x$ را با وارونش، در صورت وجود به دست آورید.

مثال ۳۰- نمودار تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ با وارونش چند نقطه تلاقی دارد؟ مختصات آن ها را به دست آورید.

مثال ۳۱- توابع f و g یک به یک هستند و می دانیم $f^{-1}(x) = \frac{x}{3} + 1$ و $g^{-1}(x) = x + 2$ ضابطه ی توابع $(f \circ g)^{-1}$ و $g \circ f$ را به دست آورید.

مثال ۳۲- اگر $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x - 11 & x \geq 2 \\ -4x + 1 & x < 2 \end{cases}$ مقدار $f^{-1}(-11)$ را به دست آورید.

مثال ۳۳- به کمک رسم نمودار، ثابت کنید تابع زیر وارون پذیر نیست.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x - 1 & x < 0 \end{cases}$$

مثال ۳۴- فاصله ی نقطه ی برخورد تابع نمایی با محور y ها و نقطه ی برخورد وارون ایت تابع نمایی با محور x ها چقدر است؟

مثال ۳۵- تابع $f(x) = \frac{1-3x}{4}$ ، $2 \leq x < 4$ داده شده است. دامنه ی تابع f^{-1} را به دست آورید.

مثال ۳۶- مقدار k را طوری بیابید تا تابع $f(x) = \begin{cases} 3x + 2k & k > 1 \\ 2x - k & x \leq 1 \end{cases}$ یک به یک شود.

مثال ۳۷- مقدار a و b را طوری بیابید تا تابع $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x < -1 \\ x + 2 & -1 \leq x < 2 \\ 2x + b & x \geq 2 \end{cases}$ تابعی یک به یک شود.

مثال ۳۸- دامنه ی تابع وارون $f(x) = x^2 - 4x + 2$ ، $x \geq 3$ را بیابید.

مثال ۳۹- ضابطه ی وارون تابع $f(x) = x^2 - 4x + 2$ را در فاصله $[2, +\infty)$ بیابید. (به کمک رسم نمودار و ضابطه ی تابع)

مثال ۴۰- اگر $f(x) = (x-1)^3$ و $g(x) = \sqrt[3]{x} + 1$ باشند، آیا f و g وارون یکدیگرند؟

مثال ۴۱- معکوس تابع $y = \sqrt{x+2} + 1$ را بدست آورید. دامنه و برد تابع وارون را بیابید.

مثال ۴۲- ضابطه ی معکوس تابع $f(x) = (1-2x)^3$ را بیابید.

مثال ۴۳- نمودار تابع $f(x) = (x-2)^3 + 3$ و معکوس آن را در یک دستگاه رسم کنید و ضابطه ی معکوس را بنویسید.

مثال ۴۴- مقدار m چقدر باشد تا نمودار معکوس تابع $f(x) = x^3 + x + m$ از نقطه ی $(4, 1)$ بگذرد؟

مثال ۴۵- منحنی معکوس تابع $y = -(x+2)^3$ نمودار تابع را در چند نقطه قطع می کند؟

مثال ۴۶- منحنی معکوس تابع $y = -(x+2)^3 - 2$ نمودار تابع را در چند نقطه قطع می کند؟

مثال ۴۷- اگر $f^{-1}(x) = x + \sqrt{x}$ و $g^{-1}(x) = x^2, x \geq 0$ آن گاه ضابطه ی $f \circ g$ را بیابید.

مثال ۴۸- اگر $g(x) = f(3x-4)$ و $f^{-1}(x) = x + \sqrt{x}$ حاصل $g^{-1}(16)$ چقدر است؟

مثال ۴۹- درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.

الف) اگر نقطه ای محل تلاقی نمودار های f و f^{-1} باشد، آن گاه قرینه ی آن نسبت به خط $y = x$ نیز نقطه ی تلاقی نمودار های f و f^{-1} خواهد بود.

ب) اگر تابع f نزولی اکید باشد آن گاه تمام نقاط تلاقی نمودار های f و f^{-1} روی خط $y = x$ قرار دارند.

مثال ۵۰- توابع $f = \{(3, 2), (1, -2), (0, 1)\}$ و $g = \{(-2, 1), (3, 0), (0, -1), (2, -2)\}$ مفروضند:

الف) تابع f^{-1} را تعیین کنید. ب) تابع $f^{-1} \circ g$ را تعیین کنید. پ) نشان دهید: $D_f = R_{f^{-1}}$

مثال ۵۱- اگر تابع f با ضابطه $f(x) = x^3 + 2ax$ در بازه $[-1, \infty)$ تعریف شده است و معکوس پذیر است و

$$f^{-1}(2) = \frac{1}{4} \quad \text{مقدار } a \text{ را به دست آورید.}$$

مثال ۵۲- دامنه ی توابع زیر را طوری محدود کنید که تابع حاصل یک به یک شود. (با بزرگترین دامنه ی ممکن)

۱) $y = |x+1| - 3$

۲) $y = x^2 - 4x$

۳) $y = \cos x$

۴) $y = x^2 - 2x + 3$

۵) $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

مثال ۵۳- تابع با ضابطه $y = 3 + |x-2|$ روی بازه $[a, +\infty)$ یک به یک است. حداقل مقدار a کدام است؟

مثال ۵۴- نمودار تابع f را طوری رسم کنید که تمام شرایط زیر را داشته باشد:

الف) روی اعداد منفی خطی باشد. ب) $f(-1) = 2$
پ) وارون پذیر باشد. ت) از مبدا عبور نکند.

مثال ۵۵- وارون تابع $y = 3 + \sqrt[3]{x-2}$ از کدام نقطه زیر می گذرد؟

الف) $(5, 10)$ ب) $(3, 4)$

مثال ۵۶- اگر $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ باشد: الف) مقدار $f(3)$ را بیابید. ب) $f^{-1}(7)$ را بیابید.

مثال ۵۷- دامنه ی وارون تابع $f(x) = 2 - \sqrt{x-3}$ را بیابید.

مثال ۵۸- اگر $f(x) = \sqrt{2-6x}$ باشد، برد تابع f^{-1} را بیابید.

مثال ۵۹- آیا محل برخورد دو تابع f و f^{-1} همواره روی خط $y = x$ است؟ چه حالاتی ممکن است رخ دهد؟ (مثال بنزید).

مثال ۶۰- تابع f باید چه شرطی داشته باشد تا محل برخورد دو نمودار f و f^{-1} روی خط $y = x$ قرار بگیرد؟

مثال ۶۱- اگر $x \geq 2$ باشد، محل برخورد نمودار تابع $f(x) = x^2 - 4x$ با نمودار وارون آن را بیابید.

مثال ۶۲- اگر تابع f روی بازه $[a, b]$ صعودی اکید باشد، f^{-1} خواهد بود. (صعودی اکید- نزولی اکید)

مثال ۶۳- اگر تابع f روی بازه $[a, b]$ نزولی اکید باشد، f^{-1} خواهد بود. (صعودی اکید- نزولی اکید)

مثال ۶۴- ضابطه y وارون توابع زیر را بیابید.

الف) $f(x) = \frac{3x-4}{5}$

ب) $f(x) = x^2 - 2x, x \geq 1$

پ) $f(x) = |x+2|, x \geq 2$

ت) $f(x) = \sqrt{3x-2} + 5$

ث) $f(x) = (1-x)^3$

ج) $f(x) = -x^3 + 4$

مثال ۶۵- تابع خطی $f(x) = ax + b$ چه موقع یک به یک است. در این صورت ضابطه y وارون آن را بیابید.

مثال ۶۶- تحت چه شرایطی وارون تابع $f(x) = ax + b$ با خودش برابر است؟

مثال ۶۷- اگر $f = \{(1, 2), (-1, 0), (3, 1), (4, -1)\}$ و $g = \{(1, -2), (3, 0), (0, 4), (-2, 2)\}$ باشند مطلوب است:

۱) $f^{-1} \circ g(-2)$

۲) $g^{-1} \circ g^{-1}(4)$

۳) $g^{-1} \circ f^{-1}$

۴) $(f \circ g)^{-1}$

مثال ۶۸- اگر $f(x) = 4x - 2$ و $g(x) = \sqrt{x-2}$ در این صورت حاصل $(f^{-1} \circ g^{-1})(0)$ و ضابطه y $g \circ f^{-1}$ را بیابید.

مثال ۶۹- طبق ماشین اگر $f(x) = \frac{3x-4}{2}$ باشد مقدار $g(2)$ را بیابید.

$x \rightarrow f(x) \rightarrow g(x) \rightarrow x$

مثال ۷۰- نشان دهید توابع $f(x) = 2 + \sqrt[3]{x}$ و $g(x) = (x-2)^3$ وارون هم هستند.

مثال ۷۱- دامنه y وارون تابع $f(x) = -\sqrt{1-x}$ را بیابید.

مثال ۷۲- اگر $f(x) = 1 + \sqrt{x+2}$ باشد:

الف) $f \circ f^{-1}(x)$ و $f^{-1} \circ f(x)$ را بیابید.

ب) دامنه ی آن ها را بیابید.

پ) نمودار $f \circ f^{-1}(x)$ و $f^{-1} \circ f(x)$ را رسم کنید.

ت) آیا $f \circ f^{-1}(x) = f^{-1} \circ f(x)$ است؟ چرا؟

مثال ۷۳- آیا دو تابع $f(x) = \frac{2}{x}$ و $g(x) = \frac{7}{x}$ وارون یکدیگرند؟ چرا.

مثال ۷۴- تابع $f(x) = x^2 - 4x + 2$ یک به یک نیست. بزرگترین بازه ای که در آن تابع یک به یک است را مشخص کنید. سپس وارون آن را بیابید.

مثال ۷۵- اگر $f(x) = x|x|$ ابتدا آن را به صورت یک تابع دو ضابطه ای بنویسید. تابع و وارونش را رسم کنید. ضابطه ی وارون آن را بدست آورید.

مثال ۷۶- اگر $f(x) = x + 3$ و $g(x) = 3x - 7$ تابع $f^{-1} \circ g$ را بیابید.

مثال ۷۷- اگر $f = \{(1,2), (2,3), (-1,1)\}$ و $g = \{(0,3), (2,-2), (-2,2)\}$ باشد، حاصل عبارت های زیر را بیابید.

$$1) (f^{-1} \circ g)(0) \quad 2) (f^{-1} \circ g)(2) \quad 3) g^{-1} \circ f^{-1} \quad 4) \frac{1}{f^{-1} \circ f^{-1}}$$

مثال ۷۸- در تابع $y = \sqrt{x-1}$ با دامنه $[2,5]$ نمودار تابع $f \circ f^{-1}$ چگونه است؟

مثال ۷۹- نمودار تابع $f(x) = 1 + \sqrt{2-x}$ و وارون آن را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

تست ۸۰- نمودار تابع $f(x) = \frac{x+4}{x-2}$ با دامنه ی $R - \{2\}$ ، نمودار وارون خود را با کدام طول قطع می کند؟

$$1) 1 \text{ و } 4 \quad 2) 1 \text{ و } -4 \quad 3) -1 \text{ و } 4 \quad 4) -4 \text{ و } -1$$

۸۱- تست اگر $x \geq 2$ ، $f(x) = x^3 - 8x$ نمودار های دو تابع f ، f^{-1} با کدام طول متقاطع اند؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۳

۸۲- تست در بزرگ ترین بازه ای که تابع $f(x) = x + |x + 2|$ وارون پذیر است. ضابطه وارون آن کدام است؟

- (۱) $y = \frac{x-2}{2}, x \geq -2$ (۲) $y = \frac{x+2}{2}, x \geq -2$ (۳) $y = \frac{x-2}{2}, x \geq 0$ (۴) $y = \frac{x+2}{2}, x \geq 0$

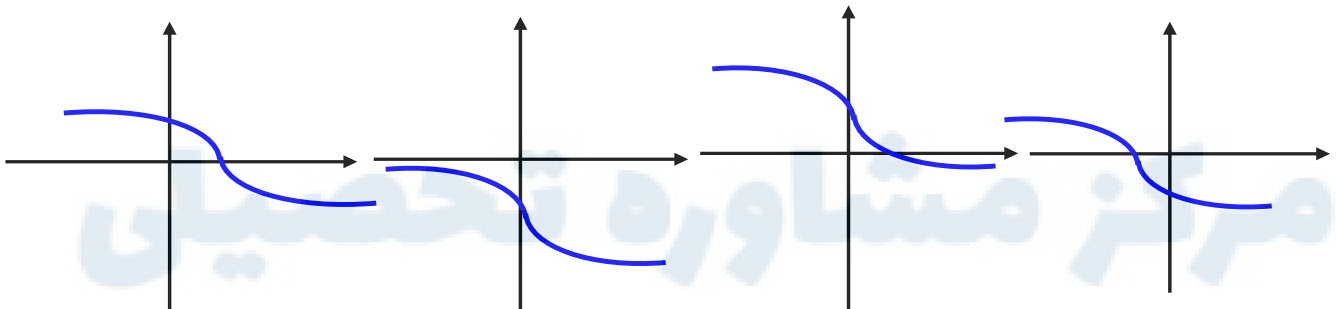
۸۳- تست اگر $f(x) = x + |x|$ باشد، حاصل $(f \circ f^{-1})(4/5)$ کدام است؟

- (۱) $4/5$ (۲) $6/5$ (۳) ۶ (۴) موجود نیست.

۸۴- تست نمودار $y = -(x+1)^3 + 1$ ، معکوس خود را در چند نقطه قطع می کند؟

- (۱) ۳ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۸۵- تست نمودار وارون تابع $f(x) = -x^3 + 1$ کدام است؟



۸۶- تست معکوس تابع $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ کدام است؟

- (۱) $y = 1 - \sqrt[3]{x-1}$ (۲) $y = 1 - \sqrt[3]{x+1}$ (۳) $y = -1 + \sqrt[3]{x-1}$ (۴) $y = -1 - \sqrt[3]{x+1}$

۸۷- تست ضابطه وارون تابع $y = 3x - |x|$ کدام است؟

- (۱) $y = \frac{3x + |x|}{4}$ (۲) $y = \frac{3x + |x|}{8}$ (۳) $y = \frac{x + |x|}{4}$ (۴) $y = \frac{2x - |x|}{4}$

۸۸- ضابطه وارون تابع $g(x) = -5 - \sqrt{3x+1}$ کدام است؟ **تست**

$$\begin{aligned} g^{-1}(x) &= \frac{x^2 + 10x + 24}{3}, \quad x \geq -\frac{1}{3} \quad (2) & g^{-1}(x) &= 3x^2 + 30x + 75, \quad x \geq -\frac{1}{3} \quad (1) \\ g^{-1}(x) &= \frac{x^2 + 10x + 24}{3}, \quad x \leq -5 \quad (4) & g^{-1}(x) &= 3x^2 + 30x + 75, \quad x \leq -5 \quad (3) \end{aligned}$$

۸۹- ضابطه تابع معکوس تابع $f(x) = x^2 - 2x + 2, x \geq 1$ کدام است؟ **تست**

$$\begin{aligned} f^{-1}(x) &= \sqrt{x+1} - 1, \quad x \geq -1 \quad (2) & f^{-1}(x) &= \sqrt{x-1} + 1, \quad x \geq 1 \quad (1) \\ f^{-1}(x) &= \sqrt{x+1} - 1, \quad x \geq 1 \quad (4) & f^{-1}(x) &= \sqrt{x-1} - 1, \quad x \geq 2 \quad (3) \end{aligned}$$

۹۰- اگر $f(x) = \begin{cases} 4x+3 & x \geq 3 \\ x+1 & x < 3 \end{cases}$ ، آن گاه $f^{-1}(-5)$ کدام است؟ **تست**

$$\begin{aligned} & -4 \quad (1) & -2 \quad (2) & -6 \quad (3) & 4 \quad (4) \end{aligned}$$

۹۱- تابع $f(x) = x^2 - 4x + 3$ با کدام دامنه، معکوس پذیر است؟ **تست**

$$\begin{aligned} & [-2, 3] \quad (1) & [0, 2] \cup [5, 6] \quad (2) & [0, 1] \cup [2, 4] \quad (3) & [1, 5] \quad (4) \end{aligned}$$

۹۲- چندتا از توابع زیر در بازه $[-1, +\infty)$ وارون پذیرند؟ **تست**

$$\begin{aligned} & \text{الف) } f(x) = |x| \quad (1) \quad \text{ب) } g(x) = -x^2 \quad (2) \quad \text{پ) } h(x) = x^2 + 4x + 3 \quad (3) \quad \text{د) } \text{صفر} \quad (4) \end{aligned}$$

۹۳- اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$ باشند، حاصل $(f \circ g)^{-1}(5) + (f^{-1} \circ g^{-1})(1)$ کدام است؟ **تست**

$$\begin{aligned} & 33 \quad (1) & 36 \quad (2) & 65 \quad (3) & 68 \quad (4) \end{aligned}$$

۹۴- اگر $f(x) = x + 4$ و $g(x) = 2x - 5$ ، ضابطه تابع $f^{-1} \circ g^{-1}$ کدام است؟ **تست**

$$\begin{aligned} & y = \frac{x-2}{3} \quad (1) & y = \frac{x-3}{2} \quad (2) & y = \frac{x+1}{2} \quad (3) & y = x+2 \quad (4) \end{aligned}$$

۹۵- تست اگر $f = \{(1, 2), (2, 5), (0, 3), (4, -1)\}$ و $g = \{(2, 3), (-1, 4), (4, 1), (3, 0)\}$ تابع $g \circ f^{-1}$ کدام است؟

(۲) $g \circ f^{-1} = \{(2, 4), (3, 5)\}$

(۱) $g \circ f^{-1} = \{(0, 0), (1, 3)\}$

(۴) $g \circ f^{-1} = \{(5, 3), (-1, 1)\}$

(۳) $g \circ f^{-1} = \{(2, 0), (-1, 4)\}$

۹۶- تست اگر $f(x) = x + 2$ و $g(x) = 2x^2 - 8x + 1$ باشند، آن گاه حاصل جمع ریشه های معادله $(f \circ g^{-1})^{-1}(x) = 0$ کدام است؟

(۴) -۸

(۳) ۸

(۲) -۱۰

(۱) ۱۰

۹۷- تست نمودار تابع $f(x) = -x^3 + ax + b$ در نقطه $(-1, \frac{1}{3})$ نمودار تابع وارونش را قطع می کند. $a + b$ کدام است؟

(۴) $-\frac{13}{9}$

(۳) $-\frac{2}{3}$

(۲) $-\frac{10}{9}$

(۱) $-\frac{1}{9}$

۹۸- تست قرینه خط به معادله $3y - 2x = 4$ را نسبت به خط $y = x$ خط d می نامیم. عرض از مبدا خط d کدام است؟ (تجربی ۹۷)

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) -۱

(۱) -۲

۹۹- تست در بازه ای که تابع با ضابطه $f(x) = |x - 2| + |x - 3|$ اکیداً نزولی است. نمودار آن با نمودار تابع $f(x) = 2x^2 - x - 10$ در چند نقطه مشترک هستند؟ (تجربی ۹۷)

(۴) فاقد نقطه مشترک

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

۱۰۰- تست قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها تعیین کرده، سپس ۲ واحد به طرف x های مثبت انتقال می دهیم. نمودار حاصل نیمساز ناحیه اول و سوم را با کدام طول قطع می کند؟ (تجربی خارج ۹۷)

(۴) $1/5$

(۳) ۱

(۲) $0/5$

(۱) -۲

۱۰۱- تست اگر رابطه ی $f = \{(3, 2), (a, 5), (3, a^2 - a), (b, 2), (-1, 4)\}$ یک به یک است دوتایی (a, b) کدام است؟ (ریاضی خارج کشور ۸۶)

(۴) $(2, 3)$

(۳) $(2, 1)$

(۲) $(-1, 3)$

(۱) $(-1, 1)$



۱۰۲- اگر تابع $\{(4,4), (k,1), (2,1), (2,m)\}$ معکوس پذیر باشد، مقدار m کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۱۰۳- کدام تابع یک به یک است؟

 $y = x^3$ (۴) $y = x - |x|$ (۳) $y = x + |x|$ (۲) $y = x + |2x|$ (۱)

۱۰۴- اگر $f = \{(m+1,4), (-m+3,4), (3,m)\}$ ، وارون پذیر و $g(x) = 2x + \sqrt{x}$ باشد، مقدار $(g \circ f)(3)$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)



۱۰۵- تابع معکوس تابع $y = x^3 + x + 1$ از کدام نقطه زیر می گذرد؟

(۱۱, -۲) (۴)

(۳, ۰) (۳)

(۱, ۳) (۲)

(-۹, -۲) (۱)



۱۰۶- در تابع با ضابطه $f(x) = -x + \sqrt{-2x}$ ، مقدار $f^{-1}(4)$ کدام است؟ (ریاضی داخل ۸۸)

(۴) موجود نیست.

-۲ (۳)

-۵ (۲)

-۸ (۱)



۱۰۷- اگر $f(x) = 3 + \sqrt[3]{x-1}$ باشد، مقدار $f^{-1}(4)$ کدام است؟

۲ (۴)

-۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)



۱۰۸- فاصله نقطه برخورد تابع نمایی $y = 2^x$ با محور y ها و نقطه برخورد معکوس این تابع نمایی با محور x ها کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۲)

 $\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۱۰۹- تابع $f(x) = x^2 + 2x + 1$ با دامنه $(-1, +\infty)$ مفروض است. نمودارهای دو تابع f ، f^{-1} در چند نقطه متقاطع اند (ریاضی داخل ۹۲)

(۴) غیر متقاطع

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۰- تست دو تابع با ضابطه $g = \{(2, -1), (-1, 4), (3, -2), (-4, -3)\}$ و $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$ مفروضند. اگر $g^{-1}(f(a)) = 3$ باشد، a کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۳)

- (۱) -۴ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۱۱- تست دو تابع با ضابطه $g = \{(2, 5), (3, 4), (1, 6), (4, 7), (8, 1)\}$ و $f(x) = 2x - 5$ مفروضند. اگر $(f^{-1} \circ g)(a) = 6$ باشد، a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۲- تست دو تابع با ضابطه $f = \{(2, 5), (6, 3), (3, 7), (4, 1), (1, 9)\}$ و $g(x) = \frac{x}{x-1}$ مفروضند. اگر $f^{-1}(g(2a)) = 6$ باشد، a کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۶)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۱۱۳- تست دو تابع با ضابطه $f = \{(5, 2), (7, 3), (1, 4), (3, 6), (9, 1)\}$ و $g(x) = \sqrt{5x+9}$ مفروضند. اگر $g^{-1} \circ f^{-1}(a) = 8$ باشد، a کدام است؟ (سراسری تجربی خارج کشور ۹۶)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۱۴- تست اگر $f(x) = f^{-1}(5) + x - 3$ باشد، آنگاه $f(5)$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

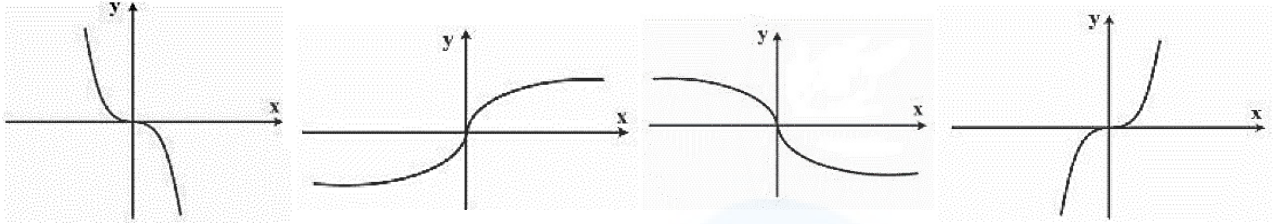
۱۱۵- تست اگر دو خط به معادلات $ax + by = 8$ و $2x - 3y = b$ ، نسبت به نیمساز ربع اول ، متقارن باشند $a + b$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۳)

- (۱) ± 3 (۲) ± 2 (۳) $-3, 2$ (۴) $-2, 3$

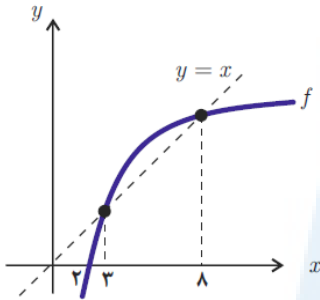
۱۱۶- تست ضابطه معکوس تابع $y = 2 - \sqrt{x-1}$ به کدام صورت است؟ (تجربی داخل ۹۲)

- (۱) $y = x^2 - 4x + 5 ; x \leq 2$ (۲) $y = -x^2 - 4x - 5 ; x \leq 2$
(۳) $y = -x^2 + 4x - 5 ; x \geq 1$ (۴) $y = x^2 - 4x + 5 ; x \geq 1$

تست ۱۱۷- اگر $f(x) = x|x|$ نمودار تابع $y = f^{-1}(x)$ به کدام صورت است؟ (تجربی داخل ۹۵)



تست ۱۱۸- شکل رو به رو نمودار تابع $y = f(x)$ و نیمساز ناحیه اول و سوم است. دامنه ی تابع با ضابطه ی $\sqrt{x - f^{-1}(x)}$ کدام است؟ (تجربی داخل ۹۴)

(۲) $[2, 3]$ (۱) $(0, 2]$ (۴) $[3, 8]$ (۳) $[2, 8]$

تست ۱۱۹- تابع با ضابطه $y = x|x - 2|$ در یک بازه نزولی است. ضابطه معکوس این تابع در این بازه کدام است؟ (تجربی داخل ۹۴)

(۲) $x < 1, 1 - \sqrt{1 - x}$ (۱) $x < 0, 1 - \sqrt{1 + x}$ (۴) $0 < x < 1, 1 - \sqrt{1 - x}$ (۳) $0 < x < 1, 1 + \sqrt{1 - x}$

تست ۱۲۰- تابع $f(x) = |x^3|$ با دامنه $\mathbb{R}$ چگونه است؟ (تجربی خارج ۹۵)

(۴) یک به یک

(۳) وارون ناپذیر

(۲) نزولی

(۱) صعودی

تست ۱۲۱- تابع با ضابطه $f(x) = 2x - |4 - 2x|$ در بازه ای وارون پذیر است. ضابطه ی $f^{-1}(x)$ کدام عدد میتواند باشد؟ (ریاضی خارج ۹۲)

(۲) $\frac{1}{4}x - 1, x \leq 4$ (۱) $\frac{1}{4}x + 1, x \geq 4$ (۴) $\frac{1}{4}x + 1, x \leq 4$ (۳) $\frac{1}{4}x - 1, x \geq 4$

تست ۱۲۲- تابع با ضابطه $y = |2x - 6| - |x + 1|$ در یک بازه صعودی است. ضابطه معکوس در این بازه به کدام صورت است؟ (تجربی خارج ۹۴)

(۲) $x + 7; x > -4$ (۱) $-x + 7; x > 8$ (۴) $\frac{1}{2}x - 1; -4 < x < 8$ (۳) $\frac{1}{3}x + 2; x > 3$

تست ۱۲۳- تابع با ضابطه $y = |2x - 6| - |x + 4| + x$ در یک بازه اکیدا نزولی است. ضابطه معکوس آن در این بازه به کدام صورت است؟ (ریاضی داخل ۹۴)

- (۱) $-x + 6; x < -4$ (۲) $-x + 5; x > 2$
(۳) $-\frac{1}{2}x + 1; -4 < x < 3$ (۴) $-\frac{1}{2}x + 1; -4 < x < 10$

تست ۱۲۴- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{|x|}{x} \sqrt{1-x^2}$, $x^2 \neq 1$ و $f(0) = 0$ ضابطه معکوس آن کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۱)

- (۱) $f(x)$ (۲) $-f(x)$ (۳) $xf(x)$ (۴) $-xf(x)$

تست ۱۲۵- در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} \sqrt{|x|} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$ و $f(0) = 0$ ضابطه معکوس آن کدام است؟ (تجربی خارج ۹۲)

- (۱) $y = x\sqrt{|x|}, x \in \mathbb{R}$ (۲) $y = x\sqrt{|x|}, x \in \mathbb{R} - \{0\}$
(۳) $y = x|x|, x \in \mathbb{R}$ (۴) $y = x|x|, x \in \mathbb{R} - \{0\}$

تست ۱۲۶- ضابطه وارون تابع $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$ کدام است؟ (تجربی داخل ۹۱)

- (۱) $y = \frac{x}{1-|x|}, |x| < 1$ (۲) $y = \frac{x}{|x|-1}, |x| > 1$
(۳) $y = \frac{1-|x|}{|x|}, |x| > 1$ (۴) $y = \frac{|x|-1}{x}, |x| < 1$

تست ۱۲۷- ضابطه وارون تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & , x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & , x < 0 \end{cases}$ کدام است؟ (تجربی خارج کشور ۹۱ و تجربی ۹۶)

- (۱) $y = x|x|, x \in \mathbb{R}$ (۲) $y = -x^2, x < 0$ (۳) $y = \pm x^2, x \in \mathbb{R}$ (۴) $y = \pm x|x|, x \in \mathbb{R}$

تست ۱۲۸- اگر $f(x) = 1 + \sqrt{x}$ و $g(x) = x^2$ و $x > 0$ آنگاه ضابطه $g^{-1} \circ f^{-1}$ کدام است؟

- (۱) $x - 1$ (۲) $x + 1$ (۳) $x^2 - 1$ (۴)

۱۲۹- اگر $f = \{(1,2), (2,3), (4,5), (3,4)\}$ و $g = \{(2,1), (3,2), (5,4)\}$ مفروض اند. تابع $g^{-1} \circ f^{-1}$ کدام است؟ (تست)

(ریاضی خارج ۹۰)

- (۱) $\{(4,4), (1,1), (3,4)\}$
 (۲) $\{(5,5), (4,3), (3,3)\}$
 (۳) $\{(2,2), (1,1), (4,4)\}$
 (۴) $\{(2,2), (3,3), (5,5)\}$

۱۳۰- اگر $g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)}$ و $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{2x}$ باشند آنگاه مقدار $g^{-1}(6)$ کدام است؟ (تست)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

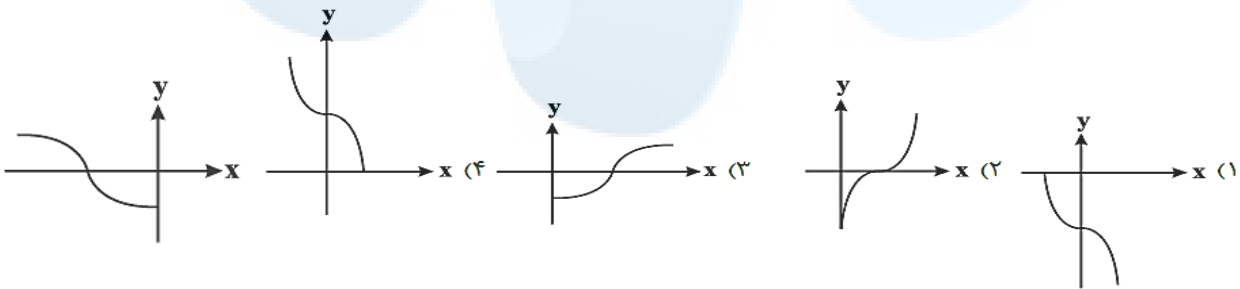
۱۳۱- منحنی معکوس تابع $y = -(x+2)^3 - 2$ را در چند نقطه قطع می کند؟ (تست)

- (۱) ۱ (۲) ۵ (۳) قطع نمی کند (۴) ۳

۱۳۲- اگر $y = ax^5 + b + 1$ معکوس خود را در $(1,0)$ قطع کند مقدار $a^2 + b^2$ کدام است؟ (تست)

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) صفر (۴) ۱

۱۳۳- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = f^{-1}(x)$ کدام است؟ (تست)



۱۳۴- اگر $g(x) = f(3x-4)$ و $f^{-1}(x) = x + \sqrt{x}$ ، حاصل $g^{-1}(16)$ کدام است؟ (تست)

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۸

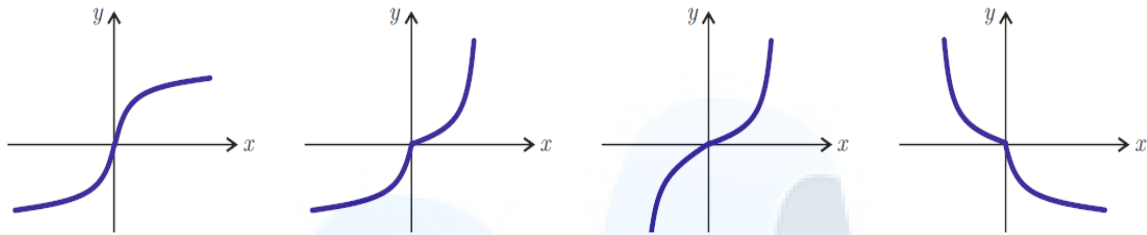
۱۳۵- اگر $f^{-1}(-2) = 3$ و $g^{-1}(3) = -1$ ، حاصل $(f \circ g)^{-1}$ به ازای $x = -2$ کدام است؟ (تست)

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) $\frac{1}{2}$

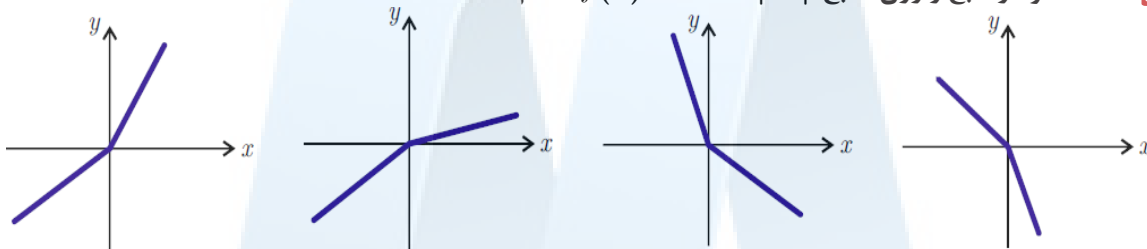
۱۳۶- تابع f با ضابطه $f(x) = x^3 + x + 1$ مفروض است. مقدار عددی $f^{-1}(1)$ چقدر است؟ (تست)

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) -۱ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۳۷- نمایش هندسی تابع معکوس $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟ **تست**



۱۳۸- نمودار تابع وارون، تابع $f(x) = 2x + |x|$ کدام است؟ **تست**



۱۳۹- تابع معکوس تابع $y = x^2 - 4x$ با شرط $x < 2$ کدام است؟ **تست**

$$f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x + 4} \quad (2)$$

$$f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x + 4} \quad (1)$$

$$f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x - 4} \quad (4)$$

$$f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x - 4} \quad (3)$$

۱۴۰- اگر $f(x) = x + |x|$ باشد، حاصل $(f \circ f^{-1})(4/5)$ کدام است؟ **تست**

(۴) موجود نیست.

(۳) ۶

(۲) ۶/۵

(۱) ۴/۵

۱۴۱- اگر $f(x) = \frac{2}{5}x - 4$ و $g(x) = x^3 + x$ حاصل $(g^{-1} \circ f^{-1})(8)$ کدام است؟ (ت خ ۹۸) **تست**

(۴) ۳

(۳) ۲/۵

(۲) ۲

(۱) ۱/۵

۱۴۲- اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$ حاصل $(f \circ g)^{-1}(5) + (f^{-1} \circ g^{-1})(1)$ کدام است؟ **تست**

(۴) ۶۸

(۳) ۶۵

(۲) ۳۶

(۱) ۳۳

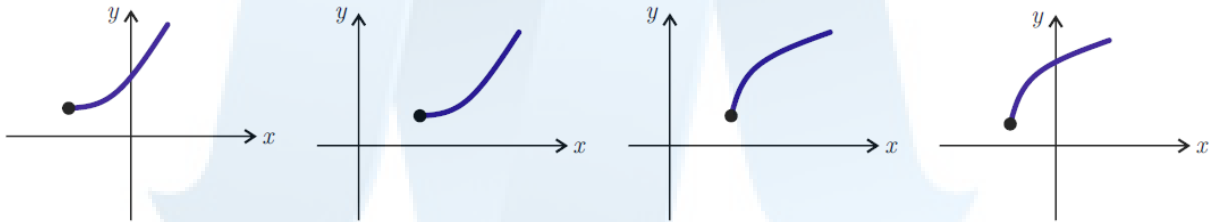
تست ۱۴۳- اگر $f(x) = x + 2$ و $g(x) = 2x^2 - 8x + 1$ باشند، آن گاه حاصل جمع ریشه های معادله $(fog^{-1})^{-1}(x) = 0$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) -۱۰ (۳) ۸ (۴) -۸

تست ۱۴۴- اگر $f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 4), (4, 6)\}$ و $g = \{(2, 3), (4, 2), (5, 6), (3, 1)\}$ باشند تابع $\frac{g}{gof^{-1}}$ کدام است؟ (۹۸)

- (۱) $\{(4, 2), (5, 2)\}$ (۲) $\{(4, 2), (3, 5)\}$
(۳) $\{(5, 2), (2, 4)\}$ (۴) $\{(3, 5), (2, 4)\}$

تست ۱۴۵- منحنی تابع وارون تابع $f(x) = x^2 - 2x, x \geq 1$ کدام است؟



تست ۱۴۶- اگر $f(x) = x^2 - 2x - 3, x \geq 1$ باشد. نمودارهای دو تابع f^{-1} و $g(x) = \frac{x-9}{2}$ با کدام طول متقاطع هستند؟ (ت ۹۸)

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴) ۲۱

تست ۱۴۷- تابع وارون تابع $y = \sqrt{1-x}$ کدام است؟

- (۱) $y = 1 - x^2, x \geq 0$ (۲) $y = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$
(۳) $y = \sqrt{1+x}$ (۴) $y = 1 + x^2$

تست ۱۴۸- در بزرگ ترین بازه ای که تابع $f(x) = x + |x + 2|$ وارون پذیر است. ضابطه وارون آن کدام است؟

- (۱) $y = \frac{x-2}{2}, x \geq -2$ (۲) $y = \frac{x+2}{2}, x \geq -2$
(۳) $y = \frac{x-2}{2}, x \geq 0$ (۴) $y = \frac{x+2}{2}, x \geq 0$

تست ۱۴۹- معکوس تابع $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ کدام است؟

- (۱) $y = 1 - \sqrt[3]{x-1}$ (۲) $y = 1 - \sqrt[3]{x+1}$ (۳) $y = -1 + \sqrt[3]{x-1}$ (۴) $y = -1 - \sqrt[3]{x+1}$

۱۵۰- ضابطه وارون تابع $y = 3x - |x|$ کدام است؟ **تست**

$$(۱) \quad y = \frac{3x + |x|}{4} \quad (۲) \quad y = \frac{3x + |x|}{8} \quad (۳) \quad y = \frac{x + |x|}{4} \quad (۴) \quad y = \frac{2x - |x|}{4}$$

۱۵۱- ضابطه وارون تابع $g(x) = -5 - \sqrt{3x + 1}$ کدام است؟ **تست**

$$(۱) \quad g^{-1}(x) = 3x^2 + 30x + 75, \quad x \geq -\frac{1}{3} \quad (۲) \quad g^{-1}(x) = \frac{x^2 + 10x + 24}{3}, \quad x \geq -\frac{1}{3}$$

$$(۳) \quad g^{-1}(x) = 3x^2 + 30x + 75, \quad x \leq -5 \quad (۴) \quad g^{-1}(x) = \frac{x^2 + 10x + 24}{3}, \quad x \leq -5$$

۱۵۲- ضابطه تابع معکوس تابع $f(x) = x^2 - 2x + 2, x \geq 1$ کدام است؟ **تست**

$$(۱) \quad f^{-1}(x) = \sqrt{x-1} + 1, \quad x \geq 1 \quad (۲) \quad f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} - 1, \quad x \geq -1$$

$$(۳) \quad f^{-1}(x) = \sqrt{x-1} - 1, \quad x \geq 2 \quad (۴) \quad f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} - 1, \quad x \geq 1$$

۱۵۳- اگر $f(x) = x + 4$ و $g(x) = 2x - 5$ ، ضابطه تابع $f^{-1} \circ g^{-1}$ کدام است؟ **تست**

$$(۱) \quad y = \frac{x-2}{3} \quad (۲) \quad y = \frac{x-3}{2} \quad (۳) \quad y = \frac{x+1}{2} \quad (۴) \quad y = x + 2$$

۱۵۴- اگر $f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 0), (4, -1)\}$ و $g = \{(2, 3), (-1, 4), (4, 1), (3, 0)\}$ ، تابع $g \circ f^{-1}$ کدام است؟ **تست**

$$(۱) \quad g \circ f^{-1} = \{(0, 0), (1, 3)\} \quad (۲) \quad g \circ f^{-1} = \{(2, 4), (3, 5)\}$$

$$(۳) \quad g \circ f^{-1} = \{(2, 0), (-1, 4)\} \quad (۴) \quad g \circ f^{-1} = \{(5, 3), (-1, 1)\}$$

نمونه سوالات تشریحی و تستی فصل دوم- درس اول، از کتاب ریاضی دوازدهم رشته تجربی

درس اول

تناوب و تانژانت

سوالات تشریحی و تستی درس اول

مثال ۱- دوره تناوب، مقادیر ماکزیمم و مینیمم هریک از توابع مثلثاتی زیر را بیابید.

الف) $y = 2 \sin(4x) - 1$

ب) $y = \frac{-1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

پ) $y = \frac{\pi}{4} \cos(-2x) + 2$

ت) $y = 6 \sin\left(\frac{x}{3}\right)$

ث) $y = \frac{-3}{2} \sin\left(\frac{x}{4}\right) - 2$

مثال ۲- در هر مورد ضابطه تابعی مثلثاتی با دوره تناوب، مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده را بنویسید.

الف) $T = 4\pi$, $\max = 8$, $\min = 5$

ب) $T = 3$, $\max = 2$, $\min = -4$

پ) $T = \frac{\pi}{4}$, $\max = 4$, $\min = -1$

ت) $T = 3\pi$, $\max = 6$, $\min = -3$

مثال ۳- چرا توابع متناوب هیچ گاه یک به یک نیستند؟

مثال ۴- با افزایش مقادیر زاویه α در ربع دوم و نزدیک شدن آن به π مقادیر تانژانت تا چه حد افزایش یا کاهش می یابد؟

(با رسم شکل)

مثال ۵- توضیح دهید اگر a عدد حقیقی و منفی باشد، چگونه می توان زاویه ای مانند α یافت طوری که $\tan \alpha = a$

مثال ۶- دامنه توابع زیر را بیابید.

الف) $y = \tan 2x$

ب) $y = \frac{1}{4} \tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

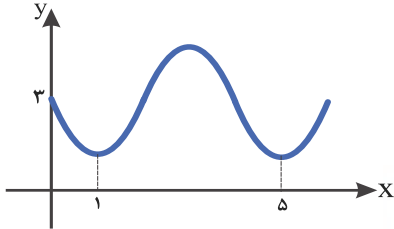
پ) $y = 3 \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$

ت) $y = 2 \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$

مثال ۷- نمودار $y = \tan x$ را در بازه $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ رسم کنید. یکنوایی آن را مشخص کنید.

مثال ۸- در ربع اول مقدار $\sin \alpha$ را با مقدار $\tan \alpha$ مقایسه کنید. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

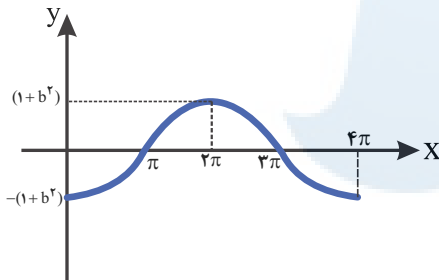
مثال ۹- شکل روبه رو قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ است. مقدار y در نقطه $x = \frac{25}{3}$ کدام است؟



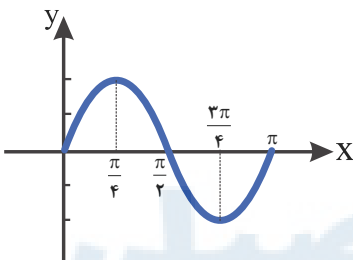
مثال ۱۰- دوره تناوب دو تابع زیر با هم برابرند. مقادیر ممکن b را بیابید.

$$y = 3 \sin\left(\frac{\pi x}{b-1}\right), \quad y = -\cos((b+1)\pi x)$$

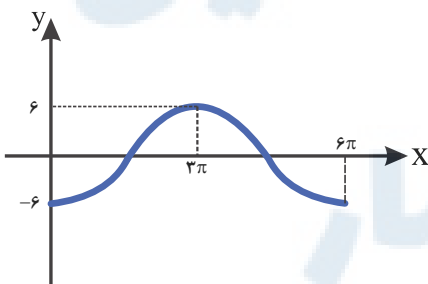
مثال ۱۱- معادله منحنی روبه رو را به صورت $y = a \cos(bx)$ بیان کنید.



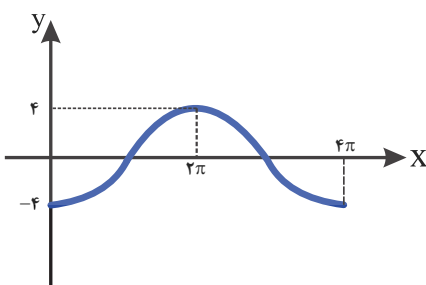
مثال ۱۲- معادله منحنی روبه رو را به صورت $y = a \sin(bx)$ بیان کنید.



مثال ۱۳- معادله منحنی روبه رو را به صورت $y = a \cos(bx)$ بیان کنید.

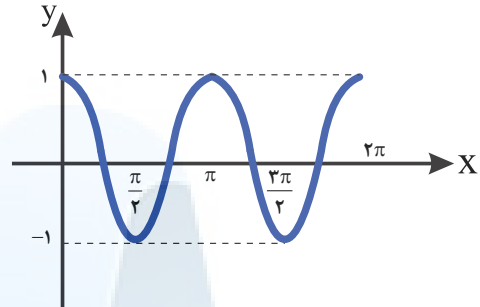
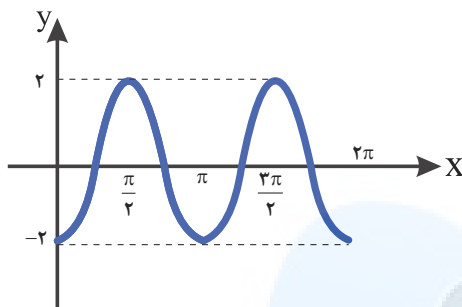


مثال ۱۴- معادله نمودار زیر را بنویسید.

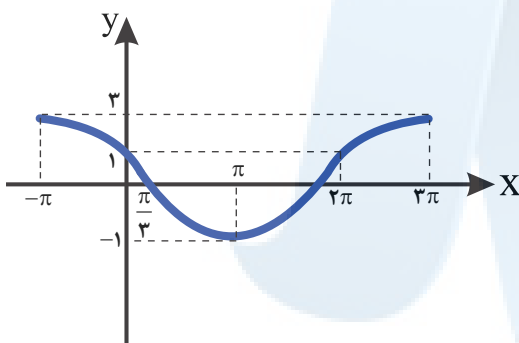


مثال ۱۵- معادله یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx)$ را بنویسید که برد آن $[-4, 4]$ و دوره تناوب آن ۲ باشد.

مثال ۱۶- معادله نمودارهای زیر را بنویسید.



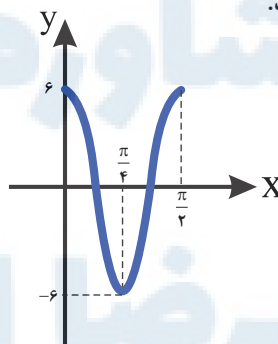
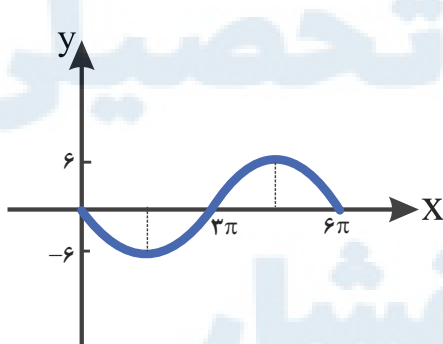
مثال ۱۷- نمودار تابع $f(x) = 1 - a \sin(bx)$ به صورت زیر است. a و b را بدست آورید.



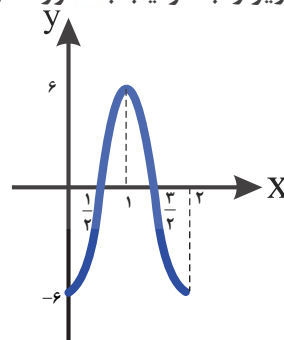
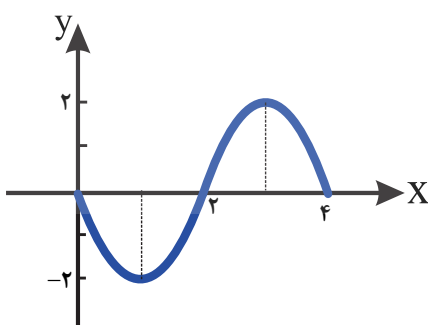
مثال ۱۸- معادله یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx) + c$ را بنویسید که ماکزیمم آن ۵ و مینیمم آن -۱ و دوره تناوب آن 8π است.

مثال ۱۹- معادله یک تابع کسینوسی $y = a \cos(bx) + c$ را بنویسید که ماکزیمم آن $\frac{1}{2}$ و مینیمم آن -۱ و دوره تناوب آن ۶ است.

مثال ۲۰- معادله نمودارهای زیر را بنویسید.



مثال ۲۱- معادله منحنیهای زیر را به ترتیب به صورت $y = a \sin(bx)$ و $y = a \cos(bx)$ بیان کنید.



مثال ۲۲- درستی یا نادرستی هر کدام را مشخص کنید.

الف) تابع تانژانت در ربع چهارم از $\frac{3\pi}{4}$ تا رسیدن به زاویه 2π مقدار کاهشی دارد.

ب) بازه ای وجود دارد که تانژانت در آن بازه صعودی است.

پ) تابع تانژانت تابعی غیر متناوب است.

ت) دوره تناوب تابع $y = -2 \cos\left(\frac{\pi}{8}x\right) + 1$ برابر ۱۶ است.

ث) دامنه تابع تانژانت برابر $D = R - \left\{x = k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}$ است.

ج) دوره تناوب تانژانت برابر $\frac{\pi}{2}$ است.

چ) در نمودار تابع $y = a \cos(bx) + c$ مقدار بیشینه نمودار ۵ و کمینه ی نمودار ۲ است. در این صورت مقدار a برابر $3/5$ و مقدار c برابر $1/5$ است.

تست ۲۳- دوره تناوب چندتا از توابع زیر π است؟

$y = \sin 2x$	$y = \cos 2x$	$y = 2 \sin x$	$y = \cos \frac{x}{2}$	$y = 4 \sin \frac{x}{2}$
۴ (۴)	۳ (۳)	۲ (۲)	۱ (۱)	

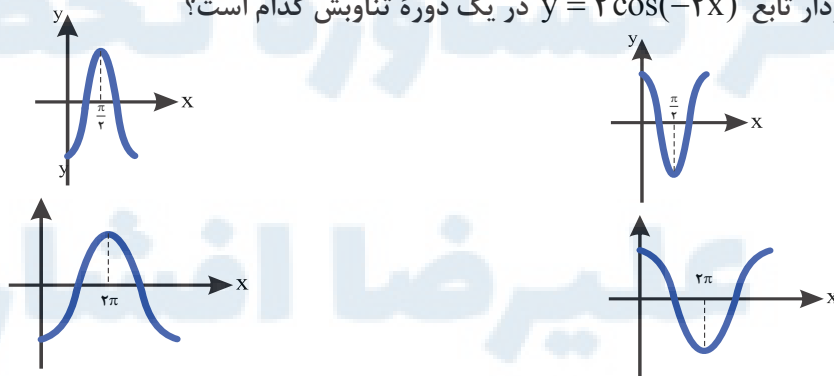
تست ۲۴- دوره تناوب تابع $f(x) = \cos(\sqrt{2}\pi x) + 4$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ (۴)	$\sqrt{2}\pi$ (۳)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)	$\sqrt{2}$ (۱)
-----------------------------	-------------------	--------------------------	----------------

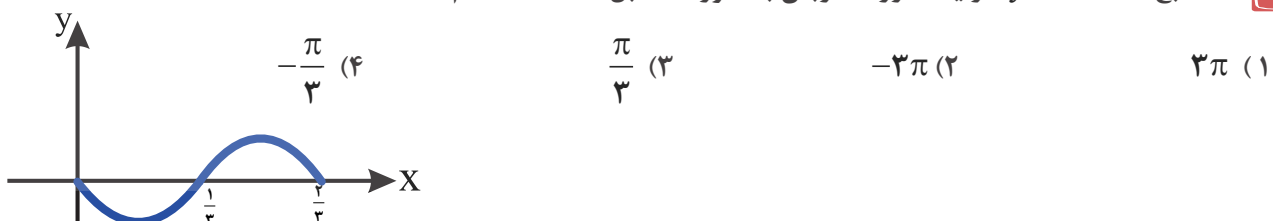
تست ۲۵- در تابع $y = \pi \sin(-x) + 1$ مجموع مقادیر ماکزیمم، مینیمم و دوره تناوب تابع کدام است؟

$2(\pi + 1)$ (۴)	$2(2\pi + 1)$ (۳)	2π (۲)	$2(\pi + 2)$ (۱)
------------------	-------------------	------------	------------------

تست ۲۶- نمودار تابع $y = 2 \cos(-2x)$ در یک دوره تناوبش کدام است؟

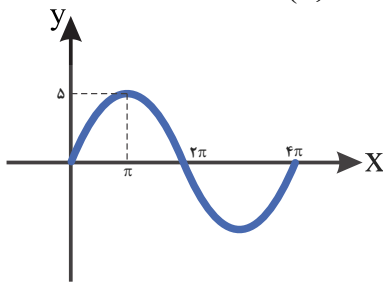


تست ۲۷- تابع $y = \sin bx$ در یک دوره تناوبش به صورت مقابل است، b کدام است؟



فصل ۲ || مثلثات

۲۸- تست $y = a \sin bx$ به صورت مقابل داده شده است، $a + 2b$ کدام است؟ ($a, b > 0$)



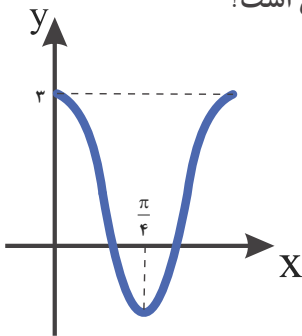
۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

۲۹- تست اگر نمودار تابع $y = a \cos bx$ به صورت روبه رو باشد، کدام مقدار برای $a + b$ ممکن است؟



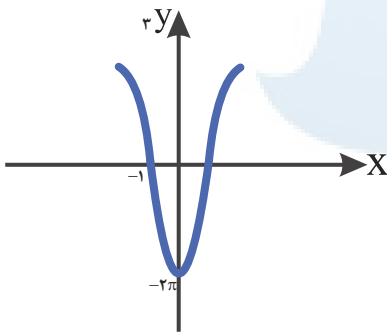
۵ (۴)

-۳ (۳)

۲ (۲)

-۱ (۱)

۳۰- تست نمودار تابع به معادله $f(x) = a \cos bx$ به صورت مقابل است، آنگاه $f(\frac{1}{2})$ کدام است؟



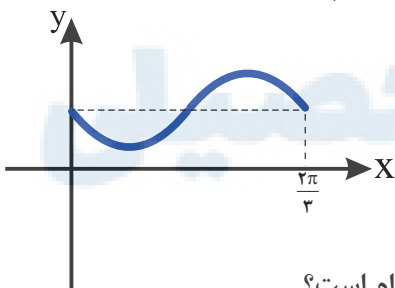
$-\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ (۳)

$-\sqrt{2}\pi$ (۲)

$\sqrt{2}\pi$ (۱)

۳۱- تست شکل روبه رو قسمتی از نمودار تابع $y = 1 - \sin mx$ است. مقدار تابع در نقطه $x = \frac{7\pi}{6}$ ، کدام است؟



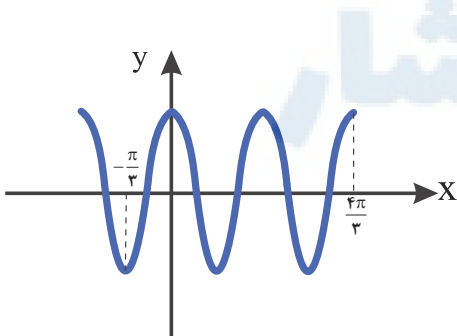
۲ (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

صفر (۱)

۳۲- تست تابع $f(x) = a \cos(bx) + c$ به صورت مقابل است. دوره تناوب این تابع کدام است؟



$\frac{\pi}{3}$ (۴)

$\frac{2\pi}{3}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

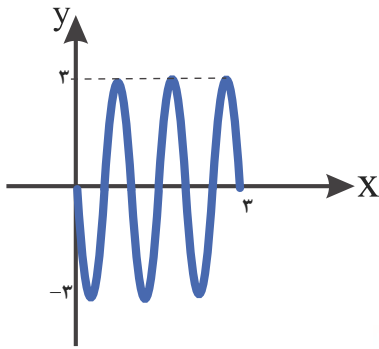
۳۳- تست شکل روبه رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. ab کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج کشور ۹۲)

(۱) -۶

(۲) -۳

(۳) $4/5$

(۴) ۶



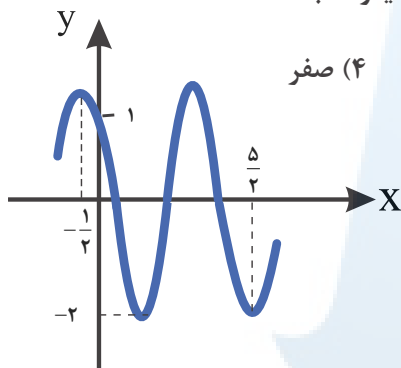
۳۴- تست اگر نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x) + 1$ به صورت مقابل باشد، $a + b$ کدام میتواند باشد؟

(۱) -۲

(۲) ۳

(۳) -۳

(۴) صفر

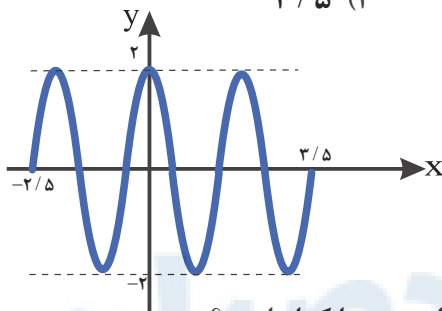


۳۵- تست شکل روبه رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(\frac{1}{4}\pi + bx)$ است. ab کدام است؟ (۹۲)

(۱) ۲

(۲) $2/5$

(۳) ۳

(۴) $3/5$ 

۳۶- تست مختصات نقطهٔ ماکزیمم تابع $y = \sin 2x$ در اولین دورهٔ تناوب سمت راست مبدا کدام است؟

(۱) $(\frac{\pi}{4}, 1)$ (۲) $(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ (۳) $(\frac{\pi}{6}, 1)$ (۴) $(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2})$

۳۷- تست اگر دورهٔ تناوب تابع $y = 3 \cos ax$ برابر ۲ باشد، اولین نقطهٔ مینیمم این تابع با طول مثبت کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$

(۴) ۲

۳۸- تست تابع $y = \tan x$ در ربع های اول و دوم به ترتیب چگونه است؟

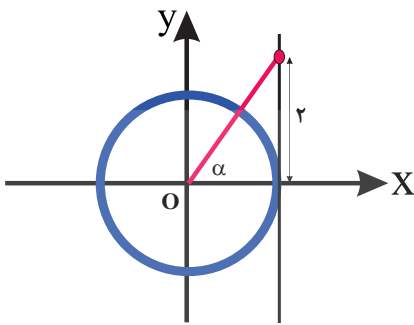
(۱) صعودی - صعودی

(۲) صعودی - نزولی

(۳) نزولی - صعودی

(۴) نزولی - نزولی

فصل ۲ || مثلثات



(۴) $\frac{\sqrt{5}}{10}$

(۳) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

(۲) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

(۱) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

تست ۳۹- با توجه به شکل، حاصل $\cos \alpha$ کدام است؟

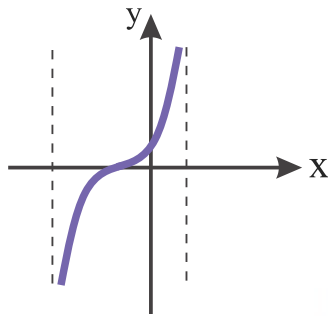
تست ۴۰- نمودار مقابل مربوط به کدام تابع است؟

(۱) $y = \tan x - 1$

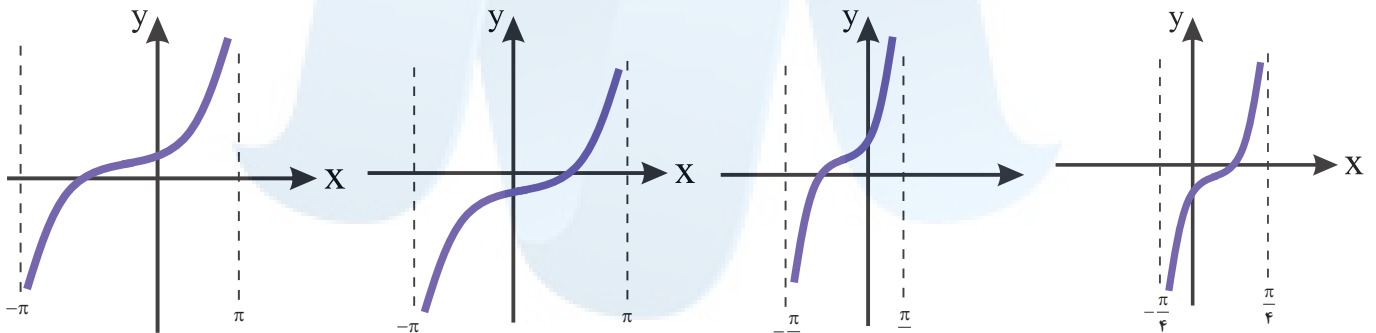
(۲) $y = \tan x + 1$

(۳) $y = \tan(x - 1)$

(۴) $y = \tan(x + 1)$



تست ۴۱- نمودار $y = \tan 2x - 1$ در یک دوره تناوبش چگونه است؟



تست ۴۲- برد تابع $f(x) = -4 \tan(\frac{x}{3}) + 1$ کدام بازه است؟

(۴) $\mathbb{R}$

(۳) $(-\infty, 1)$

(۲) $[-1, \frac{5}{3}]$

(۱) $[-3, 5]$

تست ۴۳- تابع $y = \tan(\frac{x}{3})$ در تمامی نقاط کدام بازه صعودی است؟

(۴) $(0, 2\pi)$

(۳) $(0, 3\pi)$

(۲) $(-\pi, \pi)$

(۱) $(\pi, 2\pi)$

تست ۴۴- اگر دوره تناوب تابع $f(2x)$ برابر باشد، دوره تناوب تابع $f(5x)$ کدام است؟

(۴) $\frac{T}{2}$

(۳) $5T$

(۲) $\frac{2}{5}T$

(۱) $\frac{5}{2}T$

تست ۴۵- دوره تناوب اصلی تابع $f(x) = 7 \sin \frac{x}{3} + 5$ کدام است؟

(۴) 8π

(۳) 6π

(۲) 4π

(۱) —

تست ۴۶- دوره تناوب اصلی تابع $f(x) = 8 \cos 3x + 7$ کدام است؟

(۴) $\frac{3\pi}{2}$

(۳) 6π

(۲) $\frac{2\pi}{3}$

(۱) 2π

تست ۴۷- دوره تناوب اصلی تابع $y = |\cos x|$ برابر است با:

(۴) 2π

(۳) $\frac{3\pi}{2}$

(۲) π

(۱) $\frac{\pi}{2}$

تست ۴۸- دوره تناوب تابع $f(x) = \tan \frac{x}{4} \cdot \cot \frac{x}{4}$ کدام است؟

(۴) $\frac{\pi}{2}$

(۳) π

(۲) 2π

(۱) 4π

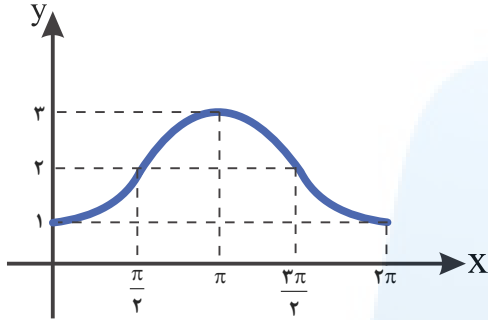
تست ۴۹- کدام ضابطه زیر دارای نموداری به صورت مقابل است؟

(۴) $y = 2 - \cos x$

(۳) $y = \sin x - 2$

(۲) $y = 2 \cos x + 1$

(۱) $y = 2 \sin x - 1$



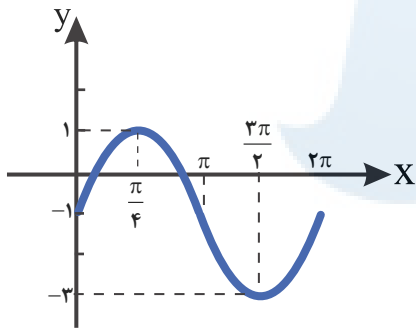
تست ۵۰- ضابطه متناظر با نمودار مقابل کدام است؟

(۴) $y = 2 - \cos x$

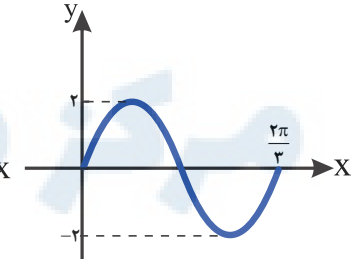
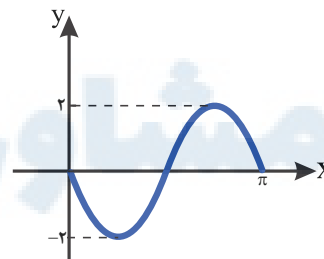
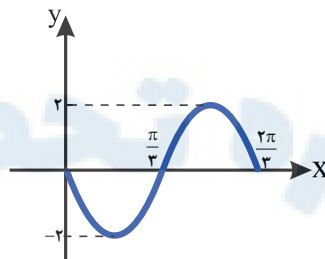
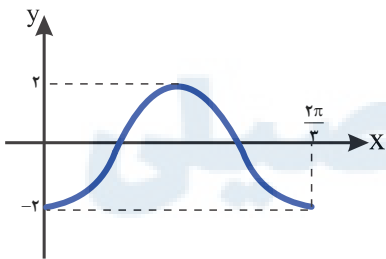
(۳) $y = 2 \sin x - 1$

(۲) $y = \sin x - 2$

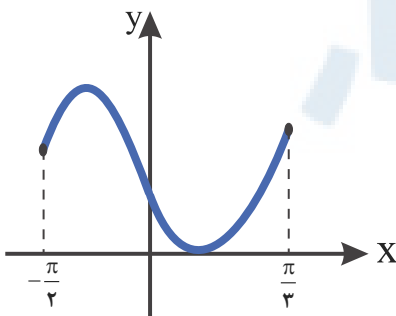
(۱) $y = 2 \cos x + 1$



تست ۵۱- کدام یک از موارد زیر، بخشی از تابع $y = -2 \sin 3x$ را نشان میدهد؟



تست ۵۲- شکل مقابل نمودار کدام تابع در بازه $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ است؟



(۱) $y = 1 + \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

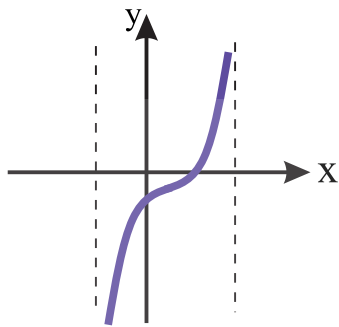
(۲) $y = 1 + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

(۳) $y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

(۴) $y = 1 - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

فصل ۲ || مثلثات

تست ۵۳- نمودار مقابل مربوط به ضابطه کدام یک از توابع زیر می تواند باشد؟



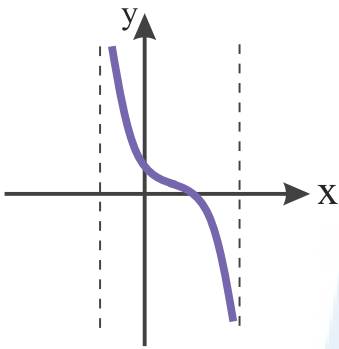
(۱) $f(x) = \tan(x + \frac{\pi}{3}) - 1$

(۲) $f(x) = \tan(x - \frac{\pi}{3}) + 1$

(۳) $f(x) = \tan(x - \frac{\pi}{4}) + 1$

(۴) $f(x) = \tan(x + \frac{\pi}{4}) - 1$

تست ۵۴- ضابطه تابع مقابل کدام یک از گزینه های زیر می تواند باشد؟



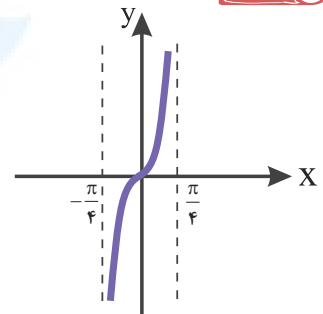
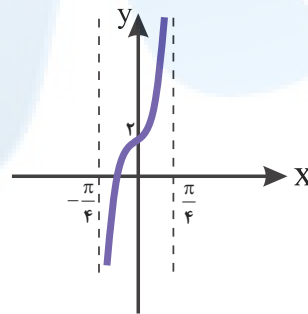
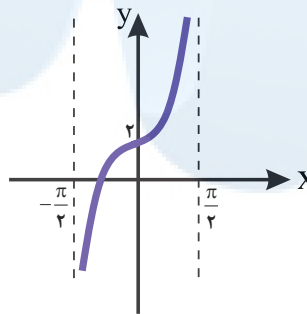
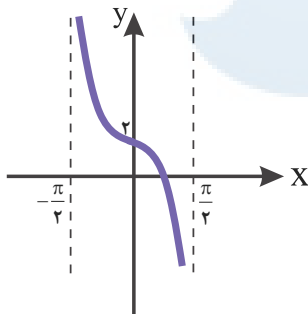
(۱) $y = \tan(t - \frac{\pi}{2})$

(۲) $y = 3 \tan t$

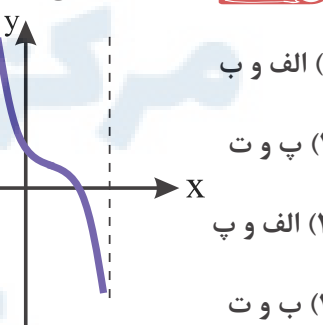
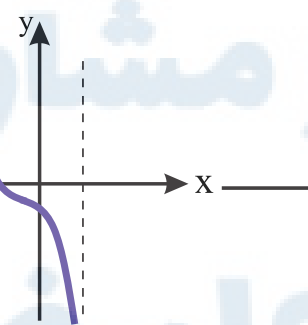
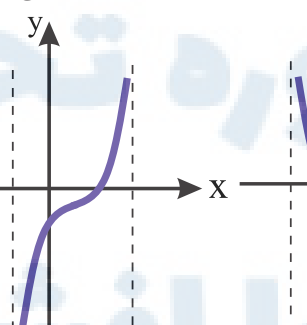
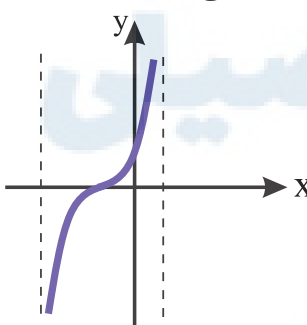
(۳) $y = -\tan t + 1$

(۴) $y = -2 \tan 2t$

تست ۵۵- کدام یک از نمودارهای زیر، نمودار تابع $y = 2 + \tan 2x$ است؟



تست ۵۶- نمودار تابع $f(x) = a \tan(ax - b)$ با شرط $b > 0$ در یک دوره تناوبش به کدام شکل ها می تواند باشد؟



(۱) الف و ب

(۲) پ و ت

(۳) الف و پ

(۴) ب و ت

تست ۵۷- نمودار تابع $y = \tan x$ و $y = \frac{1}{x}$ در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ در چند نقطه یکدیگر را قطع می کنند؟

(۱) دو نقطه

(۲) سه نقطه

(۳) یک نقطه

(۴) چهار نقطه

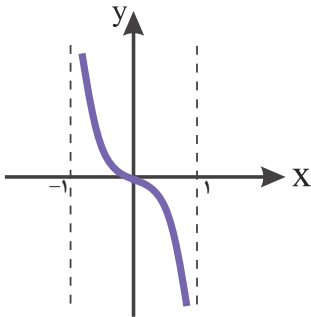
دیتا ریاضی عاقل آنگری

تست ۵۸ - مساحت مثلثی که از برخورد نمودار تابع تانژانت با محور x ها در بازه $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ و خط $y = x + 3$ با محور y ها حاصل می شود، کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) π (۳) $\frac{5\pi}{2}$ (۴) $\frac{3\pi}{2}$

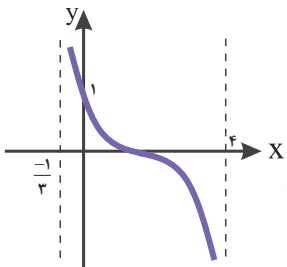
تست ۵۹ - قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \tan ax$ به صورت مقابل است. a کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $-\frac{\pi}{2}$ (۳) π (۴) $-\pi$



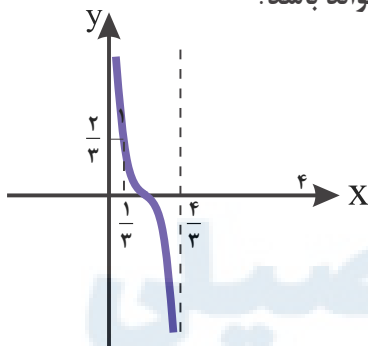
تست ۶۰ - نمودار تابع $f(x) = \tan(ax + b)$ به شکل مقابل است. $a \times b$ کدام می تواند باشد؟

- (۱) $-\frac{\pi^2}{52}$ (۲) $\frac{\pi^2}{52}$ (۳) $-\frac{3\pi^2}{52}$ (۴) $\frac{3\pi^2}{52}$



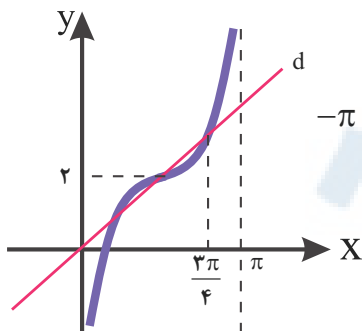
تست ۶۱ - نمودار تابع $y = a \tan(bx + \frac{1}{2})\pi$ مطابق شکل روبه رو است. a و b کدام می تواند باشد؟

- (۱) $\left(-\frac{2}{3}, \frac{3}{4}\right)$ (۲) $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{4}{3}\right)$ (۳) $\left(\frac{2}{3}, \frac{3}{4}\right)$ (۴) $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

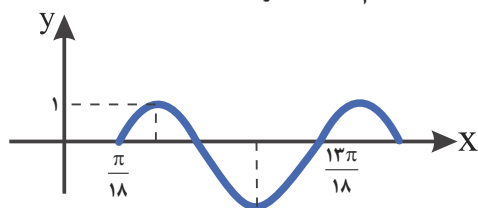


تست ۶۲ - اگر خط d مطابق شکل از مرکز تقارن تابع $f(x) = a + b \tan(x - c)$ در یک دوره تناوب آن بگذرد. حاصل abc کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) π (۳) $-\frac{\pi}{2}$ (۴) $-\pi$

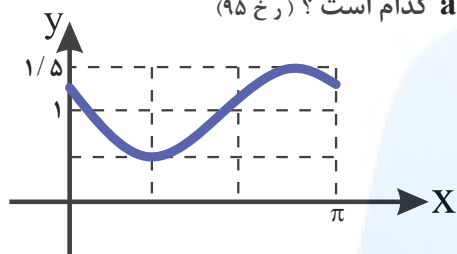


تست ۶۳- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a - 2 \cos\left(bx + \frac{\pi}{2}\right)$ است. $a + b$ کدام است؟ (ر-۹۵)



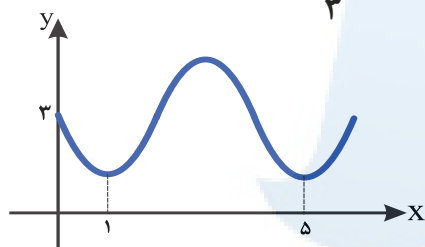
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

تست ۶۴- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = 1 + a \sin\left(bx - \frac{\pi}{6}\right)$ است. $a + b$ کدام است؟ (ر خ-۹۵)



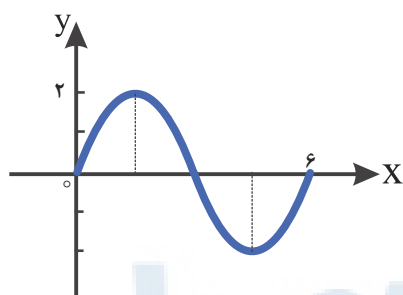
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

تست ۶۵- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ است. مقدار y در نقطه $x = \frac{25}{3}$ کدام است؟ (تجربی-۹۳)



- (۱) ۲ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) ۳

تست ۶۶- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. $a + b$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج کشور-۹۳)



- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{8}{3}$

تست ۶۷- معادله $\frac{\sqrt{x}}{\cos x} = 1$ در بازه $(0, 3\pi)$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۶۸- معادله $x \sin x - 1 = 0$ در بازه $[-\pi, \pi]$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۵

تست ۶۹- نمودار تابع به معادله $y = -4 \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3\pi x\right)$ روی بازه $[-1, 1]$ در چند نقطه بیشترین مقدار را دارد؟ (ت-۹۱)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۰- اختلاف بیشترین و کمترین مقدار تابع f با ضابطه $f(x) = 1 - 3 \cos 2x$ کدام است؟ **تست**

۶ (۴)

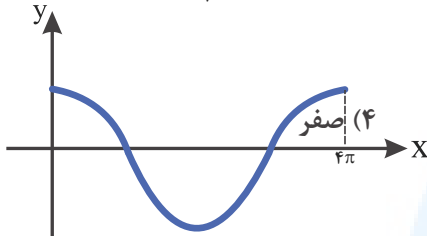
۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۷۱- شکل رو به رو قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{2} + 2 \cos(mx)$ است. مقدار y در نقطه $x = \frac{16\pi}{3}$ کدام است؟ **تست**

(سراسری ریاضی ۹۶)

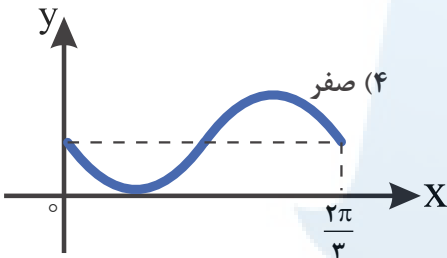


۱ (۳)

 $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

۷۲- شکل رو به رو قسمتی از نمودار تابع $y = 1 - \sin(mx)$ است. مقدار تابع در نقطه $x = \frac{7\pi}{6}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج کشور ۹۶) **تست**

(سراسری ریاضی خارج کشور ۹۶)

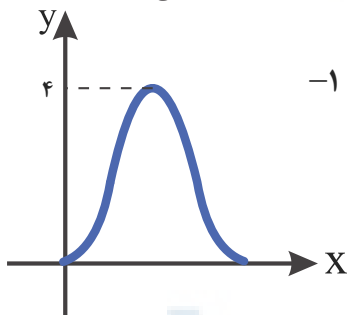


۱ (۳)

۲ (۲)

 $\frac{1}{2}$ (۱)

۷۳- شکل مقابل نمودار تابع $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ در بازه $(0, 4)$ است. b کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۷) **تست**



-۱ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)



مرکز مشاوره تحصیلی علیرضا افشار

دبیر ریاضی عارف افکاری

نمونه سوالات تشریحی و تستی فصل دوم- درس دوم، از کتاب ریاضی دوازدهم رشته تجربی

درس دوم

معادلات مثلثاتی

مثال ۱- درستی رابطه های زیر را اثبات کنید.

الف) $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$

ب) $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$

پ) $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$

ت) $\sin 2x = \frac{2\tan x}{1 + \tan^2 x}$

مثال ۲- اگر α حاده است، روابط زیر را اثبات کنید. (فرمول های طلایی مثلثات)

الف) $\sin \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}}$

ب) $\cos \alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}}$

مثال ۳- صفر های توابع $y = \sin x$ و $y = \cos x$ را بیابید.

مثال ۴- حاصل $\cos 22^\circ$ و $\sin 22^\circ$ را بیابید. (راهنمایی: از فرمول های طلایی بهره بگیرید.)

مثال ۵- اگر $\sin \alpha = \frac{-2}{5}$ باشد. حاصل $\sin 2\alpha$ و $\cos 2\alpha$ را بیابید.

مثال ۶- مثلثی با مساحت $8\sqrt{2}$ سانتی متر مربع است اگر اندازه ی هر ضلع آن ۴ و ۸ سانتی متر باشد، آن گاه چند مثلث با

این خاصیت وجود دارد؟

مثال ۷- اگر α در ربع سوم و $\sin \alpha = \frac{-3}{5}$ باشد مطلوب است محاسبه ی $\sin 2\alpha$

مثال ۸- اگر $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ باشد. $\cos 2x$ را محاسبه کنید.

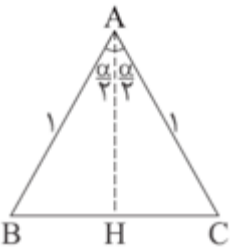
مثال ۹- از تساوی $\sin 15^\circ \times \cos 15^\circ = \frac{1}{4}$ نسبت های مثلثاتی زاویه های 15° را حساب کنید.

مثال ۱۰- اگر α حاده و $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ باشد مطلوب است محاسبه ی $\sin 2\alpha$ ، $\cos 2\alpha$.

مثال ۱۱- مقدار عددی $\sin 15^\circ$ را بیابید.

درس دوم || معادلات مثلثاتی

۱۲- با استفاده از مثلث متساوی الساقین زیر که طول ساق های آن واحد است و زاویه راس آن α است. با محاسبه ی



مساحت آن از دو طریق نتیجه بگیرید: $\sin \alpha = 2 \sin \left(\frac{\alpha}{2} \right) \times \cos \left(\frac{\alpha}{2} \right)$



۱۳- درستی تساوی مقابل را ثابت کنید.



$$\frac{2}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \sin 2\alpha$$

۱۴- فرض کنید $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ و α زاویه حاده باشد، حاصل $\sin 2\alpha$ را بیابید.



$$\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \tan \alpha$$

۱۵- درستی تساوی مقابل را ثابت کنید.



۱۶- معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید و جواب کلی آن ها را بنویسید.



الف) $\cos 2x - 3 \cos x + 2 = 0$

ب) $\sin 2x = \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right)$

پ) $\cos x - \cos^3 x = 0$

ت) $\sin^2 x - \cos^2 x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ث) $\sin 2x + \sin x = 0$

ج) $2 \sin^2 2x - \sin 2x + 1 = 0$

چ) $2 \sin^2 2x + \sin 2x - 1 = 0$

ح) $\sin 3x - \sin 7x = 0$

خ) $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$

د) $\sin^3 x - \sin x = 0$

ذ) $\sin 2x = 2 \cos x$

ر) $\cos 2x - 5 \cos x + 3 = 0$

فصل ۲ || مثلثات

مثال ۱۷- معادله ی مثلثاتی زیر را حل کنید و جواب های کلی آن را بنویسید.

$$\cos 3x + 2 \cos 3x - 3 = 0$$

مثال ۱۸- جواب کلی معادله ی $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ کدام است؟

مثال ۱۹- معادله ی $\sin 4x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$ در بازه ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟

مثال ۲۰- جواب کلی معادله ی مثلثاتی زیر کدام است؟

$$2 \sin(\pi - x) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + 3 \cot x \sin(\pi + x) = 0$$

مثال ۲۱- جواب های معادله ی $\sin^2 x = \cos^2 x$ در بازه ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟

مثال ۲۲- جواب های کلی معادله ی مثلثاتی $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos(\pi - x) = -\sqrt{3}$ را بنویسید.

مثال ۲۳- معادله ی $4 \cos^2 x - 9 \cos x + 5 = 0$ را حل کنید. و جواب های کلی آن را بیابید.

مثال ۲۴- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $6 + \cos 2x = 5 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ را بدست آورید.

مثال ۲۵- جواب های کلی معادله ی مثلثاتی $\sin 3x + \cos x = 0$ را به دست آورید.

مثال ۲۶- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\sin x - \sin 3x = 0$

ب) $\sin x + \sin 3x = 0$

پ) $\cos x - \cos 3x = 0$

ت) $\cos x + \cos 3x = 0$

مثال ۲۷- معادله $\sin x + \cos x = 1$ را حل کنید.

مثال ۲۸- کلیه جواب های معادله مثلثاتی $\cos^2 x - 3 \cos x + 2 = 0$ را تعیین کنید.

مثال ۲۹- معادله مثلثاتی $2 \sin x - \sqrt{2} = 0$ را حل کنید.

مثال ۳۰- کلیه ی جواب های معادله ی $2 \cos^2 x - \cos x = 0$ را تعیین کنید.

مثال ۳۱- معادله ی مثلثاتی $\sin 5x = \sin 2x$ را حل کنید.

مثال ۳۲- کلیه ی جواب های معادله ی مثلثاتی $\sin 2x - \sqrt{3} \cos x = 0$ را تعیین کنید.

مثال ۳۳- معادله ی زیر را حل کنید.

$$(2 \sin x + 1)(\cos x - 1) = 0$$

مثال ۳۴- معادله ی مثلثاتی $\sin^2 x + \cos 2x = 0$ را حل کرده و جواب های بین 0 و 2π را تعیین کنید.

مثال ۳۵- معادله ی مثلثاتی روبه رو را حل کنید و جواب های کلی را بنویسید. $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$

مثال ۳۶- معادله ی مثلثاتی $2 \sin^2 x + \sin x - 3 = 0$ را حل کرده و جواب های بین 0 و 2π را تعیین کنید.

مثال ۳۷- جواب کلی معادله ی $2 \cos^2 x - 7 \cos x + 3 = 0$ را بیابید.

مثال ۳۸- معادله ی $\sin^2 x + 2 \cos^2 x = \frac{5}{4}$ چند ریشه در بازه ی $[0, 2\pi]$ دارد؟

مثال ۳۹- معادله ی $\sin x + \cos x + \sin x \cos x + 1 = 0$ در بازه ی $[0, 2\pi]$ چند ریشه دارد؟

مثال ۴۰- معادله ی $(2 \sin x + 1)(3 \sin x + 2) = 0$ در بازه ی $[\pi, 2\pi]$ چند ریشه دارد؟

مثال ۴۱- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $2 \cos(\pi + 2x) = 1 + \tan^2 x$ را بیابید.

مثال ۴۲- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ را بیابید.

مثال ۴۳- معادله ی $\cos 5x = \sin x$ را حل کنید.

تست ۴۴- خلاصه شده ی عبارت $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \times \cos(\pi + \alpha) - \sin(\pi - \alpha) \times \cos(-\alpha)$ کدام است؟

(۱) $-\sin 2\alpha$ (۲) $\sin 2\alpha$ (۳) $\cos 2\alpha$ (۴) $-\cos 2\alpha$

تست ۴۵- اگر $\tan\left(\frac{2\pi}{3}\right) \times \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1$ مقدار $\cos 2x$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

مثال ۴۶- اگر α, β زاویه های منفرجه و کم تر از 270° باشند: به طوری که $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و $\sin \beta = \frac{4}{5}$ مقادیر زیر بیابید.

الف) $\sin 2\alpha$

پ) $\tan 2\alpha$

ب) $\cos 2\alpha$

تست ۴۷ - چه تعداد از تساوی های زیر یک اتحاد مثلثاتی را نشان می دهد؟ (مشابه تمرین کتاب درسی)

الف) $(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha) = \cos^2 \alpha$ ب) $\cos^4 \alpha + \sin^4 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$

پ) $\tan \alpha + \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{\cot \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha}$ ت) $1 - \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \cos \alpha} = \cos \alpha$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۴۸ - اگر $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل عبارت $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}$ برابر است با:

(۱) ۱ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) -۳ (۴) $\frac{8}{9}$

تست ۴۹ - اگر $\cot \theta = 3$ باشد، مقدار کسر $\frac{\cos \theta}{\sin \theta + 1 \cdot \sin^3 \theta}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{4}{3}$

تست ۵۰ - اگر $\frac{\sin x + 2 \cos x}{\sin x - 3 \cos x} = 2$ باشند، حاصل $\sin 2x$ کدام است؟ (مشابه تمرین کتاب درسی)

(۱) $\frac{16}{65}$ (۲) $\frac{8}{65}$ (۳) $-\frac{16}{65}$ (۴) $-\frac{8}{65}$

تست ۵۱ - مقدار $\frac{\tan x}{1 + \tan^2 x}$ به ازای $x = 22^\circ / 5^\circ$ برابر است با:

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

تست ۵۲ - حاصل عبارت $\frac{\cos^4 40^\circ - \sin^4 40^\circ}{\sin 10^\circ}$ برابر است با:

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $2 \sin 40^\circ$ (۴) $2 \cos 40^\circ$

تست ۵۳ - حاصل عبارت $\cos^2 22^\circ / 5^\circ - \cos^2 67^\circ / 5^\circ$ کدام است؟ (مشابه تمرین کتاب درسی)

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

تست ۵۴ - حاصل $\sin 18^\circ \times \cos 36^\circ$ برابر است با:

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

تست ۵۵ - اگر $A = (\cos 75^\circ + \sin 75^\circ)(\cos 75^\circ - \sin 75^\circ)$ باشد، آن گاه A کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

تست ۵۶ - حاصل $\sin^2 22^\circ / 5^\circ + \cos^2 15^\circ$ کدام است؟

معادلات مثلثاتی

$$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4} \quad (4) \quad 1-\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4} \quad (3) \quad 1+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4} \quad (2) \quad 1+\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{4} \quad (1)$$

۵۷- تست اگر $f(x) = x - \sqrt{x}$ و $g(x) = \sin^4 x$ باشند، ضابطه تابع $f \circ g$ کدام است؟ (تجربی خارج ۹۲)

$$\frac{1}{4} \sin^2 2x \quad (1) \quad -\frac{1}{4} \sin^2 2x \quad (2) \quad -\sin \quad (3) \quad \frac{1}{2} \cos^2 2x \quad (4)$$

۵۸- تست اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\cos(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha)$ کدام است؟ (تجربی ۹۵)

$$-\frac{3}{4} \quad (1) \quad -\frac{3}{8} \quad (2) \quad \frac{3}{8} \quad (3) \quad \frac{3}{4} \quad (4)$$

۵۹- تست اگر $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\tan(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2})$ کدام است؟ (تجربی خارج ۹۵)

$$-2 \quad (1) \quad -\frac{1}{2} \quad (2) \quad \frac{1}{2} \quad (3) \quad 2 \quad (4)$$

۶۰- تست اگر $\tan x = \frac{4}{3}$ باشد، مقدار $\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2}$ کدام است؟ (تجربی ۹۶)

$$-\frac{3}{4} \quad (1) \quad -\frac{3}{2} \quad (2) \quad \frac{4}{3} \quad (3) \quad \frac{3}{2} \quad (4)$$

۶۱- تست ساده شده عبارت $A = \frac{(1 + \tan^2 \theta)(1 + \cot^2 \theta)}{1 - \sin^2 \theta - \cos^4 \theta}$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۱)

$$8 \cos^2 2\theta \quad (1) \quad 8 \sin^2 2\theta \quad (2) \quad 16 \cos^2 2\theta \quad (3) \quad 16 \sin^2 2\theta \quad (4)$$

۶۲- تست جواب کلی معادله $\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ کدام است؟ (مشابه تمرین کتاب درسی)

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (1) \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (2) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (3) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (4)$$

۶۳- تست جواب کلی معادله $2 \cos x + \sqrt{3} = 0$ کدام است؟ (مشابه تمرین کتاب درسی)

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (1) \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (2) \quad 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (3) \quad 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6} \quad (4)$$

۶۴- تست جواب کلی معادله مثلثاتی $2 \cos^2 x - \cos x - 3 = 0$ کدام است؟ (مشابه تمرین کتاب درسی)

$$k\pi \quad (1) \quad 2k\pi + \pi \quad (2) \quad 2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (3) \quad k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

۶۵- تست جواب کلی معادله $\sin(\frac{5\pi}{2} + x) \cos(x - 2\pi) = \sin^4 \frac{5\pi}{4}$ کدام است؟ (مشابه تمرین کتاب درسی)

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (1) \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (2) \quad k\pi + \frac{\pi}{12} \quad (3) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (4)$$

۶۶- تست جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin(\pi + x) \cos(\frac{\pi}{2} + x) - 2 \sin(\pi - x) + 1 = 0$ کدام است؟ (تجربی ۹۰)

$$2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (1) \quad 2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad (2) \quad 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (3) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

تست ۶۷- جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) (\sin x - \tan x)$ کدام است؟ (تجربی خارج ۹۰)

(۱) $k\pi - \frac{\pi}{6}$ (۲) $k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

تست ۶۸- جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sin^2 x - \cos^2 x$ به کدام صورت است؟ (تجربی ۹۱)

(۱) $\frac{k\pi}{3}$ (۲) $\frac{2k\pi}{3}$ (۳) $2k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

تست ۶۹- جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x} = \sqrt{3}$ به کدام صورت است؟

(۱) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$ (۳) $k\pi + \frac{\pi}{6}$ (۴) $k\pi - \frac{\pi}{6}$

تست ۷۰- نمودار تابع $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$ ، روی بازه $\left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ در چند نقطه محور x ها را قطع می کند؟ (تجربی خارج ۹۱)

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

تست ۷۱- جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin^2 \frac{5\pi}{4} = \sin^2 x - \cos^2 x$ به کدام صورت است؟ (تجربی ۹۲)

(۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $k\pi + \frac{\pi}{6}$ (۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

تست ۷۲- مجموع تمام جواب های معادله مثلثاتی $\sin 5x + \sin 4x = 1 + \cos \pi$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟ (تجربی خارج ۹۲)

(۱) 8π (۲) 9π (۳) 10π (۴) 11π

تست ۷۳- جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{\sin 3x}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)} = 1$ به کدام صورت است؟ (تجربی خارج ۹۳)

(۱) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}$ (۴) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

تست ۷۴- جواب کلی معادله مثلثاتی $2\cos^2 x + 2\sin x \cos x = 1$ به کدام صورت است؟ (تجربی ۹۴)

(۱) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{8}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{8}$

تست ۷۵- جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ با شرط $\cos x \neq 0$ کدام است؟ (تجربی خارج ۹۳)

(۱) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{4}$

تست ۷۶- جواب کلی معادله مثلثاتی $x + 3 \cos x = 0$ کدام است؟ (تجربی ۹۵)

(۱) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$ (۴) $k\pi - \frac{\pi}{3}$

تست ۷۷- اگر $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)$ کدام است؟ (تجربی خارج ۹۵)

(۱) -2 (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 2

تست ۷۸- جواب کلی معادله مثلثاتی $x + 2 \cos^2 x = 0$ کدام است؟ (تجربی ۹۶)

(۱) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

تست ۷۹- مجموع جواب های معادله مثلثاتی $\sin 2x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟ (تجربی خارج ۹۶)

(۱) $\frac{14\pi}{3}$ (۲) 4π (۳) $\frac{9\pi}{2}$ (۴) 5π

تست ۸۰- جواب کلی معادله مثلثاتی $2 \cos 2x = \cot x (4 \sin x + \tan x)$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۲)

(۱) $k\pi - \frac{\pi}{3}$ (۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

تست ۸۱- مجموع تمام جواب های معادله مثلثاتی $\sin 4x = \sin^4 x - \cos^4 x$ در بازه $[0, \pi]$ برابر کدام است؟ (ریاضی ۹۵)

(۱) $\frac{7\pi}{4}$ (۲) $\frac{9\pi}{4}$ (۳) $\frac{5\pi}{2}$ (۴) $\frac{11\pi}{3}$

تست ۸۲- مجموع جواب های معادله مثلثاتی $\sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{8}\right) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ برابر کدام است؟

(ریاضی خارج ۹۵)

(۱) $\frac{3\pi}{4}$ (۲) $\frac{5\pi}{4}$ (۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۴) $\frac{7\pi}{4}$

تست ۸۳- جواب کلی معادله مثلثاتی $\tan x \tan 3x = 1$ ، کدام است؟ (تجربی ۹۷)

(۱) $\frac{k\pi}{4}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۳) $\frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}$ (۴) $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$

تست ۸۴- اگر $\tan \alpha = 3$ حاصل $\cos 2\alpha$ کدام است؟

(۱) 0.75 (۲) 0.6 (۳) 0.8 (۴) 0.45

تست ۸۵- اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$ مقدار $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right)$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $-\frac{3}{8}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

تست ۸۶- حاصل $\sin x \cos x (1 - 2 \sin^2 x)$ به ازای $x = 75^\circ$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{16}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{4}$

تست ۸۷ - جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \sin(\pi + x) = 0$ به کدام صورت است؟

- (۱) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۲) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۴) $2k\pi + \frac{\pi}{2}$

تست ۸۸ - یکی از جواب های معادله $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $\frac{5\pi}{6}$ (۳) $\frac{7\pi}{6}$ (۴) $\frac{4\pi}{3}$

تست ۸۹ - جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 2x = \sin x$ به صورت $x = 2k\pi + \frac{i\pi}{6}$ بیان شده است. مجموعه ی مقادیر i کدام است؟

- (۱) $\{7, 9\}$ (۲) $\{1, 3, 5\}$ (۳) $\{1, 4, 7\}$ (۴) $\{1, 5, 9\}$

تست ۹۰ - جواب کلی معادله ی مثلثاتی $2\cos^2 x - \cos x - 3 = 0$ کدام است؟

- (۱) $k\pi$ (۲) $2k\pi + \pi$ (۳) $2k\pi - \frac{\pi}{2}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{2}$

تست ۹۱ - جواب کلی معادله ی مثلثاتی $2\sin^2 x = 3\cos x$ به کدام صورت است؟

- (۱) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

تست ۹۲ - نمودار تابع $y = \cos 3x$ محور x ها را در فاصله ی $[0, \pi]$ در چند نقطه قطع می کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۹۳ - جواب کلی معادله ی مثلثاتی $2\sqrt{2}\sin x \times \cos x = \sin x + \cos x$ کدام است؟

- (۱) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$

تست ۹۴ - جواب کلی معادله ی مثلثاتی $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$ کدام است؟

- (۱) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{5\pi}{3}$ (۴) $k\pi - \frac{\pi}{3}$



مرکز مشاوره تحصیلی علیرضا افشار

دبیر ریاضی عادل آذکری

سوالات تشریحی و تستی درس اول

مثال ۱- باقیمانده تقسیم چندجمله ای های زیر را پیدا کنید.

الف) باقیمانده تقسیم $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - 2$ بر $x - 1$

ب) باقیمانده تقسیم $f(x) = x^{100} + x^{50} + x^{25} + x^{10} + x^5$ بر $x + 1$

پ) باقیمانده تقسیم $f(x) = x^6 - 2x^3 + 4x^2 - 8x$ بر $x - 2$

مثال ۲- مقدار m را چنان بیابید که چند جمله ای $p(x) = x^5 + x^3 + x^2 + x + m$ بر $x - 1$ بخش پذیر باشد.

مثال ۳- چندجمله ای $f(x) = x^6 - x^3 - x^2 - x - 2$ را به کمک تقسیم، تجزیه کنید.

مثال ۴- نشان دهید یکی از فاکتورهای $f(x) = x^3 - 8x^2 + 9x - 3$ برابر $x - 1$ است و معادله $f(x) = 0$ را حل کنید.

مثال ۵- اگر یکی از ریشه های معادله $x^3 + ax^2 + 3 = 0$ برابر ۲- باشد، ریشه های دیگر معادله را در صورت وجود بیابید.

مثال ۶- اگر خارج قسمت تقسیم $x^3 - 7x + b = 0$ بر $x + a$ برابر $x - 2$ باشد، مقادیر a و b را بیابید.

مثال ۷- اگر عبارت $2x^3 - 3x^2 + ax - b$ بر $x - 2$ بخش پذیر باشد، نشان دهید که رابطه $2a + 4 = b$ برقرار است.

مثال ۸- مقدار a را چنان بیابید که یک جواب معادله $x^3 - 2x^2 + ax + 2 = 0$ برابر ۲ باشد، سپس جواب های دیگر معادله را به دست آورید.

مثال ۹- مقدار a و b را طوری بیابید تا $x^3 - 2x^2 + ax + b$ بر $x^2 + x - 2$ بخش پذیر باشد.

مثال ۱۰- چند جمله ای درجه سومی را بیابید که باقی مانده تقسیم آن بر هر یک از عبارت های $x + 1$ ، $x - 1$ و $x - 2$ برابر با ۴۸ و بر $x - 3$ بخش پذیر باشد.

مثال ۱۱- نشان دهید $2x + 3$ یک فاکتور $2x^3 + 3x^2 - 8x - 12$ است. سپس نشان دهید دو فاکتور درجه اول دیگر نیز دارد.

مثال ۱۳- اگر باقیمانده تقسیم چند جمله ای $2x^4 + mx + 2$ بر $p(x) = x^2 + 1$ برابر ۲ باشد، باقیمانده تقسیم آن بر $x - 1$ را بیابید.

مثال ۱۴- مقدار m را چنان بیابید که چند جمله ای $x^3 - mx^2 - x + 4$ بر $p(x) = x^2 + 1$ بخش پذیر باشد.

مثال ۱۵- در چند جمله ای $x^3 + ax^2 + x + b$ ، a ، b را طوری بیابید که باقی مانده تقسیم آن بر $x - 1$ برابر ۴ بوده و بر $x + 2$ بخش پذیر باشد.

مثال ۱۶- m و n را چنان بیابید که چند جمله ای $x^4 - 3x^3 + mx + n$ بر $x^2 - 5x + 6$ بخش پذیر باشد.

مثال ۱۷- درستی یا نادرستی هر یک را مشخص کنید.

(الف) باقی مانده ی تقسیم $f(x)$ بر $2x - 3$ برابر $f\left(\frac{3}{2}\right)$ است.

(ب) چند جمله ی $x^n + y^n$ همواره بر $x + y$ بخش پذیر است.

پ) چند جمله ی $x^{19} + y^{19}$ همواره بر $x + y$ بخش پذیر است.

ت) عبارت $2x + 3x^2 - 5x$ بر $x - 1$ بخش پذیر است.

ث) چند جمله ای $x^n - a^n$ بر $x - a$ بخش پذیر است.

ج) چند جمله ای $x^n + a^n$ بر $x + a$ بخش پذیر است. (n فرد است).

چ) باقی مانده ی تقسیم $p(x)$ بر $ax + b$ برابر است با $p(-b)$.

مثال ۱۸- مقدار حد $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x - 10}$ را بیابید.

مثال ۱۹- حد تابع $f(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 9x - 2}{x^3 - 8}$ را در نقطه $x = 2$ در صورت وجود بیابید.

مثال ۲۰- حد تابع $g(x) = \frac{2 - \sqrt{3x - 5}}{x - 3}$ را در نقطه ای به طول $x = 3$ در صورت وجود بیابید.

مثال ۲۱- حدود زیر را در صورت وجود بیابید.

۱) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^3 - 1} =$

۲) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt[3]{x} + 2}{x^2 - 64} =$

۳) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{2x}}{\sqrt{5x - 1} - 3} =$

۴) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x} - 1} =$

مثال ۲۲- حدود زیر را بیابید.

۱) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{5 - |x + 1|}{16 - x^2} =$

۲) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{|x| - 3}{|x + 3|} =$

۳) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2 - 3x + 2|}{\sqrt{x} - 1} =$

۴) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3} - \sqrt{x + 2}}{|2x^2 - 2x|} =$

$$۵) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{|1 - \sqrt{x}|} =$$

$$۶) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{9 - x}{3 - \sqrt{x}} =$$

مثال ۲۳ - حد های زیر را در صورت وجود بیابید.

$$۱) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 + 3x^2 - 2x - 2}{2x^2 - x - 1} =$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x|x| - 2x}{|x + 2|} =$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)^5 - (x-2)^3}{3(x-2)^4 - 2(x-2)^2} =$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 + 9x - 5}{2x^2 - 7x + 3} =$$

$$۵) \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{8x^2 + 1}{|2x + 1|} =$$

$$۶) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x^2 - 9} =$$

مثال ۲۴ - حاصل حد های زیر را بیابید.

$$۱) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x + 1}{2x^2 - 3x + 1} =$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} =$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 + 3x - 2}{4x^2 - 1} =$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^3 - 2x^2 - x - 6} =$$

$$۵) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^3 + x - 2} =$$

$$۶) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{x^3 - 27} =$$

$$۷) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^3 + 3x^2 + x - 1} =$$

$$۸) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x + 12} - x} =$$

$$۹) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{4 - x} =$$

$$۱۰) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{3 - \sqrt{x + 7}} =$$

$$۱۱) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sqrt{x}} =$$

$$۱۲) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - 1} =$$

$$۱۳) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + \sqrt{2x + 8}}{x + 2} =$$

$$۱۴) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{5 - x}} =$$

$$۱۵) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - x - 12} =$$

$$۱۶) \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{x + 1} - 3}{x^2 - 9x + 8} =$$

$$۱۷) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x + 3} - 2}{\sqrt{5x + 4} - 3} =$$

$$۱۸) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{\sqrt{x + 3} - 2}}{\sqrt{x + 8} - 3} =$$

$$۱۹) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x - 3} - 1} =$$

$$۲۰) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} =$$

$$۲۱) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x^4 - 1} =$$

مثال ۲۵ - حاصل حد های زیر را بیابید.

$$۱) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x^2 + 2x - 3} =$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt[3]{x} + 2}{x^2 + 8x} =$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt[3]{x+2} - 2}{\sqrt{x-2} - 2} =$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{\sqrt[3]{x} - 1} - 1}{x^2 - 7x - 8} =$$

مثال ۲۶ - حاصل حد های زیر را در صورت وجود بیابید.

$$۱) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{22 - \sqrt{2}x} =$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{\sqrt{4x+1} - 3} =$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - \sqrt{3x+4}}{\sqrt{x+1} - 1} =$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{\sqrt{3} - \sqrt{x+2}} =$$

$$۵) \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 7x - 8}{\sqrt[3]{x} - 2} =$$

$$۶) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{x+1}}{x^2 - x} =$$

۲۷ - حاصل حد های زیر را تعیین کنید.



$$۱) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2}{|x|} =$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-2x}{|x-4|} =$$

$$۵) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1-4x}{x^2-4} =$$

$$۷) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]-2}{2-x} =$$

$$۹) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1-\cos x} =$$

$$۱۱) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+3}{x-1} =$$

$$۱۳) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2+1}{3-x} =$$

$$۱۵) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-5x^2}{x^2-4} =$$

$$۱۷) \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{3x-1}{x-5} =$$

$$۱۹) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2+x-5}{3-x} =$$

$$۲۱) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+3}{x^2-4x+4} =$$

$$۲۳) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x|-1}{|x-2|} =$$

$$۲۵) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x^2-3x^2+3x-1} =$$

$$۲۶) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-x^2+4x+5}{x^3+3x^2+3x+1} =$$

$$۱) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-5x^2}{x^2-1} =$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow (-4)^-} \frac{1}{x+4} =$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow \frac{-1}{3}} \frac{2x+4}{(3x+1)^2} =$$

$$۶) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\sin x} =$$

$$۸) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2-7}{|3-x|} =$$

$$۱۰) \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{2}{1+\cos x} =$$

$$۱۲) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{-12}{(x+3)^2} =$$

$$۱۴) \lim_{x \rightarrow 6^-} \frac{4}{(x-6)^2} =$$

$$۱۶) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-1}{(x-2)^3} =$$

$$۱۸) \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x-7}{x-5} =$$

$$۲۰) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x^2-9}{2-x} =$$

$$۲۲) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x]-2}{4x^2-4x+1} =$$

$$۲۴) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-\sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2-4x+4}} =$$

۲۸ - حاصل حد های زیر را تعیین کنید.



$$۲) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x} =$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{-x + \sqrt{x}}{x^2 - 16} =$$

$$۵) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{1 - \sin x} =$$

$$۷) \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^+} \tan^3 x =$$

$$۹) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x + 2}{3 - x} =$$

$$۱۱) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5}{(x - 3)^3} =$$

$$۱۳) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x + 2|}{x - 2} =$$

$$۱۵) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{|\cos x| + \frac{1}{2}}{x - \frac{\pi}{2}} =$$

$$۱۷) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x} =$$

$$۱۹) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x}{x^2 - x - 2} =$$

$$۱) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{x} =$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow -5^+} \frac{|x - 5|}{x + 10x + 25} =$$

$$۵) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1 + \sin x}{\cos x} =$$

$$۷) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x \sin x} =$$

$$۹) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{\cot x}{1 - \cot x} =$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow \pi^+} \cot x =$$

$$۶) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan^2 x =$$

$$۸) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{1 - x} =$$

$$۱۰) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{4x + 1}{2x - 1} =$$

$$۱۲) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x + 1}{(2 - x)^3} =$$

$$۱۴) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan^3 x =$$

$$۱۶) \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2x - 3}{(x - 4)^2} =$$

$$۱۸) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\tan x + \sqrt{3}}{\tan x - \sqrt{3}} =$$

$$۲۰) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 + \sin x}{1 - \sin x} =$$

مثال ۲۹ - حاصل حد های زیر را تعیین کنید.

$$۲) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x - 5}{x^2 + 2x} =$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 3x}{|x - 2|} =$$

$$۶) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos x}{x - \sqrt{x}} =$$

$$۸) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\cos \pi x}{x} =$$

$$۱۰) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{\tan x}{1 - \tan x} =$$

مثال ۳۰- الف) عبارت $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$ به چه معناست؟ توضیح دهید.

ب) عبارت $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty$ به چه معناست؟ توضیح دهید.

پ) نمودار تابعی را رسم کنید که در دو شرط الف و ب صدق کند.

تست ۳۱- چندجمله ای $x^3 - 4x^2 + ax + 2$ بر $x + 2$ بخش پذیر است. مقدار a کدام است؟

- (۱) -۹ (۲) -۱۱ (۳) ۷ (۴) ۱۳

تست ۳۲- چندجمله ای $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 6$ بر $x - 2$ بخش پذیر است و باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x + 1$ برابر ۱۵- است. مقدار $f(-2)$ کدام است؟

- (۱) -۱۸ (۲) -۲۶ (۳) -۳۰ (۴) -۳۶

تست ۳۳- چندجمله ای $4x^3 + ax^2 - 7x - 2$ به صورت $(x-1)Q(x)$ تجزیه شده است. مقدار $Q(-1)$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) ۳

تست ۳۴- به ازای کدام مقدار m عبارت $x^3 + (m-1)x^2 + 2mx + 3$ بر $2x - 1$ بخش پذیر است؟

- (۱) $-2/7$ (۲) $-2/3$ (۳) $-2/1$ (۴) $-2/5$

تست ۳۵- باقی مانده تقسیم عبارت $3x^2 - 5x - 2$ بر $x - 2$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۵

تست ۳۶- باقی مانده تقسیم عبارت $x^3 - x^4 + 2$ بر $x^2 + 2$ کدام است؟

- (۱) $x + 2$ (۲) $-x + 2$ (۳) $2x + 4$ (۴) $-2x + 4$

تست ۳۷- مقدار خارج قسمت تقسیم عبارت $x^5 + 32$ بر دو جمله ای $x^2 + 4$ به ازای $x = -3$ کدام است؟

- (۱) -۱۳ (۲) -۱۵ (۳) ۹ (۴) ۱۲

تست ۳۸- چند جمله ای $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x - 10$ بر کدام یک از عبارات زیر بخش پذیر است؟

- (۱) $x - 1$ (۲) $x + 1$ (۳) $x - 2$ (۴) $x + 2$

تست ۳۹- باقی مانده تقسیم عبارت $14x^4 - 5x^6 + x^6 - 2x$ بر $x - 2$ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) صفر (۳) 2 (۴) 4

تست ۴۰- اگر عبارت $1 + bx + ax^2 + x^4 - 4x^2$ بر $x^2 - 4$ بخش پذیر باشد. $a + b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{-15}{4}$ (۲) $\frac{-17}{4}$ (۳) $\frac{-15}{8}$ (۴) $\frac{-17}{8}$

تست ۴۱- اگر $2bx + ax^2 + x^3$ بر $x + 2$ بخش پذیر باشد، باقیمانده تقسیم $2x + bx^3 + ax^4 + 1$ بر $x + 1$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -4 (۳) 2 (۴) 4

تست ۴۲- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$ کدام است؟ (مشابه تمرین کتاب درسی)

- (۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) وجود ندارد (۴) 5

تست ۴۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^5 - 1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

تست ۴۴- اگر حد $\frac{x^3 + 2ax^2 - x - 2a}{ax^2 + x(1-a) - 1}$ وقتی $x \rightarrow 1$ برابر a باشد، a کدام است؟

- (۱) -3 (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) 3

تست ۴۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^2 - 4}$ کدام است؟ (مشابه تمرین کتاب درسی)

- (۱) 16 (۲) $\frac{1}{16}$ (۳) 8 (۴) $\frac{3}{8}$

۴۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$ کدام است؟ (مشابه تمرین کتاب درسی) **تست**

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۴۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x-1}$ کدام است؟ (مشابه تمرین کتاب درسی) **تست**

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۴۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{\sqrt{3x}-5-2}$ کدام است؟ (مشابه تمرین کتاب درسی) **تست**

- (۱) ۸ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) -۸

۴۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ کدام است؟ (تمرین کتاب درسی) **تست**

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۵۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-3\sqrt{x}+1}{x-1}$ کدام است؟ (تمرین کتاب درسی) **تست**

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{4}$

۵۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+1}{(x-1)^2}$ کدام است؟ **تست**

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۵۲- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-\sqrt{x})(1-\sqrt[3]{x})}{(1-x)^2}$ کدام است؟ **تست**

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) وجود ندارد

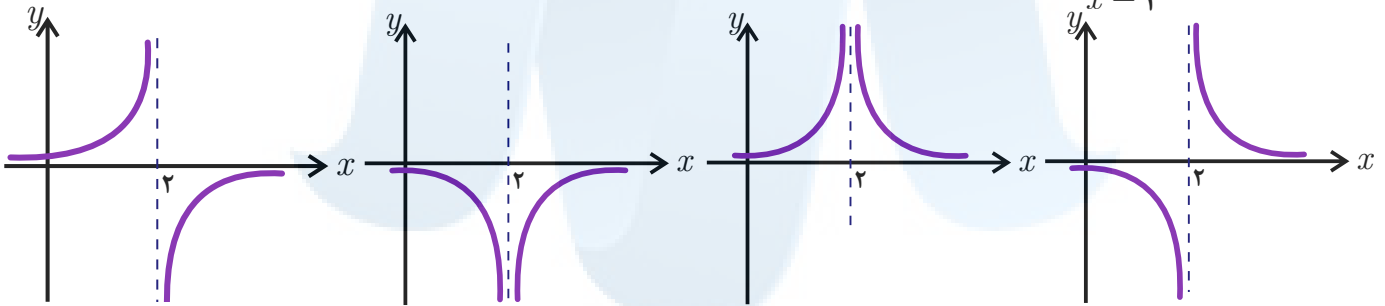
تست ۵۳ - اگر $g(x) = \frac{x^2 + 2x - 9}{x^2 - 4}$ باشد، کدام یک از تساوی های زیر نادرست است؟ (مشابه تمرین کتاب درسی)

$\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = +\infty$ (۴)
 $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} g(x) = -\infty$ (۳)
 $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} g(x) = -\infty$ (۲)
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = -\infty$ (۱)

تست ۵۴ - مقدار $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^3 - 8}{(x - 2)^2}$ برابر است با: (مشابه تمرین کتاب درسی)

(۱) حد ندارد (۲) ۴ (۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

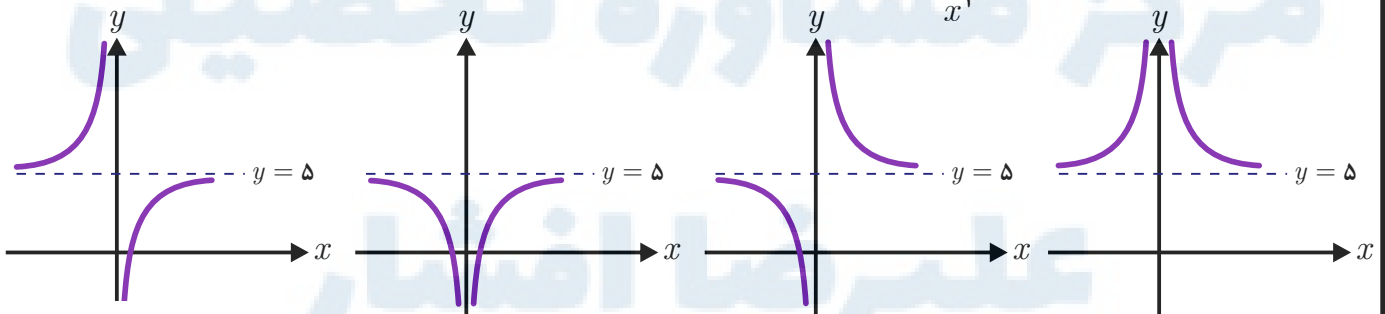
تست ۵۵ - اگر $f(x) = \frac{3}{x-2}$ باشد، کدام یک از نمودارهای زیر می تواند متعلق به تابع f باشد؟



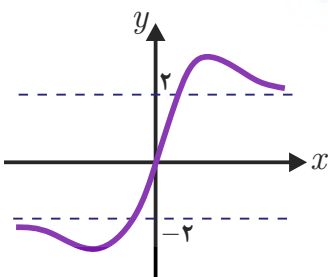
تست ۵۶ - حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\tan x}{\cot x}$ کدام است؟

(۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) صفر (۴) ۱

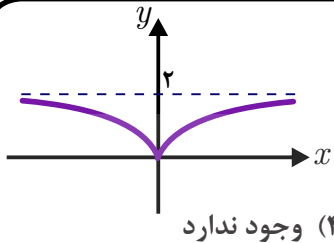
تست ۵۷ - با توجه به حد تابع $f(x) = 5 - \frac{2}{x^3}$ ، نمودار تابع وقتی $x \rightarrow +\infty$ و $x \rightarrow -\infty$ میل می کند، کدام است؟



تست ۵۸ - اگر نمودار f به شکل مقابل باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ کدام است؟



(۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) صفر (۴) ۱



۵۹ - اگر نمودار $y = f(x)$ به شکل مقابل باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{[f(x)]}$ کدام است؟ **تست**

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) وجود ندارد

۶۰ - اگر $f(x) = \begin{cases} 2x & ; x \in \mathbb{Z} \\ 1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ کدام است؟ **تست**

- (۱) $2 + \infty$ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) وجود ندارد

۶۱ - حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{\cos 2x}$ کدام است؟ (تجربی خارج ۹۱) **تست**

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۶۲ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$ کدام است؟ (تجربی خارج ۹۳) **تست**

- (۱) $-\frac{1}{6}$ (۲) $-\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۶۳ - اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x-2}}{ax+b} = \frac{1}{2}$ باشد، آن گاه b کدام است؟ (تجربی خارج ۹۵) **تست**

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۶۴ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2 - x - 2|}{2x - \sqrt{x^2 + 12}}$ کدام است؟ (ریاضی ۹۰) **تست**

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

تست ۶۵ - حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(1 + \cos x)}{1 - \cos 2x}$ کدام است؟ (ریاضی ۹۲)

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲

تست ۶۶ - اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 4}{2x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد، $a + b$ کدام است؟ (ریاضی ۹۳)

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۱۲

تست ۶۷ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} ([2x] + [-2x]) \frac{1 - \cos^3 x}{1 - \sqrt{1 + x^2}}$ کدام است؟ (نماد [] جزء صحیح است.) (ریاضی ۹۴)

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) صفر (۴) حد ندارد

تست ۶۸ - اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax + b} - 2}{x^2 - 1} = \frac{3}{2}$ باشد، b کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۵)

- (۱) -۸ (۲) -۶ (۳) ۴ (۴) ۵

تست ۶۹ - حد کسر $\frac{(x-1)^4 + 2(x^2-1)}{(x^2-1)^4 + 3(x-1)}$ وقتی $x \rightarrow 1$ کدام است؟

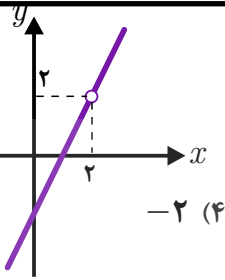
- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{1}{16}$ (۴) ۱

تست ۷۰ - اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^3 - x} = -1$ حاصل، $a \times b$ کدام است؟

- (۱) -۱۲ (۲) -۶ (۳) ۶ (۴) ۱۲

تست ۷۱ - اگر $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{2x^2 + x + a} = b$ و $b \neq 0$ ، مقدار b کدام است؟

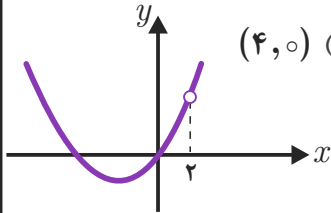
- (۱) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $-\frac{1}{7}$ (۴) $-\frac{1}{6}$



۷۲ - شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = \frac{3x^2 + ax + b}{x - 2}$ است. $a - b$ کدام است؟ **تست**

- (۱) -۱۸ (۲) -۱۲ (۳) -۴ (۴) -۲

۷۳ - شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x^3 + ax + b}{x - 1}$ است. دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۷) **تست**



- (۱) $(0, -4)$ (۲) $(-4, 0)$ (۳) $(-4, 1)$ (۴) $(4, 0)$

۷۴ - قدرمطلق تفاضل حد چپ و راست تابع $y = \frac{2x^2 - x - 1}{|x - 1|}$ به معادله $y =$ در نقطه $x = 1$ کدام است؟ (سراسری ریاضی) **تست**

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۷۵ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x| - [x]}{2|x| + [x]}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی) **تست**

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۷۶ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2 - x + [-x]}{2x^3 + 3x - 5}$ کدام است؟ **تست**

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{9}$

۷۷ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 2\sqrt{x}}{x^2 - 16}$ کدام است؟ **تست**

- (۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۷۸ - حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + \sqrt{x+2}}{x^3 + 1}$ کدام است؟ (سراسری تجربی) **تست**

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -۲ (۴) ۲

۷۹ - حد عبارت $\frac{x + \sqrt{2x+8}}{x+2}$ وقتی $x \rightarrow -2$ برابر کدام است؟ (سراسری تجربی) **تست**

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۸۰ - حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{3-x}}{x^2 + x}$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۸۵) **تست**

- (۱) $-\frac{7}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۸۱ - اگر $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{ax + 3a}{1 - \sqrt{5x+16}}$ وقتی $x \rightarrow -3$ ، آن گاه a کدام است؟ (سراسری تجربی) **تست**

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) -۵

۸۲ - حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{5-x}}$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۸۸) **تست**

- (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۴

۸۳ - حد تابع با ضابطه $y = \frac{x + \sqrt{2-x}}{\sqrt{-4x+1}-3}$ وقتی $x \rightarrow -2$ چقدر است؟ (سراسری ریاضی) **تست**

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{9}{8}$ (۴) $-\frac{9}{8}$

۸۴ - حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 5x + 3}{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3-x}}}$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۷) **تست**

- (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

۸۵ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 10x - 8}{\sqrt{3-\sqrt{x}} - 1}$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۷) **تست**

- (۱) -۱۱۲ (۲) -۹۶ (۳) -۸۴ (۴) -۷۲

۸۶ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{1 - \cos x}$ کدام است؟ **تست**

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) -۳

۸۷ - حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{(1 - \tan x)^2}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور) **تست**

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ∞

۸۸ - حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{3\pi}{4})^-} \frac{1 + \cot x}{1 + \tan x}$ کدام است؟ (سراسری تجربی) **تست**

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) $+\infty$

۸۹ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{\sin^2 x}$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور) **تست**

- (۱) ∞ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۹۰ - حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin x + \cos x}$ کدام است؟ **تست**

- (۱) $-2\sqrt{2}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۹۱ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x + 2}{x^3 - x}$ کدام است؟ **تست**

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

تست ۹۲ - حد $\frac{-x}{x-1}$ وقتی $x \rightarrow 1^-$ کدام است؟ (سراسری ریاضی)

- (۱) $-\infty$ (۲) -1 (۳) $+\infty$ (۴) 1

تست ۹۳ - حاصل کدام یک از حدهای زیر درست محاسبه شده است؟

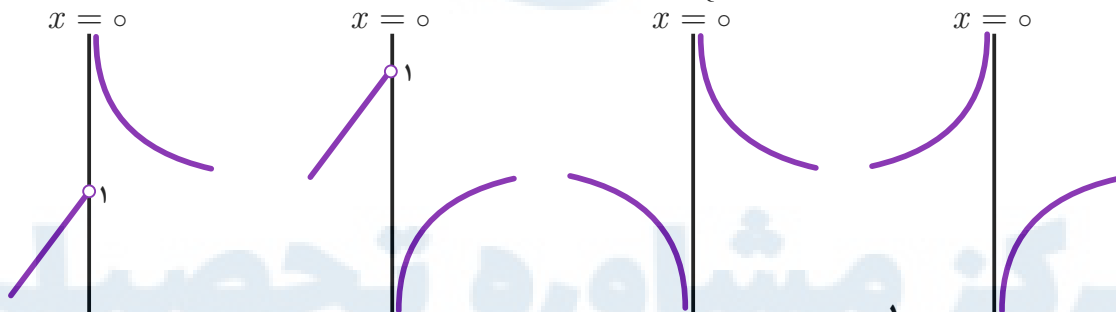
(۱) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-5}{|x-1|} = +\infty$ (۲) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{4x}{(x+2)^3} = -\infty$

(۳) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-x}{x^2-3x+2} = +\infty$ (۴) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x}{4-x^2} = -\infty$

تست ۹۴ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x]-1}{x^2-3x}$ و $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{[x]}{2x+1}$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱) $+\infty, +\infty$ (۲) $-\infty, -\infty$ (۳) $-\infty, +\infty$ (۴) $+\infty, -\infty$

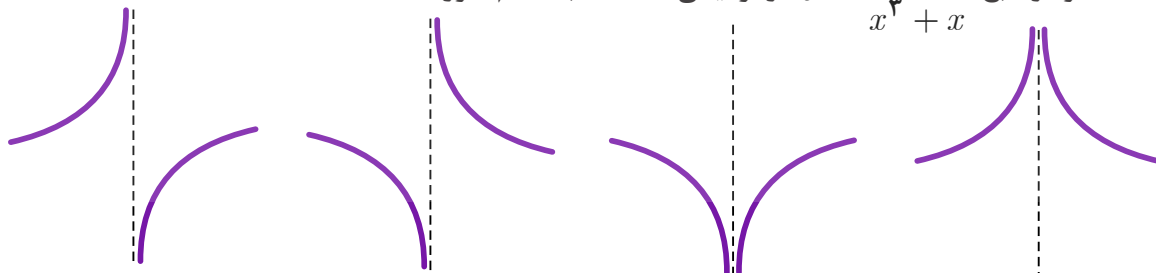
تست ۹۵ - نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & x > 0 \\ 2x+1 & x < 0 \end{cases}$ در نزدیکی $x = 0$ به کدام صورت است؟



تست ۹۶ - نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x-|x|}$ در همسایگی $x = 0$ چگونه است؟



تست ۹۷ - نمودار تابع $y = \frac{x+1}{x^3+x}$ در نزدیکی $x = 0$ به کدام صورت است؟



۹۸ - کدام یک از گزینه های زیر نادرست می باشد؟ (مشابه کتاب درسی)

(۲) $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{\sin x} = +\infty$

(۱) $\lim_{x \rightarrow (\frac{3\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x} = +\infty$

(۴) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \cot x = -\infty$

(۳) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \tan x = +\infty$

۹۹ - مقادیر a و b برای آن که داشته باشیم $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x^2 - ax + b} = +\infty$ ، کدام است؟

(۱) $a = -b = 2$ (۲) $a = b = -2$ (۳) $a = b = 4$ (۴) $-a = b = -4$

۱۰۰ - اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-4}{2x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد، $a + b$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۳)

(۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۱۰۱ - حد کسر $\frac{x^3 + x - 2}{\sqrt{x} - 1}$ وقتی $x \rightarrow 1$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۱۲ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۰۲ - درباره مجموعه جواب نامعادله $|\frac{2x+1}{x-1}| < 1$ کدام عبارت نادرست است؟

- (۱) همسایگی محذوف عدد ۱ است.
(۲) همسایگی چپ عدد صفر است.
(۳) همسایگی راست عدد -۲ است.
(۴) همسایگی عدد -۱ است.

۱۰۳ - حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{x}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $+\infty$ (۳) $-\infty$ (۴) ۱

۱۰۴ - حاصل حد $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{2x - 1}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

۱۰۵ - حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{|x|} \times \frac{x+1}{\sin^2 x}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

تست ۱۰۶- حاصل حدهای $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2 - 3x}$ و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x^2 - 2x + 1}$ به ترتیب کدام است؟

- (۱) $+\infty$ و $+\infty$ (۲) $-\infty$ و $-\infty$ (۳) $-\infty$ و $+\infty$ (۴) $-\infty$ و $-\infty$

تست ۱۰۷- حاصل حدهای $\lim_{x \rightarrow (\pi)^+} \cot x$ و $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \tan x$ به ترتیب کدام است؟

- (۱) $-\infty$ و $+\infty$ (۲) $+\infty$ و $-\infty$ (۳) $+\infty$ و $+\infty$ (۴) $-\infty$ و $-\infty$

تست ۱۰۸- حاصل کدام حد $+\infty$ نیست؟

- (۱) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 - \sin x}$ (۲) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan x}{\cot x}$ (۳) $\lim_{x \rightarrow (\frac{9\pi}{2})^-} \tan x$ (۴) $\lim_{x \rightarrow (\frac{7\pi}{2})^+} \cot x$

تست ۱۰۹- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) ۱ (۴) -۱

تست ۱۱۰- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2}$ کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) ۱ (۴) ۰

تست ۱۱۱- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{(1-x)^2(x^2 - 5x + 2)}$ کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

تست ۱۱۲- حاصل حد راست تابع $f(x) = \frac{[x] - 3}{x|x| - 9}$ در $x = 3$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $-\frac{1}{6}$ (۳) $+\infty$ (۴) صفر

۱۱۳- چند تا از تساوی های زیر درست است؟ **تست**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[x]}{x}$$

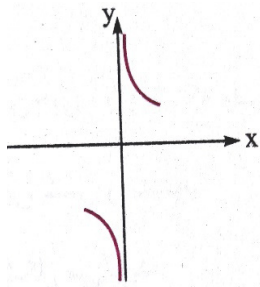
$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{[x]} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[x]}{|x|} = +\infty$$

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر



۱۱۴- نمودار کدام یک از توابع زیر در $x = 0$ ، شبیه شکل مقابل است؟ **تست**

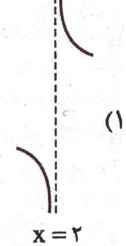
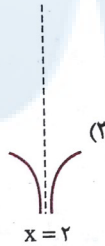
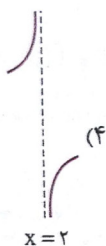
$$y = \frac{x-1}{x} \quad (۲)$$

$$y = \frac{1}{x} \quad (۱)$$

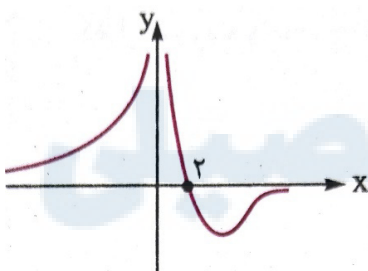
$$y = \frac{-1}{\sqrt{x}} \quad (۴)$$

$$y = \frac{1}{x^2} \quad (۳)$$

۱۱۵- نمودار تابع $f(x) = \frac{x+3}{x^2-4x+4}$ در کنار خط $x=2$ چگونه است؟ **تست**



۱۱۶- شکل روبه رو نمودار تابع $f(x) = \frac{ax+2}{x^2+b}$ است. $f(4)$ کدام است؟ **تست**



$$-\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$-\frac{1}{8} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

۱۱۷- در تابع $f(x) = \frac{2x}{x^2+ax+b}$ اگر $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$ ، مقدار $f(2)$ کدام است؟ **تست**

$$\frac{4}{9} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{3} \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$۴ \quad (۱)$$

۱۱۸- حاصل حدهای $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{[x]}{|2x+1|}$ و $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x]-1}{x^2-3x}$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ **تست**

$$-\infty \text{ و } -\infty \quad (۴)$$

$$+\infty \text{ و } +\infty \quad (۳)$$

$$+\infty \text{ و } -\infty \quad (۲)$$

$$-\infty \text{ و } +\infty \quad (۱)$$

تست ۱۱۹- در صورتی که $f(x+2) = \frac{x+4}{x^2-16}$ آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 11^-} f(x-7)$ کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) ۰ (۴) ۲

مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار



مرکز مشاوره تحصیلی علیرضا افشار

دبیر ریاضی عارف افکاری

سوالات تشریحی و تستی درس دوم

۱- حاصل هر یک از حدهای زیر را بیابید.



۱) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^2$

۴) $\lim_{x \rightarrow +\infty} -2\sqrt{x}$

۷) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x - 3 + 5x^2$

۸) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^2 + 4x^2 - 5x - 9$

۹) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 2}{x - 1}$

۱۰) $\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{1 - 5t^2}{t^2 + 3t}$

۱۱) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^2 - 4x + 1}{3x^2 + 5x - 6}$

۱۲) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - x^3 + 1}{2x^2 + 5}$

۱۳) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-7x^3 - 4x + 1}{3x^2 + 5x + 36}$

۱۴) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{-4x^4 - 2x}{3x^5 - 4x + 8} \right]$

۱۵) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2 - 3x}$

۲) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^4$

۵) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3[x]$

۳) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^3}{-2x^2}$

۶) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} -5|x|$

مثال ۲- حدود زیر را بیابید.

$$۱) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{x(2x+1)^2} =$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)^3 - (x-1)^3}{(x+1)^2 + (x-1)^2} =$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x^4 + 3x^2 - 1}{x(x-2)} =$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(x+1)^4 (2x-1)^3}{(x-1)^3 (2x+1)^4} =$$

$$۵) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-5x^4 + 3x - 7}{(x^3 + 1)(2x + 5)} =$$

$$۶) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x^2 - 5)(x^2 + 5)}{x^3 + 2x^5 - 7} =$$

مثال ۳- حد های زیر را بدست آورید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^2 + 4x^3 + 5x - 1 =$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 7 - \sqrt{x^2}}{-2x - 4} =$$

مثال ۴- اگر $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(1+a)x^3 + 2x - 1}{4x^2 + bx^n - 1} = 2$ باشد، آن گاه بین a و b چه رابطه ای وجود دارد؟

مثال ۵- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx^4 + 1}{2x^n + x^2 + 1} =$ باشد، مقدار m و n را تعیین کنید.

مثال ۶- اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^2 + 3x}{bx^3 - 4x^2 + 1} = 2$ باشد، آن گاه مقادیر a و b را به دست آورید.

مثال ۷- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 - 3x}{3x^m + 5x + 2} = \frac{1}{6}$ باشد، مقادیر m و a را بیابید.

مثال ۸- حاصل عبارت های زیر را بیابید.

۱) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x^2 - 1)(x + 2x^2)}{(2 - x^2)(3x + x^2)} =$

۲) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2 - 3x)(1 + 5x)}{3x^2 + 2x - 3} =$

مثال ۹- مقدار a و b را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 + x^2 + 1}{6x^b - x} = -\frac{2}{3}$ باشد.

مثال ۱۰- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^n - 3x + 4}{mx^2(1 - 4x)} = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار m و n را بیابید.

مثال ۱۱- مقادیر a و b را چنان بیابید که حد تابع زیر برابر ۵ باشد.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2a - 1)x^5 - 3(x - 1) + 4x^3}{7x^2 - 2(3 - b)x^3 - 7x} = 5$

مثال ۱۲- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^4 + 1}{2x^b + x^2 + 1} = 2$ مقدار $a + b$ چقدر است؟



۱) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 7 - \frac{6}{x^2} =$

۲) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3}{8} x^5 - 4x^3 + 9 =$

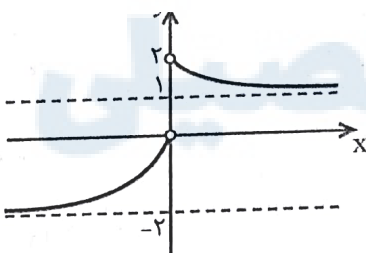
۳) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x + 6}{7} =$

۴) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 + \frac{1}{x^2}}{\frac{3}{x} - 8} =$

مثال ۱۴-۱) هر یک از رابطه های $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$ به چه معناست؟ توضیح دهید.

۲) نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که هر دو ویژگی الف را داشته باشد؟

تست ۱۵- اگر نمودار تابع f به شکل مقابل باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - 2 \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟



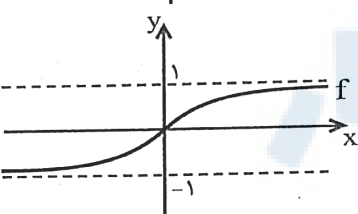
۳ (۲)

۵ (۱)

۴ (۴)

۲ (۳)

تست ۱۶- اگر نمودار تابع f به شکل زیر باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{|x|} f(x)$ کدام است؟



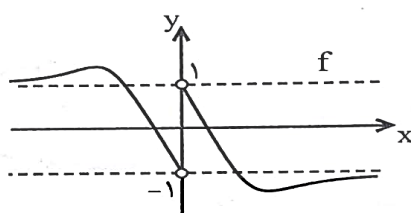
-۱ (۲)

(۱)

(۴) وجود ندارد

(۳) ۰

تست ۱۷- اگر نمودار تابع f به شکل زیر باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow +\infty} |f(x)|$ کدام است؟



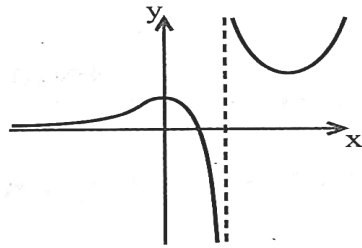
-۱ (۲)

(۱) ۱

(۴) $+\infty$

(۳) ۰

۱۸- تست اگر دامنه تابع f با نمودار زیر برابر $\mathbb{R} - \{1\}$ باشد، حاصل کدام حد نادرست است؟



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty \quad (3)$$

۱۹- تست حاصل حد $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+2}{x-1} \times \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{1-5t^2}{t^2+3t}$ کدام است؟

(4) -15

(3) 15

(2) -1

(1) 1

۲۰- تست حاصل حد $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(9 + \frac{7}{x^3}\right)$ چند برابر حاصل حد $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x}$ است؟

(4) $-\infty$

(3) $+\infty$

(2) -3

(1) 3

۲۱- تست حاصل حد عبارت $\frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ کدام است؟

(4) $\frac{1}{4}$

(3) $-\frac{3}{5}$

(2) $-\infty$

(1) $+\infty$

۲۲- تست اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-1)(x+1)}{(4-a)(x-2)} = \frac{1}{2}$ ، کدام است a ؟

(4) 2

(3) $\frac{1}{2}$

(2) صفر

(1) -2

۲۳- تست حد کسر $\frac{x^k + x^2 + 1}{x^5 + 3x^2 + 1}$ اگر $x \rightarrow +\infty$ برابر است با:

(4) فقط 1 و $\frac{1}{2}$

(3) فقط 0

(2) 0 و 1 و ∞

(1) فقط 1

۲۴- حد کسر $\frac{x^n + 3x^2 + 1}{3x^n + 5x^2 + 7}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ برابر $\frac{1}{4}$ است. n کدام است؟ تست

- (۱) $n > 2$ (۲) $n < 2$ (۳) $n = 1$ (۴) $n = 2$

۲۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(2x^2 + 3)^2 (3x^2 + 2)^3}{(2x^2 - 1)^5}$ کدام است؟ تست

- (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{27}{4}$ (۳) $\frac{27}{8}$ (۴) $\frac{9}{8}$

۲۶- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(m-1)(x+1)}{(4-m)(x-2)} = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار m کدام است؟ تست

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۲۷- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(m-n)x^3 + x^2 - 1}{3x^n + x} = 1$ باشد، مقدار $m+n$ کدام است؟ تست

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۲۸- اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 4x - 1}{(m-1)x^4 + nx^3 - 2} = 4$ باشد، حاصل $m+n$ کدام است؟ تست

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

تست ۲۹- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx^3 + nx^2 + 4}{(m+2)x^2 + x - 1}$ برابر ۱- باشد، $m+n$ کدام است

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

تست ۳۰- حد کسر $\frac{x^{m+2} + nx + m}{mx^{n-2} - mx + n - 1}$ با شرط $n > 3$ ، وقتی $x \rightarrow +\infty$ برابر ۲- است. $m+n$ کدام است؟

- (۱) ۳/۵ (۲) ۴ (۳) ۴/۵ (۴) ۵

تست ۳۱- اگر حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^n + 2x + 3}{3x^2 - 5x + 1}$ برابر ۲ باشد، $a+n$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۸

تست ۳۲- حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 + (x+1)^4 + (x+2)^4}{x(2x-1)^3}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $+\infty$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $-\frac{3}{8}$

تست ۳۳- در تابع $f(x) = \frac{ax^m - 3x + 2}{3x - 5x^3 + x^2}$ اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{2}{5}$ باشد، $f(2)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

تست ۳۴- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^n - 3x + 1}{3x^2 + x}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{2}{3}$ باشد، $f(-1)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۵- تست اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x^2 - 4|}{ax^2 - x + 2} = -1$ ، آن گاه حد راست این عبارت در نقطه $x = -2$ کدام است؟

$\frac{4}{3}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$-\frac{2}{3}$ (۲)

$-\frac{4}{3}$ (۱)

۳۶- تست اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x - \sqrt{2x+1}}{x + \sqrt{x+2}}$ کدام است؟

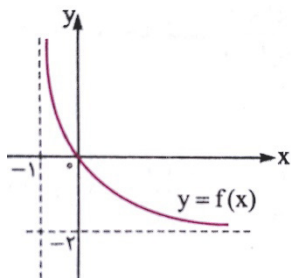
$\sqrt{2}$ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

صفر (۱)

۳۷- تست چند تا از عبارت های زیر درباره تابع f درست است؟



$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$ (ب)

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ (الف)

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = +\infty$ (ت)

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty$ (پ)

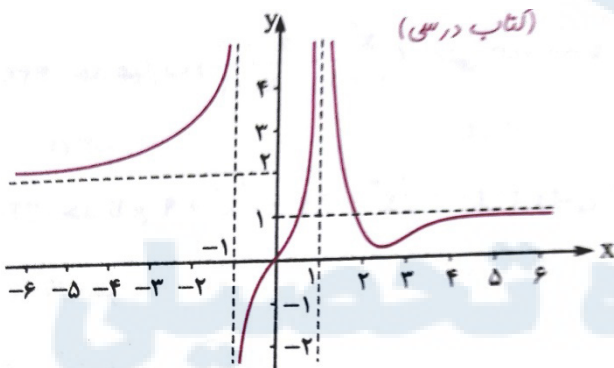
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۳۸- تست شکل مقابل نمودار کدام تابع f است، کدام گزینه نادرست است؟



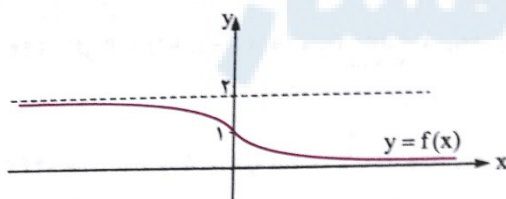
$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$ (۱)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ (۲)

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ (۳)

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ (۴)

۳۹- تست با توجه به نمودار نمودار تابع f ، کدام مورد نادرست است؟



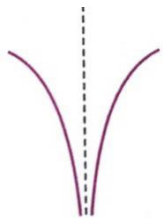
$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] = 0$ (۱)

$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] = 1$ (۲)

$\lim_{x \rightarrow 0^-} [f(x)] = 0$ (۳)

$\lim_{x \rightarrow 0^+} [f(x)] = 0$ (۴)

۴۰- وضعیت تابع $f(x) = \frac{3x + a}{x^2 - 2ax + 2a + 3}$ در اطراف جایی که حدش بی نهایت می شود، در شکل مقابل نمایش داده شده است. a کدام است؟ **تست**



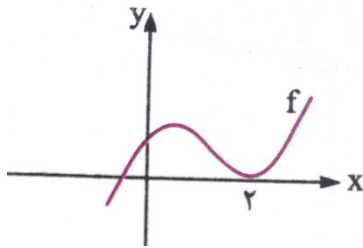
$$a = 3 \quad (2)$$

$$a = -1 \quad (1)$$

(۴) مقداری برای وجود ندارد.

$$a = 3 \text{ یا } a = -1 \quad (3)$$

۴۱- با توجه به نمودار f ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x-2)}{f(x)}$ کدام است؟ **تست**



$$1 \quad (1)$$

$$+\infty \quad (2)$$

$$-\infty \quad (3)$$

$$\text{صفر} \quad (4)$$

۴۲- حد تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 + 9}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ کدام است؟ **تست**

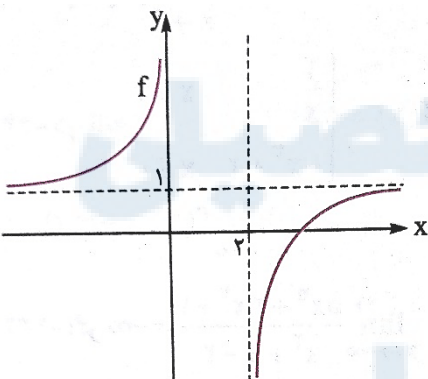
$$6 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

۴۳- شکل مقابل نمودار تابع f است. کدام گزینه نادرست است؟ **تست**



$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(f(x)) = 1 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(f(x)) = 1 \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] = 1 \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] = 1 \quad (4)$$

۴۴- حد عبارت $\frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt{x}}$ وقتی $x \rightarrow -8$ ، کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۸) **تست**

$$-6 \quad (4)$$

$$-12 \quad (3)$$

$$-18 \quad (2)$$

$$-24 \quad (1)$$

تست ۴۵- در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + |x|}$ ، کدام بیان، درست است؟ (سراسری تجربی ۹۸)

(۲) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$

(۱) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$

(۴) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$

(۳) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$

تست ۴۶- در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x}$ ، کدام بیان، درست است؟ (سراسری تجربی خ ۹۸)

(۲) $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} f(x) = +\infty$

(۱) $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} f(x) = -\infty$

(۴) $\lim_{x \rightarrow \frac{4\pi}{3}} f(x) = +\infty$

(۳) $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^-} f(x) = -\infty$

تست ۴۷- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 5}}{2x + 2}$ اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{5}{2}$ اشد آنگاه $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ کدام گزینه است؟ (ت ۹۵)

(۴) $\frac{5}{6}$

(۳) $\frac{5}{4}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{2}{3}$

تست ۴۸- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^n + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}}$ اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ اشد آنگاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ کدام گزینه است؟ (سراسری تجربی ۹۴)

(۴) ۵

(۳) ۳

(۲) -۴

(۱) -۶

تست ۴۹- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2x + \sqrt{x^2 - 3x}}{ax^n - 6}$ اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$ اشد آنگاه $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) $-\frac{1}{8}$

(۱) $-\frac{1}{6}$

تست ۵۰- اگر $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۸)

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) صفر

تست ۵۱- اگر $f(x) = x - \sqrt{4x^2 + x}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ کدام است؟ (سراسری تجربی خ ۹۸)

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

تست ۵۲- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + 9}{1 - x + \sqrt{x + 1}} = 3$ ، آنگاه حد این کسر وقتی $x \rightarrow 3$ دام است؟ (سراسری تجربی ۹۲)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۵۳- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax + 1 + \sqrt{4x^2 + 9}}{3x - 2}$ از نقطه $(2, 1)$ گذرد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ را بر کدام یک از اعداد زیر است؟ (سراسری تجربی ۹۱)

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۱

تست ۵۴- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^n - 3x + 1}{3x^2 + x}$ اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{2}{3}$ آنگاه $f(-1)$ دام است؟ (تجربی ۹۱)

- (۱) -۲ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۳ (۴) ۲

تست ۵۵- اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 - 2x + 3} - ax - b \right) = 0$ ، کدام است $a + b$ ؟

- (۱) ± 1 (۲) ± 2 (۳) ± 3 (۴) صفر

۵۶- در تابع با ضابطه ی $f(x) = \frac{3 - \sqrt{x^2 + 5}}{a x^n + 4}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$ باشد، آن گاه $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ کدام است؟ 

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$



عنوان
جزوه آموزشی مشتق

نگارش
عادل آخندی

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

دبیر ریاضی : عادل آخندی



فهرست

صفحه

۱.....	آشنایی با مفهوم مشتق (تعبیر هندسی).....
۳.....	۱.۱ تست های قوانین مشتق.....
۱۲.....	۱.۱.۱ ساده کردن، سپس مشتق گیری.....
۱۴.....	۲.۱ عامل صفر کننده در مشتق.....
۱۶.....	۱.۲.۱ مشتق مرتبه ی دوم.....
۱۷.....	۳.۱ ارتباط مشتق پذیری و پیوستگی.....
۱۷.....	۱.۳.۱ مشتق پذیری روی بازه.....
۴۴.....	۲.۳.۱ بررسی برخی حدود به کمک قاعده ی هوییتال.....
۴۸.....	۲ فصل دوم.....
۴۸.....	۱.۲ آهنگ تغییرات.....
۴۸.....	۱.۱.۲ آهنگ تغییرات و مشتق توابع.....
۵۹.....	۳ معادله خط مماس و قائم.....
۵۹.....	۱.۳ خط مماس و قائم بر منحنی از نقطه ای روی منحنی.....

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار





مرکز مشاوره تحصیلی علیرضا افشار

دبیر ریاضی : عادل آخندی



جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

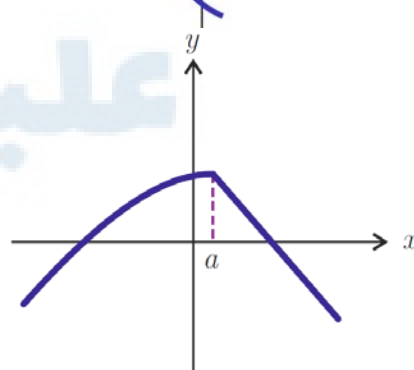
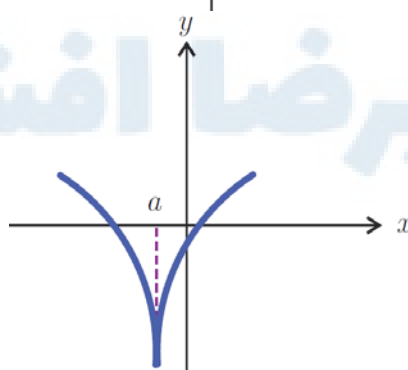
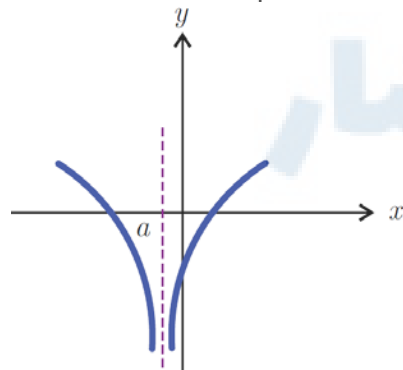
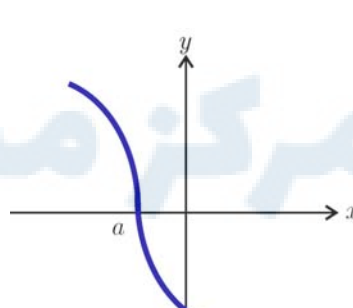
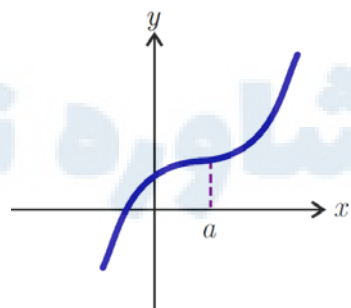
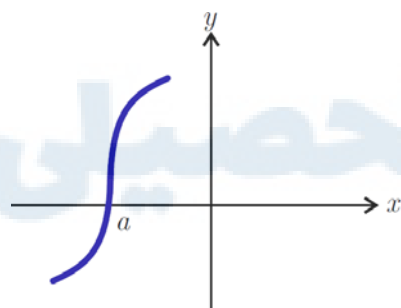
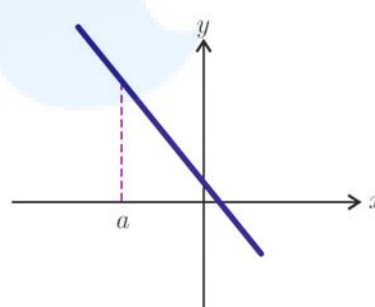
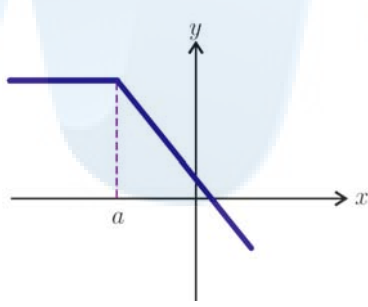
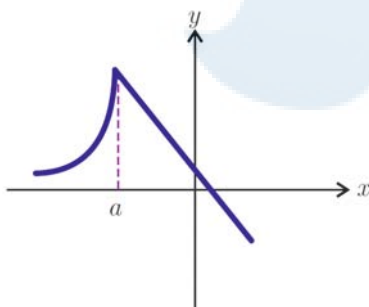
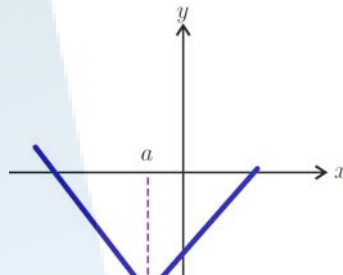
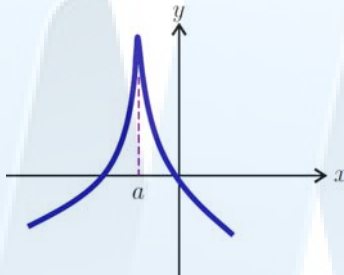
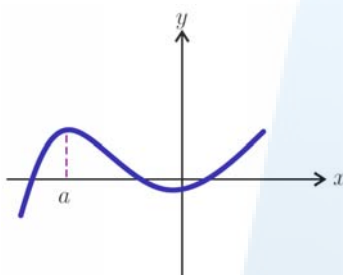


مفاهیم مشتق

درس اول

آشنایی با مفهوم مشتق (تعبیر هندسی)

سوال ۱: در هر یک از نمودارهای زیر خط مماس بر منحنی در نقطه داده شده را در صورت وجود رسم کنید.



دبیر ریاضی : عادل آخکندی



جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

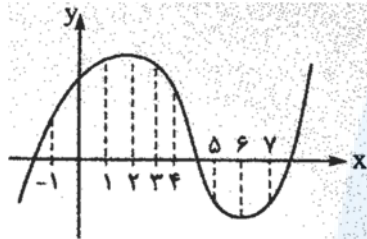
سوال ۲: در شکل زیر کدام یک از گزاره ها درست اند؟

الف) شیب مماس در $x = 1$ عددی منفی است.

ب) در دو نقطه مشتق صفر است.

پ) در $x = 5$ هم مقدار تابع و هم مشتق منفی اند.

ت) در نقاطی از نمودار شیب مماس ها برابر است.

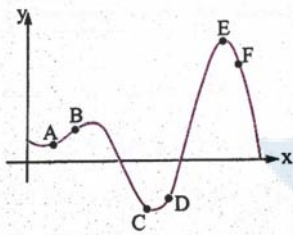


ث) در نقطه ای به طول ۴، مقادیر f و f' هم علامت نیستند.

ج) شیب مماس در $x = 1$ بیشتر از شیب مماس در $x = 5$ است.

چ) کم ترین شیب مماس بین $x = 4$ و $x = 5$ است.

تست ۱: در شکل مقابل، به ترتیب کدام نقاط دارای بیشترین و کم ترین شیب خط مماس هستند؟

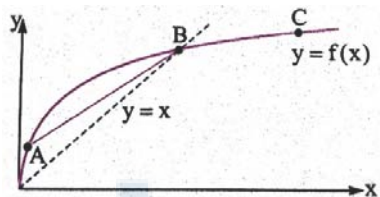


الف) $C - F$ ب) $C - D$

ج) $F - D$ د) $F - E$

تست ۲: برای نمودار در شکل مقابل، در موارد داده شده، کوچک ترین و بزرگ ترین کدام است؟

الف) شیب نمودار در نقطه A ب) شیب نمودار در نقطه B پ) شیب نمودار در نقطه C ت) شیب خط AB



الف) الف-ب ب) پ-الف

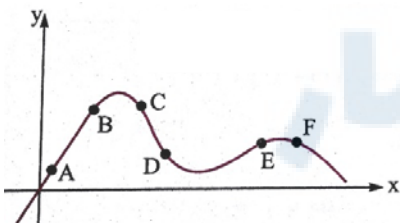
ج) ب-پ د) پ-ت

تست ۳: نقاط A, B, C, D, E, F را روی منحنی رو به رو در نظر می گیریم. در مورد شیب منحنی در این نقاط، چند عبارت درست است؟

الف) شیب منحنی در همه نقاط مثبت است. ب) $m_A < m_B$ پ) $m_E < m_B < m_A$

ت) شیب منحنی در نقاط C و D و F منفی است. ث) $m_F < m_D < m_C$

ج) $m_C < m_D < m_F < m_E < m_B < m_A$



د) ۴

ج) ۳

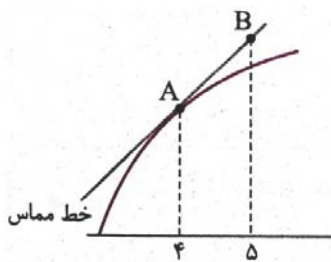
ب) ۲

الف) ۱

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۴: برای تابع F در شکل رو به رو داریم: $f'(4) = 1/5$, $f(4) = 25$ با توجه به شکل، مختصات نقطه B کدام است؟

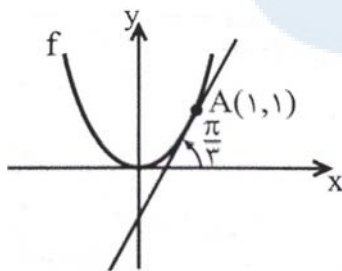


الف) $(5, 4/5)$ ب) $(5, 5/5)$

ج) $(5, 26/5)$ د) $(5, 37/5)$

تست ۵: شیب وتری که دو نقطه به طول های ۱ و x از تابع $y = f(x)$ را به هم وصل می کند برابر $4 - x + 2x^2$ است. شیب خط مماس بر منحنی در نقطه $x = 1$ کدام است؟

الف) ۴ ب) ۰ ج) ۵ د) ۳



تست ۶: در شکل زیر عرض از مبدا خط مماس بر منحنی در نقطه A کدام است؟

الف) -2 ب) $1 - \sqrt{3}$ ج) $1 - \sqrt{2}$ د) $1 - \sqrt{5}$

۱.۱ تست های قوانین مشتق

تست ۷: مقدار مشتق تابع $f(x) = x^4 + 3x^2 - 1$ به ازای $x = 1$ کدام است؟

الف) ۳ ب) ۷ ج) ۹ د) ۱۰

تست ۸: اگر $f(x) = x^{-1} + x^{-2}$ باشد، $f'(\frac{1}{4})$ برابر کدام است؟

الف) -4 ب) -16 ج) -12 د) -20

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۹: اگر $f(x) = x^{-2} + x^2 + \sqrt{x}$ باشد، $f'(1)$ برابر کدام است؟

- الف (۳) ب ($\frac{5}{2}$) ج ($\frac{1}{2}$) د ($-\frac{3}{2}$)

تست ۱۰: مقدار مشتق تابع $f(x) = \frac{x^2}{3} + \sqrt[3]{x}$ به ازای $x = 2\sqrt{2}$ کدام است؟

- الف ($\frac{49}{6}$) ب ($\frac{25}{3}$) ج ($\frac{17}{2}$) د ($\frac{17}{6}$)

تست ۱۱: اگر $f(2) = 2f'(2) = 6$ و $g(2) = -g'(2) = 3$ آنگاه $(f \cdot g)'(2)$ کدام است؟

- الف (-۹) ب (۹) ج (۱۸) د (-۱۸)

تست ۱۲: اگر $g'(2) = -4f(2) = 8$ و $f'(2) = \frac{5}{8}g(2) = 5$ آنگاه $(\frac{f}{g})'(2)$ کدام است؟

- الف ($\frac{8}{7}$) ب ($\frac{7}{8}$) ج ($\frac{5}{8}$) د ($\frac{8}{5}$)

تست ۱۳: اگر f تابعی پیوسته $8 = 2f(1) = f'(1)$ باش، آنگاه $(\frac{1}{f})'(1)$ کدام است؟

- الف (۲) ب ($\frac{1}{2}$) ج ($-\frac{1}{2}$) د (-۲)

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۱۴: مشتق تابع با ضابطه $f(x) = \frac{(2x-1)^2}{2x^2}$ کدام است؟

(د) $\frac{2x+1}{2x^3}$

(ج) $\frac{2x+1}{x^3}$

(ب) $\frac{2x-1}{x^3}$

(الف) $\frac{2x-1}{2x^3}$

تست ۱۵: اگر $f(x) = \sqrt{3x+1}(2x-4)^3$ مقدار $f'(0)$ کدام است؟

(د) ۰

(ج) ۱۸۴

(ب) ۱۳۶

(الف) ۱۱۸

تست ۱۶: اگر $f(x) = \sqrt{x^2+3x}$ مقدار $f'(1)$ کدام است؟

(د) $\frac{1}{2}$

(ج) $\frac{5}{4}$

(ب) $\frac{1}{4}$

(الف) ۱

تست ۱۷: مشتق عبارت $\left(\frac{16}{x} - \sqrt[3]{x^2}\right)^2$ به ازای $x = -8$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۸)

(د) ۲

(ج) $-\frac{1}{2}$

(ب) ۱

(الف) -۱

تست ۱۸: اگر $f(x) = \sqrt{1+\sqrt{x}}$ مقدار $f'\left(\frac{1}{4}\right)$ کدام است؟

(د) $\frac{\sqrt{6}}{12}$

(ج) $\frac{\sqrt{6}}{6}$

(ب) $\frac{\sqrt{2}}{6}$

(الف) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۱۹: مقدار مشتق تابع $y = (\frac{3}{x} - x^2)^3$ به ازای $x = 1$ کدام است؟

- الف (۱۲) ب (۱۲-) ج (۶۰) د (۶۰-)

تست ۲۰: مشتق تابع $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ در نقطه $x = 1$ برابر ۳ است. اگر $f(1) = 0$ و $f'(1) = -4$ و $g'(1)$ موجود باشد مقدار $g(1)$ کدام است ؟ (سراسری تجربی ۸۱)

- الف ($-\frac{4}{3}$) ب ($-\frac{3}{4}$) ج ($\frac{3}{4}$) د ($\frac{4}{3}$)

تست ۲۱: اگر $f(x) = \sqrt{\frac{3x-1}{2x+1}}$ ، آنگاه $f'(2)$ کدام است ؟ (سراسری تجربی ۸۱)

- الف ($-0/2$) ب ($-0/1$) ج ($0/1$) د ($0/2$)

تست ۲۲: تابع f با ضابطه $f(x) = x^{\frac{m}{n}}$ مفروض است. اگر مشتق سوم این تابع در صفر موجود باشد، کدام رابطه بین دو عدد مثبت m و n برقرار است ؟ (سراسری تجربی ۸۱)

- الف ($n > 3m$) ب ($m > 3n$) ج ($n > m + 3$) د ($m > n + 3$)

تست ۲۳: اگر f تابعی درجه دوم و مختصات راس آن $(-1, 2)$ و $f'(2) = 4$ باشد، آنگاه $f'(-4)$ کدام است؟

- الف (۴-) ب (۲-) ج (۴) د (۱-)

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۲۴: اگر $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$ آنگاه $f'(-\frac{5}{2})$ کدام است؟

- الف () $\frac{15}{4}$ (ب) $-\frac{15}{4}$ (ج) $\frac{19}{2}$ (د)

تست ۲۵: اگر $f(x) = \frac{x^2+1}{x^4+x^2+3}$ آنگاه حاصل $f'(2) + f'(-2)$ کدام است؟

- الف () $\frac{1}{5}$ (ب) $\frac{9}{20}$ (ج) $\frac{1}{12}$ (د)

تست ۲۶: اگر $f(x) = \frac{x}{x-1}$ مقدار مشتق $f \circ f$ در $x = 2$ کدام است؟

- الف () $\frac{1}{3}$ (ب) ۱ (ج) $\frac{2}{3}$ (د) وجود ندارد

تست ۲۷: در صورتی که $f(x) = \sqrt{2x+a}$ باشد و $f'(4) = \frac{1}{3}$ ، آنگاه $f(12)$ کدام است؟

- الف () ۳ (ب) ۴ (ج) ۵ (د) ۷

تست ۲۸: در تابع با ضابطه $g(x) = x + 2\sqrt{x}$ ، اگر $g'(a) = 2$ آنگاه $g(4a)$ کدام است؟

- الف () ۶ (ب) ۱۰ (ج) ۸ (د) ۱۲

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۲۹: در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}(3x^2 + 5)$ ، اگر $f'(1) - f(a) = 2$ آنگاه a کدام است؟

الف (۱)

ب (۲)

ج (۳)

د (۴)

تست ۳۰: در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x} & x < 0 \\ \sqrt{2x+1} & x > 0 \end{cases}$ ، حاصل $\frac{f'(-1)}{f'(4)}$ کدام است؟

الف (۱)

ب ($\frac{1}{2}$)

ج ($\frac{1}{3}$)

د (وجود ندارد)

تست ۳۱: اگر $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ و $g(x) = x^3 + 1$ باشد، مشتق تابع $f \circ g$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

الف (۱۲)

ب (۱)

ج (۲)

د (۴)

تست ۳۲: اگر $(f \circ g)'(1) = -12$ و $g(1) = 0$ و $f'(0) = -2$ ، آنگاه $g'(1)$ کدام است؟

الف (-۲)

ب (۶)

ج (۲۴)

د (۰)

تست ۳۳: اگر $g(2) = -2$ و $f(x) = x^3$ آنگاه مشتق $f \circ g$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

الف (-۲۴)

ب (-۱۲)

ج (۲۴)

د (۱۲)

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۳۴: اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x^3 + x + 1$ باشد، مشتق تابع $g \circ f$ در نقطه $x = 0$ کدام است؟

- الف) $\frac{1}{2}$ ب) $\frac{1}{4}$ ج) ۲ د) ۴

تست ۳۵: اگر $f(x) = \frac{x^3}{x^3 + 2}$ و $g(x) = \sqrt[3]{x}$ باشد، حاصل $f'(g(x)) \times g'(x)$ به ازای $x = 1$ کدام است؟

- الف) $-\frac{1}{4}$ ب) $\frac{1}{4}$ ج) $\frac{2}{9}$ د) $-\frac{2}{9}$

تست ۳۶: اگر $f(x) = \frac{x^3 - 2}{x^3 + 1}$ و $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$ باشد، حاصل $f'(g(x)) \times g'(x)$ کدام است؟ (ریاضی ۹۲)

- الف) $\frac{3}{x}$ ب) $\frac{3}{x^2}$ ج) $\frac{1}{3x}$ د) $\frac{x-3}{x^2}$

تست ۳۷: اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ و $g(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ باشد، حاصل $f'(g(x)) \times f'(x)$ کدام است؟ (ریاضی خ ۹۲)

- الف) -۱ ب) ۱ ج) x د) $\frac{1}{2}x$

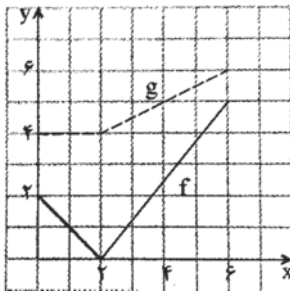
تست ۳۸: اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x^3 + x + 1$ باشد، مشتق تابع $g \circ f$ در نقطه $x = 0$ کدام است؟

- الف) $\frac{1}{2}$ ب) $\frac{1}{4}$ ج) ۲ د) ۴

جزوه آموزشی مشتق

درس اول: مفاهیم مشتق

تست ۳۹: اگر نمودار دو تابع f و g به صورت زیر باشند و $r(x) = f(g(x))$ آنگاه $r'(4)$ برابر است با ؟



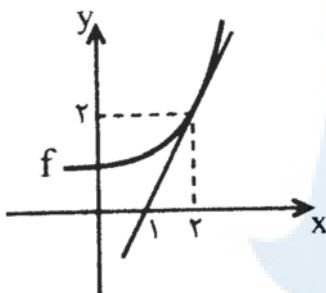
(د) $\frac{5}{4}$

(ج) $\frac{5}{8}$

(ب) ۱

(الف) ۰

تست ۴۰: اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، ضریب زاویه خط مماس بر تابع $f(\sqrt{x})$ در $x = 4$ کدام است؟



(د) ۲

(ج) ۳

(ب) ۴

(الف) $\frac{1}{2}$

تست ۴۱: اگر $h(x) = f(g(x))$ و $g(x) = x^2 - 3x + 5$ و $f'(5) = -\frac{1}{4}$ باشند مقدار $h'(3)$ کدام است؟

(د) $\frac{3}{2}$

(ج) ۳

(ب) $-\frac{3}{2}$

(الف) -۳

تست ۴۲: اگر $f'(1) = -2$ آنگاه مشتق تابع $f(\frac{1}{x-1})$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

(د) -۲

(ج) ۲

(ب) -۱

(الف) ۱

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۴۳: اگر $f'(2) = \frac{-1}{3}$ آنگاه مشتق تابع $f(\sqrt{3-x})$ در نقطه $x = -1$ کدام است؟

- الف (الف) $\frac{1}{6}$ ب (ب) $\frac{1}{12}$ ج (ج) $-\frac{1}{6}$ د (د) $-\frac{1}{12}$

تست ۴۴: اگر $f'(a) = 2$ و $f(a) = \frac{1}{4}$ مقدار مشتق تابع عبارت $f^2(x) + \frac{1}{f(x)}$ در نقطه $x = a$ کدام است؟

- الف (الف) -4 ب (ب) -6 ج (ج) 4 د (د) 6

تست ۴۵: اگر $f'(x) = 5x - 1$ مشتق تابع $f(x^2)$ کدام است؟

- الف (الف) $5x^2 - 1$ ب (ب) $5x - 1$ ج (ج) $10x^2 - 2x$ د (د) $2x(5x - 1)$

تست ۴۶: اگر $f(x) = \frac{2}{x} - \sqrt{x+2}$ مشتق $f(xf(x))$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۹)

- الف (الف) -1 ب (ب) $-\frac{1}{2}$ ج (ج) $\frac{1}{2}$ د (د) 1

تست ۴۷: اگر $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x + \sin x}$ و $g(x) = \frac{x^2 + \sin^2 x + 2x \sin x}{x + 1}$ باشد، آنگاه $ff'g + g'f^2$ به ازای $x = 1$ کدام است؟

- الف (الف) $\frac{1}{4}$ ب (ب) $\frac{1}{4}$ ج (ج) $-\frac{1}{4}$ د (د) 1

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۴۸: اگر $f(x^3) = \sqrt{x+7}$ آنگاه $f'(8)$ کدام است ؟

- الف ($\frac{1}{24}$) ب ($\frac{1}{48}$) ج ($\frac{1}{72}$) د ($\frac{1}{12}$)

تست ۴۹: اگر $f'(x) = \frac{1}{x}$ مشتق تابع $f(x + \sqrt{1+x^2})$ کدام است ؟ (سراسری ریاضی ۸۵)

- الف ($-x + \sqrt{1+x^2}$) ب ($x - \sqrt{1+x^2}$) ج ($\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$) د ($\sqrt{1+x^2}$)

تست ۵۰: اگر $f(x) = g(x^3 + 2x)$ و $g'(3) = 4$ آنگاه $f'(1)$ کدام است ؟ (سراسری تجربی ۸۹)

- الف (۲۰) ب (۱۰) ج (۱۵) د (۵)

۱.۱.۱ ساده کردن، سپس مشتق گیری

تذکر: در برخی از موارد می توان ابتدا عبارت مورد نظر را ساده نمود سپس از آن مشتق گرفت.

سوال ۳: اندازه ی مشتق تابع $y = \log 10^{\sqrt{x}}$ را در نقطه ای به طول $x = \frac{1}{9}$ ، واقع بر آن کدام است؟

تست ۵۱: اگر تابع $f(x) = \frac{x^3-2}{1+x^3}$ و تابع $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$ باشد حاصل $f'(g(x)) \cdot g'(x)$ کدام است ؟ (ر ۹۲)

- الف ($\frac{3}{x}$) ب ($\frac{3}{x^2}$) ج ($\frac{1}{3x}$) د ($\frac{x-3}{x^2}$)

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۵۲: اگر $g(x) = \frac{1}{x^2 + x + 1}$ و $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + x + 1}$ باشد، $f'(x) - g'(x)$ کدام است؟

- الف (۱) ب (۱ -) ج (۱ - x) د (۱ - x)

تست ۵۳: اگر $g(x) = \frac{x\sqrt{x} + 2x\sqrt{2x+1}}{\sqrt{x} + \sqrt{2x+1}}$ و $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{2x+1}}$ باشد، $g'(x) + f'(x)$ کدام است؟

- الف ($\sqrt{x}$) ب (۲) ج ($\sqrt{2x+1}$) د (۱)

تست ۵۴: اگر $g(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$ ، $f(x) = \frac{1}{x - \sqrt{x^2 + 1}}$ حاصل $f'g - g'f$ کدام است؟

- الف (۱ -) ب (صفر) ج (۲x) د ($\sqrt{x^2 + 1}$)

تست ۵۵: مشتق تابع $y = \frac{x\sqrt{x+5} + \sqrt{x}(x+5)}{\sqrt{x^2+5x}}$ به ازای $x = 4$ کدام است؟ (آزاد تجربی ۸۴)

- الف (۵) ب ($\frac{5}{6}$) ج ($\frac{13}{12}$) د ($\frac{5}{12}$)

تست ۵۶: اگر تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x+2}$ و تابع $g(x) = \frac{x^2+4x+4}{(x+1)\sqrt{x+1}}$ باشد، حاصل $f'g + g'f$ به ازای $x = 1$ کدام است؟ (آزاد تجربی ۸۶)

- الف ($-\frac{1}{2\sqrt{2}}$) ب ($\frac{1}{2\sqrt{2}}$) ج ($-\frac{1}{4}$) د ($\frac{1}{4}$)

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۵۷: اگر $f(x) = (\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1})^6$ و $g(x) = (\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1})^5$ باشد، حاصل $f'g + g'f$ در $x = 0$ کدام است؟

الف) $\frac{1}{\sqrt{2}-2}$

ب) $\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

ج) $\frac{1-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$

د) $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$

۲.۱ عامل صفر کننده در مشتق

فرض کنید f و g هر دو در نقطه a مشتق پذیر و $f(a) = 0$ باشد. در این صورت :

$$(f \cdot g)'(a) = \underbrace{f'(a)}_{\text{عامل صفر کننده}} \underbrace{\widehat{g(a)}}_{\text{بقیه عبارت}}$$

زیرا :

$$(f \cdot g)'(a) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a) = f'(a) \cdot g(a)$$

در واقع به جای مشتق گرفتن از $f \cdot g$ فقط از f (عامل صفر شونده) مشتق می گیریم.

یعنی اگر تابعی به صورت حاصل ضرب چند عامل باشد و بخواهیم مشتق را در نقطه ای حساب کنیم که یکی از عوامل در آن نقطه صفر باشد، کافی است از همان عامل صفر ساز مشتق گرفته و در بقیه عبارات ضرب کنیم.

$$f(x) = g(x)h(x) \Rightarrow f'(a) = g'(a) \times h(a)$$

$$g(a) = 0$$

سوال ۴: مشتق تابع $f(x) = (x-2) \frac{\sqrt{2x}}{x^2+1}$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

تست ۵۸: مقدار مشتق تابع $f(x) = \frac{x^2-x}{x+\sqrt{x}}$ در $x = 1$ کدام است؟

الف) ۱

ب) $\frac{1}{2}$

ج) ۲

د) صفر

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۵۹: مشتق تابع $f(x) = \frac{(x-1)^{\frac{5}{3}}x-2}{(5x-3)^4}$ در نقطه $x = 1$ کدام است ؟ (سراسری ریاضی ۸۳)

- الف ($\frac{1}{16}$) ب ($\frac{1}{8}$) ج ($\frac{3}{20}$) د ($\frac{5}{18}$)

تست ۶۰: مشتق تابع $f(x) = \frac{(x-2)\log(x+8)}{\sqrt{x^2+5}}$ در $x = 2$ کدام است ؟

- الف (صفر) ب (۲) ج ($\frac{1}{2}$) د ($\frac{1}{3}$)

تست ۶۱: در تابع $y = x|x|\sqrt{x+3} + \frac{2}{x+1}$ در این صورت $f'(0)$ کدام است ؟

- الف (وجود ندارد) ب (-۱) ج (-۲) د (-۳)

نکته : اگر تعداد عامل های صفر کننده در نقطه a بیشتر از یکی باشد باشد آنگاه $f'(a) = 0$

تست ۶۲: اگر $f(x) = (x^2 + x - 2)(x^3 - 1)(x + \sqrt{x})$ آنگاه $f'(1)$ کدام است ؟

- الف (صفر) ب (۲) ج (۶) د (۱۲)

تست ۶۳: مشتق تابع $y = (x^2 - 1)\sqrt[3]{x-1} + x\sqrt{2x}$ به ازای $x = 1$ کدام است ؟ (آزاد تجربی ۸۶)

- الف ($\sqrt{2}$) ب ($\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$) ج ($\frac{2\sqrt{2}}{2}$) د ($2\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}$)

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

سوال ۵: مشتق تابع $y = (x - a)(2x - a) \dots (nx - a)$ در $x = a$ را بیابید ؟

۱.۲.۱ مشتق مرتبه ی دوم

برای این کار کافی است دو بار از عبارت مشتق بگیریم

سوال ۶: مشتق مرتبه ی دوم تابع $f(x) = x^3 + 2x$ را بیابید.

تست ۶۴: در تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + 3$ ، $f''(1) = -2$ مقدار a کدام است؟

- الف (۴ - ب (۳ - ج (۳ د (۴

تست ۶۵: در تابع $f(x) = \frac{x-1}{x+3}$ ، حاصل $f''(0)$ کدام است؟

- الف ($\frac{4}{27}$ ب ($-\frac{4}{27}$ ج ($\frac{8}{27}$ د ($-\frac{8}{27}$

تست ۶۶: مقدار مشتق دوم تابع $f(x) = (x-2)\sqrt{x}$ ، به ازای $x = 2$ کدام است؟

- الف ($\frac{\sqrt{2}}{2}$ ب ($\sqrt{2}$ ج ($\frac{\sqrt{2}}{4}$ د ($2\sqrt{2}$

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۶۷: در تابع با ضابطه ی $f(x) = \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-3}}\right)^3$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۵)

الف (۲۱-)

ب (۱۸-)

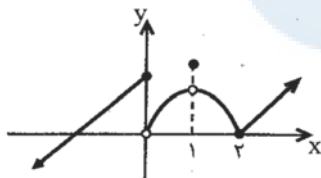
ج (۱۲)

د (۱۵)

۳.۱ ارتباط مشتق پذیری و پیوستگی

۱.۳.۱ مشتق پذیری روی بازه

سوال ۷: در شکل رو به رو نمودار تابع f رسم شده است. مشتق پذیری تابع f را در هر یک از بازه های زیر بررسی کنید.



(۱) $(-\infty, 0]$ (۲) $[0, 1]$ (۳) $(1, 2)$

سوال ۸: با رسم نمودار توابع زیر، فواصل مشتق پذیری را بیابید.

۱) $f(x) = \sqrt{x}$

۲) $g(x) = \frac{1}{x}$

۳) $h(x) = |x - 1|$

۴) $k(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ x + 1 & x < 0 \end{cases}$

جزوه آموزشی مشتق

درس اول: مفاهیم مشتق

سوال ۹: در هر کدام از بخش های زیر مشتق پذیری تابع f را در $\mathbb{R}$ بررسی کنید و ضابطه f' و نمودارهای f و f' را رسم کنید.

$$۱) f(x) = \begin{cases} 5x - 4 & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x \leq 3 \\ x + 6 & x > 3 \end{cases}$$

$$۲) g(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & x < -1 \\ 2x & -1 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{3x+1} & x > 1 \end{cases}$$

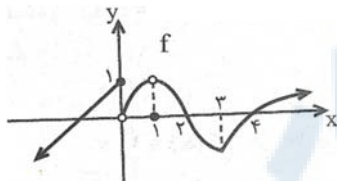
$$۳) h(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 1 \\ -x^2 & x < 1 \end{cases}$$

$$۴) l(x) = \begin{cases} 3x & x \neq 0 \\ 2 & x = 0 \end{cases}$$

$$۵) m(x) = x |x - 1|$$

$$۶) n(x) = |x^2 - 4|$$

تست ۶۸: نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. تابع f در کدام بازه زیر مشتق پذیر است؟



الف) $(0, 1)$

ب) $[1, 2]$

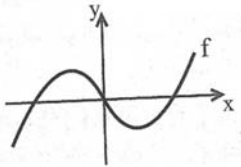
ج) $(1, 3]$

د) $(1, 4)$

جزوه آموزشی مشتق

درس اول: مفاهیم مشتق

تست ۶۹: نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. تابع $|f|$ در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟



- الف (۱) ب (۲) ج (۳) د (۴)

تست ۷۰: تعداد نقاط مشتق ناپذیری تابع با ضابطه $f(x) = ||x| - 1|$ بر روی $\mathbb{R}$ کدام است؟

- الف (۱) ب (۲) ج (۳) د (۴)

تست ۷۱: کدام یک از توابع زیر بر $\mathbb{R}$ مشتق پذیر نیست؟

- الف (۱) $y = x|x|$ ب (۲) $y = x\sqrt{x}$ ج (۳) $y = |(x-1)^3|$ د (۴) $y = |(x+1)(x-2)^2|$

تست ۷۲: برای تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & -3 \leq x < 1 \\ \sqrt{x}, & x \geq 1 \end{cases}$ کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) f روی بازه $(-3, 1)$ مشتق پذیر است. (۲) f روی بازه $[-1, 2]$ مشتق پذیر است.
(۳) f روی بازه $(1, +\infty)$ مشتق پذیر است. (۴) گزینه های ۱ و ۳ با هم

تست ۷۳: برای تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x|, & -1 \leq x < 1 \\ \sqrt{x-1}, & x \geq 1 \end{cases}$ در بازه $[-1, 3]$ در چند نقطه مشتق ناپذیر

است؟

- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) هیچ

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۷۴: تابع با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 1| & , \quad |x| \leq 2 \\ 4x - 1 & , \quad |x| > 2 \end{cases}$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

تست ۷۵: اگر $f(x) = \begin{cases} 2x + 4 & x < -1 \\ x^2 - 1 & -1 \leq x \leq 2 \\ -x + 5 & 2 < x < 5 \end{cases}$ تابع f روی چند تا از بازه های $[-1, 1]$ ، $(2, 5)$ و $[-2, 0]$ مشتق پذیر است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

تست ۷۶: تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & -2 \leq x \leq 1 \\ x + 1 & x > 1 \end{cases}$ روی کدام بازه زیر مشتق پذیر نیست؟

(۲, ۵) (۴)

$[1, 2]$ (۳)

$(1, +\infty)$ (۲)

$[-2, 1]$ (۱)

تست ۷۷: اگر $f(x) = \begin{cases} 5x - 4 & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x \leq 3 \\ x + 6 & x > 3 \end{cases}$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

تست ۷۸: تابع با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - |x| & , \quad |x| \leq 2 \\ 3x & , \quad |x| > 2 \end{cases}$ در کدام بازه ی زیر مشتق پذیر است؟

$(-1, 0)$ (۴)

$(-1, 1)$ (۳)

$[1, 4)$ (۲)

$(1, 3)$ (۱)

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۷۹: اگر تابع $f(x) = \begin{cases} g(x) & , x > 0 \\ x^3 & , x \leq 0 \end{cases}$ در بازه $(-1, 1)$ مشتق پذیر باشد، آنگاه $g(x)$ کدام تابع زیر می تواند باشد؟

(۴) x^2

(۳) x

(۲) $\sqrt{x}$

(۱) $\frac{1}{x}$

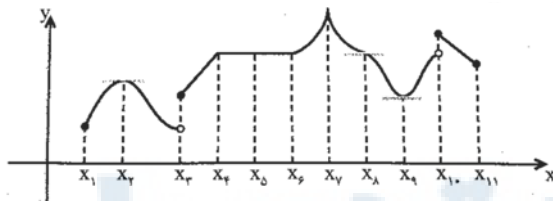
تست ۸۰: برای تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 5x - 4 & , x < 0 \\ x^2 & , 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 7 & , x > 2 \end{cases}$ کدام گزینه نادرست است؟

(۴) $f'(-1) \neq f'(2/5)$

(۳) $f'(5) = 10$

(۲) $f'(2)$ وجود ندارد.

تست ۸۱: تابع f با ضابطه f مقابل در چند نقطه ناپیوسته و در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟ (بجز نقاط انتهایی)



(۱) یک نقطه ناپیوسته و دو نقطه مشتق ناپذیر

(۲) دو نقطه ناپیوسته و چهار نقطه مشتق ناپذیر

(۳) یک نقطه ناپیوسته و سه نقطه مشتق ناپذیر

(۴) دو نقطه ناپیوسته و پنج نقطه مشتق ناپذیر

تست ۸۲: ضابطه مشتق تابع $f(x) = \begin{cases} 6x & , x \neq 1 \\ 3 & , x = 1 \end{cases}$ کدام است؟

(۴) $f'(x) = 6x$

(۳) $f'(x) = 6x$ و $x \neq 1$

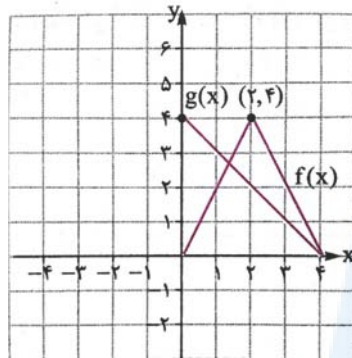
(۲) $f'(x) = 6$ و $x \neq 1$

(۱) $f'(x) = 6$

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۸۳: نمودار تابع f و g در شکل مقابل رسم شده اند. اگر $k(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ ، چند تا از نتایج زیر نادرست است؟



الف) $g(x)$ در بازه $[0, 4]$ مشتق پذیر است.

ب) $f'(x)$ در $x = 3$ مثبت است.

پ) تابع $k(x)$ در تمامی نقاط بازه $(0, 4)$ مشتق پذیر است.

ت) $k'(3) = 0$

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

تست ۸۴: در کدام گزینه، تابع مشتق در همه ی نقاط اعداد حقیقی تعریف می شود؟

$$f(x) = \begin{cases} 3x & , \quad x \neq 1 \\ 4 & , \quad x = 1 \end{cases} \quad (۴) \quad f(x) = x^2 \quad (۳) \quad f(x) = \sqrt[3]{x} \quad (۲) \quad f(x) = \frac{1}{x} \quad (۱)$$

تست ۸۵: تابع $f(x) = x - [x]$ ، مفروض است، آن گاه $D_{f'}$ کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)

۱ (۱) R ۲ (۲) Z ۳ (۳) $R - Z$ ۴ (۴) $[0, \infty)$

تست ۸۶: دامنه ی تابع مشتق تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$ کدام است؟

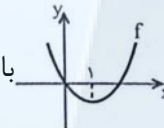
۱ (۱) $(-1, +\infty) - \{0\}$ ۲ (۲) $(-1, +\infty)$ ۳ (۳) $[-1, +\infty)$ ۴ (۴) $[-1, +\infty) - \{0\}$

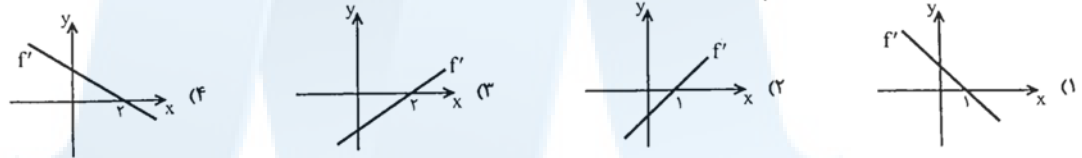
جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

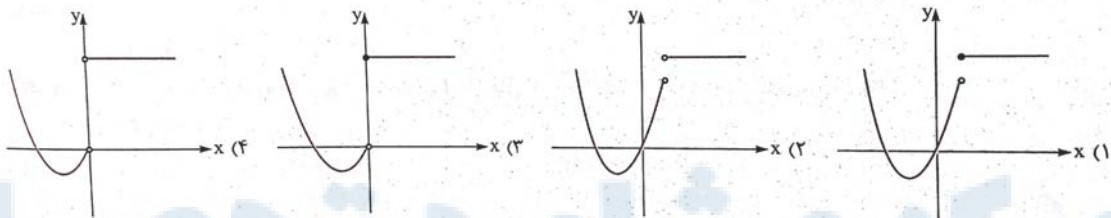
تست ۸۷: اگر $f(x) = \begin{cases} x + \sqrt{x} & x \geq 0 \\ \frac{1}{x} & x < 0 \end{cases}$ دامنه تابع f' کدام است؟

- (۱) $\mathbb{R}$ (۲) $\mathbb{R} - \{0\}$ (۳) $(0, +\infty)$ (۴) $[0, +\infty)$

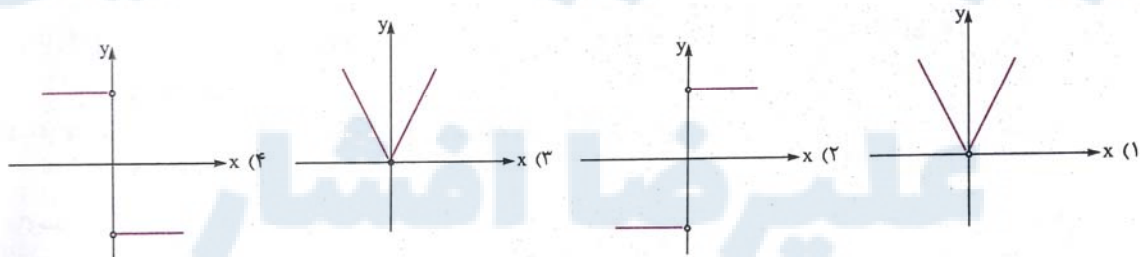
تست ۸۸: اگر نمودار تابع f به شکل  باشد، نمودار تابع f' به کدام شکل زیر است؟ (f تابعی درجه دوم است.)



تست ۸۹: اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{3} + x^2 & x \leq 1 \\ 4x + 2 & x > 1 \end{cases}$ نمودار f' کدام است؟



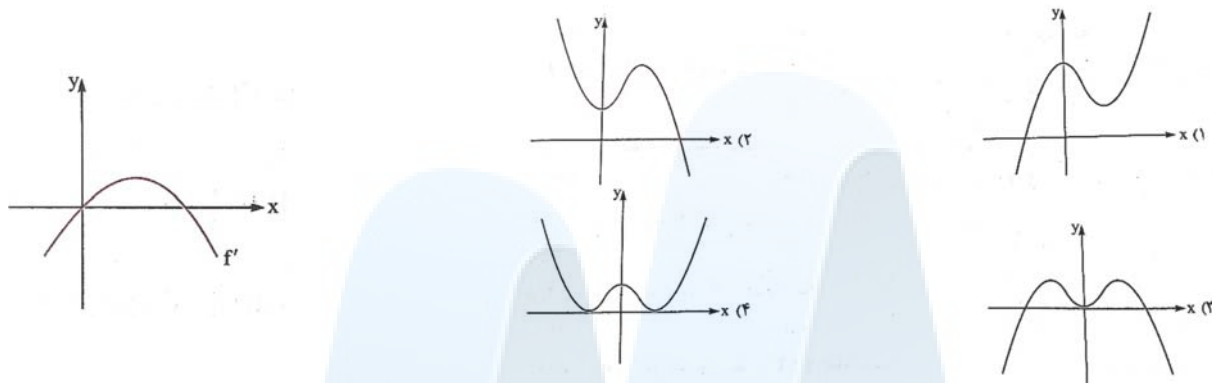
تست ۹۰: اگر $f(x) = x|x|$ ، نمودار تابع f' کدام است؟



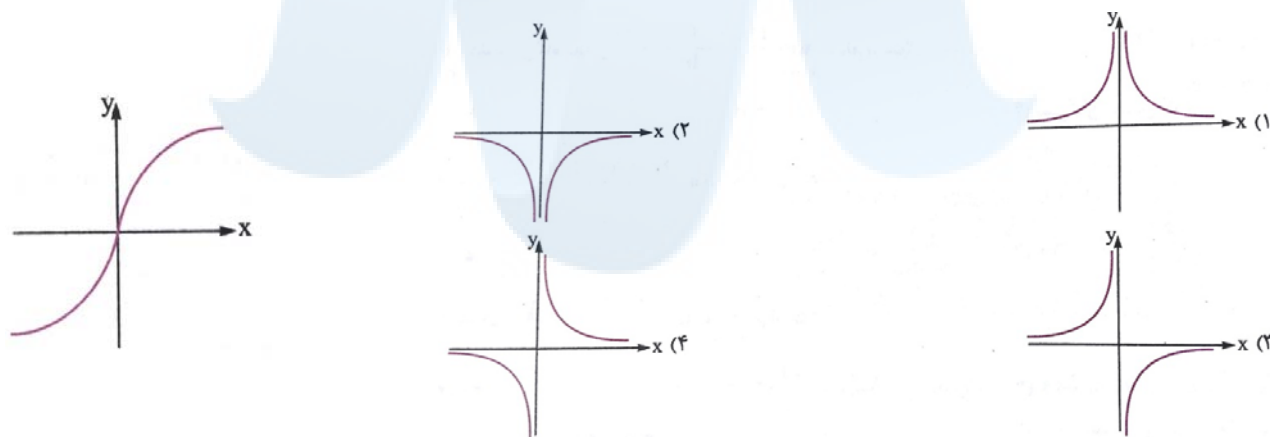
جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

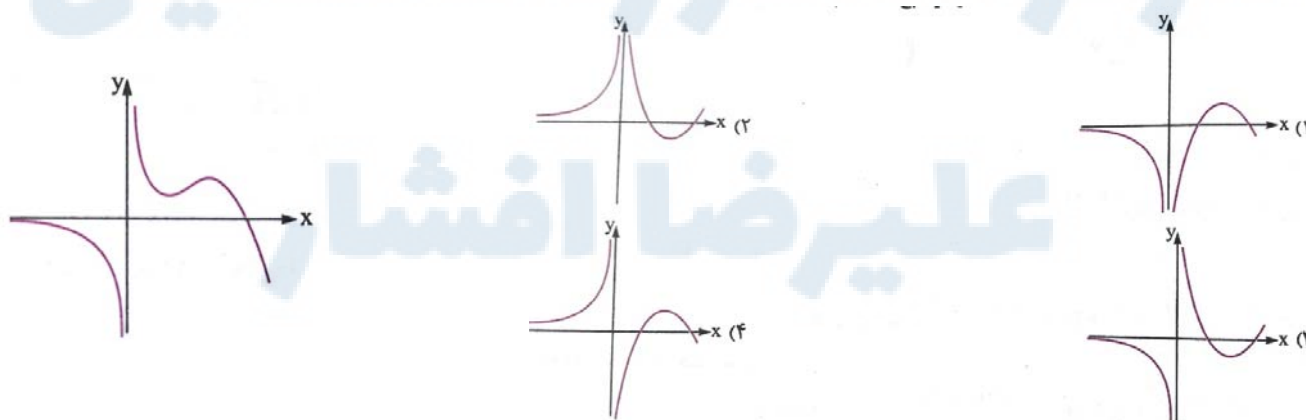
تست ۹۱: اگر f' به شکل رو به رو باشد، نمودار تابع f کدام است؟



تست ۹۲: اگر f به صورت رو به رو باشد، نمودار مشتق تابع f کدام است؟



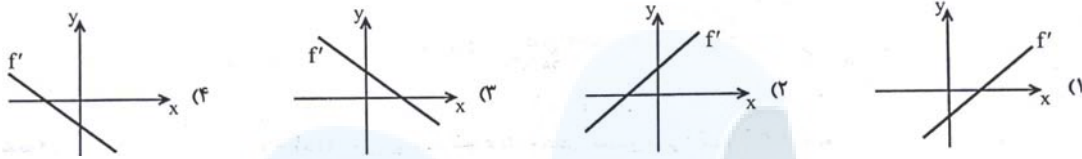
تست ۹۳: اگر f به صورت رو به رو باشد، نمودار مشتق تابع f کدام است؟



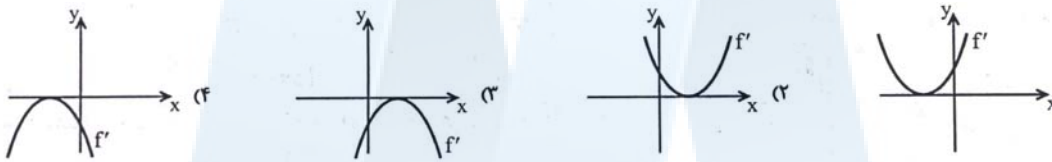
جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

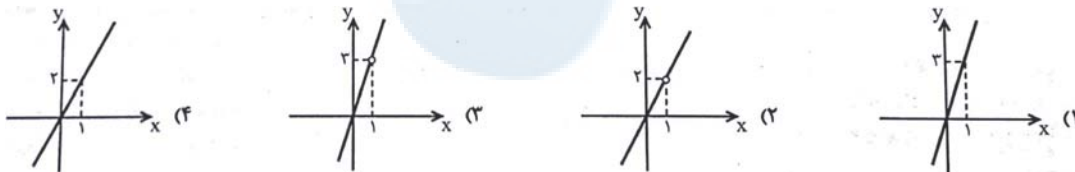
تست ۹۴: نمودار مشتق تابع $f(x) = ax^2 + bx$ با شرط $a < 0$ و $b > 0$ به کدام شکل زیر است؟



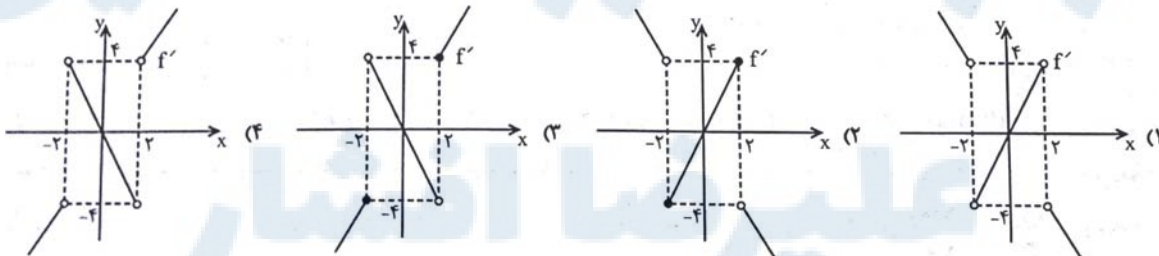
تست ۹۵: نمودار تابع مشتق تابع $f(x) = (1-x)^3$ کدام است؟



تست ۹۶: نمودار تابع مشتق تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & , x \neq 1 \\ 3 & , x = 1 \end{cases}$ کدام است؟



تست ۹۷: نمودار تابع مشتق تابع با ضابطه $f(x) = |x^2 - 4|$ کدام است؟



جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۹۸: در تابع درجه دوم $y = f(x)$ ، $\frac{1}{4}f(1) = -f'(1) = f''(1)$ باشد، آنگاه طول راس تابع f کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

تست ۹۹: اگر $y = ax^2 + bx + c$ در رابطه $y + y' + y'' = x^2 + x + 1$ صدق کند، مقدار $a + b + c$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

تست ۱۰۰: مشتق دوم تابع $y = x^2 - x^5 + (x^2 + 1)^2$ در $x = 0$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۲ (۳) ۶ (۴) ۲

تست ۱۰۱: در تابع $y = f(x)$ رابطه $f(x) = (f'(x))^2$ برقرار است. $f''(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{f(x)}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $f(x)$ (۴) $\frac{1}{2}f(x)$

تست ۱۰۲: اگر تابع $f(x)$ و مشتق اول و دوم آن در نقطه $(0, 1)$ مشترک باشند، مشتق دوم تابع $g(x) = f^2(x)$ در $x = 0$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۱۰۳: اگر f تابعی درجه دوم باشد و داشته باشیم $(f \circ f')(x) = 108x^2$ ، آنگاه $f''(2\sqrt{2} - 1)$ کدام است؟

۶ (۴)

۲۷ (۳)

۱۸ (۲)

۱۶ (۱)

نکته: اگر تابع $y = f(x)$ در نقطه $x = a$ مشتق پذیر باشد، نتیجه می گیریم که اولاً تابع در این نقطه، پیوسته است. ثانیاً مشتق های چپ و راست در این نقطه موجود و با هم برابرند.

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a) : \text{پیوستگی}$$

$$f'_+(a) = f'_-(a) : \text{مشتق پذیری}$$

تست ۱۰۴: تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x} - 5 & x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & x < 1 \end{cases}$ در نقطه ای به طول $x = 1$ مشتق پذیر است. b کدام است؟ (تجربی خارج ۹۳)

۴ (د)

۳ (ج)

۲ (ب)

۱ (الف)

تست ۱۰۵: اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + a & x > 2 \\ bx + 1 & x \leq 2 \end{cases}$ در $x = 2$ مشتق پذیر باشد، $a + b$ کدام است؟

۹ (۴)

۱۱ (۳)

۵ (۲)

۷ (۱)

تست ۱۰۶: تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx & x < 1 \\ 2\sqrt{4x - 3} & x \geq 1 \end{cases}$ ، بر روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است، b کدام است؟

۲ (۴)

 $\frac{3}{2}$ (۳)

۱ (۲)

 $\frac{1}{2}$ (۱)

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۱۰۷: در تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{(2x+6)^2} & x > 1 \\ ax+b & x \leq 1 \end{cases}$ مقدار $f'(1)$ موجود است b کدام یک از گزینه های زیر است ؟
(سراسری تجربی ۹۰)

الف ($\frac{4}{3}$)

ب ($\frac{7}{3}$)

ج ($\frac{8}{3}$)

د ($\frac{10}{3}$)

تست ۱۰۸: تابع با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx & , x < 1 \\ 2\sqrt{4x-3} & , x \geq 1 \end{cases}$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. b کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) ۱

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) ۲

تست ۱۰۹: تابع $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{4x-3} & x < 1 \\ ax^3 + bx & x \geq 1 \end{cases}$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است، b کدام یک از گزینه های زیر است ؟ (سراسری ریاضی ۹۲)

الف (۲)

ب ($\frac{1}{2}$)

ج ($\frac{3}{2}$)

د (۱)

تست ۱۱۰: تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x}}{x} & x \geq 1 \\ ax^2 + bx & x < 1 \end{cases}$ بروی R مشتق پذیر است b کدام است ؟ (سراسری ریاضی ۸۹)

الف (۱)

ب (-۱)

ج (۳)

د (۵)

تست ۱۱۱: در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x+a & x \leq 1 \\ b\sqrt{x} & x > 1 \end{cases}$ مقدار $f'(1)$ موجود است. مقدار $\frac{2b-a}{2}$ کدام است؟

الف (۳)

ب (۲)

ج (۱)

د (صفر)

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۱۱۲: اگر ضابطه تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & x > 4 \\ 4\sqrt{x} + b & x \leq 4 \end{cases}$ در $x = 4$ مشتق پذیر باشد مقدار $a + b$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۸)

(د) ۲۷

(ج) ۱۳

(ب) -۱۳

(الف) -۲۷

تست ۱۱۳: تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} (x-1)|x-1| & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر است. مقدار a کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۴)

(د) ۲

(ج) -۱

(ب) ۱

(الف) صفر

تست ۱۱۴: تابع $f(x) = \begin{cases} ax - a & x < 1 \\ x^2 - x & x \geq 1 \end{cases}$ مفروض است. این تابع به ازای کدام مقدار a در $x = 1$ مشتق پذیر است؟ (سراسری تجربی ۸۶)

(د) هیچ مقدار a

(ج) هر مقدار a

(ب) ۱

(الف) -۱

تست ۱۱۵: تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 1 + a \cos \pi x & x > 1 \\ bx^2 + x & x \leq 1 \end{cases}$ بر روی R مشتق پذیر است مقدار a کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۱)

(د) $-\frac{1}{2}$

(ج) $\frac{1}{2}$

(ب) -۱

(الف) ۱

تست ۱۱۶: تعداد نقاط مشتق ناپذیری تابع $y = ||x| - 1|$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۵)

(د) ۳

(ج) ۲

(ب) ۱

(الف) ۰

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۱۱۷: اگر $f(x) = 1 - |x|$ تعداد نقاط مشتق ناپذیری تابع $y = f(f(x))$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۸)

- الف (۱) ب (۲) ج (۳) د (صفر)

تست ۱۱۸: اگر $f(x) = (x^2 + ax + b)[x]$ در $2 -$ مشتق پذیر باشد آنگاه $a^2 + b^2$ کدام است ؟

- الف (۱۳) ب (۳۲) ج (۸) د (۴۱)

تست ۱۱۹: در تابع باضابطه ی $f(x) = \sqrt{\frac{4x+5}{x+3}}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج کشور ۹۵)

- الف ($\frac{7}{48}$) ب ($\frac{5}{24}$) ج ($\frac{7}{24}$) د ($\frac{7}{16}$)

تست ۱۲۰: اگر $f(x) = (x-2)\sqrt[3]{x^2}$ حاصل $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(-1+\Delta x)-f(-1)}{\Delta x}$ کدام است ؟ (خارج از کشور ۸۴)

- الف (۲) ب (۳) ج ($\frac{2}{3}$) د ($\frac{4}{3}$)

تست ۱۲۱: اگر تابع f به صورت $f(x) = (x^2 - x - 2)\sqrt{x^2 - 7x}$ باشد حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$ کدام است ؟

(سراسری ریاضی ۹۲)

- الف (-6) ب (-3) ج ($-\frac{3}{2}$) د ($-\frac{3}{4}$)

جزوه آموزشی مشتق

درس اول: مفاهیم مشتق

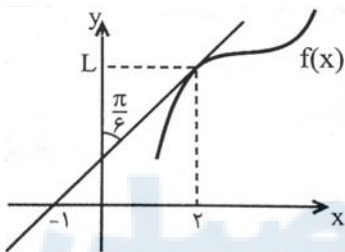
تست ۱۲۲: اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{1}{2}$ و $f(2) = -2$ باشد، مقدار $(\frac{1}{f})'(2)$ کدام است؟

- الف) $\frac{1}{8}$ ب) $\frac{1}{4}$ ج) $-\frac{1}{4}$ د) $-\frac{1}{8}$

تست ۱۲۳: اگر $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = 3$ و $f(-1) = -2$ باشد، مقدار مشتق تابع $y = \frac{f(x)}{x^2 + \sqrt{-x}}$ به ازای $x = -1$ کدام است؟

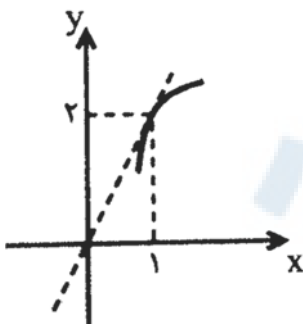
- الف) ۱ ب) $\frac{1}{2}$ ج) $\frac{1}{4}$ د) $\frac{1}{8}$

تست ۱۲۴: با توجه به شکل زیر، حاصل $f(2) + f'(2)$ کدام است؟



- الف) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ ب) $\frac{\sqrt{3}}{3} + 3$ ج) $3\sqrt{3}$ د) $4\sqrt{3}$

تست ۱۲۵: اگر شکل زیر قسمتی از تابع $f(x)$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 4}{x^2 - 1}$ کدام است؟



- الف) ۱ ب) ۲ ج) ۴ د) ۸

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۱۲۶ : معادله نیم مماس چپ تابع $f(x) = |x^2 - 1|$ در $x = 1$ از کدام نقطه زیر عبور می کند؟

- الف ($-1, 3$) ب ($0, 1$) ج ($-2, 5$) د ($-3, 8$)

تست ۱۲۷ : معادله نیم مماس راست تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$ در $x = 0$ کدام است؟

- الف ($x = 0$) ب ($y = 0$) ج (نیمساز ناحیه دوم) د (نیمساز ناحیه اول)

تست ۱۲۸ : در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} & x \geq 1 \\ \sqrt{x} & x < 1 \end{cases}$ دو نیم مماس چپ و راست در $x = 1$ با هم چه زاویه ای می سازند؟

- الف (30) ب (60) ج (90) د (صفر)

تست ۱۲۹ : در تابع $f(x) = \begin{cases} 5x - 1 & x \geq 1 \\ x + 4 & x < 1 \end{cases}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow (0)^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ کدام است؟

- الف (5) ب (2) ج (0) د (وجود ندارد)

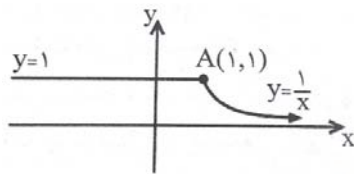
تست ۱۳۰ : در تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow (0)^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} + \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ کدام است؟

- الف (-1) ب (1) ج (0) د (-2)

جزوه آموزشی مشتق

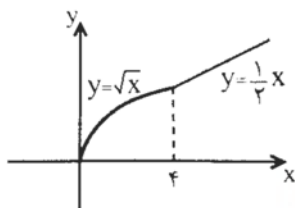
درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۱۳۱ : نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. حاصل $\lim_{h \rightarrow (0)^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ کدام است؟



- الف (۱-)
ب (۱)
ج (۰)
د (وجود ندارد)

تست ۱۳۲ : نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. اختلاف مشتق چپ و راست در $x = 4$ است؟



- الف (1/4)
ب (1/2)
ج (1/8)
د (infinity)

سوال ۱۰ : مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ را در $x = 1$ بررسی کنید.

سوال ۱۱ : چند تا از توابع زیر در $x = 2$ مشتق پذیر نیستند؟

$$y_1 = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 & x \geq 2 \\ 2x - 2 & x < 2 \end{cases}, y_2 = \begin{cases} x^2 - x & x \geq 2 \\ x & x < 2 \end{cases}, y_3 = \begin{cases} \sqrt{x^2} - x & x \geq 2 \\ x |x - 2| & x < 2 \end{cases}$$

$$y_4 = |(x-1)(x-2)^2|, y_5 = |(x-1)(x-2)^3|, y_6 = |x^2 - 2x|$$

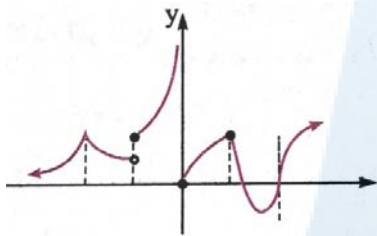
جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

سوال ۱۲: تابع با ضابطه $f(x) = |x^2 - 4|$ را در نظر بگیرید. وجود مشتق تابع f در $x = \pm 2$ را بررسی کنید.

سوال ۱۳: تابع با ضابطه $f(x) = |\sqrt{x^2} - 4|$ را در نظر بگیرید. وجود مشتق تابع f در $x = \pm 4, x = \pm 2$ را بررسی کنید.

تست ۱۳۳: تابع مقابل، در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟



۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

تست ۱۳۴: تابع $y = |x^3 - x^2|$ در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟

هیچ (۴)

سه (۳)

دو (۲)

یک (۱)

تست ۱۳۵: کدام یک از توابع زیر در $x = 1$ مشتق پذیر است؟

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x + 1 & x > 1 \end{cases} \quad (۲)$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \neq 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases} \quad (۱)$$

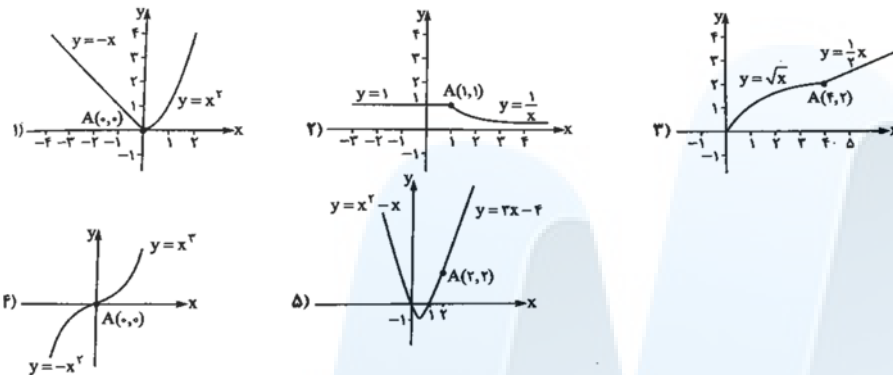
$$f(x) = |x - 1| \quad (۴)$$

$$f(x) = \begin{cases} (x - 1)^2 & x \geq 1 \\ -(x - 1)^2 & x < 1 \end{cases} \quad (۳)$$

جزوه آموزشی مشتق

درس اول: مفاهیم مشتق

تست ۱۳۶: چند تا از توابع زیر، در نقطه A مشتق پذیرند؟



۱ (۲)

۴ (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

تست ۱۳۷: تابع $y = |x^2 - 1|$ در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

تست ۱۳۸: تابع $y = |x^3 - x^2|$ در چند نقطه مشتق پذیر است؟

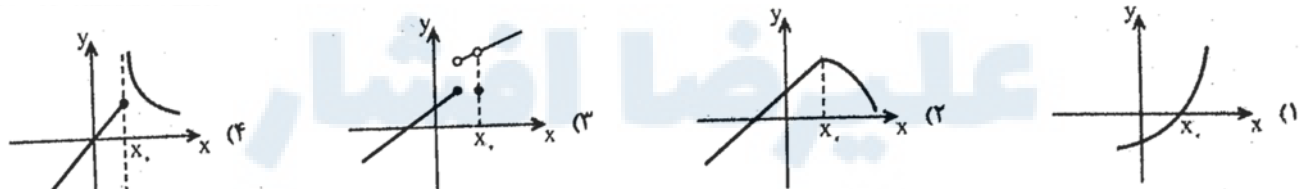
بی شمار (۴)

سه (۳)

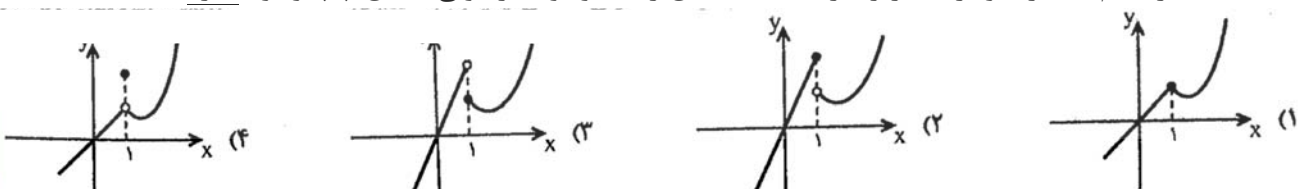
دو (۲)

یک (۱)

تست ۱۳۹: در کدام تابع زیر، مماس چپ و راست در x_0 وجود ندارد؟



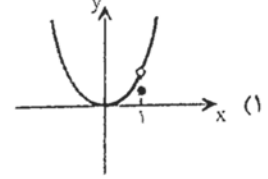
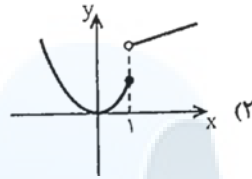
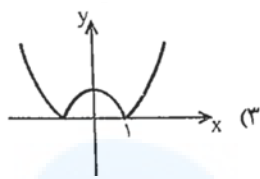
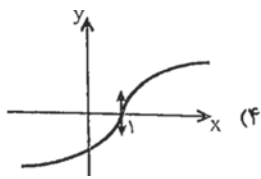
تست ۱۴۰: در کدام یک از نمودارهای زیر، در $x = 1$ ، مشتق راست وجود دارد ولی مشتق چپ وجود ندارد؟



جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۱۴۱: در کدام تابع با نمودار زیر، تابع در $x = 1$ مشتق ناپذیر است ولی مشتق چپ و راست دارد؟



تست ۱۴۲: در تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x > 0 \\ 2 & x = 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$ مماس راست و مماس چپ؟

(۱) وجود دارد- وجود ندارد (۲) وجود ندارد- وجود ندارد

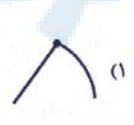
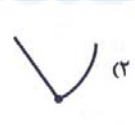
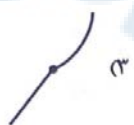
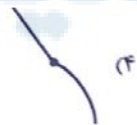
(۳) وجود ندارد- وجود دارد (۴) وجود دارد- وجود دارد

تست ۱۴۳: در تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ x^2 + 1 & x < 1 \end{cases}$ مشتق راست و مشتق چپ؟

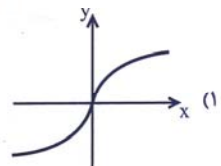
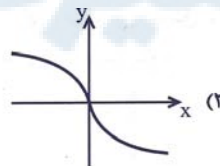
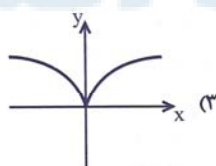
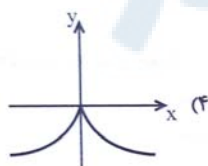
(۱) وجود دارد- وجود ندارد (۲) وجود ندارد- وجود ندارد

(۳) وجود ندارد- وجود دارد (۴) وجود دارد- وجود دارد

تست ۱۴۴: نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$ در همسایگی نقطه مشتق ناپذیر به کدام شکل زیر است؟



تست ۱۴۵: در کدام تابع با نمودار زیر، $f'_-(0) = +\infty$ و $f'_+(0) = -\infty$ است؟



جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۱۴۶: در کدام تابع با ضابطه زیر، مشتق در $x = 0$ وجود دارد؟

(۱) $|x|$ (۲) $\frac{|x|}{x}$ (۳) $\frac{1}{|x|}$ (۴) $x|x|$

تست ۱۴۷: در کدام تابع با ضابطه زیر، مشتق چپ و راست در $x = 0$ هر دو $-\infty$ است؟

(۱) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ (۲) $f(x) = x\sqrt{x}$ (۳) $f(x) = -\sqrt[3]{x}$ (۴) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$

تست ۱۴۸: تابع $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 1| & |x| \leq 2 \\ 4x - 1 & |x| > 2 \end{cases}$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۱۴۹: اگر تابع $f(x) = (2x^2 - 3x + a)|x - 2|$ در تمام نقاط صحیح مشتق پذیر باشد، a کدام است؟

(۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

تست ۱۵۰: تابع $f(x) = ||x| - 2|$ در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۱۵۱: منحنی کدام یک از توابع زیر در $x = 0$ دارای خط مماس قائم است؟

(۱) $y = x^3$ (۲) $y = \frac{1}{x}$ (۳) $y = \frac{\sqrt{x}}{x}$ (۴) $y = \sqrt[3]{x}$

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۱۵۲: چند تا از توابع زیر در $x = 0$ مشتق پذیر است؟

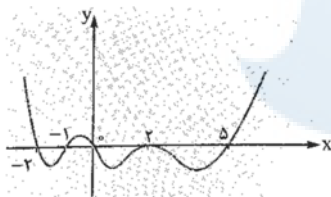
(۱) $y = \sqrt{x}$ (۲) $y = \sqrt[3]{x}$ (۳) $y = \sqrt[3]{x^2}$ (۴) $y = \sqrt[3]{x^3}$ (۵) $y = \frac{1}{x}$ (۶) $y = \sqrt{|x|}$

الف (۱) ب (۲) ج (۳) د (۵)

تست ۱۵۳: کدام تابع در $x = 1$ مشتق پذیر است؟

الف (۱) $y = |x - 1|$ ب (۲) $y = x|x - 1|$ ج (۳) $y = (x - 1)|x - 1|$ د (۴) $y = [x - 1]$

تست ۱۵۴: شکل رو به رو نمودار تابع $y = f(x)$ است. $y = x|f(x)|$ در چند نقطه مشتق ندارد؟



الف (۵) ب (۴) ج (۳) د (۲)

تست ۱۵۵: در تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ ، حاصل $\frac{f'_+(1)}{f'_-(1)}$ کدام است؟

الف (۲) ب (۲-) ج (۱) د (۱-)

تست ۱۵۶: اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - [x] + |x|}$ باشد $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۷)

الف (۱) $\frac{1}{2}$ ب (۲) $\frac{5}{4}$ ج (۳) $\frac{3}{2}$ د (۴) $\frac{5}{2}$

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

****تست ۱۵۷:** مشتق چپ تابع $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}$ در نقطه $x = 0$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۹)

- الف) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ب) $-\sqrt{2}$ ج) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ د) $\sqrt{2}$

تست ۱۵۸: اگر $f(x) = |x^2 - 2x| + x + 4$ آن گاه $f'(1)$ کدام است؟

- الف) ۱ ب) ۲ ج) -۲ د) -۱

تست ۱۵۹: مشتق تابع $f(x) = |x| + |x^2 - 2x|$ در $x = -1$ کدام است؟

- الف) ۵ ب) -۵ ج) -۳ د) ۳

تست ۱۶۰: در تابع با ضابطه $f(x) = |5 - x\sqrt{x}|$ مقدار $f'(1) + f'(4)$ کدام است؟

- الف) ۰ ب) $\frac{1}{2}$ ج) $\frac{3}{2}$ د) ۳

تست ۱۶۱: اگر $f(x) = |2x - 6|$ حاصل $f'_+(3) - f'_-(3)$ کدام است؟

- الف) ۲ ب) ۴ ج) ۳ د) ۶

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۱۶۲: مشتق چپ تابع $y = |x^3 - 2x|$ در نقطه ای به طول $x = 0$ کدام است ؟

- الف (۱) ب (۲) ج (۲-) د (۱-)

تست ۱۶۳: اگر $f(x) = |x^2 - 2x|$ حاصل $f'_+(2)$ کدام است ؟

- الف (۲-) ب (۱-) ج (۱) د (۲)

تست ۱۶۴: در تابع $f(x) = x\sqrt{x} + |x - 1|$ مقدار $f'_-(1) + 3f'_+(1)$ کدام است ؟ (سراسری تجربی ۹۰)

- الف (۲) ب (۳) ج (۴) د (۵)

تست ۱۶۵: اگر $f(x) = x ||x - 2||$ آن گاه $f'(1)$ کدام است ؟

- الف (۴-) ب (۲) ج (۲-) د (۴)

تست ۱۶۶: اگر $f(x) = |x - 2| + \sqrt{2x}$ حاصل $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(2+\Delta x) - f(2)}{\Delta x}$ کدام است ؟ (سراسری تجربی ۸۳)

- الف (۲-) ب (۱-) ج (۱) د (۲)

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۱۶۷: اختلاف مشتق چپ و راست تابع $(x^3 - 2)|x|$ در $x = 0$ کدام است ؟

- الف () ۰ ب () ۲ ج () ۴ د () ۶

تست ۱۶۸: در تابع با ضابطه $f(x) = x^2 + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ مقدار $f'_+(2) - f'_-(2)$ کدام است ؟

- الف () -۱ ب () ۱ ج () ۲ د () ۰

تست ۱۶۹: اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4}$ و $g(x) = |1 - x^2|$ آن گاه $(f + g)'(-3)$ کدام است ؟

- الف () -۷ ب () -۵ ج () ۵ د () ۷

تست ۱۷۰: اگر $f(x) = \sqrt{6 - x}$ و $g(x) = |x|$ آن گاه $(f \circ g)'(-2)$ کدام است ؟

- الف () ۰ ب () $-\frac{1}{4}$ ج () $\frac{1}{4}$ د () ۱

تست ۱۷۱: در تابع با ضابطه $f(x) = |x^2 - 1|$ معادله نیم مماس راست در نقطه $(1, 0)$ کدام است ؟

- الف () $y = -2x + 2$ ب () $y = 2x - 2$ ج () $y = 2x + 2$ د () $y = -2x - 2$

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۱۷۲: اگر $f(x) = \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}|x|$ و $g(x) = 4x + |x|$ باشند مشتق تابع $f \circ g$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۴)

- الف (۲) ب (۳) ج (۴) د (مشتق ندارد)

*تست ۱۷۳: اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = -\frac{1}{3}$ ، مشتق $f(\sqrt{|x| + 3})$ در نقطه $x = -1$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۷)

- الف ($\frac{1}{6}$) ب ($\frac{1}{12}$) ج ($-\frac{1}{6}$) د ($-\frac{1}{12}$)

تست ۱۷۴: مشتق راست تابع $f(x) = x^2[x]$ در $x = 1$ کدام است ؟

- الف (۰) ب (۳) ج (۶) د (۲)

تست ۱۷۵: اگر $f(x) = (x - 2)[3x - 2]$ حاصل $f_+'(2) - f_-'(2)$ کدام است ؟

- الف (صفر) ب (۲) ج (۱) د (-۱)

تست ۱۷۶: اگر $f(x) = x^3 - 2[2x^2]x$ باشد مقدار $f_+'(\sqrt{2}) - f_-'(\sqrt{2})$ کدام است؟ (تجربی خارج کشور ۹۴)

- الف (-۱) ب (-۲) ج (۲) د (۱)

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۱۷۷: در تابع با ضابطه $f(x) = |x|[x]$ مقدار $f'_-(0) - f'_+(0)$ کدام است ؟ (سراسری تجربی ۸۷)

- الف (۱-) ب (صفر) ج (۱) د (۲)

تست ۱۷۸: اگر $f(x) = x^2[x] |x - 2|$ مقدار $f'_+(3)$ کدام است ؟

- الف (۱۲) ب (۱۴) ج (۱۶) د (۱۸)

تست ۱۷۹: اگر $f(x) = \left[\frac{2x^3 + 2}{3} \right]$ در این صورت $f'(1)$ کدام است ؟

- الف (صفر) ب (۱) ج (۲) د (وجود ندارد)

تست ۱۸۰: اگر $f(x) = x[2x + 1]$ مقدار $f'_-(1) - f'_+(1)$ کدام است ؟ (سراسری ریاضی ۸۰)

- الف (۳) ب (۲) ج (۱) د (وجود ندارد)

تست ۱۸۱: در تابع $f(x) = [x] |x^2 - 9|$ حاصل $\lim_{h \rightarrow (-3)^-} \frac{f(x) - f(-3)}{x + 3}$ کدام است ؟

- الف (۱۲) ب (۱۲-) ج (۲۴) د (۲۴-)

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۱۸۲ : در تابع $f(x) = |x| + [x]x^2$ حاصل $\lim_{h \rightarrow (0)^+} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ کدام است؟

۶ (د)

۵ (ج)

۹ (ب)

۷ (الف)

تست ۱۸۳ : مشتق راست تابع با ضابطه $f(x) = (([x] - |x|)\sqrt[3]{9x})$ در نقطه $x = -3$ کدام است؟ (ریاضی ۹۳)

$\frac{7}{3}$ (د)

-۴ (ج)

-۵ (ب)

$-\frac{16}{3}$ (الف)

۲.۳.۱ بررسی برخی حدود به کمک قاعده ی هوییتال

تست ۱۸۴ : اگر $f(x) = x^2 + 5\sqrt{x} - 2$ باشد حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1-h)}{h}$ کدام است ؟

۳۶ (د)

۹ (ج)

۱۶ (ب)

۱۸ (الف)

تست ۱۸۵ : اگر $f(x) = x^2 + x + 1$ باشد حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+5h) - f(1+2h)}{h^2 + 5h^2 - 2h}$ کدام است ؟

$-\frac{2}{9}$ (د)

$\frac{2}{9}$ (ج)

$-\frac{9}{2}$ (ب)

$\frac{9}{2}$ (الف)

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۱۸۶ : در تابع $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 5x & x < 1 \end{cases}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h}$ کدام است؟

الف (۸)

ب (۵)

ج (۹)

د (۱۰)

تست ۱۸۷ : در تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 + x & x \geq 2 \\ 3x + x^2 & x < 2 \end{cases}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ کدام است؟

الف (۲۱)

ب (۲۱)

ج (۳۹)

د (۳۹)

تست ۱۸۸ : در تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \geq 1 \\ x^3 + \sqrt{x} & x < 1 \end{cases}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1+h^2)}{h^2}$ کدام است؟

الف (۲)

ب (۳)

ج (۵)

د (۷)

الف (۲)

تست ۱۸۹ : مشتق F در $x = 2$ به صورت $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(2+h)^2 + k(2+h) - 2k - 8}{h} = 12$ بیان شده ، مقدار عدد k کدام است ؟ (سراسری ریاضی ۸۱)

الف (۲)

ب (۳)

ج (۴)

د (۶)

الف (۲)

تست ۱۹۰ : اگر تابع f در x مشتق پذیر و $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = -2$ مقدار $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(x_0) - f(x_0-h)}{h}$ کدام است ؟ (سراسری تجربی ۸۰)

الف (۲)

ب (۲)

ج (۲)

د (۲)

الف (۲)

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۱۹۱: اگر $f(x) = \sqrt[5]{x^4}$ آنگاه $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h^2 + 4h}$ کدام است ؟

- الف ($\frac{1}{10}$) ب ($\frac{2}{5}$) ج ($\frac{1}{5}$) د ($\frac{1}{2}$)

تست ۱۹۲: اگر $F(x) = x^2 - x$, $g(x) = \sqrt{2x}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(2+h)g(2+h) - F(2)g(2)}{h}$ کدام گزینه است ؟
(سراسری تجربی ۸۲)

- الف (۳) ب (۴) ج (۶) د (۷)

تست ۱۹۳: مشتق تابع f در نقطه $x = 2$ به صورت $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(2+h)^2 + k(2+h) - 2k - 8}{h} = 12$ بیان شده است . مقدار عدد k است ؟ (سراسری ریاضی ۸۱)

- الف (۲) ب (۳) ج (۴) د (۶)

تست ۱۹۴: اگر f مشتق پذیر و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h} = \sqrt{x}$ مقدار مشتق $f\left(\frac{1}{x}\right)$ به ازای $x = 1$ کدام است ؟

- الف (-۱) ب ($-\frac{1}{2}$) ج ($\frac{1}{2}$) د (۱)

تست ۱۹۵: اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x) - g(x)}{x-1} = 4$ و $h(x) = F(x) + g(2-x)$ در این صورت $h'(1)$ کدام است ؟

- الف (۲) ب (-۲) ج (۴) د (-۴)

جزوه آموزشی مشتق

درس اول : مفاهیم مشتق

تست ۱۹۶: اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x) - F(1)}{x - 1} = 3$ و $F(1) = 2$ در این صورت مشتق تابع $y = xF\left(\frac{1}{x}\right)$ در $x = 1$ کدام است ؟

- الف (۸ ب (۱۲ ج (۱۰ د (۹

تست ۱۹۷: اگر $f(x) = \sqrt{2x}$, $g(x) = x^2 + x + 1$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h)g(2-h) - f(2+h)g(2+h)}{h}$ کدام است ؟

- الف (۲۷ ب (-۲۷ ج (۹ د (-۹

تست ۱۹۸: اگر تابع f در $x = 4$ مشتق پذیر و $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) + 7}{x - 4} = \frac{-3}{2}$ باشد آنگاه مشتق $\frac{f(2x)}{x}$ در $x = 2$ کدام است ؟
(سراسری ریاضی ۹۶)

- الف ($\frac{-1}{4}$ ب ($\frac{-1}{2}$ ج ($\frac{1}{4}$ د ($\frac{1}{2}$

تست ۱۹۹: اگر تابع f در $x = -2$ مشتق پذیر، $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) + 3}{h} = \frac{1}{2}$ آنگاه مشتق $x^2 f(x)$ در $x = -2$ کدام است ؟
(سراسری ریاضی خارج کشور ۹۶)

- الف (۸ ب (۱۰ ج (۱۲ د (۱۴

جزوه آموزشی مشتق

درس دوم: آهنگ تغییر متوسط و لحظه ای



آهنگ تغییر متوسط و آهنگ تغییر لحظه ای

درس دوم

۲ فصل دوم

۱.۲ آهنگ تغییرات

۱.۱.۲ آهنگ تغییرات و مشتق توابع

تست ۲۰۰: در تابع $f(x) = \log_2(x-1)$ آهنگ متوسط تغییر بین $x = 3$ و $x = 9$ برابر کدام است؟

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۲) $\log_2 \frac{1}{3}$

(۱) $\log_2 \frac{3}{2}$

تست ۲۰۱: در تابع $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ تغییر از $x = 4$ تا $x = 9$ برابر آهنگ لحظه ای با کدام طول است؟

(۴) $6/25$

(۳) $6/75$

(۲) $2/25$

(۱) $2/5$

تست ۲۰۲: در کدام تابع آهنگ متوسط روی بازه $[a, b]$ از آهنگ لحظه ای در $x = a$ بیشتر است؟

(۴) $y = \log_2 x$

(۳) $y = 2^x$

(۲) $y = \sqrt{x}$

(۱) $y = 2x - 1$

جزوه آموزشی مشتق

درس دوم: آهنگ تغییر متوسط و لحظه‌ای

تست ۲۰۳: دو نقطه به طول های ۴ و ۵ از نمودار $f(x) = \sqrt{x^2 - 16}$ را به هم وصل می کنیم. اگر مماس بر نمودار در $x = c$ موازی این پاره خط واصل باشد، $f(c)$ کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

تست ۲۰۴: جسمی از ارتفاع ۱۵ متری با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه به بالا پرتاب می شود. ارتفاع آن از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 10t + 15$ به دست می آید. چند گزاره درست هستند؟

(۱) سرعت جسم در لحظه برخورد با زمین ۲۰- است.

(۲) حرکت جسم در فاصله $[0, 1]$ رو به بالا است.

(۳) حداکثر تا ارتفاع ۲۵ متری بالا می رود.

(۴) سرعت آن در لحظاتی ± 5 ، است که از هم یک ثانیه فاصله دارند.

(۵) سرعت متوسط آن از شروع حرکت تا لحظه $t = 2$ برابر $5/0$ است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۲۰۵: جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم. ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می آید. اگر V_1 سرعت لحظه ای جسم در $t = 2$ و V_2 سرعت متوسط جسم در بازه $[3, 4]$

باشد $\frac{V_1}{V_2}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

جزوه آموزشی مشتق

درس دوم: آهنگ تغییر متوسط و لحظه ای

تست ۲۰۶: یک تودهٔ باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = 2\sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. آهنگ رشد جرم تودهٔ باکتری در لحظهٔ $t = 1$ چقدر کم تر از آهنگ متوسط رشد این توده در بازهٔ زمانی $[1, 4]$ است؟

$$\frac{1.9}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1.7}{3} \quad (3)$$

$$\frac{1.4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1.6}{3} \quad (1)$$

تست ۲۰۷: گنجایش ظرفی ۴۰ لیتر مایع است. در لحظهٔ $t = 0$ سوراخی در ظرف ایجاد می کنیم. اگر حجم مایع باقی مانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطهٔ $v(t) = 40\left(1 - \frac{t}{10}\right)^2$ به دست آید. در چه زمانی، آهنگ تغییر لحظه ای حجم آب برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازهٔ $[0, 10]$ می شود؟

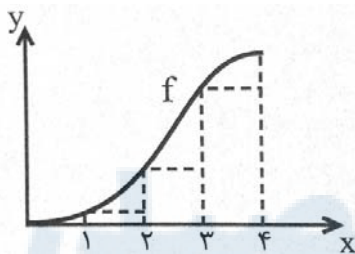
$$40 \quad (4)$$

$$75 \quad (3)$$

$$50 \quad (2)$$

$$25 \quad (1)$$

تست ۲۰۸: با توجه به شکل زیر، آهنگ متوسط تغییر تابع f در کدام یک از بازه های زیر بیشتر است؟



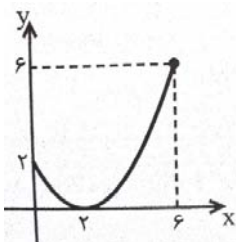
$$[1, 2] \quad (2)$$

$$[0, 1] \quad (1)$$

$$[3, 4] \quad (4)$$

$$[2, 3] \quad (3)$$

تست ۲۰۹: اگر نمودار تابع f در بازه ی $[0, 6]$ به شکل زیر باشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟



(۱) آهنگ متوسط تغییر در بازه ی $[0, 2]$ همواره منفی است.

(۲) آهنگ لحظه ای تغییر در $x = 2$ صفر است.

(۳) آهنگ لحظه ای تغییر به ازای هر $x \in (0, 2)$ منفی است.

(۴) معادله ی $f'(x) = 1/5$ دارای دو ریشه در بازه ی $(0, 6)$ است.

جزوه آموزشی مشتق

درس دوم: آهنگ تغییر متوسط و لحظه ای

تست ۲۱۰: سنگی را از ارتفاع h رها می کنیم، اگر مسافت طی شده از رابطه ی $S(t) = 5t^2$ (t بر حسب ثانیه و S بر حسب متر) به دست آید، سرعت متوسط حرکت سنگ از ثانیه ی ۲ تا ثانیه ی $2/1$ چند متر بر ثانیه است؟

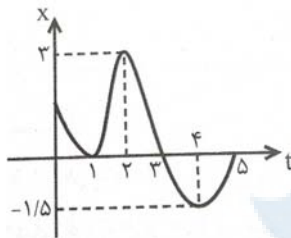
(۴) $19/5$

(۳) $20/1$

(۲) $20/5$

(۱) ۲۰

تست ۲۱۱: تابع حرکت متحرکی $x(t)$ است. نمودار $x(t)$ در زیر رسم شده، این متحرک چند بار سرعتش صفر شده و جهت حرکتش تغییر کرده است؟



(۱) یک بار

(۲) دو بار

(۳) سه بار

(۴) چهار بار

تست ۲۱۲: تابع حرکت متحرکی روی محور x ها بر حسب متر، در فاصله ی زمانی $[0, 4]$ بر حسب ثانیه، به صورت $x(t) = -t^2 + 4t + 1$ است، متحرک حداکثر چند متر از مبدا فاصله می گیرد؟

(۴) ۶ متر

(۳) ۳ متر

(۲) ۵ متر

(۱) ۴ متر

تست ۲۱۳: اگر $P(t) = 3000 + 100t^2$ نمایش جمعیت یک نوع باکتری در زمان t (ساعت) باشد، آهنگ متوسط افزایش جمعیت در ۳ ساعت اول پس از زمان $t_0 = 2$ چه قدر از آهنگ لحظه ای افزایش جمعیت در $t_1 = 3$ بیش تر است؟

(۴) ۴۰۰

(۳) ۲۰۰

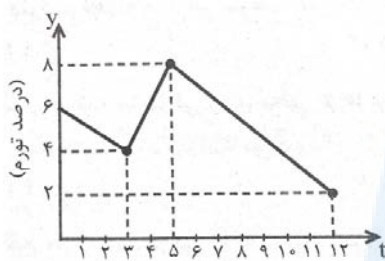
(۲) ۱۰۰

(۱) صفر

جزوه آموزشی مشتق

درس دوم: آهنگ تغییر متوسط و لحظه ای

تست ۲۱۴: نمودار زیر روند تورم ماهانه در یک سال کشوری را نمایش می دهد. کدام گزینه نادرست است؟



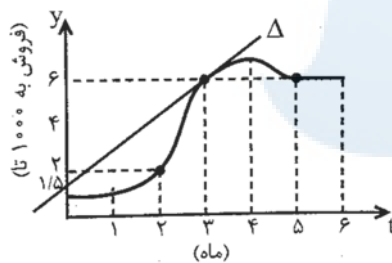
(۱) در بازه ی زمانی $[0, 3]$ به طور متوسط در هر ماه تورم $\frac{2}{3}$ درصد کاهش می یابد.

(۲) آهنگ لحظه ای تغییر تورم در $t = 4$ برابر ۲ درصد است.

(۳) در بازه ی زمانی $[3, 5]$ آهنگ متوسط تغییر تورم مثبت است.

(۴) در طول یکسال، آهنگ متوسط تغییر تورم این کشور مثبت است.

تست ۲۱۵: در شکل زیر، نمودار فروش یک کالا در طی شش ماه نمایش داده شده است. کدام گزینه درست است؟



(۱) بیش ترین فروش در انتهای ماه چهارم است.

(۲) در بازه ی زمانی $[2, 6]$ به طور متوسط در هر ماه هزار عدد از کالا فروخته شده

است.

(۳) آهنگ لحظه ای تغییر تورم در $t = 3$ برابر $1/5$ هزار عدد د ماه است.

(۴) هر سه گزینه درست است.

تست ۲۱۶: آهنگ لحظه ای تغییر حجم V یک کره نسبت به شعاع r ، در $r = 1$ ، چند برابر آهنگ لحظه ای تغییر مساحت آن نسبت به شعاع در $r = 1$ است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

جزوه آموزشی مشتق

درس دوم: آهنگ تغییر متوسط و لحظه ای

تست ۲۱۷: اگر $P(t) = 2500 + 50t^2$ نمایش جمعیت یک نوع باکتری در زمان t باشد (t بر حسب ساعت)، آهنگ متوسط افزایش جمعیت این نوع باکتری در ۴ ساعت پس از زمان $t_0 = 1$ چقدر از آهنگ لحظه ای آنها در $t = 2$ بیش تر است؟

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۵۰

تست ۲۱۸: در تابع $f(x) = \sqrt{x}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به متغیر روی بازه $[2/25, 2/56]$ از آهنگ آنی در این نقطه چقدر کمتر است؟ (سراسری تجربی ۸۷)

- الف (۱) $\frac{1}{93}$ ب (۲) $\frac{2}{93}$ ج (۳) $\frac{1}{62}$ د (۴) $\frac{1}{31}$

تست ۲۱۹: آهنگ متوسط تغییر تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x^2 + 144}$ نسبت به متغیر x روی بازه ای از $x = 5$ و $x = 9$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۴)

- الف (۱) $0/4$ ب (۲) $0/5$ ج (۳) $0/6$ د (۴) $0/7$

تست ۲۲۰: متحرکی بر روی محور x ها در حرکت است. اگر معادله حرکت $x = t^2 - 8t + 20$ باشد، بعد از طی چه مسافتی متوقف خواهد شد؟

- الف (۱) ۴ متر ب (۲) ۲۰ متر ج (۳) ۱۲ متر د (۴) ۱۶ متر

جزوه آموزشی مشتق

درس دوم: آهنگ تغییر متوسط و لحظه ای

تست ۲۲۱: تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{2}(2x + 1)$ آهنگ متوسط تغییر تابع از نقطه $x = 4$ تا $x = 12$ از آهنگ لحظه ای آن در نقطه $x = 4$ چقدر بیشتر است؟ (سراسری تجربی ۹۳)

الف) $\frac{7}{540}$

ب) $\frac{11}{540}$

ج) $\frac{7}{270}$

د) $\frac{11}{270}$

تست ۲۲۲: در تابع با ضابطه $f(x) = 3x^2 + 4x - 2$ ، تفاضل آهنگ لحظه ای در نقطه $a + \frac{h}{4}$ از آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی متغیر x از عدد a به عدد $a + h$ تغییر کند، کدام است؟ (خارج از کشور ۸۶)

الف) h

ب) $2h$

ج) $3h$

د) صفر

تست ۲۲۳: در تابع با ضابطه $f(x) = x^3$ آهنگ متوسط تغییر این تابع وقتی $x = 3$ و $\Delta x = 0.1$ از آهنگ لحظه ای تغییر این تابع در نقطه $x = 3$ چقدر بیشتر است؟ (خارج از کشور ۸۷)

الف) 0.31

ب) 0.41

ج) 0.62

د) 0.91

تست ۲۲۴: در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ، آهنگ متوسط از $x_1 = 2$ تا $x_2 = 5$ برابر آهنگ لحظه ای آن در $x = a$ است. a کدام است؟ (خارج از کشور ۹۰)

الف) $2/5$

ب) $1 + \sqrt{3}$

ج) 3

د) 4

جزوه آموزشی مشتق

درس (نهم): آهنگ تغییر متوسط و لحظه ای

تست ۲۲۵: معادله حرکت یک گلوله توپ که از زمین به طور قائم به طرف بالا پرتاب می شود، به صورت $S = -5t^2 + 20t$ است. سرعت لحظه ای این گلوله در زمان برخورد به زمین (صرف نظر از مقاومت هوا) چند متر بر ثانیه است؟ (سراسری تجربی ۸۲)

- الف) ۲۰- ب) ۱۵- ج) ۱۰- د) ۵-

تست ۲۲۶: در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی متغیر x از ۴ به ۲۵ تغییر کند برابر آنگ لحظه ای در نقطه a است. a کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۳)

- الف) ۱۱/۷۵ ب) ۱۲/۲۵ ج) ۱۲/۵ د) ۱۳/۵

تست ۲۲۷: در تابع با ضابطه $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی متغیر از عدد ۲ به $2+h$ تغییر کند برابر $\frac{8}{9}$ است. h کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۶)

- الف) ۱/۵ ب) ۲ ج) ۲/۵ د) ۳

تست ۲۲۸: آهنگ متوسط تغییر روی تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 16}$ نسبت به متغیر x روی بازه $[0, 3]$ ، از آهنگ لحظه ای تابع در $x = \sqrt{2}$ چقدر کمتر است؟ (سراسری تجربی ۸۸)

- الف) صفر ب) $\frac{1}{18}$ ج) $\frac{1}{12}$ د) $\frac{1}{9}$

جزوه آموزشی مشتق

درس دوم: آهنگ تغییر متوسط و لحظه ای

تست ۲۲۹: در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{36}{x^2}$ ، آهنگ متوسط تابع از $x_1 = 2$ تا $x_2 = 3$ چقدر از آهنگ لحظه ای آن در $x = \sqrt[3]{12}$ بیشتر است؟ (سراسری تجربی ۹۰)

الف) ۱

ب) ۱.۵

ج) ۲

د) ۲.۵

تست ۲۳۰: در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به متغیر x را در نقطه ۱ با نمو متغیر ۰/۲۱ از آهنگ لحظه ای تابع در این نقطه چقدر کمتر است؟ (سراسری تجربی ۹۴)

الف) $\frac{1}{42}$ ب) $\frac{1}{21}$ ج) $\frac{3}{42}$ د) $\frac{2}{21}$

تست ۲۳۱: در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به متغیر x را در نقطه ۱ با نمو متغیر ۰/۴۴ از آهنگ لحظه ای تابع در این نقطه چقدر کمتر است؟ (سراسری تجربی خارج کشور ۹۴)

الف) $\frac{1}{30}$ ب) $\frac{1}{24}$ ج) $\frac{1}{12}$ د) $\frac{1}{6}$

جزوه آموزشی مشتق

درس سوم : معادله خط مماس و قائم

۳ معادله خط مماس و قائم

۱.۳ خط مماس و قائم بر منحنی از نقطه ای روی منحنی

تست ۲۳۲: معادله خط قائم بر منحنی $y = \frac{1}{\sqrt{x}} + x$ در نقطه ای به طول ۱ واقع بر آن کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۵)

الف) $y - 2x = 0$ ب) $2y - x = 3$ ج) $y + x = 3$ د) $y + 2x = 4$

تست ۲۳۳: معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = -x^2 + 10x$ در $A(2, f(2))$ کدام است؟

الف) $y = 6x + 4$ ب) $y = -2x + 18$ ج) $y = 2x + 14$ د) $y = 4x + 12$

تست ۲۳۴: عرض از مبدا خط مماس بر منحنی به معادله $y = \sqrt{x^2 + 3x}$ در نقطه $x = 1$ ، واقع بر آن کدام است؟

(تجربی داخل ۸۷)

الف) $\frac{-3}{5}$ ب) $\frac{3}{4}$ ج) $\frac{3}{2}$ د) ۲

تست ۲۳۵: خط مماس بر منحنی $y = x^3 + 3x^2 + 1$ بر خط $x - 3y = 2$ عمود است این خط مماس از کدام نقطه

می گذرد؟ (سراسری تجربی ۸۹)

الف) $(1, 3)$ ب) $(1, 4)$ ج) $(2, -4)$ د) $(2, -6)$

جزوه آموزشی مشتق

درس سوم : معادله خط مماس و مماس

تست ۲۳۶: خط مماس بر منحنی $y = \frac{x^2}{x-1}$ در نقطه ای به طول ۲ واقع بر آن محور لایها را با کدام عرض قطع می کند؟ (سراسری ریاضی ۸۵)

- الف (۰ ب (۱ ج (۲ د (۴

تست ۲۳۷: خط مماس بر منحنی به معادله $y = x^3 - x^2$ در نقطه ی $x = 1$ واقع بر آن ، منحنی را در نقطه دیگر قطع می کند، عرض این نقطه کدام است؟ (تجربی خارج ۸۷)

- الف (-۳ ب (-۲ ج (۲ د (۳

تست ۲۳۸: شیب خط مماس بر منحنی $y = \frac{x-3}{x-1}$ در نقاط A, B برابر ۲ است. طول پاره خط AB کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

تست ۲۳۹: خط مماس بر منحنی به معادله $y = \frac{x-3}{2x+1}$ بر خطی به معادله $2y + 14x = 9$ عمود است. طول نقطه تماس کدام است؟

- (۱) $2, -3$ (۲) $4, -3$ (۳) $-4, 3$ (۴) $-2, 3$

جزوه آموزشی مشتق

درس سوم : معادله خط مماس و قائم

تست ۲۴۰: عرض از مبدا خط قائم بر منحنی $y = \frac{2x-1}{x+1}$ در نقطه ی تقاطع اش با محور طول ها، کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۴)

$$-\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{8} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

جزوه آموزشی مشتق

درس سوم : معادله خط مماس و قائم

سوالات کنکور ۹۸

تست ۲۴۱: در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{5 - 2x}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ ، کدام است ؟ (ت ۹۸)

$$\frac{5}{6} \quad (\text{د})$$

$$\frac{7}{12} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{5}{12} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{4}{9} \quad (\text{الف})$$

تست ۲۴۲: تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & x < 2 \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. مقدار b کدام است ؟ (ت ۹۸)

$$2 \quad (\text{د})$$

$$1 \quad (\text{ج})$$

$$-1 \quad (\text{ب})$$

$$-2 \quad (\text{الف})$$

تست ۲۴۳: اگر $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $(fog)'(2) = 6$ باشد، $f'(5)$ کدام است ؟ (ت ۹۸)

$$3 \quad (\text{د})$$

$$2 \quad (\text{ج})$$

$$-1 \quad (\text{ب})$$

$$-2 \quad (\text{الف})$$

تست ۲۴۴: در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{x}$ اختلاف آهنگ تغییر لحظه ای در $x = 2$ از آهنگ تغییر متوسط در بازه $[1, 4]$ کدام است ؟ (ت ۹۸)

$$75 \quad (\text{د})$$

$$45 \quad (\text{ج})$$

$$5 \quad (\text{ب})$$

$$25 \quad (\text{الف})$$

جزوه آموزشی مشتق

درس سوم : معادله خط مماس و قائم

تست ۲۴۵: در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{-x-1}{\sqrt{x}}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{4}+h) - f(\frac{1}{4})}{h}$ کدام است ؟ (ت خ ۹۸)

۴ (د)

۳ (ج)

۲ (ب)

۱ (الف)

تست ۲۴۶: در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{8}{ax+b} & x > 2 \\ -x^3 + 6x & x \leq 2 \end{cases}$ اگر $f'(2)$ موجود باشد، a کدام است ؟ (ت خ ۹۸)

۴ (د)

۳ (ج)

۲ (ب)

۱ (الف)

تست ۲۴۷: مشتق تابع $f(x) = x^2 \sqrt{\frac{3x+1}{x+2}}$ در نقطه $x = -3$ ، کدام است ؟ (ت خ ۹۸)

 $\frac{3}{2}$ (د) $\frac{4}{3}$ (ج) $\frac{3}{4}$ (ب) $\frac{2}{3}$ (الف)

تست ۲۴۸: در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x-5}{x+1}$ و دامنه $[0, 8]$ ، خط مماس بر نمودار آن موازی پاره خطی است که ابتدا و انتهای منحنی را به هم وصل کند، این خط مماس، محور y ها را با کدام عرض، قطع می کند ؟ (ت خ ۹۸)

 $-5/0$ (د)

-۱ (ج)

 $-1/5$ (ب)

-۲ (الف)



عنوان

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

نگارش

عادل آخکندی

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

دبیر ریاضی : عادل آخکندی



صفحه

فهرست

۱	بررسی یکنوایی در توابع مشتق پذیر.....	۱۰
۱.۱.۱	آزمون یکنوایی تابع.....	۱
۲	نقاط اکسترمم.....	۱۰
۱.۲	اکسترمم های نسبی.....	۱۰
۲.۲	آزمون مشتق اول.....	۱۳
۳	نقطه بحرانی.....	۱۸
۳.۱	اکسترمم های مطلق.....	۲۶
۱.۱.۳	تعیین اکسترمم های مطلق f بر بازه $[a, b]$	۲۷
۲.۱.۳	جمع بندی درس اول.....	۲۹
۲.۳	تابع درجه ۳.....	۳۷
۴	بهینه سازی.....	۳۸
۴.۱	تست های جمع بندی.....	۴۲

مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار



جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنوایی و اکسترمم ها



یکنوایی و اکسترمم ها

درس اول

۱ بررسی یکنوایی در توابع مشتق پذیر

سوال ۱: نمودار هر کدام از توابع زیر را رسم کنید، سپس از آنها مشتق گرفته و یکنوایی آنها را با علامت مشتق توابع مقایسه کنید.

۱) $f(x) = 2x - 1$

۲) $g(x) = -x + 3$

۳) $h(x) = \sqrt{x}$

۴) $u(x) = -\sqrt{x}$

۵) $m(x) = x^3$

۶) $n(x) = x^2$

۱.۱.۱ آزمون یکنوایی تابع

سوال ۲: تابع $f(x) = x^3 - x^2 - x$ در چه بازه هایی صعودی و در چه بازه هایی نزولی است؟



جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

تست ۱: تابع با ضابطه $f(x) = 3x^2 - x^3$ در کدام بازه زیر اکیداً صعودی است؟

- (۱) $(3, +\infty)$ (۲) $(0, 2)$ (۳) $(2, 3)$ (۴) $(-\infty, 0)$

تست ۲: تابع $f(x) = x^3 - 3x^2$ در نزدیکی $x = 1$ به ازای مقادیر کمتر و بیشتر از آن: (سراسری ریاضی ۸۳)

الف) صعودی و صعودی ب) صعودی و نزولی ج) نزولی و صعودی د) نزولی و نزولی

تست ۳: تابع $f(x) = x^3 - 3x^2$ در کدام فاصله اکیداً صعودی است؟ (آزاد پزشکی ۸۵)

- الف) $-1 < x < 1$ ب) $1 < x < 2$ ج) $x < -1$ د) $x < 1$

تست ۴: نمودار تابع $f(x) = (x-1)^3(x+1)$ در کدام فاصله نزولی است؟

- الف) $x \leq 1$ ب) $x \leq \frac{-1}{2}$ ج) $x \geq 1$ د) $x \geq \frac{-1}{2}$

تست ۵: با چه شرطی تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + 1$ اکیداً صعودی است؟

- الف) $b = 0, a > 0$ ب) $ab = 1$ ج) $b = 0, a \neq 0$ د) $ab = -1$

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکترمم ها

نکته: اگر تابعی بجانب قائم (ریشهٔ مخرج $(x = a)$ با شرط $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$) داشته باشد نه صعودی و نه نزولی است. به

نمودار توابع زیر که شامل بجانب قائم هستند دقت کنید:

$$۱) f(x) = \frac{1}{x-1}$$

$$۲) g(x) = \cot x$$

تست ۶: کدام تابع در بازه $[-1, 2]$ یکنواست؟

$$y = \frac{x-1}{5x+7} \quad (د)$$

$$y = \frac{x}{2x-3} \quad (ج)$$

$$y = \frac{x-1}{2x+1} \quad (ب)$$

$$y = \frac{x-1}{x} \quad (الف)$$

تست ۷: نمودار تابع با ضابطهٔ $y = \frac{x}{1-x^2}$ بر کدام بازه صعودی است؟ (سراسری تجربی ۸۰)

$$(0, 2) \quad (د)$$

$$(-2, 2) \quad (ج)$$

$$(-2, 0) \quad (ب)$$

$$(-\infty, -2) \quad (الف)$$

تست ۸: تابع با ضابطهٔ $f(x) = \frac{-1}{x}$ در کدام بازه اکیداً صعودی است؟

$$(4, \infty) \quad (۴) \text{ همهٔ موارد}$$

$$[0, 4) \quad (۳)$$

$$(-2, 0) \quad (۲)$$

$$(-1, 1) \quad (۱)$$

تست ۹: کدام گزینه در مورد تابع $f(x) = \sin x + \cos x$ در فاصلهٔ $[0, \frac{\pi}{4}]$ درست است؟

(د) ابتدا نزولی سپس صعودی

(ج) ابتدا صعودی سپس نزولی

(ب) همواره نزولی

(الف) همواره صعودی

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواهی و اکسترمم ها

نکته: توابع غیریک به یک (و ثابت) مطمئناً اکیداً یکنوا نیستند.

تذکر: هر تابع اکیداً یکنوا را می توان یکنوا نیز در نظر گرفت ولی عکس آن لزوماً درست نیست.

تست ۱۰: تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ فقط در بازه (a, b) اکیداً صعودی است. مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

تست ۱۱: اگر $f(x) = \frac{a^2 - 3}{4}x^4 + \frac{a}{3}x^3$ فقط در بازه $(\frac{1}{2}, +\infty)$ نزولی باشد. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) -۱

تست ۱۲: هرگاه تابع $f(x) = mx^3 - 3x^2 + x$ همواره صعودی باشد، حدود m کدام است؟

- الف) $m \geq 3$ ب) $m \leq 3$ ج) $m < 3$ د) $m < -3$

تست ۱۳: تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + x$ همواره صعودی است. حدود تغییرات a کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۲)

- الف) $0 \leq a < 2$ ب) $-\sqrt{3} \leq a < 2$ ج) $|a| \leq \sqrt{3}$ د) $|a| \leq 2$

تست ۱۴: تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax - 2}{x + a - 3}$ ، $x > 1$ اکیداً صعودی است. بازه مقادیر a کدام است؟

- (۱) $(2, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 1]$ (۳) $[2, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 1)$

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

تست ۱۵: به ازای چند مقدار صحیح m تابع با ضابطه $f(x) = -x^3 + mx^2 - 3x$ بر کل $\mathbb{R}$ نزولی است؟

۹ (۴

۷ (۳

۵ (۲

۳ (۱

تست ۱۶: در کدام فاصله تابع $y = x + \frac{4}{x^2}$ صعودی است؟

(د) $(-\infty, 0), [2, \infty)$

(ج) $(-\infty, 2), (0, \infty)$

(ب) $(-\infty, 2)$

(الف) $(0, \infty)$

*تست ۱۷: تابع $y = \sin^2 x - \sin x$ در بازه $[\frac{\pi}{4}, \pi]$ کدام وضعیت را دارد؟

(د) نزولی و صعودی

(ج) صعودی و نزولی

(ب) نزولی

(الف) صعودی

*تست ۱۸: در تابع $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^3}$ کدام درست است؟

(الف) f بر $[1, 3]$ صعودی است.

(ب) f بر $(0, 3)$ صعودی است.

(ج) f بر $(-\infty, 1)$ صعودی است.

(د) f بر $(1, \infty)$ نزولی است.

*تست ۱۹: به ازای چه مقدار از b تابع $f(x) = \sin x - bx + c$ همواره نزولی است؟

(د) $b \leq 0$

(ج) $b > 4$

(ب) $b \leq 1$

(الف) $b \geq 1$

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنوایی و اکسترمم ها

تست ۲۰: تابع $f(x) = x^2 - 2x - 3$ با دامنه $\{x: |x - 1| < 2\}$ همواره چگونه است؟ (سراسری ریاضی ۹۱)

الف (نزولی ب (مثبت ج (صعودی د (منفی

نکته: همواره این مطلب را مدنظر داشته باشید که رسم نمودار تابع در اولویت قرار دارد، پس در صورت امکان با رسم نمودار به بررسی یکنوایی تابع بپردازید. بویژه در مرز توابع چندضابطه‌ای به تغییرات یکنوایی توجه کنید.

تست ۲۱: در تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \leq 0 \\ 2 - x^2 & x > 0 \end{cases}$ کدام درست است؟

الف (f بر دامنه اش اکیداً نزولی است. ب (f بر دامنه اش غیر یکنوا است.

ج (f بر دامنه اش نزولی است. د (f بر $(1, \infty)$ صعودی است.

تست ۲۲: تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & x \geq 0 \\ (1 + x)^3 & x < 0 \end{cases}$ در کدام بازه صعودی است؟

(۱) $(-1, 1)$ (۲) $(-1, 2)$ (۳) $(-2, 1)$ (۴) $(0, 2)$

نکته: در مواردی با ایجاد مجهول در توابع چندضابطه‌ای به بررسی یکنوایی می‌پردازیم.

تست ۲۳: تابع $f(x) = \begin{cases} 2 + 3x & x \geq 0 \\ x + a & x < 0 \end{cases}$ اکیداً صعودی است. حدود a کدام است؟

الف ($a \leq 2$ ب ($a \geq 2$ ج ($a \leq \frac{3}{2}$ د ($a \geq \frac{3}{2}$

تست ۲۴: به ازای کدام مقدار m تابع $f(x) = \begin{cases} 4x + 4 & x \geq 1 \\ 3x + m & x < 1 \end{cases}$ اکیداً صعودی است؟

(۱) $m \geq 5$ (۲) $m \geq \frac{5}{2}$ (۳) $m \leq 5$ (۴) هیچ مقدار m



جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنوایی و اکترمم ها

نکته: در ترکیب توابع می توان یکنوایی را بر اساس علامت های $+$ و $-$ در نظر گرفت. بطوریکه اگر f, g هر دو صعودی باشند آنگاه fog یا gof صعودی $((+)\times(+)=+)$ ، اگر یکی صعودی و دیگری نزولی باشد آنگاه $((-)\times(+)= -)$. در نهایت اگر هر دو نزولی باشد آنگاه: $((-)\times(-)=+)$.

به عنوان مثال چون دو تابع $f(x) = \log x$ و $g(x) = \sqrt{x}$ هر دو صعودی اند، پس ترکیب آنها یعنی $\sqrt{\log x}$ صعودی خواهد بود.

تست ۲۵: اگر $f(x) = x^3$ ، آنگاه با کدام انتخاب تابع g ، تابع مرکب $f(g(x))$ نزولی است؟

(۴) $\sin x$

(۳) $x + [x]$

(۲) $\frac{1-x}{2}$

(۱) $\sqrt{1 - (\frac{1}{2})^x}$

تست های جمع بندی یکنوایی:

تست ۲۶: به ازای کدام مقادیر x ، نمودار تابع $y = 1 - 4x^2$ صعودی اکید است؟

(۴) $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$

(۳) $-2 \leq x \leq 2$

(۲) $x \geq 0$

(۱) $x \leq 0$

تست ۲۷: تابع $f(x) = x^4 - 4x^3$ در کدام بازه صعودی است؟

(۴) $(-1, 0)$

(۳) $(-6, 1)$

(۲) $(-4, 3)$

(۱) $(5, 10)$

تست ۲۸: تابع $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 14$ در بازه (a, b) اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱



جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکترمم ها

تست ۲۹: نمودار تابع $f(x) = x^3 - 12x$ شبیه کدام گزینه زیر است؟



تست ۳۰: تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x - 3$ با دامنه $\{x : |x - 1| < 2\}$ همواره چگونه است؟

- (۱) نزولی (۲) مثبت (۳) صعودی (۴) منفی

تست ۳۱: تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & x \geq 0 \\ x + 1 & x < 0 \end{cases}$ چگونه است؟

- (۱) صعودی (۲) نزولی (۳) غیریکنوا (۴) معکوس پذیر

تست ۳۲: تابع $f(x) = \frac{3x - 5}{2 - x}$ روی کدام بازه اکیداً صعودی است؟

- (۱) $(-\infty, +\infty)$ (۲) $(0, +\infty)$ (۳) $(2, +\infty)$ (۴) $(-2, 3)$

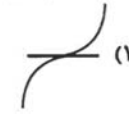
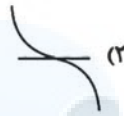
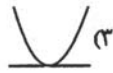
تست ۳۳: نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - x$ در نقطه $x = 1$ کدام وضع را با محور x ها دارد؟



جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

تست ۳۴: نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ در حوالی مبدا مختصات چگونه است؟



تست ۳۵: تابع f با ضابطه $f(x) = x^3 + ax^2 + x$ در تمام دامنه اش اکیداً صعودی است. حدود تغییرات a کدام است؟

- (۱) $0 \leq a \leq 2$ (۲) $-\sqrt{3} \leq a \leq 2$ (۳) $-\sqrt{3} \leq a \leq \sqrt{3}$ (۴) $-2 \leq a \leq 2$

تست ۳۶: تابع $f(x) = \frac{5}{x^2 - 2x}$ روی کدام بازه یکنوا است؟

- (۱) $(1, 3)$ (۲) $(-1, 1)$ (۳) $(0, 2)$ (۴) $(2, 3)$

تست ۳۷: اگر f اکیداً صعودی و g اکیداً نزولی باشد، توابع fof و $go(-f)$ به ترتیب چگونه اند؟

- (۱) اکیداً صعودی - اکیداً نزولی (۲) اکیداً نزولی - اکیداً صعودی
(۳) اکیداً صعودی - اکیداً صعودی (۴) اکیداً نزولی - اکیداً نزولی

تست ۳۸: اگر $f(x) = \tan x$ ، $g(x) = -2x + 1$ و $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ ، $gof(x)$ چگونه است؟

- (۱) صعودی (۲) نزولی (۳) ابتدا صعودی و سپس نزولی (۴) ابتدا نزولی و سپس صعودی

دبیر ریاضی: عادل آخندی



جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

تست ۳۹: $f(x)$ تابعی نزولی است. در بین توابع $f^2(x)$, $f \circ f(x)$, $f(x^3)$, $f(-x)$ چند تابع صعودی اند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲ نقاط اکسترمم

۱.۲ اکسترمم های نسبی

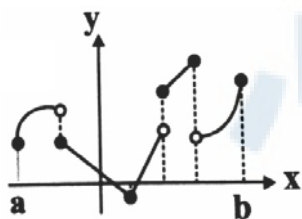
سوال ۳: اکسترمم های نسبی تابع $y = \sin x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ بدست آورید.

سوال ۴: کلیه نقاط دامنه تابع $y = [x]$ را از نظر اکسترمم های نسبی بررسی کنید.

سوال ۵: نقاط اکسترمم نسبی توابع $y = x^3$, $y = 2x - 3$, $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{x}$ را در صورت وجود بیابید.

*سوال ۶: اکسترمم های نسبی تابع $y = (-1)^{[x]}$ را در نقاط $x = -1$ و $x = 0$ بدست آورید.

تست ۴۰: شکل مقابل نمودار تابع f در بازه $[a, b]$ است، تعداد نقاط اکسترمم نسبی f کدام است؟ (ریاضی داخل ۸۰)



۴ (د)

۳ (ج)

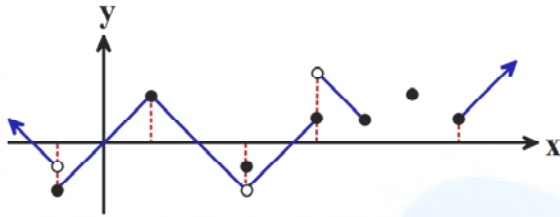
۲ (ب)

۱ (الف)

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

تست ۴۱: با توجه به نمودار f ، این تابع چند نقطه اکسترمم نسبی دارد؟



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

تست ۴۲: چندتا از توابع مقابل $\min$ نسبی دارند؟

$$y = \frac{1}{x}, \quad y = x + |x|, \quad y = x|x|, \quad y = -x^2, \quad y = |x - 2|$$

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

تست ۴۳: اگر تابع f در نقطه c دارای ماکسیمم نسبی باشد، الزاماً تابع f چگونه است؟

(۱) $f'(c) = 0$

(۲) در c پیوسته است.

(۳) در همسایگی c تعریف شده است.

(۴) در c مشتق پذیر است.

تست ۴۴: کدام نقطه یا نقاط در نمودار تابع $f(x) = x - |x - 1|$ فقط ماکزیمم نسبی است؟

(۱) $x \geq 1$

(۲) $x > 1$

(۳) $x = 1$

(۴) $x < 1$

تست ۴۵: در تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x > 1 \\ k & x = 1 \\ x^3 - 2 & x < 1 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار k ، ماکزیمم نسبی داریم؟

(۱) $k \geq 2$

(۲) $k > 2$

(۳) $-1 < k < 2$

(۴) $k < -1$

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

تست ۴۶: تابع $y = x - [x]$ بر روی کدام مجموعه نقاط، دارای مینیمم نسبی است؟

الف) $\mathbb{N} \cup \{0\}$ ب) $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$ ج) $\emptyset$ د) $\mathbb{Z}$

*تست ۴۷: اگر $f(x) = [x] - x$ و $g(x) = 2^x$ ، آنگاه تابع $g \circ f$ از نظر اکسترمم نسبی کدام نوع را دارد؟ (ریاضی ۹۱)

الف) (ماکزیمم - می نیمم) ب) (فاقد ماکزیمم - می نیمم) ج) (ماکزیمم - فاقد می نیمم) د) (فاقد ماکزیمم و می نیمم)

سوال ۷: نقاط تابع ثابت $f(x) = c$ را از نظر اکسترمم نسبی بودن بررسی کنید.

سوال ۸: تابعی مثال بزنید که بی شمار اکسترمم نسبی داشته باشد.

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: تکنیک‌های واکترمم ها

۲.۲ آزمون مشتق اول

سوال ۹: اکسترم‌های نسبی تابع $f(x) = x^3 - 3x$ را در صورت وجود بیابید. (در نهایت نمودار تابع را رسم کنید).

سوال ۱۰: اکسترم‌های نسبی تابع $g(x) = x^3$ را بیابید.

سوال ۱۱: ماکزیمم و مینیمم نسبی توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 30 \quad \text{و} \quad g(x) = 3x^5 - 25x^3 + 60x + 10$$

*سوال ۱۲: تابع $y = \sin x - \cos x$ در بازه $(0, \frac{5\pi}{4})$ چند نقطه اکسترم نسبی دارد؟

تست ۴۸: در نمودار $f(x) = x^3 - 12x + 4$ ، عرض نقطه ماکزیمم نسبی کدام است؟

۲۲ (۴)

۲۰ (۳)

۱۶ (۲)

۱۴ (۱)

ضراموش نکند که: در تابع مشتق پذیر اگر نقطه (a, b) اکسترم نسبی باشد آنگاه $f'(a) = 0$ و $(a, b) \in f$

سوال ۱۳: ضرایب a و b را چنان تعیین کنید که تابع با ضابطه $y = x^3 + ax^2 + b$ در $(2, 3)$ یک ماکزیمم یا مینیمم نسبی داشته باشد.

سوال ۱۴: ضرایب a و b و c را چنان تعیین کنید که تابع با ضابطه $y = ax^2 + bx + c$ در $x = 1$ دارای مقدار ماکزیمم نسبی ۷ باشد و از نقطه $(2, -2)$ بگذرد.

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

تست ۴۹: تابع با ضابطه $f(x) = \frac{a}{x} + bx^2$ در $(-2, 1)$ اکسترمم دارد. عدد a و نوع اکسترمم کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ ، ماکزیمم (۲) $-\frac{2}{3}$ ، مینیمم (۳) $-\frac{4}{3}$ ، ماکزیمم (۴) $-\frac{4}{3}$ ، مینیمم

*تست ۵۰: نقطه مینیمم تابع $f(x) = a \cos 2x + b \sin x$ به مختصات $(-\frac{\pi}{6}, -3)$ می باشد. مقدار a کدام است؟ (ت ۸۹)

- الف (۴) ب (۱) ج (۱) د (۲)

تست ۵۱: به ازای مقداری از k تابع با ضابطه $y = \frac{x+k}{x^2}$ در نقطه با طول ۲ اکسترمم دارد. مقدار k چند برابر عرض این اکسترمم است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۵۲: شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax + c}{x + b}$ است. مقدار ماکزیمم نسبی کدام است؟



تست ۵۳: در مورد تابع $y = x^4 + 3x^2 + 1$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) فقط یک مینیمم نسبی دارد. (۲) فقط یک ماکزیمم نسبی دارد. (۳) یک ماکزیمم نسبی و دو مینیمم نسبی دارد. (۴) یک مینیمم نسبی و دو ماکزیمم نسبی دارد.

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

تست ۵۴: تابع با ضابطه $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8x$ به ترتیب مینیمم نسبی و ماکزیمم نسبی دارد.

(۴) ۲ - ۱

(۳) ۱ - ۱

(۲) ۰ - ۱

(۱) ۱ - ۰

تست ۵۵: طول نقطه ماکزیمم نسبی تابع با ضابطه $f(x) = x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 4x^2$ کدام است؟

(۴) ۱

(۳) صفر

(۲) -۱

(۱) -۲

تست ۵۶: فاصله نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع $y = x^3 - 3x$ از یکدیگر چه قدر است؟

(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) $2\sqrt{5}$

(۱) $2\sqrt{2}$

تست ۵۷: فاصله نقطه مینیمم تابع $y = x^3 - 12x + 12$ از مبدأ مختصات کدام است؟

(۴) $\sqrt{10}$

(۳) $2\sqrt{5}$

(۲) $4\sqrt{5}$

(۱) $\sqrt{5}$

تست ۵۸: مشتق تابع در هر نقطه از آن به صورت $f'(x) = (x - x^3)(x + 1)$ است. این تابع چند ماکزیمم نسبی دارد؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

تست ۵۹: تابع $y = \frac{x+1}{x^2-2x}$ چند نقطه اکسترمم نسبی دارد؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

تست ۶۰: عرض نقطهٔ ماکزیمم نسبی تابع با ضابطهٔ $y = \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^3}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۶۱: حاصل ضرب مقادیر اکسترمم‌های تابع $y = \frac{x}{1+x^2}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) $-2\sqrt{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

تست ۶۲: ماکزیمم نسبی تابع $y = \frac{x^2 + x + 1}{x}$ در کدام ناحیهٔ دستگاه مختصات قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

تست ۶۳: دربارهٔ اکسترمم نسبی تابع $y = x - \sqrt{2x - 1}$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) ماکزیمم نسبی به عرض صفر دارد. (۲) مینیمم نسبی به عرض صفر دارد.
(۳) ماکزیمم نسبی به عرض ۱ دارد. (۴) مینیمم نسبی به عرض ۱ دارد.

تست ۶۴: تابع $y = x^3 + ax + b$ در نقطهٔ (۲, ۳) دارای مینیمم نسبی است. $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۵

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

تست ۶۵: اگر نقطه $(-3, 2)$ اکسترمم نسبی تابع $f(x) = mx^2 + nx + 1$ باشد، مجموع ریشه‌های f کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

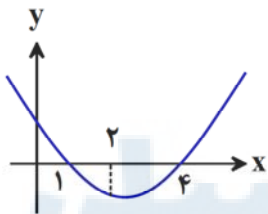
تست ۶۶: دو نقطه به طول‌های ۳ و ۵- نقاطی از تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ هستند که مشتق در آن‌ها برابر صفر است. مقدار مینیمم نسبی این تابع، کدام است؟

- (۱) -۸۴ (۲) -۸۱ (۳) -۵۷ (۴) -۷۵

تست ۶۷: به‌ازای چند مقدار صحیح a ، تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x + a}$ اکسترمم نسبی ندارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

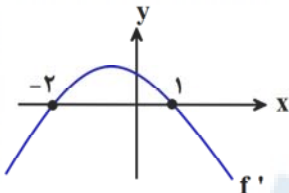
تست ۶۸: شکل مقابل، نمودار مشتق تابع پیوسته f را نشان می‌دهد. تابع f در کدام بازه اکیداً نزولی است؟



- (۱) $(-\infty, 0)$ (۲) $(-\infty, 2)$

- (۳) $(2, 4)$ (۴) $(0, 2)$

تست ۶۹: اگر نمودار مشتق تابع f به صورت مقابل باشد، نمودار تابع f در دارای است.

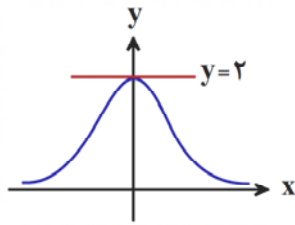


- (۱) $x = 1$ ، مینیمم نسبی (۲) $x = -2$ ، ماکزیمم نسبی

- (۳) $x = 1$ ، ماکزیمم نسبی (۴) $x = 0$ ، ماکزیمم نسبی

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکстрیم ها



تست ۷۰: شکل روبه‌رو نمودار تابع $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+1}$ است. $f(1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۳ نقطه بحرانی

سوال ۱۶: نقاط بحرانی تابع $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 60$ را بیابید.

سوال ۱۷: تعداد نقاط بحرانی هر کدام از توابع زیر را بیابید.

$$f(x) = \frac{x^4}{4} - x^3, \quad g(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x > 1 \\ 3x - 1 & x \leq 1 \end{cases}, \quad h(x) = |x^2 - 2x|, \quad k(x) = \sqrt[3]{|x|}$$

سوال ۱۸: تابع $y = |x| + |x - 1|$ چند نقطه بحرانی دارد؟

سوال: در تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ نقاط بحرانی را بیابید.

سوال ۱۹: نقاط بحرانی تابع $y = |\sin x|$ را در فاصله $[-\pi, 2\pi]$ مشخص کنید.

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکثر و کم

سوال ۲۰: نقاط بحرانی تابع $y = |x| - 1$ را در دامنه آن مشخص کنید.

سوال ۲۱: نقاط بحرانی تابع $y = |x^2 - 1|$ را در دامنه آن مشخص کنید.

تست ۷۱: چندتا از توابع مقابل نقطه بحرانی دارند؟

$$f_1(x) = 2^x, f_2(x) = \frac{1}{x}, f_3(x) = \log x, f_4(x) = x^3 + x$$

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) ۰

تست ۷۲: تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + a & x < -1 \\ bx + 2 & x \geq -1 \end{cases}$ نقطه بحرانی ندارد. ab کدام است؟

(۴) -۱۲

(۳) -۶

(۲) -۳

(۱) -۲

نکته: در توابعی که مشتق آنها به صورت کسری است، ریشه های صورت و مخرج را بررسی کنید.

تست ۷۳: طول دو نقطه بحرانی تابع با ضابطه $f(x) = (x-1)\sqrt[3]{x}$ ، چه قدر اختلاف دارند؟

(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) ۱

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

تست ۷۴: مجموع طول نقاط بحرانی تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 3x + 1}$ کدام است؟

$\frac{4}{5} \quad (۴)$

$\frac{3}{5} \quad (۳)$

$\frac{2}{5} \quad (۲)$

$\frac{1}{5} \quad (۱)$

تست ۷۵: سه نقطه بحرانی در تابع $f(x) = |x^2 + 4x - 1|$ ، رئوس یک مثلثاند. مساحت این مثلث کدام است؟

$4\sqrt{5} \quad (۴)$

$5\sqrt{5} \quad (۳)$

$2\sqrt{5} \quad (۲)$

$10\sqrt{5} \quad (۱)$

*سوال ۲۲: نقاط بحرانی تابع $y = x^{\frac{1}{5}} - 12x^{\frac{6}{5}}$ روی بازه $[-1, 1]$ کدام است؟ (در صورت داشتن وقت کافی بررسی شود).

تست ۷۶: در تابع $f(x) = (x-2)x^{\frac{2}{3}}$ ، مجموعه طول نقاط بحرانی $\{\alpha, \beta\}$ است. حاصل $\alpha^2 + \beta^2$ کدام است؟

$\frac{4}{36} \quad (۴)$

$\frac{4}{64} \quad (۳)$

$\frac{4}{9} \quad (۲)$

$4 \quad (۱)$

تست ۷۷: تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + a}}$ نقطه بحرانی دارد. حدود a کدام است؟

$[1, +\infty) \quad (۴)$

$(1, +\infty) \quad (۳)$

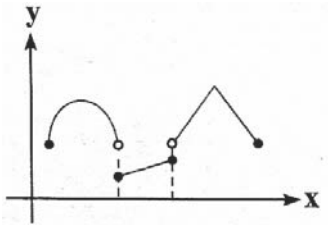
$\{1\} \quad (۲)$

$\mathbb{R} \quad (۱)$

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

تست ۷۸: با توجه به نمودار مقابل، تابع f نقطه بحرانی و اکسترمم نسبی دارد.



ب (سه - سه

الف (شش - سه

د (سه - چهار

ج (شش - چهار

تست ۷۹: نقاط بحرانی تابع $y = x^2(x - 2)^2$ راس های یک مثلث اند. نوع این مثلث کدام است ؟ (سراسری تجربی ۸۵)

ب (فقط قائم الزاویه

الف (متساوی الاضلاع

د (قائم الزاویه و متساوی الساقین

ج (فقط متساوی الساقین

تست ۸۰: تعداد نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ کدام است ؟

د (صفر

ج (۳

ب (۲

الف (۱

*تست ۸۱: مجموع طول های نقطه بحرانی تابع $y = (x^3 - 3x^2 + 4)^{\frac{1}{3}}$ کدام است ؟

د (صفر

ج (۲

ب (-۱

الف (۱

تست ۸۲: اگر تابع $y = |x^2 + ax + 1|$ ، سه نقطه بحرانی داشته باشد. حدود a کدام است ؟

د (هیچ مقدار a

ج ($a \in R$

ب ($|a| < 2$

الف ($|a| > 2$



دبیر ریاضی: عادل آخوندی

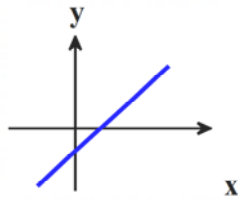
جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکثر/کم

تست ۸۳: تعداد نقاط بحرانی تابع $y = |\sin x|$ بر بازه $(-\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4})$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۲)

- الف (۲ ب (۳ ج (۴ د (۵

تست ۸۴: با توجه به نمودار f ، تعداد نقاط بحرانی نمودار $y = |f(|x|)|$ کدام است؟



- الف (۱ ب (۲ ج (۳ د (بیشمار

*تست ۸۵: به ازای کدام مقدار k ، منحنی تابع $f(x) = (x-k)|x-1|$ فقط یک نقطه بحرانی دارد؟

- الف (۱ $\mathbb{R}$ ب (۲ $\{1\}$ ج (۳ $(1, +\infty)$ د (۴ $[1, +\infty)$

*تست ۸۶: نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^3 - 6x & x \geq 1 \\ -5x & x < 1 \end{cases}$ چند نقطه بحرانی دارد؟

- الف (۲ ب (۳ ج (۱ د (صفر

*تست ۸۷: تعداد نقاط بحرانی تابع $y = x|x^2 - 1|$ روی بازه $[-2, 2]$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۷)

- الف (۳ ب (۴ ج (۵ د (۶

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکثر/کم

* تست ۸۸: تعداد نقاط بحرانی تابع $y = |x^3 - x|$ روی بازه $[-1, 2]$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۰)

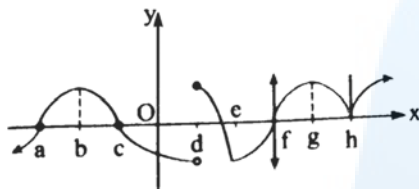
الف (۳)

ب (۴)

ج (۵)

د (۶)

ه (۷)



تست ۸۹: در نمودار مقابل چند نقطهٔ بحرانی وجود دارد؟

الف (۴)

ب (۳)

ج (۵)

د (۶)

تست ۹۰: تابع $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + 1$ چند نقطهٔ بحرانی دارد؟

الف (۳)

ب (۲)

ج (۱)

د (صفر)

تست ۹۱: تابع $f(x) = -x + \sqrt{x}$ در بازه $[-1, 8]$ چند نقطهٔ بحرانی دارد؟

الف (۳)

ب (۲)

ج (۱)

د (صفر)

تست ۹۲: تابع $f(x) = 4x^3 - 12x$ در بازه $[0, 4]$ چند نقطهٔ بحرانی دارد؟

الف (۳)

ب (۲)

ج (۱)

د (۴)

تست ۹۳: تابع $f(x) = \begin{cases} x - 1 & x < 0 \\ 2x^2 - x & x \geq 0 \end{cases}$ چند نقطهٔ بحرانی دارد؟

الف (۴)

ب (۳)

ج (۲)

د (۱)

دبیر ریاضی: عادل آخندی

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکترمم ها

تست ۹۴: منحنی نمایش تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & x \geq 1 \\ x^3 + x - 5 & x < 1 \end{cases}$ ، چند نقطه بحرانی دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) صفر ۳ (۳) ۴ (۴) ۳

تست ۹۵: مجموعه طول نقاط بحرانی تابع $f(x) = x(x-4)^3$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\{0, 4\}$ ۲ (۲) $\{0, 1\}$ ۳ (۳) $\{0, 1, 4\}$ ۴ (۴) $\{1, 4\}$

تست ۹۶: تابع $y = |x^2 - 1|$ چند نقطه بحرانی دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

تست ۹۷: مجموعه طول نقاط بحرانی $f(x) = |x^2 - 4x|$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\{0, 4\}$ ۲ (۲) $\{2\}$ ۳ (۳) $\{2, 4\}$ ۴ (۴) $\{0, 2, 4\}$

تست ۹۸: تابع $f(x) = ||x| - 2|$ چند نقطه بحرانی دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکثر/کم

تست ۹۹: تابع $f(x) = |x|(x-4)$ چند نقطه بحرانی دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

تست ۱۰۰: مجموعه طول‌های نقاط بحرانی تابع با ضابطه $f(x) = |x-2|\sqrt[3]{x}$ کدام است؟

$\{\frac{2}{3}, 2\}$ (۴)

$\{0, 1\}$ (۳)

$\{0, \frac{2}{3}, 2\}$ (۲)

$\{0, \frac{1}{3}, 2\}$ (۱)

تست ۱۰۱: مساحت مثلثی که رأس‌های آن نقاط بحرانی تابع $f(x) = |x^2 - x|$ است، چند است؟

$\frac{1}{16}$ (۴)

$\frac{1}{8}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

تست ۱۰۲: طول نقاط بحرانی تابع $f(x) = x^{\frac{4}{3}} - x^{\frac{2}{3}}$ با ضابطه $f(x) = x^{\frac{4}{3}} - x^{\frac{2}{3}}$ در بازه $(-1, 1)$ کدام است؟

$-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

$-\frac{\sqrt{2}}{4}, 0, \frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳)

$-\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4}$ (۲)

$-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

تست ۱۰۳: مجموعه طول نقاط بحرانی تابع با ضابطه $f(x) = (x^2 - 28)\sqrt[3]{x}$ کدام است؟

$\{-7, 0, 1\}$ (۴)

$\{-2, 0, 2\}$ (۳)

$\{-\sqrt{7}, \sqrt{7}\}$ (۲)

$\{-2, 2\}$ (۱)

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

تست ۱۰۴: مجموع طول های نقاط بحرانی تابع $y = \sqrt[3]{x^3 - 2x^2}$ کدام است؟

$$\frac{13}{3} \quad (4)$$

$$\frac{10}{3} \quad (3)$$

$$\frac{7}{3} \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

تست ۱۰۵: فاصله بین دو نقطه بحرانی تابع $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$ بر بازه $(-2, 2)$ چند برابر $\sqrt{6}$ است؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$\sqrt{2} \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۱.۳ اکسترمم های مطلق

تست ۱۰۶: با توجه به نمودار، کدام تابع ماکزیمم مطلق دارد؟

$$A) y = x - [x]$$

$$B) y = x^2$$

$$C) y = -2^x$$

$$D) y = -\log x$$

$$(4) \text{ هیچ کدام}$$

$$(3) C$$

$$(2) D$$

$$(1) A$$

تست ۱۰۷: تابع $f(x) = x^2 - x$ روی کدام بازه ماکزیمم مطلق ندارد؟

$$(4) [0, 2]$$

$$(3) [-1, 2]$$

$$(2) (-2, 0)$$

$$(1) [-1, 1]$$

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

سوال ۲۳: با رسم نمودار تابع $f(x) = |x^3 - 3x|$ در بازه $[-3, 2]$ اکسترمم های نسبی و مطلق و نقاط بحرانی آن را مشخص کنید.

سوال ۲۴: آیا نمودار تابع $f(x) = x^3$ در بازه $(-1, 2)$ دارای اکسترمم مطلق است؟

۱.۱.۳ تعیین اکسترمم های مطلق f بر بازه $[a, b]$

سوال ۲۵: مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق توابع زیر را بیابید.

$y = x^4 - 8x^2 + 16$ و $[-1, 4]$

$y = x^3 - 3x^2$ و $[1, 4]$

تست ۱۰۸: بیشترین مقدار تابع $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ در بازه $[-2, 2]$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۲)

الف (۹) ب (۱۰) ج (۱۲) د (۱۷)

تست ۱۰۹: مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع با ضابطه $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 15x$ در بازه $[-4, 3]$ کدام است؟ (تجربی ۹۵)

الف (۱۸, ۲۴) ب (۴۵, ۲۷) ج (۳۶, ۲۷) د (۳۶, -۲۷)

دبیر ریاضی : عادل آخندی

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

سوال ۲۸: به ازای کدام مقدار k مینیمم تابع $f(x) = 2x^2 - kx + 5$ برابر ۴ است؟

تست ۱۱۰: هرگاه در تابع $f(x) = x^3 - 3x + k$ مقدار ماکزیمم مطلق تابع در $[0, 2]$ دو برابر مقدار مینیمم مطلق تابع باشد، مقدار k کدام است؟

- الف (۲) ب (-۲) ج (۶) د (-۶)

تست ۱۱۱: به ازای کدام مقدار k بیشترین مقدار و کمترین مقدار تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + k$ در بازه $[1, 3]$ قرینه یکدیگرند؟ (سراسری ریاضی ۸۴)

- الف (۱) ب (۲) ج (۳) د (۴)

تست ۱۱۲: اختلاف ماکسیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع $f(x) = -2x^3 + 3x^2$ روی بازه $[-\frac{1}{3}, 2]$ چقدر است؟

- الف (۴) ب (۵) ج (۶) د (۷)

تست ۱۱۳: تابع $f(x) = |x^2 - 1|$ بر بازه $[-2, 2]$...

- الف (مشتق پذیر است و می نیمم مطلق دارد .)
ب (مشتق پذیر است ولی مینیمم مطلق ندارد .)
ج (مشتق پذیر نیست ولی مینیمم مطلق دارد .)
د (مشتق پذیر نیست و مینیمم مطلق ندارد .)

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

تست ۱۱۴: در تابع $f(x) = |x-1| + |x+1| - |2x-1|$ مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق کدام اند؟

۰, ۲ (۴)

۰, ۱ (۳)

-۱, ۲ (۲)

-۱, ۱ (۱)

۲.۱.۳ جمع بندی درس اول

سوال ۲۷: درستی یا نادرستی هر کدام از جملات زیر را مشخص کنید.

الف) هر نقطه اکسترمم نسبی، بحرانی است؟

ب) هر نقطه بحرانی لزوماً اکسترمم نسبی نیست؟

پ) هر نقطه اکسترمم مطلق در بازه $[a, b]$ اکسترمم نسبی است؟

ت) هر نقطه اکسترمم مطلق در بازه $[a, b]$ که دارای همسایگی باشد، اکسترمم نسبی است؟

ث) هر نقطه اکسترمم نسبی، اکسترمم مطلق است؟

ج) تابع f در بازه $[a, b]$ حتماً اکسترمم مطلق دارد؟

چ) تابع پیوسته f در بازه (a, b) حتماً اکسترمم مطلق دارد؟

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

(ج) تابع پیوسته f در بازه $[a, b]$ حتماً، اکسترمم مطلق دارد؟

(خ) تمام نقاط تابع ثابت در کل دامنه، بحرانی، اکسترمم نسبی و اکسترمم مطلق اند.

(د) هر نقطه اکسترمم مطلق یا اکسترمم نسبی، بحرانی است؟

(ذ) هر تابع اکیداً یکنوا فاقد اکسترمم نسبی است؟

(ر) هر تابع اکیداً یکنوا با دامنه $\mathbb{R}$ فاقد نقطه بحرانی است؟

نکته: معمولاً در توابع ناپیوسته اگر بتوان نمودار تابع را رسم کرد می توان ماکزیمم و یا مینیمم مطلق تابع را بدست آورد.

تست ۱۱۵: ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = -x|x|$ در بازه $[-2, 1]$ کدام است؟

الف (۱)

ب (۲)

ج (۳)

د (۴)

تست ۱۱۶: مقدار مینیمم مطلق تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & -1 \leq x < 0 \\ \sqrt{x} & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$ برابر است با:

الف (۱)

ب (-۱)

ج (صفر)

د (۲)

تست ۱۱۷: برای تابع $f(x) = |x^2 - 1|$ نقطه به طول $x = 0$ چه نقطه ای است؟

الف (ماکزیمم مطلق)

ب (ماکزیمم نسبی)

ج (ریشه)

د (مینیمم نسبی)

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

تست ۱۱۸: اگر C طول نقطه اکسترمم مطلق تابع f روی دامنه آن باشد و تابع در همسایگی آن نقطه تعریف شده باشد الزاما تابع f در C کدام وضعیت را دارد؟ (سراسری ریاضی ۸۸)

الف) پیوسته ب) مشتق پذیر ج) خط مماس افقی د) اکسترمم نسبی

تست ۱۱۹: اگر $f(x) = x^2 + 4x + 1$ و $g(x) = 2x - 3$ ، کمترین مقدار تابع $f \circ g$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) -۳ (۴) -۲

تست ۱۲۰: به ازای کدام مقدار k ، بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + k$ در بازه $[1, 3]$ قرینه یکدیگرند؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۱۲۱: بیشترین مقدار تابع $y = x + \frac{9}{x}$ به ازای مقادیر منفی x کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۶ (۳) -۴ (۴) -۸

تست ۱۲۲: بیشترین مقدار تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 3} - 3x$ در بازه $[0, 4]$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{4}{19}$ (۴) صفر

تست ۱۲۳: بیشترین مقدار تابع $y = x - 2\sqrt{x}$ در فاصله $[0, 3]$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) -۲

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: تکنوایح و آکترمم ها

تست ۱۲۴: کم ترین مقدار تابع با ضابطه $f(x) = (2x - 1)\sqrt[3]{x}$ در فاصله $[-1, 1]$ کدام است؟

(۴) $-\frac{8}{3}$

(۳) $-\frac{4}{3}$

(۲) $-\frac{3}{8}$

(۱) $-\frac{3}{4}$

تست ۱۲۵: تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 1 \\ -x + 2 & 0 < x < 1 \\ x^2 & x \leq 0 \end{cases}$

(۲) مینیمم نسبی دارد اما مطلق ندارد.

(۱) ماکزیمم نسبی دارد.

(۴) مینیمم نسبی و مطلق دارد.

(۳) مینیمم نسبی و مطلق ندارد.

تست ۱۲۶: ماکزیمم مطلق تابع با ضابطه $y = -x|x|$ بر $[-2, 1]$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

تست ۱۲۷: اختلاف مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = |x^2 - 4|$ در بازه $[-4, 3]$ کدام است؟

(۴) ۱۵

(۳) ۱۲

(۲) ۹

(۱) ۷

تست ۱۲۸: بیشترین مقدار تابع $f(x) = |x|(x + 1)$ در فاصله $[-2, 1]$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) ۲

(۱) $\frac{1}{2}$

دبیر ریاضی: عادل آخکندی

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

تست ۱۲۹: بیشترین مقدار تابع $y = |(x-1)^2 - 8|$ در فاصله $[-2, 2]$ کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

تست ۱۳۰: بیشترین مقدار تابع $f(x) = \begin{cases} |x| - 1 & 0 \leq x \leq 2 \\ -3 \sin \pi x & 2 < x \leq 3 \end{cases}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

تست ۱۳۱: اگر تابع $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x+a}$ دارای اکسترمم نسبی باشد مقادیر a کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۵)

الف) $a > 0$ یا $a < -2$ ب) $a > 2$ یا $a < 0$ ج) $-2 < a < 0$ د) $0 < a < 2$

تست ۱۳۲: به ازای چه مقادیری از a تابع $y = \frac{x^2 - 3x + a}{x+1}$ فاقد اکسترمم نسبی است؟

الف) $a \leq -4$ ب) $a \geq -4$ ج) $a > -4$ د) $a < -4$

تست ۱۳۳: ماکسیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 5}$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۵)

۱/۵ (د)

۱/۳ (ج)

۱/۲ (ب)

۱/۶ (الف)

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

تست ۱۳۴: کدام بیان برای تابع $f(x) = x|x^2 - 3|$ در بازه $[-1, 1]$ نادرست است؟ (سراسری ریاضی ۸۷)

الف) مینیمم مطلق دارد ب) ماکسیمم مطلق دارد ج) دو نقطه اکسترمم نسبی دارد د) فاقد اکسترمم نسبی است

تست ۱۳۵: تابع $f(x) = bx^2 + \frac{a}{x}$ در $(1, -2)$ دارای اکسترمم نسبی است، a و نوع اکسترمم کدام است؟ (ریاضی ۸۹)

الف) $-\frac{4}{3}$ و مینیمم ب) $-\frac{4}{3}$ و ماکسیمم ج) $\frac{4}{3}$ و مینیمم د) $\frac{4}{3}$ و ماکسیمم

تست ۱۳۶: تابع $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8x$ از نظر اکسترمم نسبی کدام وضع را دارد؟ (سراسری ریاضی ۹۰)

الف) مینیمم نسبی ب) ماکسیمم نسبی
ج) مینیمم نسبی و ماکسیمم نسبی د) فاقد اکسترمم نسبی

تست ۱۳۷: اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ در $x = 1$ دارای مقدار ماکزیمم نسبی ۷ باشد و نمودار تابع از نقطه $(-2, -2)$ بگذرد، حاصل $a + b - c$ کدام است؟

الف) ۷ ب) ۱۱ ج) ۱۳ د) ۹

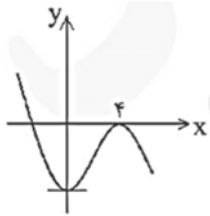
تست ۱۳۸: کمترین مقدار تابع $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - 2x^2$ کدام است؟ (تجربی خارج ۹۲)

الف) -۳۶ ب) -۳۲ ج) -۲۴ د) -۱۸

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکترمم ها

تست ۱۳۹: شکل مقابل نمودار تابع $y = ax^3 + bx^2 - 16$ است a کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۸۴)



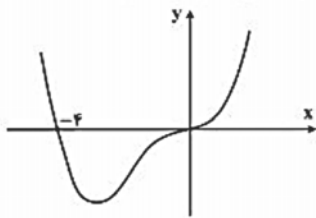
(د) $-\frac{2}{3}$

(ج) $-\frac{1}{2}$

(ب) $\frac{1}{2}$

(الف) ۱-

تست: شکل مقابل نمودار تابع $y = x^4 + ax^3 + bx$ با تعیین مقادیر a و b می نیمم تابع کدام است؟



(سراسری تجربی ۹۵)

(د) -۲۴

(ج) -۲۷

(ب) -۳۲

(الف) -۳۶

تست ۱۴۰: ماکزیمم نسبی نمودار f با ضابطه $f(x) = 2x^3 - 24x + a$ روی خط $y = -8x + 1$ قرار دارد، مقدار a کدام است؟

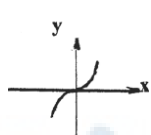
(د) -۵

(ج) -۷

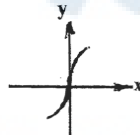
(ب) ۱۱

(الف) -۱۵

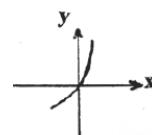
تست ۱۴۱: نمودار تابع $f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$ حول مبدأ به کدام صورت است؟ (سراسری تجربی ۹۱)



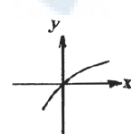
(د)



(ج)



(ب)



(الف)

*تست ۱۴۲: ماکسیمم تابع $f(x) = -|x| \cos x$ در بازه $[-1, 1]$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۶)

(د) $\frac{1}{2}$

(ج) ۱

(ب) $\cos 1$

(الف) صفر

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

* تست ۱۴۳: اگر $M(2, -1)$ اکسترمم نسبی $y = \frac{ax+b}{(x-1)(x-4)}$ باشد $a - b$ کدام است؟

- الف (۱-) ب (صفر) ج (۱) د (۲-)

* تست ۱۴۴: به ازای چه مقدار m اکسترمم تابع $y = \frac{x^2 - 4x + m}{x - 1}$ روی محور x ها است؟

- الف (۴) ب (۳) ج (۲) د (۴-)

* تست ۱۴۵: در تابع $f(x) = ax^2 - b|x|$ اگر تابع در $x = -1$ دارای $\min$ برابر ۱- باشد $a + b$ کدام است؟

- الف (۴) ب (۳) ج (۲) د (۱)

* تست ۱۴۶: تابع با ضابطه $y = [2x] - 2x$:

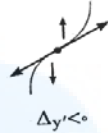
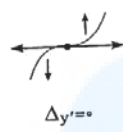
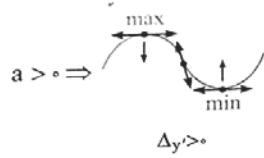
- الف (ماکزیمم نسبی ندارد و می نیمم نسبی دارد .)
 ب (ماکزیمم نسبی و می نیمم نسبی دارد .)
 ج (می نیمم نسبی ندارد و ماکزیمم نسبی دارد .)
 د (ماکزیمم و می نیمم نسبی ندارد .)

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

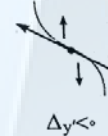
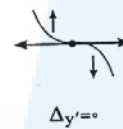
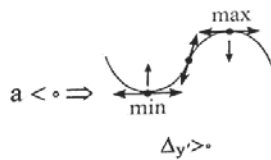
درس اول: یکنواختی و اکسترمم ها

۲.۳ تابع درجه ۳

معادله ی $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ تابع درجه سوم نام دارد .



۱- دامنه و برد $\mathbb{R}$ و مجانب ندارد و در دامنه اش اکسترمم مطلق ندارد .



۲- با توجه به دلتای مشتق ، و علامت a نمودار یکی از سه حالت رو به رو را دارد :

سوال ۲۹: نمودار توابع $f(x) = x^3 - 3x$ ، $g(x) = x^3 + 2x^2 + 5x$ را رسم کنید.

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس دوم : بهینه سازی



بهینه سازی

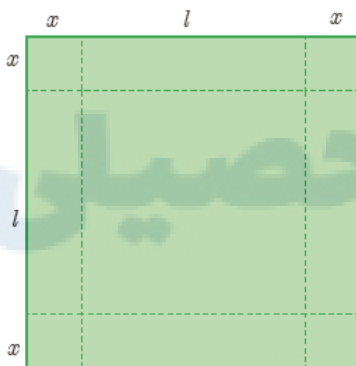
درس دوم

۴ بهینه سازی

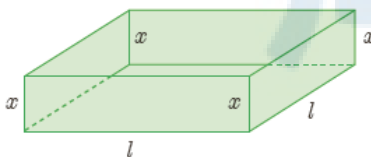
سوال ۳۱: اگر قطر یک مستطیل ۲ باشد، ماکزیمم محیط این مستطیل را به دست آورید.

سوال ۳۲: دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

سوال ۳۳: ورق فلزی مربع شکلی به طول ضلع 30 cm را در نظر بگیرید. مطابق شکل می خواهیم از چهار گوشه آن مربع



های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آنها را کنار بگذاریم. سپس با تا کردن ورق در امتداد خط چین های مشخص شده در شکل، یک جعبه در باز بسازیم. مقدار x چقدر باشد تا حجم قوطی، حداکثر مقدار ممکن گردد؟

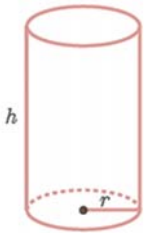


دبیر ریاضی : عادل آخکندی

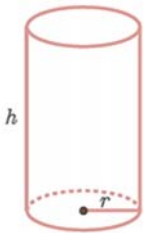
جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس دوم : بهینه سازی

سوال ۳۴: در استوانه‌ای جمع شعاع قاعده و ارتفاع ۶ است. بیشترین حجم این استوانه کدام است؟



سوال ۳۵: می‌خواهیم یک قوطی فلزی استوانه‌ای شکل و در باز بسازیم که گنجایش آن دقیقاً یک لیتر باشد. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن مینیمم شود.

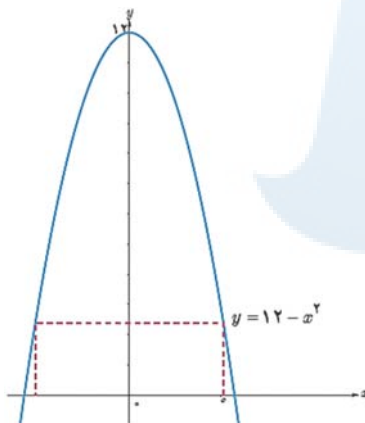


سوال ۳۶: کشاورزی می‌خواهد دور یک مزرعه مستطیل شکل به مساحت ثابت ۱۰۰۰۰ متر مربع را دیوارکشی کند. هزینه هر متر دیوارهای شمالی و جنوبی ۲ میلیون تومان و هزینه هر متر دیوارهای شرقی و غربی ۸ میلیون تومان است. الف) هزینه مورد نیاز برای انجام این کار را به صورت یک تابع بنویسید. ب) ابعاد مزرعه چقدر باشد تا هزینه دیوارکشی به حداقل مقدار ممکن برسد؟

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

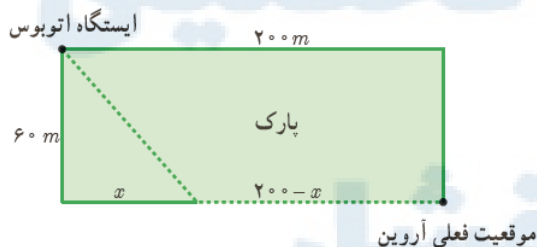
درس نهم : بهینه سازی

سوال ۳۷: می خواهیم کنار رودخانه یک محوطه به شکل مثلث متساوی الساقین را نرده کشی کنیم به طوری که قاعده مثلث منطبق بر رودخانه باشد. اگر تنها هزینه ۱۰۰ متر نرده را در اختیار داشته باشیم، در این صورت بیشترین مساحت ممکن برای این مثلث چقدر خواهد بود؟



سوال ۳۸: ابعاد مستطیلی با بیشترین مساحت را تعیین کنید که دو راس آن روی محور x و دو راس دیگرش بالای محور x و روی سهمی $y = 12 - x^2$ باشد.

سوال ۳۹: آروین می خواهد به ایستگاه اتوبوسی برود که در ۲۰۰ متری غرب و ۶۰ متری شمال موقعیت فعلی او بعد از پارک قرار دارد. او می تواند با سرعت ۳ متر بر ثانیه از پیاده رو کنار پارک به سمت غرب برود. همچنین، می تواند از درون پارک و تنها با سرعت ۲ متر بر ثانیه، عبور کند. با توجه به شکل، مقدار x را طوری تعیین کنید که او در کمترین زمان ممکن به ایستگاه برسد.



جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس (نهم) : بهینه سازی

سوال ۴۰: هر صفحه مستطیل شکل از یک کتاب جیبی، شامل یک متن با مساحت ثابت 32cm^2 خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه های بالا و پایینی هر صفحه 2cm و حاشیه های کناری هر کدام یک سانتی متر در نظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کمترین مقدار ممکن باشد.

تست ۱۴۷: اگر $2x + y = 16$ باشد، بیشترین مقدار xy کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۸ (۳) ۳۲ (۴) ۴۲

تست ۱۴۸: غلظت یک داروی شیمیایی در جریان خون، t ساعت پس از تزریق در ماهیچه از رابطه $C(t) = \frac{3t}{t^3 + 27}$

به دست می آید. اگر t ساعت پس از تزریق این دارو، غلظت آن در خون، بیشترین مقدار ممکن شود. t^3 کدام است؟

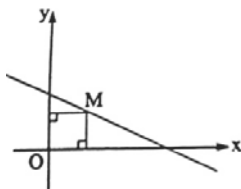
- (۱) ۱۳ (۲) $13/5$ (۳) ۱۴ (۴) $14/5$

تست ۱۴۹: کمترین فاصله نقطه $(4, 0)$ از نقاط منحنی به معادله $y = \sqrt{2x + 9}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۱۵۰: در شکل زیر نقطه $M(x, y)$ بر روی خط $y = -\frac{3}{4}x + 6$ متغیر است. از M عمودهایی بر محورهای مختصات

رسم می کنیم تا یک مستطیل به وجود آید. بیشترین مساحت این مستطیل کدام است؟



- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۸ (۴) ۱۰

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس دوم : بهینه سازی

۱.۴ تست های جمع بندی

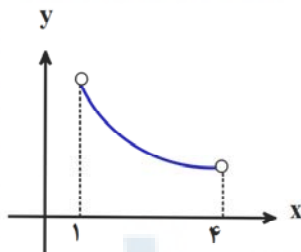
تست ۱۵۱: تابع با ضابطه $y = x^5 - \frac{5}{3}x^3$ در بازه (a, b) با بزرگترین طول، نزولی است، $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) ۳

تست ۱۵۲: اگر $f(x) = x^2$ و $g(x) = x^2$ ، آنگاه کدام تابع زیر در R اکیداً یکنواست؟

- (۱) $f \times g$ (۲) $f - g$ (۳) $f \circ g$ (۴) $g \circ f$

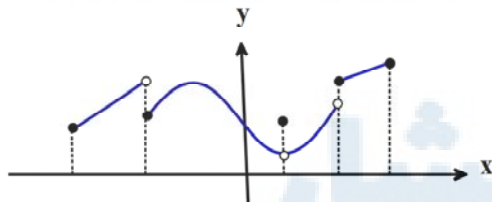
تست ۱۵۳: در شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ در بازه $(1, 4)$ رسم شده است. نمودار $y = \frac{f(x)}{x^3}$ در این بازه چگونه



است؟

- (۱) همواره صعودی (۲) همواره نزولی
(۳) ابتدا صعودی و سپس نزولی (۴) ابتدا نزولی و سپس صعودی

تست ۱۵۴: اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، تابع به ترتیب از راست به چپ پند می نیمم نسبی و چند ماکزیمم نسبی



دارد؟

- (۱) ۱ ، ۱ (۲) ۱ ، ۲ (۳) ۲ ، ۱ (۴) ۲ ، ۲

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس دوم : بهینه سازی

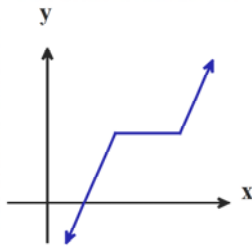
تست ۱۵۵: برای تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ طول چه نقطه‌ای است؟

(۴) مشتق پذیری

(۳) پیوستگی

(۲) ماکزیمم نسبی

(۱) می‌نیمم نسبی



تست ۱۵۶: با توجه به شکل زیر، تابع f چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

(۲) صفر

(۱) ۲

(۴) بی‌شمار

(۳) ۱

تست ۱۵۷: جدول تعیین علامت مشتق تابع پیوسته‌ی f به صورت زیر است. اگر صفرهای تابع f ، صفر و ۲ باشند، آنگاه کدام

گزینه حتماً نادرست است؟

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
f'	$-$	0	$+$	$-$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$f(-5) = 3 \quad (۱)$$

$$f(4) = -2 \quad (۴)$$

$$f(3) = 1 \quad (۳)$$

تست ۱۵۸: طول نقطه‌ی ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه $f(x) = x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 4x^2$ کدام است؟

(۴) ۱

(۳) صفر

(۲) -۱

(۱) -۲

تست ۱۵۹: طول نقطه‌ی مینیمم نسبی تابع $f(x) = (x-1)^2 + (x-2)^2 + (x-3)^2 + \dots + (x-21)^2$ کدام است؟

(۴) مینیمم نسبی ندارد

(۳) ۲۱

(۲) ۱۱

(۱) ۱۰

دبیر ریاضی : عادل آخکندی

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس (نوم) : بهینه سازی

تست ۱۶۰: تابع با ضابطه $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8x$ از نظر اکسترمم نسبی کدام وضع را دارد؟

- (۱) می نیمم نسبی دارد. (۲) ماکسیمم نسبی دارد.
(۳) می نیمم نسبی و ماکسیمم نسبی دارد. (۴) فاقد اکسترمم نسبی است.

تست ۱۶۱: اگر c طول نقطه‌ی اکسترمم مطلق تابع f روی دامنه‌ی آن باشد و تابع در همسایگی آن نقطه تعریف شده باشد، الزاماً تابع f در نقطه‌ی c ، کدام وضعیت را دارد؟

- (۱) پیوسته (۲) مشتق پذیر (۳) خط مماس افقی (۴) اکسترمم نسبی

تست ۱۶۲: برای تابع با ضابطه $f(x) = 3x + |4x - 1|$ وقتی $x \in (0, 1)$ باشد کدام گزینه درست است؟

- (۱) ماکزیمم مطلق دارد ولی می نیمم مطلق ندارد. (۲) می نیمم مطلق دارد ولی ماکزیمم مطلق ندارد.
(۳) ماکزیمم و می نیمم مطلق ندارد. (۴) ماکزیمم و می نیمم مطلق دارد.

تست ۱۶۳: کدام عدد بین ماکزیمم و می نیمم مطلق تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2x}{x+2}$ در بازه‌ی $[-1, 2]$ قرار ندارد؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس (نوم) : بهینه سازی

تست ۱۶۴: می نیمم مطلق تابع با ضابطه ی $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - x^2$ روی بازه ی $[-1, 3]$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{11}{3}$ (۲) $-\frac{10}{3}$ (۳) $-\frac{8}{3}$ (۴) $-\frac{7}{3}$

تست ۱۶۵: کم ترین مقدار تابع $y = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - 2x^2$ کدام است؟

- (۱) -۳۶ (۲) -۳۲ (۳) -۲۴ (۴) -۱۸

تست ۱۶۶: ماکسیمم مطلق تابع با ضابطه ی $f(x) = \frac{1}{x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 5}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

تست ۱۶۷: از نقطه ی M واقع بر خط $3x + 6y = 18$ واقع در ناحیه ی اول، دو عمود بر محورهای مختصات رسم کرده ایم. ماکزیمم مساحت مستطیل پدید آمده با محورهای مختصات کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۹ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $\frac{9}{4}$

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس دوم : بهینه سازی

تست ۱۶۸: کوتاه ترین فاصله ی بین نقاط منحنی به معادله ی $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ و نقطه ی ثابت $(0, 11)$ کدام است؟

۶ (۴)

$4\sqrt{2}$ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

تست ۱۶۹: در کدام نقطه واقع بر منحنی $y = \frac{1}{1+x^2}$ ، خط مماس، بیش ترین شیب را دارد؟

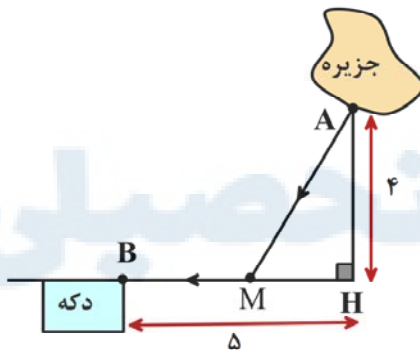
$(-1, \frac{1}{2})$ (۴)

$(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{3}{4})$ (۳)

$(0, 1)$ (۲)

$(1, \frac{1}{2})$ (۱)

تست ۱۷۰: مطابق شکل، جزیره ای در ۴ کیلومتری یک ساحل مستقیم قرار دارد. در ساحل و در ۵ کیلومتری نقطه ای H ، دکه ای وجود دارد. یک ساکن جزیره به طور منظم به دکه سر می زند و در این راه از یک قایق پارویی استفاده می کند و بقیه ی راه را پیاده می رود. سرعت راه رفتن این شخص ۵ کیلومتر در ساعت است و با سرعت متوسط ۳ کیلومتر در ساعت پارو می زند. این شخص در ساحل و در فاصله ی چند کیلومتری از نقطه ی H از قایق پیاده



۲ (۱)

$2/5$ (۲)

۳ (۳)

$1/5$ (۴)

تست ۱۷۱: در تابع با ضابطه $f(x) = x|x - 4|$ ، فاصله دو نقطه ی ماکسیمم نسبی و می نیمم نسبی آن، کدام است؟ (ت ۹۸)

$2\sqrt{5}$ (۴)

$3\sqrt{2}$ (۳)

$2\sqrt{2}$ (۲)

$\sqrt{5}$ (۱)

جزوه آموزشی کاربرد مشتق

درس (نهم) : بهینه سازی

تست ۱۷۲: بیشترین مساحت مستطیلی که دو ضلع بر روی محورهای مختصات و راس چهارم آن، بر روی منحنی به معادله

$$y = \sqrt{12 - x} \quad \text{در ناحیه اول واقع شود، کدام است؟ (ت ۹۸)}$$

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

$8\sqrt{3}$ (۲)

$8\sqrt{2}$ (۱)

تست ۱۷۳: در تابع با ضابطه $f(x) = x|x| - 2x$ ، فاصله دو نقطهٔ ماکسیمم نسبی و می نیمم نسبی آن، کدام است؟

(ت خ ۹۸)

۴ (۴)

$3\sqrt{2}$ (۳)

۳ (۲)

$2\sqrt{2}$ (۱)

تست ۱۷۴: بیشترین مساحت مستطیلی که یک ضلع آن بر قطر نیم دایره به شعاع ۶ واحد و دو راس دیگر آن روی این نیم

دایره باشد، کدام است؟ (ت خ ۹۸)

۳۶ (۴)

۲۷ (۳)

۲۴ (۲)

۱۸ (۱)

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



عنوان

جزوه آموزشی هندسه تحلیلی

نگارش

عادل آخکندی

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

دبیر ریاضی : عادل آخکندی



فهرست

صفحه

۱ تفکر تجسمی، دوران و برش..... ۱

۲ بیضی و دایره..... ۷



مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

دبیر ریاضی : عادل آخکندی



جزوه آموزشی هندسه تحلیلی

درس اول: تفکر تجسمی، دوران و برش



تفکر تجسمی

درس اول

۱ تفکر تجسمی، دوران و برش

سوال ۱: اگر صفحه ای یک کره را قطع کند، سطح مقطع یک خواهد بود.

سوال ۲: مساحت مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع a برابر با است.تست ۱: بزرگترین مقطع یک صفحه و مخروط، مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $4\sqrt{3}$ است. حجم مخروط کدام است؟

$(4) 36\pi$

$(3) 24\pi$

$(2) 18\pi$

$(1) 12\pi$

تست ۲: در استوانه ای شعاع قاعده و ارتفاع به ترتیب ۲ و ۵ است. این استوانه را با صفحه ای موازی محور و به فاصله یک واحد از آن قطع می کند. مساحت سطح مقطع حاصل کدام است؟

$(4) 15\sqrt{3}$

$(3) 20\sqrt{3}$

$(2) 10\sqrt{3}$

$(1) 5\sqrt{3}$

تست ۳: کره ای به شعاع ۶ را با صفحه ای به فاصله ۳ از مرکز برش می دهیم. مساحت سطح مقطع حاصل کدام است؟

$(4) 36\pi$

$(3) 27\pi$

$(2) 18\pi$

$(1) 9\pi$

تست ۴: در مثلث قائم الزاویه ای طول وتر ۴ واحد و یک زاویه حاده آن 30° است. حجم حاصل از دوران این مثلث حول وتر آن کدام است؟

$(4) \frac{3}{2}\pi$

$(3) 3\pi$

$(2) 4\pi$

$(1) 6\pi$

دبیر ریاضی: عادل آخندی



جزوه آموزشی هندسه تحلیلی

درس اول: تفکر تجمی، دوران و برش

تست ۵: پاره خط AB که در نقطه A بر خط l عمود است، حول l دوران کرده و شکلی به مساحت ۱۲π به وجود آورده است. طول AB کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $4\sqrt{3}$

تست ۶: مستطیلی به ابعاد ۴ و x داریم. از دوران آن حول یک ضلع استوانه ای با حجم ۳۶π ایجاد شده است. مساحت مستطیل کدام است؟

- (۱) ۳ یا ۹ (۲) ۱۲ یا ۹ (۳) ۶ یا ۹ (۴) ۲۴ یا ۳۶

تست ۷: حجم حاصل از دوران مثلث قائم الزاویه ای حول اضلاع قائم آن به ترتیب ۶π و ۴π است. اگر آن را حول وتر دوران دهیم، حجم حاصل کدام است؟

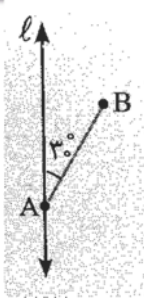
- (۱) $2\sqrt{13}\pi$ (۲) $\sqrt{24}\pi$ (۳) $\frac{12\sqrt{13}}{13}\pi$ (۴) $\frac{6\sqrt{13}}{13}\pi$

تست ۸: از درون استوانه ای به قطر قاعده و ارتفاع ۶، بزرگترین مخروط ممکن را برمی داریم. جسم حاصل را با صفحه ای به فاصله ۲ واحد از قاعده مخروط قطع می دهیم. سطح مقطع حاصل کدام است؟

- (۱) 4π (۲) 6π (۳) 5π (۴) 7π

جزوه آموزشی هندسه تحلیلی

درس اول: تفکر تجسمی، دوران و برش



تست ۹: پاره خط AB به طول $\sqrt{3}$ حول A دوران می کند. حجم شکل حاصل کدام است؟

$$\frac{9\pi}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{9\pi}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{3\pi}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{3\pi}{8} \quad (۱)$$

تست ۱۰: طول قطر مستطیلی $\sqrt{10}$ و از دوران این مستطیل حول ضلع بزرگتر، استوانه ای ساخته می شود که مساحت جانبی آن 12π است. محیط مستطیل کدام است؟

$$\sqrt{88} \quad (۴)$$

$$\sqrt{33} \quad (۳)$$

$$\sqrt{22} \quad (۲)$$

$$\sqrt{11} \quad (۱)$$

تست ۱۱: در مثلث قائم الزاویه ای طول وتر ۴ و یک زاویه حاده 30° است. حجم حاصل از دوران این مثلث حول وتر آن کدام است؟

$$\frac{3}{2}\pi \quad (۴)$$

$$3\pi \quad (۳)$$

$$4\pi \quad (۲)$$

$$6\pi \quad (۱)$$

تست ۱۲: مثلثی به اضلاع ۴ و ۵ و ۷ را حول ضلع بزرگتر دوران می دهیم. حجم جسم حاصل کدام است؟

$$\frac{108\pi}{7} \quad (۴)$$

$$\frac{96\pi}{7} \quad (۳)$$

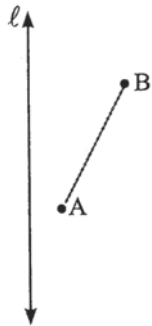
$$\frac{64\pi}{7} \quad (۲)$$

$$\frac{128\pi}{7} \quad (۱)$$

جزوه آموزشی هندسه تحلیلی

درس اول: تفکر تجمی، دوران و برش

تست ۱۳: پاره خط AB به طول $2\sqrt{7}$ مقابل خط l طوری قرار دارد که فاصله A تا l برابر با یک و فاصله B تا خط هم ۳ می باشد. حجم شکل حاصل از دوران AB حول l کدام است؟



$$20\sqrt{6}\pi \quad (4)$$

$$\frac{26\sqrt{6}\pi}{3} \quad (3)$$

$$26\sqrt{6}\pi \quad (2)$$

$$\frac{20\sqrt{6}\pi}{3} \quad (1)$$

تست ۱۴: محیط دایره ای برابر π است. اگر این دایره را حول قطرش دوران دهیم. حجم شکل حاصل چقدر خواهد بود؟

$$\frac{\pi}{2} \quad (4)$$

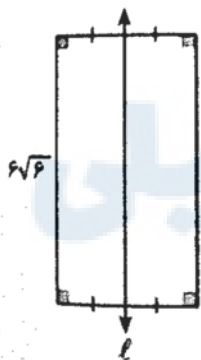
$$\frac{\pi}{3} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{8} \quad (1)$$

تست ۱۵: مستطیل شکل مقابل حول خط l دوران می کند. اگر مساحت مستطیل ۳۶ باشد. حجم

شکل حاصل چقدر است؟



$$18\sqrt{6}\pi \quad (4)$$

$$108\sqrt{6}\pi \quad (3)$$

$$36\sqrt{6}\pi \quad (2)$$

$$9\sqrt{6}\pi \quad (1)$$

تست ۱۶: مربعی را حول قطرش دوران داده ایم. حجم شکل حاصل برابر $\frac{2\pi}{3}$ بوده است. مساحت مربع کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

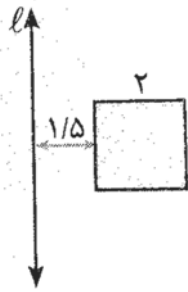
$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

جزوه آموزشی هندسه تحلیلی

درس اول: تفکر تجمی، دوران و برش

تست ۱۷: در شکل روبه رو مربع را حول خط l دوران داده ایم. حجم شکل حاصل چقدر است؟



$$20\pi \quad (4)$$

$$15\pi \quad (3)$$

$$10\pi \quad (2)$$

$$5\pi \quad (1)$$

تست ۱۸: دو استوانه هم محور به شعاع های ۱ و ۳ روی هم قرار گرفته اند و ارتفاع هر دو استوانه ۲ است. اگر حجم حاصل را با یک صفحه موازی با محور استوانه ها برش دهیم، بیشترین مساحت سطح مقطع حاصل چقدر است؟

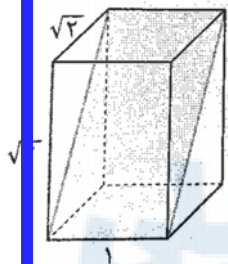
$$18 \quad (4)$$

$$16 \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$12 \quad (1)$$

تست ۱۹: مکعب مستطیل شکل رو به رو را با صفحه ای به صورت مشخص شده، به دو قسمت مساوی تقسیم کرده ایم. مساحت سطح مقطع حاصل کدام است؟



$$4 \quad (4)$$

$$2\sqrt{2} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

تست ۲۰: مستطیلی به ابعاد ۳ و ۴ را حول عرض آن دوران داده ایم. مساحت سطح مقطع حاصل از برخورد یک صفحه افقی با شکل ایجاد شده کدام است؟

$$25\pi \quad (4)$$

$$8\pi \quad (3)$$

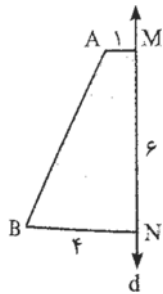
$$16\pi \quad (2)$$

$$9\pi \quad (1)$$

جزوه آموزشی هندسه تحلیلی

درس اول: تفکر تجسمی، دوران و برش

تست ۲۱: مطابق شکل، دوزنقه ای قائم الزاویه را حول خط d دوران داده ایم. حجم شکل ایجاد شده کدام است؟



$126\pi \quad (4)$

$63\pi \quad (3)$

$42\pi \quad (2)$

$21\pi \quad (1)$

تست ۲۲: حجم حاصل از دوران یک لوزی با طول قطرهای ۶ و ۴ واحد، حول قطر بزرگتر آن کدام است؟

$64\pi \quad (4)$

$8\pi \quad (3)$

$12\pi \quad (2)$

$32\pi \quad (1)$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

جزوه آموزشی هندسی تحلیلی

درس دوم : بیضی و دایره



بیضی و دایره

درس دوم

۲ بیضی و دایره

سوال ۳: قطر بزرگ یک بیضی ۱۰ و قطر کوچک آن ۸ است. دایره ای به مرکز $(-2, 1)$ و شعاعی که نصف فاصله کانونی بیضی باشد، رسم کرده ایم. معادله دایره را بنویسید.

سوال ۴: معادله دایره ای که مرکز آن نقطه $(1, -1)$ بوده و از نقطه $A(2, 0)$ بگذرد را بنویسید.

سوال ۵: محیط دایره $\frac{1+m}{2} = x^2 + (x-1)^2 + y^2$ برابر با 4π است. مقدار m را بیابید.

سوال ۶: شعاع دایره به معادله $1 = \frac{1}{4}(y-1)^2 + (\frac{1}{2}x + 2)^2$ را بیابید.

سوال ۷: اگر نقطه $O(1, 2)$ مرکز دایره $0 = x^2 + y^2 - ax + 2by$ باشد مقدار ab را بیابید.

دبیر ریاضی : عادل آخندی



جزوه آموزشی هندسی تحلیلی

درس دوم: بیضی و دایره

سوال ۸: به ازای چند مقدار a معادله $2x^2 + (a^2 - 7)y^2 + 4y + a = 0$ مربوط به یک دایره است؟

سوال ۹: خط $3x + 4y = 1$ روی دایره ای به مرکز $(5, 4)$ و تری به طول ۱۶ ایجاد کرده است. معادله این دایره را بنویسید.

سوال ۱۰: نقطه $A(1, -2)$ نسبت به دایره ای به معادله $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$ چه وضعی دارد؟

سوال ۱۱: نقطه برخورد دایره ای به معادله $x^2 + y^2 + 4x + y - 2 = 0$ با محورهای مختصات را بیابید؟

سوال ۱۲: دو دایره به معادله های $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ و $(x - 7)^2 + (y - 9)^2 = 81$ نسبت به هم چه وضعی

دارند؟

جزوه آموزشی هندسی تحلیلی

درس دوم : بیضی و دایره

تست ۲۳: با یک تکه نخ به طول ۱۴ و با کمک دو میخ ثابت به فاصله ۴ از همدیگر یک بیضی کشیده ایم. خروج از مرکز بیضی کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{2}{7} \quad (3)$$

$$\frac{1}{7} \quad (2)$$

$$\frac{2}{5} \quad (1)$$

تست ۲۴: در بیضی با کانون های $(1, 3)$ و $(1, -5)$ ، مختصات مرکز بیضی کدام است؟

$$(1, 0) \quad (4)$$

$$(0, -1) \quad (3)$$

$$(1, -1) \quad (2)$$

$$(1, 1) \quad (1)$$

تست ۲۵: در بیضی به مرکز $(2, -3)$ که قطر بزرگ موازی محور طول هاست، محورهای تقارن بیضی را رسم کرده ایم. مساحت شکلی که این خط ها با محورهای مختصات تشکیل می دهند کدام است؟

$$8 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

تست ۲۶: در یک بیضی به کانون های $(2, -1)$ و $(2, 7)$ ، اندازه قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

$$8 \quad (4)$$

$$75 \quad (3)$$

$$64 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

جزوه آموزشی هندسی تحلیلی

درس دوم : بیضی و دایره

تست ۲۷: اگر خط $2x - y + 5 = 0$ یکی از محورهای تقارن بیضی با مرکز $(-1, 3)$ باشد، در این صورت محور تقارن دیگر بیضی محور عرض ها را در نقطه ای با کدام عرض قطع می کند؟

(۴) $2/5$

(۳) -5

(۲) 5

(۱) $-2/5$

تست ۲۸: محورهای تقارن یک بیضی عبارت اند از $y = 3x + 5$ و $3y + x = 5$ ، فاصله مرکز بیضی تا مبدا مختصات کدام است؟

(۴) 4

(۳) $\sqrt{5}$

(۲) 2

(۱) $2\sqrt{2}$

تست ۲۹: در یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{1}{4}$ که قطر کوچک آن برابر ۲ است، فاصله کانونی کدام است؟

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) $\sqrt{3}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۱) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

تست ۳۰: یک بیضی به مرکز O و قطر کوچک $2b$ در نظر بگیرید. به مرکز O و شعاع b دایره ای می زنیم. اگر این دایره از کانون ها بگذرد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

جزوه آموزشی هندسی تحلیلی

درس دوم: بیضی و دایره

تست ۳۱: خروج از مرکز یک بیضی برابر $\frac{2}{3}$ است. نسبت قطر کوچک به قطر بزرگ بیضی کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{5}}{6}$

(۳) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

(۲) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

(۱) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

تست ۳۲: در بیضی با قطر بزرگ ۲ و فاصله کانونی $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ، اندازه وتری که در کانون بر قطر بزرگ عمود می شود، کدام است؟

(۴) $0/6$

(۳) $0/4$

(۲) $0/3$

(۱) $0/2$

تست ۳۳: در بیضی به مرکز $(-3, -2)$ فاصله کانون تا نزدیک ترین راس، ۲ و خروج از مرکز هم $0/8$ است. مختصات نزدیک ترین نقطه روی بیضی به مرکز کدام می تواند باشد؟

(۴) $(3, 2)$

(۳) $(-2, -8)$

(۲) $(-9, -2)$

(۱) $(-3, 3)$

تست ۳۴: $A(3, 2)$ یک راس کانونی و $B(-1, 0)$ یک راس ناکانونی بیضی است. اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{\sqrt{3}}{3}$ باشد، فاصله کانونی بیضی کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) ۱

دبیر ریاضی: عادل آخوندی



جزوه آموزشی هندسی تحلیلی

درس دوم: بیضی و دایره

تست ۳۵: در یک بیضی با مرکز $O(-1, 3)$ ، نقاط $A(-1, 7)$ و $F(-1, 0)$ به ترتیب راس کانونی و کانون این بیضی هستند. نقطه $M(2, 4)$ نسبت به این بیضی چگونه است؟

- (۱) روی بیضی (۲) درون بیضی (۳) بیرون بیضی (۴) روی راس ناکانونی بیضی

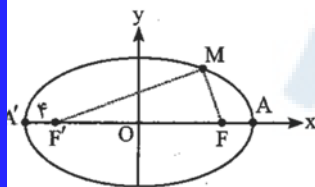
تست ۳۶: مختصات دو سر قطر کوچک یک بیضی $(-1, 3)$ و $(-1, 1)$ است. این بیضی از نقطه $(-4, 2)$ می گذرد. خروج از مرکز آن کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

تست ۳۷: اگر فاصله یکی از کانون های بیضی تا دورترین راس برابر ۵ و فاصله همین کانون تا نزدیکترین راس برابر ۳ باشد، خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

تست ۳۸: در بیضی شکل زیر اگر محیط مثلث $MF'F'$ برابر ۳۶ باشد، اندازه قطر کوچک این بیضی چقدر است؟



- (۱) $6\sqrt{2}$ (۲) $12\sqrt{2}$ (۳) $6\sqrt{3}$ (۴) $12\sqrt{3}$

جزوه آموزشی هندسی تحلیلی

درس دوم : بیضی و دایره

تست ۳۹: نقاط $O(4, 1)$ و $A(1, -2)$ به ترتیب مرکز و یکی از رئوس کانونی یک بیضی هستند. یکی از کانون های این بیضی روی خط $x + 4y = 13$ قرار دارد. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

تست ۴۰: خطوط $x = 1$ و $x = -5$ و $y = 2$ و $y = 6$ بر یک بیضی مماس اند. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

تست ۴۱: دسته خطوط به معادله $(m+2)y + (m+1)x + 1 = 0$ قطره های یک دایره اند. اگر این دایره از نقطه $M(5, 2)$ بگذرد، شعاع آن چقدر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{2}$

تست ۴۲: فاصله مرکز دایره $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 3$ تا مرکز دایره $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 4$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) $\sqrt{26}$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{7}$

جزوه آموزشی هندسی تحلیلی

درس دوم : بیضی و دایره

تست ۴۳: شعاع دایره $x^2 + y^2 + 2x + 4y = k$ برابر ۲ است. در این صورت فاصله مرکز دایره ای به معادله $x^2 + y^2 - 2kx + 4ky = 0$ تا مبدا مختصات کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۴

تست ۴۴: شعاع دایره $x^2 + y^2 + 2x + 4y = k$ برابر ۲ است. در این صورت فاصله مرکز دایره ای به معادله $x^2 + y^2 - 2kx + 4ky = 0$ تا مبدا مختصات کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۴

تست ۴۵: نقطه $O(a, 2a)$ مرکز دایره ای است که از نقطه های $A(2, 1)$ و می گذرد. معادله این دایره کدام است؟

(۱) $x^2 + y^2 + 4x + 8y + 11 = 0$ (۲) $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$

(۳) $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 11 = 0$ (۴) $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 3 = 0$

تست ۴۶: دایره ای که مختصات دو سر قطری از آن $A(4, 1)$ و $B(-2, 3)$ باشد، از کدام نقطه زیر نمی گذرد؟

- (۱) $(2, 5)$ (۲) $(4, 1)$ (۳) $(0, 1)$ (۴) $(0, -1)$

جزوه آموزشی هندسی تحلیلی

درس (نوم) : بیضی و دایره

تست ۴۷: دایره ای به مرکز $(-1, 2)$ و مماس بر خطی به معادله $x - y = 1$ محور x ها را در نقطه ای با کدام طول قطع می کند؟ (ت ۹۵)

(۴) $1/5, 4$

(۳) $2, 3$

(۲) $1, 4$

(۱) $1, 3$

تست ۴۸: مرکز دایره ای بر روی نیمساز ناحیه اول است. اگر این دایره از نقطه $A(6, 3)$ گذشته و بر خط $y = 2x$ مماس شود، شعاع آن کدام است؟ (ت ۹۲)

(۴) $\sqrt{10}$

(۳) $2\sqrt{2}$

(۲) $\sqrt{6}$

(۱) $\sqrt{5}$

تست ۴۹: دایره گذرا بر مبدا مختصات بر دو خط به معادله های $y = 2x$ و $y = 2x + 10$ مماس است. مختصات مرکز این دایره کدام است؟ (ت خ ۹۵)

(۴) $(-1, 2)$

(۳) $(-2, 1)$

(۲) $(-3, 1)$

(۱) $(-3, 2)$

تست ۵۰: شعاع دایره گذرا بر سه نقطه $(0, 0)$ و $(2, 1)$ و $(1, -2)$ کدام است؟ (ت ۹۳)

(۴) $\frac{\sqrt{13}}{2}$

(۳) $\sqrt{5}$

(۲) $\sqrt{3}$

(۱) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

دبیر ریاضی : عادل آخندی

جزوه آموزشی هندسی تحلیلی

درس دوم : بیضی و دایره

تست ۵۱: از نقطه $A(1, -3)$ هیچ مماسی بر دایره ای به معادله $(x+m)^2 + (y+5)^2 = 6m+2$ نمی توان رسم کرد. برای m چند جواب طبیعی وجود دارد؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

تست ۵۲: دایره ای به معادله $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ از کدام ناحیه دستگاه مختصات نمی گذرد؟

(۱) فقط دوم (۲) فقط سوم (۳) دوم و سوم (۴) سوم و چهارم

تست ۵۳: به ازای کدام مقادیر m ، خط $y = mx + 2$ بر دایره ای به معادله $x^2 + y^2 - 2x = 3$ مماس است؟ (ت خ ۹۱)

- (۱) $0, \frac{-4}{3}$ (۲) $0, \frac{4}{3}$ (۳) $1, \frac{-2}{3}$ (۴) $1, \frac{2}{3}$

تست ۵۴: خط به معادله $x - y = 3$ دایره ای به معادله $5x^2 + 5y^2 - 17x - 3y - 14 = 0$ را در نقطه A در ناحیه چهارم قطع می کند. فاصله A تا مبدا مختصات کدام است؟

- (۱) $\sqrt{11}$ (۲) $\sqrt{17}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{19}$

جزوه آموزشی هندسی تحلیلی

درس دوم: بیضی و دایره

تست ۵۵: طول وتری که دایره $x^2 + y^2 - 2x - 8y = 8$ از خط $5x + 12y = 14$ جدا می کند، چقدر است؟

(۴) ۱۰

(۳) ۹

(۲) ۸

(۱) ۷

تست ۵۶: طول قطعه مماسی که از نقطه $A(1, 2)$ بر دایره ای به معادله $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ رسم می شود چقدر است؟

(۴) $\sqrt{3}$

(۳) ۳

(۲) $\sqrt{2}$

(۱) $2\sqrt{2}$

تست ۵۷: معادله خط مماس از نقطه $A(2, 7)$ واقع بر دایره $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 15 = 0$ کدام است؟

(۴) $3x + 4y + 34 = 0$

(۳) $4y - 3x = 34$

(۲) $3x - 4y = 34$

(۱) $3x + 4y = 34$

تست ۵۸: دو دایره گذرا بر نقطه $(2, -9)$ بر هر دو محور مختصات مماس است. شعاع دایره بزرگتر کدام است؟ (ت ۹۵)

(۴) ۱۹

(۳) ۱۷

(۲) ۱۵

(۱) ۱۴

تست ۵۹: به ازای کدام مقدار k دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$ و $x^2 + y^2 - 4y + k = 0$ بر هم مماس داخل اند؟

(۴) -۲

(۳) -۳

(۲) -۴

(۱) -۵

جزوه آموزشی هندسی تحلیلی

درس دوم : بیضی و دایره

تست ۶۰: دایره ای از دو نقطه $(0, 1)$ و $(3, 0)$ گذشته و معادله یک قطر آن به صورت $x - y = 2$ است. شعاع این دایره کدام است؟

۳ (۴)

 $\sqrt{5}$ (۳)

۲ (۲)

 $\sqrt{2}$ (۱)

تست ۶۱: به ازای کدام مقدار a دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 + 4x = 0$ و $x^2 + y^2 - 2x + 8y + a = 0$ مماس خارج یکدیگرند؟ (ت ۹۰)

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

تست ۶۲: فاصله نقطه $M(x, y)$ از نقطه $A(3, 6)$ ، دو برابر فاصله آن از مبدا مختصات است. بزرگترین وتر از مکان نقاط M کدام است؟ (ت ۹۷)

 $4\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۱)

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



عنوان
جزوه آموزشی احتمال

نگارش
عادل آخکندی

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

دبیر ریاضی : عادل آخکندی





مرکز مشاوره تحصیلی علیرضا افشار

دبیر ریاضی : عادل آخندی



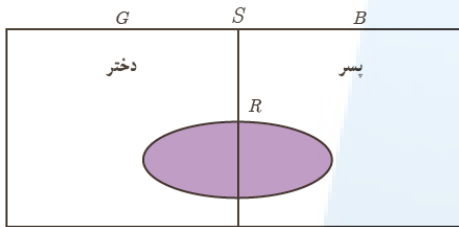
جزوه آموزشی احتمال

درس اول: احتمال کل

۱ قانون کل احتمال (احتمال شاخه ای)

این شاخه از احتمال دارای فرمول است اما بهتر است آن را بدون فرمول بررسی کنیم و در نهایت فرمول را معرفی می کنیم.

به عنوان مثال اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر $0/08$ و نوزاد دختر $0/03$ باشد و خانواده ای قصد بچه دار شدن داشته باشد، به چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد شد؟



سوال ۱: در یک جامعه ۴۰ درصد مرد و مابقی زن هستند بطوریکه ۲۵ درصد مردان و ۲۰ درصد زنان صاحب خانه شخصی هستند، حال اگر نفری از این جامعه انتخاب کنیم با کدام احتمال دارای منزل شخصی نیست؟

سوال ۲: فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از ۲۰ درصد کودک و نوجوان، ۵۰ درصد میانسال و ۳۰ درصد سالمند باشند و شیوع یک بیماری خاص در این دسته ها به ترتیب ۳ درصد، ۵ درصد و ۱ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، با چه احتمالی به بیماری مورد نظر مبتلا است؟

تست ۱: بهروز جهت مشارکت در یک مسابقه، از بین پرسش های ۵ بسته ریاضی، ۷ بسته تجربی و ۶ بسته علوم انسانی به تصادف یک بسته اختیار کرده است. احتمال برنده شدن در هر بسته این دروس به ترتیب $0/07$ و $0/08$ و $0/09$ است. با کدام احتمال، بهروز برنده می شود؟ (تجربی خارج ۹۸)

$$\frac{31}{36} \text{ (د)}$$

$$\frac{30}{36} \text{ (ج)}$$

$$\frac{29}{36} \text{ (ب)}$$

$$\frac{25}{36} \text{ (الف)}$$

جزوه آموزشی احتمال

درس اول: احتمال کل

سوال ۳: دو جعبه داریم. درون یکی از آنها ۱۲ لامپ قرار دارد که ۶ تا از آنها معیوب است و درون جعبه دیگر ۹۶ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آنها معیوب اند. به تصادف جعبه ای انتخاب کرده، یک لامپ از آن بیرون می آوریم. چقدر احتمال دارد لامپ مورد نظر معیوب باشد؟

سوال ۴: در ظرفی دو مهره ی آبی و سه مهره ی قرمز و در ظرف دوم، پنج مهره ی آبی و چهار مهره ی قرمز وجود دارد، یکی از ظروف را به تصادف انتخاب و دو مهره از آن خارج می کنیم، با کدام احتمال مهره ها هم رنگ نیستند؟

سوال ۵: ۴ ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۴ مهره قرار دارد که ۴ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم همه مهره ها قرمزند. در ظرف سوم ۸ مهره قرار دارد که ۶ تای آنها قرمزند و در ظرف چهارم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرف ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می آوریم. احتمال اینکه مهره انتخابی قرمز باشد چقدر است؟

تست ۲: ظرف A دارای ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه است و هر یک از ظروف B و C دارای ۶ مهره سفید و ۳ مهره سیاه است. به تصادف یکی از سه ظرف را انتخاب کرده و ۴ مهره را خارج می کنیم. با کدام احتمال دو مهره از مهره های خارج شده، سفید است؟ (تجربی ۹۳)

الف) $\frac{25}{63}$ ب) $\frac{26}{63}$ ج) $\frac{10}{21}$ د) $\frac{11}{21}$

تست ۳: دو کیسه داریم. در اولی ۵ سفید و ۱ سیاه و در دومی ۶ سفید و ۳ سیاه وجود دارد. از یک کیسه به تصادف مهره ای برمی داریم. با کدام احتمال سفید است؟

الف) $\frac{5}{8}$ ب) $\frac{3}{4}$ ج) $\frac{11}{12}$ د) $\frac{8}{9}$

جزوه آموزشی احتمال

درس اول: احتمال کل

تست ۴: فرض کنید احتمال انتقال نوعی بیماری ارثی از والدین به فرزند پسر $12/0$ و به فرزند دختر $9/0$ باشد. والدینی که حامل این نوع بیماری هستند با چه احتمالی فرزندی سالم خواهد داشت؟

- الف) $895/0$ ب) $88/0$ ج) $91/0$ د) $95/0$

تست ۵: ۶۰ درصد دانشجویان دانشگاهی دخترند. نصف دخترها و یک‌هشتم پسرها خوابگاهی اند. یک دانشجو با کدام احتمال خوابگاهی است؟

- الف) $35/0$ ب) $45/0$ ج) $4/0$ د) $48/0$

تست ۶: تاس سالمی را پرتاب می کنیم. اگر زوج ظاهر شد، دو تاس دیگر و اگر فرد ظاهر شد، یک تاس دیگر پرتاب می کنیم. احتمال اینکه مجموع تاس های پرتاب شده برابر ۷ باشد چقدر است؟

- الف) $9/216$ ب) $22/216$ ج) $24/216$ د) $26/216$

اگر فضای نمونه ای S به n پیشامد دو به دو ناسازگار B_1 و B_2 و ... و B_n افراز شده باشد و A پیشامد از S باشد، رابطه برقرار است:

$$P(A) = P(B_1) \times P(A|B_1) + P(B_2) \times P(A|B_2) + \dots + P(B_n) \times P(A|B_n)$$

نکته: بهتر است مسائل احتمال کل را به کمک نمودار درختی حل کرد.

نکته: معمولاً وقتی از فرمول احتمال کل استفاده می کنیم که حکم مسئله به چند حالت متناهی افراز شده باشد.

جزوه آموزشی احتمال

درس اول: احتمال کل

سوال ۶: یک سکه را پرتاب می کنیم و اگر پشت بیاید ۳ سکه دیگر را با هم پرتاب می کنیم. در این آزمایش احتمال اینکه دقیقاً یک سکه رو ظاهر شود چقدر است؟

سوال ۷: مینا در انتخاب رشته خود برای تحصیل در دبیرستان بین سه رشته ریاضی، تجربی و انسانی مردد است. اگر او رشته ریاضی را انتخاب کند به احتمال $0/45$ ، اگر تجربی را انتخاب کند به احتمال $0/1$ و اگر انسانی را انتخاب کند به احتمال $0/3$ در آزمون ورودی دانشگاه پذیرفته خواهد شد. اگر احتمال اینکه او رشته ریاضی را انتخاب کند $0/1$ ، احتمال اینکه رشته تجربی را انتخاب کند $0/6$ و احتمال اینکه رشته انسانی را انتخاب کند $0/3$ باشد. با چه احتمالی در دانشگاه پذیرفته خواهد شد؟

تست ۷: یک فرزند از خانواده ای که چهار فرزند دارد انتخاب می کنیم. احتمال اینکه این فرزند خواهری بزرگتر از خود داشته باشد چند است؟

الف) $\frac{5}{12}$ ب) $\frac{1}{4}$ ج) $\frac{3}{8}$ د) $\frac{17}{32}$

تست ۸: در پرتاب سه سکه، اگر حداقل یک سکه رو بیاید یک تاس و در غیر این صورت دو تاس می اندازیم. با کدام احتمال رقم ۴ دست کم یک بار ظاهر می شود؟

الف) $\frac{51}{288}$ ب) $\frac{53}{288}$ ج) $\frac{55}{288}$ د) $\frac{59}{288}$

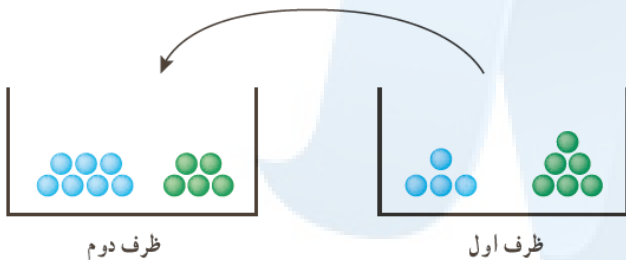
جزوه آموزشی احتمال

درس اول: احتمال کل

سوال ۸: سامان در یک مسابقه شرکت کرده است. سه بسته سؤال که یکی شامل سؤال های ادبیات، یکی ریاضی و یکی اطلاعات عمومی است، وجود دارد. اگر بسته سؤال های ادبیات را به او بدهند، به احتمال ۹۰ درصد برنده خواهد شد. اگر بسته سؤال های ریاضی را به او بدهند، به احتمال ۶۰ درصد و اگر بسته سؤال های اطلاعات عمومی را به او بدهند، به احتمال ۸۵ درصد برنده خواهد شد. در صورتی که با چرخاندن عقربه چرخان در شکل مقابل نوع سؤال هایی که به او داده می شود مشخص شود تعیین کنید او به چه احتمالی برنده خواهد شد؟



سوال ۹: دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب کرده، در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می کنیم. به چه احتمالی این مهره سبز است؟



تست ۹: در ظرف A دو مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در ظرف B چهار مهره سفید و سه مهره سیاه داریم. مهره ای از A انتخاب کرده و آن را به همراه دو مهره از رنگ دیگر در B می اندازیم. حالا مهره ای از B بیرون می آوریم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟

الف) $\frac{۵۲}{۱۰۰}$ ب) $\frac{۵۴}{۱۰۰}$ ج) $\frac{۵۸}{۱۰۰}$ د) $\frac{۵۶}{۱۰۰}$

تست ۱۰: دو کیسه داریم. در اولی ۵ سفید و ۱ سیاه و در دومی ۶ سفید و ۳ سیاه وجود دارد. از یک کیسه به تصادف مهره ای برمی داریم. با کدام احتمال سفید است؟

الف) $\frac{۵}{۸}$ ب) $\frac{۳}{۴}$ ج) $\frac{۱۱}{۱۲}$ د) $\frac{۸}{۹}$

جزوه آموزشی احتمال

درس اول: احتمال کل

تست ۱۱: در دو ظرف به ترتیب ۲۴ و ۱۸ مهره یکسان موجود است. در ظرف اول ۶ مهره سفید و در ظرف دوم ۳ مهره سفید است. از اولی ۷ مهره و از دومی ۵ مهره به تصادف برداشته و ظرف دیگری می ریزیم. سپس از ظرف سوم یک مهره بیرون می آوریم با کدام احتمال این مهره سفید است؟

$$\frac{31}{144} \text{ (د)}$$

$$\frac{15}{72} \text{ (ج)}$$

$$\frac{7}{36} \text{ (ب)}$$

$$\frac{13}{72} \text{ (الف)}$$

تست ۱۲: در اولین ظرف از سه ظرف همانند، ۳ مهره سفید و ۹ مهره سیاه و دومین ظرف ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در ظرف سوم فقط مهره سیاه داریم. با چشم بسته از یکی از ظرف ها یک مهره بیرون می آوریم. احتمال اینکه این مهره سیاه باشد کدام است؟

$$\frac{7}{12} \text{ (ج)}$$

$$\frac{5}{12} \text{ (د)}$$

$$\frac{17}{24} \text{ (ب)}$$

$$\frac{5}{16} \text{ (الف)}$$

تست ۱۳: احتمال انتقال بیماری مسری به افرادی که واکسن زده اند 0.25 و احتمال انتقال به افراد دیگر 0.2 است. $\frac{2}{5}$ کارگران یک کارگاه واکسن زده اند. اگر فرد حامل این بیماری به تصادف با یکی از کارگران ملاقات کند، با کدام احتمال این بیماری منتقل می شود؟ (سراسری تجربی ۸۹)

$$\frac{16}{100} \text{ (د)}$$

$$\frac{15}{100} \text{ (ج)}$$

$$\frac{14}{100} \text{ (ب)}$$

$$\frac{13}{100} \text{ (الف)}$$

تست ۱۴: ۵۵ درصد دانشجویان سال اول، دختر و بقیه پسر هستند. ۶۰ درصد دختران و ۶۴ درصد پسران، تمام واحد های درسی خود را گذرانده اند. چند درصد کل دانشجویان، تمام واحد های درسی را گذرانده اند؟ (سراسری تجربی خارج کشور ۸۸)

$$62/8 \text{ (د)}$$

$$62/4 \text{ (ج)}$$

$$61/8 \text{ (ب)}$$

$$61/4 \text{ (الف)}$$

دبیر ریاضی: عادل آخندی



جزوه آموزشی احتمال

درس اول: احتمال کل

تست ۱۵: در یک روستا ۵۴ درصد جمعیت را مردان و ۴۶ درصد را زنان تشکیل می دهند. اگر ۶۰ درصد مردان و ۷۵ درصد زنان دفترچه سلامت داشته باشند ، با کدام احتمال یک فرد انتخابی به تصادف از بین آنها ، دفترچه سلامت دارد؟ (سراسری تجربی خارج کشور ۹۰)

الف (۰/۶۵۸)

ب (۰/۶۶۹)

ج (۰/۶۸۵)

د (۰/۶۹۶)

تست ۱۶: دو ظرف همانند ، اولی دارای ۶ مهره ی سفید و ۴ مهره ی سیاه ، دومی دارای ۶ مهره ی سفید و ۸ مهره ی سیاه است . با چشم بسته یکی از این دو ظرف را اختیار کرده ، مهره ای از آن بیرون می آوریم با کدام احتمال این مهره سفید است؟ (سراسری ریاضی ۸۱)

الف ($\frac{17}{35}$)

ب ($\frac{18}{35}$)

ج ($\frac{37}{70}$)

د ($\frac{39}{70}$)

تست ۱۷: در دو جعبه به ترتیب ۲۴ و ۱۵ عدد لامپ یکسان موجود است . در جعبه اول ۴ عدد و در جعبه دوم ۳ عدد لامپ معیوب اند . از اولی ۸ و از دومی ۶ لامپ به تصادف برداشته و در جعبه قرار می دهیم . با کدام احتمال یک لامپ انتخابی از جعبه جدید معیوب است ؟

الف ($\frac{17}{105}$)

ب ($\frac{19}{105}$)

ج ($\frac{6}{35}$)

د ($\frac{8}{35}$)

تست ۱۸: سکه ای را پرتاب می کنیم . اگر « رو » بیاید تاس را می ریزیم . اگر « پشت » بیاید سه سکه دیگر را باهم می ریزیم . در این آزمایش احتمال اینکه دقیقا یک سکه رو ظاهر شود کدام است ؟

الف ($\frac{1}{2}$)

ب ($\frac{9}{16}$)

ج ($\frac{5}{8}$)

د ($\frac{11}{16}$)

جزوه آموزشی احتمال

درس اول: احتمال کل

تست ۱۹: در یک آزمون از دو کلاس A و B ۴۰ درصد دانش آموزان کلاس A و ۶۰ درصد دانش آموزان کلاس B قبول شده اند. اگر تعداد دوتالبین در کلاس A دو برابر کلاس B باشد و فردی به تصادف از بین قبول شدگان انتخاب شود، با کدام احتمال این فرد از کلاس A است ؟

الف) $\frac{3}{8}$

ب) $\frac{3}{7}$

ج) $\frac{4}{7}$

د) $\frac{5}{8}$

تست ۲۰: در مدرسه ای دو کلاس A و B به ترتیب ۲۰ و ۲۴ نفر دانش آموز دارند. احتمال قبولی در این کلاس ها به ترتیب $\frac{72}{100}$ و $\frac{63}{100}$ است. سه دانش آموز از کلاس A به کلاس B می روند و سپس دانش آموزی از کلاس B برای آزمون انتخاب می شود. با کدام احتمال قبول خواهد شد؟

الف) $0/67$

ب) $0/66$

ج) $0/65$

د) $0/64$

تست ۲۱: در جعبه ای ۶ مهره سفید و ۹ مهره سیاه موجود است. دو مهره متوالیا و بدون جاگذاری از آن بیرون می آوریم . با کدام احتمال بدون توجه به رنگ مهره اول دومین مهره خارج شده سفید است ؟ (تجربی ۹۲)

الف) $\frac{5}{14}$

ب) $\frac{3}{7}$

ج) $\frac{2}{5}$

د) $\frac{3}{5}$

تست ۲۲: در جعبه ی اول ۴ مهره سفید و ۳ مهره ی سیاه و در جعبه ی دوم ۳ مهره ی سفید و ۶ مهره ی سیاه موجود است. به تصادف یکی از جعبه ها را انتخاب کرده و دو مهره با هم از آن بیرون می آوریم. با کدام احتمال هر دو مهره سفید است ؟ (تجربی خارج کشور ۹۲)

الف) $\frac{31}{168}$

ب) $\frac{11}{56}$

ج) $\frac{17}{84}$

د) $\frac{13}{56}$

دبیر ریاضی : عادل آخکندی



جزوه آموزشی احتمال

درس اول: احتمال کل

تست ۲۳: در ظرفی ۲ مهره سفید و ۳ مهره قرمز وجود دارد، چهار مرتبه مهره ای از ظرف خارج کرده و پس از مشاهده رنگ آن مجدداً به ظرف برمیگردانیم، با چه احتمالی تعداد مهره های سفید و قرمز خارج شده از ظرف با هم برابرند؟

$$\frac{54}{625} \text{ (د)}$$

$$\frac{324}{625} \text{ (ج)}$$

$$\frac{216}{625} \text{ (ب)}$$

$$\frac{108}{625} \text{ (الف)}$$

نکته: عدم اطلاع ما درباره مهره خارج شده از یک کیسه، **تاثیری روی احتمال رنگ مهره دوم ندارد**. نکته بالا برای تعداد بیشتری از مهره های انتخابی درست است. یعنی اگر چند مهره ای که با چشم بسته انتخاب کرده ایم، دور بریزیم (کنار بگذاریم) تاثیری در احتمال رنگ مهره بعدی ندارد. یعنی انگار اصلاً مهره ای از کیسه خارج نشده است.

تست ۲۴: در جعبه ای ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است. ابتدا یک مهره را بدون رویت خارج می کنیم. سپس از بین بقیه مهره ها، ۲ مهره بیرون می کشیم. با کدام احتمال هر دو مهره اخیر سفید است؟ (ت ۹۸)

$$\frac{5}{22} \text{ (د)}$$

$$\frac{4}{11} \text{ (ج)}$$

$$\frac{2}{11} \text{ (ب)}$$

$$\frac{1}{11} \text{ (الف)}$$

تست ۲۵: دو ظرف داریم، در اولی ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و دومی ۷ مهره سفید و ۱۰ مهره سیاه است. از ظرف اول یک مهره برداشته و بدون رویت در ظرف دوم قرار می دهیم. آنگاه از ظرف دوم یک مهره بیرون می آوریم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟ (سراسری ریاضی ۸۴)

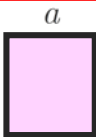
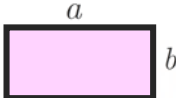
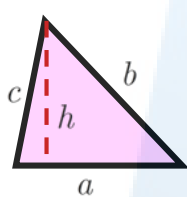
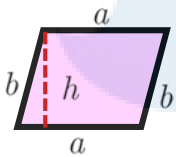
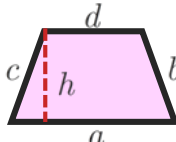
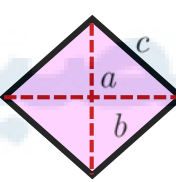
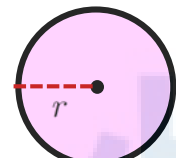
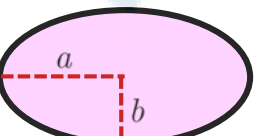
$$\frac{41}{81} \text{ (د)}$$

$$\frac{34}{81} \text{ (ج)}$$

$$\frac{11}{27} \text{ (ب)}$$

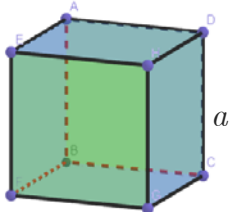
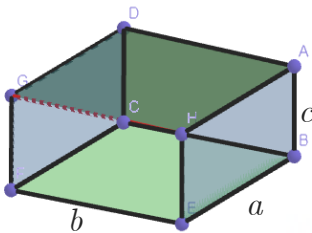
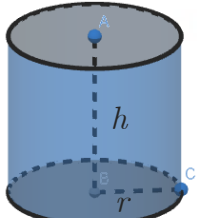
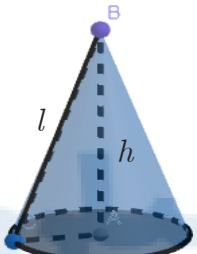
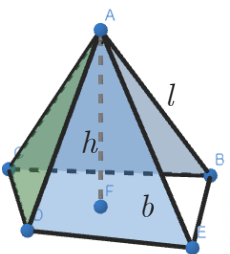
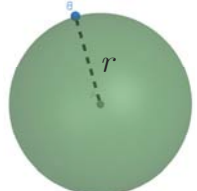
$$\frac{8}{27} \text{ (الف)}$$

بررسی محیط و مساحت شکل های دو بعدی

مساحت	محیط	نام	شکل
$s = a^2$	$p = 4a$	مربع	
$s = ab$	$p = 2(a + b)$	مستطیل	
$s = \frac{a \cdot h}{2}$	$p = a + b + c$	مثلث	
$s = a \cdot h$	$p = 2(a + b)$	متوازی الاضلاع	
$s = \frac{(a + d) \cdot h}{2}$	$p = a + b + c + d$	ذوزنقه	
$s = \frac{a \cdot b}{2}$	$p = 4c$	لوزی	
$s = \pi r^2$	$p = 2\pi r$	دایره	
$s = \pi ab$		بیضی	

دبیر ریاضی : عادل آخندی

بررسی مساحت و حجم شکل های سه بعدی

شکل	نام	مساحت جانبی	مساحت کل	حجم
	مکعب	$s_1 = 4a^2$	$s_2 = 6a^2$	$v = a^3$
	مکعب مستطیل	$s_1 = 2(bc + ac)$	$s_2 = 2(bc + ac + ab)$	$v = abc$
	استوانه	$s_1 = 2\pi rh$	$s_2 = 2\pi rh + 2\pi r^2$	$v = \pi r^2 h$
	مخروط	$s_1 = \pi rl$	$s_2 = \pi rl + \pi r^2$	$v = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
	هرم	$s_1 = \frac{1}{2} p_b \cdot l$	$s_2 = \frac{1}{2} p_b \cdot l + s_b$	$v = \frac{1}{3} s_b h$
	کره		$s_2 = 4\pi r^2$	$v = \frac{4}{3} \pi r^3$

۱۲۶- حاصل عبارت $2(\sqrt[3]{9}-1)^{-1} - \frac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{6}}$ ، کدام است؟

- (۱) $1+\sqrt{3}$ (۲) $-1+\sqrt{2}$ (۳) $1-\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

۱۲۷- اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم، که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، یعنی $\dots, \{4, 3, 2\}, \{1\}$. در دسته نهم، واسطه حسابی بین دو عدد اول و آخر آن، کدام است؟

- (۱) ۷۱ (۲) ۷۲ (۳) ۷۳ (۴) ۷۴

۱۲۸- فرض کنید چندجمله‌ای $p(x)$ بر x^2-1 بخش‌پذیر باشد. اگر $Q(x) = p(x-1) + p(1-x)$ ، آنگاه حاصل تقسیم $Q(x)$ بر $x-2$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۱۲۹- معادله درجه دوم $3x^2 + (2m-1)x + 2-m = 0$ دارای دو ریشه حقیقی است. اگر مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل‌ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{2}$ (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) $-\frac{5}{2}$

۱۳۰- مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$ ، کدام است؟

- (۱) $(\frac{1}{5}, \frac{1}{6})$ (۲) $(\frac{1}{2}, \frac{5}{8})$ (۳) $(2, 1)$ (۴) $(2, \frac{5}{8})$

۱۳۱- فرض کنید نقاط $(-2, 5)$ ، $(0, 5)$ و $(1, 1)$ ، بر سهمی $y = ax^2 + bx + c$ واقع باشند. این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

- (۱) $(-1, 3)$ (۲) $(-1, 4)$ (۳) $(2, 9)$ (۴) $(2, 15)$

۱۳۲- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ را در امتداد محور x ها، ۱۲ واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد محور y ها، ۲ واحد در جهت مثبت، انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{15}$ (۲) $6\sqrt{7}$ (۳) $4\sqrt{17}$ (۴) $6\sqrt{10}$

۱۳۳- در بازه (a, b) ، نمودار تابع با ضابطه $y = |2x^2 - 4|$ در زیر خط $y = 2x$ واقع است. بیشترین مقدار $b-a$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۴- اگر $f(x) = 2x - [2x]$ و $g(x) = -x^2 + 4x$ باشند، برد تابع $g \circ f$ ، کدام است؟

- (۱) $[0, 2)$ (۲) $[0, 3)$ (۳) $[0, 4)$ (۴) $[1, 4)$

۱۳۵- اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، مقدار $g(6) + g(12)$ ، کدام است؟

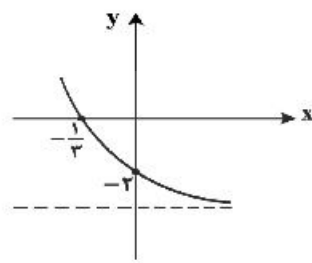
- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

۱۳۶- تابع f با ضابطه $f(x) = x - \frac{2}{x}$ در دامنه $D_f = (-\infty, 0)$ را در نظر بگیرید. نمودار تابع f^{-1} نیمساز ناحیه چهارم را با کدام طول، قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۱۳۷- اگر $\log_3 3 = \frac{5}{8}$ باشد، مقدار $\log_{13} 6$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{18}$ (۲) $\frac{8}{11}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{7}{9}$



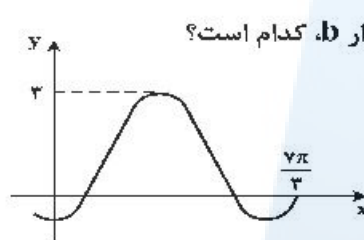
۱۳۸- شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -4 + 2^{ax+b}$ است. $f(-\frac{1}{3})$ ، کدام است؟

- (۱) ۵۴
(۲) ۶۰
(۳) ۴۸
(۴) ۲۸

۱۳۹- فرض کنید در دامنه $[0, +\infty)$ ، تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x + (\frac{1}{2})^x}{2}$ ، مفروض باشد. $f^{-1}(2)$ ، کدام است؟

(۱) $\log_2(2 - \sqrt{3})$ (۲) $\log_2(\sqrt{3} - 1)$ (۳) $\log_2(1 + \sqrt{3})$ (۴) $\log_2(2 + \sqrt{3})$
۱۴۰- حاصل عبارت $(\sin(84^\circ) \tan(48^\circ) + \cos(21^\circ) \tan(30^\circ))$ ، کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه هستند).

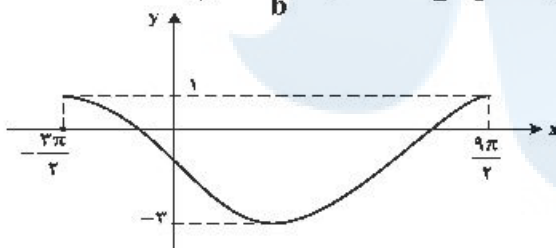
- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲



۱۴۱- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a + b \sin(\frac{\pi}{3} + x)$ است. مقدار b ، کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۱
(۳) -۱
(۴) -۲

۱۴۲- شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ را در یک بازه تناوب، نشان می‌دهد. نسبت $\frac{a}{b}$ ، کدام است؟



- (۱) -۲
(۲) -۳
(۳) -۴
(۴) -۶

۱۴۳- جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(x + \frac{\pi}{4})$ ، با شرط $x \neq k\pi$ ، که در آن k یک عدد صحیح است، کدام

است؟

- (۱) $\frac{k\pi}{3}$ (۲) $\frac{2k\pi}{3}$ (۳) $\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$ (۴) $\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$

۱۴۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{[x] + 3}{x + 2}$ ، کدام است؟

- (۱) $-\infty$ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۱

۱۴۵- تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2x - \sqrt{x^2 - 1}}{4x^2 - 12}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{6}$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{5}{36}$

۱۴۶- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{5-2x} & ; x \leq -2 \\ -\frac{1}{2}x^2 + bx + c & ; x > -2 \end{cases}$ در $x = -2$ ، مشتق پذیر است. مقدار c کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۴۷- مشتق تابع با ضابطه $f(x) = \left(\frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x^2 - x} \right)^3$ در نقطه $x = 2$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $-\frac{5}{2}$ (۴) $-\frac{15}{4}$

۱۴۸- فاصله نقطه ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه $f(x) = x + \sqrt{4x - x^2}$ از نیمساز ناحیه اول کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۴۹- از بین مثلث‌های قائم‌الزاویه با اندازه وتر ۱۰ واحد، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شود تا حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم، بیشترین باشد؟

- (۱) $\frac{2}{1}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{1}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{1}$

۱۵۰- به چند طریق می‌توان ۵ نفر از ۹ دوست صمیمی خود را به مهمانی دعوت کرد، به طوری که دو نفر آنان، نخواهند با هم در مهمانی شرکت کنند؟

- (۱) ۸۴ (۲) ۸۷ (۳) ۹۱ (۴) ۹۵

۱۵۱- پنج کتاب زبان فارسی و ۳ کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه کنار هم چیده شده‌اند. با کدام احتمال کتاب‌های هم زبان، کنار هم قرار می‌گیرند؟

- (۱) $\frac{1}{14}$ (۲) $\frac{1}{21}$ (۳) $\frac{1}{28}$ (۴) $\frac{1}{56}$

۱۵۲- ضریب تغییرات داده‌های آماری به صورت جدول زیر، کدام است؟

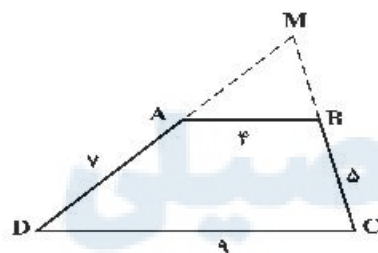
داده	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

- (۱) ۰/۱۲ (۲) ۰/۱۵ (۳) ۰/۱۷ (۴) ۰/۱۸

۱۵۳- مثلثی با رأس‌های $A(1, 5)$ ، $B(7, 3)$ و $C(2, -2)$ مفروض است. اندازه ارتفاع AH در مثلث ABC ، کدام است؟

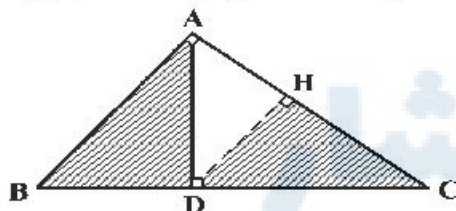
- (۱) ۴ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) ۵ (۴) $4\sqrt{2}$

۱۵۴- اندازه اضلاع متوازی‌الاضلاع $ABCD$ مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث MAB ، کدام است؟



- (۱) $13/2$ (۲) $13/6$ (۳) $14/4$ (۴) $14/8$

۱۵۵- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، طول اضلاع قائم $AB = \sqrt{3}$ و $AC = 2$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم‌الزاویه ABD و HCD ، کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{4}{7}$ (۳) $\frac{16}{21}$ (۴) $\frac{8}{9}$



مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار

راه‌های ارتباطی مرکز مشاوره

تلگرام



AlirezaAfsharOfficial

اینستاگرام



AlirezaAfsharOriginal

وبسایت



www.AlirezaAfshar.org

رزور مشاوره خصوصی علیرضا افشار

برای رزرو مشاوره خصوصی تک جلسه و ماهانه
به شماره ۰۹۳۵۸۹۶۰۵۰۳ در واتساپ  پیام دهید

Afshar.xyz

آدرس تمام رسانه ها :

