

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

اللّٰهُمَّ صَلِّ عَلٰی مُحَمَّدٍ وَّ اٰلِ مُحَمَّدٍ وَّ عَجِّلْ فَرَجَهُمْ

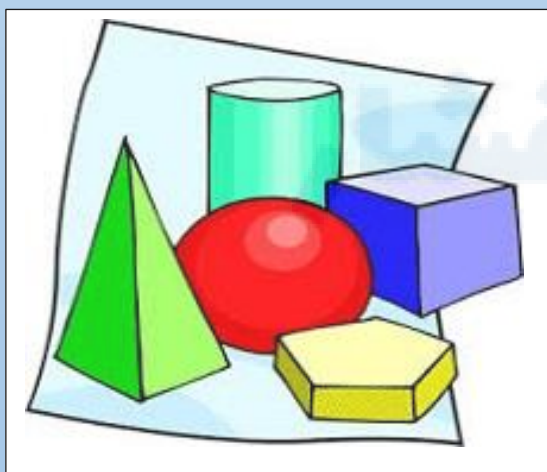
هندسه (۳)

رشته ریاضی و فیزیک

بایه دوازدهم

دوره دوم متوسطه

# سوالات موضوعی نهایی هندسه ۳



## فصل اول : ماتریس ها و کاربردها

### درس اول: ماتریس و اعمال روی ماتریس ها

#### مفهوم ماتریس و ماتریس های خاص

۲۵/نمره	دی ۹۷	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) هر ماتریس قطری که درایه های روی قطر اصلی آن با هم برابر باشند، را ماتریس ..... می نامند.	۱
نمره	تیر ۹۸	در ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $a_{ij} = \begin{cases} i - 2j & i < j \\ -i + j & i \geq j \end{cases}$ می باشد. مجموع درایه های ستون دوم ماتریس A را به دست آورید.	۲
۲۵/نمره	دی ۹۸	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. در ماتریس $A = [a_{ij}]_{4 \times 3}$ که در آن $a_{ij} = \frac{2i}{j-1}$ باشد، درایه های واقع در سطر سوم و ستون دوم ماتریس برابر است با : .....	۳
۲۵/نمره	دی ۹۸	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. هر ماتریس اسکالر یک ماتریس قطری است.	۴
۲۵/نمره	خرداد ۹۹	درجای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. اگر ماتریس A فقط از یک سطر تشکیل شده باشد (فقط دارای یک سطر باشد) آن ماتریس را یک ماتریس ..... می نامیم.	۵
۲۵/نمره	خرداد ۹۹	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را معلوم کنید. ماتریس مربعی که تمام درایه های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند، ماتریس اسکالر نامیده می شود.	۶
۲۵/نمره	تیر ۹۹	جای خالی را به عبارت مناسب پر کنید. اگر ماتریسی قطری باشد و تمام درایه های روی قطر اصلی با هم برابر باشند، آن را یک ماتریس ..... مینامیم.	۷

ماتریس های مساوی و اعمال روی ماتریس ها		
شهریور ۹۸ نمre ۱/۲۵	۸	اگر $A = \begin{bmatrix} 2x & 5 \\ z & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 2x+y \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $A = B$ در این صورت حاصل $x + y + z$ را بیابید.
دی ۹۷ نمre ۰/۲۵	۹	جای خالی را با یک کلمه مناسب پر کنید حاصل ضرب ماتریس ها، خاصیت جابجایی ..... .
تیر ۹۹ نمre ۰/۲۵	۱۰	درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در حالت کلی حاصل ضرب ماتریس ها خاصیت جا به جایی دارد.
دی ۹۷ نمre ۱	۱۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه های سطر دوم $A^3$ برابر ۵ میشود. ب) اگر $A^2 = A$ باشد، در این صورت داریم: $(A + I)^2 = I + 3A$
دی ۹۷ نمre ۱/۲۵	۱۲	اگر ماتریس $A$ به صورت زیر تعریف شده باشد، ماتریس $2A - 3I$ را به دست آورید. $A = [a_{ij}]_{r \times r}$ , $a_{ij} = \begin{cases} i \cdot j & i > j \\ i^2 & i = j \\ 2i - j & i < j \end{cases}$
دی ۹۷ نمre ۱/۵	۱۳	اگر ضرب ماتریس های $A = \begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ تعویض پذیر باشد، حاصل $[x \ 2 \ -y] \times \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -x \end{bmatrix}$ را بیابید.
خرداد ۹۸ نمre ۰/۲۵	۱۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر برای ماتریس های متمایز $A, B, C$ داشته باشیم $AB = AC$ ، آنگاه لزوماً $B = C$ است.

۱۲۵/۱ نمره	۹۸داد	در معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{0}$ مقدار $x$ را بیابید.	۱۵
۱۲۵/۵ نمره	۹۸دی	اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $A^y$ را بدست آورید.	۱۶
۱۲۵/۱ نمره	۹۸دی	اگر ماتریس های $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} a+b & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 4a+b \end{bmatrix}$ باشند، مقادیر $a, b$ را چنان بیابید که داشته باشیم: $A^2 - B = \mathbf{0}$ (ماتریس صفر است)	
۱۲۵/۱ نمره	۹۹داد خارج	اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & a \end{bmatrix}$ مقادیر $a, b$ را طوری بیابید که حاصل ضرب $A \times B$ ماتریس قطری باشد	۱۷
۱۲۵/۱ نمره	۹۹تیر	در تساوی ماتریسی $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{0}$ مقدار $x$ را بیابید.	۱۸

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

درس دوم : وارون ماتریس و دترمینان

دترمینان و وارون ماتریس

۰/۷۵ نمره	دی ۹۷	اگر $A$ ماتریس $3 \times 3$ باشد، $ A  = -2$ حاصل $ A  \cdot A$ را بیابید.	۱
انمره	خرداد ۹۸	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $ A^3 $ را محاسبه کنید.	۲
نمره ۰/۲۵	تیر ۹۸	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. دترمینان هر ماتریس قطری برابر است با حاصل ضرب ..... .	۳
انمره	تیر ۹۸	اگر $A$ ماتریس $3 \times 3$ باشد و $ A  = 2$ باشد، حاصل $\left  \frac{1}{ A } A \right $ را بیابید.	۴
نمره ۰/۲۵	شهریور ۹۸	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $ A $ برابر است با .....	۵
نمره ۲	شهریور ۹۸	اگر ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 & i = j \\ i - j & i > j \\ j - i & i < j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، الف) حاصل ماتریس $A \times B$ را به دست آورید. ب) دترمینان ماتریس $B$ را به دست آورید.	۶
نمره ۰/۲۵	خرداد ۹۸	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید شرط لازم و کافی برای اینکه ماتریس مربعی $A$ وارون پذیر باشد، آن است که دترمینان ماتریس $A$ ..... باشد.	۷

شهریور ۹۸ نمره ۰/۷۵	مقدار $m$ را طوری بیابید که ماتریس $A = \begin{bmatrix} m & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد.	۸
دی ۹۸ نمره ۰/۲۵	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $ -A $ برابر است با .....	۹
دی ۹۸ نمره ۱/۲۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $BA$ را بدست آورید.	۱۰
خرداد ۹۹ نمره ۰/۷۵	اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ -4 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ در این صورت حاصل $  A A $ را بیابید.	۱۱
تیر ۹۹ نمره ۱/۷۵	دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & m-2 \\ n+1 & 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ m & 0 & n \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ مفروضند. اگر $A$ یک ماتریس قطری باشد، حاصل $  A + B $ را محاسبه کنید.	۱۲
تیر ۹۹ نمره ۱/۲۵	الف) اگر $A = \begin{bmatrix}  A  & 8 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ در این صورت حاصل $  A $ را بیابید. ب) ماتریس وارون $A$ را حساب کنید.	۱۳
تیر ۹۹ نمره ۰/۲۵	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر $A = \begin{bmatrix} a & 8 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد، مقدار $a$ برابر ..... است.	۱۴

دستگاه معادلات و بررسی تعداد جواب		
انمره	دی ۹۷	دستگاه زیر به ازای چه مقدار $m$ دارای جواب منحصر به فرد است؟ $\begin{cases} (m-3)x + 3y = m \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$
انمره / ۲۵	خرداد ۹۸	مقدار $m$ را چنان بیابید که دستگاه $\begin{cases} mx + 3y = -3 \\ 4x + (m+4)y = 2 \end{cases}$ جواب نداشته باشد.
انمره / ۲۵	تیر ۹۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، اگر داشته باشیم $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ در این حالت دستگاه هیچ جوابی ندارد.
انمره / ۵	تیر ۹۸	دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را به روش ماتریس وارون حل کنید. $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ x - y = 3 \end{cases}$
انمره / ۲۵	شهریور ۹۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب باشد و $ A  \neq 0$ در این حالت دستگاه هیچ جوابی ندارد.
انمره / ۵	شهریور ۹۸	دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید
انمره / ۲۵	دی ۹۸	جواب دستگاه زیر را در صورت وجود با استفاده از ماتریس وارون بیابید. $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$
انمره / ۵	خرداد ۹۹ خارج	دستگاه معادلات خطی تشکیل دهید که $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب بوده و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات آن باشد و سپس جواب دستگاه را با استفاده از $A^{-1}$ بیابید.
انمره ۲	تیر ۹۹	الف) حدود $m$ را طوری بیابید که دستگاه معادلات $\begin{cases} 2mx + 3y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ دارای جواب منحصر به فرد باشد ب) جواب دستگاه مذکور را به ازای $m = 2$ با استفاده از ماتریس وارون محاسبه کنید.

## فصل دوم آشنایی با مقاطع مخروطی

### درس اول: آشنایی با مقاطع مخروطی و مکان هندسی

#### مقاطع مخروطی

دی ۹۷	۲۵/۰ شماره	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. صفحه ای با مولد سطح مخروطی دواری، موازی است و از رأس آن عبور نمی کند، فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی، یک بیضی است.	۱
خرداد ۹۸	۲۵/۰ شماره	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در حالتی که صفحه $P$ بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و با مولد آن $d$ نیز موازی نباشد و تنها یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند، فصل مشترک حاصل یک بیضی خواهد بود.	۲
شهریور ۹۸	۲۵/۰ شماره	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در حالتی که صفحه $P$ بر محور سطح مخروطی $l$ عمود باشد و از رأس عبور نکند، فصل مشترک حاصل یک دایره خواهد بود.	۳
خارج خرداد ۹۹	۲۵/۰ شماره	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. در حالتی که صفحه $P$ بر محور سطح مخروطی $l$ عمود باشد و از رأس عبور کند، فصل مشترک حاصل یک ..... خواهد بود.	۴

#### مکان هندسی

دی ۹۷	۲۵/۰ شماره	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید مکان هندسی نقاطی که از دو خط متقاطع $d, d'$ به یک فاصله اند، نیمساز زاویه بین آنها دو خط میباشند.	۱
خرداد ۹۸	۲۵/۰ شماره	جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. مکان هندسی، مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آنها یک ..... داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد، عضو این مجموعه باشد.	۲



۳	تیر ۹۸	۲۵/نمره	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید مکان هندسی نقاطی که مجموع فواصلشان از دو نقطه ثابت، یک مقدار ثابت باشد، یک ..... است.
۴	تیر ۹۸	۵/نمره	دو نقطه ی $B, A$ و خط $d$ که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروض اند، نقطه ای بیابید که از $B, A$ به یک فاصله بوده و از $d$ به فاصله $۳$ سانتی متر باشد (پیرامون وجود جواب بحث کنید)
۵	شهریور ۹۸ دی ۹۸	۵/نمره	نقاط $C, B, A$ در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از $B, A$ به یک فاصله و از نقطه ی $C$ به فاصله $۳$ سانتی متر باشد. (در مورد تعداد نقاط در حالت های مختلف بحث کنید)
۶	خرداد ۹۹ خارج	۲۵/نمره	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را معلوم کنید مکان هندسی مرکزهای همه دایره هایی با شعاع ثابت $r$ که بر خط $d$ در صفحه مماس اند، دو خط به موازات $d$ و به فاصله $r$ از $d$ است.
۷	تیر ۹۹	۲۵/نمره	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را معلوم کنید. مکان هندسی مرکزهای همه دایره هایی با شعاع ثابت $r$ که بر دایره $C(o, r)$ در صفحه این دایره مماس خارج اند، دایره $C'(o, ۲r)$ است.
۸	تیر ۹۹	۵/نمره	نقاط $D, C, B, A$ در صفحه مفروض اند. نقطه ای در این صفحه بیابید که از $B, A$ به یک فاصله و از $D, C$ نیز به یک فاصله باشد. (بحث کنید)

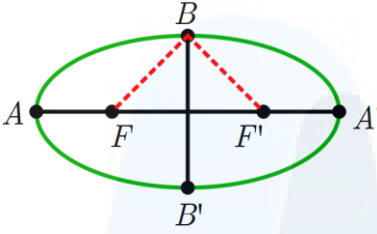
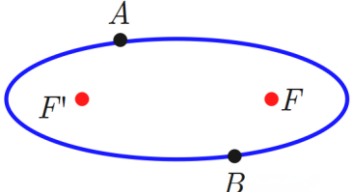
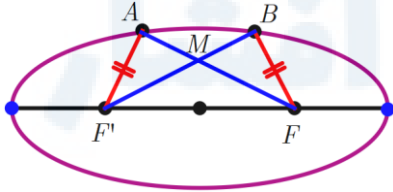
## درس دوم : دایره

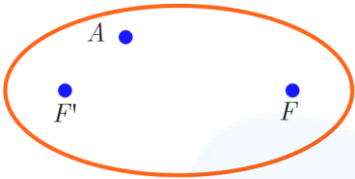
۱	دی ۹۷	۵/نمره	معادله دایره ای را بنویسید که نقاط $B(-۲, ۱), A(۴, -۱)$ دو سر قطری از آن باشند.
۲	دی ۹۷	۱/نمره	حدود $a$ را طوری بیابید که $x^2 + y^2 - ۳x + ۵y + a = ۰$ بتواند معادله یک دایره باشد.
۳	دی ۹۷	۷۵/نمره	دایره های $x^2 + y^2 - ۲x = ۴$ و $x^2 + y^2 = ۴$ نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟

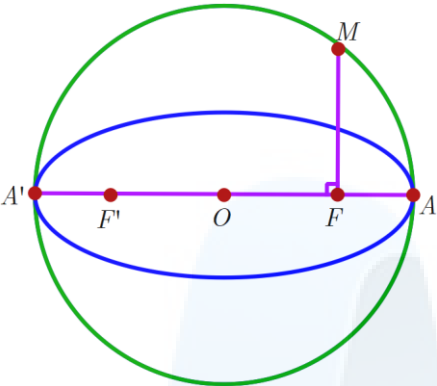
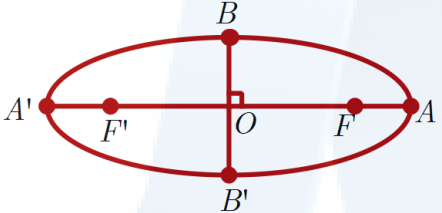
۴	معادله دایره ای را بنویسید که خطوط $x + y = 1$ و $x - y = 3$ شامل قطرهایی از آن بوده و خط $4x + 3y = -5$ بر آن مماس باشد.	۹۸ خرداد	۵/۱ انمیره
۵	از نقطه $A(2, 3)$ روی دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ مماسی بر آن رسم کرده ایم. معادله این خط مماس را به دست آورید.	۹۸ خرداد	انمیره
۶	دایره های $x^2 + y^2 = 1$ و $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟	۹۸ تیر	۵/۱ انمیره
۷	معادله دایره ای را بنویسید که نقطه $O(-2, 3)$ مرکز آن و $M(1, -1)$ یک نقطه از آن باشد.	۹۸ شهریور	انمیره
۸	وضعیت خط $x + y = 2$ و دایره $x^2 + y^2 = 2$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۹۸ شهریور	۲۵/۱ انمیره
۹	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O(2, -2)$ بوده و بر دایره به معادله $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 4$ مماس خارج باشد.	۹۸ دی	۵/۱ انمیره
۱۰	وضعیت خط $3x + y = 0$ را نسبت به دایره $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$ مشخص کنید.	۹۸ دی	۲۵/۱ انمیره
۱۱	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. معادله ضمنی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ معادله یک دایره است اگر و تنها اگر $a^2 + b^2 < 4c$ باشد.	۹۸ دی	۲۵/۱ انمیره
۱۲	دایره های $x^2 + y^2 = 4$ و $x^2 + y^2 - 2x = 4$ نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟	۹۹ خرداد خارج	انمیره
۱۳	معادله دایره ای را بنویسید که $O(-1, -1)$ مرکز آن بوده و روی خط $2x + y = 2$ وترى به طول ۴ ایجاد کند.	۹۹ تیر	۲۵/۱ انمیره
۱۴	وضعیت نقطه $A(1, -2)$ نسبت به دایره $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ را تعیین کنید.	۹۹ تیر	انمیره

درس سوم: بیضی و سهمی

بیضی

<p>۹۷/دی انمره ۵/۱</p>	<p>دی ۹۷</p>	<p>در بیضی شکل مقابل طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک است، اندازه زاویه <math>FBF'</math> را تعیین کنید.</p> 	<p>۱</p>
<p>۹۸/خرداد انمره ۲۵/۲</p>	<p>خرداد ۹۸</p>	<p>جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. در حالتی که خروج از مرکز بیضی صفر باشد، بیضی تبدیل به یک ..... میشود.</p>	<p>۲</p>
<p>۹۸/خرداد انمره ۵/۳</p>	<p>خرداد ۹۸</p>	<p>اگر خروج از مرکز بیضی برابر <math>\frac{3}{5}</math> و طول قطر کوچک بیضی ۱۶ باشد، طول قطر بزرگ بیضی و فاصله کانونی آن را به دست آورید.</p>	<p>۳</p>
<p>۹۸/خرداد انمره ۲۵/۴</p>	<p>خرداد ۹۸</p>	<p>دو نقطه <math>A, B</math> مطابق شکل روی بیضی و نقاط <math>F, F'</math> کانون های بیضی هستند. اگر <math>AF' = BF</math> باشد، ثابت کنید دو پاره خط <math>AF, BF'</math> موازی هستند.</p> 	<p>۴</p>
<p>۹۸/تیر انمره ۲۵/۵</p>	<p>تیر ۹۸</p>	<p>اگر <math>A(2, 12), B(2, -8)</math> دو رأس بیضی (<math>AA'</math> قطر بزرگ بیضی) و خروج از مرکز بیضی برابر <math>\frac{2}{5}</math> باشد، فاصله کانونی بیضی را به دست آورید.</p>	<p>۵</p>
<p>۹۸/تیر انمره ۵/۶</p>	<p>تیر ۹۸</p>	<p>دو نقطه <math>A, B</math> روی یک بیضی و <math>F, F'</math> کانون های بیضی اند. با توجه به شکل، اگر <math>AF' = BF</math> باشد، نشان دهید مثلث <math>FMF'</math> متساوی الساقین است.</p> 	<p>۶</p>

شهریور ۹۸	شماره ۱/۲۵	<p>در شکل مقابل نقطه <math>A</math> داخل بیضی و نقاط <math>F, F'</math> کانون های بیضی اند. ثابت کنید که مجموع فواصل نقطه <math>A</math> از <math>F</math> و <math>F'</math> کوچکتر از قطر بزرگ بیضی است.</p> 	۷
شهریور ۹۸	شماره ۱/۲۵	بیضی با قطرهای $۱۰,۶$ مفروض است. خروج از مرکز بیضی را به دست آورید.	۸
دی ۹۸	شماره ۰/۲۵	درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر یک باشد، بیضی تبدیل به یک پاره خط می شود.	۹
دی ۹۸	شماره ۵/۵	نقطه $M$ روی بیضی به اقطار $۱۰,۶$ واحد به گونه ای قرار دارد که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر $۴$ واحد است. در صورتی که بدانیم مثلث $MFF'$ قائم الزاویه است، طول $MF$ را به دست آورید. ( $F, F'$ کانون های بیضی هستند)	۱۰
خرداد ۹۹	شماره ۵/۵	خارج در یک بیضی خروج از مرکز برابر $\frac{۴}{۵}$ و اندازه قطر بزرگ بیضی برابر $۲۰$ است. طول قطر کوچک بیضی و اندازه مانونی آن را بیابید.	۱۱
خرداد ۹۹	شماره ۱/۲۵	خارج در شکل مقابل نقطه $M$ روی بیضی و کانون های $F, F'$ مشخص شده اند. خط $d$ را به گونه ای رسم کنید که در نقطه $M$ بر بیضی مماس باشد و سپس از نقطه $F'$ خطی موازی با $MF$ رسم کنید تا خط $d$ را در نقطه ای مانند $N$ قطع کند، ثابت کنید $NF' = MF'$	۱۲
خرداد ۹۹	شماره ۰/۲۵	خارج در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. در صورتی که خروج از مرکز بیضی برابر ..... باشد، بیضی تبدیل به یک دایره میشود.	۱۳

انمره	تیر ۹۹	 <p>۱۴ قطر دایره مانند شکل، قطر بزرگ بیضی است و از کانون F عمودی بر AA' رسم کرده ایم تا دایره را در نقطه ای مانند M قطع کند. ثابت کنید MF با نصف قطر کوچک بیضی برابر است.</p>
انمره ۱/۵	تیر ۹۹	 <p>۱۵ در بیضی مقابل طول قطر بزرگ <math>\sqrt{2}</math> برابر قطر کوچک است. اندازه زاویه <math>\widehat{FBF'}</math> چند درجه است؟</p>
انمره	تیر ۹۹	<p>۱۶ اگر در یک بیضی طول قطر کوچک ۲۴ و فاصله کانون تا مرکز آن برابر ۵ باشد، خروج از مرکز بیضی را به دست آورید.</p>
انمره ۰/۲۵	تیر ۹۹	<p>۱۷ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر مجموع فواصل نقطه A از دو کانون بیضی بیشتر از طول قطر بزرگ بیضی باشد، نقطه A در ..... بیضی است.</p>
انمره	تیر ۹۸ تیر ۹۹	<p>۱۸ سهمی <math>y^2 = 4x - 4</math> مفروض است. به مرکز کانون سهمی و به شعاع ۳ دایره ای رسم می کنیم. مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را بیابید.</p>
<b>سهمی</b>		
انمره ۱/۲۵	دی ۹۷	<p>۱ معادله سهمی را بنویسید که F(۱, -۲) کانون و S(۱, ۲) رأس آن باشد. سپس خط هادی آن را بنویسید.</p>
انمره	خرداد ۹۸	<p>۲ سهمی <math>y^2 - 2y + 8x + 9 = 0</math> مفروض است. الف: مختصات رأس، مختصات کانون و معادله خط هادی را به دست آورید. ب: نمودار سهمی را رسم کنید.</p>
انمره	تیر ۹۸	<p>۳ سهمی به معادله <math>y^2 = 4x - 4y</math> مفروض است. مختصات رأس سهمی، مختصات کانون سهمی و معادله خط هادی را بنویسید و سپس نمودار سهمی را رسم کنید.</p>

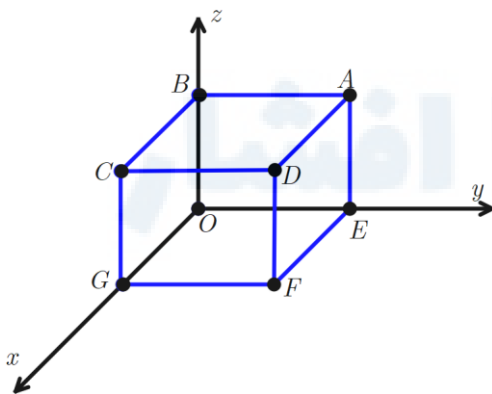
شهریور ۹۸	شماره ۲۵/۰	۴	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند را ..... می نامیم.
شهریور ۹۸	شماره ۱/۲۵	۵	اگر نقطه $A(2, 3)$ رأس سهمی و معادله خط هادی $y = 7$ باشد. الف: معادله سهمی را بنویسید. ب: مختصات کانون سهمی را به دست آورید.
خرداد ۹۹	شماره ۲	۶	سهمی $x^2 = 2y - 4x$ مفروض است. مختصات رأس و کانون سهمی را یافته و مختصات نقطه برخورد سهمی و محورهای مختصات را بیابید.
تیر ۹۹	شماره ۲۵/۰	۷	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از ..... خواهد گذشت.
تیر ۹۹	شماره ۲/۵	۸	الف) مختصات رأس، کانون و معادله خط هادی سهمی $x^2 - 4y + 8x = 0$ را به دست آورید. ب) نمودار سهمی را با استفاده از نقاط کمی رسم کنید.

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

## فصل سوم بردارها

درس اول : معرفی فضای سه بعدی		
۰/۲۵ نمره	۹۸ داد خرداد	<p>۱ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. نقطه <math>A(2, -3, 0)</math> روی صفحه <math>xoy</math> قرار دارد.</p>
۱/۵ نمره	۹۸ داد خرداد	<p>۲ به سوالات زیر پاسخ دهید. الف: معادله صفحه ای را بنویسید که از نقطه <math>A(2, 3, 4)</math> بگذرد و با صفحه <math>xoy</math> موازی باشد. ب: معادلات <math>\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}</math> مربوط به کدام محور است؟ پ: در فضای <math>R^3</math>، نقطه <math>A</math> به طول ۲ روی محور طولها و نقطه <math>B(-4, 6, -3)</math> مفروض اند. مختصات نقطه وسط <math>AB</math> را بیابید.</p>
۰/۵ نمره	۹۸ تیر تیر	<p>۳ نقاط <math>B(-1, 1, 3), A(2, 1, 3)</math> در فضای <math>R^3</math> مفروض اند. معادلات مربوط به پاره خط <math>AB</math> را بنویسید.</p>
۱/۲۵	۹۸ شهریور شهریور	<p>۴ نقاط <math>B(3, -2, 2), A(3, 1, 2)</math> مفروض اند. الف) طول پاره خط <math>AB</math> را به دست آورید. ب) معادلات مربوط به پاره خط <math>AB</math> را بنویسید.</p>
۱/۵ نمره	۹۸ دی دی	<p>۵ وجه های مکعب مستطیل مشخص شده در شکل مقابل، قسمت هایی از صفحات به معادلات <math>z = 0, z = 3, y = 0, y = 4, x = 0, x = 2</math> هستند. الف) مختصات نقطه <math>A</math> را مشخص کنید. ب) معادلات مربوط به یال <math>AD</math> و وجه <math>CDFG</math> را بنویسید.</p>



انمره	خرداد ۹۹ خارج	نمودار مربوط به $\begin{cases} y = \diamond \\ z = \diamond \end{cases}$ چه شکلی است و چه ارتباطی با نمودار معادله $y = \diamond$ دارد؟ چرا؟	۶
بردارها و محاسبات			
انمره	دی ۹۷	اگر $r = 2, \vec{b} = (3, 1, -1), \vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ باشد، بردار $r\vec{b} - \vec{a}$ را به دست آورید.	۱
انمره	خرداد ۹۸	اگر $\vec{b} = (1, 2, 1), \vec{a} = 2\vec{i} - \vec{k}$ باشد، طول بردار $\vec{a} - 2\vec{b}$ را به دست آورید.	۲
نمره ۰/۷۵	تیر ۹۸	اگر $\vec{b} = (0, 1, -1), \vec{a} = 2\vec{j} - 3\vec{k}$ باشند، بردار $\vec{c} = 2\vec{b} - \vec{a}$ را به دست آورید.	۳
نمره ۰/۷۵	دی ۹۸	بردارهای $\vec{b} = (-2, 0, 2), \vec{a} = (1, 2, 3)$ مفروضند. طول بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را محاسبه کنید.	۴
نمره ۱/۵	خرداد ۹۹ خارج	اگر $r = \frac{-1}{2}, \vec{a} = (\sqrt{8}, 2, 4), \vec{b} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k}$ الف) طول بردار $r\vec{b}$ را مشخص کنید. ب) بردار $r\vec{a} + \vec{b}$ را بیابید.	۵
نمره ۱/۵	تیر ۹۹	دو بردار $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}, \vec{a} = (3, -2, 1)$ را در نظر بگیرید الف) بردار $\vec{a}$ در کدام ناحیه از فضای $R^3$ واقع است؟ (شماره ناحیه ذکر شود) ب) طول بردار عمود بر دو بردار $\vec{a}, \vec{b}$ را به دست آورید.	۶



## درس دوم : ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها

## ضرب داخلی و خواص

انمره	دی ۹۷	برای دو بردار غیر صفر $\vec{a}, \vec{b}$ ثابت کنید $\vec{a}, \vec{b}$ برهم عمودند اگر و فقط اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$	۱
نمره ۰/۲۵	خرداد ۹۸	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. حاصل ضرب داخلی دو بردار غیر صفر $\vec{a}, \vec{b}$ که بر هم عمود هستند برابر ..... است.	۲
انمره ۱	تیر ۹۸	برای دو بردار غیر صفر $\vec{a}, \vec{b}$ ثابت کنید: $ \vec{a} \cdot \vec{b}  \leq \ \vec{a}\  \times \ \vec{b}\ $	۳
نمره ۱/۵	تیر ۹۸	مقدار $m$ را طوری تعیین کنید که زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (m, -1, 2)$ , $\vec{b} = (1, -1, 0)$ برابر $45^\circ$ درجه باشد.	۴
نمره ۰/۲۵	شهریور ۹۸	جای خالی را با عدد مناسب کامل کنید. اگر برای دو بردار $\vec{a}, \vec{b}$ داشته باشیم: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \ \vec{a}\  \times \ \vec{b}\ $ در این صورت زاویه بین دو بردار $\vec{a}, \vec{b}$ برابر با ..... است.	۵
انمره	دی ۹۸	اگر بردار $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ باشد، ثابت کنید: $\vec{a} \cdot \vec{a} = \ \vec{a}\ ^2$	۶
نمره ۱/۲۵	خرداد ۹۹ خارج	زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (0, -1, -1)$ و $\vec{b} = (2, -1, -2)$ را بدست آورید.	۷
انمره	تیر ۹۹	بردارهای $\vec{a} = (-2, 0, 2)$ , $\vec{b} = 2\vec{j} + 2\vec{k}$ را در نظر بگیرید. زاویه بین دو بردار $\vec{a}, \vec{b}$ را به دست آورید.	۸

## تصویر قائم یک بردار بر بردار دیگر

انمره	دی ۹۷	اگر $\vec{a} = (-1, -3, 0)$ , $\vec{b} = (3, -4, 2)$ , $\vec{c} = (-1, 1, 4)$ باشند، آنگاه تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b} + \vec{c}$ را به دست آورید.	۱
نمره ۱/۲۵	خرداد ۹۸	بردارهای $\vec{a} = (1, -3, 2)$ , $\vec{b} = (-2, 1, -5)$ را در نظر بگیرید و سپس تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را بر امتداد $\vec{b}$ به دست آورید.	۲

انصره	تیر ۹۸	تصویر قائم بردار $\vec{a} = (5, -1, 2)$ را بر امتداد بردار $\vec{b} = (1, -1, 0)$ بیابید.	۳
انصره/۲۵	شهریور ۹۸	ثابت کنید که اگر دو بردار $\vec{a}, \vec{b}$ در یک راستا باشند، آنگاه تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b}$ برابر خود $\vec{a}$ میشود.	۴
انصره/۷۵	دی ۹۸	بردارهای $\vec{a} = (1, 2, 3), \vec{b} = (-2, 0, 2)$ مفروضند. تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را بر امتداد بردار $\vec{b}$ به دست آورید.	۵
انصره/۲۵	دی ۹۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر برای دو بردار غیر صفر $\vec{a}, \vec{b}$ داشته باشیم: $\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta$ در این صورت $\theta = \frac{\pi}{2}$ است. (زاویه بین دو بردار $\vec{a}, \vec{b}$ است.)	۶
انصره	خرداد ۹۹ خارج	بردارهای $\vec{a} = (-4, 3, -5)$ و $\vec{b} = (1, -1, 1)$ را در نظر بگیرید. تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b}$ را بدست آورید.	۷
انصره/۲۵	خرداد ۹۹ خارج	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. برای هر دو بردار $\vec{a}, \vec{b}$ نامساوی $ \vec{a} \cdot \vec{b}  \geq  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta$ برقرار است.	۸
انصره	تیر ۹۹	بردارهای $\vec{a} = (-2, 0, 2), \vec{b} = 2\vec{j} + 2\vec{k}$ را در نظر بگیرید. تصویر قائم بردار $\vec{a} + \vec{b}$ را بر امتداد $\vec{b}$ به دست آورید.	۹
<b>ضرب خارجی دو بردار</b>			
انصره/۵	دی ۹۷	بردارهای $\vec{a}, \vec{b}$ مفروض اند. اگر $ \vec{a}  = 3,  \vec{b}  = 26,  \vec{a} \times \vec{b}  = 72$ باشد، مقدار $\vec{a} \cdot \vec{b}$ را محاسبه کنید.	۱
انصره/۷۵	خرداد ۹۸	بردارهای $\vec{a} = (1, -3, 2), \vec{b} = (-2, 1, -5)$ را در نظر بگیرید و برداری عمود بر این دو بردار بنویسید.	۲
انصره	خرداد ۹۸	ثابت کنید: دو بردار غیر صفر $\vec{a}, \vec{b}$ که با هم موازی هستند، اگر و فقط اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$	۳

نمبره ۱/۲۵	تیر ۹۸	بردارهای $\vec{a}, \vec{b}$ مفروض اند. اگر $\ \vec{a}\  = 3, \ \vec{b}\  = 8, \ \vec{a} \times \vec{b}\  = 12$ باشد، مقدار $\vec{a} \cdot \vec{b}$ را محاسبه کنید.	۴
نمبره ۰/۲۵	شهریور ۹۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. برای بردار غیر صفر $\vec{a}$ در $R^3$ داریم: $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$	۵
انمبره	شهریور ۹۸	اگر $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ بردارهای واحد در $R^3$ باشند، حاصل $\vec{i} \cdot (\vec{j} \times \vec{k})$ را به دست آورید.	۶
نمبره ۰/۲۵	دی ۹۸	اگر $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ بردارهای واحد در $R^3$ باشند، حاصل $\vec{k} \cdot (\vec{i} \times \vec{j})$ برابر است با .....	۷
نمبره ۱/۲۵	خرداد ۹۹ خارج	ثابت کنید: دو بردار غیر صفر $\vec{a}, \vec{b}$ که با هم موازی هستند، اگر و فقط اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$	۸

## مساحت متوازی الاضلاع و مثلث و حجم متوازی السطوح

انمبره	دی ۹۷	مساحت متوازی الاضلاعی که توسط بردارهای $\vec{a} = (1, 0, 1), \vec{b} = (0, 1, 1)$ تولید می شود را به دست آورید.	۱
انمبره	خرداد ۹۸	مقدار $m$ را طوری تعیین کنید که سه بردار $\vec{a} = (1, m, -1), \vec{b} = (2, 3, -1), \vec{c} = (1, -1, 3)$ در یک صفحه باشند.	۲
نمبره ۱/۲۵	خرداد ۹۸	اگر طول بردارهای $\vec{a}, \vec{b}$ به ترتیب ۴, ۶ و $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ باشد. مساحت مثلث بنا شده توسط دو بردار $\vec{a}, \vec{b}$ را به دست آورید.	۳
انمبره	تیر ۹۸	حجم متوازی السطوحی را محاسبه کنید که توسط بردارهای $\vec{a} = (2, 1, 0)$ و $\vec{b} = (1, 0, 2)$ و $\vec{c} = (3, 2, 1)$ تولید می شود.	۴
انمبره ۲	شهریور ۹۸	سه بردار $\vec{a} = (2, 3, 1), \vec{b} = (-1, 1, 0), \vec{c} = (2, 1, -2)$ مفروض اند. الف) برداری عمود بر دو بردار $\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}$ به دست آورید. ب) حجم متوازی السطوحی که توسط سه بردار $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ تولید می شود را به دست آورید.	۵

۵/نمره	دی ۹۸	اگر $A = (-1, 2, 0)$ , $B = (1, 0, -1)$ , $C = (0, -1, 1)$ سه راس مثلث ABC را با استفاده از ضرب خارجی بردارها به دست آورید.	۶
۷۵/نمره	خرداد ۹۹ خارج	بردارهای $\vec{a} = (-4, 3, -5)$ و $\vec{b} = (1, -1, 1)$ را در نظر بگیرید. مساحت مثلث پدیده آمده توسط بردارهای $\vec{a}, \vec{b}$ را بنویسید.	۷

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



مرکز مشاوره تحصیلی  
علیرضا افشار

راه‌های ارتباطی مرکز مشاوره

تلگرام

اینستاگرام

وبسایت




AlirezaAfsharOfficial

AlirezaAfsharOriginal

www.AlirezaAfshar.org

رزور مشاوره خصوصی علیرضا افشار

برای رزور مشاوره خصوصی تک جلسه و ماهانه  
به شماره ۰۹۳۵۸۹۶۰۵۰۳ در واتساپ  پیام دهید

Afshar.xyz

آدرس تمام رسانه ها :

