

۱۷۵	<p>اگر <math>A = [a_{ij}]</math> یک ماتریس <math>3 \times 3</math> با درآیه های <math>a_{ij} = \begin{cases} i - j &amp; i &lt; j \\ 2 &amp; i = j \\ i + j &amp; i &gt; j \end{cases}</math> باشد، درآیه های <math>a_{12}, a_{21}, a_{22}</math> را به دست آورید.</p>	۳
-----	--	---

(دی ۹۹)

Handwritten solution for the matrix problem:

$i=1, j=2$

$$A = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{21} \\ a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-2 \\ 2+1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$i=2, j=1$

$i=2, j=2$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(دی ۹۹)

$$A_{m \times p} \times B_{p \times h} = C_{m \times h}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} \varepsilon & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + 3a & -1 + 2a \\ b - 3 & -2b - 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -1 + 2a = 0 \rightarrow a = \frac{1}{2} \\ b - 3 = 0 \rightarrow b = 3 \end{cases} \Rightarrow AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

(شهریور ۹۹)

$$\begin{cases} x-1 = y+1 \rightarrow y = x-2 \\ x-2 = 1 \rightarrow x = 3 \\ z+1 = 4 \rightarrow z = 3 \end{cases}$$

مرکز مشاوره تحصیلی  
علیرضا افشار

B مفروض اند، اگر A یک ماتریس قطری باشد، حاصل

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ m & 0 & n \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & m-2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ n+1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

مرکز مشاوره تحصیلی علیرضا افشار

دوماتریس

$$m-2=0 \rightarrow m=2$$

$$n+1=0 \rightarrow n=-1$$

AB را محاسبه کنید.

(خرداد ۱۴۰۰)

$$A \times B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 6 & 0 & -3 \\ 9 & -3 & 6 \end{bmatrix}$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

$$I^n = I$$

۴ اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، ماتریس  $A^7$  را به دست آورید.

$$A^2 = A \times A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = -2I \xrightarrow{\text{توان ۳}} A^6 = (-2I)^3 = -8I = -2I$$

$$\xrightarrow{XA} A^7 = -8 \times I \times A = -8A = \begin{pmatrix} 0 & -16 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

$$\begin{bmatrix} x & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & y-2 \end{bmatrix}$$

$1 \times 2$                        $2 \times 2$

(دی ۹۹)

$$\begin{bmatrix} 2x & 4x-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & y-2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 2x = 4 \rightarrow x = 2 \\ 4x - 2 = y - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 2 = y - 2 \end{cases} \xrightarrow{x=2} 7 = y - 2 \rightarrow y = 9$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  و  $I_3$  ماتریس همانی  $3 \times 3$  باشد، حاصل عبارت زیر را به دست

$$|A \times B| + |I_3| =$$

آورید.

$$A \times B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -3 & 4 \\ 3 & -2 & 6 \\ -3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$|AB| = (-24 + 54 + 12) - (-18 + 12 + 12) = 30 - 24 = 6$$

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |I_3| = 1$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

مرکز مشاوره تحصیلی علیرضا افشار  
دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & m-2 \\ n+1 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ m & 0 & n \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$  مفروض اند. اگر  $A$  یک ماتریس قطری باشد، حاصل  $|A| + |B|$  را محاسبه کنید.

$$\begin{cases} m-2=0 \rightarrow m=2 \\ n+1=0 \rightarrow n=-1 \end{cases} \quad (\text{خرداد ۹۹})$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow |A| = 2 - 0 = 2$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



مرکز مشاوره تحصیلی علیرضا افشار  
 دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$   $2 \times 2$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$   $2 \times 3$  در نظر بگیرید

الف) آیا جمع دو ماتریس A و B تعریف می شود؟ چرا؟  
 ب) حاصل  $|A \times B|$  را به دست آورید.

(شهریور ۱۴۰۰)

$$A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \times \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & -2 \end{bmatrix}_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -2 \\ -4 & 6 & -4 \end{bmatrix}$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

(دی ۱۴۰۰)

$$A = [2i - 3j]_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $|A^3|$  را محاسبه کنید.

$|A^n| = |A|^n$   
 $|kA| = k^n |A|$   
 $A : n \times n$

(خرداد ۹۸)

$$|A| = (1 + 0 + 0) - (6 + 0 + 0) = 2$$

$$|A^3| = |A|^3 = 2^3 = 8$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

ب) ماتریس وارون  $A$  را حساب کنید.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{(خرده‌داشته)}} |A| = 5|A| - 12$$

$$4|A| = 12 \Rightarrow |A| = 3$$

$$\therefore |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{3}$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

$$\textcircled{1} A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

(شهریور ۱۴۰۰)

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

شرط وارندگی پذیری

$$\textcircled{2} AA^{-1} = I$$

$$\textcircled{3} (A^{-1})^{-1} = A$$

$$\textcircled{4} |A| \neq 0$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{7+2} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} =$$
  
$$A = \begin{pmatrix} \frac{3}{9} & \frac{1}{9} \\ -\frac{2}{9} & \frac{2}{9} \end{pmatrix}$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

مقدار m را طوری بیابید که دستگاه معادلات خطی

$$\begin{cases} 2x + my = 1 \\ (m-1)x + y = 3 \end{cases}$$

جواب نداشته باشد.

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

①  $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$

مسئله اجزا ~~نفریندار~~ (شهریور ۱۴۰۰)

②  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

③  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

بند جواب

برنگر جواب

$$\frac{2}{m-1} = \frac{m}{1} \neq \frac{1}{3}$$

$$2 = m^2 - m \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

اگر مرکز مشاوره تخصصی علیرضا افشار <https://afshar.org> را ماتریس مجهولات و B را ماتریس معلومات دستگا

در نظر بگیریم، از تساوی  $AX=B$  ماتریس X را به دست آورید.

$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ -4x + 3y = 2 \end{cases}$$

$$AX=B \Rightarrow X=A^{-1}B \quad (\text{دی } 1400)$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{7-4} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/3 & 1/3 \\ 4/3 & 2/3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/3 & 1/3 \\ 4/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7+1 \\ 8+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x = 8 \\ y = 10 \end{cases}$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

$$\begin{cases} 2x - 4y = 7 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(خرداد ۱۴۰۰)

$$A^{-1} = \frac{1}{2+8} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{10} & \frac{2}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

$$X = A^{-1} B = \begin{pmatrix} \frac{1}{10} & \frac{2}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

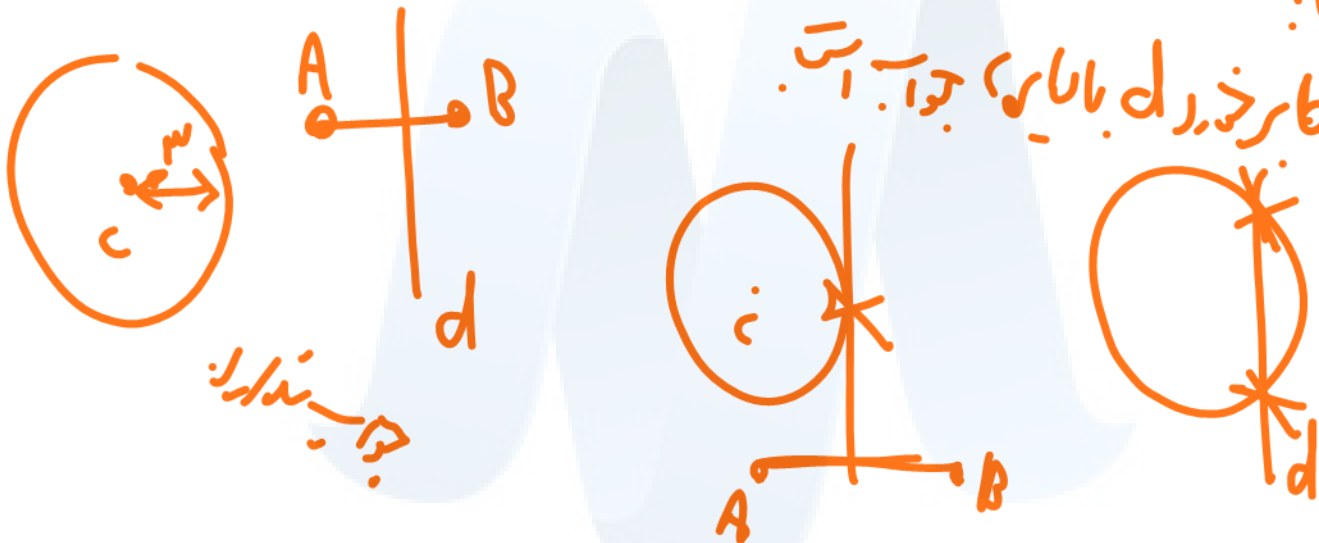
مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



۱/۵	نقاط $A, B, C$ در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از $A$ و $B$ به یک فاصله و از نقطه $C$ به فاصله ۳ سانتی متر باشد (بحث کنید).	۷
-----	--	---

مسئله هندسی تا حل از  $A, B$  (شهریور ۹۸) به یک فاصله باشند حال عمود منصف  $AB$  باشد. مکان هندسی تا حل که از  $C$  به فاصله ۳ باشند (دایره ای است به مرکز  $C$  به شعاع ۳). تعداد تا طرز  $d$  با  $n$  جواب است.

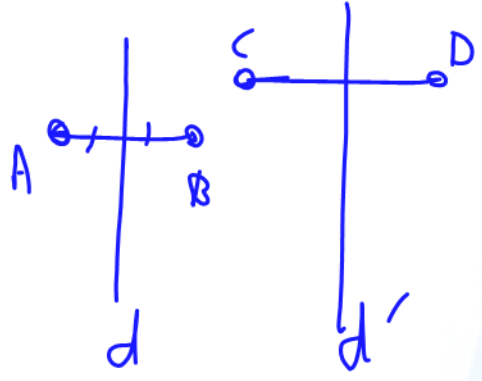


مرکز مشاوره تحصیلی

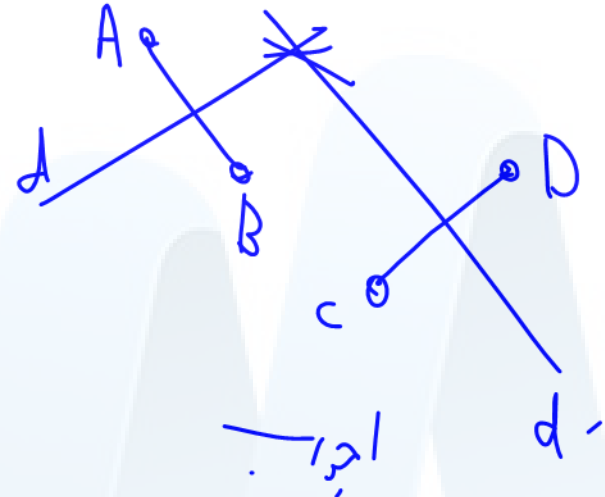
علیرضا افشار



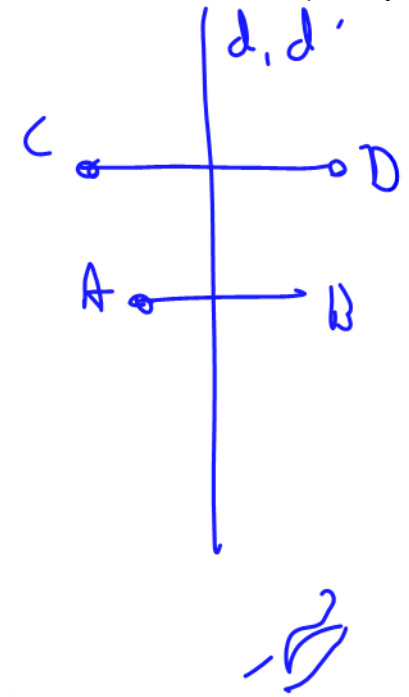
(خرداد ۹۹)



جواب ندارند



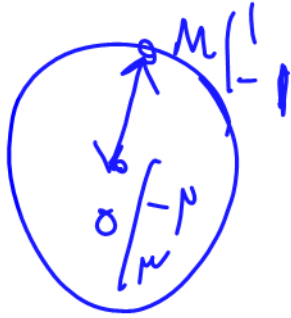
اجرا



مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

$$C(x, y): (x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2 \quad \text{(شهریور ۹۸)} \quad \begin{matrix} \alpha \\ \beta \end{matrix} \quad \omega = R$$



$$|OM| = R = \sqrt{(-2-1)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{9+16} = 5 = R$$

$$C: (x+2)^2 + (y-3)^2 = 25$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

معادله کدایشواران تحویل و سایر خطوط  $X + Y = 1$  و  $X - Y = 3$  شامل قطرهایی از آن بوده و <https://afshar.xyz> آن مماس باشد.

(دی ۹۹)

$d = \frac{|Ax + By + C|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

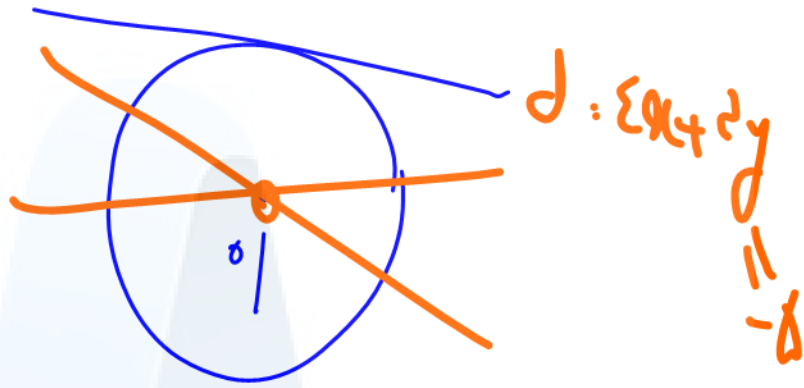
$L: ax + by = c$

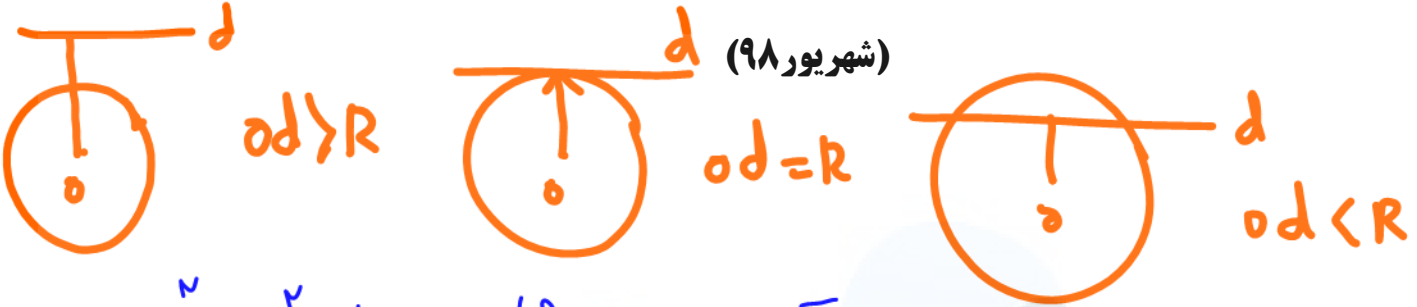
$L = \frac{|ax + by - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$O: \begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \rightarrow O(2, -1)$

$L = \frac{|2 - (-1) + d|}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{1 + d}{\sqrt{2}} = 2 = R$

$C: (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$





(شهریور ۹۸)

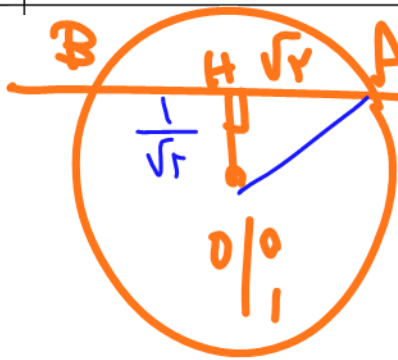
$x^2 + y^2 = 2 \rightarrow O(0,0)$      $R = \sqrt{2} \approx 1,41 \Rightarrow |od| = R$

$$|od| = \frac{|0+0-2|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

نقطه برآیند خط

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



(شهریور ۱۴۰۰)

$$d: x+y=2$$

$$OH = |od| = \frac{|0+1-2|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Delta OAH: OA^2 = OH^2 + AH^2 \Rightarrow OA^2 = \frac{1}{2} + R^2 = \frac{d}{2} = R^2$$

$$C: (x-0)^2 + (y-1)^2 = \frac{d}{2}$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

فاصله بین دو دایره  $OO' = R + R'$  (دی ۹۹) فاصله در بیخ  $OO' = |R - R'|$

تقاطع مداخل  $OO' < |R - R'|$

فاصله  $OO' > R + R'$  مداخل  $OO' < |R - R'|$

$OO' = \sqrt{(1-0)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{2}$  
 $\left. \begin{matrix} R + R' = 2 \\ R - R' = 0 \end{matrix} \right\}$

$0 < \sqrt{2} < 2 \rightarrow |R - R'| < OO' < R + R' \rightarrow$  (دو دایره متقاطعند)

مرکز مشاوره تحصیلی  
علیرضا افشار





$$2b = 24 \rightarrow b = 12$$

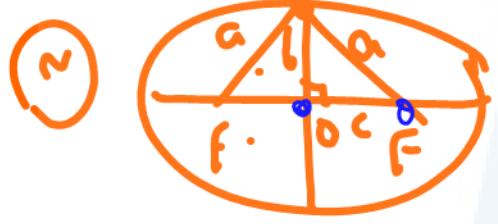
(خرداد ۹۹)

$$e = \frac{c}{a} < 1$$



$$M \in \text{بیضی} \Rightarrow MF + MF' = 2a$$

قطر بزرگ = 2a ، قطر کوچک = 2b



$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$b = 12 \quad c = 5$$

$$a^2 = b^2 + c^2 = 144 + 25 = 169 = 13^2 \Rightarrow a = 13$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{5}{13} \checkmark$$

در یک بیضی خروج از مرکز  $\frac{2}{3}$  و طول قطر کوچک ۸ باشد طول قطر بزرگ و ناصبه کانونی

$$e = \frac{2}{3} = \frac{c}{a} \Rightarrow c = \frac{2}{3}a$$

$$a = \frac{4 \times 4}{\sqrt{5}}$$

$$2b = 8 \rightarrow b = 4$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 16 + \frac{4}{9} \times a^2$$

$$a^2 - \frac{4}{9}a^2 = 16 \Rightarrow \frac{5}{9}a^2 = 16 \rightarrow a^2 = \frac{9 \times 16}{5}$$

$$1a = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

$$c = \frac{2}{3}a = \frac{2}{3} \times \frac{12}{\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}} \Rightarrow 2c = \frac{16}{\sqrt{5}}$$



$A(1, 2) = h$  (دی ۹۹)

سهمی نام منفی :

$p = k$

$f | h = 1$

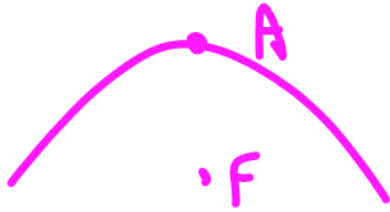
$k - a - 2 - a = -2 \rightarrow a = \epsilon$

$\Delta: y = k + a = 2 + \epsilon = 7$

$(x - h)^2 = -\epsilon a (y - k) \Rightarrow (x - 1)^2 = -\epsilon \times \epsilon (y - 2)$

مرکز مشاوره تحصیلی  
علیرضا افشار

$$\Delta \quad y=7$$



(شهریور ۹۸)

$$\begin{aligned} A \mid 2 &= h \\ A \mid 3 &= k \end{aligned}$$

$$\Delta: y = k + a$$

$$7 = 3 + a \Rightarrow a = 4$$

$$(x - 2)^2 = 4 \times 4 (x - 2)$$

$$F \mid h = 2$$

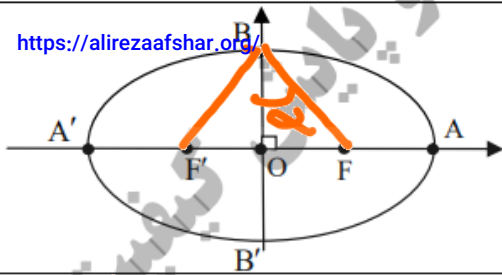
$$F \mid k - a = 3 - 4$$

$$\Rightarrow F \mid 2$$

$$F \mid -1$$

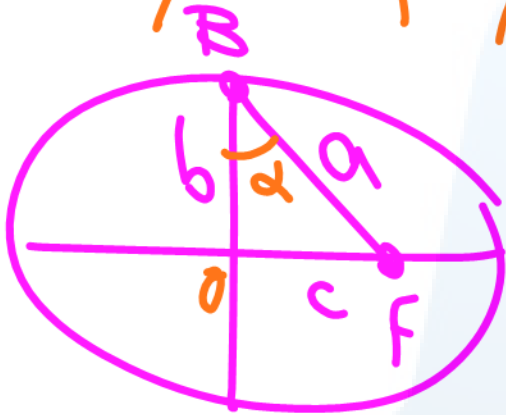
مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



۱۰ مرکز مشاوره تحصیلی علیرضا افشار  
در بیضی مقابل، طول قطر کوچک  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  طول قطر بزرگ است.  
اندازه زاویه  $F'BF$  را به دست آورید.

$$b = \frac{\sqrt{3}}{2} a \quad (\text{شهریور ۱۴۰۰})$$

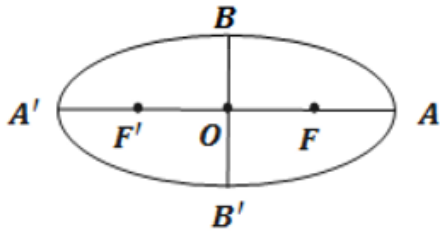


$$\cos \alpha = \frac{OB}{BF} = \frac{b}{a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} a}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\alpha = 30^\circ \Rightarrow \angle F'BF = 2\alpha = 60^\circ$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



در بیضی شکل مقابل ثابت کنید  $AF = A''F'$

(دی ۱۴۰۰)  $\Rightarrow AF + A''F' = 2a$  یعنی  $A \in$

$\Rightarrow A''F' + A''F = 2a$  یعنی  $A'' \in$

$$\Rightarrow AF + (AF + F'F) = A''F' + (A''F' + F'F)$$

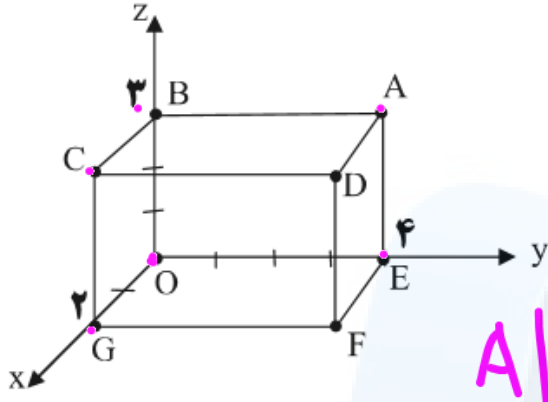
$$2AF = 2A''F' \Rightarrow AF = A''F'$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

۱/۵

۱۲



بنویسید و سپس مختصات آن را بر محورهای x، y و z مشخص کنید.  
 وجه‌های مکعب مستطیل مشخص شده در شکل مقابل، قسمت‌هایی از صفحات به معادلات  $x=0, x=2$  و  $y=0, y=4$  و  $z=0, z=3$  هستند. الف) مختصات نقطه A را مشخص کنید. ب) معادلات مربوط به یال AD و وجه CDFG را بنویسید.

A | 2  
 4 | 3  
 0 | 0

D | 2  
 4 | 3  
 2 | 0

(شهریور ۱۴۰۰)

AD یال:  $\begin{cases} y=4 \\ z=3 \end{cases}$   $2 \leq x \leq 2$

وجه CDFG:  $x=2$   $0 \leq y \leq 4$   $0 \leq z \leq 3$

G | 0  
 4 | 0  
 0 | 0

F | 2  
 4 | 0  
 0 | 0

C | 0  
 4 | 0  
 3 | 0

D | 2  
 4 | 0  
 3 | 0

مرکز مشاوره تحصیلی

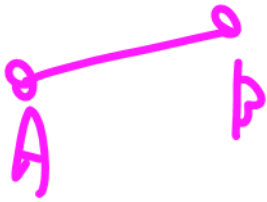
علیرضا افشار

الف) طول پاره خط  $AB$  را به دست آورید.

ب) معادلات مربوط به پاره خط  $AB$  را بنویسید.

(شهریور ۹۸)

$$|AB| = \sqrt{0 + 9 + 0} = 3$$



$$\begin{cases} x=3 \\ z=2 \end{cases} \quad -2 \leq y \leq 1$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

$$\vec{b} = (0, 2, 2)$$

بردارهای  $\vec{a} = (-2, 2, 4)$  و  $\vec{b} = 2\vec{j} + 2\vec{k}$  را در نظر بگیرید.

الف) زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  را به دست آورید.

ب) تصویر قائم بردار  $\vec{a} + \vec{b}$  را بر امتداد بردار  $\vec{b}$  به دست آورید.

(خرداد ۹۹)

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{0 + 0 + 8}{\sqrt{4+0+4} \sqrt{0+4+4}} = \frac{8}{8} = 1 \Rightarrow \alpha = 0^\circ$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (-2, 2, 4)$$

$$\vec{b} = (0, 2, 2)$$

$$(\vec{a} + \vec{b})' = \frac{(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$$

$$= \frac{0 + 8 + 8}{\sqrt{0+4+4}} (0, 2, 2)$$

$$= \frac{16}{2\sqrt{4}} (0, 2, 2)$$



اگر  $\vec{a} = (1, -3, 4)$  و  $\vec{b} = (3, -4, 2)$  و  $\vec{c} = (-1, 1, 4)$  باشند آنگاه تصویر قائم بردار  $\vec{a}$  بر امتداد  $\vec{b} + \vec{c}$  را

$$\vec{b} + \vec{c} = (2, -3, 2)$$

به دست آورید.

(خرداد ۱۴۰۰)

$$a' = \frac{a \cdot (b+c)}{|b+c|^2} (b+c)$$

$$= \frac{1+9+16}{(\sqrt{4+9+4})^2} (2, -3, 2) = \frac{25}{25} (2, -3, 2)$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

نقاط مرکز مشاوره تحصیلی و علی رضا افشار  $B = (3, 2, -1)$  و رادر فضا در نظر می گیریم، کدام ها روی خط  $\begin{cases} y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$  قرار دارند؟ چرا؟

(دی ۹۹)

مرکز مشاوره تحصیلی  
علیرضا افشار

$\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$  را به دست آورید.

$$|a+b+c|^2 =$$

(خرداد ۱۴۰۰)

$$\Rightarrow |a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + 2a \cdot b + 2a \cdot c + 2b \cdot c = 0$$

$$1 + 4 + 9 + 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) = 0 \Rightarrow a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c = -7$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

الف) بردار  $\vec{a}$  در کدام ناحیه از فضای  $\mathbb{R}^3$  واقع است؟ (شماره ناحیه ذکر شود)

ب) طول بردار  $2\vec{a} - \vec{b}$  را به دست آورید.

$$2\vec{a} - \vec{b} = (2, 4, -2) - (0, 2, -1) \quad (\text{دی ۹۹})$$

$$2\vec{a} - \vec{b} = (2, 2, -1)$$

$$|2\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

(دی ۹۹)

$$a \cdot b = 0 \rightarrow |a| |b| \cos \alpha = 0$$

$$\underline{a, b \neq \vec{0}} \rightarrow \cos \alpha = 0$$

$$\alpha = 90^\circ$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

(دی ۹۸)

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| |\vec{a}| \cos 0 = |\vec{a}|^2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = |\vec{a}|^2$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

الف) زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  را به دست آورید.

ب) برداری عمود بر دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  پیدا کنید.

(دی ۱۴۰۰)

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{2 + 1 + 0}{\sqrt{4+1+4} \times \sqrt{1+1+0}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = (0 - (-2), -(0 - 2), -2 - (-1))$$

$$= (2, 2, -1)$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 \quad (\text{شهریور } 1400)$$

$$72^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = 3^2 \times 26^2 = 71^2$$

$$(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = 71^2 - 72^2 = 6 \times 150 = 900 = 30^2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \pm 30 \xrightarrow{\text{حالا}} \vec{a} \cdot \vec{b} = 30 \checkmark$$

(خرداد ۱۴۰۰)



الف) برداری عمود بر دو بردار  $-\vec{b}$  و  $\vec{c}$  را به دست آورید.

ب) حجم متوازی السطوحی که توسط سه بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  تولید می شود را به دست آورید.

$$C \times (-2b) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \end{vmatrix} \quad (\text{خرداد ۱۴۰۰})$$

$$= (0 - 4)j - (0 + 4)k - 2 - 2$$

$$V = |a \cdot (b \times c)| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & | & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & | & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & | & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-4j - 4k - 7)$$

$$= |(-4 + 0 - 7) - (7 + 0 + 2)|$$

$$|-11 - 9| = |-20| = 20$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

$$|a \times b|^2 + (a \cdot b)^2 = |a|^2 |b|^2 \quad (\text{خرداد ۹۸})$$

$$|a \times b|^2 + 12^2 = \varepsilon^2 \times 6^2 = 36\varepsilon^2$$

$$|a \times b|^2 = 36\varepsilon^2 - 12^2 = 12^2 \times 2$$

$$|a \times b| = 12\sqrt{2} \times 2 = 24\sqrt{2}$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} |a \times b| = 12\sqrt{2}$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

$$S_{\square} = |\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{4 + 1 + 16} = \sqrt{21}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (2 \quad -1 \quad -4)$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

الف) برداری عمود بر دو بردار  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{c}$  را به دست آورید.

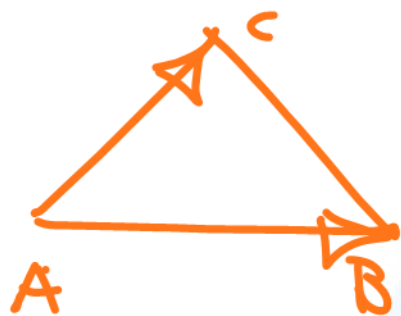
ب) حجم متوازی السطوحی که توسط سه بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  تولید می شود را به دست آورید.

$$(a+b) \times c = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix} \quad (\text{شهریور ۹۸}) = (-9, +4, -7)$$

$$V = \left| a \cdot (b \times c) \right| = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



(دی ۹۸)

$$\vec{AB} = B - A = (2, -2, -1)$$

$$\vec{AC} = C - A = (1, -3, 1)$$

$$AB \times AC = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -2 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix} = (-2-2, -2-2, -4)$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} |AB \times AC| = \frac{1}{2} \sqrt{2^2 + 4^2 + 16} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار



مرکز مشاوره تحصیلی  
علیرضا افشار

راه‌های ارتباطی مرکز مشاوره

تلگرام

اینستاگرام

وبسایت




AlirezaAfsharOfficial

AlirezaAfsharOriginal

www.AlirezaAfshar.org

رزور مشاوره خصوصی علیرضا افشار

برای رزور مشاوره خصوصی تک جلسه و ماهانه  
به شماره ۰۹۳۵۸۹۶۰۵۰۳ در واتساپ  پیام دهید

Afshar.xyz

آدرس تمام رسانه ها :

