

فیزیک

۳

فصل ۱: حرکت بر خط راست

نردهای

۱- تندی متوسط

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

تعریف: به نسبت مسافت طی شده (l) به تغییرات زمان (Δt)، تندی متوسط گفته می‌شود.

بردار

۲- سرعت متوسط

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

تعریف: به نسبت بردار جابه‌جایی (\vec{d}) به تغییرات زمان (Δt)، سرعت متوسط می‌گویند.

شبهت تندی متوسط و سرعت متوسط: یکای هر دو در SI، متر بر ثانیه (m/s) است.

تفاوت تندی متوسط و سرعت متوسط: اول این که اندازه سرعت متوسط همواره کوچک‌تر یا مساوی تندی متوسط است؛ یعنی $v_{av} \leq s_{av}$ (اگر مسیر مستقیم باشد و جهت حرکت تغییر نکند، $v_{av} = s_{av}$ می‌شود). دوم هم این که تندی نردهای و سرعت برداری است.

راهنمایی! در برخی تست‌ها مقدار تندی یا سرعت را بر حسب km/h می‌دهند یا می‌خواهند. برای تبدیل یکا از m/s به km/h کافی است مقدار مورد نظر را در ۳/۶ ضرب کنید. برای تبدیل km/h به m/s هم قاعدتاً باید

$$\text{km/h} \xrightarrow{\div 3/6} \text{m/s} \xleftarrow{\times 3/6}$$

این مقدار را بر ۳/۶ تقسیم کنید، یعنی:

۳- رابطهٔ سرعت متوسط در راستای یک محور (مثلاً x) [برداری]

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i}$$

اگر جهت حرکت متحرک در یک راستای مشخص مثل محور \vec{x} باشد، می‌توان رابطهٔ سرعت متوسط را برحسب بردار یکه این‌گونه نوشت.

نکته

با توجه به این رابطه اگر متحرک در جهت محور x حرکت کند، $v > 0$ و اگر خلاف جهت محور حرکت کند، $v < 0$ خواهد بود.

☀️ اگر صرفاً اندازهٔ سرعت متوسط در راستای یک محور را بخواهیم، از

رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ استفاده می‌کنیم.

۴- شتاب متوسط [برداری]

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

تعریف: به نسبت تغییرات سرعت ($\Delta \vec{v}$) به تغییرات زمان (Δt)، شتاب متوسط می‌گویند.

معرفی کمیت‌ها: \vec{v}_1 سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 و \vec{v}_2 سرعت متحرک

در لحظهٔ t_2 است. یکای شتاب m/s^2 (و البته N/kg) است.

☀️ سرعت‌ها را به صورت برداری باید از هم کم کنید، نه جبری!

نکته

بردار شتاب متوسط (\vec{a}_{av}) هم‌جهت با بردار تغییر سرعت ($\Delta \vec{v}$) است.

فیزیک دوازدهم: فصل ۱

۵- اندازه شتاب متوسط در حرکت بر خط راست

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

اگر متحرک در یک راستا حرکت کند، می‌توانیم از این رابطه استفاده کنیم.

توجه

در این رابطه، می‌توانیم سرعت‌ها را (با توجه به علامت آن‌ها) به صورت جبری از هم کم کنیم.

۶- تشخیص تند یا کند شونده بودن حرکت

$$a \times v > 0 \Rightarrow \text{تندشونده}$$

$$a \times v < 0 \Rightarrow \text{کندشونده}$$

۷- معادله مکان-زمان در حرکت با سرعت ثابت

$$x = vt + x_0$$

اگر یک متحرک با سرعت ثابت (یعنی اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت باشد) حرکت کند و در لحظه شروع ($t_1 = 0$) در مکان x_0 و در لحظه t در مکان x باشد، چنین رابطه‌ای بین مکان، زمان و سرعت آن برقرار است.

نکته

در این حرکت:

۱- سرعت متوسط و لحظه‌ای با هم برابر است؛ یعنی: $v_{av} = v$

۲- جابه‌جایی و مسافت طی شده هم برابر است: $|d| = 1$

۳- اگر متحرک در جهت محور x حرکت کند، سرعت مثبت و در غیر این صورت منفی است.

☀️ در این حرکت چون تغییر سرعت نداریم، شتاب و نیرو هم نداریم؛
یعنی: $F = 0, a = 0$.

◀️ ۸- معادله سرعت-زمان در حرکت با شتاب ثابت (مستقل از جابه‌جایی)

$$v = at + v_0$$

اگر یک متحرک با شتاب ثابت حرکت کند و در لحظه شروع ($t = 0$) دارای سرعت v_0 و در لحظه t ، سرعت v را داشته باشد، چنین رابطه‌ای بین سرعت، زمان و شتاب آن برقرار است.

📌 **کاربرد** هر جا اندازه جابه‌جایی را نمی‌دانستید، از این رابطه کمک بگیرید.

◀️ ۹- معادله سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت (مستقل از شتاب)

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

در حرکت با شتاب ثابت، چون تغییرات سرعت نسبت به زمان یک تابع خطی است، سرعت متوسط متحرک در یک بازه زمانی برابر است با میانگین سرعت‌های متحرک بین این دو لحظه. (یعنی لحظه ابتدا و انتهای بازه زمانی)

📌 **کاربرد** هر جا اندازه شتاب را نداشتید، از این رابطه استفاده کنید.

◀️ ۱۰- معادله مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت (مستقل از سرعت نهایی)

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

اگر متحرکی با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت کند و در لحظه شروع حرکت در مکان x_0 و دارای سرعت v_0 باشد، مکان و جابه‌جایی آن در لحظه t از این دو رابطه به دست می‌آید.

فیزیک دوازدهم: فصل ۱

نکته

در فرمول دوم، Δx جابه‌جایی متحرک در t ثانیه اول را نشان می‌دهد.

ترفند! اگر در یک سؤال، به جای سرعت اولیه، سرعت نهایی را دادند یا خواستند، کافی است حرکت را وارونه نگاه کنید! در این صورت، مکان اولیه و علامت شتاب عوض می‌شود.

کاربرد! اگر سرعت نهایی نبود، این فرمول به‌دردتان می‌خورد.

◀ ۱۱- معادله مستقل از زمان (معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت)

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

اگر متحرکی با شتاب ثابت a روی محور x در حال حرکت باشد و سرعت آن در مکان x_0 برابر v_0 و در مکان x برابر v باشد، چنین رابطه‌ای بین این کمیت‌ها برقرار است.

کاربرد! هر جا که خبری از زمان نبود، به سراغ این رابطه بروید.

◀ ۱۲- رابطه جابه‌جایی در ثانیه n ام در حرکت با شتاب ثابت

$$\Delta x_{n\text{ام}} = (n - 0 / 5)a + v_0$$

این فرمول، مقدار جابه‌جایی در ثانیه n ام (یعنی از لحظه $n - 1$ تا لحظه n) را به شما می‌دهد. مثلاً جابه‌جایی در ثانیه ۵ام می‌شود:

$$\Delta x_{5\text{ام}} = 4 / 5a + v_0$$

۱۳- رابطه جابه‌جایی در T ثانیه nام در حرکت با شتاب ثابت

$$\Delta x_{\text{T ثانیه nام}} = (n - 0 / 5) a T^2 + v_0 T$$

این فرمول، شکل کلی‌تر رابطه قبلی است.

راهنمایی به جای حفظ چنین فرمولی، بهتر است که با همان فرمول‌های عادی جلو بروید؛ مگر آن که واقعاً روی مباحث و مسائل این فصل مسلط شده باشید.

۱۴- سقوط آزاد

$$v = -gt \quad , \quad y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$$

$$v^2 = -2g\Delta y \quad , \quad \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{v}{2} \quad , \quad \Delta y_n = -(n - 0 / 5)g$$

سقوط آزاد نوعی حرکت با شتاب ثابت محسوب می‌شود. برای همین تمام روابطی که در حرکت با شتاب ثابت یاد گرفتید، این‌جا هم به کار می‌رود. با این تفاوت که در آن‌ها به جای $\Delta x, \Delta y$ و به جای $a, -g$ قرار می‌دهیم (جهت مثبت رو به بالا در نظر گرفته می‌شود). یعنی مثلاً اگر جسمی بدون سرعت اولیه رها شود؛ چنین روابطی خواهیم داشت:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[v_0=0]{a=-g} v = -gt$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow[x_0=y_0, x=y]{a=-g, v_0=0} y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow[v_0=0]{a=-g; \Delta x=\Delta y} v^2 = -2g\Delta y$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{v}{2}$$

$$\Delta x_n = (n - 0 / 5)a + v_0 \Rightarrow \Delta y_n = -(n - 0 / 5)g$$

فیزیک

۳

فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای

برداری

۱- قانون دوم نیوتون

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}$$

تعریف: هرگاه نیروی خالص وارد بر یک جسم صفر نباشد، حرکت جسم شتابدار خواهد بود که این شتاب با برآیند نیروهای وارد بر جسم نسبت مستقیم و با جرم جسم نسبت عکس دارد؛ یعنی $\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{net}}}{m}$ که شکل معروف آن به صورت $\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}$ است.

معرفی کمیت‌ها: یکای SI نیرو (F_{net})، نیوتون (N) است. (البته می‌دونم که فیله، تکراریه ولی همیشه نگفت!)

☀️ چون مقدار جرم همواره مثبت است بردار نیرو و شتاب همیشه هم جهت هستند.

کاربرد | کلیدی‌ترین رابطه این فصل، همین رابطه است.

۲- قانون سوم نیوتون

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow F_{12} = F_{21}$$

تعریف: هرگاه جسمی به جسم دیگری نیرو وارد کند، جسم دوم نیز به جسم اول نیرویی هم‌اندازه ($F_{12} = F_{21}$) و هم‌راستا، اما در خلاف جهت ($\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$) وارد می‌کند.

☀️ برآیند نیروی کنش و واکنش یک چیز بی‌معنی است!

۳- نیروی وزن

$$\vec{W} = m\vec{g}$$

طبق قانون دوم نیوتون، اگر بر جسمی به جرم m فقط نیروی وزن (\vec{W}) وارد شود، شتابی می‌گیرد که به آن \vec{g} می‌گوییم.

☀️ مقدار شتاب g مستقل از جرم جسم است و در مسائل برای راحتی در محاسبات معمولاً برابر 10 m/s^2 یا 10 N/kg در نظر گرفته می‌شود.

◀️ ۴- نیروی عمودی سطح (یا تکیه‌گاه) در آسانسور

$$F_N = m(g \pm a)$$

اگر حرکت آسانسور شتابدار باشد، دیگر نیروی عمودی سطح با وزن جسم یکسان نخواهد بود. در این حالت:

الف اگر جهت حرکت رو به بالا باشد، از رابطه $F_N = m(g + a)$ و اگر جهت حرکت رو به پایین باشد، از رابطه $F_N = m(g - a)$ استفاده می‌کنیم.

ب اگر حرکت تندشونده باشد، شتاب را مثبت ($a > 0$) و اگر کندشونده باشد، شتاب را منفی ($a < 0$) در رابطه قرار می‌دهیم.

”توجه“

F_N همان وزن ظاهری جسم است؛ یعنی نیروسنج داخل آسانسور وزن جسم را برابر F_N نشان می‌دهد.

☀️ علامت خود a به علامت پشت آن هیچ ربطی ندارد. مثلاً اگر آسانسوری به صورت کندشونده پایین بیاید، رابطه این‌گونه خواهد بود.

$$F_N = m(g \begin{matrix} - & (- \\ + & | \\ & a \end{matrix} |))$$

◀️ ۵- نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه (نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه حرکت)

$$f_{s, \max} = \mu_s F_N$$

فیزیک دوازدهم: فصل ۲

وقتی که جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد، نیروی اصطکاک ایستایی به بیشترین مقدار خود می‌رسد. در این حالت، اندازه نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه ($f_{s,max}$) از این رابطه به دست می‌آید.

معرفی کمیت‌ها: F_N نیروی عمودی سطح و μ_s ، ضریب اصطکاک ایستایی است. μ_s نسبت دو نیرو است، برای همین یکا ندارد و مقدار آن به عامل‌هایی مثل جنس سطح تماس دو جسم و میزان صافی و زبری آن بستگی دارد.

☀️ **نیروی اصطکاک ایستایی همواره کوچک‌تر و یا مساوی $f_{s,max}$ است؛ یعنی:** $f_s \leq \mu_s F_N$.

نکته

تا زمانی که جسم ساکن است، نیروی اصطکاک ایستایی برابر نیروی محرک و در خلاف جهت آن است. $\vec{f}_s = -\vec{F}_{محرک}$ ، $f_s = F_{محرک}$

۶- نیروی اصطکاک جنبشی

$$f_k = \mu_k F_N$$

مشابه نیروی اصطکاک ایستایی، اندازه نیروی اصطکاک جنبشی هم متناسب با اندازه نیروی عمودی سطح است.

معرفی کمیت‌ها: μ_k ، ضریب اصطکاک جنبشی است.

☀️ معمولاً ضریب اصطکاک جنبشی کوچک‌تر از ضریب اصطکاک ایستایی است؛ یعنی $\mu_k < \mu_s$ و در نتیجه: $f_k < f_{s,max}$.

۷- کار نیروی اصطکاک

$$W_{f_k} = -f_k l$$

معرفی کمیت‌ها: در این رابطه، l مسافت طی شده است.

☀️ کار نیروی اصطکاک همیشه منفی است.

◀️ ۸- نیروی تکیه‌گاه (سطح)

$$R = \sqrt{f^2 + F_N^2}$$

تعریف: به برآیند دو نیروی عمودی سطح (\vec{F}_N) و نیروی اصطکاک (\vec{f})، نیروی سطح یا تکیه‌گاه می‌گویند.

☀️ بعضی‌ها نیروی تکیه‌گاه (سطح) را با نیروی عمودی تکیه‌گاه (عمودی سطح) اشتباه می‌گیرند خلاصه که خیلی مراقب باشید! راستی f می‌تونه f_s یا f_k باشه!

◀️ ۹- نیروی کشسانی فنر

$$F_e = -kx$$

نیروی کشسانی فنر با اندازه تغییر طول آن (x) رابطه مستقیم دارد. معرفی کمیت‌ها: در این رابطه، x تغییر طول فنر از طول عادی‌اش بر حسب متر (m) و k ثابت فنر بر حسب نیوتون بر متر (N/m) است.

☀️ علامت منفی در این رابطه به خاطر جهت مخالف \vec{F}_e و \vec{x} است، اما کتاب درسی صرفاً به اندازه آن اکتفا کرده و علامت منفی را به کار نبرده است. (ولی به نظر من دونستنش بهتر از ندونستنشه!)

◀️ ۱۰- تکانه جسم [برداری]

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

تعریف: به حاصل ضرب جرم جسم (m) در سرعت آن (\vec{v})، تکانه جسم گفته می‌شود.

فیزیک دوازدهم: فصل ۲

معرفی کمیت‌ها: \vec{p} ، تکانه جسم بر حسب کیلوگرم متر بر ثانیه (kg.m / s) است.

نکته

اگر بردار سرعت یک جسم تغییر کند، تکانه آن هم به تناسب تغییر می‌کند؛ یعنی:

$$\Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v}$$

۱۱- قانون دوم نیوتون بر حسب تکانه

$$\vec{F}_{\text{net}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad \text{یا} \quad \Delta \vec{p} = \vec{F}_{\text{net}} \Delta t$$

قانون دوم نیوتون برای نیروی ثابت (شتاب ثابت) این‌گونه خواهد بود.

نکته

اگر نیرو ثابت نباشد، در این رابطه، به جای نیروی خالص، نیروی خالص متوسط جایگزین می‌شود؛ یعنی:

$$\vec{F}_{\text{av}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

کاربرد هر جا که دو کمیت F و Δt را با هم دیدید، یاد این فرمول‌ها بیفتید.

نرده‌ای

۱۲- انرژی جنبشی بر حسب تکانه

$$K = \frac{p^2}{2m}$$

تکانه و انرژی جنبشی هر دو با سرعت و جرم سروکار دارند، برای همین می‌توان به یک رابطه واحد بین این دو کمیت رسید.

انرژی جنبشی یک کمیت نرده‌ای است، اما تکانه یک کمیت برداری است. ☀️

کاربرد هر جا هم‌زمان صحبت از انرژی جنبشی و تکانه شد، سراغ این رابطه بروید.

◀ ۱۳- دوره

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

تعریف: در حرکت دایره‌ای یکنواخت، مدت‌زمان لازم برای پیمودن یک دور محیط دایره را دوره تناوب (دوره) می‌گویند.

معرفی کمیت‌ها: $2\pi r$ محیط دایره بر حسب متر (m) و v ، تندی بر حسب متر بر ثانیه (m/s) است؛ پس، T (دوره) بر حسب ثانیه (s) باید باشد.

◀ ۱۴- بسامد

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{v}{2\pi r}$$

دوره و بسامد عکس هم هستند، پس بسامد چنین رابطه‌ای با محیط دایره و تندی حرکت دارد.

معرفی کمیت‌ها: یکای بسامد عکس یکای دوره، یعنی (s^{-1}) است که به آن هرتز (Hz) هم می‌گویند.

◀ ۱۵- اندازه شتاب مرکزگرا

$$a_c = \frac{v^2}{r} = r \left(\frac{4\pi^2}{T^2} \right) = r(4\pi^2 f^2)$$

در حرکت دایره‌ای یکنواخت، اندازه سرعت ثابت است، ولی جهت آن مرتب تغییر می‌کند، برای همین حرکت دایره‌ای یکنواخت، حرکتی شتابدار است که جهت آن همواره به سمت مرکز است. از هر کدام از این فرمول‌ها می‌توانید مقدار این شتاب را به دست آورید (بستگی به این دارد که اندازه کدام کمیت‌ها را دارید).

فیزیک دوازدهم: فصل ۲

راهنمایی همین که رابطه $a = \frac{v^2}{r}$ را بلد باشید، کفایت می‌کند؛ چرا که تا فرمول دیگر به راحتی به دست می‌آیند.

کاربرد چون در این فرمول، تندی (v) داریم، برای محاسبه انرژی جنبشی ($K = \frac{1}{2}mv^2$) و اندازه تکانه ($p = mv$) در حرکت دایره‌ای یکنواخت، به کارتان می‌آید.

۱۶- قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای یکنواخت (نیروی مرکزگرا)

$$F_{\text{net}} = \frac{mv^2}{r} = mr\left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right) = mr(4\pi^2 f^2)$$

با داشتن شتاب مرکزگرا، به دست آوردن نیروی مرکزگرا کار سختی نیست. **راهنمایی** باز هم اگر رابطه $a_c = \frac{v^2}{r}$ را بلد باشید، برای محاسبه نیروی مرکزگرا به فرمول دیگری نیاز نخواهید داشت!

۱۷- بیشترین تندی مجاز در پیچ‌ها و میدان‌ها

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\mu_s rg}$$

اگر تندی یک متحرک از این مقدار بیشتر باشد، از مسیر منحرف می‌شود. **معرفی کمیت‌ها:** μ_s ، ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح و وسیله نقلیه (چرخ‌ها مثلاً) و r ، شعاع چرخش در آن پیچ یا میدان است.

کاربرد برای محاسبه بیشترین تندی یک وسیله در پیچ‌ها یا میدان‌ها از رابطه استفاده می‌کنیم.

◀ ۱۸- نیروی گرانشی بین دو ذره

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

تعریف: نیروی گرانشی میان دو ذره با حاصل ضرب جرم دو ذره نسبت مستقیم و با مربع فاصله آنها از هم نسبت وارون دارد.

معرفی کمیت‌ها: به G ، ثابت گرانش عمومی می‌گویند که مقدار آن برابر

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{N.m}^2}{\text{kg}^2}$$

است با:

(نیازی به مفطش نیست!)

”توجه“

نیروی گرانشی همیشه به صورت نیروی جاذبه عمل می‌کند.

◀ ۱۹- وزن جسم در سطح زمین

$$W = G \frac{M_e m}{R_e^2}$$

طبق رابطه نیروی گرانشی بین دو ذره، اگر جرم جسمی را با m ، جرم زمین را با M_e و شعاع زمین را با R_e نشان دهیم، وزن جسم در سطح زمین از این رابطه به دست می‌آید.

◀ ۲۰- شتاب گرانی در ارتفاع h از سطح زمین

$$g = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2}$$

این رابطه شتاب میدان گرانشی (گرانی) در ارتفاع h از سطح زمین را نشان می‌دهد.

فیزیک دوازدهم: فصل ۲

توجه

h فاصله از سطح زمین است؛ یعنی اگر بخواهید شتاب گرانش روی سطح زمین را حساب کنید، $h = 0$ می‌شود.

۲۱- شتاب گرانی در سطح سیاره x

$$g_x = \frac{GM_x}{(R_x)^2}$$

شتاب گرانی در سطح سیاره‌ای به جرم M_x و شعاع R_x از این رابطه به دست می‌آید.

نکته

اگر به جای R_x ، $R_x + h$ قرار دهیم، شتاب گرانی در ارتفاع h از آن سیاره به دست می‌آید.

۲۲- تندی حرکت ماهواره‌ها

$$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} = R_e \sqrt{\frac{g}{r}}$$

بسته به این که چه کمیت‌هایی را داریم، از یکی از این دو رابطه می‌توان استفاده کرد.

۲۳- دوره چرخش ماهواره‌ها

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_e}}$$

برای محاسبه بسامد چرخش ماهواره‌ها هم می‌توانید از این رابطه استفاده کنید.

در این دو رابطه، r فاصله ماهواره از مرکز زمین است، نه سطح زمین! 

فصل ۳: نوسان و موج

۱- بسامد (فرکانس)

$$f = \frac{1}{T} = \frac{n}{\Delta t}$$

تعریف: به تعداد نوسان‌های انجام‌شده (تعداد چرخه) در هر ثانیه، بسامد (فرکانس) گفته می‌شود.

معرفی کمیت‌ها: در این دو رابطه، n تعداد نوسان، Δt زمان سپری‌شده و T یک دوره زمانی است. یکای بسامد نیز s^{-1} یا Hz (هرتز) است.

کاربرد: حتماً تا الان متوجه تکرار این رابطه در فصل القای الکترومغناطیسی، دینامیک این فصل شده‌اید. پس دیگر نیازی به گفتن اهمیت این رابطه نیست.

۲- بسامد زاویه‌ای

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

یکی از مشخصه‌های حرکت نوسانی، بسامد زاویه‌ای (ω) است که چنین رابطه‌ای دارد.

کاربرد: در تمام معادلات نوسانی، این رابطه به کارتان می‌آید.

۳- معادله مکان-زمان در حرکت هماهنگ ساده

$$x(t) = A \cos \omega t$$

در حرکت هماهنگ ساده، مکان به صورت تابعی متناوب (سینوس یا کسینوس) از زمان است و چنین معادله‌ای دارد.

فیزیک دوازدهم: فصل ۳

معرفی کمیت‌ها: در این رابطه، A دامنه نوسان است و حداکثر مقدار x ، $+A$ یا $-A$ است.

☀️ **حداکثر اندازه جابه‌جایی در این حرکت $2A$ (از $+A$ تا $-A$ یا برعکس) است؛ نه A !**

◀️ ۴- دوره تناوب سامانه جرم-فنر

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

در یک سامانه جرم - فنر که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، (چه به صورت افقی چه به صورت عمودی) اگر وزنه‌ای به جرم m و فنری با ثابت k داشته باشیم، دوره نوسان از این رابطه به دست می‌آید.

راهنمایی! اگر همین رابطه را معکوس کنید، مقدار بسامد در سامانه جرم - فنر

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

هم به دست می‌آید؛ یعنی:

برای همین توصیه ما به شما این است که فقط همان رابطه دوره تناوب را یاد بگیرید که خدای نکرده این دو رابطه را با هم قاطی نکنید!

◀️ ۵- بسامد زاویه‌ای سامانه جرم-فنر

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

به کمک رابطه قبل و رابطه $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ، اندازه بسامد زاویه‌ای در سامانه جرم - فنر به دست می‌آید که چنین رابطه‌ای دارد.

◀️ ۶- نیرو در حرکت نوسانی

$$F = -m\omega^2 x$$

از ترکیب دو رابطه $F = -kx$ و $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ این رابطه به دست می‌آید. این رابطه اندازه نیروی وارد بر یک نوسانگر را در مکان‌های مختلف به ما می‌دهد.

توجه

علامت منفی در این فرمول نشان‌دهنده آن است که جهت نیرو و جابه‌جایی خلاف هم است.

۷- شتاب در حرکت نوسانی

$$a = -\omega^2 x$$

اگر در رابطه قبلی، به جای F ، ma قرار دهیم، به این رابطه می‌رسیم. این رابطه هم شتاب نوسانگر در مکان‌های مختلف را به ما می‌دهد.

توجه

علامت منفی در این فرمول هم نشان‌دهنده جهت عکس شتاب و جابه‌جایی است.

نکته

در این فرمول و فرمول قبل، اگر مقدار بیشینه F و a را بخواهیم، باید به جای x ، $\pm A$ قرار دهیم؛ یعنی: $F_{\max} = m\omega^2 A$ ، $a_{\max} = \omega^2 A$

۸- انرژی مکانیکی سامانه جرم- فنر

$$E = \frac{1}{2} kA^2$$

از جمع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل در یک سامانه جرم- فنر، انرژی مکانیکی به دست می‌آید.

معرفی کمیت‌ها: k ، ثابت فنر، A ، دامنه نوسان است. E هم که انرژی مکانیکی، بر حسب ژول (J) است.

فیزیک دوازدهم: فصل ۳

۹- انرژی مکانیکی نوسانگر هماهنگ ساده

$$E = 2\pi^2 mA^2 f^2 \quad \text{یا} \quad E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

اگر رابطه انرژی مکانیکی سامانه جرم - فنر را در حالت کلی برای یک نوسانگر هماهنگ ساده بخواهیم، به این دو رابطه می‌رسیم.

☀️ انرژی مکانیکی همواره مقداری مثبت است.

۱۰- پیشینه تندی نوسانگر

$$v_{\max} = A\omega$$

از مقایسه دو فرمول $E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$ و $E = \frac{1}{2} mv_{\max}^2$ به این رابطه می‌رسیم. این رابطه می‌گوید که پیشینه تندی نوسانگر در هنگام عبور از وضع تعادلش، $A\omega$ است.

۱۱- دوره تناوب یک آونگ ساده

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

آزمایش‌ها و محاسبات نشان می‌دهد دوره تناوب آونگ ساده فقط به شتاب گرانشی (g) و طول آونگ (L) بستگی دارد.

☀️ مطابق این رابطه، دوره تناوب آونگ ساده به جرم و دامنه آن بستگی ندارد!

۱۲- بسامد زاویه‌ای آونگ ساده

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

از رابطه قبلی خیلی راحت می‌توان فهمید که بسامد زاویه‌ای در یک آونگ ساده، چنین فرمولی دارد.

۱۳- بسامد طبیعی سامانه آونگ ساده

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}$$

کاربرد هر جا بحث بسامد طبیعی آونگ ساده بود، این رابطه به دردتان خواهد خورد.

۱۴- بسامد طبیعی سامانه جرم- فنر

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

کاربرد هر جا بحث بسامد طبیعی سامانه جرم - فنر بود، از این رابطه استفاده کنید.

۱۵- تندی انتشار موج

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

تحقیق‌ها نشان می‌دهد که تندی انتشار موج به جنس و ویژگی‌های محیط انتشار بستگی دارد.

تندی انتشار موج به چشمه موج بستگی ندارد! 

راهنمایی بر حسب این که دوره یا بسامد را دارید، از یکی از این دو رابطه باید استفاده کنید.

۱۶- فاصله دو قله یا دو دره (دو نقطه هم‌فاز)

$$\Delta x = n\lambda = 2n \frac{\lambda}{2}; n = 1, 2, \dots$$

فیزیک دوازدهم: فصل ۳

کاربرد ۱ برای محاسبه فاصله دو قله یا دو دره در یک موج به سراغ این رابطه بروید.

۱۷- فاصله یک قله تا دره (دو نقطه در فاز مخالف)

$$\Delta x = (2m - 1) \frac{\lambda}{2}; m = 1, 2, \dots$$

کاربرد ۲ اگر هم فاصله یک قله تا دره در یک موج خواسته شد، از این فرمول استفاده کنید.

۱۸- چگالی خطی جرم

$$\mu = \frac{m}{L}$$

اگر جرم یک فنر، تار یا طناب m و طول آن L باشد، چگالی خطی جرم آن از این رابطه به دست می‌آید.
معرفی کمیت‌ها: μ ، چگالی خطی جرم بر حسب کیلوگرم بر متر (kg/m) است.

توجه

در کتاب‌های درسی قدیم به این کمیت، جرم واحد طول هم گفته می‌شد.

۱۹- تندی انتشار موج عرضی در تار یا فنر

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

با توجه به آن که تندی انتشار موج فقط به جنس و ویژگی‌های محیط بستگی دارد، اگر نیروی کشش برابر F باشد، چنین فرمول‌هایی برای تندی انتشار موج وجود دارد.

<https://alirezaafshar.org/>

معرفی کمیت‌ها: در این ۳ رابطه، μ چگالی خطی جرم، L طول تار یا فنر، m جرم آن، ρ چگالی آن و A ، سطح مقطع تار یا فنر است.

◀ ۲۰- توان متوسط موج

$$P_{av} \propto A^2 f^2$$

با توجه به رابطه انرژی نوسانی ذرات ($E = 2\pi^2 mA^2 f^2$) می‌توان نشان داد انرژی‌ای که به طور متوسط در واحد زمان از یک مقطع از محیط می‌گذرد، با مربع دامنه (A^2) و مربع بسامد (f^2) رابطه مستقیم دارد. به این مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی، توان متوسط موج می‌گویند.

◀ ۲۱- تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی در خلاء

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

ماکسول با یک تحلیل ریاضی نشان داد که تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی در خلاء (c) از این رابطه به دست می‌آید.

معرفی کمیت‌ها: در این رابطه، μ_0 تراوایی مغناطیسی خلاء و برابر $\frac{T.m}{A} \times 10^{-7} \times 4\pi$

و ϵ_0 ضریب گذردهی الکتریکی خلاء و برابر $\frac{C^2}{N.m^2} \times 10^{-12} \times \frac{1}{8.85}$ است.

◀ ۲۲- طول موج امواج الکترومغناطیسی در خلاء

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

از آنجا که امواج الکترومغناطیسی در خلاء با تندی نور (c) منتشر می‌شوند، می‌توان طول موج را از این فرمول به دست آورد.

فیزیک دوازدهم: فصل ۳

۲۳- تشخیص فاصله زمین لرزه از محل لرزه‌نگار

$$\Delta x = \frac{v_S v_P}{v_P - v_S} \Delta t$$

امواج لرزه‌ای، یک نوع موج مکانیکی هستند که هنگام انتشار، امواج اولیه P (طولی) و امواج ثانویه S (عرضی) را تولید می‌کنند. برای محاسبه فاصله زمین لرزه از محل لرزه‌نگار (Δx) از این رابطه می‌توان استفاده کرد.

معرفی کمیت‌ها: در این رابطه تندی امواج S با v_S ، تندی امواج P با v_P و اختلاف زمانی دو موج با Δt نشان داده شده است.

۲۴- شدت صوت

$$I = \frac{E}{At} = \frac{\bar{P}}{A} = \frac{\bar{P}}{4\pi r^2}$$

تعریف: شدت یک موج صوتی (I) در یک سطح، برابر با آهنگ متوسط انرژی‌ای است که توسط موج به واحد سطح (سطح کروی)، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد یا از آن عبور می‌کند.

معرفی کمیت‌ها: \bar{P} ، آهنگ متوسط انتقال انرژی و A ، مساحت سطحی است که صوت با آن برخورد می‌کند. با این حساب، یکای شدت صوت (I) برابر وات بر متر مربع (W/m^2) خواهد بود.

۲۵- تراز شدت صوت (تراز صوتی)

$$\beta = (10\text{dB}) \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

گوش انسان امواج صوتی را به صورت لگاریتمی درک می کند، نه خطی! برای همین به جای شدت صوت، کمیتی ساده تر به اسم تراز شدت صوت (تراز صوتی) تعریف می شود.

معرفی کمیت ها: I شدت صوت مورد نظر و I_0 شدت صوت مرجع ($I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$) است. β هم 'تراز' صوت I است. β در dB است.

$\beta = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right)$ در رابطه تراز شدت صوت بر حسب دسی بل (dB) β همین β لگاریتم β است. β بر حسب بل بخوایم، دیگر نیازی به 10 نیست.

۲۶- اختلاف تراز شدت صوت

$$\Delta \beta = 10 \log_{10} \left(\frac{I_2}{I_1} \right)$$

اگر شدت صوتی از I_1 به I_2 تغییر کند، تراز شدت صوت هم از β_1 به β_2 تغییر خواهد کرد.

در این صورت، به چنین رابطه ای برای اختلاف تراز شدت صوت می رسیم.

نکته

در بعضی مسائل، اختلاف تراز شدت صوت $\Delta \beta$ و d از یک چشمه صوت خواسته می شود. در این مواقع $\Delta \beta = 20 \log_{10} \left(\frac{d_2}{d_1} \right)$ زیر می توانیم

$$\Delta \beta = 20 \log_{10} \left(\frac{d_2}{d_1} \right)$$

می دانیم.

فصل ۴: برهم‌کنش‌های موج

۱- زمان پژواک (بازتاب صوت از یک صخره)

$$t = \frac{2L}{v}$$

اگر صوت پس از بازتاب، با یک تأخیر زمانی به گوش شنونده‌ای برسد که صوت اولیه را مستقیم شنیده است، به چنین بازتابی پژواک می‌گویند. **معرفی کمیت‌ها:** L فاصله شخص از محل بازتاب (صخره و...) و v تندی موج صوتی است.

۲- قانون شکست عمومی

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

اگر تندی انتشار یک موج فرودی v_1 و تندی انتشار موج شکست‌یافته v_2 باشد، بین تندی‌های v_1 و v_2 و زاویه‌های θ_1 و θ_2 چنین رابطه‌ای برقرار است.

معرفی کمیت‌ها: θ_1 زاویه تابش (زاویه بین پرتو تابش با خط عمود بر مرز) و θ_2 زاویه شکست (زاویه بین پرتوی شکسته با خط عمود بر مرز) است.

نکته

هر چه محیط غلیظ‌تر شود، تندی انتشار کم‌تر و پرتو نور به خط عمود بر مرز نزدیک‌تر می‌شود.

۳- ضریب شکست

$$n = \frac{c}{v}$$

وقتی نور از یک محیط وارد محیط دیگری می‌شود، به خاطر تغییر تندی، شکسته می‌شود. به همین دلیل برای هر محیط، ضریب شکست تعریف می‌شود که برابر است با نسبت تندی نور در خلاء (c) به تندی نور در آن محیط (v).

۴- رابطه بین تندی و ضریب شکست در دو محیط مختلف

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

طبق این رابطه، هر چه ضریب شکست یک محیط بیشتر باشد، تندی انتشار نور در آن محیط کم‌تر خواهد بود.

۵- قانون شکست اسنل

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

این رابطه به افتخار فیزیک‌دان هلندی که به طور تجربی کشف شد، قانون شکست اسنل نامیده می‌شود.

کاربرد شاید مهم‌ترین رابطه فصل، همین رابطه باشد؛ پس جدی‌اش بگیرید.

۶- آزمایش یانگ

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{f_1}{f_2}$$

پهنای هر نوار تاریک و روشن (W) در آزمایش یانگ، با طول موج نور به کار رفته در آزمایش (λ)، نسبت مستقیم و با بسامد آن (f) نسبت عکس دارد.

فیزیک دوازدهم: فصل ۴

نکته

از آن جا که بسامد از ویژگی‌های چشمه است، اگر نور از یک محیط وارد

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{چنین رابطه‌ای بین } W, \lambda, v \text{ و } n \text{ وجود دارد.}$$

۷- طول موج‌های تشدید در تار مرتعش

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, n = 1, 2, 3, \dots$$

اگر در یک تار به طول L ، موج ایستاده‌ای با طول موج λ ایجاد شود، بین L و λ چنین رابطه‌ای برقرار است.

۸- بسامدهای تشدید در تار مرتعش

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{nv}{2L}, n = 1, 2, 3, \dots$$

این رابطه و رابطه قبل، اندازه طول موج و بسامدهای تشدید در یک تار مرتعش را به شما می‌دهد. به n ، عدد هماهنگ گفته می‌شود. ضمناً مدهای نوسان را با بسامدهای تشدید مشخص می‌کنند. اسم اولین بسامد ($n = 1$) بسامد یا مد اصلی است.

به ازای n های مختلف برای بسامد، گفته می‌شود بسامد هماهنگ n ام! **معرفی کمیت‌ها:** v تندی انتشار موج، L طول تار، λ_n طول موج و f_n بسامد تار است.

نکته

n تعداد شکم و $n + 1$ تعداد گره‌ها را در یک موج ایستاده نشان می‌دهد. ضمناً بسامد هماهنگ n ام، n برابر بسامد هماهنگ اول است.

$$f_n = nf_1$$

یعنی:

فصل ۵: آشنایی با فیزیک اتمی

۱- انرژی فوتون

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda}$$

انرژی هر بسته انرژی (فوتون) از این رابطه به دست می‌آید. **معرفی کمیت‌ها:** به h ثابت پلانک می‌گویند که مقدار آن در SI، $6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ است. البته در خیلی از مسائل مقدار h را برحسب الکترون‌ولت می‌دهند که معمولاً برابر با $4.15 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$ در نظر گرفته می‌شود.

۲- قانون پایستگی انرژی در اثر فوتوالکتریک

$$hf = W + K$$

با تابش نور تکفام با انرژی کافی بر یک سطح فلزی، بخشی از انرژی فوتون (hf) صرف جداکردن الکترون از فلز (W) و بقیه آن به انرژی جنبشی الکترون جداشده (K) تبدیل می‌شود. **معرفی کمیت‌ها:** W کار (انرژی) لازم برای خارج کردن الکترون‌ها از سطح یک فلز و K انرژی جنبشی آن‌ها پس از جداشدن از سطح آن فلز است.

۳- معادله فوتوالکتریک

$$K_{\max} = hf - W_0 = h \frac{c}{\lambda} - W_0$$

اگر حداقل کار لازم برای خارج کردن الکترون‌ها از سطح یک فلز خاص W_0 باشد، انرژی جنبشی سریع‌ترین فوتوالکترن‌های گسیل‌شده از این رابطه به دست می‌آید.

فیزیک دوازدهم: فصل ۵

معرفی کمیت‌ها: f و λ به ترتیب بسامد و طول موج نور فرودی هستند که به کمک آن، پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد. به W_0 هم تابع کار فلز گفته می‌شود. **راهنمایی** بسته به این که طراح سؤال جواب را برحسب ژول بخواهد یا الکترون‌ولت، مقدار ثابت پلانک را هم برحسب آن یکا جای گذاری کنید.

کاربرد هر جا بحث فوتوالکتریک شد، به سراغ این رابطه بروید.

۴- بسامد آستانه فوتوالکترون‌ها

$$f_{\min} = f_0 = \frac{W_0}{h}$$

به کم‌ترین بسامدی که باعث خارج کردن یک الکترون از یک فلز خاص می‌شود، بسامد آستانه (f_0) می‌گویند. در این بسامد، الکترون بدون هیچ انرژی جنبشی‌ای در آستانه ترک فلز است.

۵- طول موج آستانه فوتوالکترون‌ها

$$\lambda_{\max} = \lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{hc}{W_0}$$

بلندترین طول موجی (متناظر با کم‌ترین بسامد) که به ازای آن، فوتوالکتریک اتفاق می‌افتد، طول موج آستانه (λ_0) است.

۶- توان تابشی

$$P = \frac{E_{\text{نور}}}{t} = \frac{nhf}{t} = \frac{nh\left(\frac{c}{\lambda}\right)}{t}$$

توان تابشی یک منبع نور (تک بسامد) که بسامد f را تولید می‌کند، از این رابطه به دست می‌آید.

◀ ۷- معادله بالمر

$$\lambda = (364 / 56nm) \frac{n^2}{n^2 - 2^2}; n \geq 3$$

به کمک این رابطه، فقط! طول موج خطهای طیف گسیلی اتم هیدروژن در ناحیه مرئی به دست می‌آید.

”توجه“

در حال حاضر این رابطه، کاربرد چندانی ندارد و از رابطه کامل‌تر ریذبرگ، برای محاسبه طول موج تمام رشته‌های طیف هیدروژن استفاده می‌شود.

◀ ۸- معادله ریذبرگ

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right); n > n'$$

آقای ریذبرگ معادله بالمر را کامل‌تر کرد و توانست این رابطه را برای به دست آوردن تمام خطهای طیف اتمی هیدروژن ارائه دهد.

معرفی کمیت‌ها: در این رابطه، R ثابت ریذبرگ با مقدار $1.097 \times 10^7 (nm)^{-1}$ است که در محاسبات برای سادگی $1.097 \times 10^7 (nm)^{-1}$ در نظر گرفته می‌شود. n و n' هم اعداد طبیعی هستند که به ازای $n' = 1, 2, 3, 4, 5$ طول موجهای آن رشته به دست می‌آید.

☀️ در این رابطه، λ بر حسب نانومتر (nm) است.

کاربرد: رابطه ریذبرگ، مهم‌ترین رابطه این فصل است.

فیزیک دوازدهم: فصل ۵

۹- شعاع مدارهای الکترون برای اتم هیدروژن

$$r_n = a_0 n^2$$

بور متوجه شد بین شعاع مدارهای الکترون در اتم هیدروژن، چنین رابطه‌ای وجود دارد.

معرفی کمیت‌ها: در این رابطه a_0 یا r_1 ، شعاع کوچک‌ترین مدار در اتم هیدروژن ($n = 1$) است. n شماره مدار (تراز) و r_n شعاع آن مدار است. **راهنمایی** معمولاً در تست‌ها به صورت نسبتی از این فرمول استفاده می‌شود؛ مثلاً می‌گویند شعاع مدار چهارم چند برابر مدار دوم است؛

$$\frac{r_{n_2}}{r_{n_1}} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$$

یعنی:

۱۰- ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2}$$

آقای بور نشان داد که انرژی الکترون در تراز مجاز n م از این رابطه به دست می‌آید. **معرفی کمیت‌ها:** به E_R ، یک ریذبرگ می‌گویند که مقدار آن، 13.6 eV است.

۱۱- معادله گسیل فوتون از اتم (اختلاف انرژی بین دو مدار)

$$E_U - E_L = hf$$

هنگام گذار یک الکترون از یک مدار با انرژی بالاتر (E_U) به یک مدار با انرژی کمتر (E_L)، یک فوتون تابش می‌شود که مقدار انرژی آن از این رابطه به دست می‌آید.

راهنمایی در عمل، برای استفاده از این رابطه، همواره با چنین شکلی

$$\frac{E_R}{n_L} - \frac{E_R}{n_U} = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

مواجه می‌شویم:

n_U و n_L دقیقاً همان n' و n هستند که در رابطه ریدبرگ دیده بودید!

”نکته“

اگر در این فرمول، طول موج را بخواهیم، به این رابطه می‌رسیم:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_R}{hc} \left(\frac{1}{n_L} - \frac{1}{n_U} \right)$$

دقیقاً به همان رابطه ریدبرگ رسیدیم.

فیزیک

فصل ۶: آشنایی با فیزیک هسته‌ای

۳

۱- عدد جرمی

$$A = Z + N$$

تعریف: به مجموع عدداً اتمی (Z) و عدد نوترونی (N)، عدد جرمی (A) می‌گویند.

”توجه“

در فیزیک هسته‌ای، نماد هسته هر عنصر را به صورت ${}_Z^A X_N$ نشان می‌دهند.

۲- رابطه اینشتین

$$E = mc^2$$

طبق این رابطه، جرم می‌تواند به انرژی تبدیل شود.

معرفی کمیت‌ها: c تندی نور است.



مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار

راه‌های ارتباطی مرکز مشاوره

تلگرام

اینستاگرام

وبسایت



AlirezaAfsharOfficial

AlirezaAfsharOriginal

www.AlirezaAfshar.org

رزور مشاوره خصوصی علیرضا افشار

برای رزور مشاوره خصوصی تک جلسه و ماهانه
به شماره ۰۹۳۵۸۹۶۰۵۰۳ در واتساپ پیام دهید

Afshar.xyz

آدرس تمام رسانه ها :

