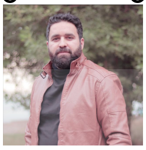
تعدادسوالات: ۶۰

طراح آزمون: احمدقاسمی



احمدقاسمی

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: حرکت شناسی-سراسری۵سال اخیر

فصل ۱: حرکت در راستای خط راست

۱- متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و در مبدأ زمان از مکان $x_{۰} = -۴۰m$ می‌گذرد و در لحظهٔ $t_{۱} = ۶s$ به مکان $x_{۱} = ۱۰۰m$ می‌رسد و درنهایت در لحظهٔ $t_{۲} = ۱۰s$ از مکان $x_{۲} = ۲۰m$ می‌گذرد. اندازهٔ سرعت متوسط این متحرک در SI در این ۱۰ ثانیه، کدام است؟

سراسری- ۱۳۹۸

۱) ۲۲ ۲) ۱۴ ۳) ۶ ۴) ۲

۲- معادلهٔ سرعت - زمان متحرکی در SI به‌صورت $v = -۶t + ۱۸$ است. تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_{۱} = ۰s$ تا $t_{۲} = ۴s$ چند متر بر ثانیه است؟

سراسری- ۱۴۰۱

۱) ۶ ۲) ۷٫۵ ۳) ۸ ۴) ۱۱٫۵

۳- متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و معادلهٔ سرعت-زمان آن در SI به‌صورت $v = ۲t^{۲} - ۴t - ۲$ است. شتاب متوسط آن در ۲ ثانیهٔ دوم چند متر بر مجذور ثانیه است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۸

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۴- متحرکی روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_{۱} = ۵s$ تا $t_{۲} = ۱۰s$ در SI برابر $-۴\vec{i}$ و در بازهٔ زمانی $t_{۲} = ۱۰s$ تا $t_{۳} = ۱۲s$ برابر $۲\vec{i}$ است. بردار شتاب متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_{۱} = ۵s$ تا $t_{۳} = ۱۲s$ در SI، کدام است؟

سراسری- ۱۴۰۰

۱) $-\frac{۲}{۷}\vec{i}$ ۲) $-\frac{۱۶}{۷}\vec{i}$ ۳) $۴\vec{i}$ ۴) $۸\vec{i}$

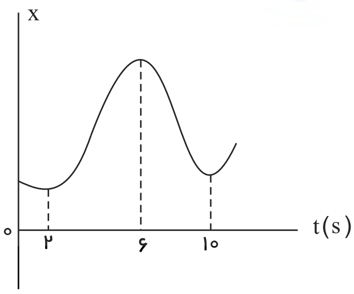
۵- متحرکی روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_{۱} = ۰s$ تا $t_{۲} = ۱۰s$ در SI برابر $-۲\vec{i}$ و در بازهٔ زمانی $t_{۱} = ۰s$ تا $t_{۳} = ۱۵s$ برابر $\frac{۲}{۳}\vec{i}$ است. بردار شتاب آن در بازهٔ زمانی $t_{۲} = ۱۰s$ تا $t_{۳} = ۱۵s$ در SI، کدام است؟

خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) $۲\vec{i}$ ۲) $۴\vec{i}$ ۳) $۶\vec{i}$ ۴) $\frac{۴۲}{۳}\vec{i}$

۶- نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. تندی متوسط در کدام یک از بازه‌های زمانی مشخص شده در گزینه‌ها بیشتر است؟

سراسری- ۱۴۰۰



۱) صفر تا $۲s$

۲) صفر تا $۶s$

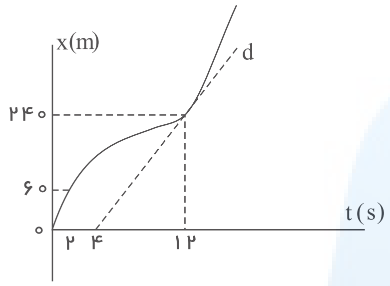
۳) $۲s$ تا $۱۰s$

۴) $۶s$ تا $۱۰s$

احمدقاسمی

۷ نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. اگر تندی در لحظهٔ $t = ۱۲s$ برابر تندی متوسط در بازهٔ $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۱۴s$ باشد، سرعت متوسط ۲ ثانیه اول چند برابر سرعت متوسط ۲ ثانیهٔ هفتم است؟ (خط d مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = ۱۲s$ است.)

خارج از کشور- ۱۴۰۰



۱) $\frac{۱}{۳}$

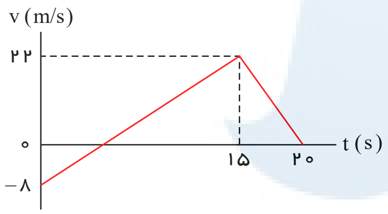
۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۳}{۵}$

۴) $\frac{۲}{۳}$

۸ نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر مسیری مستقیم حرکت می‌کند، به‌صورت شکل زیر است، مسافت پیموده شده توسط این متحرک در بازهٔ زمانی $۰s$ تا $۲۰s$ ، چند متر است؟

سراسری- ۱۳۹۸



۱) ۱۶۰

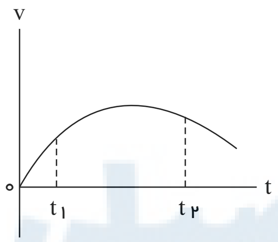
۲) ۱۷۶

۳) ۱۸۰

۴) ۱۹۲

۹ نمودار سرعت- زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، به صورت شکل زیر است. بزرگی نیروی خالص وارد بر این متحرک (برایند نیروها) در بازهٔ زمانی بین $t_۱$ تا $t_۲$ چگونه تغییر می‌کند؟

خارج از کشور- ۱۳۹۹



۱) پیوسته ثابت

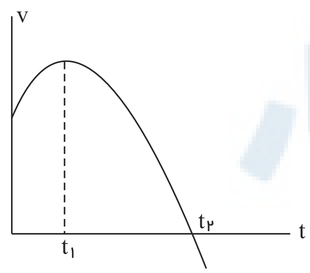
۲) پیوسته افزایش

۳) ابتدا افزایش، سپس کاهش

۴) ابتدا کاهش، سپس افزایش

۱۰ نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر قسمتی از یک سهمی است. کدام مورد درست است؟

سراسری- ۱۴۰۰



۱) در بازهٔ صفر تا $t_۱$ تندی در حال کاهش است.

۲) بزرگی شتاب در لحظهٔ صفر و $t_۲$ برابر است.

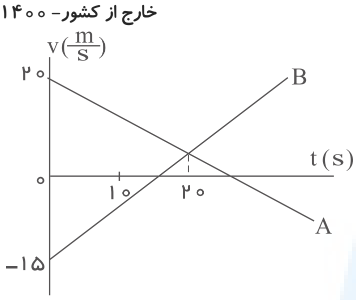
۳) در بازهٔ صفر تا $t_۲$ شتاب خلاف جهت محور x است.

۴) بزرگی شتاب متوسط در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ بیشتر از بزرگی شتاب متوسط در بازهٔ صفر تا $t_۲$ است.

احمدقاسمی

۱۱ نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. مجموع مسافتی که دو متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 10s$ طی می‌کنند، چند متر است؟

خارج از کشور- ۱۴۰۰



۱) ۳۵۰

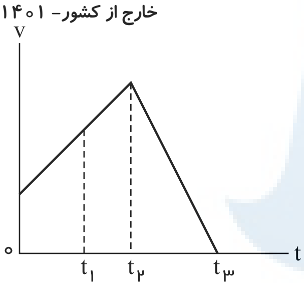
۲) ۲۶۲٫۵

۳) ۲۵۰

۴) ۱۲۵٫۵

۱۲ نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در کدام بازه زمانی بیشتر است؟

خارج از کشور- ۱۴۰۱



۱) ۰ تا t_1

۲) t_1 تا t_2

۳) ۰ تا t_2

۴) t_2 تا t_3

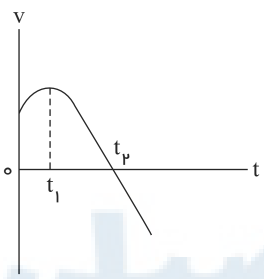
۱۳ نمودار سرعت - زمامن متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام موارد زیر درست است؟ خارج از کشور- ۱۴۰۰

الف- جهت سرعت و شتاب در لحظهٔ t_1 تغییر کرده است.

ب - در بازهٔ t_1 تا t_2 حرکت در جهت محور x است.

پ- در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 تندی در حال کاهش است.

ت- بردار شتاب در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 خلاف جهت محور x است.



۱) ب

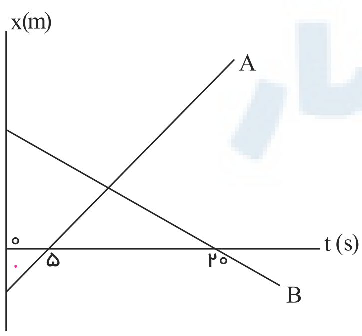
۲) پ

۳) الف و ت

۴) ب و ت

۱۴ نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. اگر در لحظهٔ $t = 0$ فاصلهٔ دو متحرک ۱۵۰ متر باشد و تندی متحرک A، ۲ برابر تندی متحرک B باشد، فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t = 20s$ چند متر است؟

سراسری- ۱۴۰۰



۱) ۵۰

۲) ۱۰۰

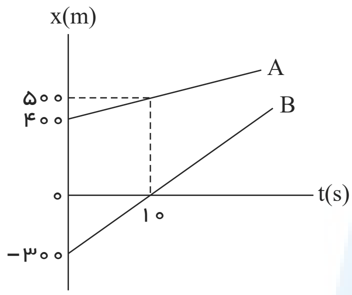
۳) ۱۵۰

۴) ۲۰۰

احمدقاسمی

۱۵ نمودار مکان - زمان دو خودرو که روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر، است. در لحظه‌های t_1 و $t_2 > t_1$ فاصلهٔ دو متحرک از هم $600m$ است. $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟

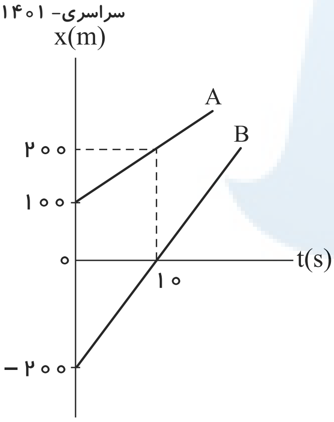
خارج از کشور- ۱۴۰۰



(۱) ۱۵
(۲) ۱۳
(۳) ۸
(۴) ۵

۱۶ شکل زیر، نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد. در این مسیر، به مدت چند ثانیه فاصلهٔ دو متحرک از هم، کمتر یا مساوی ۲۰ متر است؟

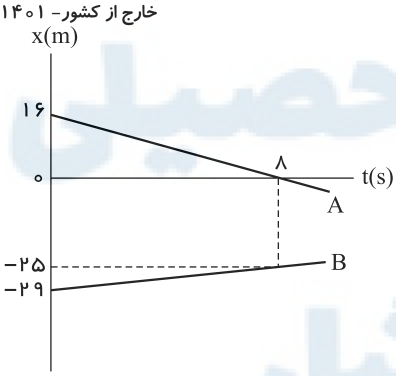
سراسری- ۱۴۰۱



(۱) ۸
(۲) ۶
(۳) ۴
(۴) ۲

۱۷ شکل زیر، نمودار مکان - زمان دو متحرک را نشان می‌دهد که روی محور x حرکت می‌کنند. در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، مکان آنها در SI کدام است؟

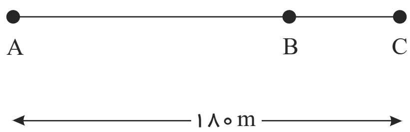
خارج از کشور- ۱۴۰۱



(۱) -۲۰
(۲) -۱۸
(۳) -۱۶
(۴) -۱۴

۱۸ دو متحرک هم‌زمان از نقطه‌های A و C با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و در نقطهٔ B از کنار هم می‌گذرند و در ادامه، $16s$ طول می‌کشد تا متحرک اول از B به C برسد و $25s$ طول می‌کشد تا دومی از B به A برسد. بزرگی سرعت متحرک اول چند متر بر ثانیه است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۹



(۱) ۳
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۸

احمدقاسمی

۱۹ معادلهٔ مکان - زمان متحرکی در SI به‌صورت $x = ۲t^۲ + ۴t - ۸$ است. در فاصلهٔ زمانی $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = ۲s$، مسافتی که متحرک طی می‌کند، چند برابر اندازهٔ جابه‌جایی آن است؟ خارج از کشور- ۱۳۹۸

۱) ۱ ۲) ۱٫۵ ۳) ۱٫۶ ۴) ۲

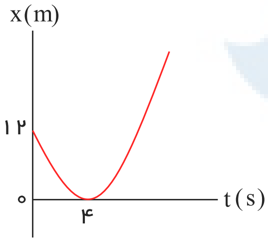
۲۰ متحرکی بدون سرعت اولیه در مبدأ زمان از مبدأ مکان روی محور x با شتاب ثابت به حرکت درآمده و در لحظ $t = ۵s$? به مکان $x = -۱۲۲٫۵m$ می‌رسد. بزرگی سرعت متحرک در این لحظهٔ به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟ سراسری- ۱۳۹۸

۱) ۱۹٫۶ ۲) ۳۲٫۴ ۳) ۴۵٫۰ ۴) ۴۹٫۰

۲۱ متحرکی با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند و در لحظه‌های $t_۱ = ۳s$ و $t_۲ = ۵s$ از مبدأ مکان عبور می‌کند و در لحظه‌ای که به مکان $x = -۱m$ می‌رسد، جهت حرکتش عوض می‌شود. تندی متوسط متحرک از لحظهٔ $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = ۵s$ چند متر بر ثانیه است؟ سراسری- ۱۴۰۰

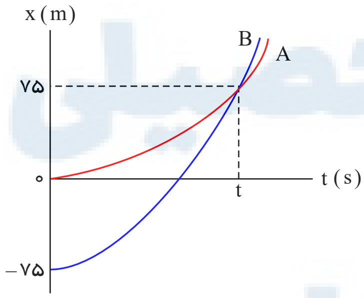
۱) $\frac{۱۳}{۵}$ ۲) ۳ ۳) $\frac{۱۷}{۵}$ ۴) ۶

۲۲ مطابق شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی به‌صورت سهمی است. سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۸s$ چند متر بر ثانیه است؟ سراسری- ۱۳۹۸



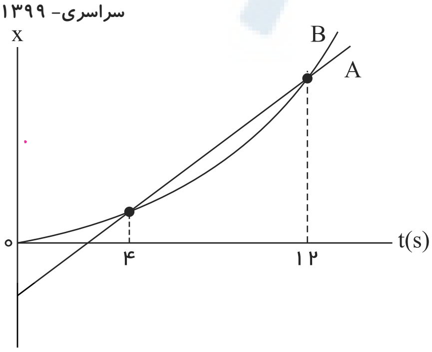
۱) ۳
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۱۲

۲۳ نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B که هم‌زمان از حال سکون به حرکت درآمده‌اند، به‌صورت دو سهمی شکل زیر است. اگر شتاب متحرک A برابر $۱٫۵ m/s^۲$ باشد، نسبت سرعت متحرک B به سرعت متحرک A در لحظه‌ای که از A سبقت می‌گیرد، کدام است؟ خارج از کشور- ۱۳۹۸



۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۲
۳) ۳
۴) $\frac{۱۰}{۳}$

۲۴ نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. بزرگی سرعت متحرک B در چه لحظه‌ای برابر بزرگی سرعت متحرک A است؟ (نمودار B قسمتی از یک سهمی است.) سراسری- ۱۳۹۹

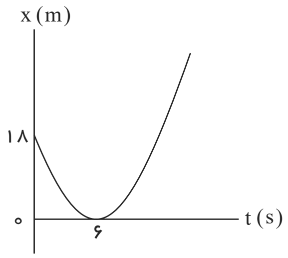


۱) ۱۰
۲) ۸
۳) ۶
۴) ۵


احمدقاسمی

۲۵ مطابق شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی به‌صورت یک سهمی است. شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

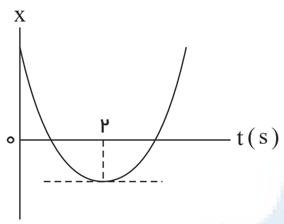
خارج از کشور- ۱۳۹۸



۱) ۳
۲) ۱
۳) ۱-
۴) ۳-

۲۶ نمودار مکان- زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 6s$ برابر $3\frac{m}{s}$ باشد، مسافتی که متحرک در این بازهٔ زمانی طی می‌کند، چند متر است؟

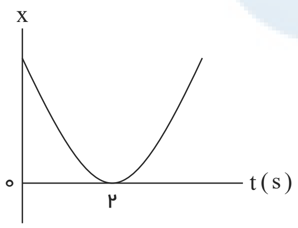
سراسری- ۱۳۹۹



۱) ۱۳
۲) ۱۵
۳) ۱۷
۴) ۱۹

۲۷ نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل روبه‌رو، به صورت سهمی است. کدام مورد درست است؟

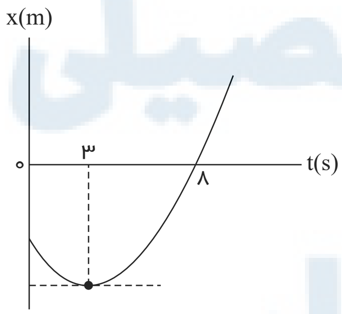
خارج از کشور- ۱۳۹۹



۱) مسافت طی شده در ۳ ثانیهٔ اول برابر مسافت طی شده در ۳ ثانیهٔ دوم است.
۲) مسافت طی شده در ۳ ثانیهٔ اول برابر بزرگی جابه‌جایی این بازهٔ زمانی است.
۳) بزرگی سرعت متوسط در ۴ ثانیهٔ اول برابر بزرگی سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 5s$ است.
۴) بزرگی سرعت متوسط در ۳ ثانیهٔ اول برابر بزرگی سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ است.

۲۸ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 8s$ چند برابر مسافت طی‌شده در این بازهٔ زمانی است؟

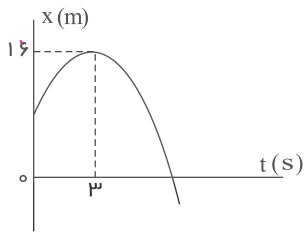
سراسری- ۱۴۰۰



۱) $\frac{5}{17}$
۲) $\frac{5}{14}$
۳) $\frac{8}{17}$
۴) $\frac{9}{14}$

۲۹ نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در بازهٔ زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 6s$ تندی متوسط متحرک برابر $3\frac{m}{s}$ باشد، چند ثانیه بردار مکان متحرک در جهت محور x است؟

خارج از کشور- ۱۴۰۰

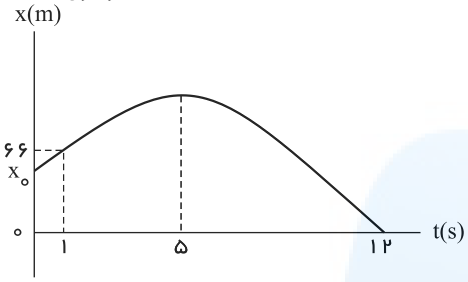


۱) ۹
۲) ۸
۳) ۷
۴) ۳

احمدقاسمی

۳۰ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. مکان اولیه متحرک ($x_\circ$) چند متر است؟

سراسری- ۱۴۰۱



۱) ۵۸

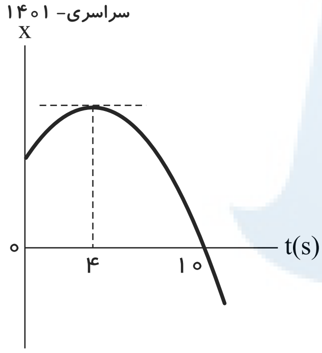
۲) ۵۲

۳) ۴۸

۴) ۴۲

۳۱ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی در لحظهٔ $t = 8s$ چند برابر تندی در لحظهٔ $t = 2s$ است؟

سراسری- ۱۴۰۱



۱) ۲

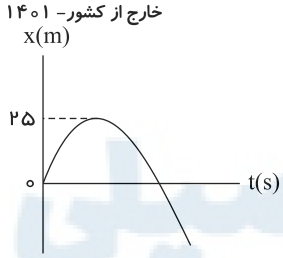
۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

۳۲ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متحرک در مکان $x = -375m$ برابر $40\frac{m}{s}$ باشد، چند ثانیه بردار مکان متحرک در جهت محور x است؟

خارج از کشور- ۱۴۰۱



۱) ۲۰

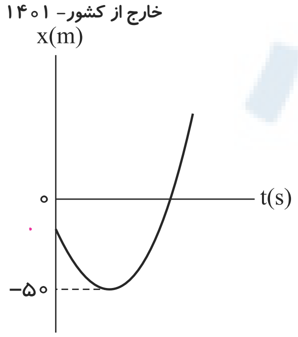
۲) ۱۵

۳) ۱۰

۴) ۵

۳۳ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است، همچنین سرعت متوسط در ۸ ثانیهٔ اول حرکت برابر صفر است. اگر در لحظهٔ t_1 که متحرک از مبدأ محور عبور می‌کند، تندی آن $20\frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 چند متر بر ثانیه است؟

خارج از کشور- ۱۴۰۱



۱) ۲

۲) ۴

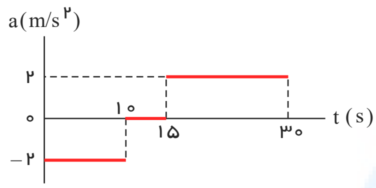
۳) ۸

۴) ۱۶

احمدقاسمی

۳۴- نمودار شتاب-زمان متحرکی که با سرعت اولیهٔ $30\,m/s$ در جهت محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 10s$ تا $t_2 = 30s$، چند متر بر ثانیه است؟

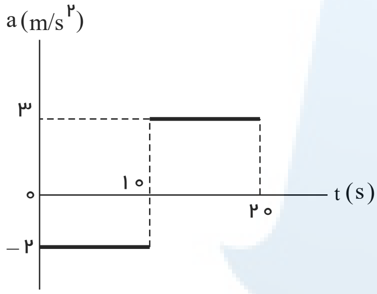
خارج از کشور- ۱۳۹۸



۱) ۱۵
۲) ۲۰
۳) ۲۱٫۲۵
۴) ۴۲٫۵

۳۵- نمودار شتاب- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند و در لحظهٔ $t = 0$ با سرعت اولیهٔ $\vec{v}_0 = (10\frac{m}{s})\vec{i}$ برای اولین بار از مبدأ مکان عبور می‌کند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، متحرک برای سومین بار از مبدأ عبور می‌کند؟

سراسری- ۱۳۹۹



۱) ۱۰
۲) $\frac{40}{3}$
۳) ۱۵
۴) $\frac{50}{3}$

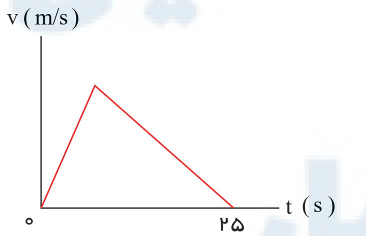
۳۶- اتومبیل A در جهت محور x با تندی ثابت $10\frac{m}{s}$ در لحظهٔ $t = 0$ از مبدأ محور عبور می‌کند و پس از $11s$ حرکتش با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ کند می‌شود. اتومبیل B نیز در جهت x در لحظهٔ $t = 0$ با تندی اولیهٔ $2\frac{m}{s}$ از مبدأ محور عبور می‌کند و حرکتش با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ تند می‌شود و پس از ۵ ثانیه با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. لحظه‌ای که دو اتومبیل به هم می‌رسند، تندی اتومبیل B چند متر بر ثانیه از تندی اتومبیل A بیشتر است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۳۷- نمودار سرعت-زمان متحرکی که در مسیری مستقیم در حرکت است، به‌صورت شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در این ۲۵ ثانیه برابر $10\,m/s$ باشد، بیشینهٔ سرعت متحرک در ضمن حرکت، چند متربرثانیه است؟

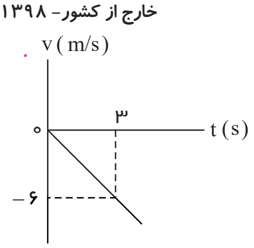
سراسری- ۱۳۹۸



۱) ۲۰
۲) ۲۵
۳) ۴۰
۴) ۵۰

۳۸- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی است که روی محور x حرکت می‌کند. مسافتی که متحرک در ۵ ثانیهٔ اول پیموده است، چند متر است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۸

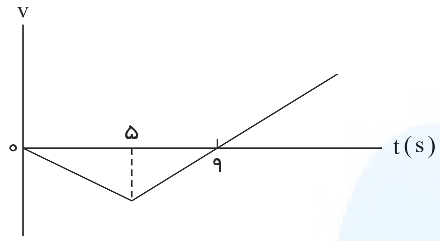


۱) ۱۰
۲) ۲۱
۳) ۲۵
۴) ۲۹

احمدقاسمی

۳۹ نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در لحظهٔ $t = 0$، در مکان $x = 0$ باشد، پس از چند ثانیه دوباره از این نقطه عبور می‌کند؟

سراسری- ۱۳۹۹



۱) ۱۵
۲) ۱۶
۳) ۱۸
۴) ۲۰

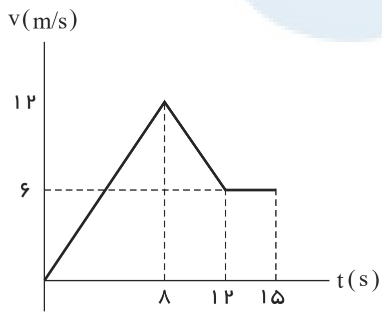
۴۰ متحرکی در یک مسیر مستقیم از حال سکون با شتاب ثابت $3\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند و پس از مدتی حرکتش با شتاب ثابت $1\frac{m}{s^2}$ کند می‌شود و در نهایت می‌ایستد. اگر مسافت طی شده در کل مسیر ۶۰۰ متر باشد، مسافت طی شده در ۳۰ ثانیهٔ اول حرکت، چند متر است؟

سراسری- ۱۳۹۹

۱) ۴۰۰ ۲) ۴۵۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۵۵۰

۴۱ نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظهٔ $t_1 = 2s$ مکان متحرک در SI به صورت $\vec{x_1} = -6\vec{i}$ باشد، مکان متحرک در لحظهٔ $t_2 = 15s$ در SI، کدام است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۹



۱) $93\vec{i}$
۲) $96\vec{i}$
۳) $105\vec{i}$
۴) $118\vec{i}$

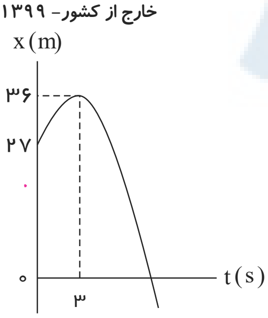
۴۲ متحرکی روی محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند. اگر سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 0$ در جهت محور x باشد و بردار سرعت متوسط در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت برابر $v_{av} = (7.5\frac{m}{s})\vec{i}$ و تندی متوسط در این بازه $8.5\frac{m}{s}$ باشد، مسافت طی‌شده در ۲ ثانیهٔ اول حرکت چند متر است؟

سراسری- ۱۴۰۰

۱) ۵ ۲) ۱۵ ۳) ۲۵ ۴) ۳۵

۴۳ شکل زیر، نمودار مکان- زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم با شتاب ثابت حرکت می‌کند. مسافتی که متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 10s$ طی می‌کند، چند متر است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۹

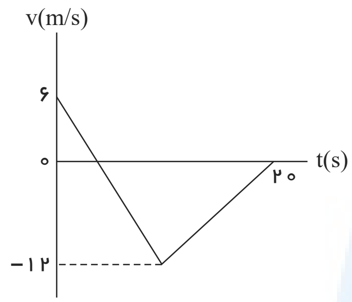


۱) ۴۰
۲) ۴۵
۳) ۵۸
۴) ۸۵


احمدقاسمی

۴۴ شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی است که روی محور x حرکت می‌کند. تندی متوسط متحرک در مدتی که در خلاف جهت محور حرکت می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟

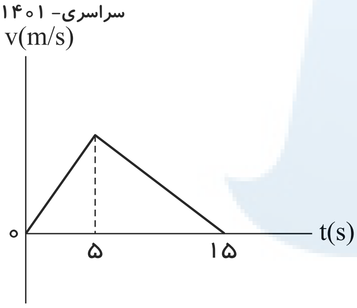
سراسری- ۱۴۰۰



۱) صفر
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۹

۴۵ شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی است که روی محور x حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی در بازهٔ زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 11s$ برابر ۱۲۶ متر باشد، سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 12s$ چند متر بر ثانیه است؟

سراسری- ۱۴۰۱



۱) ۳
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۲

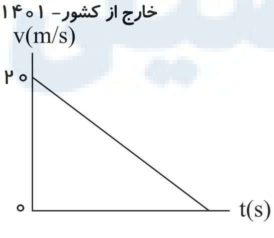
۴۶ متحرکی با شتاب ثابت $4\frac{m}{s^2}$ روی محور x حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی آن در بازهٔ زمانی $t_1 = 9s$ تا $t_2 = 16s$ برابر صفر باشد، تندی متوسط آن در همین بازهٔ زمانی چند متر بر ثانیه است؟

خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) ۳٫۵ ۲) ۷ ۳) ۱۰٫۵ ۴) ۱۴

۴۷ نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر مسافت طی‌شده در ۴ ثانیهٔ اول، ۳۶ برابر مسافت طی‌شده در ۲ ثانیهٔ آخر باشد، بزرگی شتاب حرکت، چند متر بر مربع ثانیه است؟

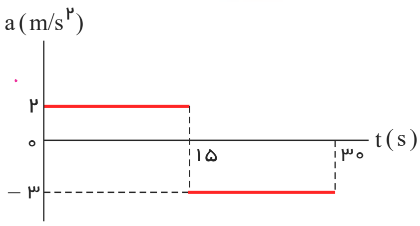
خارج از کشور- ۱۴۰۱



۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱
۳) $\frac{3}{2}$ ۴) ۲

۴۸ نمودار شتاب- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند و بردار سرعت اولیهٔ آن در SI به صورت $\vec{v}_0 = -10\vec{i}$ است، مطابق شکل زیر است. بزرگی جابه‌جایی در ۵ ثانیهٔ ششم، چند برابر بزرگی جابه‌جایی در ۵ ثانیهٔ اول حرکت است؟

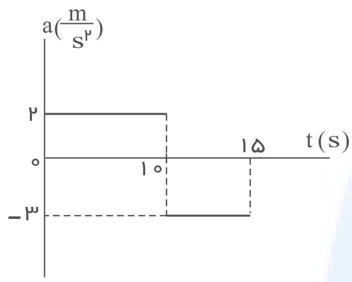
خارج از کشور- ۱۳۹۹



۱) ۳٫۵
۲) ۲
۳) ۱٫۵
۴) ۱

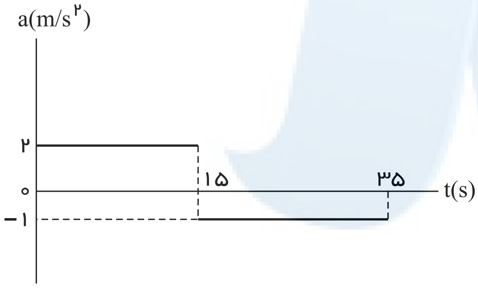
احمدقاسمی

۴۹- نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظهٔ $t = 3s$ سرعت متحرک، $\vec{v} = (1\frac{m}{s})\vec{i}$ باشد، سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 7s$ تا $t_2 = 10s$ چند متر بر ثانیه است؟ خارج از کشور- ۱۴۰۰



۱) ۶
۲) ۹
۳) ۱۲
۴) ۱۵

۵۰- نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظهٔ $t = 2s$ سرعت متحرک $\vec{v} = (-6\frac{m}{s})\vec{i}$ و مکان متحرک $\vec{x} = (-16m)\vec{i}$ باشد، مکان متحرک در لحظهٔ $t = 35s$ کدام است؟ سراسری- ۱۴۰۱



۱) $(275m)\vec{i}$
۲) $(300m)\vec{i}$
۳) $(375m)\vec{i}$
۴) $(400m)\vec{i}$

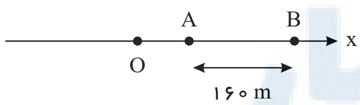
۵۱- اتومبیلی با تندی (سرعت) ثابت $72\frac{km}{h}$ در یک مسیر مستقیم حرکت می‌کند که ناگهان راننده مانع ثابتی را در ۵۲ متری خود می‌بیند و ترمز می‌کند و حرکت اتومبیل با شتاب ثابت $4\frac{m}{s^2}$ کند می‌شود. اگر زمان واکنش راننده ۰٫۵ ثانیه باشد، اتومبیل: خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱) ۲ متر قبل از مانع متوقف می‌شود.
۲) در لحظهٔ رسیدن به مانع متوقف می‌شود.
۳) با تندی (سرعت) $8\frac{m}{s}$ به مانع برخورد می‌کند.
۴) با تندی (سرعت) $4\sqrt{5}\frac{m}{s}$ به مانع برخورد می‌کند.

۵۲- اتومبیلی با تندی ثابت در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است. راننده با شتاب ثابت ترمز می‌کند و پس از طی مسافت ۱۵۰ متر، تندی اتومبیل نصف می‌شود. اتومبیل از لحظه ترمز تا توقف کامل چند متر را طی می‌کند؟ خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) ۱۷۵
۲) ۲۰۰
۳) ۲۵۰
۴) ۳۰۰

۵۳- مطابق شکل زیر، متحرکی با شتاب ثابت $2\,m/s^2$ روی محور x حرکت می‌کند. اگر فاصلهٔ بین دو نقطهٔ A و B را در مدت ۸ ثانیه طی کند و در نقطهٔ O سرعتش صفر باشد، فاصلهٔ OA چند متر است؟ سراسری- ۱۳۹۸



۱) ۱۸
۲) ۳۶
۳) ۴۵
۴) ۷۲

۵۴- متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت حرکت می‌کند و در مدت $5s$، $75m$ جابه‌جا می‌شود و بزرگی سرعتش به $20\frac{m}{s}$ می‌رسد. در ۵ ثانیهٔ بعدی سرعت متوسط متحرک چند متر بر ثانیه می‌شود؟ خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱) ۱۵
۲) ۲۵
۳) ۳۰
۴) ۳۵

۵۵- متحرکی با شتاب ثابت $\vec{a} = -4\vec{i}$ روی محور x حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ سوم حرکت برابر صفر باشد، مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ $t_1 = 2s$ و $t_2 = 4s$، چند متر است؟ سراسری- ۱۳۹۹

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۱۰

احمدقاسمی

۵۶ متحرکی با شتاب ثابت بر روی محور x حرکت می‌کند. جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا $t_2 = t_1 + ۱۶(s)$ برابر ۴۰۰ متر است. اگر نیمی از این جابه‌جایی در ۴ ثانیه اول و نیم دیگر آن در ۱۲ ثانیه بعد از آن انجام شود، بزرگی شتاب حرکت در SI کدام است؟ سراسری- ۱۴۰۱

۱) $\frac{۵}{۳}$ ۲) $\frac{۵}{۶}$ ۳) $\frac{۲۵}{۳}$ ۴) $\frac{۲۵}{۶}$

۵۷ متحرکی با شتاب ثابت $\vec{a} = (۴\frac{m}{s^۲})\vec{i}$ در جهت محور x، در حرکت است. اگر مسافتی که این متحرک در فاصلهٔ زمانی $t_1 = ۰s$ تا $t_2 = ۲s$ طی می‌کند، ۴ متر بیشتر از مسافتی باشد که در ثانیهٔ سوم طی می‌کند، سرعت اولیهٔ آن چند متر بر ثانیه است؟ سراسری- ۱۴۰۱

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۲

۵۸ اتومبیلی در لحظهٔ $t = ۰$ با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و پس از ۵ ثانیه سرعتش به $۲۰\frac{m}{s}$ می‌رسد. ۱۰ ثانیه با همین سرعت به حرکت خود ادامه می‌دهد و سپس با شتاب ثابت ترمز می‌کند و پس از ۴ ثانیه متوقف می‌شود. شتاب متوسط اتومبیل در بازهٔ زمانی $t_1 = ۲s$ تا $t_2 = ۱۷s$ چند متر بر ثانیه است؟ خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) $\frac{۹}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۲}{۱۵}$ ۴) صفر

۵۹ متحرکی در مسیر مستقیم با شتاب ثابت، از حالت سکون به حرکت درمی‌آید و پس از طی مسافت ۱۵ متر، سرعت آن به $۶\frac{m}{s}$ می‌رسد. این متحرک با همین شتاب، چند ثانیهٔ دیگر به حرکت خود ادامه دهد تا کل مسافت طی‌شده به ۱۳۵ متر برسد؟ خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) ۲۰ ۲) ۱۵ ۳) ۱۰ ۴) ۵

۶۰ دو متحرک روی محور x از حال سکون با شتاب‌های a و $\frac{۹}{۱۶}a$ هم‌زمان از یک نقطه به سوی مقصدی معین به حرکت درمی‌آیند و با فاصلهٔ زمانی ۲ ثانیه به مقصد می‌رسند. زمان حرکت جسمی که زودتر به مقصد می‌رسد، چند ثانیه است؟ سراسری- ۱۳۹۹

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

پاسخنامه تشریحی

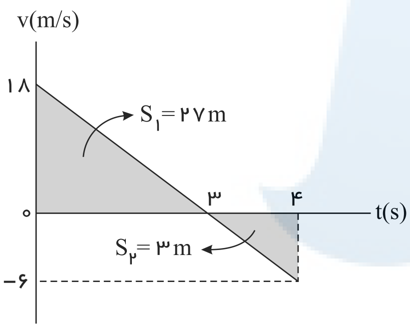
۱ گزینه ۳

$$V_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۲۰-(-۴۰)}{۱۰}=\frac{۶۰}{۱۰}=۶\,m/s$$

۲ گزینه ۲

با توجه به معادلهٔ سرعت - زمان داده‌شده، نمودار آن را رسم کرده و با تعیین سرعت در لحظه‌های داده‌شده، سطح محصور بین نمودار و محور زمان که برابر با مقدار مسافت طی‌شده است را یافته و درنهایت تندی متوسط را محاسبه می‌کنیم.

$$v=-۶t+۱۸ \begin{cases} t_۱=۰ \rightarrow v_۱=۱۸\,m/s \\ t_۲=۴s \rightarrow v_۲=-۶\,m/s \\ v=۰ \rightarrow t=۳s \end{cases}$$



$$\ell=S_۱+S_۲=۳۰m$$

$$S_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۳۰}{۴}\rightarrow S_{av}=۷/۵\frac{m}{s}$$

۳ گزینه ۴ یعنی ۲ ثانیه بین $t_۱=۲s$ و $t_۲=۴s$. بنابراین داریم:

۲ ثانیهٔ دوم: $۲s\leq t\leq ۴s$

$$v=۲t^۲-۴t-۲\rightarrow\begin{cases} t_۱=۲s\rightarrow v_۱=۲\times۲^۲-۴\times۲-۲ \\ t_۲=۴s\rightarrow v_۲=۲\times۴^۲-۴\times۴-۲\end{cases}\rightarrow\begin{cases} v_۱=-۲\,m/s \\ v_۲=۱۴\,m/s\end{cases}$$

$$\rightarrow a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۱۴-(-۲)}{۴-۲}=\frac{۱۶}{۲}=۸\,m/s^۲$$

۴ گزینه ۲

$$(a_{av})_{۵s-۱۰s}=\frac{v_{۱۰}-v_۵}{۱۰s-۵s}=-۴\Rightarrow v_{۱۰}-v_۵=-۲۰\frac{m}{s}\quad(۱)$$

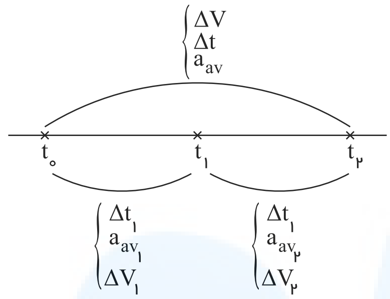
$$(a_{av})_{۱۰s-۱۲s}=\frac{v_{۱۲}-v_{۱۰}}{۱۲s-۱۰s}=۲\Rightarrow v_{۱۲}-v_{۱۰}=۴\frac{m}{s}\quad(۲)$$

$$(۱)\,,\,(۲)\Rightarrow(v_{۱۲}-v_{۱۰})+(v_{۱۰}-v_۵)=۴+(-۲۰)\Rightarrow v_{۱۲}-v_۵=-۱۶\Rightarrow(a_{av})_{۵s-۱۲s}=\frac{v_{۱۲s}-v_{۵s}}{۱۲s-۵s}=-\frac{۱۶}{۷}\frac{m}{s^۲}\Rightarrow(a_{av})_{۵s-۱۲s}=-\frac{۱۶}{۷}\vec{i}$$

چون $\vec{a}_{av}$ها و $\vec{v}$ها همگی در امتداد محور x بودند.

۵ گزینه ۳

به طور کلی در حرکت در امتداد محور x داریم:



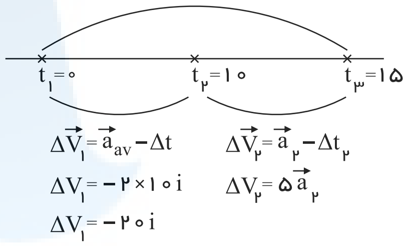
$$\Delta V = \Delta V_۱ + \Delta V_۲$$

در اینجا:

$$\Delta \vec{V} = \vec{a} \times \Delta t = \frac{۲}{۳} \times ۱۵i = \Delta \vec{V} = ۱۰\vec{i}$$

$$\Delta V_۱ = \overrightarrow{a_{av}} \times \Delta t = -۲ \times ۱۰i \rightarrow \Delta V_۱ = -۲۰\vec{i}$$

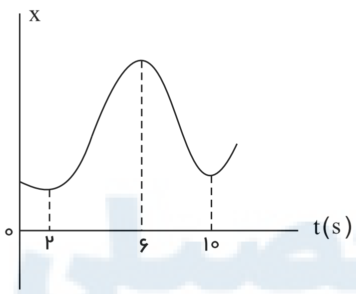
$$\Delta V_۲ = \overrightarrow{a_۲} \times \Delta t_۲ = -۲ \rightarrow \Delta V_۲ = -۲۰\overrightarrow{a_۲}$$



$$\Delta \vec{V} = \Delta \vec{V} \rightarrow ۱۰\vec{i} = -۲۰\vec{i} + ۵\overrightarrow{a_۲} \rightarrow \overrightarrow{a_۲} = ۶\vec{i}$$

۶ گزینه ۳

نکته: برای بررسی تندی متوسط مسافت و زمان، هر دو مهم هستند $(S_{av} = \frac{L}{\Delta t})$ هر دو را هم‌زمان باید در نظر گرفت.



دقت داریم که:

۱) مسافتی که متحرک در ثانیه‌های $۲s$ تا $۶s$ طی می‌کند بسیار بیشتر از مسافتی است که متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $۲s$ طی می‌کند در حالی که بازهٔ زمانی صفر تا $۶s$، ۳ برابر بازهٔ زمانی صفر تا ۲ است پس $[S_{av} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow (S_{av})_{۰-۶s} > (S_{av})_{۰-۲}]$ (بنابراین گزینهٔ ۱ حذف می‌شود.)

۲) مسافت طی شده در بازهٔ زمانی $۲s$ تا $۶s$ بیشتر از مسافت طی شده در ثانیه‌های $۶s$ تا $۱۰s$ است. $((S_{av})_{۲-۶} > (S_{av})_{۶-۱۰})$ فرض کنید مسافت طی شده از $۲s$ تا $۶s$ برابر L و از $۶s$ تا $۱۰s$ برابر L' باشد.

$$\begin{cases} (S_{av})_{۶-۱۰} = \dfrac{L'}{۱۰-۶} = \dfrac{L'}{۴} \\ (S_{av})_{۲-۱۰} = \dfrac{L+L'}{۱۰-۲} = \dfrac{L+L'}{۸} \xrightarrow[L+L'>۲L']{L>L'} (S_{av})_{۲-۱۰} > \dfrac{۲L'}{۸} = \dfrac{L'}{۴} = (S_{av})_{۶-۱۰} \end{cases}$$

و گزینهٔ ۴ هم رد می‌شود.

۳) مسافت طی شده از صفر تا $۲s$ خیلی کمتر از L است پس:

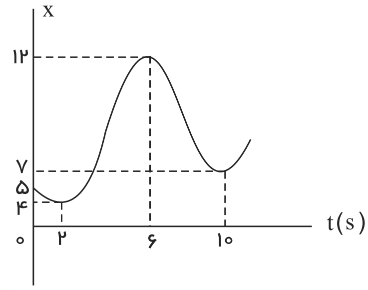
مسافت طی شده از صفر ۶ $\simeq L \Rightarrow (S_{av})_{۰-۶s} \simeq \frac{L}{۶}$ (۱)

از طرفی : $(S_{av})_{۲-۱۰s} = \frac{L+L'}{۱۰-۲} = \frac{L+L'}{۸} \xrightarrow{L'<L} (S_{av})_{۲-۱۰s} > \frac{L}{۴}$ (۲)

$$(1)\ ,\ (2) \Rightarrow (S_{av})_{0-6s} < (S_{av})_{2-10s}$$

بنابراین گزینهٔ ۲ هم رد می‌شود.

توجه: راه حل ارائه شده تاکنون یک راه حل کلی و اساسی بود! اما وقتی به دید یک تست نگاه کنیم، یک راه ساده‌تر، عددگذاری فرضی در شکل است. مثلاً:



$$(1)\ \text{گزینهٔ}\ (S_{av})_{0-2} = \frac{1}{2}\frac{m}{s} = 0/5\frac{m}{s}$$

$$(2)\ \text{گزینهٔ}\ (S_{av})_{0-6} = \frac{1+8}{6} = \frac{9}{6} = 1/5\frac{m}{s}$$

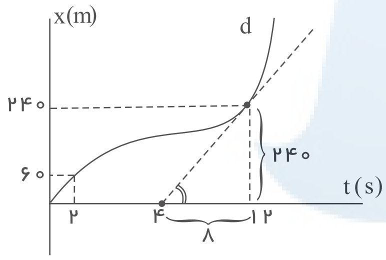
$$(3)\ \text{گزینهٔ}\ (S_{av})_{2-10} = \frac{8+5}{8} = \frac{13}{8} > 1/5\frac{m}{s}$$

$$(4)\ \text{گزینهٔ}\ (S_{av})_{6-10} = \frac{5}{4} = 1/25\frac{m}{s}$$

گزینهٔ ۳ درست است. البته تأکید می‌شود این روش برای رد برخی گزینه‌ها می‌تواند درست باشد. اما اگر اعداد در نمودار خوب انتخاب نشود در تعیین گزینهٔ درست ممکن است دچار مشکل شویم.

۷ گزینه ۱

ابتدا مکان متحرک را در لحظهٔ $t_2 = 14s$ می‌یابیم. می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر سرعت لحظه‌ای متحرک است، بنابراین داریم:



$$V_{t=12} = \text{شیب خط مماس بر}\ x-t = \frac{240}{8} = 30\frac{m}{s}$$

از طرفی مطابق فرض سؤال داریم:

$$V_{t=12} = V_{av(2-14)} \rightarrow 30 = \frac{x_{14}-x_2}{14-2} \xrightarrow{x_2=60m} x_{14} - 60 = 360 \rightarrow x_{14} = 420m$$

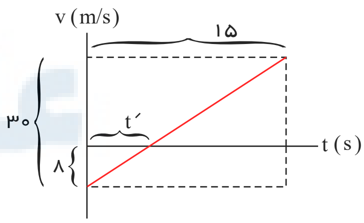
در نهایت داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \text{دو ثانیه اول}\ V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{60-2}{2} = 30\frac{m}{s} \\ \text{دو ثانیه هفتم}\ V'_{av} = \frac{x_{14}-x_{12}}{14-12} = \frac{60-2}{2} = \frac{420-240}{2} = 90\frac{m}{s} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{V_{av}}{V'_{av}} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$$

۸ گزینه ۴

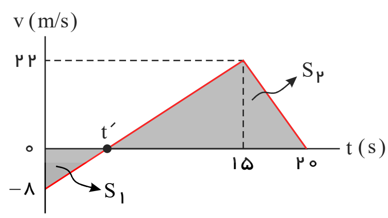
در ابتدا لحظه تلاقی نمودار با محور زمان (t') که همان لحظهٔ تغییر جهت نیز هست را میابیم.(یا از شیب خط استفاده کرد)

توجه: برای یافتن t' چندین روش وجود دارد. مثلاً می‌توان از قضیهٔ تالس هم کمک گرفت.



$$\frac{t'}{15} = \frac{8}{30} \rightarrow \boxed{t' = 4s}$$

قدرمطلق سطح زیر نمودار $v-t$، برابر مسافت پیموده شده است.



$$\frac{t'}{8} = \frac{15-t'}{22} \Rightarrow t' = 4s$$

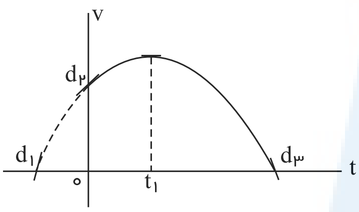
$$\left.\begin{array}{l} |S_1| = \frac{8\times4}{2} = 16 \\ S_2 = \frac{22\times(20-4)}{2} = 176 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{مسافت کل}} 16 + 176 = 192m$$

۹ گزینه ۴ هرگاه به کمک نمودارهای $(x-t)$، $(v-t)$ و $(a-t)$ در حرکت بر خط راست بخواهیم نحوهٔ تغییرات نیروی خالص وارده بر جسم یا علامت آن را مشخص کنیم باید شتاب جسم (a) تعیین تکلیف گردد. چون طبق رابطهٔ $\vec{F}_{net}=m\vec{a}$ (به طور کلّی) و در حرکت بر خط راست طبق رابطهٔ $F_{net}=\underbrace{m}_{+\text{عدد}}a$ همواره F_{net} و a باهم متناسب (و هم علامت!) هستند. بنابراین در این تست:

شیب خط مماس بر نمودار $(v-t)$ به ما شتاب لحظه‌ای را می‌دهد. باتوجه به نمودار داده شده بزرگی شیب خط مماس بر نمودار ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. پس همین اتفاق هم برای F_{net} می‌افتد. (در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2)

۱۰ گزینه ۴ ● در بازهٔ صفر تا : اولاً تندی پیوسته مثبت است یعنی متحرک تغییر جهت نمی دهد. پس تندی و سرعت هم مفهوم هستند. در بازهٔ صفر تا t_1 چون مقدار v افزایش یافته بنابراین تندی هم افزایش می‌یابد (پس گزینهٔ ۱ نادرست است).

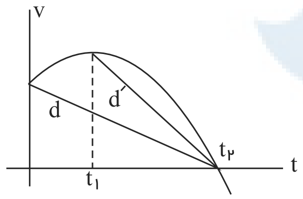
● شیب خط مماس بر نمودار $(v-t)$ برابر شتاب متحرک است بنابراین شتاب در $t=0$ و $t=t_2$ چون شیب خطوط مماس برابر نیست، نمی‌توانند برابر باشند: [شیب d_1 با d_3 هم‌اندازه هستند ولی شیب d_3 با d_2 نمی‌تواند برابر باشد.] (پس گزینهٔ ۲ هم نادرست است.)



● مشابه نکتهٔ قبل، کافی است شیب خطوط مماس بر نمودار $(v-t)$ را در نظر بگیریم. از صفر تا t_1، شیب خطوط مماس، مثبت و از t_1 تا t_2، شیب خطوط مماس منفی است. (پس گزینهٔ ۳ هم نادرست است.)

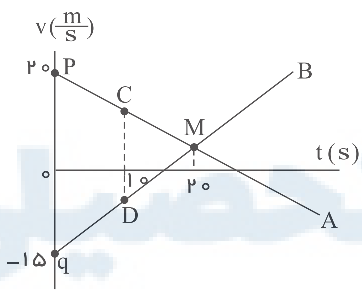
● برای مقایسهٔ شتاب متوسط بین بازه‌های زمانی مختلف کافی است شیب خطوط واصل بین آن‌ها را با هم مقایسه نماییم.

بزرگی شیب خط‌های واصل d و d' را با هم مقایسه کنیم. هرچه خطوط به خط عمود فرضی بر محور t نزدیک و متمایل‌تر باشند، مقدار شیب آن‌ها بیشتر است. یعنی بزرگی شیب d' از بزرگی شیب d بیشتر است. بنابراین گزینهٔ ۴ درست است.



۱۱ گزینه ۲

ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌ها، اختلاف سرعت دو متحرک در لحظهٔ $t=۱۰s$ را می‌یابیم.



$$\overset{\triangle}{MCD}\sim\overset{\triangle}{MPQ}\rightarrow\frac{CD}{۳۵}=\frac{۱۰}{۲۰}\rightarrow CD=۱۷/۵$$

حال مسافت ذوزنقهٔ هاشور زده، معادل مجموع مسافت طی شده توسط این دو متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول است، یعنی:

$$\ell_A+\ell_B=S_{\text{ذوزنقه}}=\frac{۳۵+۱۷/۵}{۲}\times ۱۰\rightarrow \ell_A+\ell_B=۲۶۲/۵m$$

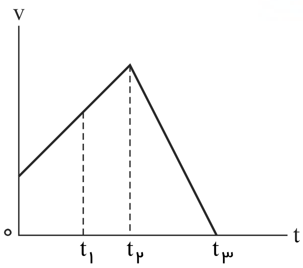
۱۲ گزینه ۲

برای حل این سؤال باید به چند نکتهٔ زیر توجه کنیم:

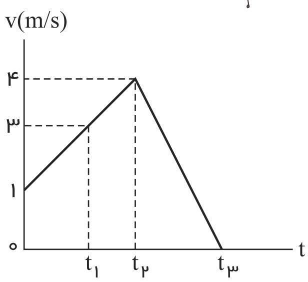
۱) اگر متحرک در امتداد یک خط راست و بدون تغییر جهت حرکت کند، در یک بازهٔ زمانی معین، سرعت متوسط و تندی متوسطش هم‌اندازه‌اند.

۲) در حرکت با شتاب ثابت، می‌توان از رابطهٔ $v_{av}=\frac{v_1+v_2}{۲}$، سرعت متوسط را محاسبه کرد.

۳) سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان، برابر است با جابه‌جایی متحرک.



با توجه به نکات بالا، بدیهی است که سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک در هر یک از بازه‌های زمانی داده‌شده در گزینه‌ها، هم‌اندازه‌اند، چون متحرک تغییر جهت نداده است.



از طرفی در بازهٔ زمانی ۰ تا t_3، با استفاده از رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$، می‌توان دریافت که چون Δt بیشتر از بقیه گزینه‌هاست Δx کوچکتر از بقیه است (سطح زیر نمودار) پس در این بازه، بیشترین سرعت متوسط (تندی متوسط) را نداریم.

اما برای بررسی بقیهٔ گزینه‌ها، از عددگذاری به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

۱: از ۰ تا t_1:

$$s_{av} = v_{av} = \frac{1+3}{2} = 2\frac{m}{s}$$

۲: از t_1 تا t_2:

$$s_{av} = v_{av} = \frac{3+4}{2} = 3/5\frac{m}{s}$$

۳: از t_2 تا t_3:

$$s_{av} = v_{av} = \frac{4+0}{2} = 2\frac{m}{s}$$

پس با مقایسهٔ اعداد به‌دست‌آمده، گزینهٔ «۲» صحیح است.

۱۳ **گزینه ۱** فقط گزینهٔ «ب» درست است، زیرا در بازهٔ t_1 تا t_2، سرعت مثبت است یعنی متحرک در جهت محور حرکت کرده.

گزینهٔ الف غلط است چون در لحظهٔ t_1 فقط جهت شتاب تغییر کرده

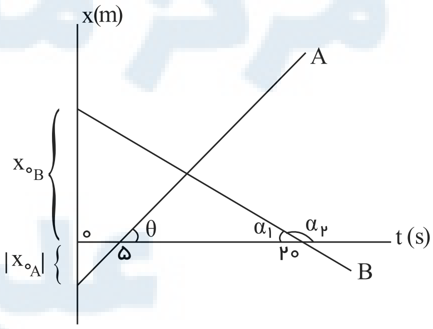
گزینهٔ پ غلط است چون در بازهٔ صفر تا t_1 تندی در حال افزایش است.

گزینهٔ ت غلط است چون در بازهٔ صفر تا t_2 در ابتدا شتاب مثبت (در جهت محور) سپس منفی است (در خلاف جهت محور)، (دقت کنید که شیب خط مماس بر $v-t$ همان شتاب متحرک است.)

۱۴ **گزینه ۳** ابتدا رابطهٔ بین x_{OB} و x_{OA} را محاسبه می‌کنیم، سپس مقدار هریک را تعیین می‌کنیم.

$$x_{0B} + |x_{0A}| = 150m \quad (1)$$

$$\begin{cases} v_A > 0 \\ v_B < 0 \end{cases} \xrightarrow{(\text{تندی } A) = 2(\text{تندی } B)} v_A = 2|v_B|$$



می‌دانیم شیب خطوط مماس بر نمودار مکان-زمان برابر سرعت لحظه‌ای است و اگر نمودار یک خط مایل باشد، خود شیب این خط برابر سرعت لحظه‌ای آن متحرک است.

$$\begin{cases} v_A = \text{تندی } A = \frac{|x_{0A}|}{5} & (2) \\ |v_B| = \frac{x_{0B}}{20} & (3) \end{cases} \xrightarrow{v_A = 2|v_B|} \frac{|x_{0A}|}{5} = 2\frac{x_{0B}}{20} = \frac{x_{0B}}{10} \Rightarrow |x_{0A}| = \frac{x_{0B}}{2} \Rightarrow x_{0B} = 2|x_{0A}| \xrightarrow{(1)} \begin{cases} |x_{0A}| = 50 \Rightarrow x_{0A} = -50m \\ x_{0B} = 100m \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow v_A = \frac{50}{5} = 10\frac{m}{s} \;,\; (3) \Rightarrow v_B = -\frac{100}{20} = -5\frac{m}{s}$$

در نهایت معادلات مکان-زمان دو متحرک را می‌نویسیم و فاصله دو متحرک را بدست می‌آوریم.

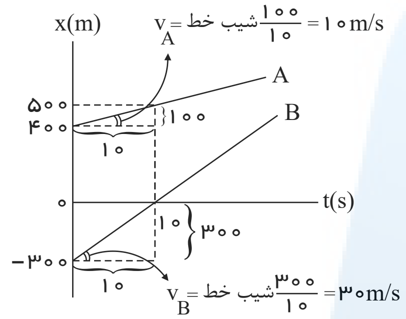
$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{\circ A} \\ x_B = v_B t + x_{\circ B} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 10t - 50 \\ x_B = -5t + 100 \end{cases} \Rightarrow x_A - x_B = 15t - 150 \Rightarrow x_A - x_B = 15 \times 20 - 150 = 150m \Rightarrow x_A - x_B = 150m$$

۱۵ گزینه ۲ در ابتدا معادلهٔ حرکت هر یک را می‌نویسیم:

$$x = vt + x_\circ \to \begin{cases} x_A = 10t + 400 \\ x_B = 30t - 300 \end{cases}$$

$$V_B = \text{شیب خط} = \frac{300}{10} = 30\frac{m}{s}$$

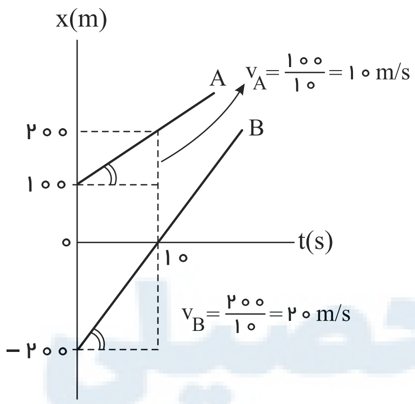
این دو متحرک، دو بار در فاصلهٔ ۶۰۰ متری هم قرار می‌گیرند. یک بار قبل از اینکه به هم برسند و بار دیگر بعد از اینکه به هم رسیده و دوباره از هم دور شوند یعنی:



$$|\Delta x| = |x_A - x_B| = |(10t + 400) - (30t - 300)| = -20t + 700 \to \begin{cases} x_A - x_B = 600 = -20t + 700 \to t_1 = 5s \\ x_A - x_B = -600 = -20t + 700 \to t_2 = 65s \end{cases} \to \frac{t_2}{t_1} = \frac{65}{5} = 13$$

۱۶ گزینه ۳

در ابتدا سرعت هر یک از متحرک‌ها و به دنبال آن مسیر حرکت آن‌ها را رسم می‌کنیم و معادلهٔ حرکت آن‌ها را می‌نویسیم.
می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان با سرعت متحرک برابر است. در اینجا که سرعت متحرک‌ها ثابت است، داریم:



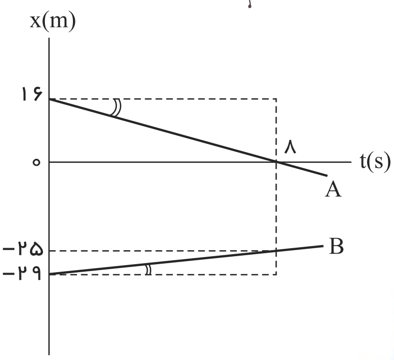
$$x = vt + x_\circ \Rightarrow \begin{cases} x_A = 10t + 100 \\ x_B = 20t - 200 \end{cases}$$

با توجه به اینکه تندی متحرک B بیشتر از متحرک A است، مرتباً به متحرک A نزدیک شده و بعد از رسیدن به متحرک A، از آن جلو می‌افتد، پس دوبار فاصلهٔ آن‌ها از هم ۲۰ متر می‌شود.

$$|x_A - x_B| = 20m \to \begin{cases} x_A - x_B = 20m \\ x_B - x_A = 20m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10t_1 + 100 - (20t_1 - 200) = 20 \to t_1 = 28s \\ 20t_2 - 200 - (10t_2 + 100) = 20 \to t_2 = 32s \end{cases} \to \Delta t = t_2 - t_1 = 4s$$

۱۷ گزینه ۱

می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان با سرعت متحرک برابر است. بنابراین در ابتدا معادلهٔ حرکت هریک از دو متحرک را می‌نویسیم.



$$\Rightarrow v_A = \text{شیب خط} = \frac{-۱۶}{۸} = -۲\frac{m}{s}$$

$$x = vt + x_\circ \Rightarrow \begin{cases} x_A = -۲t + ۱۶ \\ x_B = \frac{۱}{۲}t - ۲۹ \end{cases}$$

$$v_B = \text{شیب خط} = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}\frac{m}{s}$$

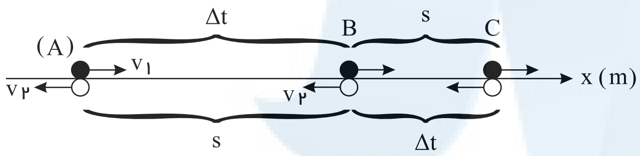
و در لحظهٔ به هم رسیدن دو متحرک به هم داریم:

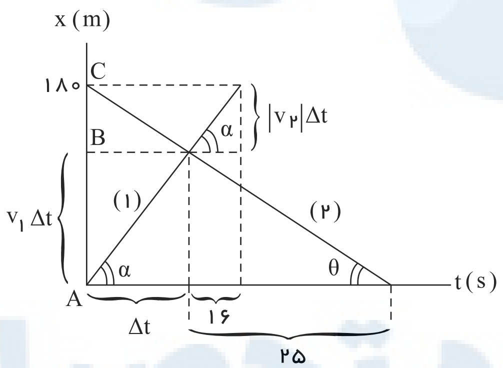
$$x_A = x_B \Rightarrow -۲t + ۱۶ = \frac{۱}{۲}t - ۲۹ \Rightarrow \frac{۵}{۲}t = ۴۵ \Rightarrow t = ۱۸s$$

و مکان هریک در این لحظه برابر است با:

$$x_B = x_A = -۲t + ۱۶ \xrightarrow{t=۱۸s} x_A = -۲ \times ۱۸ + ۱۶ \Rightarrow x_B = x_A = -۲\circ m$$

۱۸ **گزینه ۲** این تست سالیان بسیار قبل در کنکور (البته با محاسبات ساده‌تر) مطرح شده بود و تست بسیار جالبی است. می‌خواهیم یک روش خلّاقانه ارائه نمائیم! کافی است امتداد مسیر را منطبق بر محور x گرفته و نمودار $x-t$ دو متحرک را در یک دستگاه رسم کنیم. شیب خط مماس بر نمودار $(x-t)$ برابر سرعت (لحظه‌ای) در آن لحظه است.





۲ نکته:

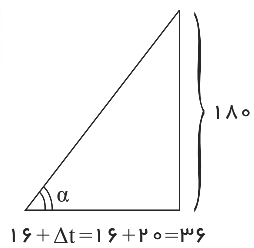
$$\begin{cases} \Delta x_۲ = v_۲ \Delta t \quad v_۱ > \circ \text{ و } v_۲ < \circ \quad \text{دقت داریم که} \quad (۱) \\ \Delta x_۱ = v_۱ \Delta t \quad \text{جابه‌جایی در مدت زمان } \Delta t \text{ برابر دو متحرک} \quad (۲) \end{cases}$$

$$(۱)\ \text{سرعت متحرک}\ v_۱ = \text{شیب خط ۱} = \frac{|v_۲|\Delta t}{۱۶} \quad (*)$$

$$(۲)\ \text{سرعت متحرک}\ v_۲ = \text{شیب خط ۲} = \frac{v_۱ \Delta t}{۲۵} \quad (**)$$

$$(*) \text{ و } (**) \Rightarrow \frac{\left(\frac{\cancel{v_۱}\Delta t}{۲۵}\right)(\Delta t)}{۱۶} = \cancel{v_۱} \Rightarrow \frac{\Delta t^۲}{۲۵ \times ۱۶} = ۱ \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{\Delta t}{۵ \times ۴} = ۱$$

$$\Delta t = ۲\circ s \Rightarrow v_۱ = \text{شیب خط ۱} = \frac{۱۸\circ}{\Delta t} = \frac{۱۸\circ}{۳۶} = ۵\frac{m}{s} \Rightarrow v_۱ = ۵\frac{m}{s}$$



۱۹ **گزینه ۱** معادلهٔ مکان - زمان درجهٔ ۲ بر حسب زمان است. بنابراین حرکت با شتاب ثابت بر خط راست است. (مشابه کتاب درسی از مشتق کمک نمی‌گیریم.)

$$\begin{cases} x = ۲t^۲ + ۴t - ۸ \\ x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x_\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{۲} = ۲ \rightarrow a = +۴ \\ v_\circ = +۴ \end{cases} \rightarrow v = at + v_\circ = ۴t + ۴$$

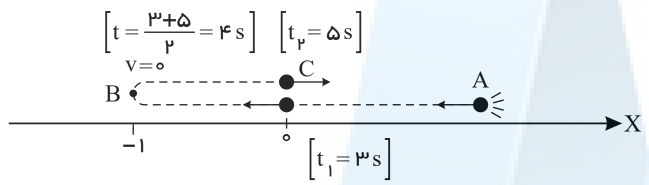
مشخص است که $v \neq ۰$ یعنی متحرک بر خط راست، بدون تغییر جهت است.

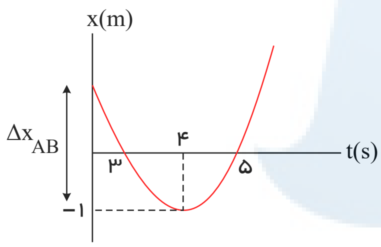
بنابراین: $\frac{L}{|\Delta x|} = ۱$

۲۰ گزینه ۴ از معادلهٔ مستقل از شتاب کمک می‌گیرید.

$$\Delta x = \frac{v_۰ + v}{۲}\Delta t \Rightarrow -۱۲۲{,}۵ - ۰ = \frac{۰ + v}{۲} \times ۵ \Rightarrow v = -۴۹ m/s \Rightarrow |v| = ۴۹ m/s$$

۲۱ گزینه ۳ هرگاه در یک حرکت شتابدار با شتاب ثابت a و $v_۰$ مختلف‌العلامت باشند، حرکت به‌صورت رفت و برگشت است. اگر در چنین شرایطی متحرک در لحظات $t_۱$ و $t_۲$ از یک مکان عبور نموده باشد، در $t = \frac{t_۱ + t_۲}{۲}$ تغییر جهت داده و $v = ۰$ شده است. چون در $x = -۱(m)$ تغییر جهت داده (در $x < ۰$) و در دو لحظهٔ $t_۱ = ۳s$ و $t_۲ = ۵s$ نیز از مبدأ مکان عبور نموده راهی وجود ندارد جز اینکه:





روش وارونه دیدن!

$$A \not\to B \to (B \to A) : \Delta x = \frac{۱}{۲}a(\Delta t)^۲ = ۸a$$

$$B \to C \to \Delta x = \frac{۱}{۲}a(۱)^۲ = ۰{,}۵a = ۱ \to a = ۲$$

$$\Rightarrow \Delta x_{AB} = ۱۶m$$

$$\Rightarrow x_۰ = ۱۵m \Rightarrow S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{۱۶ + ۱}{۵} = \frac{۱۷}{۵}\frac{m}{s}$$

۲۲ گزینه ۳

معادلهٔ مستقل از شتاب: $\Delta x = \frac{v + v_۰}{۲}\Delta t \Rightarrow ۰ - ۱۲ = \frac{۰ + v_۰}{۲} \times ۴ \Rightarrow v_۰ = -۶m/s$

با توجه به شکل سهمی و اینکه رأس سهمی در $t = ۴$ است، سرعت در $t = ۸s$، هم‌اندازهٔ سرعت در لحظهٔ صفر است. پس: $v = +۶m/s$

۲۳ گزینه ۲ در لحظهٔ سبقت مکان دو متحرک یکسان و برابر ۷۵ متر است، پس معادلهٔ حرکت هر یک را می‌نویسیم و با هم مساوی قرار می‌دهیم

$$\begin{cases} A: v_A = a_A t_t + v_{۰A} = ۱{,}۵t \;,\; \text{و}\; x_A = \frac{۱}{۲} \times ۱{,}۵t^۲ = ۰{,}۷۵t^۲ \\ B: v_B = a_B t_t + v_{۰B} = a_B t \;\text{و}\; x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ - ۷۵ \end{cases}$$

$$x_A = x_B = ۷۵ \begin{cases} x_A = ۰{,}۷۵t^۲ = ۷۵ \to \boxed{t = ۱۰s} \;:\; \text{در لحظهٔ سبقت} \\ x_B = \frac{۱}{۲}a_B \times ۱۰^۲ - ۷۵ = ۷۵ \to a_B = ۳m/s^۲ \end{cases} \to \frac{v_B}{v_A} = \frac{۳ \times ۱۰}{۱{,}۵ \times ۱۰} = ۲$$

۲۴ گزینه ۲

فرض کنیم لحظهٔ موردنظر $t = t'$ است.

$$B: x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + v_{۰B}t + \overset{۰}{\cancel{x_{۰B}}}$$

$$A: x_A = v_A t + x_{۰A}$$

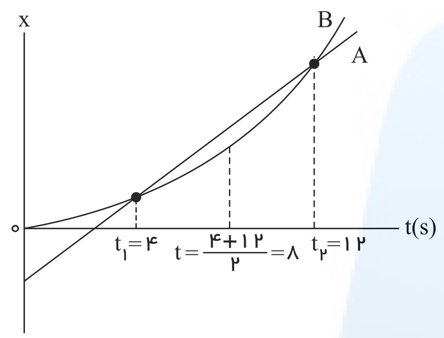
در $t = ۴s$ و $t = ۱۲s$: $x_A = x_B$ است:

$$t = ۴s \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_B \times ۴^۲ + v_{۰B} \times ۴ = v_A \times ۴ + x_{۰A} \quad (۱)$$

$$t = ۱۲s \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_B \times ۱۲^۲ + v_{\circ B} \times ۱۲ = v_A \times ۱۲ + x_{\circ A} \quad (۲)$$
$$(۲) - (۱) \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_B(۱۴۴ - ۱۶) + ۸v_{\circ B} = ۸v_A \Rightarrow ۶۴a_B + ۸v_{\circ B} = ۸v_A$$

از طرفی: $\begin{cases} ۸a_B + v_{\circ B} = v_A = \text{ثابت} \\ v_B = a_B t + v_{\circ B} \end{cases} \Rightarrow ۸a_B + \cancel{v_{\circ B}} = a_B t' + \cancel{v_{\circ B}} \Rightarrow t' = ۸s$

روش دوم:



چون نمودار B قسمتی از یک سهمی است، پس حرکت B شتابدار است با شتاب ثابت است.

از طرف دیگر می‌دانیم که شیب خط A که دو نقطهٔ از نمودار B را قطع کرده برابر سرعت متوسط متحرک بین دو لحظهٔ $t_۱ = ۴s$ و $t_۲ = ۱۲s$ است.

پس تا اینجا دریافتیم که:

$$V_A = V_{av_B}$$

و اما همه میدانیم که در حرکت با شتاب ثابت، V_{av} بین د لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ برابر است با V در لحظهٔ $t = \frac{t_۱ + t_۲}{۲}$.

حال با ای مقدمه می‌دانیم که

یعنی در لحظهٔ $t = ۸s$ سرعت متحرک B با سرعت متحرک A هم اندازه است.

۲۵ **گزینه ۲** روش اول: از لحظهٔ $t = ۶$ تا لحظهٔ $t = \circ$ بر می‌گردیم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at_۱^۲ + v_\circ t \xrightarrow[\Delta x = ۱۸m]{v_\circ = \circ ,\, t = ۶s} ۱۸ = \frac{۱}{۲}a(۶)^۲ \to a = ۱\frac{m}{s^۲}$$

روش دوم:

نمودار مکان - زمان یک سهمی است بنابراین حرکت بر روی محور x، با شتاب ثابت است؛ در بازهٔ زمانی صفر تا $t = ۶s$ داریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_\circ}{۲}\Delta t \to \circ - ۱۸ = (\frac{\circ + v_\circ}{۲})(۶) = ۳v_\circ \to v_\circ = -۶m/s$$
$$v = at + v_\circ \to \circ = a \times ۶ + (-۶) \to a = ۱m/s^۲$$

روش سوم:

$$\begin{cases} x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x_\circ \\ v = at + v_\circ \end{cases} \xrightarrow[\text{صفر تا } ۶s]{\text{در بازهٔ زمانی}} \begin{cases} \circ = \frac{۱}{۲}a \times ۶^۲ + v_\circ \times ۶ + ۱۸ \to a = ۱m/s^۲ \\ \circ = a \times ۶ + v_\circ \to v_\circ = -۶a \end{cases}$$

۲۶ **گزینه ۳** روش اول:

در $t = ۲$، سرعت صفر است. در بازهٔ زمانی $t_۱ = \circ$ تا $t_۲ = ۲s$ داریم:

$$v = at + v_\circ \Rightarrow \circ = ۲a + v_\circ \Rightarrow v_\circ = -۲a \quad (*)$$

به کمک تعریف سرعت متوسط جابه‌جایی در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۶s$ را می‌یابیم:

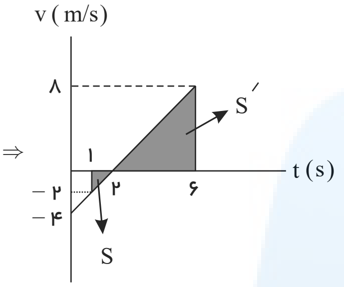
$$v_{av} = \frac{x_{(t=۶)} - x_{(t=۱)}}{۶ - ۱} = ۳ \Rightarrow \Delta x_{(۱s - ۶s)} = ۱۵m \quad (**)$$

$$x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{\circ}t+x_{\circ}\xrightarrow{(*)}x=\frac{۱}{۲}at^{۲}-۲at+x_{\circ}\Rightarrow\begin{cases}t_{۱}=۱s\Rightarrow x_{۱}=\frac{a}{۲}-۲a+x_{\circ}=-\frac{۳}{۲}a+x_{\circ}\\ t_{۲}=۶s\Rightarrow x_{۲}=۱۸a-۱۲a+x_{\circ}=۶a+x_{\circ}\end{cases}\xrightarrow{(**)}\Delta x=۱۵m=۷{,}۵a\Rightarrow a=۲\frac{m}{s^{۲}}$$

$$\xrightarrow{(*)}v_{\circ}=-۴\frac{m}{s}\Rightarrow v=۲t-۴$$

از رسم نمودار $(v-t)$ کمک می‌گیریم:

$v=۲t-۴\Rightarrow$



$$\begin{cases}t_{۱}=۱s\Rightarrow v_{۱}=-۲\frac{m}{s}\\ t_{۲}=۶s\Rightarrow v_{۲}=۸\frac{m}{s}\end{cases}\Rightarrow L=S+S'=\frac{۱}{۲}\times۲\times۱+\frac{۱}{۲}\times۸\times۴=۱+۱۶=۱۷m$$

روش دوم:

در بازهٔ زمانی صفر تا $۲s\Rightarrow v=at+v_{\circ}\Rightarrow\circ=۲a+v_{\circ}\Rightarrow v_{\circ}=-۲a$

$$v_{av}=\frac{v+v_{\circ}}{۲}=\frac{(at+v_{\circ})+v_{\circ}}{۲}=\frac{۱}{۲}at+v_{\circ}$$

در بازهٔ زمانی $t_{۱}=\circ$ تا $t_{۲}=۶s$، در رابطهٔ فوق:

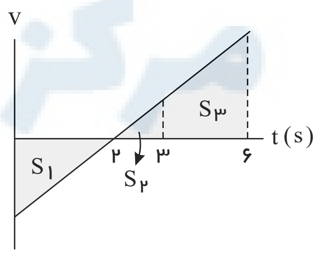
$$v_{av}=۳=\frac{۱}{۲}a(۶-۱)+v_{۱}\xrightarrow{v_{۱}=v_{(t_{۱}=۱s)}=(-۲)}۳=\frac{۵}{۲}a-۲\Rightarrow\begin{cases}a=۲\frac{m}{s^{۲}}\\ v_{\circ}=-۴\frac{m}{s}\end{cases}$$

باقی راه‌حل شبیه روش اول است.

۲۷ گزینه ۴ نمودار سهمی است. پس حرکت شتابدار با شتاب ثابت است. $a>\circ$ و $v_{\circ}<\circ$ است. متحرک در $t=۲s$ تغییر جهت داده است و می‌دانیم هنگام بررسی مسافت طی شده باید حواسمان به تغییر جهت دادن یا تغییر جهت ندادن جسم در بازهٔ زمانی موردنظر باشد. اکنون گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

رد گزینهٔ (۱): متحرک در $t=۲s$ تغییر جهت داده بنابراین مسافت در بازهٔ زمانی $t=\circ$ تا $t=۳s$ (که متحرک در این بازهٔ زمانی و در $t=۲s$ تغییر جهت داده) نمی‌تواند با مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t=۳s$ تا $t=۶s$ برابر باشد:

$$\begin{cases}L_{(\circ-۳s)}=S_{۱}+S_{۲}\\ L_{(۳s-۶s)}=S_{۳}\end{cases}\Rightarrow S_{۱}+S_{۲}\neq S_{۳}$$



برای سهولت در امر مقایسه می‌توانیم به a یک عدد فرضی نسبت دهیم مثلاً:

$$a=۱(\frac{m}{s})\Rightarrow v_{(t=۲)}=a\Delta t+v_{(t=\circ)}\Rightarrow\circ=۲\times۱+v_{\circ}\Rightarrow v_{\circ}=-۲\frac{m}{s}\Rightarrow v=at+v_{\circ}\Rightarrow v=t-۲\Rightarrow\begin{cases}t=۳s\Rightarrow v=۳-۲=۱\frac{m}{s}\\ t=۶s\Rightarrow v=۶-۲=۴\frac{m}{s}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}|S_{۱}|=\frac{۱}{۲}\times۲\times۱=۱m\\ S_{۲}=\frac{۱}{۲}\times۱\times۱=\circ{,}۵m\\ S_{۳}=\frac{۱}{۲}\times۳\times\underbrace{(۱+۴)}_{۵}=۷{,}۵m\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}L_{(\circ-۳s)}=|S_{۱}|+S_{۲}=۱+\circ{,}۵=۱{,}۵m\\ L_{(۳-۶s)}=S_{۳}=۷{,}۵m\end{cases}\Rightarrow L_{(\circ-۳s)}\neq L_{(۳-۶s)}$$

توجه: برای رد گزینهٔ (۱) به طور شهودی نیز عمل بفرمائید! شتاب ثابت، تقارن، توجه به بازه‌های زمانی و ...

رد گزینهٔ (۲):

$$\begin{cases}\Delta x_{(\circ-۳s)} = S_۲ - |S_۱| \\ L_{(\circ-۳s)} = S_۲ + |S_۱|\end{cases} \Rightarrow \Delta x_{(\circ-۳s)} \neq L_{(\circ-۳s)}$$

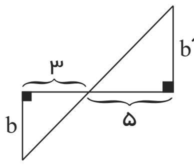
رد گزینهٔ (۳): شیب خط واصل دو نقطه از نمودار مکان- زمان برابر سرعت متوسط در آن بازهٔ زمانی است. پس به دلیل تقارن:

$$[(v_{av})_{\circ-۴s} = \frac{x_{(t=۴)} - x_{(t=\circ)}}{۴-\circ} = \circ] \neq [v_{(۱s-۵s)}(\neq \circ)]$$

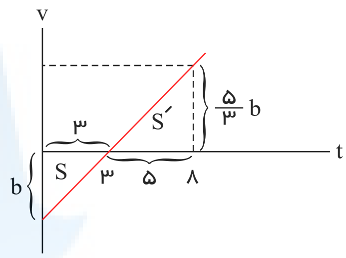
تأیید گزینهٔ (۴): به دلیل اینکه شتاب ثابت است و تقارن در نمودار مکان- زمان،

$$\begin{cases}x_{(t=۱s)} = x_{(t=۳s)} \\ x_{(t=\circ)} = x_{(t=۴s)}\end{cases} \Rightarrow x_{(۳)} - x_{(\circ)} = x_{(۱)} - x_{(۴)} = |x_{(۴)} - x_{(۱)}| \Rightarrow \Delta x_{(\circ-۳s)} = |\Delta x_{(۱-۴s)}| \Rightarrow |\frac{\Delta x}{\Delta t_{(\circ-۳s)}}| = |\frac{\Delta x}{\Delta t_{(۱-۴s)}}| \Rightarrow (v_{av})_{\circ-۳s} = (v_{av})_{۱-۴s}$$

۲۸ **گزینه ۳** ساده‌ترین راه، رسم نمودار $(v-t)$ و استفاده از مساحت زیر نمودار آن‌هاست:



$$\Rightarrow \frac{b'}{b} = \frac{۵}{۳} \Rightarrow b' = \frac{۵}{۳}b$$



$$|S| = \frac{۱}{۲}(۳)(b) = \frac{۳b}{۲}$$

$$S' = \frac{۱}{۲}(\frac{۵}{۳}b)(۵) = \frac{۲۵}{۶}b$$

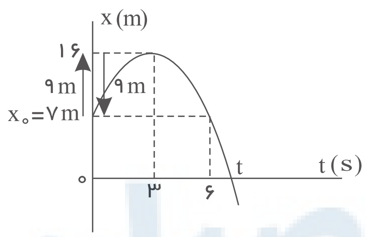
$$\Delta x = S' - |S| = \frac{۸}{۳}b$$

$$L = S' + |S| = \frac{۳۴}{۶}b$$

$$\frac{\Delta x}{L} = \frac{\frac{۸}{۳}b}{\frac{۳۴}{۶}b} = \frac{۸}{۱۷}$$

۲۹ **گزینه ۳**

چون حرکت با شتاب ثابت است، نمودار $x-t$ به صورت قسمتی از یک سهمی است و با توجه به وجود تقارن نسبت به راس سهمی داریم:



$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \rightarrow ۳ = \frac{\ell}{۶} \rightarrow \ell = ۱۸m$$

یعنی در ۳ ثانیه اول ۹ متر در جهت محور رفته و در ۳ ثانیه بعد ۹ متر را برگشته است.

حال در ۳ ثانیه اول، از راس سهمی که $v = \circ$ است، برمی‌گردیم: (در این ۳ ثانیه ۹ متر برمی‌گردیم.)

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t \rightarrow -۹ = \frac{۱}{۲} \times a \times (۳)^۲ \rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

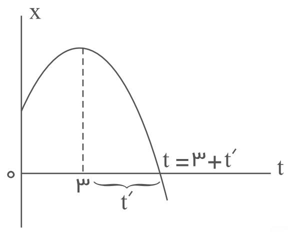
و برای تعیین زمان حرکت از $x = ۱۶$ تا $x = \circ$ (از لحظهٔ مربوط به راس سهمی تا لحظهٔ $x = \circ$) داریم: (در راس سهمی $v = \circ$ است)

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}a't^۲ \rightarrow -۱۶ = \frac{۱}{۲}(-۲)t'^۲ \rightarrow t' = ۴s$$

پس در نهایت:

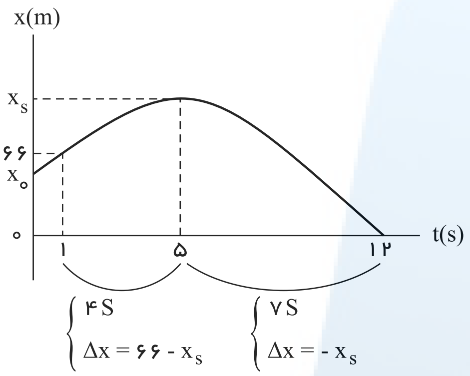
$$t = ۳ + t' = ۳ + ۴ \rightarrow t = ۷s$$

یعنی در مدت ۷ ثانیهٔ اول $x > ۰$ یعنی بردار مکان در جهت محور x است.



۳۰ گزینه ۳

اگر مکان متحرک در راس سهمی را x_s بنامیم و معادلهٔ جابه‌جایی متحرک را از راس سهمی که در آن $v = ۰$ است بنویسیم، داریم:



$$\begin{cases} v_۰ = ۰ \\ \Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ۶۶ - x_s = \frac{۱}{۲}(a)(۴)^۲ \\ -x_s = \frac{۱}{۲}(a)(۷)^۲ \end{cases} \rightarrow \frac{۶۶ - x_s}{-x_s} = \frac{۱۶}{۴۹} \rightarrow x_s = ۹۸m$$

و در ادامه برای تعیین شتاب داریم:

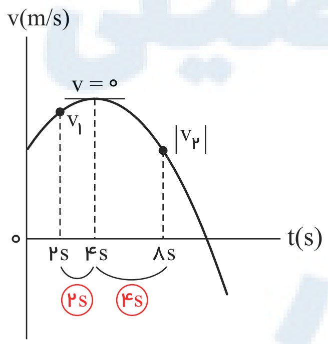
$$-x_s = \frac{۱}{۲}a(۷)^۲ \rightarrow -۹۸ = \frac{۱}{۲}a(۴۹) \rightarrow a = -۴\frac{m}{s^۲}$$

و در ۵ ثانیهٔ اول:

$$\begin{cases} v_۰ = ۰ \\ \Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ \rightarrow x_۰ - x_s = \frac{۱}{۲}(-۴)(۵)^۲ \xrightarrow{x_s=۹۸} x_۰ = ۴۸m \end{cases}$$

۳۱ گزینه ۱

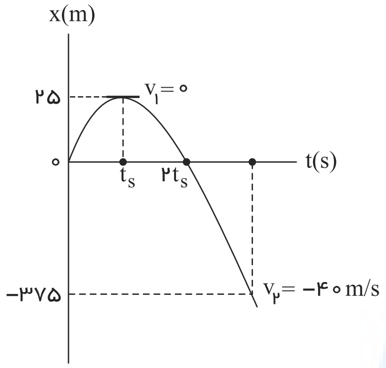
می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان درهر لحظه برابر سرعت لحظه‌ای متحرک است. بنابراین معادلهٔ سرعت جسم را تا رأس سهمی می‌نویسیم (یعنی جایی که سرعت صفر است). بنابراین داریم:



$$v = at + v_۰$$
$$۰ = a \times ۲ + v_۱ \rightarrow |v_۱| = ۲a$$
$$۰ = a \times ۴ + v_۲ \rightarrow |v_۲| = ۴a$$
$$\Rightarrow \left|\frac{v_۲}{v_۱}\right| = \frac{۴a}{۲a} = ۲$$

۳۲ گزینه ۳

با توجه به اینکه جابه‌جایی متحرک از لحظهٔ توقف ($v_1 = ۰$) تا مکان $x = -۳۷۵m$ معلوم است.
($\Delta x = -۳۷۵ - ۲۵ = -۴۰۰m$) و نیز معلوم بودن سرعت متحرک در مکان $x = -۳۷۵m$، با استفاده از رابطهٔ سرعت - جابه‌جایی، شتاب حرکت متحرک را می‌یابیم.



$$v_۲^۲ - v_1^۲ = ۲a\Delta x \rightarrow (-۴۰)^۲ - ۰ = ۲(a)(-۴۰۰) \rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

و در مدتی که $x > ۰$ است، بردار مکان متحرک در جهت محور x است (که در اینجا معادل $۲t_s$ است.) بنابراین برای پیدا کردن t_s، از رأس سهمی تا مبدأ مکان در امتداد محور x برمی‌گردیم، یعنی:

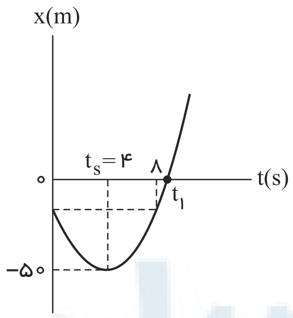
$$\begin{cases} v_1 = ۰ \\ \Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ \end{cases} \xrightarrow[a=-۲\frac{m}{s^۲}]{\Delta x=-۲۵m} -۲۵ = \frac{۱}{۲}(-۲)(t_s)^۲ \rightarrow t_s = ۵s$$

و مدتی که بردار مکان متحرک در جهت مثبت محور x است:

$$\Delta t = ۲t_s = ۱۰s$$

۳۳ گزینه ۱

یکی از روش‌ها برای تعیین سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت، استفاده از رابطهٔ $v_{av} = \frac{V_۲ + V_۱}{۲}$ است. (البته روش‌های دیگری نیز برای حل سؤال مثلاً تعریف سرعت متوسط $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ و ... نیز وجود دارد که خودتان می‌توانید آنها را تمرین کنید)
به همین دلیل، بار اول با نوشتن رابطهٔ سرعت - جابه‌جایی بین دو مکان $x_1 = -۵۰m$ و $x_۲ = ۰$ (لحظهٔ عبور از مبدأ مکان)، شتاب حرکت را می‌یابیم.



$$v_۲^۲ - v_1^۲ = ۲a(\Delta x) \xrightarrow[v_1=۰, v_۲=۲۰\frac{m}{s}]{\Delta x = x_۲ - x_1 = ۰-(-۵۰) = ۵۰m} (۲۰)^۲ - (۰)^۲ = (۲)(a)(۵۰) \Rightarrow a = ۴\frac{m}{s^۲}$$

حال با توجه به اینکه در ۸ ثانیهٔ اول حرکت، سرعت متوسط متحرک صفر شده، جابه‌جایی‌اش در این مدت صفر بوده ، پس در $t_s = ۴s$ متوقف شده و تغییر جهت داده است. بنابراین با نوشتن معادلهٔ سرعت در ۴ ثانیهٔ اول داریم:

$$v = at + v_۰ \xrightarrow[t=۴s]{v=۰} ۰ = (۴)(۴) + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۱۶\frac{m}{s}$$

و در نهایت برای تعیین سرعت متوسط در t_1 ثانیهٔ اول حرکت داریم:

$$v_{av} = \frac{v_۰ + v}{۲} \xrightarrow[v=۲۰\frac{m}{s}]{v_۰=-۱۶\frac{m}{s}} v_{av} = \frac{-۱۶+۲۰}{۲} \Rightarrow v_{av} = ۲\frac{m}{s}$$

۳۴ گزینه ۳ روش‌های متفاوتی وجود دارد. می‌توان از رسم نمودار $(v-t)$ و یافتن مساحت سطح زیر نمودار $(v-t)$ استفاده نمود.
یک روش، مشخص نمودن سرعت در ابتدا و انتهای بازه‌های زمانی داده‌شده و یافتن جابه‌جایی‌های انجام شده در بازه است:

$$(\text{در بازهٔ زمانی صفر تا } ۱۰s) \Rightarrow \begin{cases} v_{(۱۰)} = at + v_۰ = (-۲)(۱۰) + ۳۰ = ۱۰m/s \\ v_{(۰)} = ۳۰m/s \end{cases}$$

$$(\text{در بازهٔ زمانی } ۱۰s \text{ تا } ۱۵s) \Rightarrow \Delta x_1 = v\Delta t = v_{(۱۰)}\Delta t = ۱۰ \times ۵ = ۵۰m$$

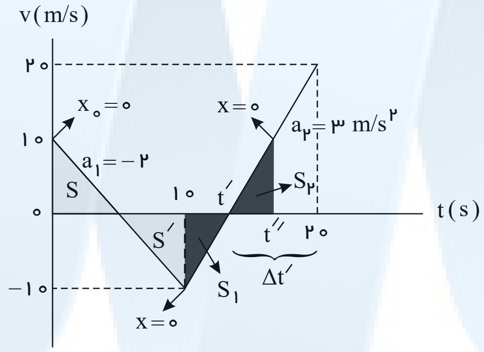
$$(\text{در بازهٔ زمانی } ۱۵s \text{ تا } ۳۰s) \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_۲ = (\frac{۱۰+۴۰}{۲})(۱۵) = ۲۵ \times ۱۵ = ۳۷۵ \\ v_{(۱۵)} = v_{(۱۰)} = ۱۰\, m/s \\ v_{(۳۰)} = v_{(۱۵)} + ۲ \times ۱۵ = ۱۰ + ۳۰ = ۴۰\, m/s \end{cases}$$

$$\text{کل } \Delta x = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۵۰ + ۳۷۵ = ۴۲۵ \rightarrow v_{av} = \frac{۴۲۵}{۲۰} = ۲۱٫۲۵$$

۳۵ گزینه ۴ ابتدا به کمک مفهوم شتاب، سرعت را در ثانیه‌های $t = ۱۰$ و $t = ۲۰$ می‌یابیم:

$$t = ۱۰s \Rightarrow v = at + v_۰ = (-۲)(۱۰) + ۱۰ = -۱۰\frac{m}{s}$$
$$t = ۲۰s \Rightarrow v_{(t=۲۰s)} = at + v_{t=۱۰s} = ۳ \times ۱۰ + (-۱۰) = ۲۰\frac{m}{s}$$

نمودار $(v-t)$ را رسم می‌کنیم:



$$S = S' \Rightarrow x_{(t=۱۰)} - x_{(t=۰)} = S - S' = ۰ \Rightarrow x_{(t=۱۰)} = x_۰ = ۰$$

$S_۲$ مساحت مثلثی در بالای محور t است که $S_۲ = S_۱$ چون:

$$x_{(t=t'')} - x_{(t=۱۰)} = S_۲ - S_۱ \Rightarrow ۰ = S_۲ - S_۱ \Rightarrow S_۲ = S_۱$$

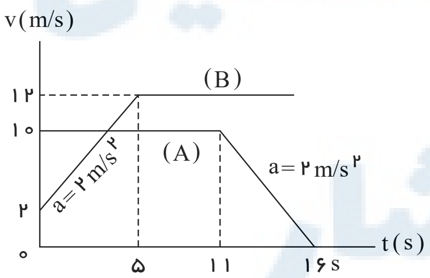
چون دو مثلث مشابه و هم مساحت هستند پس باید برابر باشند. طبق مفهوم شتاب از $t = t'$ تا $t = ۲۰s$، $a = ۳\frac{m}{s^۲}$ یعنی در هر ثانیه سرعت $۳\frac{m}{s}$ افزایش یافته تا از $v_{t'} = ۰$ به $v_{t'-۲۰s} = ۲۰\frac{m}{s}$ برسد.

$$\underset{\text{زمان سپری شده}}{۱s} \rightarrow \underset{\text{تغییرات سرعت}}{۳\frac{m}{s}} \Rightarrow \Delta t' = \frac{۲۰}{۳}s \Rightarrow t'' = t' + \frac{۲۰}{۳} = ۱۰ + \frac{۲۰}{۳} = \frac{۵۰}{۳}s$$

$$\Delta t' \rightarrow ۲۰\frac{m}{s}$$ ($t' = ۱۰$ چرا؟ از تساوی در مثلث کمک بگیرید.)

۳۶ گزینه ۳ از نظر محاسبات یکی از تست‌های طولانی کنکور است. برای تسریع و سهولت در پاسخ‌دهی به این تست از نمودار $(v-t)$ کمک می گیریم؛

گام اول: نمودار $(v-t)$ هر دو متحرک را رسم می‌کنیم. سرعت متحرک (B) در پایان ثانیهٔ پنجم $v = at + v_۰ = ۲ \times ۵ + ۲ = ۱۲\frac{m}{s}$ خواهد بود.



هردو متحرک در مبدأ زمان در مبدأ مکان بوده‌اند:

$$x_{۰A} = x_{۰B} = ۰$$

لحظه‌ای که دو اتومبیل به هم می‌رسند: $x_A = x_B$. بنابراین اگر لحظهٔ موردنظر را $t = t'$ درنظر بگیریم:

$$(t_۲ = t' \text{ تا } t_۱ = ۰ \text{ در بازهٔ زمانی}) \Rightarrow \Delta x_A = \Delta x_B \text{ (جابه‌جایی دو متحرک یکسان است)}$$

گام دوم: سطح زیر نمودار $(v-t)$ برابر جابه‌جایی است؛ با کمی تأمل در شکل مشخص است که تا $t = ۵s$ این اتفاق رُخ نمی‌دهد. ببینیم تا $t = ۱۱s$ آیا جابه‌جایی دو متحرک (مساحت سطح زیر دو نمودار) یکسان می‌شود یا خیر؟

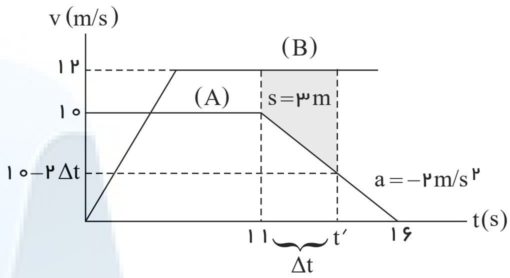
$$A: \Delta x_A = ۱۱ \times ۱۰ = ۱۱۰m \text{ و } B: \Delta x_B = \underset{\text{ذوزنقه}}{S} + \underset{\text{مستطیل}}{S} = \frac{۱}{۲}(۵)\underbrace{(۲+۱۲)}_{۱۴} + ۱۲ \times ۶ = ۳۵ + ۷۲ \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_A = ۱۱۰m \\ \Delta x_B = ۱۰۷m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_B < \Delta x_A \Rightarrow t' > ۱۱s$$

کافی است مساحت سطح زیر نمودار متحرک B از $t = ۱۱s$ به بعد $۳m$ بیشتر از مساحت سطح زیر نمودار A باشد $\Rightarrow$

گام سوم:

$$S = \frac{۱}{۲}(\Delta t)(\underbrace{۲ + (۱۲ - (۱۰ - ۲\Delta t))}_{۴+۲\Delta t}) = ۳ \Rightarrow ۲\Delta t + \Delta t^۲ = ۳ \Rightarrow \Delta t^۲ + ۲\Delta t - ۳ = ۰$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{-۲ \pm \sqrt{۴ + ۱۲}}{۲} = \frac{-۲ \pm ۴}{۲} \begin{matrix} \nearrow -۳s \\ \searrow ۱s\checkmark \end{matrix} \Rightarrow t' = ۱۲s$$



$$t' = ۱۲s \begin{cases} v_B = ۱۲\frac{m}{s} \\ v_A = ۱۰ - ۲\Delta t = ۱۰ - ۲ \times ۱ = ۸\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v_B - v_A = ۱۲ - ۸ = ۴\frac{m}{s}$$

۳۷ گزینه ۱

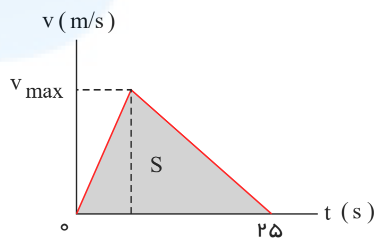
می‌دانیم که در این سوال که متحرک فقط در یک جهت حرکت کرده(همواره $v>۰$) نمودار v-t آن به صورت یک مثلث است. سرعت متوسطش، نصف ارتفاع مثلث است. یعنی:

$$v_{av} = \frac{۱}{۲}v_{max} \xrightarrow{V_{av}=۱۰\frac{m}{s}} ۱۰ = \frac{۱}{۲}v_{msx} \to v_{max} = ۲۰\frac{m}{s}$$

$$\frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{۲} = \Delta x = S_{\text{مثلث}}$$

$$\Delta x = ۱۰ \times ۲۵ = ۲۵۰$$

$$\frac{v \times ۲۵}{۲} = ۱۰ \times ۲۵ \Rightarrow v = ۲۰\, m/s$$

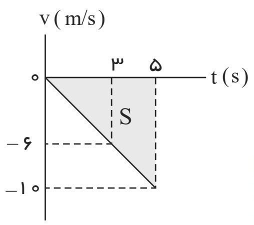


۳۸ گزینه ۳ روش اول:

متحرک تغییر جهت نداده است (همواره $v < ۰$) بنابراین مسافت طی شده با جابه‌جایی برابر است:

نمودار خطی است. در مدت $۳s$ سرعت $۶m/s$ تغییر کرده یعنی در هر ثانیه: $۲m/s$. پس در مدت $۵s$ سرعت $۱۰m/s$ تغییر کرده است: $v(t = ۵s) = -۱۰m/s$ سطح زیر نمودار مسافت را به ما می‌دهد:

$$\text{مسافت} L = |S| = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۵ = ۲۵m$$



روش دوم:

بعد از یافتن $v(t = ۵) = -۱۰m/s$ و اینکه حرکت شتابدار با شتاب ثابت روی مسیر مستقیم است:

$$L = |\Delta x| = |\frac{v(۵) + v(۰)}{۲} \times \Delta t| = |\frac{-۱۰ + ۰}{۲} \times ۵| = ۲۵m$$

روش سوم:

شیب نمودار $(v - t)$ برابر a است؛ چون نمودار درجهٔ اول است:

$$a = (a_{av}) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(-۶) - ۰}{۳ - ۰} = -۲m/s^۲$$

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t = \frac{۱}{۲}(-۲)(۵)^۲ + (۰)(۵) = -۲۵m$$

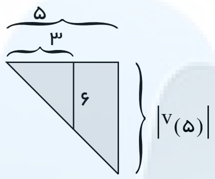
تغییر جهت نداریم : $L = |\Delta x| = ۲۵m$

روش چهارم:

ابتدا به کمک تالس:

$$|v(۵)| \to \frac{۶}{|v(۵)|} = \frac{۳}{۵} \to |v(۵)| = ۱۰ m/s$$

ادامهٔ راه مطابق روش‌های قبلی است.

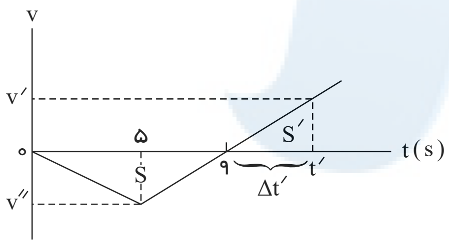


$$L = |S| = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۵ = ۲۵m$$

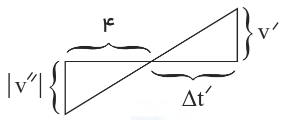
لطفاً روش‌های دیگر را خودتان امتحان کنید.

۳۹ گزینه ۱ برای اینکه متحرک مجدداً از مکان $x = x_۰ = ۰$ عبور کند بایستی جابه‌جایی متحرک از $t_۱ = ۰$ تا لحظه‌ای مانند t' صفر شده باشد.

می‌دانیم تفاضل مساحت بالای محور t در نمودار $(v-t)$ و زیر محور t در این نمودار جابه‌جایی را می‌دهد. پس:



$$\Delta x = S' - S = ۰ \Rightarrow S' = S \Rightarrow \frac{۱}{۲}v' \times \Delta t' = \frac{۱}{۲} \times |v''| \times ۹ \quad (۱)$$



$$\xrightarrow{\text{از تشابه دو مثلث}} \frac{v'}{|v''|} = \frac{\Delta t'}{۴} \Rightarrow v' = \frac{۱}{۴}|v''| \times \Delta t' \quad (۲)$$

$$(۱) \text{ و } (۲) \Rightarrow \cancel{\frac{۱}{۲}} \times (\frac{۱}{۴}\cancel{|v''|} \times \Delta t')(\Delta t') = \cancel{\frac{۱}{۲}}\cancel{|v''|} \times ۹ \Rightarrow \frac{\Delta t'^۲}{۴} = ۹ \Rightarrow \Delta t'^۲ = ۳۶ \Rightarrow \Delta t' = ۶s \Rightarrow t' = ۹ + \Delta t' = ۹ + ۶ = ۱۵s$$

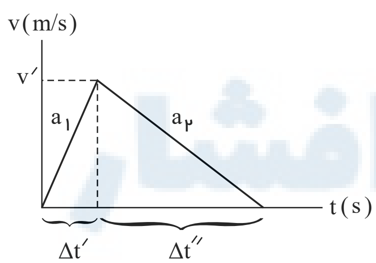
۴۰ گزینه ۴

می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ برابر شتاب لحظه‌ای است.

نمودار $(v-t)$ را از ابتدا تا انتهای حرکت رسم می‌کنیم.

در هر بازه‌ای که شتاب ثابت است: $a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

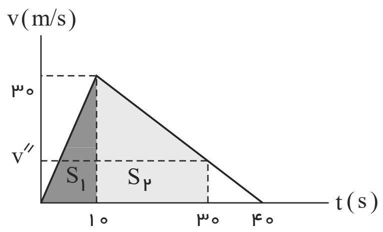
بنابراین چون: $a_۱ = ۳|a_۲|$ است: $\Delta t' = \frac{۱}{۳}\Delta t'' \quad (۱)$

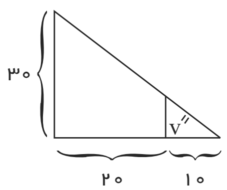


سطح زیر نمودار برابر $۶۰۰m$ است:

$$\begin{cases} \frac{۱}{۲} \times v' \times (\Delta t' + \Delta t'') = ۶۰۰ \quad (۲) \\ \text{در قسمت اول حرکت: } v' = a_۱ \Delta t' = ۳\Delta t' \quad (۳) \end{cases}$$

$$(۱) \text{ و } (۲) \text{ و } (۳) \Rightarrow \frac{۱}{۲}(۳\Delta t')(۴\Delta t') = ۶۰۰ \Rightarrow ۶\Delta t'^۲ = ۶۰۰ \Rightarrow \Delta t' = ۱۰s \begin{cases} \nearrow v' = ۳۰\frac{m}{s} \\ \searrow \Delta t'' = ۳۰s \end{cases}$$





$$\Rightarrow \frac{v''}{۳۰} = \frac{۱۰}{۳۰} \Rightarrow v'' = ۱۰\frac{m}{s}$$

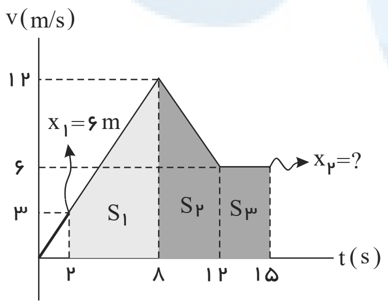
$$L = S_۱ + S_۲ = \frac{۱}{۲} \times ۳۰ \times ۱۰ + \frac{۱}{۲} \times ۲۰ \times \underbrace{(۱۰ + ۳۰)}_{۴۰} = ۱۵۰ + ۴۰۰ = ۵۵۰m$$

۴۱ **گزینه ۱** گام اول: ابتدا سرعت متحرک را در $t = ۲s$ می‌یابیم. چندین روش وجود دارد. مثلاً این‌که از $t = ۰$ تا $t = ۸s$ شتاب ثابت است (چون شیب خط مماس بر نمودار $v - t$ برابر شتاب بوده و شیب تغییر ننموده است.)

$$a = (a_{av})_{۰-۸s} = (a_{av})_{۰-۲s} \Rightarrow \frac{۱۲ - ۰}{۸ - ۰} = \frac{v - ۰}{۲ - ۰} \Rightarrow v = ۳\frac{m}{s}$$

(برای یافتن V در t=۲s راه‌های زیادی وجود دارد: معادلهٔ خط، تالس، مفهوم شتاب، معادلهٔ سرعت و ...)

گام دوم: از $t = ۲s$ تا $t = ۱۵s$ مساحت سطح زیر نمودار را یافته و کار تمام!



$$\Delta x = \Delta x_۲ - (-۶) = S_۱ + S_۲ + S_۳ \Rightarrow x_۲ + ۶ = \underbrace{\frac{۱}{۲} \times ۶ \times (۳ + ۱۲)}_{۴۵} + \underbrace{\frac{۱}{۲}(۴)(۶ + ۱۲)}_{۳۶} + \underbrace{۳ \times ۶}_{۱۸} \Rightarrow x_۲ + ۶ = ۹۹ \rightarrow x_۲ = ۹۳m \Rightarrow x_۲ = ۹۳\vec{i}$$

۴۲ **گزینه ۴** سرعت در $t = ۰$، در جهت محور x است (دقت کنید در جهت محور x بودن الزاماً به مفهوم $x > ۰$ بودن نیست بلکه یعنی جهت سرعت متحرک در جهت $(+)$ محور x است درحالی که ممکن است $x < ۰$ باشد.) پس $v_۰ > ۰$.

به کمک سرعت متوسط در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت جابه‌جایی متحرک را می‌یابیم:

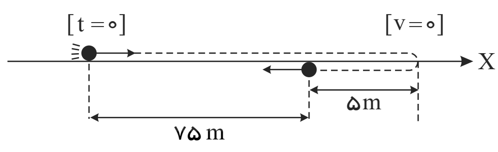
$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = ۷/۵\vec{i} \Rightarrow (\frac{\Delta x}{\Delta t})\vec{i} = ۷/۵\vec{i}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = ۷/۵ \Rightarrow \Delta x = ۷/۵ \times ۱۰ = ۷۵m \quad (۱)$$

تندی متوسط متحرک در همین مدت $۸/۵\frac{m}{s}$ شده است، از اینکه تندی متوسط متحرک بیشتر از سرعت متوسط متحرک شده است، درمی‌یابیم که الزاماً متحرک تغییر جهت داده است. یعنی مسافت طی شده بیشتر از جابه‌جایی است.

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{L}{۱۰} = ۸/۵ \Rightarrow L = ۸۵m \quad (۲)$$

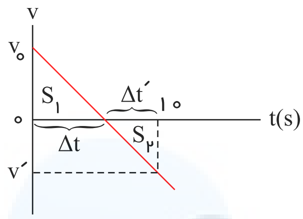
با توجه به مقادیر (۱) و (۲):

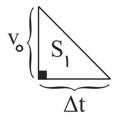


حرکت شتابدار با شتاب ثابت است. نمودار $(v - t)$ یک خط مایل است با $v_۰ > ۰$

$(۱)\,,\,(۲) \Rightarrow S_۱ = ۸۰m\,,\; S_۱ + |S_۲| = ۸۵m \Rightarrow |S_۲| = ۵m$

$$\frac{|v'|}{v_۰} = \frac{\Delta t'}{\Delta t}\,,\; \begin{cases} S_۱ = \frac{۱}{۲} v_۰ \Delta t = ۸۰ \\ S_۲ = \frac{۱}{۲}|v'|\Delta t' = ۵ \end{cases}$$

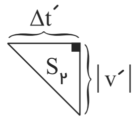




$$\Rightarrow \frac{|v'|}{|v|} \times \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{۵}{۸۰} = \frac{۱}{۱۶} \quad (۳)$$

$$\xrightarrow{(۳)} \left(\frac{\Delta t'}{\Delta t}\right)^۲ = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{۱}{۴} \quad \frac{\Delta t'}{۱۰ - \Delta t'} = \frac{۱}{۴}$$

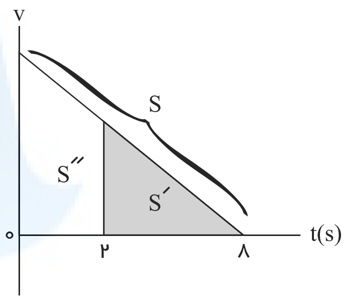
$$\Rightarrow \Delta t' = ۲s \Rightarrow \Delta t = ۸s$$



$\Rightarrow S' = ?$

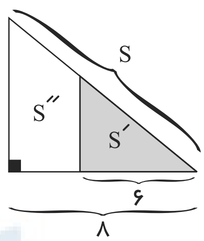
$\Rightarrow S''_{(۰-۲s)} = \Delta x = L = ?$

$\Rightarrow S_۱ = ۸۰m$



$$\Rightarrow \frac{S'}{S} = \left(\frac{۶}{۸}\right)^۲ = \frac{۹}{۱۶} \Rightarrow \frac{S'}{۸۰} = \frac{۹}{۱۶}$$

$\Rightarrow S' = ۴۵ \Rightarrow$ مجهول سؤال $= S - S' = ۸۰ - ۴۵ = ۳۵m$



توجه: می‌توان پس از مشخص شدن $\Delta t = ۸s$، از روش زیر بهره برد به‌نحوی‌که: در بازهٔ زمانی $(۸s - ۰)$ و $(۸s - ۲s)$، به مسئله وارونه نگاه کنیم تا $v_۰ = ۰$ شود. آنگاه:

$$(۰ \to ۸s) \to (۸s \to ۰) \Rightarrow \begin{cases} v_۰ = v_{(t=۸s)} = ۰ \\ |\Delta x| = \frac{۱}{۲} a \Delta t^۲ \Rightarrow ۸۰ = \frac{۱}{۲}|a| \times ۸^۲ \Rightarrow |a| = ۲/۵ \frac{m}{s^۲} \end{cases}$$

$$(۲s \to ۸s) \to (۸s \to ۲s) \begin{cases} v_۰ = v_{(t=۸s)} = ۰ \\ |\Delta x| = \frac{۱}{۲} a \Delta t^۲ = \frac{۱}{۲}(۲/۵)۶^۲ = ۴۵m \end{cases}$$

$\Rightarrow$ مجهول تست $= S - S' = ۸۰ - ۴۵ = ۳۵m$

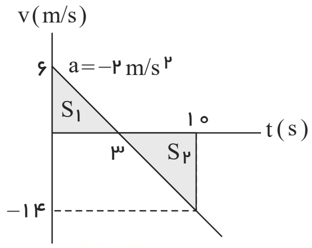
۴۳ گزینه ۳ توجه: هنگامی که مسافت طی شده خواسته می‌شود باید توجه کنیم ممکن است حرکت رفت و برگشت باشد (در نمودار $(x-t)$ نقاط max و min و در نمودار $(v-t)$ محور تقاطع نمودار با محور افقی t و تغییر علامت v). برای یافتن مسافت طی شده و نیز تندی متوسط S_{av} (که به مسافت طی شده توسط متحرک وابسته است.) رسم نمودار $(v-t)$ و استفاده از مساحت سطح زیر نمودار آن یکی از راه کارهای مناسب است.

گام اول: سرعت اولیه را می‌یابیم. شتاب ثابت است و در $t = ۳s$، سرعت متحرک صفر است. (شیب خط مماس برابر سرعت در هر لحظه است.)

$$(\text{در بازهٔ زمانی } t_۱ = ۰ \text{ تا } t_۲ = ۳s) \Rightarrow \Delta x = \left(\frac{v + v_۰}{۲}\right)\Delta t \Rightarrow ۳۶ - ۲۷ = \left(\frac{۰ + v_۰}{۲}\right)(۳ - ۰) \Rightarrow ۹ = \frac{۳}{۲} v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۶\frac{m}{s} \Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - ۶}{۳ - ۰} = -۲\frac{m}{s^۲}$$

$$\Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

گام دوم: نمودار $(v-t)$ را رسم می‌کنیم:



در هر ثانیه $۲\dfrac{m}{s}$ از تندی کاسته می‌شود، پس:

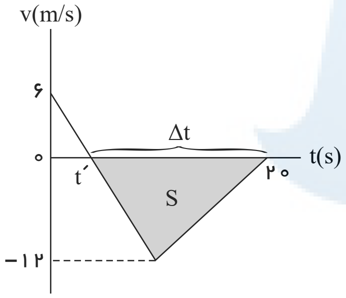
$$t=۳s \rightarrow v=۰$$
$$t=۱۰s \rightarrow v=۶-۲\times ۱۰=-۱۴\dfrac{m}{s}$$

مسافت طی شده از $t=۰$ تا $t=۱۰s$: $L=S_۱+S_۲=\dfrac{۱}{۲}\times ۶\times ۳+\dfrac{۱}{۲}\times ۱۴\times ۷=۹+۴۹=۵۸m$

روش دوم: با استفاده از دنباله‌ای که جابجایی‌ها در حرکت با شتاب ثابت در هر ثانیهٔ تشکیل می‌دهد نیز به پاسخ رسید.

۴۴ گزینه ۲

هنگامی که متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند، $v>۰$ است و وقتی در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، $v<۰$ است. پس در بازهٔ زمانی صفر تا t'، چون $v>۰$ است متحرک در جهت محور x و در بازهٔ زمانی t' تا $t=۲۰s$ چون $v<۰$ است متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

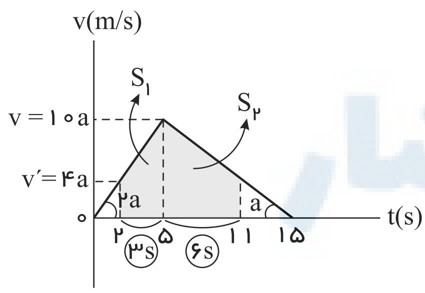


در بازهٔ زمانی t' تا $t=۲۰s$:

$$L=(S)=\dfrac{۱}{۲}(۱۲)(\Delta t)$$
$$S_{av}=\dfrac{L}{\Delta t}=\dfrac{۶\Delta t}{\Delta t}=۶\dfrac{m}{s}$$

توجه: نکته مهم این بود که نیازی به یافتن t' نبود. این سؤال در سال‌های اخیر مورد توجه طراحان بوده است.

۴۵ گزینه ۲ می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان با شتاب متحرک برابر است. با توجه به نمودار که شیب خط در ۵ ثانیهٔ اول، دو برابر قدرمطلق شیب خط در ۱۰ ثانیهٔ بعد است، می‌توانیم فرض کنیم که اگر شتاب حرکت در مرحلهٔ اول و دوم به ترتیب $a_۱$ و $a_۲$ باشد، خواهیم داشت:

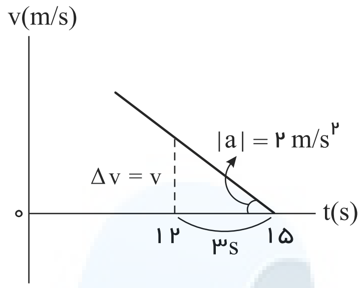


$$\begin{cases} a_۱=۲a \\ |a_۲|=a \end{cases}$$

حال باتوجه به اینکه سطح محصور بین نمودار و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک است، مقدار a را به صورت زیر می‌یابیم:

$$S_۱+S_۲=۱۲۶ \xrightarrow[S_۲=\frac{۱۰a+۴a}{۲}\times ۶=۴۲a]{S_۱=\frac{۱۰a+۴a}{۲}\times ۳=۲۱a} ۲۱a+۴۲a=۱۲۶ \rightarrow ۶۳a=۱۲۶ \rightarrow a=۲\dfrac{m}{s^۲}$$

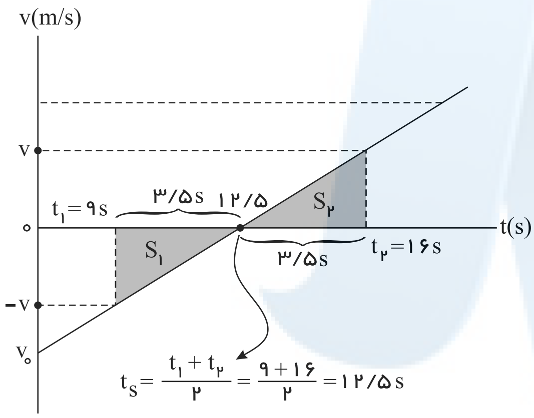
و در نهایت داریم:



$$|a| = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow ۲ = \frac{v}{۳} \Rightarrow v = ۶\frac{m}{s}$$

۴۶ گزینه ۲

از آنجایی که در حرکت در امتداد محور x با شتاب ثابت ، جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی داده‌شده صفر است، الزاماً متحرک در وسط این بازهٔ زمانی متوقف شده و تغییر جهت داده است، پس تا قبل از توقف حرکت کندشونده و بعد از آن حرکت تندشونده دارد. بنابراین $v_۰ < ۰$ است و نمودار سرعت - زمان آن به‌صورت زیر خواهد بود.



حال با توجه به معلوم بودن شتاب حرکت، تندی متحرک در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲$ را محاسبه کرده و بعد از آن سطح محصور بین نمودار و محور زمان را به دست می‌اوریم تا مسافت طی‌شده در این مدت را به دست آورده و در نهایت تندی متوسط را محاسبه می‌کنیم.

$$|v| = at \xrightarrow[t=۳/۵s]{a=۴\frac{m}{s^۲}} |v| = ۴ \times ۳/۵ \rightarrow |v| = ۱۴\frac{m}{s}$$

$$S_۱ = S_۲ = \frac{۳/۵ \times ۱۴}{۲} = ۲۴/۵m \xrightarrow{\ell=S_۱+S_۲} \ell = ۲۴/۵ + ۲۴/۵ = ۴۹m$$

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \rightarrow S_{av} = \frac{۴۹}{۷} \rightarrow S_{av} = ۷\frac{m}{s}$$

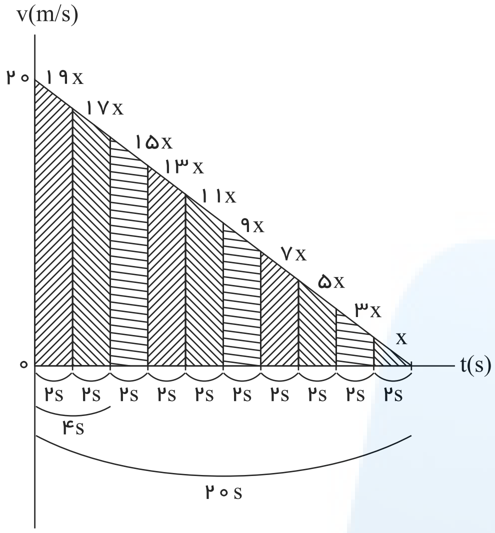
۴۷ گزینه ۲

قبل از حل سؤال، باید دو نکته را یادآوری کنیم:

۱) اگر متحرکی از حال سکون و شتاب ثابت، در امتداد محور x شروع به حرکت کند، نسبت جابه‌جایی‌هایش در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، همانند نسبت اعداد فرد متوالی است. یعنی نسبت x به $۳x$ به $۵x$ به $۷x$ و ...

۲) سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان، برابر جابه‌جایی متحرک است.

حال با توجه به دو نکتهٔ یادشده، با تقسیم زمان حرکت به بازه‌های ۲ ثانیه‌ای، به حل سؤال می‌پردازیم. به‌گونه‌ای که اگر جابه‌جایی متحرک در دو ثانیهٔ آخر را x بنامیم. (سطح زیر نمودار، در دو ثانیهٔ آخر x باشد) در چهار ثانیهٔ اول $۳۰x$ یعنی مجموع $(۱۷x + ۱۹x)$ است.



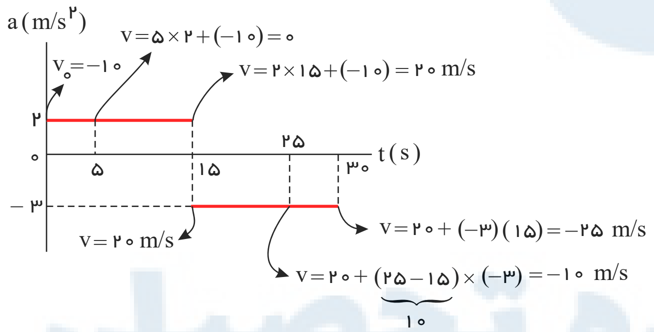
پس داریم:

یعنی کل زمان حرکت ۲۰ ثانیه بوده، حال با توجه به شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان که برابر شتاب متحرک است، داریم:

$$a = \text{شیب خط} = -\frac{۲۰}{۲۰} \Rightarrow |a| = ۱\,\frac{m}{s^۲}$$

۴۸ گزینه ۱

روش اول: کافی است از مفهوم شتاب در هر بازهٔ زمانی استفاده کرده، سرعت متحرک را در لحظات $t = ۵s$ و $t = ۲۵s$ و $t = ۳۰s$ می‌یابیم:



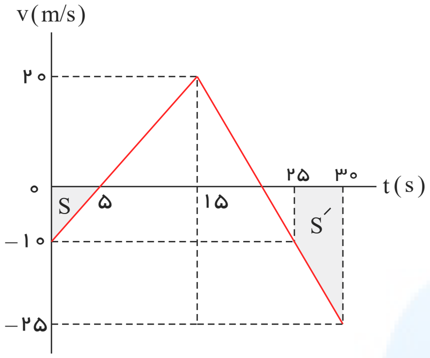
$$\overbrace{\text{در بازهٔ زمانی صفر تا } ۵s}^{\text{۵ثانیهٔ اول}} \Rightarrow \Delta x = (\frac{۰ + (-۱۰)}{۲})(۵) = -۲۵m \rightarrow |\Delta x| = ۲۵m$$

$$\underbrace{\text{در بازهٔ زمانی } ۲۵s \text{ تا } ۳۰s}_{\text{۵ثانیهٔ ششم}} \Rightarrow \Delta x' = (\frac{-۲۵ + (-۱۰)}{۲})(۵) = \frac{-۳۵ \times ۵}{۲} = -۸۷/۵m \Rightarrow |\Delta x'| = ۸۷/۵m \Rightarrow |\frac{\Delta x'}{\Delta x}| = \frac{۸۷/۵}{۲۵} = ۳/۵$$

توجه: دقت کنیم در بازهٔ زمانی داده شده شتاب ثابت بوده است. (در هر بازهٔ زمانی جداگانه)

روش دوم: کافی است نمودار $(v - t)$ را رسم کنیم:

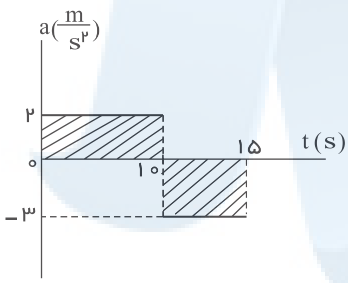
v را در لحظات $t = ۵s$ و $t = ۲۵s$ و $t = ۳۰s$ مشخص می‌کنیم و به کمکسطح زیر نمودار، جابه جایی در هر مرحلهٔ را محاسبه کنیم.

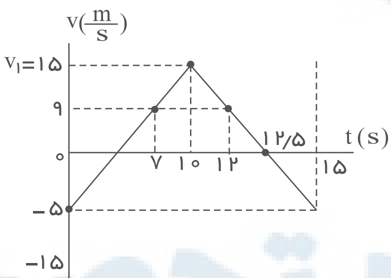


$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta x = ۰ - S = -\frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۵ = -۲۵m \\ \Delta x' = ۰ - S' = -\frac{۱}{۲} \times ۵ \times (۱۰ + ۲۵) = -۸۷٫۵m \end{cases} \Rightarrow \left|\frac{\Delta x'}{\Delta x}\right| = \frac{۸۷٫۵}{۲۵} = ۳٫۵$$

۴۹ گزینه ۳

در ابتدا از روی نمودار $a-t$ داده شده نمودار $v-t$ را رسم کرده، سپس با تعیین جابه‌جایی (سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور زمان)، سرعت متوسط را می‌یابیم. قبل از هر چیزی داریم:





$$V = at + v_۰ \xrightarrow{\text{در سه ثانیهٔ اول}} ۱ = ۲ \times ۳ + v_۰ \rightarrow v_۰ = -۵\frac{m}{s}$$

$$\Delta V_۱ = ۲۰ = v_۱ - v_۰ = v_۱ - (-۵) \rightarrow v_۱ = ۱۵\frac{m}{s}$$

$$\Delta V_۲ = -۳۰ = v_۲ - v_۱ = v_۲ - (۱۵) \rightarrow v_۲ = -۱۵\frac{m}{s}$$

$$t_۱ = ۷s \text{ در } : v = at + v_۰ \rightarrow v = ۲ \times ۷ - ۵ \rightarrow v = ۹\frac{m}{s}$$

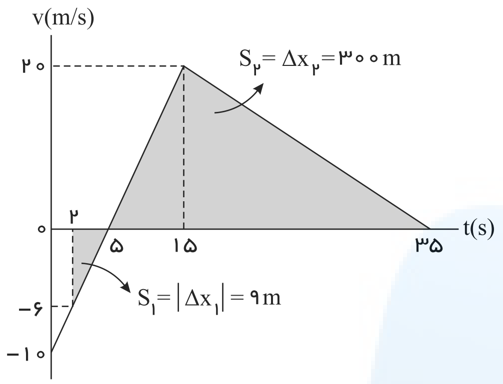
$$t_۲ = ۱۲s \text{ در } : v' = a't' + v'_۰ \rightarrow v' = -۳ \times ۲ + ۱۵ \rightarrow v' = ۹\frac{m}{s}$$

$$\begin{cases} \Delta x_۱ = S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{۱۵+۹}{۲} \times ۳ = ۳۶m \\ \Delta x_۲ = S'_{\text{ذوزنقه}} = \frac{۱۵+۹}{۲} \times ۲ = ۲۴m \end{cases} \rightarrow \Delta y_{\text{کل}} = ۳۶ + ۲۴ = ۶۰m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۶۰}{۱۲ - ۷} \rightarrow v_{av} = ۱۲\frac{m}{s}$$

۵۰ گزینه ۱

یکی از راه‌های حل این سؤال استفاده از نمودار سرعت - زمان است. برای رسم نمودار، در ابتدا سرعت اولیهٔ متحرک را محاسبه می‌کنیم. در ۱۵ ثانیهٔ اول، شتاب حرکت متحرک $2\frac{m}{s^2}$ است، بنابراین داریم:



$$v = at + v_\circ \xrightarrow[t=2s]{v=-6\frac{m}{s}} -6 = 2\times 2 + v_\circ \to v_\circ = -10\frac{m}{s}$$

حال سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 15s$ (لحظه‌ای که شتاب تغییر می‌کند) را محاسبه می‌کنیم.

$$v = at + v_\circ \xrightarrow{t=15s} v = 2\times 15 - 10 \to v = 20\frac{m}{s}$$

حال نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم. در ادامه مساحت محصور بین نمودار و محور زمان را می‌یابیم تا جابه‌جایی متحرک از لحظهٔ $t = 2s$ تا $t = 35s$ را تعیین کنیم.

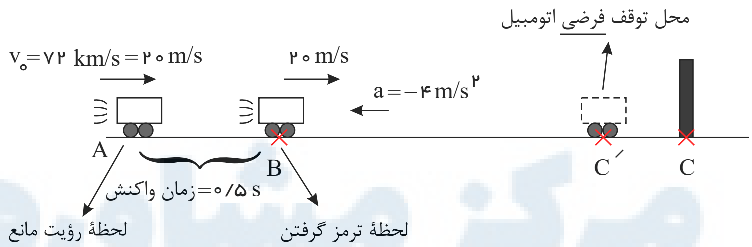
$$S_1 = |\Delta x_1| = 9m \quad , \quad S_2 = \Delta x_2 = 300m$$

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = -9 + 300 = 291m$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 \to 291 = x_2 - (-16) \to x_2 = 275m \to \vec{x} = 275\vec{i}$$

۵۱ گزینه ۳ فرض کنیم جسم در نقطهٔ C' متوقف می‌شود. طبق مفهوم شتاب ($a = -4\frac{m}{s^2}$ یعنی از $v_\circ = +20\frac{m}{s}$ در هر ثانیه $4\frac{m}{s}$ کاسته می‌شود) پس از $5s$ متحرک متوقف می‌شود. جابه‌جایی جسم در این مدت:

$$\Delta x_{BC'} = (\frac{v + v_\circ}{2})\Delta t = (\frac{0 + 20}{2})(5) = 50m$$



گام دوم: در مدت زمان واکنش راننده، اتومبیل در مدت $0/5m$ با تندی $20\frac{m}{s}$ به مقدار $\Delta x_{AB} = v\Delta t \Rightarrow \Delta x_{AB} = 10m$.

گام سوم:

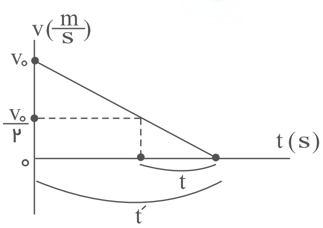
$$\Delta x_{AB} + \Delta x_{BC'} = 10 + 50 = 60m > \Delta x_{AC} = 52m$$

پس به مانع برخورد می‌کند. امّا با چه تندی؟

$$v_C^2 - v_B^2 = 2a\Delta x_{BC} \Rightarrow v_C^2 - 20^2 = 2(-4)(\underbrace{42}_{(52-10=42)}) \Rightarrow v_C^2 = 400 - 336 \Rightarrow v_C = 8\frac{m}{s}$$

۵۲ گزینه ۲

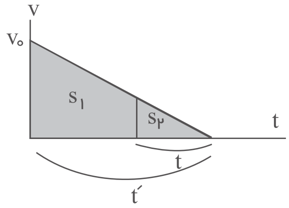
اگر نمودار سرعت - زمان متحرک را از لحظهٔ ترمز (شروع حرکت کندشونده) تا توقف رسم کنیم، داریم:



با توجه به تشابه مثلث‌ها:

$$\frac{t'}{t} = \frac{v_۰}{\frac{v_۰}{۲}} = ۲$$

از طرفی می‌دانیم که نسبت مساحت دو مثلث متشابه، معادل مجذور نسبت تشابه به آن‌هاست یعنی:



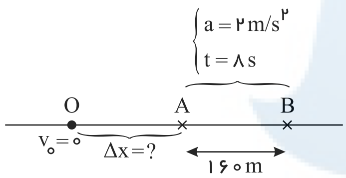
$$\text{مساحت مثلث بزرگ}\ \frac{(S_۲ + S_۱)}{S_۱} = (\frac{t'}{t})^۲ = ۲^۲ = ۴$$

از طرفی می‌دانیم که:

$$S_۲ = \Delta x = ۱۵۰m \xrightarrow[S_۱\,\Delta x_۱]{S_۲ = ۳S_۱} ۱۵۰ = ۳\Delta x' = ۵۰m$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = ۱۵۰ + ۵۰ \to \Delta x_{\text{کل}} = ۲۰۰m$$

۵۳ گزینه ۲ در ابتدا باتوجه به معلوم بودن زمان جابه جایی، شتاب و مقدار جابه جایی AB، سرعت در نقطه A را می‌یابیم



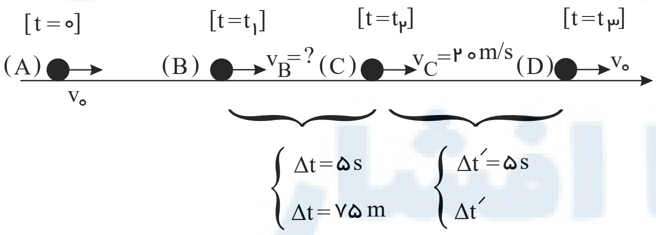
$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_A t \to ۱۶۰ = (\frac{۱}{۲})(۲)(۸)^۲ + V_A(۸) \to v_A = ۱۲(\frac{m}{s})$$

حال با استفاده از معادلهٔ سرعت-جابجایی (مستقل از زمان) بین دو نقطهٔ o و A داریم:

$$V_A^۲ - V_۰^۲ = ۲a(\Delta x) \xrightarrow{V_۰ = ۰} (۱۲)^۲ - ۰ = (۲)(۲)\Delta x \to \Delta x_{OA} = ۳۶m$$

۵۴ گزینه ۲

گام اول: حرکت شتابدار با شتاب ثابت بر خط راست است. مدت $۵s$ یک بازهٔ زمانی که ابتدا و انتهای این بازهٔ زمانی در متن سؤال مشخص نشده است. فرض کنیم این بازهٔ زمانی بین لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲$ باشد:



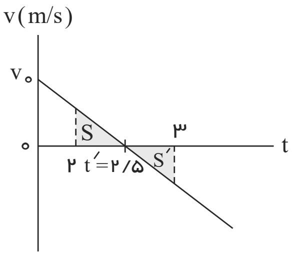
گام دوم: ابتدا تندی متحرک در مکان (B) و سپس شتاب حرکت (a) را می‌یابیم:

$$(B \to C): \Delta x = (\frac{v_B + v_C}{۲})(\Delta t) \to ۷۵ = (\frac{v_B + ۲۰}{۲})(۵) \Rightarrow v_B + ۲۰ = ۳۰ \Rightarrow v_B = ۱۰\frac{m}{s} \to a = \frac{\Delta v_{BC}}{\Delta t_{BC}} = \frac{۲۰ - ۱۰}{۵} = ۲\frac{m}{s^۲} \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

گام سوم:

$$(C \to D): \begin{cases} (v_{av})_{CD} = (\frac{v_D + v_C}{۲}) = (\frac{۳۰ + ۲۰}{۲}) = ۲۵\frac{m}{s} \\ v_D = v_C + a\Delta t' = ۲۰ + ۲ \times ۵ = ۳۰\frac{m}{s} \end{cases}$$

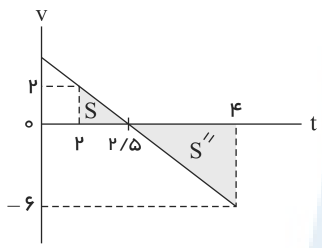
۵۵ گزینه ۳



گام اول: شتاب ثابت است بنابراین نمودار $(v-t)$ خطی مایل (درجهٔ اول) است. می‌دانیم در یک بازهٔ زمانی، زمانی جابه‌جایی صفر است که متحرک در ابتدا و انتهای آن بازهٔ زمانی از یک مکان عبور کند. بنابراین حرکت می‌بایستی به صورت رفت و برگشت بوده باشد. چون $a < ۰$ است (خلاف جهت مثبت محور xهاست) بنابراین باید $v_۰ > ۰$ بوده باشد، یعنی نمودار چنین وضعیتی دارد:

ثانیهٔ سوم در این‌جا یعنی $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۳s$. برای صفر شدن جابه‌جایی در این بازهٔ زمانی:

$$\Delta x = x_{(t=۳s)} - x_{(t=۲s)} = ۰ \Rightarrow S - S' = ۰ \Rightarrow S = S' \Rightarrow t' = \frac{۲+۳}{۲} = ۲/۵s \Rightarrow v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = -۴\times ۲/۵ + v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۱۰\frac{m}{s}$$

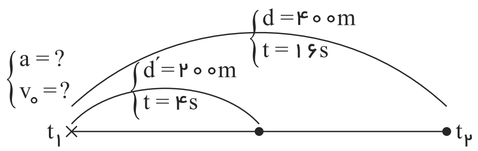


گام دوم: برای یافتن مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۴s$ کافی است مساحت بالای نمودار را با مساحت زیر نمودار جمع کنیم:

$$v = -۴t + ۱۰ \xrightarrow{t=۴} v = -۴\times ۴ + ۱۰ = -۶\frac{m}{s} \text{ و } v_{(t=۲)} = ۲\frac{m}{s} \Rightarrow L = S + S'' = \frac{۱}{۲}\times ۲\times ۰/۵ + \frac{۱}{۲}\times ۶\times ۱/۵ \Rightarrow L = ۰/۵ + ۴/۵ = ۵m$$

۵۶ گزینه ۴

در ابتدا مسیر حرکت متحرک را به‌صورت زیر رسم کرده و یک‌بار معادلهٔ جابه‌جایی را در ۴ ثانیهٔ اول و بار دیگر در کل ۱۶ ثانیه می‌نویسیم تا با حل یک دستگاه معادلات، بزرگی شتاب را بیابیم.



$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$$

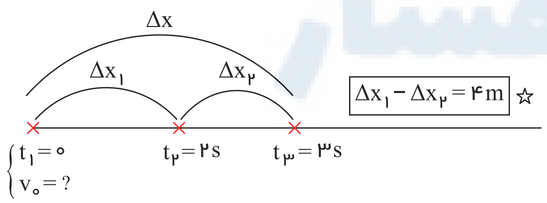
$$\begin{cases} \text{در چهار ثانیهٔ اول}: ۲۰۰ = \frac{۱}{۲}a(۴)^۲ + ۴v_۰ \\ \text{در کل ۱۶ ثانیه}: ۴۰۰ = \frac{۱}{۲}a(۱۶)^۲ + ۱۶v_۰ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ۲۰۰ = ۸a + ۴v_۰ \\ ۴۰۰ = ۱۲۸a + ۱۶v_۰ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -\frac{۲۵}{۶}\frac{m}{s^۲} \\ v_۰ = \frac{۱۷۵}{۳}\frac{m}{s} \end{cases}$$

و برای تعیین بزرگی شتاب:

$$|a| = \frac{۲۵}{۶}\frac{m}{s^۲}$$

۵۷ گزینه ۲

در ابتدا مسیر حرکت متحرک را به صورت زیر رسم می‌کنیم، سپس معادلهٔ جابه‌جایی متحرک را یکبار برای ۲ ثانیهٔ اول و بار دیگر برای ۳ ثانیهٔ اول می‌نویسیم یعنی:

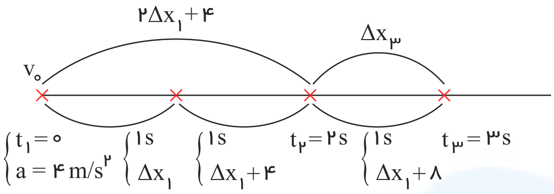


$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \xrightarrow{a=۴\frac{m}{s^۲}} \begin{cases} \text{دو ثانیهٔ اول}: \Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}(۴)(۲)^۲ + ۲v_۰ \\ \text{سه ثانیهٔ اول}: \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}(۴)(۳)^۲ + ۳v_۰ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \Delta x_۱ = ۸ + ۲v_۰ \\ \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۱۸ + ۳v_۰ \xrightarrow{\Delta x_۱ = ۸+۲v_۰} \Delta x_۲ = ۱۰ + v_۰ \end{cases}$$

و در نهایت داریم:

$$\Delta x_1 - \Delta x_2 = 4 \xrightarrow[\Delta x_2 = 10+v_0]{\Delta x_1 = 8+2v_0} 8 + 2v_0 - (10 + v_0) = 4 \Rightarrow v_0 = 6\frac{m}{s}$$

روش دوم: اگر بازه‌های زمانی را به صورت بازه‌های یک ثانیه‌ای در نظر بگیریم، می‌دانیم که جابه‌جایی‌های این متحرک در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی یک ثانیه‌ای، تشکیل یک دنبالهٔ عددی را می‌دهند که قدر نسبت آن $a = 4$ (شتاب حرکت) است. بنابراین داریم:



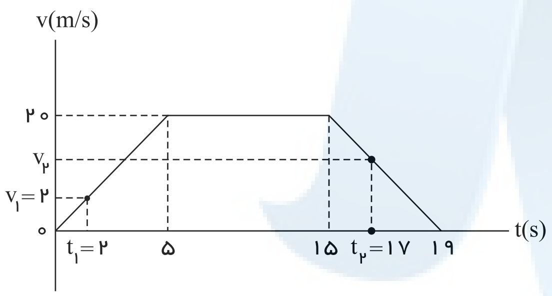
$$\xrightarrow{\text{با توجه به فرض مسئله}} 2\Delta x_1 + 4 - (\Delta x_1 + 8) = 4 \Rightarrow \Delta x_1 = 8m$$

و در ادامه داریم:

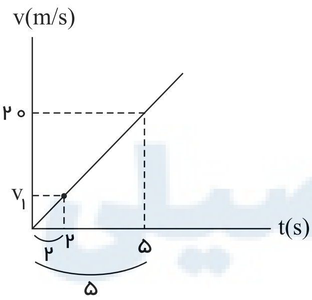
$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 8 = \frac{1}{2}(4)(1)^2 + v_0 \Rightarrow v_0 = 6\frac{m}{s}$$

۵۸ گزینه ۳

یکی از مناسب‌ترین روش‌ها برای حل این‌گونه سؤالات که حرکت متحرک در چند مرحلهٔ متوالی بررسی می‌شود، رسم نمودار سرعت - زمان آن است. بنابراین داریم: (در پنج ثانیهٔ اول با شتاب ثابت، حرکت تندشونده دارد، سپس به مدت ۱۰ ثانیه یعنی تا لحظهٔ $t = 15s$ حرکت یکنواخت دارد و در نهایت در چهار ثانیهٔ پایانی یعنی از $t = 15s$ تا $t = 19s$ حرکت کندشونده دارد و متوقف می‌شود.)

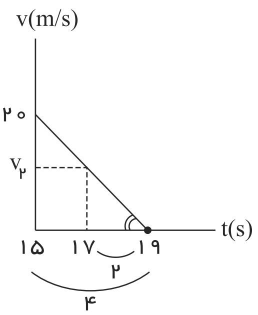


حال در پنج ثانیهٔ اول با استفاده از تشابه دو مثلث مربوط به دو ثانیهٔ اول و ۵ ثانیهٔ اول مقدار v_1 را به دست می‌آوریم:



$$\text{شیب خط} = \frac{v_1}{2} = \frac{20}{5} \Rightarrow v_1 = 8\frac{m}{s}$$

و در ۴ ثانیهٔ آخر نیز به همین ترتیب:



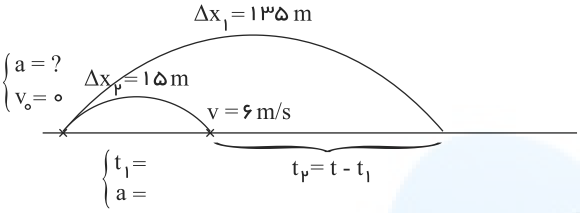
$$|\text{شیب خط}| = \frac{v_2}{2} = \frac{20}{4} \Rightarrow v_2 = 10\frac{m}{s}$$

و در نهایت با استفاده از تعریف شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۱۰ - ۸}{۱۷ - ۲} \Rightarrow a_{av} = \frac{۲}{۱۵}\frac{m}{s^۲}$$

۵۹ گزینه ۳

اگر مسیر حرکت متحرک را به‌صورت زیر در نظر بگیریم، یک بار با نوشتن معادلهٔ مستقل از شتاب در مرحلهٔ اول، زمان مربوط به این مرحله و نیز با نوشتن معادلهٔ سرعت - جابه‌جایی (یا معادلهٔ تعیین شتاب) مقدار شتاب را محاسبه می‌کنیم. یعنی:



$$\Delta x_۱ = \frac{v + v_۰}{۲} \times t_۱ \Rightarrow ۱۵ = \frac{۶ + ۰}{۲} \times t_۱ \Rightarrow t_۱ = ۵s$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_۰}{t} = \frac{۶ - ۰}{۵} \Rightarrow a = ۱/۲\frac{m}{s^۲}$$

حال برای پیدا کردن کل زمان حرکت در پیمودن ۱۳۵ متر داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t \xrightarrow{v_۰ = ۰} ۱۳۵ = (\frac{۱}{۲})(۱/۲)t^۲ \Rightarrow t = ۱۵s$$

اما برای پیمودن زمان مربوط به مرحلهٔ دوم (در سؤال گفته‌شده چند ثانیهٔ دیگر) داریم:

$$t_۲ = t - t_۱ = ۱۵ - ۵ \Rightarrow t_۲ = ۱۰s$$

۶۰ گزینه ۲ گام اول: متحرک با شتاب a، سریع‌تر از متحرک با شتاب $\frac{۹}{۱۶}a$ حرکت می‌کند. بنابراین اگر متحرک با شتاب a (را که با A نشان خواهیم داد) مسیر مستقیم معین شده را در مدت زمان Δt_A طی کند متحرک دوم (که با B نشان می‌دهیم) در مدت زمان $\Delta t_B = \Delta t_A + ۲s$ همان مسیر را طی خواهد نمود:

$$\begin{cases} \Delta x_A = \frac{۱}{۲}a\Delta t_A^۲ + v_{۰A}\Delta t_A \\ \Delta x_B = \frac{۱}{۲}(\frac{۹}{۱۶}a)(\Delta t_A + ۲)^۲ + v_{۰B}\Delta t_B \end{cases} \xrightarrow[v_{۰A} = v_{۰B} = ۰]{\Delta x_A = \Delta x_B} a\Delta t_A^۲ = \frac{۹}{۱۶}a(\Delta t_A + ۲)^۲ \Rightarrow \Delta t_A = \frac{۳}{۴}(\Delta t_A + ۲) = \frac{۳}{۴}\Delta t_A + ۱/۵ \Rightarrow ۰/۲۵\Delta t_A = ۱/۵$$

$$\Rightarrow \Delta t_A = ۶s$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۳	۱۳	۱	۲۵	۲	۳۷	۱	۴۹	۳
۲	۲	۱۴	۳	۲۶	۳	۳۸	۳	۵۰	۱
۳	۴	۱۵	۲	۲۷	۴	۳۹	۱	۵۱	۳
۴	۲	۱۶	۳	۲۸	۳	۴۰	۴	۵۲	۲
۵	۳	۱۷	۱	۲۹	۳	۴۱	۱	۵۳	۲
۶	۳	۱۸	۲	۳۰	۳	۴۲	۴	۵۴	۲
۷	۱	۱۹	۱	۳۱	۱	۴۳	۳	۵۵	۳
۸	۴	۲۰	۴	۳۲	۳	۴۴	۲	۵۶	۴
۹	۴	۲۱	۳	۳۳	۱	۴۵	۲	۵۷	۲
۱۰	۴	۲۲	۳	۳۴	۳	۴۶	۲	۵۸	۳
۱۱	۲	۲۳	۲	۳۵	۴	۴۷	۲	۵۹	۳
۱۲	۲	۲۴	۲	۳۶	۳	۴۸	۱	۶۰	۲