نام آزمون: ۱۰۰ تست حرکت شناسی

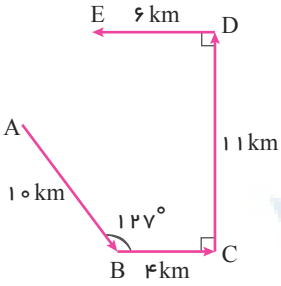
طراح: احمدقاسمی

احمدقاسمی

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

شناخت حرکت

۱ متحرکی روی مسیر مشخص‌شده در شکل از نقطهٔ A به E می‌رود. بزرگی جابه‌جایی این متحرک چند کیلومتر است؟ ($\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$)



۱) $\sqrt{۶۱}$
۲) $۴\sqrt{۲}$
۳) $۳\sqrt{۲}$
۴) ۵

۲ در کدام‌یک از موارد زیر اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت متحرک هیچگاه نمی‌تواند یکسان باشد؟

۱) متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ باشد.
۲) متحرک در حال حرکت، تندی‌اش در یک لحظه به سرعت صفر برسد.
۳) علامت سرعت متحرک عوض شود.
۴) سرعت و تندی متحرک هم‌علامت نباشند.

۳ متحرکی روی مسیر مستقیم با معادلهٔ مکان ــ زمان $x = -t^۲ + ۶t - ۵$ در حال حرکت است. مسافت طی شده توسط متحرک در ۲ ثانیهٔ دوم حرکت چند متر است؟

۱) ۰
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۸

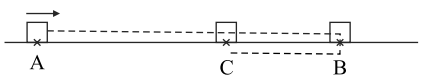
۴ متحرکی روی مسیر دایره‌ای شکل به شعاع ۳ متر با تندی ثابت $۱۲\pi \frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. نسبت جابه‌جایی به مسافت طی‌شده توسط متحرک از لحظهٔ شروع حرکت تا $\frac{۱}{۶}$ ثانیه چند برابر این نسبت از شروع حرکت تا $\frac{۱}{۱۲}$ ثانیه است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
۲) $\sqrt{۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۴) $\sqrt{۳}$

۵ معادلهٔ مکان ــ زمان متحرکی در SI به‌صورت $x = ۵ + ۲\sin(\frac{\pi}{۲}t)$ است. از لحظهٔ ۲ تا ۱۰ ثانیه، این متحرک چه مسافتی را برحسب متر طی می‌کند؟

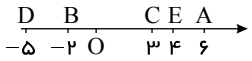
۱) ۱۶
۲) ۲۰
۳) ۱۸
۴) ۱۰

۶ اگر متحرکی مطابق شکل فاصلهٔ ۸۰۰ متری AB را رفته و پس از توقف در B به نقطهٔ C برگردد و مسافت طی‌شده‌اش در کل حرکت، $\frac{۷}{۳}$ برابر اندازهٔ جابه‌جایی‌اش باشد، مقدار جابه‌جایی‌اش در SI کدام است؟



۱) ۱۶۰
۲) ۳۲۰
۳) ۶۰۰
۴) ۴۸۰

۷ متحرکی روی خط مستقیم مسیر $ABCDE$ را طی می‌کند. نسبت مسافت به جابه‌جایی آن کدام است؟

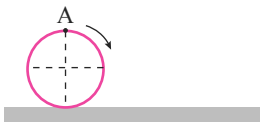


۱) -1 ۲) -15 ۳) $-13/5$ ۴) $-16/5$

۸ معادلهٔ حرکت ذره‌ای که روی مسیر مستقیم در حال حرکت است به‌صورت $-2t^2+6t+8$ است. از لحظه $t=3s$ تا $t=5s$ کدام گزاره صحیح است؟

۱) متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است.
۲) متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان است.
۳) متحرک ابتدا از مبدأ مکان دور شده، سپس نزدیک می‌شود.
۴) متحرک ابتدا به مبدأ مکان نزدیک شده و سپس دور می‌شود.

۹ در شکل مقابل، اگر حلقه یک دور کامل بزند سرعت متوسط و جابه‌جایی نقطهٔ A چند برابر زمانی است که $\frac{1}{2}$ دور بزند؟(مرکز دایره به طور یکنواخت حرکت می کند)



۱) جابه‌جایی ۲ برابر، سرعت متوسط ۲ برابر
۲) جابه‌جایی ۲ برابر، سرعت متوسط ۴ برابر
۳) جابه‌جایی $\sqrt{2}$ برابر، سرعت متوسط۲ برابر
۴) جابه‌جایی $\frac{2\pi}{\sqrt{\pi^2+4}}$ برابر، سرعت متوسط $\frac{\pi}{\sqrt{\pi^2+4}}$ برابر

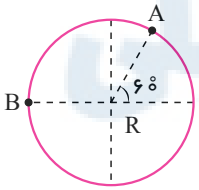
۱۰ متحرکی روی محور xها در حال حرکت است. در کدام‌یک از گزینه‌های زیر متحرک الزاماً در حال نزدیک شدن به مبدأ است؟

۱) سرعت و تندی متحرک خلاف علامت هم باشند.
۲) سرعت و تندی متحرک هم‌علامت باشند.
۳) $xv>0$
۴) $xv<0$

۱۱ معادلهٔ حرکت جسمی در SI با رابطهٔ $x=2t^2+1$ داده شده است. سرعت متوسط این جسم در SI در بازهٔ زمانی بین دو لحظهٔ ۱ و ۱/۰۰۰۱ به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۸

۱۲ متحرکی مسیر دایره‌ای را با تندی $\frac{\pi R}{6}\frac{m}{s}$ دور می‌زند. حداکثر بزرگی سرعت متوسط آن از A تا B کدام است؟

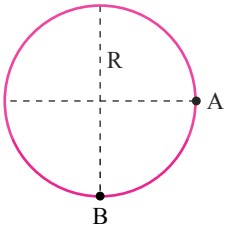


۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}R$ ۲) $\frac{R}{2}$ ۳) $\sqrt{3}R$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}R$

۱۳ متحرکی با معادلهٔ حرکت $x=t^3-4t+1$ روی خط مستقیم در حال حرکت است. سرعت متوسط متحرک در ۳ ثانیه دوم حرکت چند برابر ۳ ثانیه اول است؟

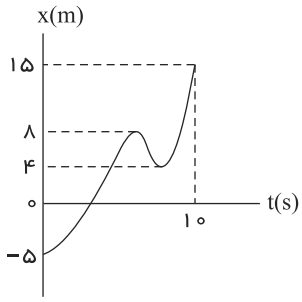
۱) ۴/۵ ۲) ۶/۴ ۳) ۱۱/۸ ۴) ۱۲/۸

۱۴ متحرکی روی مسیری مسقتیم با تندی ثابت v حرکت می‌کند، بیشترین اندازهٔ سرعت متوسط در مسیر A تا B چند برابر v است؟ ($\pi\simeq 3$)



۱) $\sqrt{3v}$ ۲) $2\sqrt{3v}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}v$ ۴) $\frac{2\sqrt{2}}{3}v$

۱۵ مطابق شکل، نمودار مکان - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، داده شده است. اختلاف تندی متوسطش با اندازهٔ سرعت متوسط آن در ۱۰ ثانیهٔ اول چند $\frac{m}{s}$ است؟



۱) ۰٫۸
۲) ۲
۳) ۲٫۸
۴) صفر

۱۶ معادلهٔ مکان ــ زمان متحرکی که روی محور xها حرکت می‌کند، به‌صورت $x = t^۲ - ۶t + ۸$ می‌باشد. تندی متوسط این متحرک در بازهٔ زمانی ۱ تا ۳ ثانیه چند برابر اندازهٔ سرعت متوسط آن در بازهٔ زمانی ۴ تا ۶ ثانیه است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۴

۱۷ معادلهٔ مکان - زمان متحرکی که روی محور xها حرکت می‌کند، به صورت $x = t^۳ - t + ۷$ است. اگر سرعت متوسط این متحرک از $t = ۳s$ تا $t = t_۲ s$ برابر $۲۷\frac{m}{s}$ باشد، $t_۲$ چند ثانیه است؟

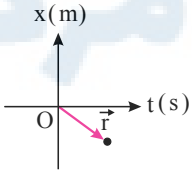
۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

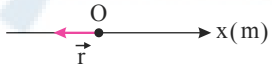
۱۸ معادلهٔ مکان - زمان متحرکی که روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند، به‌صورت $x = at^۲ + bt + c$ است. در چند شرط از موارد زیر، این متحرک همواره در حال دور شدن از مبدأ است؟

الف) $a, b, c > ۰$ ب) $c > ۰, ab > ۰$ پ) $a, b, c < ۰$
ت) $c < ۰, ab < ۰$ ث) $abc > ۰$ ج) $c < ۰, ab > ۰$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۹ معادلهٔ حرکت جسمی در یک بعد با رابطهٔ $x = -t^۲ + ۶t - ۸$ در SI داده شده است. کدام گزینه بردار مکان این متحرک را در لحظهٔ $t = ۱s$ درست نشان می‌دهد؟

۱) 

۲) 

۳)

۴)

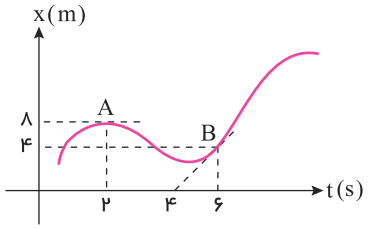
۲۰ رابطهٔ مکان ــ زمان متحرکی بر مسیر مستقیم در SI به‌صورت $x = \frac{t^۳}{۲} + ۲t$ است، شتاب متوسط متحرک بین دو لحظهٔ $t_۱ = ۲s$ و $t_۲ = ۴s$ چند $\frac{m}{s^۲}$ است؟

۱) ۳ ۲) ۹ ۳) ۴٫۵ ۴) ۱٫۵

۲۱ معادلهٔ مکان متحرکی در SI، $x_t = -t^۲ + ۹t + ۱۰$ است. مسافت طی شده در پنجمین ثانیه کدام است؟

۱) $\frac{۲۷}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) صفر ۴) $\frac{۵۱}{۴}$

۲۲ در شکل مقابل نسبت شتاب متوسط در فاصلهٔ زمانی $t_1 = ۲s$ تا $t_۲ = ۶s$ به سرعت متوسط در این فاصله در SI کدام است؟



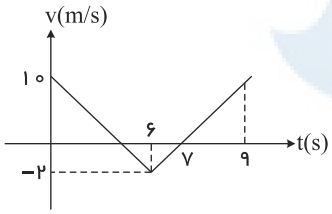
۱) $-\frac{۱}{۲}$
۲) $-\frac{۲}{۳}$
۳) -۱
۴) $+\frac{۲}{۳}$

۲۳ سرعت لحظه‌ای متحرکی که روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند برای ۳ سه مرحله ثانیهٔ در ابتدا و انتهای هر مرحله چنین است: (از چپ به راست) کدام گزینه صحیح است؟

$\rightarrow ۲۰\frac{m}{s}$ $-۱۶\frac{m}{s}$ $-۱۰\frac{m}{s}$ $-۲\frac{m}{s}$

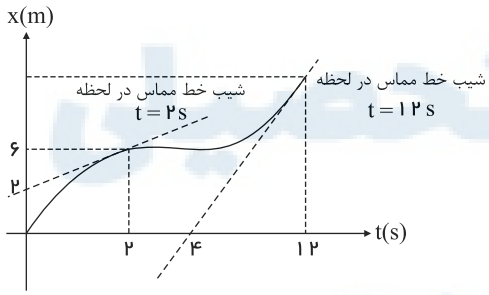
۱) شتاب منفی است.
۲) جابه‌جایی کل منفی است، ولی سرعت متوسط مثبت است.
۳) متحرک از مبدأ دور می‌شود.
۴) تغییر شتاب متوسط مراحل متوالی مثبت است و شتاب متسط هر مرحله هم مثبت است.

۲۴ نمودار سرعت ــ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی ۴ تا ۹ ثانیه چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) ۰
۲) ۰٫۴
۳) ۰٫۶
۴) ۰٫۸

۲۵ نمودار مکان - زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $۲s$ تا $۱۲s$ برابر سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۲s$ باشد، شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $۲s$ تا $۱۲s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟

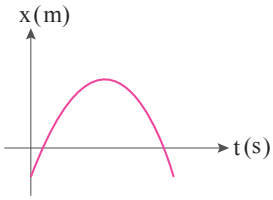


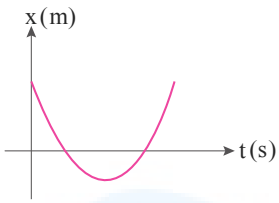
۱) ۰٫۱۲۵
۲) ۰٫۲۲۵
۳) ۰٫۶۲۵
۴) ۰٫۸۲۵

مرکز مشاوره تحصیلی علیرضا افشار

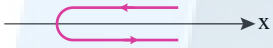
نمودار x-t

۲۶ معادلهٔ مکان - زمان متحرکی در SI به‌صورت $x_t = t^2 - 8t + 12$ است. کدام گزینه مسیر حرکت را بهتر نشان می‌دهد؟

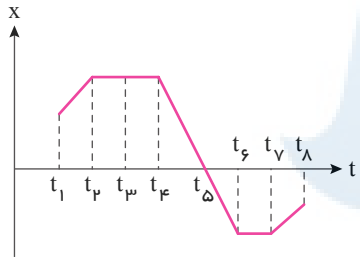
۱) 

۲) 

۳)

۴) 

۲۷ در چه بازهٔ زمانی، برای از متحرکی که نمودار مکان - زمان آن مطابق شکل مقابل است، اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده یکسان نیست؟



۱) $t_3 - t_6$
۲) $t_1 - t_4$
۳) $t_2 - t_7$
۴) $t_5 - t_8$

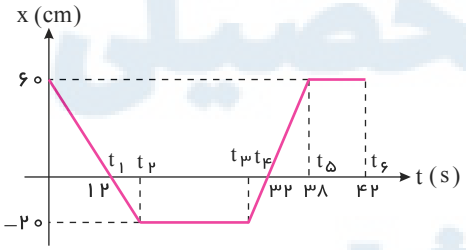
۲۸ نمودار مکان - زمان کفش‌دوزکی به صورت مقابل است. کدام مورد درست است؟

۱) سرعت متوسط در کل مسیر صفر است.

۲) مقدار سرعت متوسط بین t_1 تا t_3 معادل $\frac{10}{9}\ \frac{m}{s}$ است.

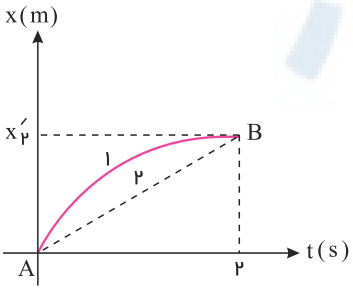
۳) کم‌ترین سرعت متوسط در هنگام دور شدن از مبدأ $-5\frac{cm}{s}$ است.

۴) بیش‌ترین مقدار سرعت متوسط هنگام نزدیک شدن به مبدأ $10\ \frac{cm}{s}$ است.



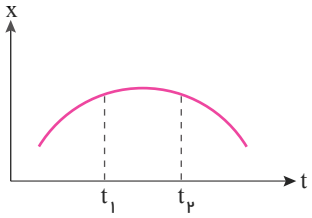
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۲۹ با توجه به نمودار مقابل کدام گزینه برای نسبت $\frac{V_{av_1}}{V_{av_2}}$ در ۲ ثانیهٔ اول صحیح است؟



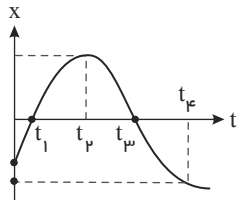
۱) برابر با $\frac{1}{2}$
۲) بیش‌تر از ۱
۳) کم‌تر از ۱
۴) برابر ۱

۳۰ اگر نمودار مکان - زمان متحرکی به‌صورت سهمی شکل مقابل باشد، جهت شتاب متوسط بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 تقریباً به کدام سمت است؟



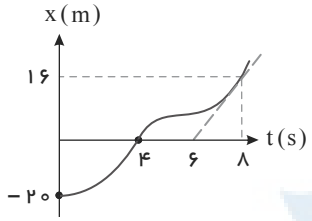
۱) ↑
۲) ↓
۳) ←
۴) →

۳۱ با توجه به نمودار مقابل کدام گزینه درست است؟



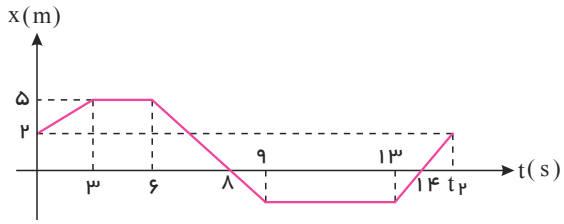
۱) سرعت متوسط در کل حرکت منفی و شتاب متوسط کل مثبت است.
۲) از لحظهٔ شروع حرکت تا دومین عبور از مبدأ ابتدا حرکت کندشونده و سپس تندشونده است.
۳) از اوّلین توقف تا دومین توقف متحرک پیوسته در حال دور شدن از مبدأ است.
۴) در فاصله بین دو توقف متحرک در سوی مثبت حرکت می‌کند.

۳۲ با توجه به نمودار مکان - زمان مقابل سرعت در پایان ۴ ثانیه دوم چندبرابر سرعت متوسط در ۴ ثانیه اوّل است؟



۱) $\frac{۳}{۲}$
۲) $\frac{۸}{۵}$
۳) $\frac{۴}{۵}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

۳۳ در نمودار مکان ــ زمان شکل مقابل نسبت زمان‌هایی که متحرک ایستاده است به زمان‌هایی که تندی و سرعت، یکسان نمایش داده می‌شود، کدام گزینه است؟



۱) $\frac{۵}{۸}$
۲) $\frac{۷}{۳}$
۳) $\frac{۷}{۵}$
۴) $\frac{۳۵}{۲۴}$

۳۴ نمودار مکان ــ زمان متحرکی مطابق شکل مقابل است، شتاب این متحرک ..... بار و سرعت آن ..... بار تغییر جهت داده است.

۱) ۴ - ۴
۲) ۴ - ۵
۳) ۵ - ۵
۴) ۵ - ۶

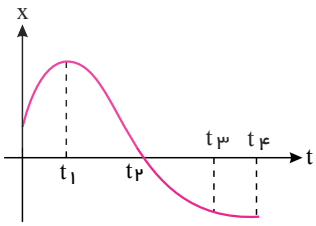
۳۵ چند گزینه در مورد نمودار مکان ــ زمان شکل مقابل نادرست است؟

الف) علامت شتاب متوسط در بازهٔ $(t_1 - t_3)$ منفی است.

ب) علامت جابه‌جایی در بازهٔ $(t_1 - t_3)$ منفی است.

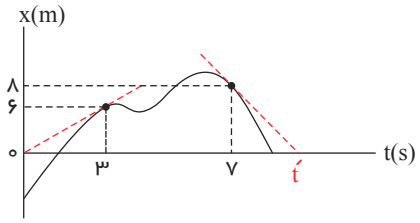
پ) مسافت و جابه‌جایی طی‌شده از $(0 - t_2)$ برابر نیستند.

ت) سرعت متوسط در بازهٔ $(t_1 - t_4)$ از سرعت متوسط در بازهٔ $(t_1 - t_3)$ بیشتر است.



۱) ۰
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

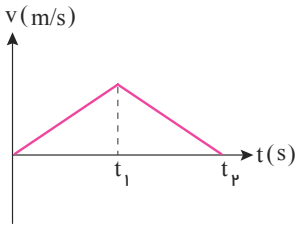
۳۶ اگر در نمودار مکان - زمان داده شده، تندی متحرک در لحظهٔ t' ۲ متر بر ثانیه بیشتر از تندی متحرک در لحظهٔ $t=3s$ باشد، t' چند ثانیه است؟

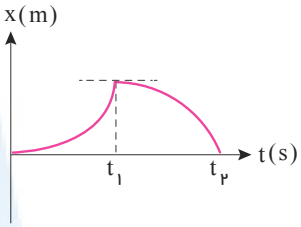


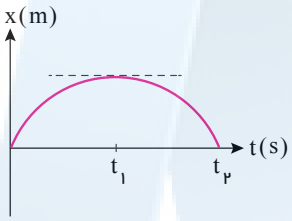
۱) ۷٫۵
۲) ۸
۳) ۸٫۵
۴) ۹

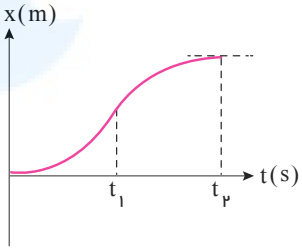
نمودار v-t

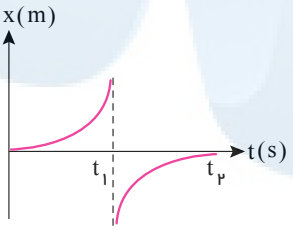
۳۷ نمودار سرعت - زمان متحرکی مطابق شکل روبه‌رو است. نمودار مکان - زمان این متحرک که روی خط راست در حال حرکت است، کدام گزینه است؟



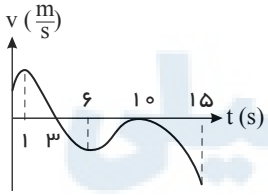
۱)


۲)


۳)


۴)


۳۸ با توجه به نمودار سرعت - زمان شکل مقابل، چند ثانیه متحرک با حرکتی کندشونده در خلاف محور x حرکت می‌کند؟



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۷

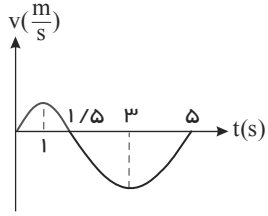
۳۹ چند مورد از عبارت‌های زیر در مورد نمودار سرعت - زمان یک متحرک که روی خط مستقیم حرکت می‌کند در بازهٔ صفر تا ۵ ثانیه صحیح است؟

الف) این متحرک ۲٫۵ ثانیه حرکت تندشونده داشته است.

ب) در مدت ۲ ثانیه در حالی که خلاف جهت محورها حرکت می‌کرده، حرکت کندشونده داشته است.

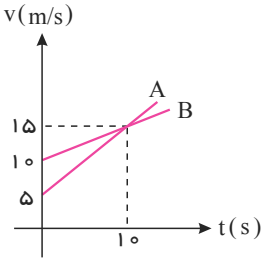
پ) در دو لحظه تغییر جهت داده است.

پ) شتاب حرکت در یک لحظه تغییر جهت داده است.



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۴۰ دو متحرک A و B در $t=0$ از یک محل عبور می‌کنند و روی یک خط راست حرکت می‌کنند و نمودار سرعت ــ زمان آن‌ها به صورت مقابل است. در مورد فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر کدام درست است؟



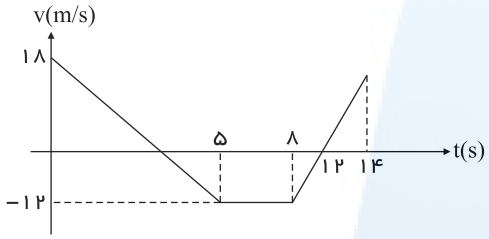
۱) در $t=10s$ صفر است.

۲) در $t=25s$ صفر است.

۳) از $t=10s$ تا $t=20s$ زیاد می‌شود.

۴) از $t=0$ تا $t=10s$ زیاد می‌شود.

۴۱ نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک هنگام شروع حرکت در مکان $x=+19m$ قرار داشته باشد، در لحظه $t=14s$ در چه مکانی برحسب متر قرار دارد؟



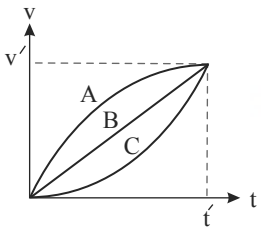
۱) ۲۰

۲) ۱۸

۳) -20

۴) -18

۴۲ با توجه به نمودار مقابل کدام گزینه درست است؟ (بازهٔ زمانی را برای هر ۳ متحرک برابر صفر تا t' فرض می‌کنیم)



۱) $v_{av_A}=v_{av_B}=v_{av_C}$

۲) $a_{av_A}>a_{av_B}>a_{av_C}$

۳) $v_{av_C}<\frac{v'}{2}<v_{av_A}$

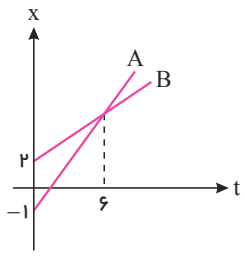
۴) $\Delta a_A<0\ ,\ \Delta a_C=0$

حرکت با سرعت ثابت

۴۳ قطاری به طول $2L$ با سرعت ثابت v در حرکت است. در لحظهٔ $t=0$ به پلی به طول L می‌رسد. t ثانیه طول می‌کشد تا تمام قطار به‌طور کامل از پل عبور کند، چند t بعد از $t=0$ وسط قطار به وسط پل می‌رسد؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{2}{3}$

۴۴ شکل مقابل نمودار مکان ــ زمان دو متحرک A و B را نمایش می‌دهد. در چه لحظه‌هایی دو متحرک در یک متری یکدیگر خواهند بود؟



۱) ۲ و ۱۰

۲) ۵ و ۷

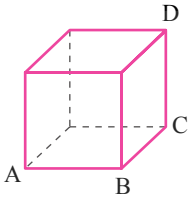
۳) ۴٫۵ و ۷٫۵

۴) ۴ و ۸

۴۵ اتومبیلی روی مسیر مستقیم بین دو نقطهٔ M و N در حال حرکت با سرعت ثابت است. نیمی از مسیر حرکت را با سرعت $15\frac{m}{s}$ طی کرده و سپس نیمی از زمان باقی‌مانده را با سرعت $25\frac{m}{s}$ و بقیهٔ مسیر را با سرعت $35\frac{m}{s}$ می‌پیماید. سرعت متوسط کل حرکت این اتومبیل چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳۰ ۲) ۲۵ ۳) ۲۰ ۴) ۱۷٫۵

۴۶ مطابق شکل متحرکی با تندی ثابت v مسیر $ABCD$ را طی می‌کند. سرعت متوسط در این جابه‌جایی کدام است؟ (هر ضلع مکعب L فرض می‌شود.)



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}v$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}v$

۳) $۴v$ ۴) $۳v$

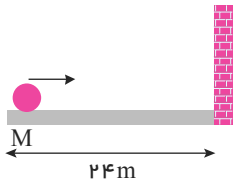
۴۷ متحرکی نیمی از زمان حرکت بین نقاط A و B را روی خط مستقیم با سرعت $۲۰\frac{km}{h}$ و نیمی دیگر را با سرعت $۱۶\frac{km}{h}$ طی می‌کند. سرعت متوسط بین این دو نقطه چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۸ ۲) $\frac{۱۶۰}{۹}$ ۳) $\frac{۸۰}{۳}$ ۴) ۵

۴۸ متحرکی روی خط مستقیم فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B که ۱۲۰ متر از هم فاصله دارند، را طی می‌کند، به طوری که نیمی از مسیر را با تندی $۱۲\frac{m}{s}$ و نیم دیگر را با تندی $۲۴\frac{m}{s}$ می‌پیماید. تندی متوسط متحرک در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

۴۹ دو گلولهٔ A و B با سرعت ثابت از نقطهٔ M مطابق شکل با سرعت‌های ثابت $۶\frac{m}{s}$ و $۴\frac{m}{s}$ به سمت دیواری در حال حرکت‌اند. اگر گلوله‌ای به دیوار برخورد کند، دقیقاً با همان سرعت برمی‌گردد. محل اولین ملاقات دو گلوله در زمانی که از کنار یکدیگر عبور می‌کنند تا نقطهٔ شروع حرکت چند متر است؟



۱) ۱۶٫۸ ۲) ۱۷

۳) ۱۷٫۶ ۴) ۱۹٫۲

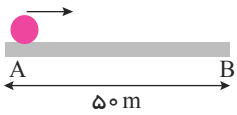
۵۰ عرض رودخانه‌ای (d) و سرعت آب (v) است. شخص می‌خواهد پاروزنان عرض رودخانه را در کمترین زمان طی کند. در این صورت جابه‌جایی قایق کدام است؟ (سرعت قایق نسبت به آب ساکن v' فرض شود.)

۱) $\frac{v'^۲}{v^۲}\cdot d$ ۲) $\frac{v^۲}{v'^۲}\cdot d$ ۳) $\frac{\sqrt{v^۲+v'^۲}}{v}\cdot d$ ۴) $\frac{\sqrt{v^۲+v'^۲}}{v'}\cdot d$

۵۱ دو متحرک A و B با تندی‌های v_A و v_B در مسیری مستقیم به سمت هم حرکت می‌کنند. اگر در مبدأ زمان فاصلهٔ آن‌ها d باشد، پس از t ثانیه به یکدیگر می‌رسند. سپس، پس از گذشت $\frac{۲}{۳}t$ متحرک تندتر، به محل اولیه متحرک دیگر می‌رسد. اگر $v_B > v_A$ باشد، نسبت $\frac{v_B}{v_A}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۵۲ گلوله‌ای در لحظهٔ $t=۰$ از نقطهٔ A با تندی ثابت $\frac{۵}{۳}\frac{m}{s}$ به سمت B حرکت کرده و با همان تندی برمی‌گردد و این حرکت را به‌طور پیوسته ادامه می‌دهد. گلولهٔ (۲) در لحظهٔ $t=۰$ از همان نقطهٔ A با تندی ثابت $۰٫۲\frac{m}{s}$ به سمت B حرکت می‌کند و پس از رسیدن به آن متوقف می‌شود. گلولهٔ (۱) در حین حرکت گلولهٔ (۲) چند بار از کنار آن می‌گذرد؟



۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۵۳ دو متحرک با سرعت‌های $v_۱$ و $v_۲$ در یک امتداد با فاصلهٔ $۲۰۰m$ حرکت می‌کنند. حداقل زمان رسیدن آن‌ها $\frac{T}{۴}$ و حداکثر T است. حداقل مقدار $v_۲$ کدام است؟

۱) $\frac{۴۰۰}{T}$ ۲) $\frac{۱۰۰}{T}$ ۳) $\frac{۲۰۰}{T}$ ۴) $\frac{۳۰۰}{T}$

۵۴ دو متحرک A و B در مسیر مستقیم با سرعت ثابت $v_A = ۱۰\frac{m}{s}$ و $v_B = ۵۴\frac{km}{h}$ خلاف جهت هم و به سمت هم حرکت می‌کنند، اگر فاصلهٔ دو متحرک ۱۵۰ متر باشد، حداکثر چند ثانیه بعد برای دومین بار فاصلهٔ دو متحرک به ۵۰ متر می‌رسد؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۴

۵۵ عرض رودخانه‌ای d و سرعت آب آن (v) است. شخصی می‌خواهد با سرعت (v') پارو بزند و با کمترین جابه‌جایی خود را به‌طرف دیگر برساند، در این صورت زمان کدام است؟

۱) $\frac{d}{\sqrt{v'^۲ - v^۲}}$ ۲) $\frac{d}{v'}$ ۳) $\frac{d}{\sqrt{v^۲ + v'^۲}}$ ۴) $\frac{d}{v + v'}$

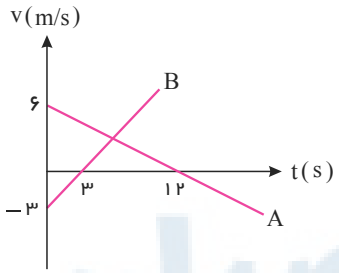
۵۶ اتومبیل A با سرعت ثابت از نقطهٔ M روی خط مستقیم به سمت مقصد N که در فاصلهٔ ۶۰ کیلومتری آن قرار دارد حرکت می‌کند. اتومبیل B که از A، ۱۵ کیلومتر عقب‌تر است، نیم ساعت دیرتر شروع به حرکت کرده ولی یک ساعت زودتر به مقصد می‌رسد. اگر سرعت اتومبیل B، $۱۵۰\frac{km}{h}$ باشد، سرعت اتومبیل A چند $\frac{km}{h}$ است؟

۱) ۳۰ ۲) ۴۵ ۳) ۶۰ ۴) ۹۰

۵۷ شناگری فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B را در طول مسیر حرکت آب در رودخانه‌ای با توان ثابت حرکت می‌کند. زمان بیشینهٔ حرکت شناگر ۴ برابر زمان کمینهٔ آن است. نسبت تندی حرکت شناگر در زمانی که آب ساکن است به تندی رودخانه کدام گزینه است؟

۱) ۴ ۲) $\frac{۵}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۵۸ نمودار سرعت زمان دو متحرک A و B به ترتیب از مکان‌های اولیه $x_A = ۰$ و $x_B = ۲۷$ که هم‌زمان شروع به حرکت کرده‌اند، مطابق شکل روبه‌رو است. این دو متحرک در چه لحظه‌ای بار دیگر به یکدیگر می‌رسند؟



۱) ۱۲
۲) ۹
۳) ۱۵
۴) ۶

۵۹ دو متحرک A و B با سرعت‌های ثابت v_A و v_B روی مسیر مستقیم هم‌زمان شروع به حرکت می‌کنند. اگر x_A و x_B مکان‌های دو متحرک در $t = ۰$ باشند، در کدام‌یک از موارد زیر الزاماً دو متحرک به یکدیگر برخورد خواهند داشت؟

۱) $v_A v_B > ۰$ و $x_A > x_B$
۲) $x_B x_A < ۰$ و $v_A v_B > ۰$
۳) $v_A v_B < ۰$ و $x_A > x_B$
۴) $x_B v_B < ۰$ و $v_A v_B < ۰$ و $x_A v_A < ۰$

۶۰ شخصی از پله‌برقی مترو زمانی که خاموش است در مدت ۱ دقیقه مسیری را طی می‌کند و در حالتی که پله روشن است و شخص قدم نمی‌زند، این مسیر را در مدت ۳ دقیقه طی می‌کند، اگر پله روشن باشد و شخص در جهت پله‌ها قدم بزند، این مسیر در چند ثانیه طی می‌شود؟

۱) ۴۵ ۲) ۲۴۰ ۳) ۳۰ ۴) ۱۵

۶۱ دو قطار A و B به طول ۱۰۰ متر در فاصلهٔ ۳۰۰ متر از هم قرار دارند، در مسیری مستقیم و با سرعت‌های ثابت $v_A = ۱۰۸\frac{km}{h}$ و $v_B = ۷۲\frac{km}{h}$ به طرف هم نزدیک می‌شوند. چند ثانیه بعد، فاصلهٔ آن‌ها ۱۰۰ متر می‌شود؟

۱) ۴ ۲) ۱۲ ۳) ۳۰ ۴) گزینهٔ ۱ و ۲

حرکت با شتاب ثابت

۶۲ تندی متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می کند، $۴۰\frac{m}{s}$ و شتاب آن $+۵\frac{m}{s^۲}$ است. نوع حرکت آن کدام است؟

۱) الزاماً همواره تندشونده
۲) الزاماً همواره کندشونده
۳) اگر ابتدا کندشونده باشد ممکن است تندشونده شود.
۴) اگر ابتدا تندشونده باشد ممکن است کندشونده شود.

۶۳ معادلهٔ مکان ــ زمان متحرکی در SI، $x = t^۲ - ۱۰t + ۲۱$ است. متحرک پس از طی چه مسافتی به سرعت $۲\frac{m}{s}$ می‌رسد؟

۱) $+۲۶m$
۲) $+۳m$
۳) $+۴m$
۴) $+۲۱m$

۶۴ معادلهٔ حرکت جسمی در SI به‌صورت $x = -۲t^۲ + bt + c$ است. مقدار b کدام گزینه می‌تواند باشد تا این جسم هیچ‌گاه از یک نقطه دو بار عبور نکند؟

۱) -۴
۲) $+۲$
۳) $+۴$
۴) به مقدار c بستگی دارد.

۶۵ متحرکی پس از مدتی حرکت در جهت مثبت محور xها ترمز کرده و با شتاب ثابت، متوقف می‌شود. با گذشتن زمان پس از توقف هر چقدر که زمان می‌گذرد چند کمیت زیر الزاماً کاهش می‌یابد؟

الف) مسافت طی‌شده
ب) جابه‌جایی طی‌شده
پ) تندی لحظه‌ای
ت) سرعت متوسط از ابتدای حرکت
ث) اندازهٔ شتاب متوسط از ابتدای حرکت

۱) ۰
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۶۶ مسافت طی‌شده توسط متحرکی که با معادلهٔ سرعت ــ زمان $v = ۲t - ۱۰$ در SI در حال حرکت است، در ۲ ثانیهٔ سوم حرکتش چند متر است؟

۱) ۰
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۴

۶۷ متحرکی روی مسیر مستقیم با شتاب ثابت در حال حرکت است. این متحرک ۳۴ متر را در ۲ ثانیهٔ دوم حرکتش طی می‌کند و سرعت متوسط آن در ۲ ثانیهٔ پنجم حرکتش $۴۱\frac{m}{s}$ است. سرعت اولیهٔ آن چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

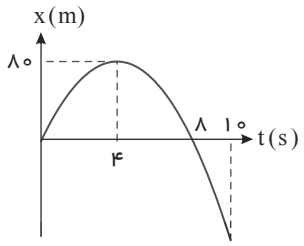
۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

۶۸ چند گزینهٔ درست در گزینه‌های زیر وجود دارد؟

الف) برداری که مبدأ مکان را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند، بردار مکان در آن لحظه نامیده می‌شود.
ب) اگر در حرکتی مقدار سرعت تغییر نکند، تندی متوسط و سرعت متوسط برابرند.
پ) سرعت متوسط بین دو لحظه، برابر با شیب پاره‌خطی است که در نمودار مکان - زمان بین آن دو نقطه رسم می‌شود.
ت) ممکن است سرعت متحرکی منفی باشد ولی حرکت آن تندشونده باشد.

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

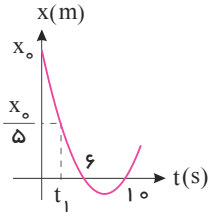
۶۹ نمودار مکان - زمان خودرویی به‌صورت سهمی مطابق شکل است. چند گزینه دربارهٔ این حرکت درست است؟



الف) در مدت ۱۰ ثانیه پس از شروع حرکت، تندی متوسط $۲۶\frac{m}{s}$ است.
ب) در مدت ۱۰ ثانیه پس از شروع حرکت، به مدت ۶ ثانیه حرکت تندشونده وجود دارد.
پ) جابه‌جایی خودرو از ابتدای حرکت تا لحظهٔ توقف ۸۰ متر است.
ت) تندی متوسط از لحظهٔ $t = ۰$ تا لحظهٔ عبور از مبدأ برابر با صفر است.

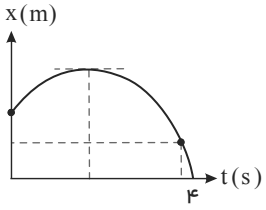
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

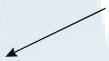
۷۰ نمودار مکان – زمان متحرکی که روی مسیر مستقیم با شتاب ثابت در حال حرکت است، مطابق شکل روبه‌رو است. t_1 چند ثانیه است؟



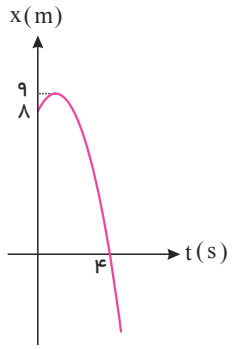
۱) ۲
۲) $\frac{۱۰}{۳}$
۳) ۳
۴) ۴

۷۱ نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور افقی حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است، بردار جابه‌جایی بین لحظات $t = ۰$ تا $t = ۴$ در کدام جهت است؟



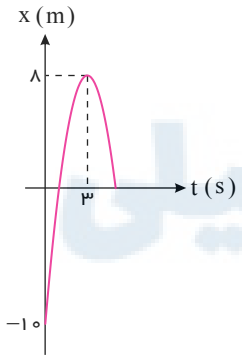
۱)
۲) 
۳)
۴)

۷۲ نمودار مکان ــ زمان متحرکی که با شتاب ثابت در امتداد محور xها حرکت می‌کند. مطابق شکل روبه‌رو است. در چه لحظه‌ای مسافت طی شده توسط این متحرک ۵ متر خواهد شد؟



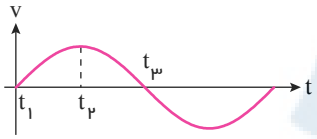
۱) ۱٫۸
۲) ۲٫۴
۳) ۳
۴) ۳٫۲

۷۳ نمودار مکان - زمان متحرکی روی مسیر مستقیم با شتاب ثابت مطابق شکل روبه‌رو است. این متحرک در چه لحظه‌ای برای بار دوم از مبدأ عبور می‌کند؟



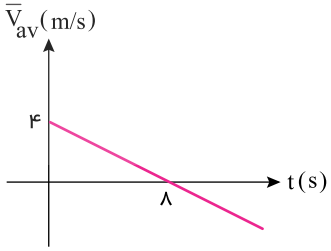
۱) ۳٫۵
۲) ۴
۳) ۴٫۵
۴) ۵

۷۴ در شکل مقابل کدام گزینه برای بازهٔ t_1 تا t_3 صحیح است؟



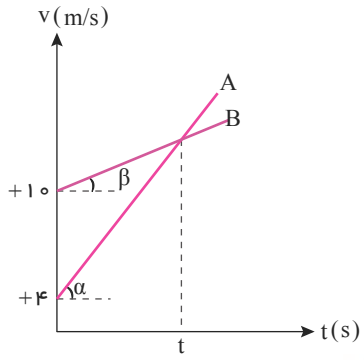
۱) حرکت کندشونده است.
۲) حرکت تندشونده است.
۳) جابه‌جایی منفی است.
۴) تغییر شتاب منفی است.

۷۵ نمودار سرعت متوسط از ابتدای حرکت برحسب زمان متحرکی مطابق شکل مقابل است. مسافت طی‌شده در ثانیهٔ سوم حرکت چند متر است؟



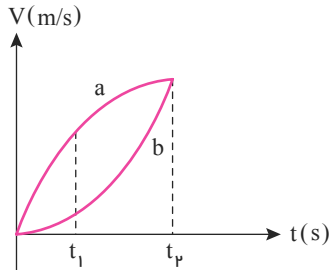
۱) ۰٫۵
۲) ۱٫۵
۳) ۲٫۷۵
۴) ۳٫۲۵

۷۶ نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B به‌صورت مقابل است. در لحظه‌ای که دو متحرک به‌هم می‌رسند، سرعت A چند برابر B است؟ (هر دو متحرک از یک مبدأ شروع به حرکت می‌کنند $\tan\beta = ۲$ و $\tan\alpha = ۴$)



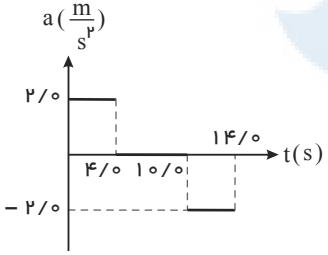
۱) $\frac{۷}{۵}$
۲) $\frac{۱۴}{۱۱}$
۳) $\frac{۹}{۷}$
۴) $\frac{۲۱}{۱۱}$

۷۷ با توجه به شکل مقابل کدام مورد صحیح است؟

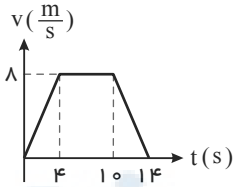


۱) سرعت نهایی در a بیشتر از b است.
۲) شتاب متوسط a در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ بیشتر از b در این بازه است.
۳) از ۰ تا $t_۲$ شتاب متوسط a بیشتر از b است.
۴) از لحظهٔ صفر تا $t_۲$، جابه‌جایی a از b بیشتر است.

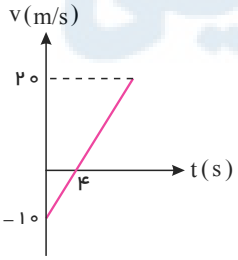
۷۸ نمودار شتاب - زمان یک ماشین اسباب‌بازی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. با فرض $v_۰ = ۰$ کدام گزینه نادرست است؟



۱) شتاب متوسط کل برابر صفر است.
۲) جابه‌جایی کل برابر با ۸۰ متر است.
۳) تندی متوسط برابر با $۱۰\frac{m}{s}$ است.
۴) نمودار سرعت زمان مطابق شکل مقابل است.

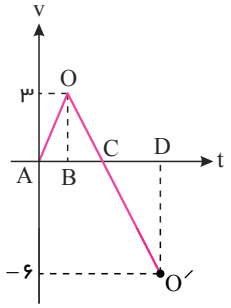


۷۹ متحرکی در لحظهٔ $t = ۰$ در مکان $x = ۳۰m$ قرار دارد، اگر نمودار سرعت ـ زمان آن مطابق شکل مقابل باشد، کدام گزینه دربارهٔ حرکت آن نادرست است؟



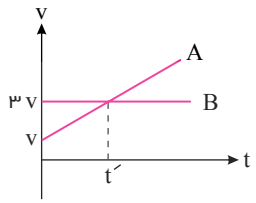
۱) جابه‌جایی و مسافت در قسمت کندشونده هم‌اندازه و مقدار آن ۲۰ متر است.
۲) متحرک در مکان $x = +۱۰m$ متوقف می‌شود.
۳) مدت زمان حرکت تندشونده ۳ برابر مدت زمان حرکت کندشونده است.
۴) تندی متوسط در کل حرکت برابر با $\frac{۲۵}{۳}\frac{m}{s}$ است.

۸۰ متحرکی با نمودار مقابل را در نظر بگیرید، مدت حرکت کندشونده چند برابر مدتی است که در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟



۱) $\frac{۴}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) $\frac{۴}{۹}$

۸۱ نمودار سرعت-زمان دو متحرک A و B در مسیر مستقیم مطابق شکل است، کدام گزینه نادرست است؟



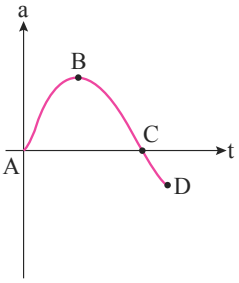
۱) اگر دو متحرک هم مبدأ باشند، زمان به هم رسیدن آن‌ها $2t'$ است.

۲) اگر دو متحرک هم مبدأ باشند، وقتی A به B می‌رسد، $v_A = 5v$ است.

۳) اگر در لحظهٔ $t = 0$ متحرک A عقب‌تر از B باشد، زمان به هم رسیدن دو متحرک کم‌تر از $2t'$ است.

۴) اگر در لحظهٔ $t = 0$ متحرک B عقب‌تر از A باشد، زمان به هم رسیدن دو متحرک $v_A < 5v'$ است.

۸۲ در شکل مقابل بیشترین سرعت و بیشترین فاصله از مبدأ کدام است؟ (فرض کنید $x_0 = 0$ و $v_0 = 0$)



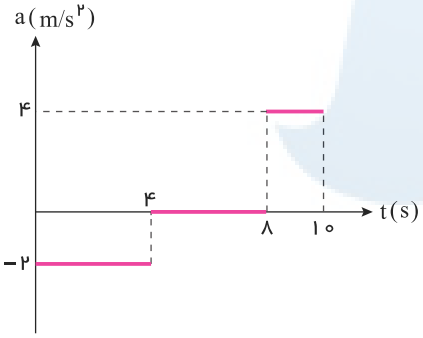
۱) C و D

۲) B و C

۳) C و C

۴) B و D

۸۳ نمودار $a-t$ حرکت یک ذره روی مسیر مستقیم، مطابق شکل مقابل است. اگر سرعت اولیهٔ متحرک $+۴\frac{m}{s}$ باشد، مسافت طی‌شده در مدتی که حرکت ذره کندشونده است، چند متر است؟



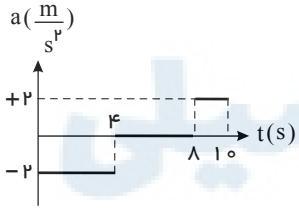
۱) ۱۶

۲) ۱۲

۳) ۱۰

۴) ۶

۸۴ نمودار شتاب زمان متحرکی که روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. $v_0 = +۴\frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط آن در ۱۰ ثانیهٔ اول چند متر بر ثانیه است؟



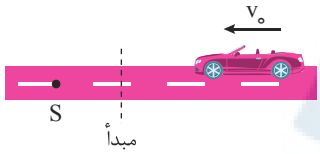
۱) ۲٫۸

۲) ۲

۳) ۲٫۴

۴) ۰٫۴

۸۵ مطابق شکل اتومبیل با حرکت کندشونده در نقطهٔ S متوقف می‌شود. چند مورد درست در گزینه‌های زیر وجود دارد؟الف) هنگام نزدیک‌شدن به مبدأ، مسافت و شتاب هم‌علامت هستند.



ب) هنگام دورشدن از مبدأ، جابه‌جایی و شتاب هم‌علامت هستند.

پ) هنگام نزدیک‌شدن به مبدأ، جابه‌جایی و شتاب هم‌علامت هستند.

ت) هنگام نزدیک‌شدن به مبدأ، بردار مکان و شتاب هم‌علامت هستند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۶ اتومبیلی با شتاب ثابت ترمز می کند و پس از مدت t و طی کردن مسافت d متوقف می‌شود. ۳۶ درصد آخر مسیر را در چند t طی می‌کند؟

۱) $\frac{۳}{۵}$ ۲) $\frac{۵}{۶}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

۸۷ متحرکی از نقطهٔ A با سبز شدن چراغ راهنمایی، با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ در امتداد مسیری مستقیم از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و ۷ ثانیه بعد از شروع حرکت، مانعی را در مقابل خود می‌بیند و با شتاب $۶\frac{m}{s^۲}$ از سرعت خود می‌کاهد تا در نقطهٔ B متوقف شود. اگر زمان واکنش وی ۰٫۵ ثانیه باشد، فاصلهٔ AB چند متر است؟

۱) ۱۷ ۲) ۳۴ ۳) ۷۵ ۴) ۱۰۰

۸۸ متحرکی روی مسیر مستقیم در $t=۰$ در $x=۴m$ بوده و در حال حرکت با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ است. اگر مسافت طی‌شده در دو ثانیهٔ دوم و چهارم یکسان باشد. تندی متحرک در هنگام عبور از مبدأ چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) $۲\sqrt{۲۱}$

۸۹ متحرکی که با سرعت $v_۰$ روی مسیر مستقیم با شتاب ثابت شروع به حرکت کرده است در هر ۲ ثانیه، ۲ متر بیشتر از ۲ ثانیهٔ قبلی حرکت می‌کند. اگر در ۲ ثانیهٔ سوم این متحرک ۱۰ متر جابه‌جا شود، سرعت اولیهٔ آن چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱٫۵ ۲) ۲ ۳) ۲٫۵ ۴) ۳

۹۰ متحرکی با شتاب ثابت در حرکت است، اگر جابه‌جایی در ۴ ثانیهٔ دوم ۱۲۸ متر کمتر از ۴ ثانیهٔ چهارم باشد، شتاب در SI کدام است؟

۱) ۴ ۲) $\frac{۷}{۳}$ ۳) ۵ ۴) $\frac{۵}{۴}$

۹۱ متحرکی با سرعت $v_۰$ در حال حرکت است. ناگهان ترمز کرده و پس از مدتی با شتاب ثابت کاهش سرعت می‌دهد تا پس از جابجایی d (از لحظهٔ ترمز)متوقف شود سرعت متوسط متحرک در $\frac{۱}{n}d$ از انتهای مسیر کدام گزینه است؟

۱) $\frac{v_۰}{۲n}$ ۲) $\frac{v_۰}{n}$ ۳) $\frac{v_۰\sqrt{n}}{۲n}$ ۴) $\frac{v_۰ v\sqrt{n}}{n}$

۹۲ متحرکی از حال سکون شروع به حرکت با شتاب ثابت می‌کند و مسیر مستقیمی به طول d را طی می‌کند. نسبت زمانی که $\frac{d}{n}$ آخر مسیر را طی می‌کند به $\frac{d}{n}$ اول مسیر کدام گزینه است؟

۱) $۱-\sqrt{۱-\frac{۱}{n}}$ ۲) $\frac{\sqrt{n}}{-\sqrt{n-۱}}$ ۳) $\sqrt{n}$ ۴) $\sqrt{n}+۱$

۹۳ متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و در بازه‌های زمانی برابر جابه‌جایی‌های $\Delta x_۱$، $\Delta x_۲$، $\Delta x_۳$ و $\Delta x_۴$ را طی می‌کند. کدام گزینه می‌تواند مقادیر $\Delta x_۱$، $\Delta x_۲$، $\Delta x_۳$ و $\Delta x_۴$ به‌ترتیب از راست به چپ باشد؟

۱) ۹، ۱۸، ۲۷ و ۳۶ ۲) ۲، ۴، ۸ و ۱۶ ۳) ۵، ۱۵، ۲۵ و ۳۵ ۴) ۱، ۴، ۹ و ۱۶

۹۴ متحرکی که روی محور xها شروع به حرکت کرده است در ۳ ثانیهٔ اول و دوم حرکتش به ترتیب $۱۵m$ و $۶۹m$ را طی می‌کند. سرعت اولیه و شتاب از راست به چپ حرکت این متحرک در SI کدام‌یک از گزینه‌های زیر است؟

۱) ۲ و ۳ ۲) ۴ و ۳ ۳) ۴ و ۶ ۴) ۲ و ۶

۹۵ متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت به مدت ۴ ثانیه حرکت کرده و سپس با سرعت ثابت به مدت ۱۶ ثانیه ادامه حرکت می‌دهد و در این مدت ۹۰ متر را طی می‌کند. شتاب حرکت در ابتدای حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۱٫۲۵ ۲) ۲٫۵ ۳) ۰٫۸ ۴) ۰٫۴

۹۶ قطاری با سرعت ثابت v روی ریلی مستقیم‌الخط حرکت می‌کند. ناگهان واگن انتهایی آن جدا شده و با شتاب ثابت کاهش سرعت داده و می‌ایستد. مسافت طی‌شده توسط واگن چند برابر مسافت طی‌شدهٔ قطار از زمان جداشدن واگن تا زمان ایستادن آن است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۹۷ دو قطار A و B به‌ترتیب با طول‌های ۱۱۰ و ۱۱۵ متر و با سرعت‌های ۳ و ۷ متر بر ثانیه و شتاب‌های تندشوندهٔ ۲ و ۰٫۵ متر بر مجذور ثانیه از کنار یکدیگر عبور می‌کنند. زمان لازم از لحظهٔ رسیدن هم تا زمانی‌که از کنار یکدیگر کامل عبور کنند، چند ثانیه خواهد بود؟

۱) ۲۲٫۵ ۲) ۸ ۳) ۱۸ ۴) ۱۰

۹۸ دو متحرک A و B با معادله‌های مکان - زمان $x_A = 2t$ و $x_B = 6\pi \sin(t)$ در واحد SI از یک نقطه و هم‌زمان شروع به حرکت می‌کنند. متحرک B پس از طی مسافت 36π متر متوقف می‌شود. در طی حرکت، چند بار این دو متحرک از کنار یکدیگر عبور می‌کنند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۹ متحرک A با سرعت ثابت $2\frac{m}{s}$ از $x = 0$ شروع به حرکت می‌کند. هم‌زمان با این متحرک، متحرک B با سرعت اولیهٔ $10\frac{m}{s}$ و شتاب کندشوندهٔ $4\frac{m}{s^2}$ از $x = d$ به سمت متحرک A حرکت می‌کند. کم‌ترین فاصلهٔ d چند متر باشد تا دو متحرک حداقل یک بار یک‌دیگر را ملاقات کنند؟

۱) ۱۸ ۲) ۲۴ ۳) ۳۰ ۴) ۳۶

۱۰۰ متحرک A در لحظه $t = 0$ از $x = 0$ با سرعت ثابت $8\frac{m}{s}$ روی خطی مستقیم شروع به حرکت کرده و متحرک B روی همان خط و در همان جهت حرکت متحرک A در لحظهٔ $t = 2s$ از $x = 16m$ از حال سکون به شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. وضعیت فاصله این دو متحرک نسبت به هم چگونه خواهد شد؟

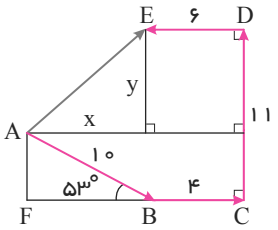
۱) ابتدا افزایش سپس کاهش، سپس افزایش می‌یابد.
۲) ابتدا کاهش، سپس افزایش می‌یابد.
۳) ابتدا کاهش، سپس افزایش، سپس کاهش می‌یابد.
۴) پیوسته افزایش می‌یابد.

مرکز مشاوره تحصیلی علیرضا افشار

پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ **۴** بردار جابجایی به مسیر حرکت بستگی ندارد و برابر برداری است که ابتدا را به انتها متصل می‌کند.

به وسیلهٔ روابط مثلثاتی، طول پاره‌خط AE قابل محاسبه است.



$$AF = ۱۰ \sin ۵۳^\circ = ۱۰ \times ۰/۸ = ۸km$$
$$y = CD - AF = ۱۱ - ۸ = ۳km$$
$$FB = ۱۰ \cos ۵۳^\circ = ۱۰ \times ۰/۶ = ۶km$$
$$DE + x = FC = FB + BC \Rightarrow ۶ + x = ۶ + ۴ \Rightarrow x = ۴km$$
$$AE = \sqrt{x^۲ + y^۲} = \sqrt{۴^۲ + ۳^۲} = ۵km$$

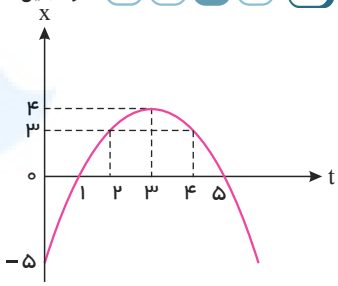
۲ ۱ ۲ **۳** ۴ تنها زمانی که متحرک تغییر جهت بدهد، جابه‌جایی با مسافت یکسان نخواهد بود.

شرایط تغییر جهت ۲ مورد است: اولاً متحرک در یک لحظه سرعتش صفر شد و دوم این‌که جهت حرکت (با علامت سرعت) در آن لحظه تغییر کند.

بنابراین تنها گزینهٔ ۳ صحیح است.

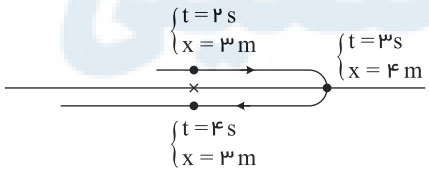
۳ ۱ ۲ **۳** ۴ نمودار این معادله در $x - t$ یک سهمی است.

$$x = -t^۲ + ۶t - ۵ = -(t - ۱)(t - ۵) \xrightarrow{x=۰} \begin{cases} t_۱ = ۱s \\ t_۲ = ۵s \end{cases}$$



مسافت در ۲ ثانیه دوم یعنی از $t = ۲s$ تا $t = ۴s$ باید اندازهٔ جابه‌جایی قبل تغییر جهت $(t = ۳)$ و بعد آن محاسبه شود:

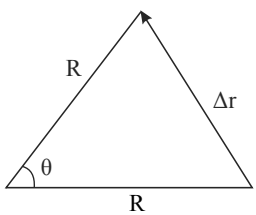
$$d = |\Delta x_{۲-۳}| + |\Delta x_{۳-۴}|$$
$$x_۲ = x_۴ = ۳m$$
$$x_۳ = ۴m$$
$$d = |۴ - ۳| + |۳ - ۴| = ۲m$$



۴ ۱ ۲ **۳** ۴ باید زاویه‌های حرکت روی دایره را محاسبه کرد، d کمان دایره است:

$$v = \frac{d}{t} = \frac{R\theta}{t} \Rightarrow \theta = \frac{vt}{R} \Rightarrow \theta_۱ = \frac{۱۲\pi \times \frac{۱}{۱۲}}{۳} = \frac{\pi}{۳} = ۶۰^\circ, \theta_۲ = \frac{۱۲\pi \times \frac{۱}{۶}}{۳} = \frac{۲\pi}{۳} = ۱۲۰^\circ$$

جابه‌جایی از ۰ تا $\frac{۱}{۶}$ ثانیه و از ۰ تا $\frac{۱}{۱۲}$ ثانیه را طبق رابطه‌های مربوط به اضلاع و زوایای مثلث متساوی‌الاضلاع به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta r = ۲R \sin(\frac{\theta}{۲})$$

$$\Delta r_1 = 2R\sin(\frac{60^\circ}{2}) = R = 3$$

$$\Delta r_2 = 2R\sin(\frac{120^\circ}{2}) = R\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

مسافت‌ها نیز محاسبه می‌شود:(دقت کنید که زوایا رابر حسب رادیان جایگزین کردیم)

$$d_1 = R\theta_1 = 3 \times \frac{\pi}{3} = \pi m$$

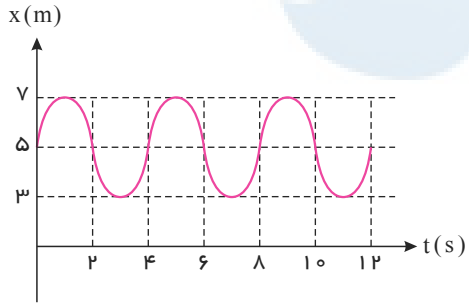
$$d_2 = R\theta_2 = 3 \times \frac{2\pi}{3} = 2\pi m$$

$$\frac{\Delta r_1}{d_1} = \frac{3}{\pi}$$

$$\frac{\Delta r_2}{d_2} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$$

$$\frac{\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}}{\frac{3}{\pi}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۵ ۱ ۲ ۳ ۴ برای پیدا کردن مسافت طی شده، نمودار مکان-زمان آنرا رسم می‌کنیم. پس از آن در بازه داده شده مسافتی که پیموده استرا محاسبه می‌کنیم دورهٔ تناوب $\sin(\frac{\pi}{2}t)$ برابر $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$ ثانیه است.

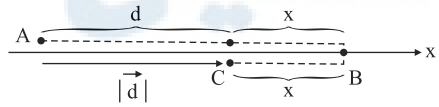


با توجه به نمودار مکان ــ زمان رسم شده، مسافت ۲ تا ۱۰ ثانیه برابر است با:

$$d = 8 \times 2 = 16m$$

۶ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به شکل داریم:

$$\boxed{l = d + x = 800m} \quad (1)$$

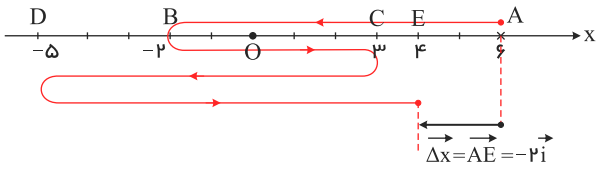


با توجه به نسبت مسافت طی‌شده به بزرگی جابه‌جایی داریم:

$$\frac{l}{|\vec{d}|} = \frac{7}{3} \rightarrow l = \frac{7}{3}|\vec{d}| \rightarrow d + 2x = \frac{7}{3}d \rightarrow \boxed{2x = \frac{4}{3}d} \rightarrow \boxed{x = \frac{2}{3}d} \quad (2)$$

$$(2),(1) \rightarrow d + \frac{2}{3}d = 800 \rightarrow \frac{5}{3}d = 800 \rightarrow \boxed{d = 480m}$$

۷ ۱ ۲ ۳ ۴ مسافت برابر جمع اندازهٔ تمام جابه‌جایی جسم متحرک است. باتوجه به نمودار مسیر متحرک داریم:



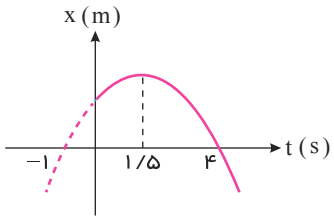
$$ABCDE = AB + BC + CD + DE = |-2-6| + |3-(-2)| + |-5-3| + |4-(-5)| = 8+5+8+9 = 30m$$

جابه‌جایی فقط به مکان اول و انتهایی بستگی دارد.

$$\Delta x_{AE} = x_E - x_A = ۴ - ۶ = -۲m \Rightarrow \frac{ABCDE}{\Delta x_{AE}} = \frac{۳۰}{-۲} = -۱۵$$

۸ ۱ ۲ ۳ **۴** معادلهٔ حرکت آن به‌صورت سهمی در نمودار $x - t$ رسم می‌شود.

$$x = -۲t^۲ + ۶t + ۸ = -۲(t - ۴)(t + ۱)$$

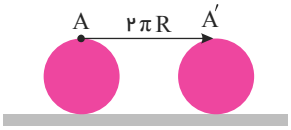


در لحظهٔ $t = ۱/۵s$ متحرک تغییر جهت می‌دهد. با توجه به شکل از $۳s$ تا $۴s$ متحرک در حال نزدیک شدن و از $۴s$ تا $۵s$ در حال دور شدن است.

۹ ۱ ۲ ۳ **۴** پس از یک دور کامل نقطهٔ A روی خط افقی به اندازهٔ محیط دایره جابه‌جا می‌شود. زمان آن را T در نظر می‌گیریم.

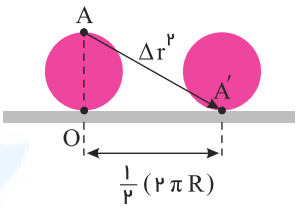
$$\Delta x_۱ = AA' = ۲\pi R$$

$$\overline{v_۱} = \frac{\Delta x_۱}{t} = \frac{۲\pi R}{T}$$



پس از $\frac{۱}{۲}$ دور نقطهٔ A، به روی زمین منتقل می‌شود و دایره روی خط افقی (زمین)، نصف محیط دایره را طی می‌کند و زمان نصف زمان دور زدن کامل ($\frac{T}{۲}$) است.

$$\Delta x_۲ = \sqrt{\overline{OA^۲ + OA'^۲}} = \sqrt{(۲R)^۲ + (\pi R)^۲} = R\sqrt{۴ + \pi^۲}$$



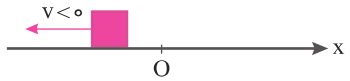
$$\overline{v_۲} = \frac{\Delta x_۲}{\Delta t} = \frac{R\sqrt{۴ + \pi^۲}}{\frac{T}{۲}} = \frac{۲R\sqrt{۴ + \pi^۲}}{T}$$

$$\frac{\Delta x_۱}{\Delta x_۲} = \frac{۲\pi R}{R\sqrt{۴ + \pi^۲}} = \frac{۲\pi}{\sqrt{۴ + \pi^۲}}$$

$$\frac{\overline{v_۱}}{\overline{v_۲}} = \frac{\frac{۲\pi R}{T}}{\frac{۲R\sqrt{۴ + \pi^۲}}{T}} = \frac{\pi}{\sqrt{۴ + \pi^۲}}$$

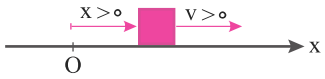
۱۰ ۱ ۲ ۳ **۴** به مثال‌های نقض گزینه‌های غلط دقت کنید:

گزینهٔ «۱»:



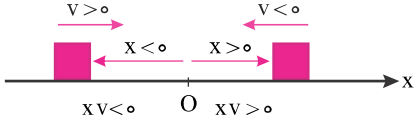
گزینهٔ «۲»:

گزینهٔ «۳»:



دقت شود که تندی همواره مثبت است.

اما بررسی گزینهٔ «۴» صحیح است:



احمدقاسمی

۱۱ روش اول: با قراردادن دو لحظهٔ داده شده در معادله حرکت، دو مکان x_1 و x_2 را محاسبه کرده و با استفاده از تعریفسرعت متوسط، مقدار آن را می‌یابیم

$$V_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{[۲(۱/۰۰۰۱)^{۲}+۱]-(۲\times ۱+۱)}{۱/۰۰۰۱-۱}=\frac{۲(۲/۰۰۰۱)(۰/۰۰۰۱)}{۰/۰۰۰۱}=۴/۰۰۰۲\frac{m}{s}\simeq ۴\frac{m}{s}$$

روش دوم: سرعت متوسط در بازهٔ زمانی بسیار کوتاه برابر سرعت لحظه‌ای است که همان راه مشتق است.

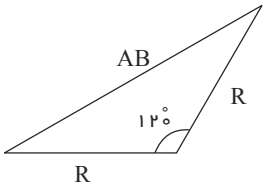
$$V_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\simeq v_{t=۴}=۴t=۴\times ۱=۴\frac{m}{s}$$

۱۲ حداکثر بزرگی سرعت متسط آن در صورتی حاصل می‌شود که کمترین زمان را بیابیم یعنی متحرک پاد ساعت گرد از A به B برود(کمترین کمان را بپیماید)

t_1 زمان حرکت از A تا B را به‌دست می‌آوریم.(طول کمان AB محیط دایره است)

$$v=\frac{\overset{\frown}{AB}}{t_1}\Rightarrow \frac{R\pi}{۶}=\frac{\frac{۱۲۰}{۳۶۰}\times ۲\pi R}{t_1}\Rightarrow t_1=۴(s)$$

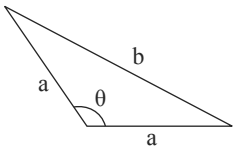
طول پاره‌خط AB:



$$AB=۲R\sin(\frac{۱۲۰}{۲})=R\sqrt{۳}$$

$$v_{av}=\frac{AB}{t_1}=\frac{R\sqrt{۳}}{۴}$$

نکته: در مثلث متساوی‌الساقین با ساق‌های برابر a و زاویه راس θ ، طول قاعده از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



$$b=۲a\sin(\frac{\theta}{۲})$$

۱۳ ۳ ثانیهٔ دوم یعنی از $t=۳s$ تا $t=۶s$. با قراردادن هر لحظه در معادله حرکت، مکان را در آن لحظه یافته و پس از آن سرعت متوسط هر مرحله را محاسبه و در نهایت نسب آنها را محاسبه می‌کنیم.

$$x_۳=۳^{۳}-۴\times ۳+۱=۱۶m$$

$$x_۶=۶^{۳}-۴\times ۶+۱=۱۹۳m$$

$$V_{av_1}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۱۹۳-۱۶}{۶-۳}=۵۹\frac{m}{s}$$

۳ ثانیهٔ اول یعنی از $t=۰$ تا $t=۳s$

$$x_۰=۰+۱=۱m$$

$$V_{av_۲}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۱۶-۱}{۳-۰}=۵\frac{m}{s}$$

$$\frac{V_{av_1}}{V_{av_۲}}=\frac{۵۹}{۵}=۱۱/۸$$

۱۴ ابتدا حداقل زمان لازم برای حرکت از A به B روی محیط دایره را به دست می‌آوریم، دقت کنید در اینجا که جابجایی معلوم است، بیشترین بزرگی سرعت متوسط هنگامی بدست می‌آید که کمترین زمان طی مسیر را داشته باشیم.

$$v=\frac{\overset{\frown}{AB}}{t}\Rightarrow t=\frac{\overset{\frown}{AB}}{v}=\frac{\frac{۱}{۴}(۲\pi R)}{v}=\frac{\pi R}{۲v}=\frac{۳R}{۲v}$$

سپس جابه‌جایی را محاسبه می‌کنیم:

حال سرعت متوسط قابل محاسبه است.

$$V_{av}=\frac{AB}{t}=\frac{R\sqrt{۲}}{\frac{۳R}{۲v}}=\frac{۲\sqrt{۲}v}{۳}$$

۱۵ در ابتدا بزرگی سرعت متوسطش را می‌یابیم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_1}{t_۲-t_1}=\frac{۱۵-(-۵)}{۱۰-۰}=۲\frac{m}{s}$$

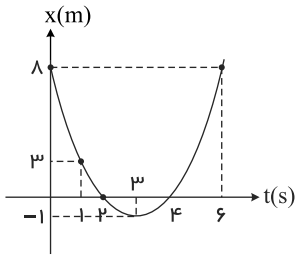
و برای تعیین تندی متوسطش داریم:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۱۳+۴+۱۱}{۱۰}=۲/۸\frac{m}{s}$$

و در نهایت داریم:

$$s_{av}-|v_{av}|=۲/۸-۲=۰/۸\frac{m}{s}$$

۱۶ با توجه به معادلهٔ مکان ــ زمان داده شده متحرک در لحظات $t=۲s$ و $t=۴s$ از مبدأ عبور می‌کند و نمودار مکان ــ زمان آن سهمی به شکل زیر است:



L مسافت طی شده در بازهٔ زمانی ۱ تا ۳ ثانیه است که ۴ متر است.

$$s_{av\ (۱\to۳)} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{۴}{۲} = ۲(m/s)$$

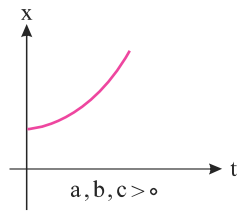
$$|\vec{v}_{av\ (۴\to۶)}| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{۸-۰}{۶-۴} = ۴(m/s) \to \frac{s_{av}}{|\vec{v}_{av}|} = \frac{۱}{۲}$$

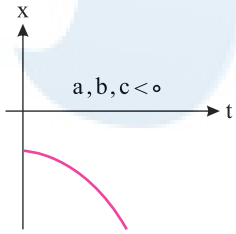
۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴ برای تعیین سرعت متوسط، با قراردادن در لحظه $t_۱$ و $t_۲$ در معادله حرکت دو مکان $x_۱$ و $x_۲$ را پیدا کرده و با استفاده از رابطه تعیین سرعت متوسط به صورت زیر عمل می‌کنیم

$$V_{av} = \frac{x_{t_۲} - x_۲}{t_۲ - ۲} \Rightarrow ۲۷ = \frac{t_۲^۳ - t_۲ + ۷ - (۲^۳ - ۲ + ۷)}{t_۲ - ۲} \Rightarrow ۲۷t_۲ - ۵۴ = t_۲^۳ - t_۲ - ۶ \Rightarrow t_۲^۳ - ۲۸t_۲ + ۴۸ = ۰$$

با جایگذاری گزینه‌ها به $t_۲ = ۴s$ خواهیم رسید.

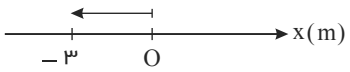
۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴ برای آن‌که متحرک دائماً در حال دور شدن از مبدأ باشد، باید با افزایش t مقدار x به‌طور پیوسته افزایش یابد؛ بنابراین باید یا همهٔ ضرایب a و b و c مثبت یا همهٔ آن‌ها منفی باشند. الف و پ شرط‌های صحیح هستند.





۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴ با قراردادن لحظهٔ $t + ۱s$ در معادلهٔ $x - t$ مکان متحرک را میابیم.

$$x_۱ = -۱^۲ + ۶ \times ۱ - ۸ = -۳m$$



۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴ در ابتدا با یک مشتق گیری از معادله مکان-زمان، معادلهٔ سرعت را پیدا می‌کنیم. سپس با قراردادن دو لحظهٔ مورد نظر در رابطهٔ $v - t$ دو سرعت و در نهایت شتاب متوسط را می‌یابیم

$$x = \frac{t^۳}{۲} + ۲t$$

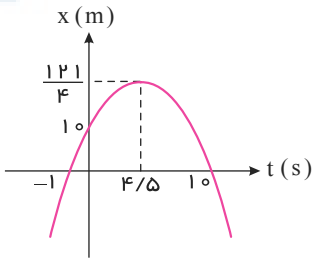
$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{۳}{۲}t^۲ + ۲$$

$$a = \frac{dv}{dt} = ۳t$$

$$a_{av} = \frac{v_۴ - v_۲}{۴ - ۲} = \frac{(\frac{۳}{۲} \times ۴^۲ + ۲) - (\frac{۳}{۲} \times ۲^۲ + ۲)}{۲} = \frac{۲۶ - ۸}{۲} = ۹\frac{m}{s^۲}$$

۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴ این معادله، در نمودار $x - t$ سهمی شکل است. آن را رسم می‌کنیم.

$$x = -(t+۱)(t-۱۰)$$



با توجه به منحنی نمودار، متحرک در $t = ۴/۵s$ تغییر جهت می‌دهد.

مسافت طی شده در ثانیهٔ پنجم یعنی از $t = ۴$ تا $t = ۵$ ثانیه برابر با اندازه جمع جابه‌جایی‌ها قبل و بعد تغییر جهت است.

$$d = |x_{۴/۵} - x_۴| + |x_۵ - x_{۴/۵}|$$

$x_۴ = ۳۰m$

$x_{۴/۵} = \frac{۱۲۱}{۴}m$

$x_۵ = ۳۰m \Rightarrow d = |\frac{۱۲۱}{۴} - ۳۰| + |۳۰ - \frac{۱۲۱}{۴}| = \frac{۱}{۲}m$

۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴ سرعت در لحظهٔ $t = ۲s$ برابر شیب خط مماس در A برابر صفر است.

سرعت در لحظهٔ $t = ۶s$ در نقطهٔ B برابر شیب خط مماس در B است.

$$\tan\alpha = \frac{۴}{۶-۴} = ۲\frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{v_B - v_A}{\Delta t} = \frac{۲-۰}{۶-۲} = \frac{۱}{۲}\frac{m}{s^۲}$$

$$v_{av} = \frac{x_B - x_A}{\Delta t} = \frac{۴-۸}{۴} = -۱\frac{m}{s}$$

$$\frac{a_{av}}{v_{av}} = \frac{\frac{۱}{۲}}{-۱} = -\frac{۱}{۲}$$

۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱ غلط است؛ تغییرات سرعت مثبت است، بنابراین شتاب مثبت است.

گزینهٔ ۲ غلط است؛ سرعت در تمام لحظه‌ها منفی است، بنابراین سرعت متوسط و جهت جابه‌جایی نیز منفی است.

گزینهٔ ۳ غلط است؛ نزدیک و دورشدن نسبت به مبدأ به مکان اولیهٔ متحرک بستگی دارد که اطلاعات مسأله در مورد آن ناقص است.

گزینهٔ ۴ صحیح است.

$$a_{av_۱} = \frac{\Delta v_۱}{\Delta t} = \frac{-۱۶ - (-۲۰)}{۱} = ۴\frac{m}{s^۲}$$

$$a_{av_۲} = \frac{\Delta v_۲}{\Delta t} = \frac{-۱۰ - (-۱۶)}{۱} = ۶\frac{m}{s^۲}$$

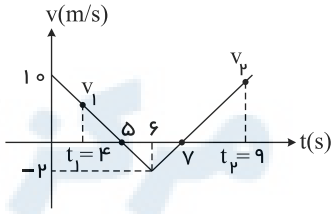
$$a_{av_۳} = \frac{\Delta v_۳}{\Delta t} = \frac{-۲ - (-۱۰)}{۱} = ۸\frac{m}{s^۲}$$

شتاب مثبت و در حال افزایش است.

۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\begin{cases} \frac{V_۱}{۱} = \frac{۱۰}{۵} \rightarrow V_۱ = ۲(m/s) \\ \frac{V_۲}{۲} = \frac{۲}{۱} \rightarrow V_۲ = ۴(m/s) \end{cases}$$

$$a_{av} = \frac{V_۲ - V_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۴-۲}{۹-۴} = \frac{۲}{۵} = ۰/۴m/s^۲$$



۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴ طبق صورت سؤال سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $۲s$ تا $۱۲s$ با سرعت در لحظه $t = ۲s$ برابر است. مطابق شکل با توجه به شیب خط مماس در لحظه $t = ۲s$ داریم:

$$v_{(t=۲s)} = \frac{۶-۲}{۲} = ۲\frac{m}{s}$$

$$v_{av(۲s-۱۲s)} = v_{(t=۲s)} \Rightarrow \frac{x-۶}{۱۰} = ۲ \Rightarrow x = ۲۶m$$

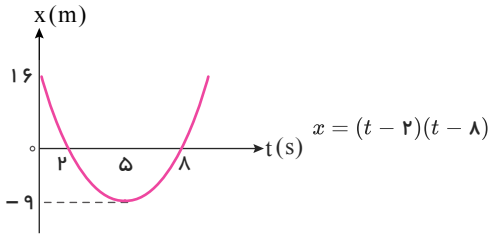
حال سرعت متحرک را در لحظه $t = ۱۲s$ به دست می‌آوریم. با توجه به شیب خط مماس در لحظه $t = ۱۲s$ داریم:

$$v_{(t=۱۲s)} = \frac{۲۶}{۱۲-۴} = \frac{۲۶}{۸} = ۳/۲۵\frac{m}{s}$$

در نهایت شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $۲s$ تا $۱۲s$ می‌یابیم:

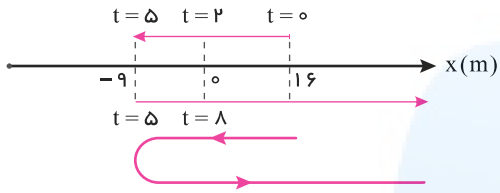
$$a_{av(۲s-۱۲s)} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{(۱۲s)} - v_{(۲s)}}{۱۲-۲} = \frac{۳/۲۵ - ۲}{۱۰} = \frac{۱/۲۵}{۱۰} \rightarrow a_{av} = ۰/۱۲۵\frac{m}{s^۲}$$

۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴ متحرک روی مسیر مستقیم ابتدا مدتی در روی محور x در خلاف جهت آن حرکت کرده و سپس باز می‌گردد. نمودار $x-t$ آن به‌صورت زیر است:



$x = (t-۲)(t-۸)$

اما مسیر حرکت آن روی محور x به‌صورت زیر خواهد شد:

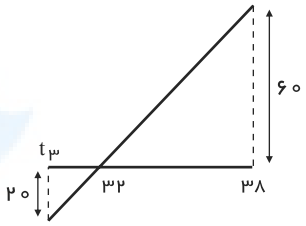


۲۷ ۱ ۲ ۳ **۴** اگر متحرک تغییر جهت ندهد اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت یکسان خواهد بود. از $t_۵$ تا $t_۸$ متحرک تغییر جهت می‌دهد.

۲۸ ۱ ۲ ۳ **۴** عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

عبارت ۱: $\Delta x_{کل}$ حرکت صفر است. بنابراین سرعت متوسط کل حرکت صفر است.

عبارت ۲: ابتدا لحظهٔ $t_۳$ را باید به‌دست آورد. از تشابه مثلث‌ها استفاده می‌کنیم:



$$\frac{۶۰}{۳۰} = \frac{۶}{۳۲-t_۳} \Rightarrow t_۳ = ۳۰s$$

$$v_{av_{t_۱,t_۳}} = \frac{-۲۰-۰}{۳۰-۱۲} = \frac{-۱۰}{۹}\ \frac{m}{s}$$

عبارت ۳: سرعت متوسط در هنگام دور شدن از مبدأ ثابت ۰ تا $t_۲$ است (درواقع $(t_۱ - t_۲)$ و $(t_۴ - t_۵)$ که برابر شیب خط نمودار $x-t$ است.

$$m_{t_۱-t_۲} = \frac{-۶۰}{۱۲} = -۵\frac{cm}{s} \qquad m_{t_۴-t_۵} = \frac{۶۰}{۶} = ۱۰m \qquad |m_{t_۱-t_۲}| < m_{t_۴-t_۵}$$

عبارت ۴: سرعت متوسط در هنگام نزدیک شدن به مبدأ ثابت در $t_۳$ تا $t_۵$ است(درواقع $(t_۳ - t_۴)$ ، که برابر شیب نمودار $x-t$ است.

$$m = \frac{۲۰}{t_۲-t_۱} = \frac{۲۰}{۳۲-۳۰} = ۱۰\frac{cm}{s}$$

۲۹ ۱ ۲ ۳ **۴** سرعت متوسط به جابه‌جایی کل حرکت بستگی دارد. در ۲ ثانیهٔ اول با توجه به شکل جابه‌جایی نمودار ۱ با ۲ برابر است.

$$\Delta x_۱ = \Delta x_۲ \Rightarrow \frac{\Delta x_۱}{۲} = \frac{\Delta x_۲}{۲} \Rightarrow v_{av_۱} = v_{av_۲} \Rightarrow \frac{v_{av_۱}}{v_{av_۲}} = ۱$$

۳۰ ۱ ۲ **۳** ۴ سرعت در لحظهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ به‌ترتیب مثبت و منفی است شتاب متوسط با Δv هم‌جهت است.

$$\Delta V = v_۲ - v_۱ < ۰ \Rightarrow \bar{a} < ۰$$

بنابراین جهت شتاب خلاف جهت مثبت محور x است.

$\overset{a}{\leftarrow}$

۳۱ ۱ ۲ ۳ ۴ نادرستی گزینه «۱» جابه‌جایی کل منفی و تغییر سرعت (شیب نمودار بین لحظه شروع و پایان) منفی است.

درستی گزینه «۲» تا لحظه $t_۲$ شیب نمودار یعنی سرعت در حال کاهش و از $t_۲$ تا پایان $t_۳$ شیب در حال افزایش است.

نادرستی گزینه «۳» از لحظه $t_۲$ تا $t_۳$ به مبدأ نزدیک می‌شود و از $t_۳$ تا $t_۴$ از مبدأ دور می‌شود.

نادرستی گزینه «۴» در فاصله زمانی $t_۲$ تا $t_۴$، شیب نمودار پیوسته منفی است. بنابراین سرعت متحرک منفی و حرکت در سوی منفی انجام می‌شود.

۳۲ ۱ **۲** ۳ ۴ دقت کنیم که پایان ۴ ثانیه دوم، لحظه $t = ۸$ است و باید سرعت لحظه‌ای یعنی شیب خواساس بر نمودار $x-t$ در لحظه $t = ۸$ محاسبه شود.

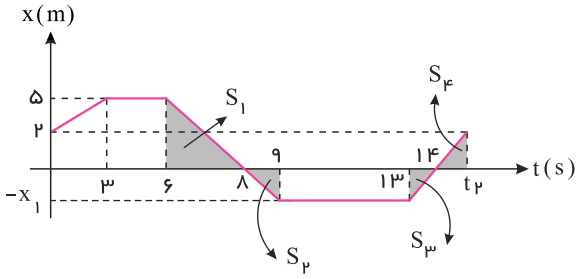
$$\text{شیب} = \frac{۱۶}{۲} = ۸\frac{m}{s}$$

در ۴ ثانیهٔ اوّل جابه‌جایی متحرک ۲۰ متر است بنابراین:

$$V_{av} = \frac{۲۰}{۴} = ۵\frac{m}{s}$$

بنابراین نسبت موردنظر $\frac{۸}{۵}$ است.

۳۳ ۱ ۲ ۳ **۴** ابتدا از تشابه دو مثلث هاشور خورده، به دست می‌آید.



$\frac{۵}{x_۱} = \frac{۲}{۱} \Rightarrow x_۱ = ۲/۵ \Leftarrow S_۲, S_۱$ تشابه

$\frac{۲/۵}{۲} = \frac{۱۴ - ۱۳}{t_۲ - ۱۴} \Rightarrow t_۲ = ۱۴/۸s \Leftarrow S_۴, S_۳$ تشابه

در زمان‌هایی شیب نمودار مثبت است سرعت مثبت بوده و تندی و سرعت مثبت است:

$۰ \le t \le ۳ \Rightarrow \Delta t_۱ = ۳$

$۱۳ \le t \le t_۲ = ۱۴/۸ \Rightarrow \Delta t_۲ = ۱s$

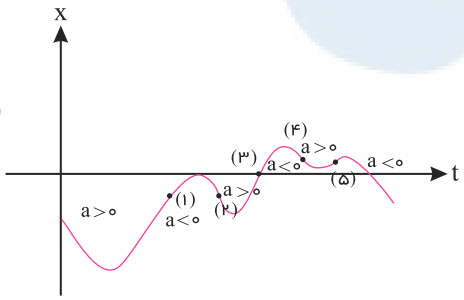
$\Delta t_{کل} = \Delta t_۱ + \Delta t_۲ = ۳ + ۱/۸ = ۴/۸s$

زمان‌هایی که ایستاده است:

$\Delta t' = (۶ - ۳) + (۱۳ - ۹) = ۷s$

$\frac{\Delta t'}{\Delta t_{کل}} = \frac{۷}{۴/۸} = \frac{۷۰}{۴۸} = \frac{۳۵}{۲۴}$

۳۴ ۱ ۲ ۳ **۴** به تعداد قله‌ها و دره‌ها در نمودار $x - t$، متحرک تغییر جهت می‌دهد.



۲ دره، ۲ قله ⇐ ۴ بار تغییر جهت

علامت شتاب، ابتدا مثبت، سپس منفی، مثبت، منفی، مثبت و منفی است. اگر تقعر نمودار $x - t$ روبه پایین باشد یعنی

، شتاب منفی و اگر روبه بالا باشد یعنی،

شتاب مثبت است.

بنابراین ۵ بار تغییر جهت داده است.

۳۵ **۱** ۲ ۳ ۴ بررسی عبارت‌ها:

عبارت الف، صحیح است.

$\left.\begin{matrix} \bar{a}_{t_۱ - t_۲} = \frac{v_{t_۴} - v_{t_۱}}{t_۲ - t_۱} \\ v_{t_۱} = ۰, v_{t_۴} < ۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow a_{t_۱ - t_۴} < ۰$

عبارت ب، صحیح است.

$\left.\begin{matrix} \Delta x = x_{t_۳} - x_{t_۱} \\ x_{t_۳} < ۰, x_{t_۱} > ۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta x < ۰$

عبارت پ، صحیح است.

در $t_۱$ بین ۰ تا $t_۲$ متحرک تغییر جهت می‌دهد؛ بنابراین مسافت و جابه‌جایی قطعاً برابر نیستند.

عبارت ت، صحیح است.

اندازهٔ شیب خط واصل $t_۱, t_۴$ < اندازهٔ شیب خط واصل $t_۱, t_۳$، شیب منفی است؛ بنابراین جهت نامساوی عوض می‌شود.

$\Rightarrow \begin{matrix} m_{t_۱ - t_۴} > m_{t_۱ - t_۳} \\ \bar{v}_{t_۱ - t_۴} > \bar{v}_{t_۱ - t_۳} \end{matrix}$

۳۶ **۱** ۲ ۳ **۴** ابتدا با توجه به شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ در لحظهٔ $t = ۳s$، تندی متحرک را در این لحظه می‌یابیم.

$$v_{t=۳s} = \text{شیب خط مماس} = \frac{۶}{۳} = ۲\frac{m}{s}$$

با توجه به صورت سوال داریم:

$$v_{t=t'} = v_{t=۳s} + ۲ = ۲ + ۲ = ۴\frac{m}{s}$$

$$v_{t=t'} = \text{شیب خط مماس} = \frac{۸}{t'-۷} \rightarrow ۴ = \frac{۸}{t'-۷} \rightarrow t'-۷ = ۲ \rightarrow t' = ۹s$$

۳۷ ۱ ۲ **۳** ۴ سرعت تمام لحظه‌ها مثبت است. بنابراین شیب نمودار $x-t$ باید در تمام لحظه‌ها مثبت باشد. گزینهٔ ۲ و ۴ غلط هستند.

شیب نمودار $v-t$، شتاب است که از $t_۱$ تا $t_۲$ منفی است، بنابراین جهت تقعر نمودار $x-t$ در این بازه زمانی باید رو به پایین باشد. گزینهٔ ۱ غلط است. در گزینهٔ ۳ جهت تقعر و شیب نمودار صحیح است.

۳۸ ۱ **۲** ۳ ۴ ناحیه‌هایی که $v<۰$ است، متحرک خلاف محور x حرکت می‌کند. یعنی $۳<t<۱۵$ ثانیه.

ناحیه‌هایی که متحرک در حال کاهش اندازهٔ سرعت است (یعنی به محور t نزدیک می‌شود) حرکت کندشونده است. یعنی در بازه‌های $۱<t<۳$ و $۶<t<۱۰$، بنابراین در حرکت کندشونده در $۶<t<۱۰$ خلاف جهت محور x ها است.

$$\Delta t = ۱۰ - ۶ = ۴s$$

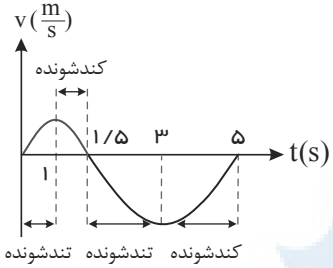
۳۹ ۱ **۲** ۳ ۴ بررسی نمودار:

عبارات «الف» و «ب» درست است.

در $۰<t<۱٫۵ \Leftarrow v>۰ \Leftarrow$ جهت حرکت مثبت محور x ها

در $۱٫۵<t<۵ \Leftarrow v<۰ \Leftarrow$ خلاف جهت محور x ها

در $t=۱٫۵s \Leftarrow$ سرعت تغییر جهت می‌دهد $\Leftarrow$ تغییر جهت حرکت در $t=۱s$ و $t=۳s$ شیب نمودار (a) تغییر علامت می‌دهد.



۴۰ ۱ ۲ ۳ **۴** مکان اولیهٔ دو متحرک یکسان است؛ بنابراین فاصلهٔ دو متحرک؛ اختلاف Δx آن‌ها یا همان مساحت‌های زیر نمودار آن‌هاست.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»:

$$t=۱۰ \Rightarrow \begin{cases} S_B = \frac{۱۰+۱۵}{۲} \times ۱۰ = ۱۲۵m \\ S_A = \frac{۵+۱۵}{۲} \times ۱۰ = ۱۰۰m \end{cases}$$

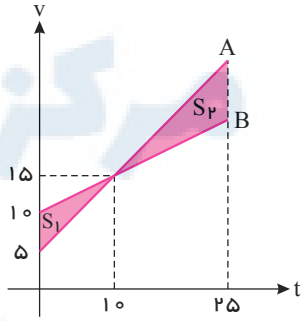
$S_B > S_A \Rightarrow$ فاصلهٔ آن‌ها صفر نیست

گزینهٔ «۲»: اختلاف مساحت آن‌ها همان قسمت رنگ شده است تا قبل $t=۱۰s$، جابه‌جایی B از A بیشتر است و سپس جابه‌جایی A از B بیشتر است.

$$x_A - x_B = S_۲ - S_۱$$

$$S_۱ = \frac{۵ \times ۱۰}{۲} = ۲۵$$

$$\frac{S_۱}{S_۲} = (\frac{۱۰}{۱۵})^۲ \Rightarrow \frac{۲۵}{S_۲} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow S_۲ = \frac{۲۲۵}{۴} \Rightarrow x_A - x_B = \frac{۲۲۵}{۴} - ۲۵ = \frac{۱۲۵}{۴}m$$

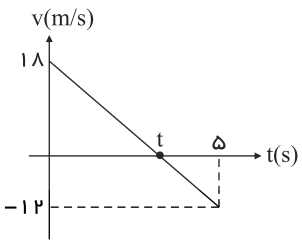


گزینهٔ «۳»: تا قبل از $t=۱۰s$، B از A جلوتر است، رفته رفته پس از $t=۱۰s$ سرعت A از B بیشتر خواهد شد و تا دوباره در $t=۲۰s$ به هم برسند بنابراین فاصلهٔ آن‌ها پس از $t=۱۰s$ تا $t=۲۰$ کم می‌شود.

گزینهٔ «۴»: از $t=۰$ تا $t=۱۰s$، مساحت بین دو نمودار افزایش می‌یابد و فاصلهٔ دو متحرک زیاد می‌شود، بنابراین گزینهٔ ۴ صحیح است.

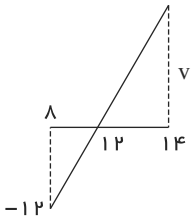
۴۱ ۱ ۲ **۳** ۴

گام اول: در ابتدا لحظه‌ای که برای اولین بار سرعت متحرک صفر شده است را می‌یابیم. با توجه به تشابه مثلث داریم:



$$\frac{۱۸}{t}=\frac{۱۲}{۵-t}\Rightarrow ۹۰-۱۸t=۱۲t\Rightarrow ۳۰t=۹۰\Rightarrow t=۳s$$

حال سرعت متحرک را در لحظه $t=۱۴s$ می‌یابیم. با توجه به تشابه مثلث داریم:



$$\frac{۴}{۱۲}=\frac{۲}{v}\Rightarrow v=۶\frac{m}{s}$$

حال مساحت سطح‌های ایجاد شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x_T=S_۱+S_۲+S_۳+S_۴+S_۵\rightarrow \Delta x_T=(\frac{۱}{۲}\times ۱۸\times ۳)+(\frac{۱}{۲}\times ۲\times(-۱۲))+(۳\times(-۱۲))+(\frac{۱}{۲}\times ۴\times(-۱۲))+(\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۶)$$

$$=۲۷-۱۲-۳۶-۲۴+۶=-۳۹\rightarrow x_{۱۴}-x_۰=-۳۹\rightarrow x_{۱۴}-۱۹=-۳۹m\Rightarrow x_{۱۴}=-۲۰m$$

۴۲ ۱ ۲ **۳** ۴ نادرستی گزینهٔ «۱»: جابه‌جایی متحرک A به دلیل بیشتر بودن سطح زیر نمودار از جابه‌جایی B و C بیشتر است؛ پس $v_{av_A}>v_{av_B}>v_{av_C}$

نادرستی گزینهٔ «۲»: تغییرات سرعت هر ۳ متحرک برابر است، پس طبق $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ خواهیم داشت:

$$a_{av_A}=a_{av_B}=a_{av_C}$$

درستی گزینهٔ «۳»: سرعت متوسط B به دلیل ثابت بودن شتاب از رابطهٔ $\frac{۰+v'}{۲}=\frac{v'}{۲}$ به‌دست می‌آید و چون جابه‌جایی A بیشتر از B و جابه‌جایی C کم‌تر از B است. گزینهٔ «۳» درست است.

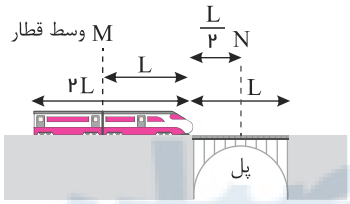
نادرستی گزینهٔ «۴»: شیب نمودار A از مقدار بیشینه شروع به کاهش می‌کند. شیب نمودار B ثابت است و $a=۰$ ولی شیب نمودار C افزایش می‌یابد، یعنی:

$$\Delta a_C>۰$$

۴۳ ۱ **۲** ۳ ۴ زمان لازم برای رد شدن کل قطار، زمان لازم برای طی کردن مسافتی به اندازهٔ جمع طول قطار و طول پل است:

$$v=\frac{\Delta x}{t}=\frac{L+۲L}{t}=\frac{۳L}{t}\ (I)$$

حال اگر بخواهیم وسط قطار به وسط پل برسد، باید به شکل زیر دقت کنیم:



در لحظهٔ $t=t'$ نقطهٔ M (وسط قطار) باید به نقطهٔ N (وسط پل برسد) در این مدت جابه‌جایی فاصلهٔ M تا N است.

$$t'=\frac{MN}{v}=\frac{L+\frac{L}{۲}}{v}=\frac{\frac{۳}{۲}L}{v}$$

حال v را از رابطهٔ (I) جاگذاری می‌کنیم:

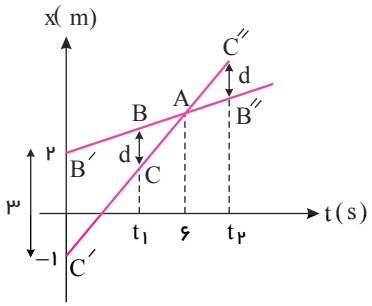
$$t'=\frac{۳L}{۲\times(\frac{۳L}{t})}=\frac{t}{۲}$$

۴۴ ۱ ۲ ۳ **۴** هرگاه فاصلهٔ d در شکل برابر یک متر شود (فاصلهٔ عمودی دو نمودار) دو متحرک در یک متری یکدیگر خواهند بود.

با استفاده از تشابه مثلث‌ها زمان مورد نظر پیدا می‌شود.

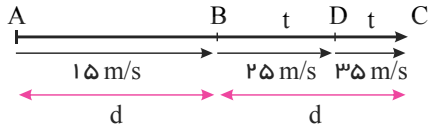
$$\Delta ABC,\Delta AB'C'\Rightarrow\frac{d}{۳}=\frac{۶-t_۱}{۶}\Rightarrow\frac{۱}{۳}=۱-\frac{t_۱}{۶}\Rightarrow t_۱=۴s$$

$$\Delta AB''C'',\Delta AB'C'\Rightarrow\frac{d}{۳}=\frac{t_۲-۶}{۶}\Rightarrow\frac{۱}{۳}=\frac{t_۲}{۶}-۱\Rightarrow t_۲=۸s$$



۱۰۰ تست حرکت شناسی

۴۵ ۱ ۲ **۳** ۴ مسیر حرکت سه قسمت دارد $(AB = BC)$:



سرعت متوسط BC برابر است با:

$$V_{av_{(BC)}} = \frac{BD + DC}{۲t} = \frac{۲۵t + ۳۵t}{۲t} = ۳۰\frac{m}{s}$$

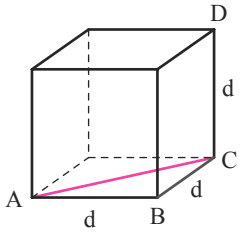
حال سرعت متوسط AC را محاسبه می‌کنیم با این تغییر که کل حرکت B تا C را با یک سرعت $\overline{v}_{AV_{BC}}$ در نظر می‌گیریم:

$$V_{av_{AC}} = \frac{d + d}{\frac{d}{V_{av_{(AB)}}} + \frac{d}{V_{av_{(BC)}}}} = \frac{۲}{\frac{۱}{۱۵} + \frac{۱}{۳۰}} = ۲۰\frac{m}{s}$$

۴۶ **۱** ۲ ۳ ۴ زمانی (t) که هر یک از اضلاع مکعب (d) را طی می‌کند:

$$t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{d}{v}$$

جابه‌جایی کل حرکت:

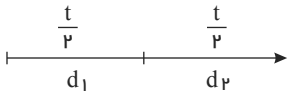


$$AC = \sqrt{d^۲ + d^۲} = d\sqrt{۲}$$

$$AD = \sqrt{AC^۲ + CD^۲} = \sqrt{۲d^۲ + d^۲} = d\sqrt{۳}$$

$$v_{av} = \frac{AD}{t_{\text{کل}}} = \frac{d\sqrt{۳}}{۳t} = \frac{d\sqrt{۳}}{۳\frac{d}{v}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}v$$

۴۷ ۱ ۲ ۳ **۴** زمان جابه‌جایی کل را t در نظر می‌گیریم. $d_۱$ و $d_۲$ به ترتیب جابه‌جایی‌هایی هستند که با سرعت $v_۱$ و $v_۲$ حرکت کرده است.

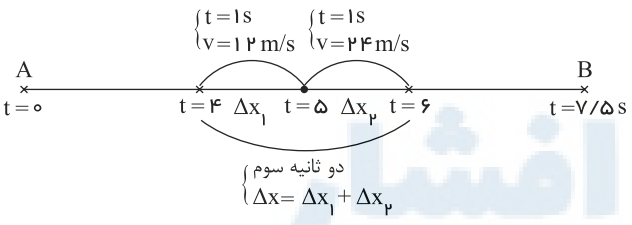


$$v_۱ = \frac{d_۱}{\frac{t}{۲}} = \frac{۲d_۱}{t} \Rightarrow d_۱ = \frac{vt}{۲}$$

$$v_۲ = \frac{d_۲}{\frac{t}{۲}} = \frac{۲d_۲}{t} \Rightarrow d_۲ = \frac{vt}{۲}$$

$$v_{av} = \frac{d}{t} = \frac{\frac{v_۱t}{۲} + \frac{v_۲t}{۲}}{t} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} \Rightarrow v_{av} = \frac{۱۶ + ۲۰}{۲} = ۱۸\frac{km}{h} = ۱۸ \times \frac{۵}{۱۸} = ۵\frac{m}{s}$$

۴۸ ۱ ۲ **۳** ۴ زمان‌های حرکت در نیمهٔ اول و دوم مسیر $t_۱$ و $t_۲$ برابر است با:



$$t_۱ = \frac{\frac{\Delta x}{۲}}{v_۱} = \frac{۶۰}{۱۲} = ۵s$$

$$t_۲ = \frac{\frac{\Delta x}{۲}}{v_۲} = \frac{۶۰}{۲۴} = ۲/۵s$$

۲ ثانیهٔ سوم از $t = ۴$ تا $t = ۶$ است.

جابه‌جایی که از ۴ تا ۵ ثانیه با تندی $۱۲\frac{m}{s}$ انجام می‌شود:

$$\Delta x_۱ = v_۱t = ۱۲ \times ۱ = ۱۲m$$

جابه‌جایی که از لحظهٔ $t = ۵$ تا $t = ۶$ طی می‌شود، با تندی $۲۴\frac{m}{s}$ است:

$\Delta x_۲ = v_۲ t = ۲۴ \times ۱ = ۲۴m$

$V_{av_{EF}} = \frac{\Delta x_۱ + \Delta x_۲}{\Delta t} = \frac{۱۲ + ۲۴}{۲} = ۱۸ \frac{m}{s}$

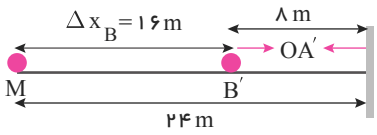
۴۹ ۱ ۲ ۳ **۴** ابتدا زمان رسیدن گلولهٔ A را به دیوار به‌دست می‌آوریم:

$t_A = \frac{\Delta x}{v_A} = \frac{۲۴}{۶} = ۴s$

در این مدت گلولهٔ B نیز جابه‌جا شده است:

$\Delta x_B = v_B t_A = ۴ \times ۴ = ۱۶m$

فاصلهٔ دو گلوله در این وضعیت کمتر از ۲۴ شده است:



فاصلهٔ جدید $d = ۲۴ - ۱۶ = ۸m$

حال زمان رسیدن A و B را به یکدیگر پیدا می‌کنیم. (سرعت نسبی)

$t' = \frac{A'B'}{v'} = \frac{A'B'}{v_A + v_B} = \frac{۸}{۶ + ۴} = ۰٫۸s$

در این مدت جابه‌جایی گلولهٔ B، $\Delta x_{B'}$ برابر است با:

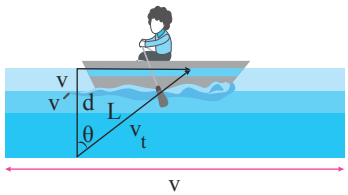
$\Delta x_{B'} = v'_B t' = ۴ \times ۰٫۸ = ۳٫۲m$

حال جابه‌جایی کل گلولهٔ B را به‌دست می‌آوریم:

$\Delta x = \Delta x_B + \Delta x'_B = ۱۶ + ۳٫۲ = ۱۹٫۲m$

۵۰ ۱ ۲ ۳ **۴** برای آن‌که زمان کمینه شود، باید تمام سرعت پارو زدن شخص (v') در راستای عمود بر آب صرف حرکت در عرض رودخانه شود. بنابراین مطابق شکل زیر، بردار سرعت‌ها قرار می‌گیرند.

دقت کنید که در اینجا t برای هر مسیری یکسان است یعنی:



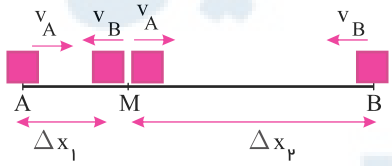
$t = \frac{L}{v_c} = \frac{d}{v}$

$v_t = \sqrt{v + v'}$

$L = v_t t = \sqrt{v^۲ + v'^۲} \cdot \frac{d}{v'}$

۵۱ ۱ ۲ **۳** ۴ باتوجه به شکل می‌توانیم رابطهٔ بین جابجایی و تندی هر متحرک را بیابیم. اگر فرض کنیم که در متحرک در نقطه M به هم برسند، داریم:

$\begin{cases} \Delta x_۲ = v_B t \\ \Delta x_۱ = v_A t = v_B \times \frac{۲}{۳} t \rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{۳}{۲} \end{cases}$



زمان رسیدن از رابطهٔ سرعت نسبی که جمع v_B و v_A است به‌دست می‌آید.

$t = \frac{AB}{v'} = \frac{\Delta x_۱ + \Delta x_۲}{v_A + v_B} \quad (I)$

$\Delta x_۲ = v_B t (II)$

متحرک تندتر v_B است و زمان رسیدن آن از M به A برابر $\frac{۲}{۳}t$ است.

$\frac{۲}{۳}t = \frac{MA}{v_B} = \frac{\Delta x_۱}{v_B} \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{۲}{۳} v_B t (III)$

$\Delta x_۱$ و $\Delta x_۲$ را از معادلات II و III در (I) جاگذاری می‌کنیم:

$t = \frac{\frac{۲}{۳} v_B t + v_B t}{v_A + v_B} \Rightarrow v_A + v_B = \frac{۵}{۳} v_B \Rightarrow v_A = \frac{۲}{۳} v_B \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{۳}{۲}$

۵۲ ۱ ۲ **۳** ۴ راه اول: زمان لازم برای رسیدن گلولهٔ (۲) به نقطهٔ B برابر است با:

$$t_B = \frac{\Delta x}{v_B} = \frac{۵۰}{۰/۲} = ۲۵۰s$$

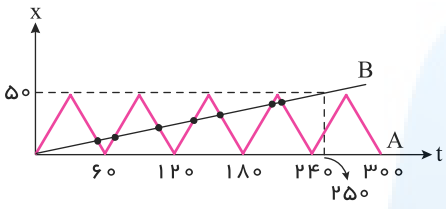
زمان لازم برای طی کردن فاصلهٔ AB توسط گلولهٔ (۱) برابر است با:

$$t_A = \frac{\Delta x}{v_A} = \frac{۵۰}{\frac{۵}{۳}} = ۳۰s$$

$$\frac{t_B}{t_A} = \frac{۲۵۰}{۳۰} \simeq ۸/۳$$

یعنی ۸ بار کنار هم قرار دارند، ولی جواب ۷ است زیرا لحظهٔ $t = ۰$ که از کنار هم شروع به حرکت می‌کنند، قابل قبول نیست.

راه دوم: رسم نمودار مکان - زمان



دو نمودار A و B، ۷ بار یکدیگر را پس از $t = ۰$ قطع کرده‌اند که به معنای ۷ بار ملاقات یکدیگر است.

۵۳ ۱ ۲ ۳ **۴** حداقل زمان رسیدن زمانی است که دو متحرک به سمت هم حرکت کنند:

$$\frac{T}{۴} = \frac{\Delta x}{v_A + v_B} = \frac{۲۰۰}{v_۱ + v_۲} \quad (I)$$

حداکثر زمان رسیدن زمانی است که دو متحرک در یک جهت به دنبال هم حرکت کنند.

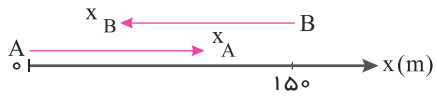
$$T = \frac{\Delta x}{v_A - v_B} = \frac{۲۰۰}{v_۱ - v_۲} \quad (II)$$

$$(I) \Rightarrow v_۱ + v_۲ = \frac{۸۰۰}{T}$$

$$(II) \Rightarrow v_۱ - v_۲ = \frac{۲۰۰}{T} \Rightarrow ۲v_۲ = \frac{۸۰۰ - ۲۰۰}{T} \Rightarrow v_۲ = \frac{۳۰۰}{T}$$

$v_۲$ سرعت متحرکی است که کندتر حرکت می‌کند.

۵۴ ۱ ۲ **۳** ۴ راه اول: حداکثر زمان، یعنی دو متحرک از کنار یکدیگر عبور می‌کنند و در فاصلهٔ ۵۰ متری قرار می‌گیرند.



$$v_B = ۵۴\frac{km}{h} = ۵۴ \times \frac{۵}{۱۸} = ۱۵\frac{m}{s}$$

ابتدا معادلات حرکت را می‌نویسیم:

$$x_A = v_A t + x_{۰A} = ۱۰t$$

$$x_B = v_B t + x_{۰B} = -۱۵t + ۱۵۰$$

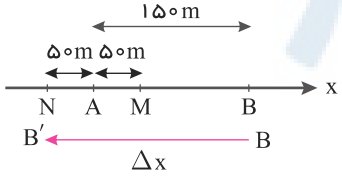
با توجه به شکل در لحظهٔ خواسته شده:

$$x_A - x_B = ۵۰$$

$$۱۰t - (-۱۵t + ۱۵۰) = ۵۰$$

$$۲۵t = ۲۰۰ \Rightarrow t = ۸s$$

راه دوم: از سرعت نسبی استفاده می‌کنیم. فرض می‌کنیم A ساکن است و B حرکت می‌کند. ابتدا B در نقطهٔ M و سپس در N به ۵۰ متری A می‌رسد:



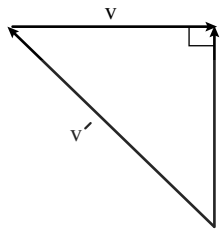
تندی نسبی جمع تندی‌های متحرک است:

$$v' = v_A + v_B$$

$$t = \frac{\Delta x}{v'} = \frac{۱۵۰ + ۵۰}{۱۰ + ۱۵} = ۸s$$

۵۵ **۱** ۲ ۳ ۴ شخص باید به‌گونه‌ای پارو بزند که عمود بر رودخانه حرکت کند تا کمترین جابه‌جایی را داشته باشد.

با توجه به جهت بردارهای سرعت شکل روبه‌رو سرعت نهایی شخص (v_t) قابل محاسبه است:



$$v_t = \sqrt{v'^2 - v^2}$$
$$t = \frac{d}{v_t} = \frac{d}{\sqrt{v'^2 - v^2}}$$

۵۶ ۱ ۲ **۳** ۴ اگر زمان رسیدن A، t_A جابه‌جایی آن را Δx_A باشد.

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{t_A} \Rightarrow t_A = \frac{\Delta x_A}{v_A}$$

زمان رسیدن B، t_B جابه‌جایی آن را Δx_B باشد.

$$v_B = \frac{\Delta x_B}{t_B} \Rightarrow t_B = \frac{\Delta x_B}{v_B}$$

اتومبیل B نیم ساعت دیرتر حرکت کرد، ولی یک ساعت زودتر می‌رسد یعنی:

$$t_B = t_A + ۰/۵ - ۱ \Rightarrow t_B = t_A - ۰/۵ \Rightarrow \frac{\Delta x_B}{v_B} = \frac{\Delta x_A}{v_A} - ۰/۵ \Rightarrow \frac{۱۵ + ۶۰}{۱۵۰} = \frac{۶۰}{v_A} - ۰/۵ \Rightarrow ۰/۵ = \frac{۶۰}{v_A} - ۰/۵ \Rightarrow V_A = ۶۰\frac{km}{h}$$

۵۷ ۱ **۲** ۳ ۴ اندازهٔ سرعت شناور در آب ساکن $v_۱$ اندازهٔ سرعت آب $v_۲$ است. در مسیر رودخانه شنا کردن باعث جمع‌شدن تندی‌ها و برخلاف آن شنا کردن باعث کم‌شدن تندی‌ها می‌شود.

$v_۱ + v_۲ = \frac{d}{t_۱} \rightarrow$ زمان کمینه را می‌دهد.

$v_۱ - v_۲ = \frac{d}{t_۲} \rightarrow$ زمان بیشینه را می‌دهد.

$$\frac{t_۲}{t_۱} = \frac{\frac{d}{v_۱ - v_۲}}{\frac{d}{v_۱ + v_۲}} = ۴ \Rightarrow \frac{v_۱ + v_۲}{v_۱ - v_۲} = ۴ \Rightarrow v_۱ + v_۲ = ۴v_۱ - ۴v_۲ \Rightarrow ۵v_۲ = ۳v_۱ \Rightarrow \frac{v_۱}{v_۲} = \frac{۵}{۳}$$

۵۸ ۱ ۲ ۳ **۴** در ابتدا پارامترهای مربوط به حرکت هر متحرک را نوشته، سپس معادلهٔ حرکت هر یک را تعیین می‌کنیم. در هر لحظهٔ به هم رسیدن مکان دو متحرک را مساوی قرار می‌دهیم

متحرک A:

$$\begin{cases} v_۰ = ۶\frac{m}{s} \\ a_A = \text{A ط ش‌ی‌ب‌خ} \frac{-۶}{۱۲} = -\frac{۱}{۲}\frac{m}{s} \\ x_{۰A} = ۰ \end{cases}$$

متحرک B:

$$\begin{cases} v_{۰B} = -۳\frac{m}{s} \\ a_B = +\tan\alpha = \frac{۳}{۳} = +۱\frac{m}{s^۲} \\ x = ۲۷m \end{cases}$$

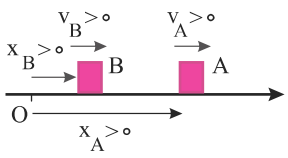
$$\begin{cases} x_A = \frac{۱}{۲}(-\frac{۱}{۲})t^۲ + ۶t + ۰ \\ x_B = \frac{۱}{۲}(۱)t^۲ - ۳t + ۲۷ \end{cases}$$

شرط رسیدن به هم:

$$x_A = x_B$$
$$-\frac{۱}{۴}t^۲ + ۶t = \frac{۱}{۲}t^۲ - ۳t + ۲۷$$
$$\frac{۳}{۴}t^۲ - ۹t + ۲۷ = ۰ \Rightarrow t^۲ - ۱۲t + ۳۶ = ۰ \Rightarrow (t-۶)^۲ = ۰ \Rightarrow t = ۶s$$

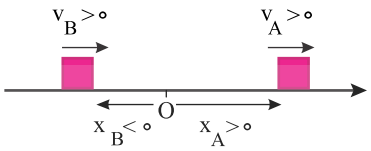
۵۹ ۱ ۲ ۳ **۴** بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مثال نقض:



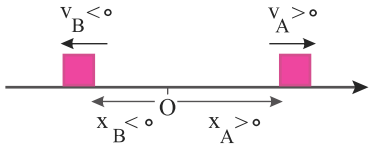
اگر $v_A > v_B$ باشد، به‌هم نمی‌رسند.

گزینهٔ «۲»: مثال نقض:



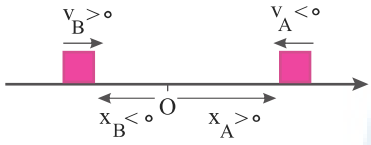
اگر $v_A > v_B$ باشد، به‌هم نمی‌رسند.

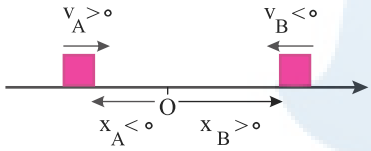
گزینهٔ «۳»: مثال نقض:



دو متحرک به‌هم نمی‌رسند.

گزینهٔ «۴»:





به هم می‌رسند.

۶۰ ۱ ۲ ۳ ۴ تندی شخص v_1 و تندی پله برقی v_2 است:

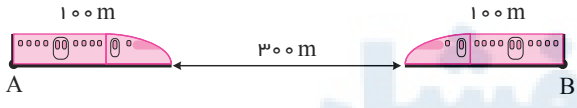
$$v_1 = \frac{d_2}{t_1}$$
$$v_2 = \frac{d_1}{t_2}$$

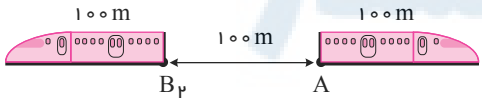
اگر پله برقی و شخص با هم در یک جهت حرکت کنند، تندی کل $v_1 + v_2$ خواهد بود:

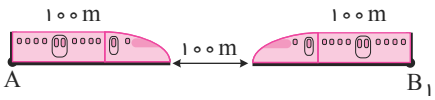
$$v_1 + v_2 = \frac{d}{t'} \Rightarrow \frac{d}{t_1} + \frac{d}{t_2} = \frac{d}{t'} \Rightarrow \frac{1}{t'} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} \Rightarrow t' = \frac{3}{4}\min = 45s$$

۶۱ ۱ ۲ ۳ ۴ برای حل بهتر این مسأله نقاط انتهای خط را در نظر می‌گیریم که در لحظهٔ $t = 0$ و فاصلهٔ $d = 300 + 100 + 100 = 500m$ قرار دارند. یک بار قبل از رسیدن به هم و یک بار پس از رسیدن و عبور از هم در فاصلهٔ ۱۰۰ متری قرار می‌گیرند.

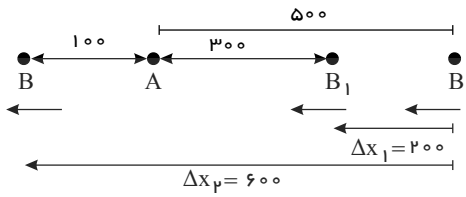
$$v_A = 108 \times \frac{5}{18} = 30\frac{m}{s} \text{ و } v_B = 72 \times \frac{5}{18} = 20\frac{m}{s}$$







با روش سرعت نسبی حل می‌کنیم. متحرک A ایستاده و B به سمت آن حرکت می‌کند.



$$t_1 = \frac{\Delta x_1}{v'} = \frac{۲۰۰}{۲۰+۳۰} = ۴s$$
$$t_2 = \frac{\Delta x_2}{v'} = \frac{۶۰۰}{۲۰+۳۰} = ۱۲s$$

۶۲ ۱ ۲ **۳** ۴ تندی به معنای اندازهٔ سرعت است.

$$|v_۰| = ۴۰\frac{m}{s} \Rightarrow \begin{cases} v_۰ = +۴۰\frac{m}{s} \\ v_۰ = -۴۰\frac{m}{s} \end{cases}$$

بسته به علامت سرعت حرکت تندشونده یا کندشونده است.

حال اگر $v_۰ = -۴۰\frac{m}{s}$ باشد، با شتاب مثبت، پس از مدتی حتماً سرعت مثبت می‌شود، بنابراین اگر در ابتدا کندشونده $(av < ۰)$ باشد، حرکت بعد از مدتی تندشونده $(av > ۰)$ می‌شود.

۶۳ **۱** ۲ ۳ ۴ با توجه به معادله، a و $v_۰$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{۲}a = ۱ \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s} \text{ و } v_۰ = -۱۰\frac{m}{s}$$

ابتدا لحظهٔ تغییر جهت $(v = ۰)$ را به‌دست می‌آوریم،

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = ۲t - ۱۰ \Rightarrow t = ۵s$$

حال لحظه‌ای که سرعت $v = ۲\frac{m}{s}$ می‌شود.

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۲ = ۲t - ۱۰ \Rightarrow t = ۶s$$

لحظهٔ تغییر جهت در بازهٔ زمانی خواسته شده است، بنابراین باید دو جابه‌جایی را به‌دست آوریم یکی $t = ۰$ تا $t = ۵s$ و دیگری $t = ۵s$ تا $t = ۶s$

$$L = |x_۵ - x_۰| + |x_۶ - x_۵|$$
$$x_۰ = ۲۱m$$
$$x_۵ = ۵^۲ - ۱۰ \times ۵ + ۲۱ = -۴m$$
$$x_۶ = ۶^۲ - ۱۰ \times ۶ + ۲۱ = -۳m$$
$$L = |-۴ - ۲۱| + |-۳ - (-۴)| = ۲۵ + ۱ = ۲۶m$$

۶۴ **۱** ۲ ۳ ۴ راه اول: برای آن‌که متحرک در حرکت شتاب ثابت از یک نقطه دو بار عبور نکند، باید هیچ‌گاه تغییر جهت ندهد، یعنی $v = ۰$ نشود.

$$a = -۴ \ , \ v_۰ = b$$

با توجه به معادله:

$$v = at + v_۰ = -۴t + b$$
$$v = ۰ \Rightarrow ۰ = -۴t_۱ + b \Rightarrow t_۱ = \frac{b}{۴}$$

برای این منظور باید $t_۱$ کمتر از صفر باشد که هیچ‌گاه این اتفاق نیافتد.

$$\frac{b}{۴} < ۰ \Rightarrow b < ۰$$

راه دوم: اگر حرکت در تمامی زمان‌ها تندشونده باشد، آن‌گاه متحرک هیچ‌گاه سرعتش صفر نمی‌شود، یعنی باید:

$$av_۰ > ۰ \Leftarrow \text{باشد } av > ۰$$
$$-۴ \times b > ۰ \Rightarrow b < ۰ \Rightarrow \text{گزینهٔ ۱}$$

۶۵ ۱ ۲ **۳** ۴ زمانی که متحرک متوقف می‌شود، جابه‌جایی و مسافت آن ثابت می‌ماند و به علت توقف، سرعت آن نیز صفر می‌شود.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{t}$$

$$|a_{av}| = \frac{|\Delta v|}{t}$$

با افزایش t، v_{av} کاهش می‌یابد.

با افزایش t، a_{av} کاهش می‌یابد.

۶۶ ۱ ۲ **۳** ۴ برای به‌دست آوردن مسافت لازم است بدانیم لحظهٔ تغییر جهت در بازهٔ زمانی خواسته شده قرار دارد یا خیر؟

$$v = ۰ \Rightarrow ۰ = ۲t - ۱۰ \Rightarrow t = ۵s$$

ثانیهٔ سوم یعنی از $t_۱ = ۴s$ تا $t = ۶s$، بنابراین باید جابه‌جایی را قبل و بعد تغییر جهت محاسبه کرد ۲.

$$v_۴ = ۲ \times ۴ - ۱۰ = -۲\frac{m}{s}$$
$$v_۵ = ۲ \times ۵ - ۱۰ = ۰\frac{m}{s}$$

$v_۶ = ۲ \times ۶ - ۱۰ = ۲\frac{m}{s}$

$\Delta x_{۴-۵} = \frac{v_۴ + v_۵}{۲} \times ۱ = \frac{-۲ + ۰}{۲} \times ۱ = -۱m$

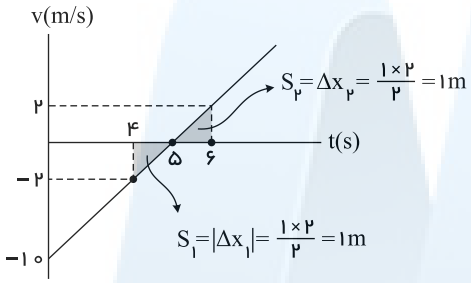
$\Delta x_{۵-۶} = \frac{v_۵ + v_۶}{۲} \times ۱ = \frac{۰ + ۲}{۲} \times ۱ = +۱m$

$L = |\Delta x_{۴-۵}| + |\Delta x_{۵-۶}| = ۱ + ۱ = ۲m$

نکته: حرکت با شتاب ثابت، در در بازه‌های زمانی مساوی قبل و بعد از تغییر جهت بزرگی جابه‌جایی یکسان است.

$|\Delta x_{۴-۵}| = |\Delta x_{۵-۶}|$

روش دوم: به طور کلی، یکی از ساده ترین راه‌حل‌ها برای پیدا کردن مسافت(یا تندی متوسط) در یک بازهٔ زمانی مشخص، رسم نمودار سرعت-زمان و پیدا کردن سطح محصور بین نمودار و محور زمان است. بنابراین در اینجا داریم:



$V = ۲t - ۱۰ \rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۴s \rightarrow & V_۱ = -۲\frac{m}{s} \\ t_۲ = ۶s \rightarrow & V_۲ = ۲\frac{m}{s} \end{cases}$

$\rightarrow \ell = |\delta x_۱| + |\delta x_۲| = ۲m$

۶۷ ۱ ۲ **۳** ۴ از معادلهٔ $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$ برای به‌دست آوردن جابه‌جایی‌ها استفاده می‌کنیم.

جابه‌جایی در ۲ ثانیهٔ دوم یعنی از $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۴s$:

$\Delta x_{۲-۴} = (\frac{۱}{۲}a \times ۴^۲ + ۴v_۰) - (\frac{۱}{۲}a \times ۲^۲ + ۲v_۰)$

$۳۴ = ۶a + ۲v_۰ \Rightarrow ۱۷ = ۳a + v_۰ (I)$

جابه‌جایی در ۲ ثانیهٔ پنجم یعنی از $t_۱ = ۸s$ تا $t_۰ = ۱۰s$:

$\Delta x_{۸-۱۰} = (\frac{۱}{۲}a \times ۱۰^۲ + ۱۰v_۰) - (\frac{۱}{۲}a \times ۸^۲ + ۸v_۰)$

$\Delta x_{۸-۱۰} = ۱۸a + ۲v_۰$

$V_{av_{(۸-۱۰)}} = \frac{\Delta x_{۸-۱۰}}{\Delta t} \Rightarrow ۴۱ = \frac{۱۸a + ۲v_۰}{۲} \Rightarrow ۹a + v_۰ = ۴۱ \quad (II) \xrightarrow{(I),(II)} \begin{cases} ۳a + v_۰ = ۱۷ \\ ۹a + v_۰ = ۴۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_۰ = ۵\frac{m}{s} \\ a = ۴\frac{m}{s^۲} \end{cases}$

۶۸ ۱ ۲ **۳** ۴ در گزینهٔ «الف» تعریف بردار مکان چنین است، دقت کنید مبدأ زمان مطرح نیست.

در گزینهٔ «ب» ممکن است مسیر حرکت مستقیم نباشد در این صورت تندی متوسط بزرگ‌تر است.

در گزینهٔ «پ» طبق تعریف سرعت متوسط شیب پاره‌خط واصل در نمودار $x - t$ سرعت متوسط است.

در گزینهٔ «ت» تندشونده بودن حرکت نشان می‌دهد که مقدار سرعت در حال افزایش است، لذا ممکن است سرعت از $-۵\frac{m}{s}$ به $-۲۰\frac{m}{s}$ برسد و حرکت تندشونده باشد.

۶۹ ۱ ۲ **۳** ۴ درستی گزینهٔ «الف»:

$x = m(t-a)(t-b) \Rightarrow x = -۵(t^۲ - ۸t)$

$x_{t=۱۰} = -۵(۱۰۰ - ۸۰) = -۱۰۰m$

$\Rightarrow \overline{S} = \frac{d}{t} = \frac{۸۰ + ۱۸۰}{۱۰} = ۲۶\frac{m}{s}$

درستی گزینهٔ «ب»: در بازهٔ زمانی $۴ < t < ۱۰$ مقدار شیب نمودار یعنی سرعت در حال افزایش است.

درستی گزینهٔ «پ»: برای اینکه متحرک متوقف شود جابه‌جایی و مسافت ۸۰ متر است.

نادرستی گزینهٔ «ت»: در لحظهٔ $t = ۸$ متحرک از مبدأ عبور می‌کند تا این لحظه سرعت متوسط صفر است.

۷۰ ۱ ۲ ۳ **۴** معادلهٔ نمودار، معادلهٔ یک سهمی است که ریشه‌هایش ۶ و ۱۰ است.

$x = b(t-۶)(t-۱۰)$

$t = ۰ \Rightarrow x_۶ = x_۰$

$x_{\circ} = b(-۶)(-۱۰) \Rightarrow x_{\circ} = ۶۰b \Rightarrow x = \frac{x_{\circ}}{۶۰}(t-۶)(t-۱۰)$

$\frac{x_{\circ}}{۵} = \frac{x_{\circ}}{۶۰}(t_۱ - ۶)(t_۱ - ۱۰)$

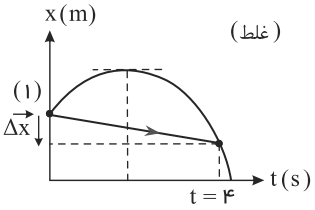
$t_۱^۲ - ۱۶t_۱ + ۶۰ - ۱۲ = ۰ \Rightarrow t_۱^۲ - ۱۶t_۱ + ۴۸ = ۰$

$(t_۱ - ۴)(t_۱ - ۱۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۴s \\ t_۱ = ۱۲s \end{cases}$

$t_۱ = ۴s$

جواب قابل قبول کمتر از $۶s$ است.

۷۱ ۱ ۲ ۳ **۴** توجه داشته باشید که بردار مکان، برداری است که از مبدأ مکان به مکان جسم وصل می‌شود. این بردار باید روی مسیر حرکت مشخص شود. برخی دانش‌آموزان به اشتباه روی نمودار مکان - زمان مطابق شکل (۱) بردار مکان را رسم می‌کنند.



۷۲ ۱ ۲ **۳** ۴ لحظهٔ تغییر جهت را $t_۱$ در نظر می‌گیریم:

$\circ \to t_۱ \Rightarrow v^۲ - v_{\circ}^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow \circ - v_{\circ}^۲ = ۲a(۹-۸) \Rightarrow v_{\circ}^۲ = -۲a \quad (I)$

$\circ - ۸ \Rightarrow \Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_{\circ}t \Rightarrow -۸ = \frac{۱}{۲}a \times ۴^۲ + ۴v_{\circ} \Rightarrow -۸ = ۸a + ۴v_{\circ} \Rightarrow ۲a + v_{\circ} = -۲(II)$ $I, II \Rightarrow -v_{\circ}^۲ + v_{\circ} = -۲ \Rightarrow v_{\circ}^۲ - v_{\circ} - ۲ = \circ$

$\Rightarrow v_{\circ} = ۲\frac{m}{s} \Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}$ دقت شود $v_{\circ} > \circ$ باید باشد

$\begin{cases} x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_{\circ}t + x_{\circ} \\ v = at + v_{\circ} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -t^۲ + ۲t + ۸ \\ v = -۲t + ۲ \end{cases}$

لحظهٔ تغییر جهت:

$x = -۲t + ۲ \Rightarrow t = ۱s$

$L = |\Delta x|_{\circ \to ۱} + |\Delta x|_{۱ \to t}$

$۵ = (۹-۸) + |\Delta x|_{۱ \to t} \Rightarrow |\Delta x_{۱ \to t}| = ۴m$

$|x_t - x_۱| = ۴ \xrightarrow{x_t < x_۱} x_۱ = x_t = ۴$

$۹ - x_t = ۴ \Rightarrow x_t = ۵$

$۵ = -t^۲ + ۲t + ۸ \Rightarrow t^۲ - ۲t - ۳ = \circ \Rightarrow t = ۳s$

۷۳ ۱ ۲ ۳ **۴** ابدا شتاب حرکت را به دست می‌آوریم، سرعت در لحظهٔ $t = ۳$ ثانیه صفر است.از این لحظهٔ تا لحظهٔ $t = \circ$ بر می‌گردیم

$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_{\circ}t$

$-۱۸ = \frac{۱}{۲} \times a \times ۳^۲ + \circ \Rightarrow a = -۴\frac{m}{s^۲}$

بین $t = ۳$ و $t' = t_۲$ معادله‌ی جابه جایی را دوباره می‌نویسیم:

$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۳t$

$\circ - ۸ = \frac{۱}{۲}(-۴)t^۲ + \circ \Rightarrow t = ۲s$

$t_۲$، ۲ ثانیه بعد از $t = ۳$ است.

$t_۲ = t + ۳ = ۲ + ۳ = ۵s$

۷۴ ۱ ۲ ۳ **۴** در نمودار $v - t$، متحرک از $t_۱$ تا $t_۳$ ابتدا در حال دور شدن از محور t و سپس در حال نزدیک شدن به آن است.

بنابراین ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

مساحت زیر نمودار بالای محور t است، بنابراین جابه‌جایی مثبت است. شیب نمودار ابتدا مثبت سپس منفی است $\Leftarrow \Delta a < \circ$

۷۵ ۱ **۲** ۳ ۴ معادلهٔ سرعت متوسط برحسب زمان در حرکت شتاب ثابت به‌صورت $v_{av} = \frac{۱}{۲}at + v_{\circ}$ است.

شیب نمودار بنابراین $+\frac{a}{۲}$ و عرض از مبدأ $v_۰$ است.

$$v_۰ = +۴\frac{m}{s}$$

$$\frac{a}{۲} = \text{شیب خط} = -\frac{۴}{۸} = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow a = -۱\frac{m}{s^۲}$$

جهت حرکت در لحظهٔ t' تغییر می‌کند.

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = -t + ۴ \Rightarrow t = ۴s$$

ثانیهٔ سوم قبل تغییر جهت است.

$$L = |\Delta x_۳| = |\frac{(۲n-۱)a}{۲} + v_۰| = |\frac{(۲\times۳-۱)\times(-۱)}{۲} + ۴| = ۱٫۵m$$

۷۶ ۱ ۲ ۳ ۴ معادلهٔ مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم:

$$v_۰A = ۴\frac{m}{s},\ a_A = A\text{ شیب خط} = ۴\frac{m}{s^۲}$$

$$x_A = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t = ۲t^۲ + ۴t$$

$$v_۰B = ۱۰\frac{m}{s},\ a_B = B\text{ شیب خط} = ۲\frac{m}{s^۲}$$

$$x_B = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t = t^۲ + ۱۰t \Rightarrow x_A = x_B$$

$$۲t^۲ + ۴t = t^۲ + ۱۰t \Rightarrow t^۲ - ۶t = ۰ \Rightarrow t = ۶s$$

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{a_At + v_{۰A}}{a_Bt + v_{۰B}} = \frac{۴\times۶+۴}{۲\times۶+۱۰} = \frac{۲۸}{۲۲} = \frac{۱۴}{۱۱}$$

۷۷ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: سرعت نهایی a و b یکسان است. غلط است.

گزینهٔ «۲»: شیب نمودار a از $t_۱$ تا $t_۲$ کمتر از b است. غلط است.

گزینهٔ «۳»: شیب نمودار a و b از ۰ تا $t_۲$ یکسان است. غلط است.

گزینهٔ «۴»: مساحت زیر نمودار a از b بیشتر است.

$$S_a > S_b \Rightarrow \Delta x_a > \Delta x_b \Rightarrow \bar{v}_a > \bar{v}_b$$

این گزینه صحیح است.

۷۸ ۱ ۲ ۳ ۴ درستی گزینهٔ «۱»: اگر نمودار $v-t$ را رسم کنیم مطابق رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ صفر است.

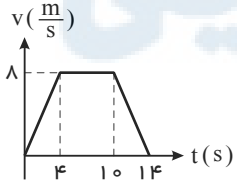
نادرستی گزینهٔ «۲»:

$$s = \Delta x = \frac{۱}{۲}(۱۴+۶)(۸)$$

نادرستی گزینهٔ «۳»:

$$s_{av} = \frac{۸۰}{۱۴} = \frac{۴۰}{۷}\frac{m}{s}$$

درستی گزینهٔ «۴»: در ۴ ثانیهٔ اول متحرک به‌سرعت $۸\frac{m}{s}$ می‌رسد و به مدت ۶ ثانیه با این سرعت ثابت ادامه داده و با شتاب $-۲\frac{m}{s^۲}$ در مدت ۴ ثانیه متوقف می‌شود.



۷۹ ۱ ۲ ۳ ۴ گزینهٔ «۱»: صحیح است.

از لحظهٔ $t = ۰$ تا $t = ۴s$ به علت نزدیک‌شدن به محور t حرکت کندشونده است و متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

$$L = |\Delta x| = S = \frac{۴\times۱۰}{۲} = ۲۰m$$

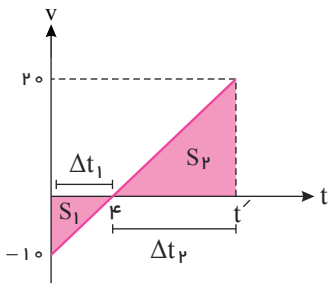
گزینهٔ «۲»: صحیح است. لحظهٔ توقف $x = ۴m$ است.

$$\Delta x_{۰-۴} = -S = \frac{-۴\times۱۰}{۳} = -۲۰m$$

$$x_۴ - x_۰ = -۲۰ \Rightarrow x_۴ - ۳۰ = -۲۰ \Rightarrow x_۴ = ۱۰m$$

گزینهٔ «۳»: از تشابه مثلث‌ها نسبت زمان حرکت تندشونده $\Delta t_۲$ به $\Delta t_۱$ زمان حرکت کندشونده به‌دست می‌آید:

$$\frac{\Delta t_۲}{\Delta t_۱}=\frac{۲۰}{۱۰}=۲$$



گزینهٔ «۴»: صحیح است.

$$\frac{\Delta t_۲}{۴}=۲\Rightarrow \Delta t_۲=۸s\Rightarrow t'=۸+۴=۱۲s$$

تندی متوسط برابر حاصل تقسیم مسافت به زمان حرکت است.

$$S=\frac{L}{\Delta t}=\frac{S_۱+S_۲}{\Delta t+\Delta t_۲}=\frac{\frac{۱}{۲}(۱۰\times ۴)+\frac{۱}{۲}(۲۰\times ۸)}{۱۲}=\frac{۲۵}{۳}\frac{m}{s}$$

۸۰ ۱ ۲ ۳ ۴ حرکت کندشونده یعنی لحظاتی که به محور در نمودار $v-t$ نزدیک می‌شود. یعنی از B تا C:

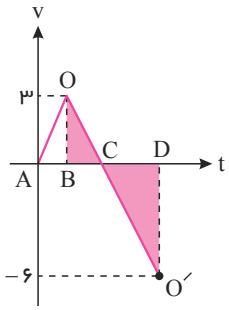
$$\Delta t_۱=BC$$

حرکت در خلاف محور x، یعنی لحظاتی که سرعت منفی است؛ یعنی از C تا D:

$$\Delta t_۲=CD$$

با توجه به تشابه مثلث‌های هاشورخورده می‌توان نسبت $\frac{BC}{CD}$ را پیدا کرد.

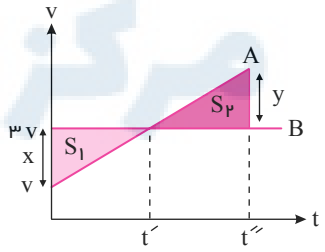
$$\frac{\Delta t_۱}{\Delta t_۲}=\frac{BC}{CD}=\frac{OB}{O'D}=\frac{۳}{۶}=\frac{۱}{۲}$$



۸۱ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به نمودار زمانی که $S_۱$ و $S_۲$ برابر باشند؛ جابه‌جایی‌های آن‌ها یکسان است.

$$S_۱=S_۲\Rightarrow t'=۰=t''-t'\Rightarrow t''=۲t'$$

$$S_۱=S_۲\Rightarrow x=y=۲v\Rightarrow\begin{cases}v_B=۳v\\ v_A=۳v+۲v=۵v\end{cases}$$



اگر $x_{۰A}<x_{۰B}$ باشد، برای آن دو متحرک به هم برسند باید:

$$x_A=x_B$$

$$x_{۰A}+\Delta x_A=x_{۰B}+\Delta x_B\xrightarrow{x_{۰B}>x_{۰A}}\Delta x_A>\Delta x_B\Rightarrow t''-t'>t'-۰\Rightarrow t''>۲t'$$

گزینهٔ «۳» غلط است.

$$x_{۰A}<x_{۰B}\Rightarrow S_۲<S_۱\Rightarrow y<x\Rightarrow v_A<۳v+۲v=۵v$$

گزینهٔ «۴» صحیح است.

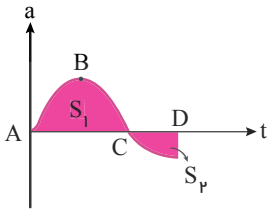
۸۲ ۱ ۲ ۳ ۴ بیشترین سرعت زمانی است که شتاب مثبت باشد تا همواره به سرعت اضافه شود. بنابراین تا C، همواره $a>۰$ بوده و v افزایش می‌یابد.

$$v_{max}=V_C$$

تا زمانی که علامت سرعت (در اینجا مثبت است) عوض نشده متحرک از مبدأ دور می‌شود.

$$\Delta v_{۰-D}=S_۱-S_۲>۰$$

سرعت تا D همواره مثبت است. بنابراین: در D متحرک C در بیشترین فاصله از مبدأ قرار دارد.

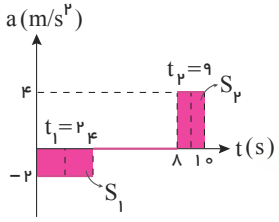


۸۳ ۱ ۲ ۳ **۴** ابتدا سرعت‌ها در لحظات تغییر شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$v_۴ = v_۰ + \Delta v$$
$$v_۴ = v_۰ - S_۱ = ۴ - ۲ \times ۴ = -۴\frac{m}{s}$$
$$v_۸ = v_۴ = -۴\frac{m}{s}$$
$$v_{۱۰} = v_۸ + S_۲ = -۴ + ۴ \times ۲ = ۴\frac{m}{s}$$

حال لحظاتی که سرعت صفر می‌شود را پیدا می‌کنیم:

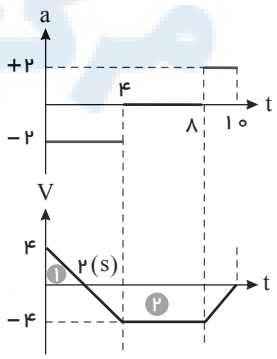
$$۰ < t < ۴ \Rightarrow \Delta v = -S \Rightarrow ۰ - ۴ = -۲t_۱ \Rightarrow t_۱ = ۲s$$
$$۸ < t < ۱۰ \Rightarrow \Delta v = +S$$
$$v - v_A = +S \Rightarrow ۰ - (-۴) = ۴ \times \Delta t$$
$$\Delta t = ۱s \Rightarrow t - ۸ = ۱ \Rightarrow t = ۹s$$



حرکت کندشونده یعنی $av < ۰$

$$۰ < t < ۲ \Rightarrow v > ۰ , a < ۰ \Rightarrow av < ۰$$
$$\Delta x_۱ = \frac{v_۰ + v_۱}{۲} \times \Delta t = \frac{+۴ + ۰}{۲} \times ۲ = ۴m$$
$$۸ < t < ۹ \Rightarrow v < ۰, a > ۰ \Rightarrow av < ۰$$
$$\Delta x_۲ = \frac{v_۸ + v_۹}{۲} \times \Delta t = \frac{-۴ + ۰}{۲} \times ۱ = -۲m$$
$$L = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| = ۴ + ۲ = ۶m$$

۸۴ **۱** ۲ ۳ ۴ ابتدا نمودار شتاب زمان، سرعت زمان را رسم می‌کنیم.



$$v_۴ = at + v_۰ = -۲ \times ۴ + ۴ = -۴\frac{m}{s}$$
$$v_۸ = v_۴ = -۴\frac{m}{s}$$
$$v_{۱۰} = at + v_۰ = ۲ \times ۲ + (-۴) = ۰$$

تندی متوسط نسبت مسافت به زمان است:

$$\overline{S} = \frac{+S_۱ + S_۲}{\Delta t} = \frac{\frac{۴ \times ۲}{۲} + \frac{۸ + ۴}{۲} \times ۴}{۱۰} = ۲/۸\frac{m}{s}$$

۸۵ ۱ **۲** ۳ ۴ حرکت کندشونده است و جهت حرکت که همان علامت سرعت است، منفی است.

$$av < ۰ \xrightarrow{v<۰} a > ۰$$

عبارت ۱ صحیح است، زیرا مسافت و شتاب هر دو مثبت هستند.

عبارت ۲ غلط است، زیرا جابه‌جایی هم‌علامت سرعت است یعنی منفی است؛ ولی شتاب مثبت است.

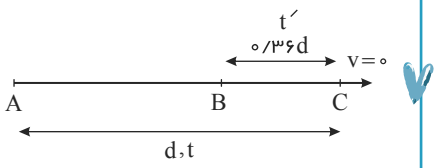
عبارت ۳ نیز به همین دلیل نادرست است.

احمدقاسمی

عبارت ۴ درست است، زیرا هنگام نزدیک‌شدن به مبدأ با توجه به شکل متحرک سمت راست مبدأ است، یعنی $x > 0$ و بردار مکان مثبت است، بنابراین x و a هم‌علامت هستند.

بنابراین ۲ عبارت صحیح است.

۸۶ ۱ ۲ ۳ ۴ شکل کل حرکت متحرک به‌صورت زیر است با توجه به این که سرعت انتهایی حرکت صفر است، فرض کنیم متحرک با سرعت اولیهٔ صفر بر عکس حرکت می‌کند:

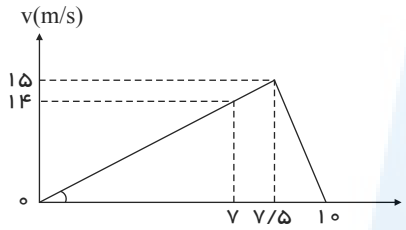


$$CB = ۰/۳d = \frac{۱}{۲}at^۲ + ۰$$

$$CA = d = \frac{۱}{۲}at^۲ + ۰ \Rightarrow \frac{CB}{CA} = \frac{۰/۳۶d}{d} = (\frac{t'}{t})^۲ \Rightarrow ۰/۶ = \frac{t'}{t} \Rightarrow t' = \frac{۳}{۵}t$$

۸۷ ۱ ۲ ۳ ۴

شاید ساده‌ترین راه، رسم نمودار سرعت - زمان این حرکت باشد که با پیدا کردن سطح محصور بین نمودار و محور زمان، می‌توان فاصلهٔ AB را پیدا کرد. دقت کنید، زمان واکنش مدت زمانی که طول می‌کشد (تصمیم می‌گیرد) تا حرکت کندشونده‌اش را آغاز کند تا لحظه‌ای که حرکت کندشونده‌اش آغاز می‌شود. در این مدت، هنوز اتومبیل با همان شتاب اولیه‌اش به حرکت خود ادامه می‌دهد. یعنی:



$$\text{شیب خط} = \text{شتاب} = ۲\frac{m}{s^۲} = \frac{V_۱ - V_۰}{t - t_۰} = \frac{V_۱ - ۰}{۷ - ۰} \rightarrow V_۱ = ۱۴\frac{m}{s}$$

$$V_۲ - V_۰ = a_۱ \cdot \Delta t \rightarrow V_۲ - ۰ = ۲ \times ۷/۵ \rightarrow V_۲ = ۱۵\frac{m}{s}$$

از آنجا به بعد داریم:

$$V_۳ - V_۲ = a_۲ \times \Delta t' \rightarrow ۰ - ۱۵ = -۶ \times \Delta t' \rightarrow \Delta t' = ۲/۵s$$

پس زمان کل ۱۰ ثانیه است. $(t_{\text{کل}} = ۷/۵ + ۲/۵ = ۱۰)$

$$AB = S_{v-t} = \frac{۱۰ \times ۱۵}{۲} \rightarrow AB = ۷۵m$$

۸۸ ۱ ۲ ۳ ۴ مسافت ۲ ثانیهٔ دوم یعنی: $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۴s$.

مسافت ۲ ثانیهٔ چهارم یعنی : $t_۳ = ۶s$ تا $t_۴ = ۸s$.

اگر مسافت‌ها یکسان باشد، لحظهٔ تغییر جهت t' برابر است با:

$$t' = \frac{t_۲ + t_۳}{۲} = \frac{۴ + ۶}{۲} = ۵s$$

حال سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم:

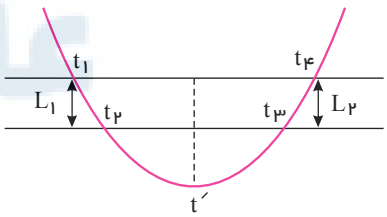
$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = ۲ \times ۵ + v_۰ = v_۰ = -۱۰\frac{m}{s}$$

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x$$

$$v^۲ - (-۱۰)^۲ = ۲ \times ۲ \times (۰ - ۴) \Rightarrow v^۲ = ۹ \Rightarrow v = ۳\frac{m}{s}$$

نکته: در حرکت شتاب ثابت داریم:

$$t' = \frac{t_۲ + t_۳}{۲} \Leftarrow \text{است } L_۱ = L_۲$$



۸۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ۲ متر بیشتر جابه‌جایی در هر ۲ ثانیه همان $at^۲$ است:

$$at^۲ = ۲ \Rightarrow a \times ۲^۲ = ۲ \Rightarrow a = \frac{۱}{۲}\frac{m}{s^۲}$$

۲ ثانیهٔ سوم یعنی $t = ۴$ تا $t = ۶$ ثانیه:

$$\Delta x = x_۶ - x_۴$$

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$$

$$x_۶ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times ۶^۲ + v_۰ \times ۶ + x_۰ = ۹ + ۶v_۰ + x_۰$$

$$x_۴ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times ۴^۲ + v_۰ \times ۴ + x_۰ = ۴ + ۴v_۰ + x_۰$$

$$\Delta x = ۱۰m$$

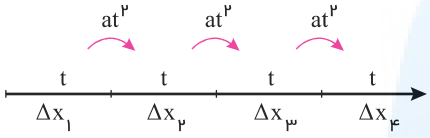
$$x_۶ - x_۴ = ۱۰$$

$$۹ + ۶v_۰ + x_۰ - ۴ - ۴v_۰ - x_۰ = ۱۰$$

$$۲v_۰ = ۵ \Rightarrow v_۰ = ۲/۵\frac{m}{s}$$

۹۰ ۱ ۲ ۳ ۴

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابجایی‌های متحرک در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی تشکیل یک دنباله با قدر نسبت $at^۲$ را می دهند.

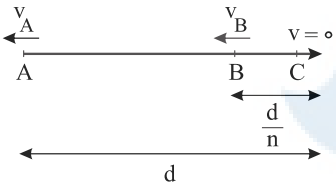


$$\Delta x_۲ + ۱۲۸ = \Delta x_۴$$

$$۱۲۸ = \Delta x_۴ - \Delta x_۲ = ۲at^۲ \Rightarrow ۱۲۸ = ۲a \times ۴^۲ \Rightarrow a = ۴\frac{m}{s^۲}$$

۹۱ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به اینکه در انتهای مسیر سرعت صفر می‌شود، حرکت را برعکس با سرعت اولیه صفر در نظر می‌گیریم.



$$(۱) B, C \Rightarrow V_B^۲ - ۰ = ۲a \times \frac{d}{n}$$

$$(۲) A, C \Rightarrow V_۰^{\ ۲} - ۰ = ۲ad$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow (\frac{v_B}{v})^۲ = \frac{۱}{n} \Rightarrow v_B = v_۰\sqrt{n} = \frac{\sqrt{n}}{n}v_۰$$

$$(v_{av})_{BC} = \frac{v_B + v_C}{۲} = \frac{\frac{\sqrt{n}}{n}v_۰ + ۰}{۲} = \frac{v_۰\sqrt{n}}{۲n}$$

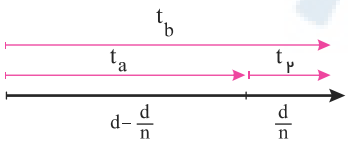
۹۲ ۱ ۲ ۳ ۴

زمان طی کردن $\frac{d}{n}$ اول مسیر برابر است با:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$$

$$\frac{d}{n} = \frac{۱}{۲}at_۱^۲ + ۰ \Rightarrow t_۱ = \sqrt{\frac{۲d}{na}}$$

برای به‌دست آوردن $t_۲$ ثانیهٔ $\frac{d}{n}$ آخر مسیر باید دو زمان را از هم کم کرد.



$$d = \frac{۱}{۲}at_b^۲ \Rightarrow t_b = \sqrt{\frac{۲d}{a}}$$

$$d - \frac{d}{n} = \frac{۱}{۲}at_a^۲ \Rightarrow t_a = \sqrt{\frac{۲d}{a}}\sqrt{۱ - \frac{۱}{n}}$$

$$t_۲ = t_b - t_a = \sqrt{\frac{۲d}{a}}(۱ - \sqrt{۱ - \frac{۱}{n}})$$

$$\frac{t_۲}{t_۱}=\frac{\sqrt{\frac{۲d}{a}}(۱-\sqrt{۱-\frac{۱}{n}})}{\sqrt{\frac{۲d}{na}}}=\sqrt{n}-\sqrt{n-۱}$$

۹۳ ۱ ۲ ۳ ۴ اگر سرعت اولیه صفر باشد، جابه‌جایی‌ها در هر t ثانیه ضریب فردی از $\frac{at^۲}{۲}$ است.

$$\Delta x_۱=۱\times\frac{at^۲}{۲}$$
$$\Delta x_۲=۳\times\frac{at^۲}{۲}$$
$$\Delta x_۳=۵\times\frac{at^۲}{۲}$$
$$\Delta x_۴=۷\times\frac{at^۲}{۲}$$

تنها گزینهٔ ۳ چنین شرطی را رعایت کرده است.

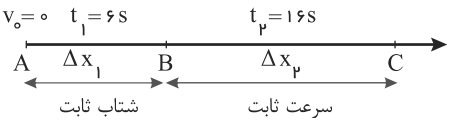
۹۴ ۱ ۲ ۳ ۴ نکته: جابه‌جایی‌های متوالی در بازه‌های زمانی مساوی t در حرکت شتاب‌دار a، با یکدیگر به اندازهٔ $at^۲$ اختلاف دارند.

$$\left.\begin{matrix}\Delta x_۱=۱۵\\ \Delta x_۲=۶۹\end{matrix}\right\}\Rightarrow\begin{matrix}\Delta x_۲-\Delta x_۱=at^۲\\ ۶۹-۱۵=a\times۳^۲\end{matrix}\Rightarrow a=۶\frac{m}{s}$$

از لحظهٔ $t=۰$ تا $t=۳s$.

$$\Delta x_۱=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t$$
$$۱۵=\frac{۱}{۲}\times۶\times۳^۲+v_۰\times۳\Rightarrow v_۰=-۴\frac{m}{s}$$

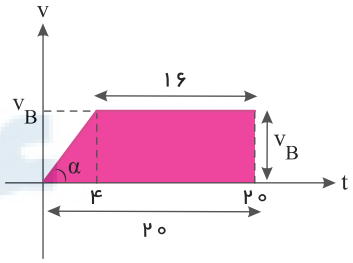
۹۵ ۱ ۲ ۳ ۴ راه اول: این حرکت دو مرحله‌ای است:



$$\Delta x_۱=\frac{۱}{۲}at_۱^۲+۰=\frac{۱}{۲}a\times۴^۲=۸a$$
$$v_B=at_۱+۰=۴a$$
$$\Delta x_۲=v_Bt_۲=(۴a)\times۱۶=۶۴a$$
$$\Delta x_{کل}=\Delta x_۱+\Delta x_۲$$
$$۹۰=۸a+۶۴a\Rightarrow a=\frac{۹۰}{۷۲}=\frac{۵}{۴}=۱/۲۵\frac{m}{s^۲}$$

راه دوم: رسم نمودار $v-t$

$$\Delta x_{کل}=S=\frac{۱۶+۲۰}{۲}\times v_B$$
$$۹۰=۱۸\times v_B\Rightarrow v_B=۵\frac{m}{s}$$
$$\tan\alpha=\frac{v_B}{۴}=\frac{۵}{۴}=۱/۲۵s$$



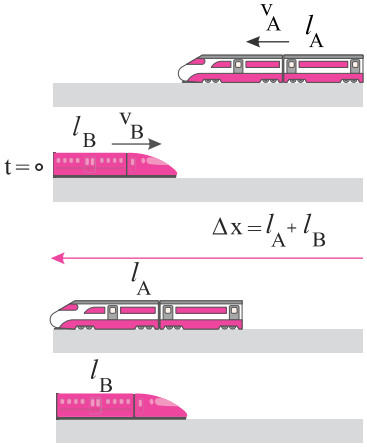
۹۶ ۱ ۲ ۳ ۴ جابه‌جایی قطار از رابطهٔ سرعت ثابت به دست می‌آید:

$$\Delta x_{\text{قطار}}=vt$$

جابه‌جایی واگن از رابطه برای شتاب ثابت به‌دست می‌آید:

$$\Delta x_{\text{واگن}}=\frac{v+۰}{۲}t=\frac{\Delta x_{\text{واگن}}}{\Delta x_{\text{قطار}}}=\frac{\frac{vt}{۲}}{vt}=\frac{۱}{۲}$$

۹۷ ۱ ۲ ۳ ۴ از رابطهٔ سرعت و شتاب نسبی استفاده می‌کنیم. فرض می‌کنیم مطابق شکل زیر، قطار B ساکن است قطار A با تندی v_A+v_B به قطار B رسیده و با شتاب a_A+a_B از کنار آن می‌گذرد و مسافت لازم برای طی کردن کل طول قطار B برابر جمع طول قطار A و قطار B است:



$$\Delta x = \frac{۱}{۲}a't^۲ + v't$$

$$۱۱۵ + ۱۱۰ = \frac{۱}{۲}(۲ + ۰/۵)t^۲ + (۳ + ۷)t$$

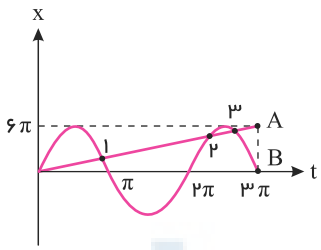
$$۲۲۵ = \frac{۵}{۴}t^۲ + ۱۰t \Rightarrow \frac{۵}{۴}t^۲ + ۱۰t - ۲۲۵ = ۰ \Rightarrow ۵t^۲ + ۴۰t - ۹۰۰ = ۰$$

$$۵(t^۲ + ۸t - ۱۸۰) = ۰ \Rightarrow ۵(t + ۱۸)(t - ۱۰) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۱۰s \\ t = -۱۸s \end{cases}$$

۹۸ ۱ ۲ **۳** ۴ با توجه به معادلهٔ حرکت B، در هر ۲π ثانیهٔ متحرک یک sin کامل را طی می‌کند. در هر دورهٔ کامل متحرک مسافت ۶π را طی می‌کند. به‌ازای هر $\frac{\pi}{۲}s$ متحرک مسافت ۶π را طی می‌کند. برای طی ۳۶π زمان لازم برابر است با:

$$\frac{۳۶\pi}{۶\pi} = \frac{t}{\frac{\pi}{۲}} \Rightarrow t = ۳\pi s$$

حال معادلهٔ مکان - زمان A و B را رسم می‌کنیم:



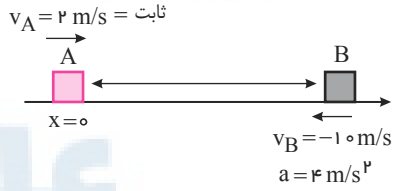
محل تقاطع ۳ بار است.

۹۹ **۱** ۲ ۳ ۴ شتاب کندشونده B یعنی $a = -۴\frac{m}{s^۲}$است، اما چون خلاف جهت حرکت می‌کند (مطابق شکل) در رابطهٔ $a = -(-۴) = ۴\frac{m}{s^۲}$ جایگذاری می‌شود.

$$x_A = ۲t$$

$$x_B = \frac{۱}{۲} \times ۴t^۲ - ۱۰t + d$$

$$x_A = x_B \Rightarrow ۲t^۲ - ۱۰t + d = ۲t \Rightarrow ۲t^۲ - ۱۲t + d = ۰$$



اگر t یک جواب داشته باشد، آن‌گاه:

$$\Delta = ۰ \Rightarrow ۱۲^۲ - ۴ \times ۲ \times d = ۰ \Rightarrow d = ۱۸m$$

۱۰۰ **۱** ۲ ۳ ۴ راه اول: معادلات حرکت A و B را نوشته و از هم کم می‌کنیم. آن‌گاه تغییرات فاصلهٔ A تا B را بررسی می‌کنیم.

$$x_A = ۸t_۱$$

$$x_B = \frac{۱}{۲}at_۲ + \cancel{v_۰t^۰} + x_۰ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times t_۲^۲ + ۱۶$$

$t_۱$ از $t_۲$ ثانیه بیشتر است.

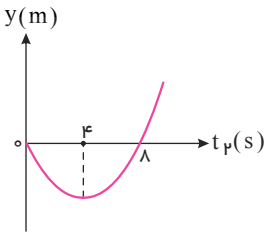
$$t_۱ = t_۲ + ۲$$

$$x_A = ۸(t_۲ + ۲) = ۸t_۲ + ۱۶$$

$$y = x_B - x_A = t_۲^۲ + ۱۶ - ۸t_۲ - ۱۶ = t_۲^۲ - ۸t_۲$$

$y = t_۲(t_۲ - ۸)$

نمودار تغییرات فاصلهٔ A تا B (y) نسبت به زمان به صورت زیر است:



اندازهٔ y ابتدا افزایش، سپس کاهش و دوباره افزایش می‌یابد.

مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار

پاسخ‌نامه کلیدی

۱	۴	۲۶	۴	۵۱	۳	۷۶	۲
۲	۳	۲۷	۴	۵۲	۳	۷۷	۴
۳	۳	۲۸	۴	۵۳	۴	۷۸	۳
۴	۳	۲۹	۴	۵۴	۳	۷۹	۳
۵	۱	۳۰	۳	۵۵	۱	۸۰	۲
۶	۴	۳۱	۲	۵۶	۳	۸۱	۳
۷	۲	۳۲	۲	۵۷	۲	۸۲	۱
۸	۴	۳۳	۴	۵۸	۴	۸۳	۴
۹	۴	۳۴	۴	۵۹	۴	۸۴	۱
۱۰	۴	۳۵	۱	۶۰	۱	۸۵	۲
۱۱	۳	۳۶	۴	۶۱	۴	۸۶	۱
۱۲	۴	۳۷	۳	۶۲	۳	۸۷	۳
۱۳	۳	۳۸	۲	۶۳	۱	۸۸	۲
۱۴	۴	۳۹	۲	۶۴	۱	۸۹	۳
۱۵	۱	۴۰	۴	۶۵	۳	۹۰	۱
۱۶	۳	۴۱	۳	۶۶	۳	۹۱	۳
۱۷	۲	۴۲	۳	۶۷	۳	۹۲	۲
۱۸	۱	۴۳	۲	۶۸	۳	۹۳	۳
۱۹	۲	۴۴	۴	۶۹	۳	۹۴	۳
۲۰	۲	۴۵	۳	۷۰	۴	۹۵	۱
۲۱	۲	۴۶	۱	۷۱	۴	۹۶	۱
۲۲	۱	۴۷	۴	۷۲	۳	۹۷	۴
۲۳	۴	۴۸	۳	۷۳	۴	۹۸	۳
۲۴	۲	۴۹	۴	۷۴	۴	۹۹	۱
۲۵	۱	۵۰	۴	۷۵	۲	۱۰۰	۱

مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار

مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار

راه‌های ارتباطی مرکز مشاوره

وبسایت	اینستاگرام	تلگرام
www.AlirezaAfshar.org	AlirezaAfsharOriginal	AlirezaAfsharOfficial

رزور مشاوره خصوصی علیرضا افشار

برای رزرو مشاوره خصوصی تک جلسه و ماهانه
به شمارهٔ ۰۹۳۵۸۹۶۰۵۰۳ در واتساپ پیام دهید

آدرس تمام رسانه ها : Afshar.xyz