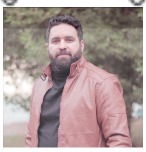


احمدقاسمی

نام آزمون: ۶۰سوال سخت حرکت شناسی

سطح سوالات: سخت(برای کسب درصد ۷۵ به بالا)

۱ یک ذرهٔ متحرک که در صفحهٔ xy حرکت می‌کند، ابتدا در جهت محور x و سپس در جهت محور y حرکت می‌کند. اگر نسبت مسافت پیموده‌شده به اندازهٔ جابه‌جایی توسط این ذره $\sqrt{۱/۶}$ باشد، نسبت اندازهٔ جابه‌جایی ذره در جهت محور x به اندازهٔ جابه‌جایی ذره در جهت محور y کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\frac{۲}{۷}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۲ معادلهٔ مکان ــ زمان متحرکی در SI به‌صورت $x = ۵ + ۲\sin(\frac{\pi}{۲}t)$ است. از لحظهٔ ۲ تا ۱۰ ثانیه، این متحرک چه مسافتی را برحسب متر طی می‌کند؟

۱) ۱۶ ۲) ۲۰ ۳) ۱۸ ۴) ۱۰

۳ متحرکی روی مسیر دایره‌ای شکل به شعاع ۳ متر با تندی ثابت $۱۲\pi\frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. نسبت جابه‌جایی به مسافت طی‌شده توسط متحرک از لحظهٔ شروع حرکت تا $\frac{۱}{۶}$ ثانیه چند برابر این نسبت از شروع حرکت تا $\frac{۱}{۱۲}$ ثانیه است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\sqrt{۳}$

۴ یک خودرو در میدانی بزرگ با شعاع ۱۵۰ متر، در مدت نیم‌دقیقه با تندی متوسط ۱۵/۷ متر بر ثانیه در یک سو می‌چرخد. اندازهٔ سرعت متوسط خودرو در این حرکت چند متر بر ثانیه است؟ $(\pi = ۳/۱۴)$

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۳۰

۵ اندازهٔ سرعت متوسط نوک عقربهٔ ثانیه‌شمار یک ساعت دیواری با طول ۲۰ سانتی‌متر در مدت ۴۰ ثانیه چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) $۲\sqrt{۲}$

۶ متحرکی در صفحهٔ xoy در مدت $۵(s)$ از نقطهٔ $A(۰, ۴)$ روی یک ربع دایره به نقطهٔ $B(۴, ۰)$ می‌رود. این متحرک به‌طور متوسط در هر ثانیه چه مسافتی را می‌پیماید؟

۱) $\frac{\pi}{۲}$ ۲) $\frac{\pi}{\sqrt{۲}}$ ۳) $\frac{۲\pi}{۵}$ ۴) ۱

۷ نقطه‌ای روی محیط چرخ خودرویی در تماس با سطح افقی قرار دارد. اگر شعاع چرخ خودرو ۲۵ سانتی‌متر باشد، در مدت ۵ ثانیه این نقطه نیم دور می‌چرخد. سرعت متوسط حرکت این نقطه چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ $(\pi^۲ \simeq ۱۰)$

۱) $۱۴\sqrt{۵}$ ۲) $۵\sqrt{۱۴}$ ۳) $۷\sqrt{۵}$ ۴) $۵\sqrt{۷}$

احمدقاسمی

۸) متحرکی بر روی محور xها در حال حرکت است. بردار مکان و بردار سرعت آن در دو لحظهٔ $t_۱=۲s$ و $t_۲=۵s$ مطابق جدول زیر است. اگر مسافت طی شده توسط متحرک در این بازهٔ زمانی برابر $۹m$ باشد، چند مورد از گزاره‌های زیر در مورد حرکت متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱=۲s$ تا $t_۲=۵s$ الزاماً صحیح است؟

زمان (s)	بردار مکان (m)	بردار سرعت $(\frac{m}{s})$
$t_۱=۲$	$d_۱=-۱۰\vec{i}$	$\vec{v}_۱=-۲\vec{i}$
$t_۲=۵$	$\vec{d}_۲=-۵\vec{i}$	$\vec{v}_۲=-۴\vec{i}$

الف) حداقل ۲ بار تندی متحرک برابر صفر شده است.

ب) در لحظهٔ $t_۲=۵s$ متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان است.

پ) جهت بردار مکان متحرک تغییر نمی‌کند.

ت) بردار سرعت متوسط در این بازهٔ زمانی در SI، $\frac{-۵}{۳}\vec{i}$ است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

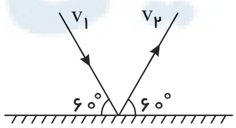
۹) دو ذرهٔ متحرک در دو راستای عمود برهم (محورهای x و y) حرکت می‌کنند و مکان آن‌ها برحسب زمان در SI از رابطه‌های $x=-۱۰t+۴۰$ و $y=۲۰t-۳۰$ به‌دست می‌آید. کمترین فاصله میان دو متحرک چند متر می‌شود؟

(۱) ۵۰ (۲) ۲۵ (۳) $۱۰\sqrt{۵}$ (۴) $۵\sqrt{۱۰}$

۱۰) معادلهٔ حرکت متحرکی در SI به‌صورت $x=(t^۲+t-۲)(-۲t+۸)$ است. بردار مکان متحرک چند ثانیه در جهت محور x است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱) مطابق شکل توپی با تندی $۴m/s$ به سطح افقی برخورد می‌کند و با همان مقدار سرعت در جهت نشان داده شده از سطح بازمی‌گردد. اگر مدت زمان تماس توپ با سطح افق ۰٫۱ ثانیه باشد، مقدار شتاب متوسط در این مدت چند متر بر مربع ثانیه است؟



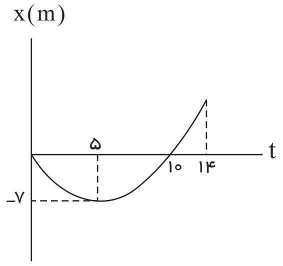
(۱) $۲۰\sqrt{۳}$ (۲) ۲۰ (۳) $۴۰\sqrt{۳}$ (۴) ۴۰

۱۲) اگر سرعت متحرکی که در امتداد خطی مستقیم حرکت می‌کند با جابه‌جایی بر طبق رابطه $v=kx$ تغییر کند (k عددی ثابت است) و در مبدا زمان سرعت و مکان متحرک به‌ترتیب $۲۰\frac{m}{s}$ و $۱۰m$ باشد، در اینصورت مکان متحرک در لحظه $t=۳s$ مطابق با کدام گزینه است؟ (سرعت متوسط متحرک در ۳ ثانیه اول برابر $۵\frac{m}{s}$ است.)

(۱) $۱۰m$ (۲) $۳۰m$ (۳) $۵۰m$ (۴) $۲۵m$

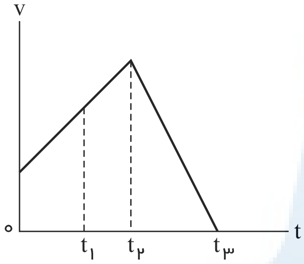
احمدقاسمی

۱۳ تندی متوسط متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند و نمودار $x-t$ آن به‌صورت شکل روبه‌رو است، چند متر بر ثانیه از اندازهٔ سرعت متوسط آن بیشتر است؟



۱) ۲
۲) ۱٫۴
۳) ۱
۴) ۰٫۷

۱۴ نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در کدام بازه زمانی بیشتر است؟



۱) ۰ تا t_1
۲) t_1 تا t_2
۳) ۰ تا t_2
۴) t_2 تا t_3

۱۵ قطاری به طول $2L$ با سرعت ثابت v در حرکت است. در لحظهٔ $t=0$ به پلی به طول L می‌رسد. t ثانیه طول می‌کشد تا تمام قطار به‌طور کامل از پل عبور کند، چند t بعد از $t=0$ وسط قطار به وسط پل می‌رسد؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{2}{3}$

۱۶ یک متحرک با تندی ثابت $4\frac{cm}{s}$ روی محیط یک مربع به ضلع $12cm$ بدون تغییر دادن جهت حرکت خود، دور می‌زند. در یک بازهٔ زمانی دلخواه $9s$ بزرگی سرعت متوسط این متحرک چه تعداد از اعداد زیر برحسب سانتی‌متر بر ثانیه می‌تواند باشد؟ $(\sqrt{2}\simeq 1{,}5)$

الف) ۱ ب) ۱٫۲ پ) ۱٫۴ ت) ۲

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۱۷ پرنده‌ای روی قطاری که با سرعت $72km/h$ روی یک ریل افقی در حال حرکت است روی لانهٔ خود نشسته است. در یک لحظه پرنده با سرعت $25m/s$ از لانهٔ خود به‌سمت انتهای قطار شروع به پرواز می‌کند. با رسیدن به انتهای قطار بلافاصله با همین سرعت به محل اولیهٔ خود پرواز می‌کند و پس از $15s$ از شروع پرواز به نقطهٔ آغازش بازمی‌گردد. سرعت متوسط پرنده چند m/s است؟

۱) ۲۰ ۲) ۲۲٫۵ ۳) ۲۵ ۴) ۲۷٫۵

۱۸ فاصلهٔ دو قطار از یکدیگر $100km$ است. هر قطار با سرعت $20km/h$ با سرعت ثابت روی خط راست به سمت دیگری در حرکت است. پرنده‌ای با تندی متوسط $5km/h$ بین دو قطار با حرکت رفت و برگشت پرواز می‌کند. هنگامی که دو قطار به هم می‌رسند پرنده چه مسافتی برحسب کیلومتر پیموده است؟

۱) ۱۲٫۵ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۱۲٫۵ ۴) ۸۷٫۵

۱۹ یک دقیقه طول می‌کشد تا مسافری از زیرزمین ساختمانی در حالی‌که روی پله برقی ایستاده است بالا رود. اگر پله برقی خاموش باشد شخص خود این فاصله را ۳ دقیقه طی می‌کند. اگر هم پله برقی کار کند و هم شخص بر روی آن بالا رود چند ثانیه طول می‌کشد تا شخص کل مسافت را طی کند؟

۱) ۱۵ ۲) ۳۰ ۳) ۴۵ ۴) ۹۰

احمدقاسمی

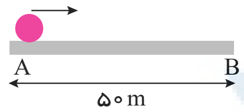
۲۰- قایقرانی اگر در جهت جریان آب پارو بزند، مسافتی را در مدت ۱۰ ثانیه طی می‌کند. اگر قایقران پارو نزند، همان مسافت را توسط جریان آب در مدت ۶۰ ثانیه طی می‌کند. اگر قایقران در خلاف جریان آب پارو بزند، همان مسافت را در مدت چند ثانیه طی می‌کند؟ (سرعت پارو زدن قایقران و سرعت جریان آب ثابت بوده و سرعت قایقران از سرعت جریان آب بیشتر است.)

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

۲۱- عرض رودخانه‌ای d و سرعت آب آن (v) است. شخصی می‌خواهد با سرعت (v') پارو بزند و با کمترین جابه‌جایی خود را به‌طرف دیگر برساند، در این صورت زمان کدام است؟

۱) $\frac{d}{\sqrt{v'^2 - v^2}}$ ۲) $\frac{d}{v'}$ ۳) $\frac{d}{\sqrt{v^2 + v'^2}}$ ۴) $\frac{d}{v + v'}$

۲۲- گلوله‌ای در لحظهٔ $t = 0$ از نقطهٔ A با تندی ثابت $\frac{5}{3}\frac{m}{s}$ به سمت B حرکت کرده و با همان تندی برمی‌گردد و این حرکت را به‌طور پیوسته ادامه می‌دهد. گلولهٔ (۲) در لحظهٔ $t = 0$ از همان نقطهٔ A با تندی ثابت $0/2\frac{m}{s}$ به سمت B حرکت می‌کند و پس از رسیدن به آن متوقف می‌شود. گلولهٔ (۱) در حین حرکت گلولهٔ (۲) چند بار از کنار آن می‌گذرد؟

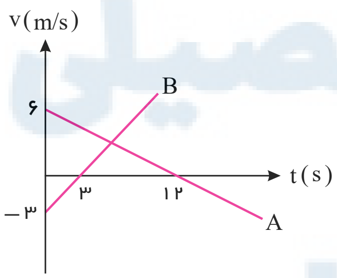


۱) ۵ ۲) ۶
۳) ۷ ۴) ۸

۲۳- متحرکی مسیر مستقیم ۲۶۰ متری را با سرعت ثابت v طی می‌کند. اگر اندازهٔ سرعت این متحرک $6m/s$ بیشتر شود، $3s$ زودتر به مقصد می‌رسد. به‌ترتیب سرعت متحرک چند متر بر ثانیه و در مدت $6s$ چه کسری از مسیر را می‌پیماید؟

۱) ۲۰ و $\frac{6}{13}$ ۲) ۱۰ و $\frac{13}{6}$ ۳) ۱۵ و $\frac{6}{13}$ ۴) ۲۰ و $\frac{13}{6}$

۲۴- نمودار سرعت زمان دو متحرک A و B به ترتیب از مکان‌های اولیه $x_A = 0$ و $x_B = 27$ که هم‌زمان شروع به حرکت کرده‌اند، مطابق شکل روبه‌رو است. این دو متحرک در چه لحظه‌ای بار دیگر به یکدیگر می‌رسند؟



۱) ۱۲
۲) ۹
۳) ۱۵
۴) ۶

۲۵- متحرکی بر محور x در حرکت است و معادلهٔ سرعت متوسط متحرک در SI به‌صورت $v_{av} = -3t + 6$ است. سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $2s$ تا $4s$ چند (m/s) است؟

۱) -3 ۲) -4 ۳) -12 ۴) -24

۲۶- متحرکی با شتاب ثابت بر روی محور x حرکت می‌کند. تندی این متحرک در لحظه‌های $t_1 = 1s$ و $t_2 = 6s$ به ترتیب برابر $8\frac{m}{s}$ و $2\frac{m}{s}$ است. اگر در لحظهٔ $t_2 = 6s$ نوع حرکت متحرک تندشونده باشد، اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، چند متر است؟

۱) ۱۷ ۲) ۱۵ ۳) ۲۵ ۴) ۱۰

احمدقاسمی

۲۷ سه دیوار موازی که فاصله بین هردو دیوار مجاور D است در نظر بگیرید. گلوله‌ای در جهت عمود بر دیوارها و در مجاورت با دیوار اول به سمت دیوار اول شلیک می‌شود. حرکت در راستای افقی کندشونده و با شتاب ثابت می‌باشد. اگر فاصلهٔ زمانی بین سوراخ شدن دیوار اول و دوم t_1 و بین سوراخ شدن دیوار دوم و سوم t_2 باشد، شتاب گلوله کدام است؟ (از نیروی گرانش صرف‌نظر کنید.)

(۱) $\frac{(t_1+t_2)}{2D(t_1-t_2)}$ (۲) $\frac{2D(t_2-t_1)}{t_1t_2(t_1+t_2)}$ (۳) $\frac{t_1t_2(t_2-t_1)}{D(t_2+t_1)}$ (۴) $\frac{D(t_2+t_1)}{t_1t_2(t_2+t_1)}$

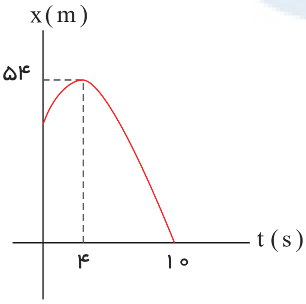
۲۸ معادلهٔ مکان - زمان متحرکی به صورت $x=2t^2-4$ در واحد SI است. این متحرک در لحظهٔ $t_1=1s$ از نقطهٔ A و در لحظهٔ $t_2=3s$ از نقطهٔ B می‌گذرد. این متحرک با چه سرعتی از وسط AB عبور می‌کند؟

(۱) $4\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) ۶ (۴) ۸

۲۹ معادلهٔ مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x=\frac{t^3}{3}-t^2+\frac{10}{3}$ است. پس از چند متر جابه‌جایی از $t=0$ سرعت به کم‌ترین مقدار می‌رسد؟

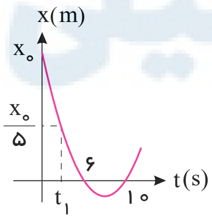
(۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{8}{3}$

۳۰ نمودار مکان - زمان متحرکی در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، مطابق شکل مقابل است. مکان اولیه (x_0) چند متر است؟



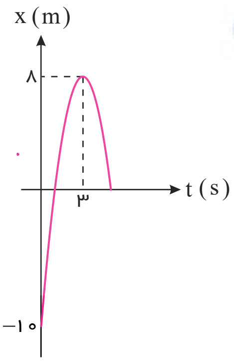
(۱) ۳۰
(۲) ۲۴
(۳) ۲۰
(۴) ۴۸

۳۱ نمودار مکان – زمان متحرکی که روی مسیر مستقیم با شتاب ثابت در حال حرکت است، مطابق شکل روبه‌رو است. t_1 چند ثانیه است؟



(۱) ۲ (۲) $\frac{10}{3}$
(۳) ۳ (۴) ۴

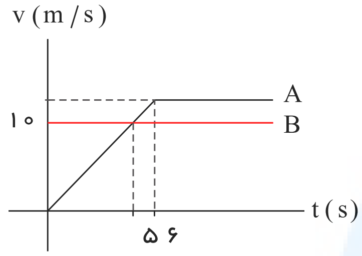
۳۲ نمودار مکان - زمان متحرکی روی مسیر مستقیم با شتاب ثابت مطابق شکل روبه‌رو است. این متحرک در چه لحظه‌ای برای بار دوم از مبدأ عبور می‌کند؟



(۱) ۳٫۵
(۲) ۴
(۳) ۴٫۵
(۴) ۵

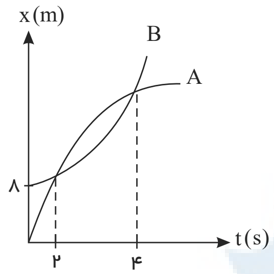
احمدقاسمی

۳۳ شکل مقابل نمودار سرعت - زمان دو متحرک را در حرکت روی خط راست نشان می‌دهد که از یک نقطه و در یک جهت شروع به حرکت کرده‌اند. بعد از طی مسافت چند متر دو متحرک دوباره به‌هم می‌رسند؟



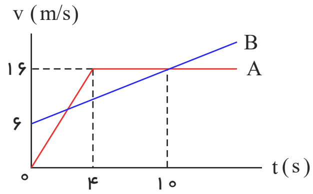
۱) ۱۰۰
۲) ۱۲۰
۳) ۱۶۰
۴) ۱۸۰

۳۴ نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که با شتاب ثابت و هم‌اندازه روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل مقابل است. بزرگی شتاب حرکت هریک از دو متحرک چند m/s است؟



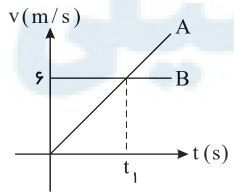
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۴
۴) باید سرعت اولیه آن‌ها معلوم باشد.

۳۵ نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که در لحظهٔ $t=0$ به‌ترتیب از مکان‌های $x_{\circ A}=20m$ و $x_{\circ B}=13/5m$ عبور کرده‌اند، مطابق شکل زیر است. دو متحرک چند ثانیه پس از شروع حرکت به هم خواهند رسید؟



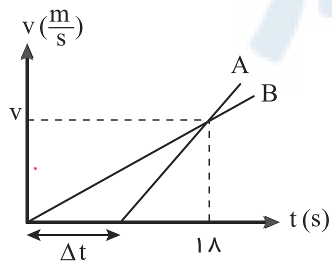
۱) ۱۰
۲) ۱۷
۳) ۱۲
۴) ۱۳

۳۶ نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که هم‌زمان از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند مطابق شکل زیر است. اگر دو متحرک بعد از طی مسافت $240m$ دوباره به یکدیگر برسند t_1 چند ثانیه است؟



۱) ۴۰
۲) ۲۰
۳) ۴۵
۴) ۲۵

۳۷ نمودار سرعت - زمان دو اتومبیل A و B که از یک نقطه و با اختلاف زمانی Δt شروع به حرکت کرده‌اند، مطابق شکل است. اگر این دو اتومبیل در لحظهٔ $t'=30s$ به‌هم برسند، Δt چند ثانیه است؟



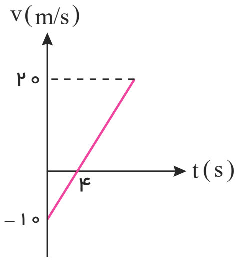
۱) ۶
۲) ۸
۳) ۱۰
۴) ۱۲

احمدقاسمی

۳۸ اتومبیل A در جهت محور x با تندی ثابت $10\frac{m}{s}$ در لحظهٔ $t=0$ از مبدأ محور عبور می‌کند و پس از $11s$ حرکتش با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ کند می‌شود. اتومبیل B نیز در جهت x در لحظهٔ $t=0$ با تندی اولیهٔ $2\frac{m}{s}$ از مبدأ محور عبور می‌کند و حرکتش با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ تند می‌شود و پس از ۵ ثانیه با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. لحظه‌ای که دو اتومبیل به هم می‌رسند، تندی اتومبیل B چند متر بر ثانیه از تندی اتومبیل A بیشتر است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۳۹ متحرکی در لحظهٔ $t=0$ در مکان $x=30m$ قرار دارد، اگر نمودار سرعت ـ زمان آن مطابق شکل مقابل باشد، کدام گزینه دربارهٔ حرکت آن نادرست است؟



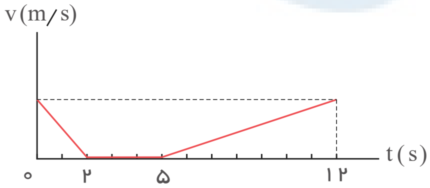
۱) جابه‌جایی و مسافت در قسمت کندشونده هم‌اندازه و مقدار آن ۲۰ متر است.

۲) متحرک در مکان $x=+10m$ متوقف می‌شود.

۳) مدت زمان حرکت تندشونده ۳ برابر مدت زمان حرکت کندشونده است.

۴) تندی متوسط در کل حرکت برابر با $\frac{25}{3}\frac{m}{s}$ است.

۴۰ متحرکی در راستای خط راست در حال حرکت است و نمودار سرعت – زمان آن به‌صورت زیر است. اگر بیشترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ حرکت تا لحظهٔ $t=12s$ برابر با $63m$ باشد، مسافت طی‌شده توسط آن در مرحلهٔ تندشونده چند متر خواهد بود؟



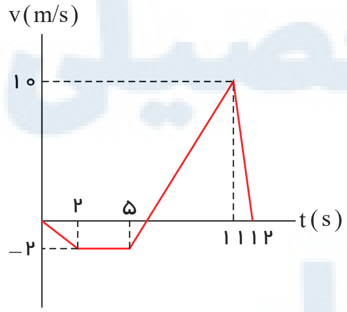
۱) ۴۹

۲) ۵۳

۳) ۱۷

۴) ۳۶

۴۱ نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در مبدأ زمان از مکان $x=-8m$ عبور کند، بیش‌ترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ در بازهٔ زمانی مشخص شده، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه خواهد بود؟



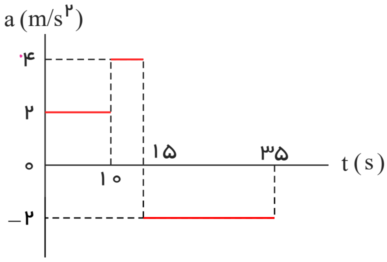
۱) ۵

۲) ۶

۳) ۱۱

۴) ۱۲

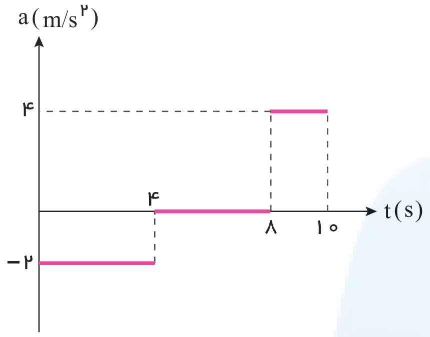
۴۲ نمودار شتاب – زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در لحظهٔ $t=0$ از مبدأ مکان با سرعت $-10m/s$ عبور کند، تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $30s$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) $\frac{65}{6}$ ۲) $\frac{60}{7}$

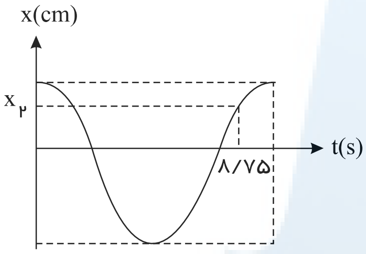
۳) $\frac{80}{7}$ ۴) $\frac{25}{2}$

۴۳- نمودار $a-t$ حرکت یک ذره روی مسیر مستقیم، مطابق شکل مقابل است. اگر سرعت اولیهٔ متحرک $+4\frac{m}{s}$ باشد، مسافت طی‌شده در مدتی که حرکت ذره کندشونده است، چند متر است؟



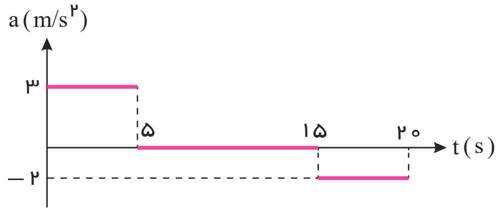
۱) ۱۶
۲) ۱۲
۳) ۱۰
۴) ۶

۴۴- نوسانگر ساده‌ای مطابق نمودار (مکان-زمان) زیر نوسان می‌کند. اگر فاصله دو نقطه‌ای که در آن‌ها جهت سرعت تغییر می کند، $10cm$ باشد و نیز حداقل فاصله زمانی که طول می‌کشد تا از دو نقطه‌ای که شتاب صفر است عبور کند ۵ ثانیه باشد، x_2 چند سانتی‌متر است؟



۱) ۵
۲) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$
۳) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
۴) ۲٫۵

۴۵- نمودار $a-t$ یک ماشین اسباب‌بازی مطابق شکل روبه‌رو است. اگر در لحظهٔ صفر سرعت متحرک $-10\frac{m}{s}$ باشد، مسافت طی‌شده در کل حرکت چند متر است؟



۱) ۳۷٫۵
۲) ۵۲٫۵
۳) ۶۲٫۵
۴) $\frac{250}{3}$

۴۶- اتومبیلی با شتاب ثابت ترمز می کند و پس از مدت t و طی کردن مسافت d متوقف می‌شود. ۳۶ درصد آخر مسیر را در چند t طی می‌کند؟

۱) $\frac{3}{5}$
۲) $\frac{5}{6}$
۳) $\frac{2}{5}$
۴) $\frac{1}{6}$

۴۷- معادلهٔ سرعت متوسط برحسب زمان یک متحرک که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند در SI به‌صورت $v_{av}=8t+10$ است. در لحظه‌ای که تندی این متحرک به $20\frac{m}{s}$ می‌رسد، متحرک نسبت به نقطهٔ شروع حرکت چند متر جابه‌جا شده است؟

۱) ۱۸٫۷۵
۲) ۹٫۳۷۵
۳) ۷۵
۴) ۱۰۰

۴۸- متحرکی روی مسیر مستقیم در $t=0$ در $x=4m$ بوده و در حال حرکت با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ است. اگر مسافت طی‌شده در دو ثانیهٔ دوم و چهارم یکسان باشد. تندی متحرک در هنگام عبور از مبدأ چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۶
۴) $2\sqrt{21}$

۴۹- در حرکت شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیه اول، ۱۰ متر و در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت ۲۶ متر است. جابه‌جایی متحرک در ۶ ثانیهٔ اول حرکت چند متر است؟

۱) ۴۴
۲) ۴۸
۳) ۵۴
۴) ۶۰

احمدقاسمی

۵۰ ذره‌ای با شتاب ثابت روی خط راست در حرکت است. جابه‌جایی ۲۵ متر را در ۵ثانیهٔ اول و جابه‌جایی ۶۴ متر را در ۴ ثانیهٔ پنجم حرکتش می‌پیماید. شتاب حرکت آن چند $\frac{m}{s^2}$ است؟

۱) $\frac{31}{22}$ ۲) $\frac{22}{31}$ ۳) $\frac{13}{19}$ ۴) $\frac{19}{13}$

۵۱ سرعت اولیهٔ متحرکی که از مبدأ مکان شروع به حرکت می‌کند بر خط راست حرکت می‌کند، برابر $+5\frac{m}{s}$ است. مسافتی که این متحرک در هر ۱ ثانیه طی می‌کند، با گذر زمان $\frac{3}{2}$ متر کم‌تر می‌شود. جابه‌جایی این متحرک از مبدأ مکان تا لحظهٔ توقف تقریباً چند متر است؟ (شتاب متحرک در طول حرکت ثابت است.)

۱) $+6/5$ ۲) $-6/5$ ۳) $+8/4$ ۴) $-8/4$

۵۲ ذره‌ای که از حال سکون بر مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کند، در t ثانیهٔ اول دارای سرعت متوسط $3m/s$ و در t ثانیهٔ بعد دارای سرعت متوسط $4m/s$ و در t ثانیهٔ آخر دارای سرعت متوسط $3m/s$ می‌باشد. اگر شتاب در هر مرحله ثابت فرض شود، نوع حرکت در هر مرحله کدام است؟

۱) تندشونده – تندشونده – کندشونده
۲) تندشونده – کندشونده – کندشونده
۳) تندشونده – کندشونده – تندشونده
۴) کندشونده – تندشونده – تندشونده

۵۳ اتومبیلی از حال سکون با شتاب a_1 به حرکت درمی‌آید و در مدت ۲۰ ثانیه سرعت خود را به v_1 می‌رساند سپس با شتاب $5a_1$ ترمز می‌کند تا متوقف شود. اگر سرعت متوسط در کلّ مسیر $20m/s$ باشد شتاب حرکت کندشونده چند m/s^2 است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۵ ۴) ۵

۵۴ متحرکی از حال سکون، با شتاب ثابت در مسیری مستقیم و افقی شروع به حرکت می‌کند اگر در مدت t_1 ثانیهٔ ابتدای حرکت مسافت ۸ متر و در مدت t_2 ثانیهٔ بعدی مسافت ۶۴ متر را طی کند حاصل $\frac{t_1+t_2}{2t_1}$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{3}{2}$

۵۵ موتورسواری با شتاب تقریباً ثابتی از حال سکون سرعتش را به $10\frac{m}{s}$ می‌رساند اگر سرعت خود را حفظ کرده و مسافت $100m$ را در ۲۰ ثانیهٔ اول طی کند، مقدار شتاب در شروع حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۲٫۵

۵۶ خودرویی از یک نقطه روی خط راست با شتاب ثابت $3m/s^2$ به راه می‌اُفتد ۲ ثانیه پس از آن خودروی دیگری با سرعت ثابت $24m/s$ از همان نقطه در همان جهت می‌گذرد. کدام گزینه در مورد فاصلهٔ دو متحرک درست است؟

۱) کاهش – افزایش
۲) کاهش – افزایش – کاهش – افزایش
۳) پیوسته افزایش
۴) کاهش – افزایش – کاهش

۵۷ قطار A به طول $200m$ با سرعت ثابت $20\frac{m}{s}$ در جهت مثبت محور x ها در حال حرکت است. قطار B به طول $300m$ در حال سکون است. هنگامی که فاصلهٔ دو قطار به $2km$ می‌رسد. قطار B با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ به سمت قطار A و در خلاف جهت محور x ها شروع به حرکت می‌کند و پس از ۱۰ ثانیه با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. پس از چند ثانیه از شروع حرکت قطار B، دو قطار کاملاً از کنار هم عبور می‌کنند؟

۱) ۶۵ ۲) ۵۵ ۳) ۱۰ ۴) ۴۵

احمدقاسمی

۵۸- یک پلیس گشتی موتورسوار، چهار ثانیه پس از این که اتومبیلی با سرعت ثابت و غیرمجاز $108\frac{km}{h}$ از نقطه A می‌گذرد، از حال سکون به حرکت در می‌آید. اگر پلیس با آهنگ $4\frac{m}{s^2}$ شتاب بگیرد و به سرعت ماکزیمم مجاز خود که $144\frac{km}{h}$ است برسد و پس از آن با همان سرعت ثابت حرکت نماید، فاصله طی شده تا نقطه رسیدن او به اتومبیل چقدر است؟

۱) $2080m$
۲) $2640m$
۳) $1080m$
۴) $2000m$

۵۹- متحرک A با سرعت ثابت $2\frac{m}{s}$ از $x=0$ شروع به حرکت می‌کند. هم‌زمان با این متحرک، متحرک B با سرعت اولیهٔ $10\frac{m}{s}$ و شتاب کندشوندهٔ $4\frac{m}{s^2}$ از $x=d$ به سمت متحرک A حرکت می‌کند. کم‌ترین فاصلهٔ d چند متر باشد تا دو متحرک حداقل یک بار یک‌دیگر را ملاقات کنند؟

۱) ۱۸
۲) ۲۴
۳) ۳۰
۴) ۳۶

۶۰- متحرک A در لحظه $t=0$ از $x=0$ با سرعت ثابت $8\frac{m}{s}$ روی خطی مستقیم شروع به حرکت کرده و متحرک B روی همان خط و در همان جهت حرکت متحرک A در لحظهٔ $t=2s$ از $x=16m$ از حال سکون به شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. وضعیت فاصله این دو متحرک نسبت به هم چگونه خواهد شد؟

۱) ابتدا افزایش سپس کاهش، سپس افزایش می‌یابد.
۲) ابتدا کاهش، سپس افزایش می‌یابد.
۳) ابتدا کاهش، سپس افزایش، سپس کاهش می‌یابد.
۴) پیوسته افزایش می‌یابد.

پاسخنامه تشریحی

۱ گزینه ۴ فرض می‌کنیم ذره به اندازهٔ a در جهت محور x و به اندازهٔ b در جهت محور y حرکت کرده است.

$$\begin{cases} l = a+b \\ d = \sqrt{a^۲+b^۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{l}{d} = \frac{a+b}{\sqrt{a^۲+b^۲}} = \sqrt{۱/۶}$$

$$\Rightarrow \frac{a^۲+b^۲+۲ab}{a^۲+b^۲} = ۱/۶ = \frac{۸}{۵} \Rightarrow ۳a^۲ - ۱۰ab + ۳b^۲ = ۰$$

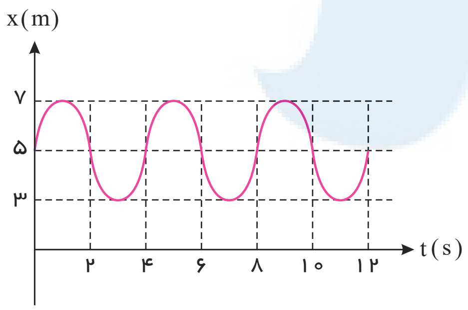
نسبت a به b را k فرض می‌کنیم.

$$\frac{a}{b} = k \Rightarrow a = kb \Rightarrow ۳(kb)^۲ - ۱۰(kb)b + ۳b^۲ = ۰$$

$$\Rightarrow b^۲(۳k^۲ - ۱۰k + ۳) = ۰$$

$$\Rightarrow ۳k^۲ - ۱۰k + ۳ = ۰ \Rightarrow k = \frac{۵ \pm \sqrt{۲۵-۹}}{۳} = \frac{۵\pm۴}{۳} \Rightarrow \begin{cases} k = ۳ \\ k = \frac{۱}{۳} \end{cases}$$

۲ گزینه ۱ برای پیدا کردن مسافت طی شده، نمودار مکان-زمان آنرا رسم می‌کنیم. پس از آن در بازه داده شده مسافتی که پیموده استرا محاسبه می‌کنیم دورهٔ تناوب $\sin(\frac{\pi}{۲}t)$ برابر $۴ = \frac{۲\pi}{\frac{\pi}{۲}} = T$ ثانیه است.



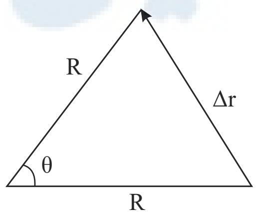
با توجه به نمودار مکان ــ زمان رسم شده، مسافت ۲ تا ۱۰ ثانیه برابر است با:

$$d = ۸ \times ۲ = ۱۶m$$

۳ گزینه ۳ باید زاویه‌های حرکت روی دایره را محاسبه کرد، d کمان دایره است:

$$v = \frac{d}{t} = \frac{R\theta}{t} \Rightarrow \theta = \frac{vt}{R} \Rightarrow \theta_۱ = \frac{۱۲\pi \times \frac{۱}{۱۲}}{۳} = \frac{\pi}{۳} = ۶۰^\circ, \theta_۲ = \frac{۱۲\pi \times \frac{۱}{۶}}{۳} = \frac{۲\pi}{۳} = ۱۲۰^\circ$$

جابه‌جایی از ۰ تا $\frac{۱}{۶}$ ثانیه و از ۰ تا $\frac{۱}{۱۲}$ ثانیه را طبق رابطه‌های مربوط به اضلاع و زوایای مثلث متساوی‌الاضلاع به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta r = ۲R\sin(\frac{\theta}{۲})$$

$$\Delta r_۱ = ۲R\sin(\frac{۶۰^\circ}{۲}) = R = ۳$$

$$\Delta r_۲ = ۲R\sin(\frac{۱۲۰^\circ}{۲}) = R\sqrt{۳} = ۳\sqrt{۳}$$

مسافت‌ها نیز محاسبه می‌شود:(دقت کنید که زوایا رابر حسب رادیان جایگزین کردیم)

$$d_۱ = R\theta_۱ = ۳ \times \frac{\pi}{۳} = \pi m$$

$$d_۲ = R\theta_۲ = ۳ \times \frac{۲\pi}{۳} = ۲\pi m$$

$$\frac{\Delta r_۱}{d_۱}=\frac{۳}{\pi}$$

$$\frac{\Delta r_۲}{d_۲}=\frac{۳\sqrt{۳}}{۲\pi}$$

$$\frac{\frac{۳\sqrt{۳}}{۲\pi}}{\frac{۳}{\pi}}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

۴ گزینه ۱ ابتدا مسافت طی شده توسط متحرک(که همان کمان طی شده است) را می‌یابیم. سپس زاویه مرکزی مربوط به این کمان(یا اینکه کمان چه کسری از محیط دایره است) را محاسبه کرده در نهایت جابه جایی خودرو را محاسبه می کنیم و .....

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\Rightarrow l=s_{av}\Delta t=۱۵{,}۷\frac{m}{s}\times ۳۰s=۴۷۱m$$

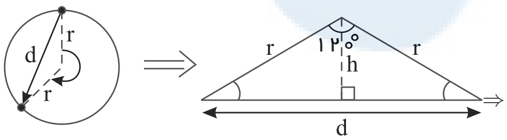
$$\frac{l}{\text{محیط}}=\frac{l}{۲\pi R}=\frac{۴۷۱m}{۲\times ۳{,}۱۴\times ۱۵۰}=\frac{۱}{۲}$$

خودرو نصف محیط میدان را پیموده است. بنابراین اندازهٔ جابه‌جایی آن برابر قطر میدان است.

$$\Rightarrow d=۲R=۲\times ۱۵۰m=۳۰۰m$$

$$v_{av}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{۳۰۰m}{۳۰s}=۱۰m/s$$

۵ گزینه ۱ عقربهٔ ثانیه‌شمار در مدت ۴۰ ثانیه، $\frac{۲}{۳}$ دور (۲۴۰ درجه) می‌چرخد. باتوجه به شکل، جابجایی نوک عقربه ثانیه شمار برابر وتر دایره ایی است که زاویه مرکزی آن ۱۲۰° است.

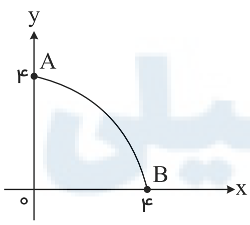


$$\Rightarrow d=۲r\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\sqrt{۳}r$$

$$d=۲r\sin(\frac{۱۲۰}{۲})$$

$$v_{av}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{\sqrt{۳}r}{\Delta t}=\frac{\sqrt{۳}\times ۲۰cm}{۴۰s}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}cm/s$$

۶ گزینه ۳ باتوجه به مختصات نقاط داده شده آنها را به صورت زیر در صفحه مشخص می‌کنیم و فاصلهٔ دو نقطه را به‌دست می‌آوریم:



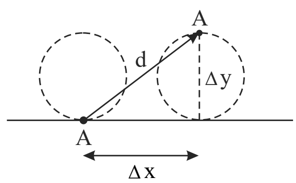
با توجه به اینکه شعاع دایره ۴ متر است به صورت زیر مسافت طی شده که معادل $\frac{۱}{۴}$محیط دایره است را محاسبه کرده و تندی متوسط را می‌یابیم:

$$\text{مسافت}\ \ell=\frac{۱}{۴}(\text{محیط دایره})=\frac{۱}{۴}(۲\pi R)=\frac{\pi}{۲}\times ۴=۲\pi$$

$$S_{av}=\frac{\ell}{t}=\frac{۲\pi}{۵}m/s$$

تندی متوسط متحرک $\frac{۲\pi}{۵}m/s$ است. پس متحرک در هر ثانیه مسافت $\frac{۲\pi}{۵}$ متر را طی می‌کند.

۷ گزینه ۲ با توجه به شکل ابتدا جابه‌جایی این نقطه را حساب می‌کنیم.



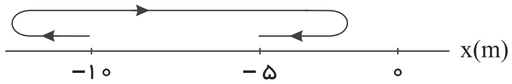
$$\left.\begin{array}{l} d=\sqrt{\Delta x^۲+\Delta y^۲} \\ \Delta x=\frac{۱}{۲}(۲\pi r)=\pi r=۲۵\pi cm \\ \Delta y=۲r=۵۰cm \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow d=\sqrt{(۲۵\pi)^۲+(۵۰)^۲}=\sqrt{(۲۵)^۲(\pi^۲+۴)}=۲۵\sqrt{۱۴}cm$$

با توجه به رابطه محاسبه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{25\sqrt{14}}{5}=5\sqrt{14}\,cm/s$$

۸ گزینه ۳ با توجه به بردارهای مکان و سرعت ساده‌ترین مسیر حرکت مطابق نمودار زیر است.



اکنون با توجه به نمودار بالا گزاره‌ها را بررسی می‌کنیم.

الف) در لحظاتی که جهت حرکت متحرک تغییر کرده است، تندی متحرک صفر شده است. بنابراین حداقل دو بار تندی متحرک، برابر صفر شده است. (درست)

ب) با توجه به اینکه در لحظهٔ $t_2=5s$ متحرک در جهت منفی از مکان $x_2=-5m$ عبور می‌کند، بنابراین در این لحظهٔ متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان است. (درست)

پ) جهت بردار مکان متحرک زمانی تغییر می‌کند که متحرک از مبدأ مکان عبور کند. با توجه به این‌که مسافت طی شده توسط متحرک در این بازهٔ زمانی $9m$ است. بنابراین متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) عبور نمی‌کند و لذا جهت بردار مکان آن تغییر نمی‌کند. (درست)

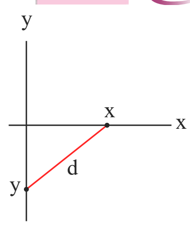
ت) با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط داریم: (نادرست)

$$\vec{v}_{av}=\frac{(x_2-x_1)\vec{i}}{t_2-t_1}\xrightarrow[x_1=-10m\,,\,t_1=2s]{x_2=-5m\,,\,t_2=5s}$$

$$\vec{v}_{av}=\frac{5}{3}\vec{i}\left(\frac{m}{s}\right)$$

۹ گزینه ۳ باتوجه به شکل زیر فاصلهٔ میان دو متحرک در هر لحظه از رابطهٔ $d=\sqrt{x^2+y^2}$ به‌دست می‌آید.

$$d=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-10t+40)^2+(20t-30)^2}$$
$$=\sqrt{500t^2-2000t+2500}=10\sqrt{5}\sqrt{t^2-4t+5}$$



کمترین فاصله دو متحرک در لحظه‌ای ایجاد می‌شود که مقدار $A=t^2-4t+5$ کمینه شود.

$$A=t^2-4t+5=(t^2-4t+4)+1=(t-2)^2+1$$
$$(t-2)^2\geq 0\Rightarrow (t-2)^2+1\geq 1\Rightarrow A\geq 1$$

باتوجه به محاسبهٔ بالا، در لحظهٔ $t=2s$ مقدار A کمینه می‌شود و کمینهٔ آن $A_{\min}=1$ است.

$$\Rightarrow d_{\min}=10\sqrt{5}\sqrt{A_{\min}}=10\sqrt{5}m$$

در لحظهٔ $t=2s$ فاصلهٔ متحرک‌ها کمترین و برابر $10\sqrt{5}$ متر می‌شود.

۱۰ گزینه ۳ بردار مکان برداری است که مبدأ مختصات را به مکان جسم وصل می‌کند و این بردار هرگاه مکان جسم + باشد در جهت محور x است پس باید لحظاتی که در آن $x>0$ است را بدست آوریم بنابراین داریم:

$$x=(t^2+t-2)(-2t+8)=0\Rightarrow (t-1)(t+2)(-2t+8)=0\Rightarrow\begin{cases}t=1s\\t=4s\end{cases}$$

در اطراف ریشه‌های ساده علامت x تغییر می‌کند. بنابراین با تعیین علامت معادلهٔ مکان - زمان متحرک، زمان‌هایی که در آن‌ها $x>0$ است را بدست می‌آوریم:

از لحظهٔ $t=1s$ تا $t_2=4s$ (۳ ثانیه) مکان متحرک مثبت است و در نتیجه بردار مکان آن در جهت محور x است.

t	۰		۱		۴	
x		$-$	۰	$+$	۰	$-$

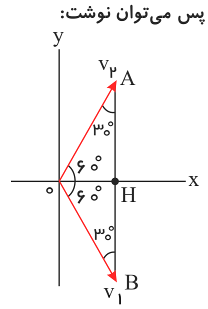
۱۱ گزینه ۳ بردار تغییرات سرعت توپ را رسم می‌کنیم. مثلث ایجادشده متساوی‌الساقین است. در این صورت $AH=BH$ می‌باشد.

پس می‌توان نوشت:

$$O\overset{\Delta}{A}H:\sin 60^\circ=\frac{AH}{v}\Rightarrow AH=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$$

$$AB=2AH=4\sqrt{3}\Rightarrow \Delta v=4\sqrt{3}m/s$$

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{4\sqrt{3}}{0/1}=40\sqrt{3}m/s^2$$



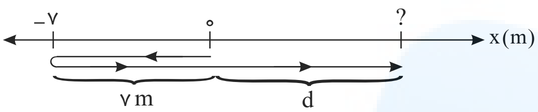
۱۲ گزینه ۴ محاسبه ثابت k:

$$v = kx \xrightarrow[x_{\circ}=۱۰m]{t=\circ, v_{\circ}=۲۰\frac{m}{s}} ۲۰ = k \times ۱۰ \to k = ۲ \to v = ۲x \to \Delta v = ۲\Delta x \to \frac{\Delta v}{\Delta t} = ۲\frac{\Delta x}{\Delta t} \to a_{av} = ۲v_{av} \to \frac{v_۳ - v_{\circ}}{۳ - \circ} = ۲ \times ۵ \to v_۳ - ۲۰ = ۳۰$$

$\to v_۳ = ۵۰\frac{m}{s}$ سرعت در ثانیه (۳)

$v = ۲x \to ۵۰ = ۲x \to \boxed{x = ۲۵m} \to t = ۳s$ مکان متحرک در لحظه

۱۳ گزینه ۳ متحرک روی محور x به‌صورت شکل زیر حرکت کرده است.



باتوجه به شکل اندازهٔ جابه‌جایی متحرک d و مسافت پیموده‌شده توسط آن $l = d + ۲ \times ۷m$ است. یعنی مسافت پیموده‌شده توسط آن ۱۴ متر از اندازهٔ جابه‌جایی آن بیشتر است.

$$l = d + ۱۴m \Rightarrow \frac{l}{\Delta t} = \frac{d + ۱۴m}{\Delta t} \Rightarrow \frac{l}{\Delta t} = \frac{d}{\Delta t} + \frac{۱۴}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow s_{av} = v_{av} + \frac{۱۴m}{۱۴s} \Rightarrow s_{av} = v_{av} + ۱m/s$$

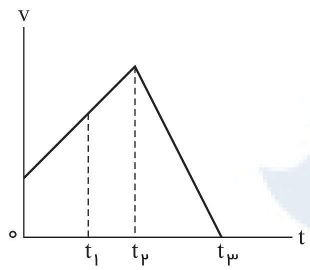
۱۴ گزینه ۲

برای حل این سؤال باید به چند نکتهٔ زیر توجه کنیم:

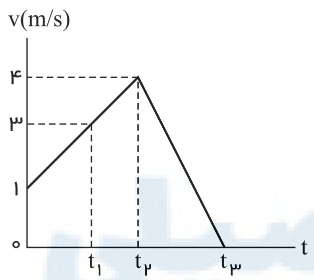
۱) اگر متحرک در امتداد یک خط راست و بدون تغییر جهت حرکت کند، در یک بازهٔ زمانی معین، سرعت متوسط و تندی متوسطش هم‌اندازه‌اند.

۲) در حرکت با شتاب ثابت، می‌توان از رابطهٔ $v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}$، سرعت متوسط را محاسبه کرد.

۳) سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان، برابر است با جابه‌جایی متحرک.



با توجه به نکات بالا، بدیهی است که سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک در هر یک از بازه‌های زمانی داده‌شده در گزینه‌ها، هم‌اندازه‌اند، چون متحرک تغییر جهت نداده است.



از طرفی در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۳$، با استفاده از رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$، می‌توان دریافت که چون Δt بیشتر از بقیه گزینه‌هاست Δx کوچکتر از بقیه است (سطح زیر نمودار) پس در این بازه، بیشترین سرعت متوسط (تندی متوسط) را نداریم.

اما برای بررسی بقیهٔ گزینه‌ها، از عددگذاری به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

۱: از ۰ تا $t_۱$:

$$s_{av} = v_{av} = \frac{۱ + ۳}{۲} = ۲\frac{m}{s}$$

۲: از $t_۱$ تا $t_۲$:

$$s_{av} = v_{av} = \frac{۳ + ۴}{۲} = ۳/۵\frac{m}{s}$$

۳: از $t_۲$ تا $t_۳$:

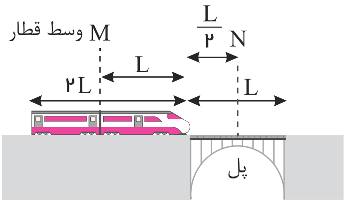
$$s_{av} = v_{av} = \frac{۴ + \circ}{۲} = ۲\frac{m}{s}$$

پس با مقایسهٔ اعداد به‌دست‌آمده، گزینهٔ «۲» صحیح است.

۱۵ گزینه ۲ زمان لازم برای رد شدن کل قطار، زمان لازم برای طی کردن مسافتی به اندازهٔ جمع طول قطار و طول پل است:

$$v = \frac{\Delta x}{t} = \frac{L + ۲L}{t} = \frac{۳L}{t} \ (I)$$

حال اگر بخواهیم وسط قطار به وسط پل برسد، باید به شکل زیر دقت کنیم:



در لحظهٔ $t = t'$ نقطهٔ M (وسط قطار) باید به نقطهٔ N (وسط پل برسد) در این مدت جابه‌جایی فاصلهٔ M تا N است.

$$t' = \frac{MN}{v} = \frac{L + \frac{L}{۲}}{v} = \frac{۳}{۲}\frac{L}{v}$$

حال v را از رابطهٔ (I) جاگذاری می‌کنیم:

$$t' = \frac{۳L}{۲ \times (\frac{۳L}{t})} = \frac{t}{۲}$$

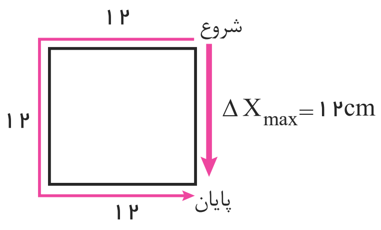
۱۶ گزینه ۲ در ابتدا مسافتی که متحرک طی می‌کند را به‌دست می‌آوریم:

$$l = st \xrightarrow[t=۹s]{s=۴\frac{cm}{s}} l = ۳۶cm$$

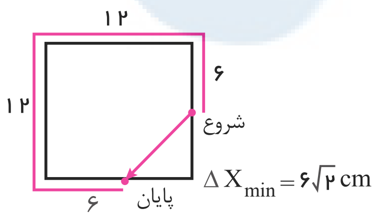
با توجه به این که محیط مربع $۴۸cm$ است متحرک $\frac{۳}{۴}$ از محیط مربع را دور می‌زند، اگر متحرک از یکی از رئوس مربع شروع کند پس از طی کردن ۳ ضلع روی رأس مجاور قرار می‌گیرد. (شکل ۱) و اگر از وسط ضلع شروع کند روی وسط ضلع مجاور قرار خواهد گرفت (شکل ۲).

با استفاده از ریاضیات می‌توان اثبات کرد که بیش‌ترین مقدار جابه‌جایی در حالتی است که از رأس شروع به حرکت کند و کم‌ترین مقدار آن در حالتی است که از مرکز ضلع شروع به حرکت کند.

بنابراین:



شکل (۱)



شکل (۲)

$$\Delta x_{min} \leq \Delta x \leq \Delta x_{max} \Rightarrow ۶\sqrt{۲} \leq \Delta x \leq ۱۲ \xrightarrow{(\div ۹)} \frac{۲\sqrt{۲}}{۳} \leq v_{av} \leq \frac{۴}{۳} \xrightarrow{\sqrt{۲}=۱/۵} ۱ \leq v_{av} \leq \frac{۴}{۳} \approx ۱/۳۳$$

بنابراین از میان گزینه‌ها سرعت متوسط تنها می‌تواند دو مقدار ۱ و ۱/۲ را داشته باشد.

۱۷ گزینه ۱ محل اولیه و نهایی پرنده، لانه است، پس جابه‌جایی پرنده همان جابه‌جایی لانه است چون لانه با سرعت قطار حرکت کرده پس سرعت لانه همان سرعت قطار یعنی $۲۰m/s$ است؛ بنابراین سرعت متوسط پرنده همان سرعت حرکت قطار یعنی $۲۰m/s$ است.

۱۸ گزینه ۱ مسافت‌های پیموده شده توسط دو قطار تا لحظهٔ به هم رسیدن برابر ۱۰۰ کیلومتر است. زمان لازم برای این مسافت‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_۱ = v_۱\Delta t + v_۲\Delta t \Rightarrow ۱۰۰ = ۲۰\Delta t + ۲۰\Delta t \Rightarrow ۱۰۰ = ۴۰\Delta t \Rightarrow \Delta t = ۲/۵h$$

اکنون مسافت پیموده شده توسط پرنده را در این مدت حساب می‌کنیم.

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow ۵ = \frac{l}{۲/۵} \Rightarrow l = ۱۲/۵km$$

۱۹ گزینه ۳ از دید ناظر ساکنی که کنار پلهٔ برقی ایستاده و به مسافر نگاه می‌کند داریم:

سرعت پله: $v_۱$

سرعت شخص $= v_۲$

در حالت اول $d = v_۱t_۱ \Rightarrow d = v_۱ \times ۶۰ \Rightarrow v_۱ = \frac{d}{۶۰}$

در حالت دوم $d = v_۲t_۲ \Rightarrow d = v_۲ \times ۱۸۰ \Rightarrow v_۲ = \frac{d}{۱۸۰}$

در حالت سوم $d=(v_۱+v_۲)t \Rightarrow t=\dfrac{d}{\dfrac{d}{۶۰}+\dfrac{d}{۱۸۰}}=\dfrac{d}{\dfrac{۴d}{۱۸۰}} \Rightarrow t=۴۵s$

۲۰ گزینه ۱ از دید ناظر ساکن که در ساحل ایستاده و به حرکت قایق نگاه می‌کند، داریم:

سرعت آب : $v_۱$ سرعت قایقران : $v_۲$

در حالت اول : $d=(v_۱+v_۲)\times t \Rightarrow d=(v_۱+v_۲)\times ۱۰ \Rightarrow v_۱+v_۲=\dfrac{d}{۱۰}$

در حالت دوم : $d=v_۱\times t \Rightarrow d=v_۱\times ۶۰ \Rightarrow v_۱=\dfrac{d}{۶۰}$

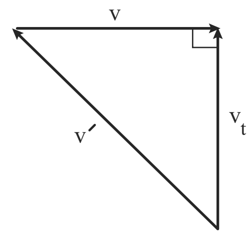
$$v_۲=\frac{d}{۱۰}-\frac{d}{۶۰}=\frac{۵d}{۶۰}$$

در حالت سوم : $d=(v_۲-v_۱)\times t \Rightarrow d=(\dfrac{۵d}{۶۰}-\dfrac{d}{۶۰})\times t \Rightarrow t=۱۵(s)$

۲۱ گزینه ۱ شخص باید به‌گونه‌ای پارو بزند که عمود بر رودخانه حرکت کند تا کمترین جابه‌جایی را داشته باشد.

با توجه به جهت بردارهای سرعت شکل روبه‌رو سرعت نهایی شخص (v_t) قابل محاسبه است:

$$v_t=\sqrt{v'^۲-v^۲}$$
$$t=\frac{d}{v_t}=\frac{d}{\sqrt{v'^۲-v^۲}}$$



۲۲ گزینه ۳ راه اول: زمان لازم برای رسیدن گلولهٔ (۲) به نقطهٔ B برابر است با:

$$t_B=\frac{\Delta x}{v_B}=\frac{۵۰}{۰/۲}=۲۵۰s$$

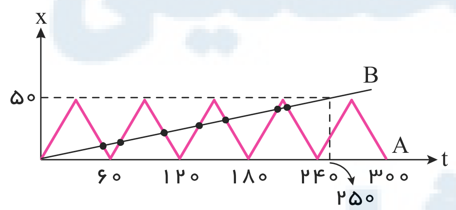
زمان لازم برای طی کردن فاصلهٔ AB توسط گلولهٔ (۱) برابر است با:

$$t_A=\frac{\Delta x}{v_A}=\frac{۵۰}{\frac{۵}{۳}}=۳۰s$$

$$\frac{t_B}{t_A}=\frac{۲۵۰}{۳۰}\simeq ۸/۳$$

یعنی ۸ بار کنار هم قرار دارند، ولی جواب ۷ است زیرا لحظهٔ $t=۰$ که از کنار هم شروع به حرکت می‌کنند، قابل قبول نیست.

راه دوم: رسم نمودار مکان - زمان



دو نمودار A و B، ۷ بار یکدیگر را پس از $t=۰$ قطع کرده‌اند که به معنای ۷ بار ملاقات یکدیگر است.

۲۳ گزینه ۱ معادلهٔ مکان - زمان متحرک به‌صورت زیر است:

$$x=vt$$

حال با فرض این‌که متحرک مسیر ۲۶۰ متری را در مدت $t_۱$ می‌پیماید:

$$۲۶۰=vt_۱ \quad (۱)$$

اگر متحرک $۶m/s$ به سرعت خود بیفزاید، مسیر را $۳s$ زودتر به پایان می‌رساند، پس:

$$۲۶۰=(v+۶)(t_۱-۳) \quad (۲)$$

سمت چپ رابطه‌های (۱) و (۲) برابر است، پس:

$$vt_۱=(v+۶)(t_۱-۳)\Rightarrow \cancel{vt_۱}=\cancel{vt_۱}-۳v+۶t_۱-۱۸\Rightarrow ۳v=۶t_۱-۱۸\rightarrow v=۲t_۱-۶ \quad (۳)$$

حال v از رابطهٔ (۳) را در رابطهٔ (۱) قرار می‌دهیم و مقادیر v و $t_۱$ را به‌دست می‌آوریم:

$$(1): ۲۶۰ = vt_1 \xrightarrow{(۳)} ۲۶۰ = (۲t_1 - ۶)(t_1) \Rightarrow ۲۶۰ = ۲t_1^۲ - ۶t_1 \Rightarrow ۲t^۲ - ۶t - ۲۶۰ = ۰ \Rightarrow t^۲ - ۳t - ۱۳۰ = ۰ \Rightarrow (t+۱۰)(t-۱۳) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = ۱۳s \text{ ق.ق} \\ t = -۱۰s \text{ غ.ق.ق} \end{cases} \Rightarrow ۲۶۰ = vt_1 \Rightarrow ۲۶۰ = v \times ۱۳ \Rightarrow v = ۲۰m/s$$

بنابراین با توجه به سرعت معادلهٔ مکان - زمان به‌صورت زیر خواهد شد و با استفاده از آن می‌توانیم مسافت متحرک در مدت زمان $۶s$ را به‌دست آوریم:

$$x = vt \Rightarrow x = ۲۰t \xrightarrow{t=۶s} x = ۱۲۰m$$

$$\frac{x_{۶s}}{x_{\text{کل}}} = \frac{۱۲۰}{۲۶۰} = \frac{۶}{۱۳}$$

۲۴ گزینه ۴ در ابتدا پارامترهای مربوط به حرکت هر متحرک را نوشته، سپس معادلهٔ حرکت هر یک را تعیین می‌کنیم. در هر لحظهٔ به هم رسیدن مکان دو متحرک را مساوی قرار می‌دهیم

متحرک A:

$$\begin{cases} v_\circ = ۶\frac{m}{s} \\ a_A = \text{شیب خط } A \; \frac{-۶}{۱۲} = -\frac{۱}{۲}\frac{m}{s} \\ x_{\circ A} = ۰ \end{cases}$$

متحرک B:

$$\begin{cases} v_{\circ B} = -۳\frac{m}{s} \\ a_B = +\tan\alpha = \frac{۳}{۳} = +۱\frac{m}{s^۲} \\ x = ۲۷m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_A = \frac{۱}{۲}(-\frac{۱}{۲})t^۲ + ۶t + ۰ \\ x_B = \frac{۱}{۲}(۱)t^۲ - ۳t + ۲۷ \end{cases}$$

شرط رسیدن به هم:

$$x_A = x_B$$

$$-\frac{۱}{۴}t^۲ + ۶t = \frac{۱}{۲}t^۲ - ۳t + ۲۷$$

$$\frac{۳}{۴}t^۲ - ۹t + ۲۷ = ۰ \Rightarrow t^۲ - ۱۲t + ۳۶ = ۰ \Rightarrow (t-۶)^۲ = ۰ \Rightarrow t = ۶s$$

۲۵ گزینه ۳

$$\begin{cases} v_{av} = \frac{v+v_\circ}{۲} \\ v = at + v_\circ \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{(at+v_\circ)+v_\circ}{۲} = \frac{۱}{۲}at + v_\circ$$

$$\begin{cases} v_{av} = -۳t + ۶ \\ v_{av} = \frac{۱}{۲}at + v_\circ \end{cases} \to \begin{cases} \frac{a}{۲} = -۳ \to a = -۶m/s^۲ \\ v_\circ = ۶m/s \end{cases}$$

$$v = at + v_\circ \to v = -۶t + ۶ \to \begin{cases} t_1 = ۲s \to v_1 = -۶m/s \\ t_۲ = ۴s \to v_۲ = -۱۸m/s \end{cases}$$

$$\text{در بازهٔ زمانی } ۲s \text{ تا } ۴s \to v_{av} = \frac{v_۲ + v_1}{۲} = \frac{-۱۸ + (-۶)}{۲} = \frac{-۲۴}{۲} = -۱۲m/s \to v_{av} = -۱۲m/s$$

۲۶ گزینه ۲ در حرکت با شتاب ثابت، نوع حرکت یا پیوسته تندشونده است یا ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. با توجه به تندی این متحرک در لحظه‌های $t_1 = ۱s$ و $t_۲ = ۶s$، در می یابیم این حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. اگر فرض کنید متحرک ابتدا در جهت مثبت محور x در حال حرکت باشد، سرعت در لحظهٔ $t = ۱s$، $۸\frac{m}{s}$ و در لحظهٔ $t = ۶s$، $-۲\frac{m}{s}$ است. با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

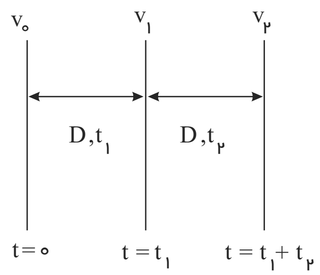
$$v_{av} = \frac{v_{(t=۱s)} + v_{(t=۶s)}}{۲} = \frac{۸ + (-۲)}{۲} = ۳\frac{m}{s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = ۳ \times (۶ - ۱) = ۳ \times ۵ = ۱۵m$$

اگر فرض کنید متحرک در ابتدا در جهت منفی محور x در حال حرکت است، سرعت در لحظهٔ $t = ۱s$، برابر $-۸\frac{m}{s}$ و در لحظهٔ $t = ۶s$، برابر $۲\frac{m}{s}$ است. با این فرض سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۱s$ تا $t = ۶s$، $-۳\frac{m}{s}$ می شود و جابه‌جایی متحرک در این بازهٔ زمانی $-۱۵m$ می‌شود که در این صورت نیز اندازهٔ جابه‌جایی متحرک $۱۵m$ است.

۲۷ گزینه ۲ با توجه به شکل فاصله بین دیوارها D و زمان سپری شده برای رسیدن به دیوار دوم و سوم t_1 و $t_۲$ است. با توجه به این‌که حرکت گلوله بین دیوارها حرکت با شتاب ثابت و کندشونده است. می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$



$$D = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0 t_1 \qquad \text{بین دیوار اول و دوم}$$

$$2D = \frac{1}{2}(t_1+t_2)^2 + v_0(t_1+t_2) \qquad \text{دیوار اول و سوم}$$

حال برای آنکه v_0 را بین دو معادله حذف کنیم. داریم:

$$\begin{cases} D = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0 t_1 \\ 2D = \frac{1}{2}(t_1+t_2)^2 + v_0(t_1+t_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} D = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0 t_1 \\ 2D = \frac{1}{2}(t_1+t_2)^2 + v_0(t_1+t_2) \end{cases} \begin{cases} t_1 + t_2 \times \\ t_1 \times \end{cases}$$

$$\begin{cases} D(t_1+t_2) = \frac{1}{2}at_1^2(t_1+t_2) + v_0 t_1(t_1+t_2) \\ 2Dt_1 = \frac{1}{2}t_1(t_1+t_2)^2 + v_0 t_1(t_1+t_2) \end{cases}$$

$$\rightarrow 2Dt_1 - D(t_1+t_2) = \frac{1}{2}at_1[(t_1+t_2^2) - t_1(t_1+t_2)]$$

$$D(t_1-t_2) = \frac{1}{2}a(t_1+t_2)t_1t_2 \rightarrow a = \frac{2D(t_1-t_2)}{(t_1+t_2)(t_1t_2)}$$

۲۸ گزینه ۱ ابتدا با قراردادن لحظه‌های عبور از مکان‌های A و B در معادلهٔ حرکت، مکان این دو نقطه و پس از آن مکان مربوط به وسط AB را می‌یابیم

$$x_1 = 2 \times 1^2 - 4 = -2m$$

$$x_2 = 2 \times 3^2 - 4 = 14m$$

وسط A و B:

$$x_3 = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2+14}{2} = 6m$$

$$x = 2t^2 - 4 \Rightarrow \begin{cases} v_0 = 0 \\ x_0 = -4 \\ a = 4\frac{m}{s^2} \end{cases}$$

$$v_3^2 - v_0^2 = 2a(x_3 - x_0)$$

$$v_3^2 - 0 = 2 \times 4 \times (6 - (-4)) \Rightarrow V_3 = 4\sqrt{5}\frac{m}{s}$$

۲۹ گزینه ۲ با مشتق‌گیری سرعت را به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{t^3}{3} - t^2 + \frac{10}{2}$$

$$v = t^2 - 2t$$

زمان v_{min} برابر است با، لحظهٔ مربوط به راس سهمی، یعنی:

$$t = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2 \times 1} = 1s$$

حال با استفاده از معادلهٔ مکان-زمان داریم:

$$\Delta x = x_1 - x_2 = \left(\frac{1}{3} - 1 + \frac{10}{3}\right) - \left(\frac{10}{3}\right) = -\frac{2}{3}$$

۳۰ گزینه ۱ با نوشتن معادلهٔ جابجایی بین دو لحظهٔ $t_1 = 4s$ و $t_2 = 10s$، شتاب حرکت را می‌یابیم

$$t = 4 \Rightarrow v = 0$$

$$4 \le t \le 10 \Rightarrow \begin{cases} v_0 = 0 \\ \Delta x = -54 \\ \Delta t = 6 \end{cases} \quad \Delta x = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 + v_0 \Delta t$$

$$\Rightarrow -54 = \frac{1}{2}a \times 36 + 0 \Rightarrow a = \frac{-54}{18} = -3 m/s$$

حال در ۴ ثانیهٔ اول داریم:(از لحظهٔ $t = 4$ تا $t = 0$ برگردیم:

$$0 \le t \le 4 \Rightarrow \begin{cases} v = 0 \\ a = -3 \\ t = 4 \end{cases} \quad \Delta x = x_0 - x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$\Rightarrow x_0 - 54 = \frac{1}{2}(-3) \times 16 \Rightarrow x_0 - 54 = -24 \Rightarrow x_0 = 30(m)$$

۳۱ **گزینه ۴** معادلهٔ نمودا، معادلهٔ یک سهمی است که ریشه‌هایش ۶ و ۱۰ است.

$$x = b(t-6)(t-10)$$

$$t = 0 \Rightarrow x_6 = x_0$$

$$x_0 = b(-6)(-10) \Rightarrow x_0 = 60b \Rightarrow x = \frac{x_0}{60}(t-6)(t-10)$$

$$\frac{x_0}{5} = \frac{x_0}{60}(t_1 - 6)(t_1 - 10)$$

$$t_1^2 - 16t_1 + 60 - 12 = 0 \Rightarrow t_1^2 - 16t_1 + 48 = 0$$

$$(t_1 - 4)(t_1 - 12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 4s \\ t_1 = 12s \end{cases}$$

$$t_1 = 4s$$

جواب قابل قبول کمتر از $6s$ است.

۳۲ **گزینه ۴** ابدا شتاب حرکت را به دست می‌آوریم، سرعت در لحظهٔ $t = 3$ ثانیه صفر است.از این لحظهٔ تا لحظهٔ $t = 0$ بر می گردیم

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$-18 = \frac{1}{2} \times a \times 3^2 + 0 \Rightarrow a = -4\frac{m}{s^2}$$

بین $t = 3$ و $t' = t_2$ معادله‌ی جابه جایی را دوباره می‌نویسیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_3 t$$

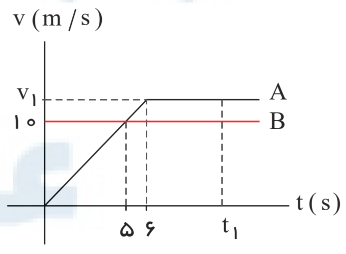
$$0 - 8 = \frac{1}{2}(-4)t^2 + 0 \Rightarrow t = 2s$$

t_2، ۲ ثانیه بعد از $t = 3$ است.

$$t_2 = t + 3 = 2 + 3 = 5s$$

۳۳ **گزینه ۴**

$$\frac{10}{v_1} = \frac{5}{6} \Rightarrow v_1 = 12 m/s$$



$$0 < t < 6 \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_A = \frac{12 \times 6}{2} = 36m \\ \Delta x_B = 6 \times 10 = 60m \end{cases} \quad \Delta x = 60 - 36 = 24(m)$$

در $t = 6(s)$ فاصلهٔ A و B برابر ۲۴ متر است. اگر در لحظهٔ t_1 به‌هم برسند:

$$6 < t < t_1 \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_A = 12(t_1 - 6) \\ \Delta x_B = 10(t_1 - 6) \end{cases} \Rightarrow \Delta x = 2(t_1 - 6) = 24$$

$$\Rightarrow t_1 - 6 = 12 \Rightarrow t_1 = 18(s)$$

$$0 < t < 18 \Rightarrow \Delta x_B = \Delta x_A = vt = 10 \times 18 = 180(m)$$

۳۴ گزینه ۱

باتوجه به نمودار به دو ویژگی کلیدی برای حل سوال می‌رسیم. یکی اینکه سرعت متوسط آن در دو ثانیهٔ دوم حرکتشان یکسان است. دوم اینکه بجای جابجایی B از جابجایی A در ۲ ثانیهٔ اول به اندازهٔ ۸ متر بیشتر است.

$$\left(v_{av_{(۲-۴)}}\right)_A = \left(v_{av_{(۲-۴)}}\right)_B \Rightarrow (v_۳)_A = (v_۳)_B$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v_۰ = v - at \rightarrow \begin{cases} v_{۰A} = v_{۳A} - at \\ v_{۰B} = v_{۳B} - at \end{cases}$$

$$(\Delta x_{۰-۲})_A - (\Delta x_{۰-۲})_B = ۸ \Rightarrow \frac{۱}{۲}(-a)(۲)^۲ + v_{۰A}(۲) - \frac{۱}{۲}a(۲)^۲ - v_{۰B}(۲) = ۸$$

$$-۲a + v_{۰A} - v_{۰B} = ۴ \xrightarrow[v_{۰B}=v_{۳AB}-۳a]{v_{۰A}=v_{۳A}+۳a} -۲a + [(v_۳)_A + ۳a] - [(v_۳)_B - ۳a] = ۴$$

$$\Rightarrow -۲a + ۶a = ۴ \Rightarrow ۴a = ۴ \Rightarrow a = ۱m/s^۲$$

۳۵ گزینه ۲

مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. دو متحرک تا قبل از لحظهٔ $t = ۴s$ به یکدیگر نخواهند رسید. (چرا؟) حال اگر فرض کنیم دو متحرک در لحظهٔ t' به هم می‌رسند. برای متحرک A داریم:

$$\Delta x_A = \frac{t' + (t' - ۴)}{۲} \times ۱۶ \Rightarrow x_A - ۲۰ = ۱۶t' - ۳۲ \Rightarrow x_A = ۱۶t' - ۱۲$$

برای متحرک B داریم:

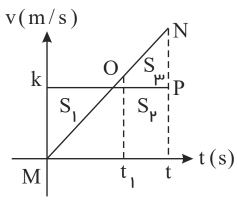
$$v_B = \frac{۱۶ - ۶}{۱۰ - ۰}t + ۶ \Rightarrow v_B = t + ۶ \rightarrow \Delta x_B = \frac{۶ + (t' + ۶)}{۲}t' \Rightarrow x_B - ۱۳/۵ = \frac{۱}{۲}t'^۲ + ۶t' \Rightarrow x_B = \frac{۱}{۲}t'^۲ + ۶t' + ۱۳/۵$$

در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، $x_A = x_B$ خواهد بود داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow ۱۶t' - ۱۲ = \frac{۱}{۲}t'^۲ + ۶t' + ۱۳/۵ \Rightarrow t'^۲ - ۲۰t' + ۵۱ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t' = ۱۷s & \text{ق.ق} \checkmark \\ t' = ۳s & \text{غ.ق.ق} \times \end{cases}$$

۳۶ گزینه ۲

$$V_B = \frac{\Delta N}{\Delta t} \Rightarrow ۶ = \frac{۲۴۰}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = ۴۰s$$



یعنی دو متحرک بعد از گذشت $۴۰s$ دوباره به یکدیگر می‌رسند. در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، جابه‌جایی آن‌ها با یکدیگر برابر می‌شود. از طرف دیگر می‌دانیم زیر نمودار سرعت - زمان بیانگر جابه‌جایی است.

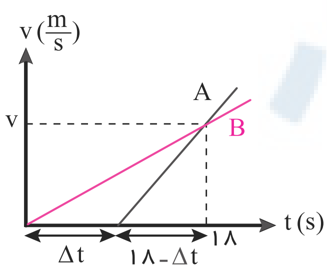
$$\begin{cases} \Delta x_A = S_۳ + S_۲ \\ \Delta x_B = S_۱ + S_۲ \rightarrow S_۱ = S_۳ \\ \Delta x_A = \Delta x_B \end{cases}$$

پس ۲ مثلث $\overset{\Delta}{OKM}$ و $\overset{\Delta}{ONP}$ مشابه بوده و مساحت آن‌ها برابر است. پس $OP = OK$ می‌باشد. بنابراین $t_۱$ نصف t است.

$$t_۱ = \frac{t}{۲} = \frac{۴۰}{۲} = ۲۰s$$

۳۷ گزینه ۳

با توجه به شکل روبه‌رو، شتاب دو حرکت (شیب نمودارها) را پیدا می‌کنیم:



$$a_B = \frac{v}{۱۸} \quad , \quad a_A = \frac{v}{۱۸ - \Delta t}$$

دو متحرک در لحظهٔ $t' = ۳۰$ به هم رسیده‌اند، پس با جایگذاری داشته‌هایمان در معادلهٔ مکان و برابر قرار دادن معادله‌های مکان دو متحرک، جواب به‌دست می‌آید: (در نمودار می‌بینیم که سرعت اولیهٔ دو متحرک صفر است.)

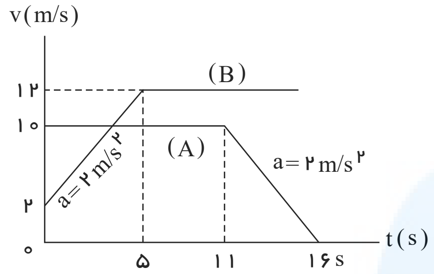
$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_A(t - \Delta t)^۲ = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\left(\frac{v}{۱۸ - \Delta t}\right)(۳۰ - \Delta t)^۲ = \frac{۱}{۲}\left(\frac{v}{۱۸}\right) \times (۳۰)^۲$$

$\Rightarrow \Delta t^۲ - ۱۰\Delta t = ۰ \Rightarrow \Delta t = ۰, \Delta t = ۱۰s$

۳۸ **گزینه ۳** از نظر محاسبات یکی از تست‌های طولانی کنکور است. برای تسریع و سهولت در پاسخ‌دهی به این تست از نمودار $(v - t)$ کمک می‌گیریم؛

گام اول: نمودار $(v - t)$ هر دو متحرک را رسم می‌کنیم. سرعت متحرک (B) در پایان ثانیهٔ پنجم:

$v = at + v_۰ = ۲ \times ۵ + ۲ = ۱۲\frac{m}{s}$ خواهد بود.



هردو متحرک در مبدأ زمان در مبدأ مکان بوده‌اند:

$x_{۰A} = x_{۰B} = ۰$

لحظه‌ای که دو اتومبیل به هم می‌رسند: $x_A = x_B$. بنابراین اگر لحظهٔ موردنظر را $t = t'$ درنظر بگیریم:

$(t_۲ = t'$ تا $t_۱ = ۰$ در بازهٔ زمانی$) \Rightarrow \Delta x_A = \Delta x_B$ (جابه‌جایی دو متحرک یکسان است)

گام دوم: سطح زیر نمودار $(v - t)$ برابر جابه‌جایی است؛ با کمی تأمل در شکل مشخص است که تا $t = ۵s$ این اتفاق رُخ نمی‌دهد. ببینیم تا $t = ۱۱s$ آیا جابه‌جایی دو متحرک (مساحت سطح زیر دو نمودار) یکسان می‌شود یا خیر؟

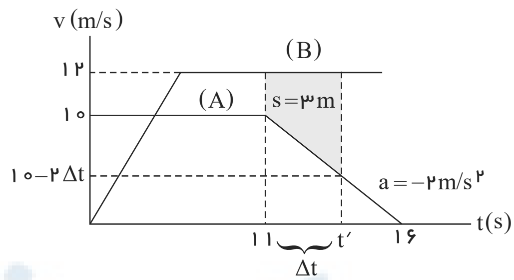
$A: \Delta x_A = ۱۱ \times ۱۰ = ۱۱۰m$ و $B: \Delta x_B = \underset{\text{ذوزنقه}}{S} + \underset{\text{مستطیل}}{S} = \frac{۱}{۲}(۵)\underbrace{(۲ + ۱۲)}_{۱۴} + ۱۲ \times ۶ = ۳۵ + ۷۲ \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_A = ۱۱۰m \\ \Delta x_B = ۱۰۷m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_B < \Delta x_A \Rightarrow t' > ۱۱s$

$\Rightarrow$ کافی است مساحت سطح زیر نمودار متحرک B از $t = ۱۱s$ به بعد، $۳m$ بیشتر از مساحت سطح زیر نمودار A باشد

گام سوم:

$S = \frac{۱}{۲}(\Delta t)\underbrace{(۲ + (۱۲ - (۱۰ - ۲\Delta t)))}_{۴+۲\Delta t} = ۳ \Rightarrow ۲\Delta t + \Delta t^۲ = ۳ \Rightarrow \Delta t^۲ + ۲\Delta t - ۳ = ۰$

$\Rightarrow \Delta t = \frac{-۲ \pm \sqrt{۴ + ۱۲}}{۲} = \frac{-۲ \pm ۴}{۲} \begin{matrix} \nearrow -۳s \\ \searrow ۱s\checkmark \end{matrix} \Rightarrow t' = ۱۲s$



$t' = ۱۲s \begin{cases} v_B = ۱۲\frac{m}{s} \\ v_A = ۱۰ - ۲\Delta t = ۱۰ - ۲ \times ۱ = ۸\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v_B - v_A = ۱۲ - ۸ = ۴\frac{m}{s}$

۳۹ **گزینه ۳** گزینهٔ «۱»: صحیح است.

از لحظهٔ $t = ۰$ تا $t = ۴s$ به علت نزدیک‌شدن به محور t حرکت کندشونده است و متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

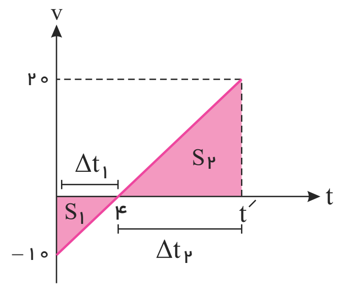
$L = |\Delta x| = S = \frac{۴ \times ۱۰}{۲} = ۲۰m$

گزینهٔ «۲»: صحیح است. لحظهٔ توقف $x = ۴m$ است.

$\Delta x_{۰-۴} = -S = \frac{-۴ \times ۱۰}{۲} = -۲۰m$

$x_۴ - x_۰ = -۲۰ \Rightarrow x_۴ - ۳۰ = -۲۰ \Rightarrow x_۴ = ۱۰m$

گزینهٔ «۳»: از تشابه مثلث‌ها نسبت زمان حرکت تندشونده $\Delta t_۲$ به $\Delta t_۱$ زمان حرکت کندشونده به‌دست می‌آید:



$$\frac{\Delta t_۲}{\Delta t_۱} = \frac{۲۰}{۱۰} = ۲$$

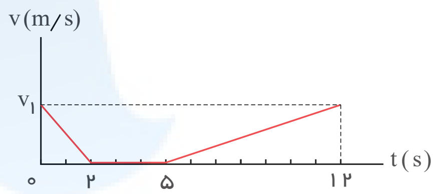
گزینهٔ «۴»: صحیح است.

$$\frac{\Delta t_۲}{۴} = ۲ \Rightarrow \Delta t_۲ = ۸s \Rightarrow t' = ۸ + ۴ = ۱۲s$$

تندی متوسط برابر حاصل تقسیم مسافت به زمان حرکت است.

$$S = \frac{L}{\Delta t} = \frac{S_۱ + S_۲}{\Delta t + \Delta t_۲} = \frac{\frac{۱}{۲}(۱۰ \times ۴) + \frac{۱}{۲}(۲۰ \times ۸)}{۱۲} = \frac{۲۵}{۳}\frac{m}{s}$$

۴۰ گزینه ۱ باتوجه به نمودار زیر، چون سرعت متحرک همواره نامنفی بوده، بیشترین فاصلهٔ آن از مبدأ حرکت برابر با جابه‌جایی آن است. جابه‌جایی نیز برابر با مساحت زیر منحنی سرعت – زمان است. پس:



$$d_{\max} = \Delta x_{(۰\text{ تا }۱۲s)} = \Delta x_{(۰\text{ تا }۲s)} + \Delta x_{(۲s\text{ تا }۵s)} + \Delta x_{(۵s\text{ تا }۱۲s)}$$

$$\Rightarrow ۶۳ = \left(\frac{۱}{۲} \times v_۱ \times ۲\right) + ۰ + \left(\frac{۱}{۲} \times v_۱ \times ۷\right)$$

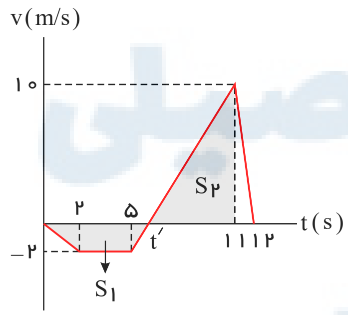
$$\Rightarrow v_۱ = \frac{۶۳}{۴/۵} = ۱۴m/s$$

حال می‌توان مسافت طی‌شده در مرحلهٔ تندشونده (یعنی از لحظهٔ $۵s$ تا $۱۲s$) را با محاسبهٔ مساحت زیر نمودار به‌دست آورد:

$$d_{(۵s\text{ تا }۱۲s)} = \frac{۱}{۲} \times ۱۴ \times ۷ = ۴۹m$$

۴۱ گزینه ۲ چون در لحظهٔ t' سرعت متحرک صفر می‌شود و علامت آن عوض می‌شود پس در این لحظه متحرک تغییر جهت می‌دهد. ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌ها، لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود (t') را می‌یابیم.

$$\frac{۲}{t' - ۵} = \frac{۱۰}{۱۱ - t'} \Rightarrow t' = ۶s$$



با توجه به این‌که مساحت بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های صفر تا $۶s$ و $۶s$ تا $۱۲s$ را می‌یابیم. داریم:

$$S_۱ = \frac{۶ + ۳}{۲} \times ۲ \Rightarrow S_۱ = ۹m \Rightarrow \Delta x_۱ = -۹m$$

$$S_۲ = \frac{۶ \times ۱۰}{۲} \Rightarrow S_۲ = ۳۰m \Rightarrow \Delta x_۲ = ۳۰m$$

متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ در مکان $x_۰ = -۸m$ قرار دارد.

مکان متحرک در لحظهٔ $t' = ۶s$ برابر است با:

$$\Delta x_۱ = x_۱ - x_۰ \Rightarrow -۹ = x_۱ - (-۸) \Rightarrow x_۱ = -۱۷m$$

مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۱۲s$ برابر است با:

$$\Delta x_۲ = x_۲ - x_۱ \Rightarrow ۳۰ = x_۲ - (-۱۷) \Rightarrow x_۲ = ۱۳m$$

پس در بازهٔ زمانی مشخص شده، در لحظهٔ $t' = ۶s$ متحرک در بیش‌ترین فاصله از مبدأ مکان قرار دارد. ($|x_۱| = ۱۷m$)

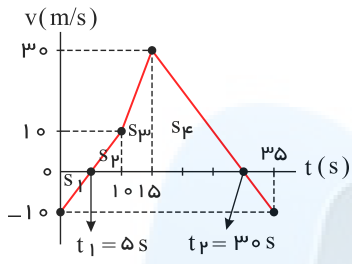
۴۲ گزینه ۴

لحظات t_1 و t_2 که متحرک تغییر جهت داده را به کمک تشابه مثلث‌ها می‌یابیم. داریم:

$$\frac{t_1}{10}=\frac{10-t_1}{10}\Rightarrow 2t_1=10\Rightarrow t_1=5s$$

$$\frac{t_2-15}{30}=\frac{35-t_2}{10}\Rightarrow t_2-15=105-3t_2\Rightarrow t_2=30s$$

بنابراین نمودار سرعت - زمان متحرک مطابق شکل زیر است:



با محاسبهٔ مساحت‌ها که برابر با جابه‌جایی در آن بازه است، داریم:

$$S_1=\frac{1}{2}\times 5\times 10=25m,\ S_2=\frac{1}{2}\times 5\times 10=25m$$

$$S_3=\frac{1}{2}(10+30)5=100m,\ S_4=\frac{1}{2}\times 15\times 30=225m$$

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{|S_1|+|S_2|+|S_3|+|S_4|}{\Delta t}\Rightarrow s_{av}=\frac{25+25+100+225}{30}\Rightarrow s_{av}=\frac{25}{2}m/s$$

۴۳ گزینه ۴ ابتدا سرعت‌ها در لحظات تغییر شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$v_4=v_0+\Delta v$$

$$v_4=v_0-S_1=4-2\times 4=-4\frac{m}{s}$$

$$v_8=v_4=-4\frac{m}{s}$$

$$v_{10}=v_8+S_2=-4+4\times 2=4\frac{m}{s}$$

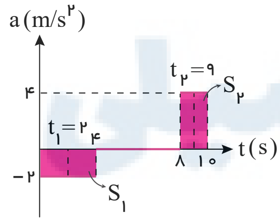
حال لحظاتی که سرعت صفر می‌شود را پیدا می‌کنیم:

$$0<t<4\Rightarrow \Delta v=-S\Rightarrow 0-4=-2t_1\Rightarrow t_1=2s$$

$$8<t<10\Rightarrow \Delta v=+S$$

$$v-v_A=+S\Rightarrow 0-(-4)=4\times\Delta t$$

$$\Delta t=1s\Rightarrow t-8=1\Rightarrow t=9s$$



حرکت کندشونده یعنی $av<0$

$$0<t<2\Rightarrow v>0,\ a<0\Rightarrow av<0$$

$$\Delta x_1=\frac{v_0+v_1}{2}\times\Delta t=\frac{+4+0}{2}\times 2=4m$$

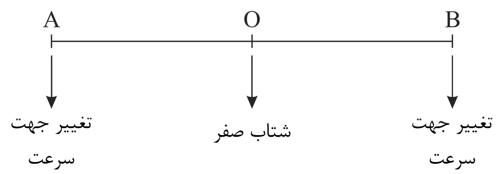
$$8<t<9\Rightarrow v<0,a>0\ \Rightarrow av<0$$

$$\Delta x_2=\frac{v_8+v_9}{2}\times\Delta t=\frac{-4+0}{2}\times 1=-2m$$

$$L=|\Delta x_1|+|\Delta x_2|=4+2=6m$$

۴۴ گزینه ۳

با توجه به اطلاعات مسئله دامنه و دوره تناوب را به‌دست می‌آوریم:

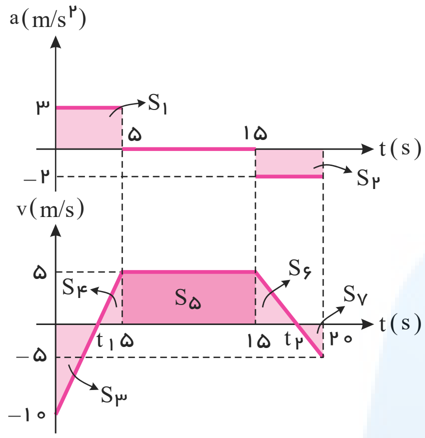


$$AB=10cm\Rightarrow A=5cm=5\times 10^{-2}m$$

$$t_{BO}+t_{OA}=5s\Rightarrow \frac{T}{2}=5\Rightarrow T=10s$$

معادله مکان نوسانگر را می‌نویسیم و سپس x_2 را به‌دست می‌آوریم:

حال نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم.



از تشابه مثلث‌ها $t_۱$ و $t_۲$ را به‌دست می‌آوریم:

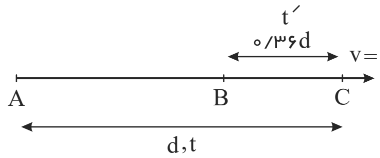
$$S_۳, S_۴ \Rightarrow \frac{۱۰}{۵} = \frac{t_۱}{۵-t_۱} \Rightarrow t_۱ = \frac{۱۰}{۳}s$$

$$S_۶, S_۷ \Rightarrow \frac{۵}{۵} = \frac{t_۲-۱۵}{۲۰-t_۲} \Rightarrow t_۲ = ۱۷٫۵s$$

حال برای به دست آوردن مسافت باید جمع تمام مساحت‌های زیر نمودار $v-t$ را بیابیم.

$$L = S_۳+S_۴+S_۵+S_۶+S_۷ = \frac{۱}{۲}(۱۰\times\frac{۱۰}{۳}) + \frac{۱}{۲}(۵\times\frac{۵}{۳}) + ۵\times۱۰ + \frac{۱}{۲}(۵\times۲٫۵) + \frac{۱}{۲}(۵\times۲٫۵) = \frac{۵۰}{۳} + \frac{۲۵}{۶} + ۵۰ + \frac{۱۲٫۵}{۲} + \frac{۱۲٫۵}{۲} = \frac{۲۵۰}{۳}m$$

۴۶ گزینه ۱ شکل کل حرکت متحرک به‌صورت زیر است با توجه به این که سرعت انتهایی حرکت صفر است، فرض کنیم متحرک با سرعت اولیهٔ صفر بر عکس حرکت می‌کند:



$$CB = ۰٫۳d = \frac{۱}{۲}at'^۲ + ۰$$

$$CA = d = \frac{۱}{۲}at^۲ + ۰ \Rightarrow \frac{CB}{CA} = \frac{۰٫۳۶d}{d} = (\frac{t'}{t})^۲ \Rightarrow ۰٫۶ = \frac{t'}{t} \Rightarrow t' = \frac{۳}{۵}t$$

۴۷ گزینه ۲ دقت کنید که معادلهٔ داده شده معادلهٔ سرعت - زمان نیست! بلکه معادلهٔ سرعت متوسط برحسب زمان است؛ می‌دانیم سرعت متوسط از رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید. بنابراین:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{t_۰=۰} v_{av} = \frac{\Delta x}{t} \Rightarrow \Delta x = v_{av}\cdot t = ۸t^۲ + ۱۰t$$

حالا با تطبیق دادن معادلهٔ جابه‌جایی به‌دست آمده با صورت کلی معادلهٔ جابه‌جایی مقادیر a و $v_۰$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x = ۸t^۲ + ۱۰t \\ \Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t\end{array}\right\} \Rightarrow a = ۱۶\frac{m}{s}, v_۰ = ۱۰\frac{m}{s}$$

حالا با نوشتن معادلهٔ مستقل از زمان(سرعت-جابه جایی) جابه‌جایی متحرک را تا زمانی که سرعتش به $۲۰\frac{m}{s}$ می‌رسد را حساب می‌کنیم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \xrightarrow[a=۱۶\frac{m}{s^۲}]{v_۰=۱۰\frac{m}{s}, v=۲۰\frac{m}{s}} ۲۰^۲ - ۱۰^۲ = ۲(۱۶)(\Delta x) \Rightarrow ۳۰۰ = ۳۲\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۹٫۳۷۵m$$

۴۸ گزینه ۲ مسافت ۲ ثانیهٔ دوم یعنی: $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۴s$.

مسافت ۲ ثانیهٔ چهارم یعنی : $t_۳ = ۶s$ تا $t_۴ = ۸s$.

اگر مسافت‌ها یکسان باشد، لحظهٔ تغییر جهت t' برابر است با:

$$t' = \frac{t_۲+t_۳}{۲} = \frac{۴+۶}{۲} = ۵s$$

حال سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = ۲\times۵ + v_۰ = v_۰ = -۱۰\frac{m}{s}$$

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x$$

$$v^۲ - (-۱۰)^۲ = ۲\times۲\times(۰-۴) \Rightarrow v^۲ = ۹ \Rightarrow v = ۳\frac{m}{s}$$

نکته: در حرکت شتاب ثابت داریم:

$$\circ \leq t \leq ۶ \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۹ = \frac{\Delta x}{۶} \Rightarrow \Delta x = ۵۴(m)$$

۵۰ **گزینه ۲** جابجایی در t ثانیهٔ اول را به صورت زیر می‌نویسیم :

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t \Rightarrow ۲۵ = \frac{۱}{۲}a(۵)^۲ + v_\circ \times ۵$$

$$\Rightarrow ۲۵ = \frac{۲۵}{۲}a + ۵v_\circ \quad ۱۰ = ۵a + ۳V_\circ (۱)$$

و جابجایی در t ثانیهٔ n ام را به صورت زیر می‌نویسیم :

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲(۲n - ۱) + v_\circ t \xrightarrow[n=۵]{t=۴s} ۶۴ = \frac{۱}{۲}a(۴)^۲(۲ \times ۵ - ۱) + ۴v_\circ \to ۶۴ = ۷۲a + ۴v_\circ \to ۱۶ = ۱۸a + v_\circ (۲)$$

$$\Delta x = \frac{v_{۱۶} + v_{۲۰}}{۲} \times \Delta t \Rightarrow ۶۴ = \frac{v_{۱۶} + v_{۲۰}}{۲} \times ۴ \; *$$

$$(۱), (۲) \to \begin{cases} ۱۰ = ۵a + ۲v_\circ \\ ۱۶ = ۱۸a + v_\circ \end{cases}$$

$$a = \frac{۲۲}{۳۱} \frac{m}{s^۲}$$

۵۱ **گزینه ۳** مسافتی که متحرک در هر ثانیه طی می‌کند، با گذر زمان $\frac{۳}{۲}$ متر کم‌تر می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta x_{[\circ,۱]} - \Delta x_{[۱,۲]} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \Delta x_{[\circ,۱]} - [\Delta x_{[\circ,۲]} - \Delta x_{[\circ,۱]}] = \frac{۳}{۲} \Rightarrow ۲\Delta x_{[\circ,۱]} - \Delta x_{[\circ,۲]} = \frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲[\frac{۱}{۲}(a)(۱)^۲ + ۵(۱)] - [\frac{۱}{۲}(a)(۲)^۲ + ۵(۲)] = \frac{۳}{۲} \Rightarrow ۲[\frac{a}{۲} + ۵] - [۲a + ۱۰] = \frac{۳}{۲} \Rightarrow a + ۱۰ - ۲a - ۱۰ = \frac{۳}{۲} \Rightarrow a = -۱/۵\frac{m}{s^۲}$$

حالا با نوشتن معادلهٔ مستقل از زمان جابه‌جایی متحرک تا لحظهٔ توقف را می‌یابیم:

$$v^۲ - v_\circ^۲ = ۲a\Delta x \xrightarrow[v=\circ]{v_\circ=۵\frac{m}{s}, a=-۱/۵\frac{m}{s}} \circ^۲ - (۵)^۲ = ۲(-۱/۵)\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{۲۵}{۳} = +۸/۳۳ = ۸/۳m$$

۵۲ **گزینه ۳**

$$v_\circ = \circ$$

در t ثانیهٔ اول $v_{av} = \frac{v + v_\circ}{۲} \Rightarrow ۳ = \frac{v + \circ}{۲} \Rightarrow v = ۶m/s$

در t ثانیهٔ دوم $v_{av} = \frac{v + v_\circ}{۲} \Rightarrow ۴ = \frac{v + ۶}{۲} \Rightarrow v = ۲m/s$

در t ثانیهٔ سوم $v_{av} = \frac{v + v_\circ}{۲} \Rightarrow ۳ = \frac{v + ۲}{۲} \Rightarrow v = ۴m/s$

دقت می‌کنیم که سرعت نهایی در هر مرحله، سرعت اولیه در مرحلهٔ بعد است.

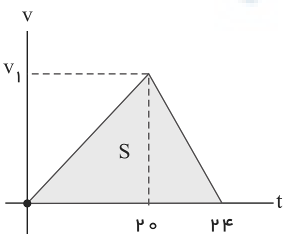
$\circ < t < t \Rightarrow$ حرکت تندشونده است $\Leftarrow$ سرعت از صفر به $۶m/s$ رسیده است

$t < t < ۲t \Rightarrow$ حرکت کندشونده است $\Leftarrow$ سرعت از $۶m/s$ به $۲m/s$ رسیده است

$۲t < t < ۳t \Rightarrow$ حرکت تندشونده است $\Leftarrow$ سرعت از $۲m/s$ به $۴m/s$ رسیده است

۵۳ **گزینه ۱**

چون شتاب در قسمت دوم ۵ برابر قسمت اول است مدت زمان حرکت در قسمت دوم، $\frac{۱}{۵}$ قسمت اول یعنی $۴(s)$ است.



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۲۰ = \frac{\Delta x}{۲۴} \Rightarrow \Delta x = ۴۸۰(m)$$

$$\Delta x = S \Rightarrow \frac{۲۴ \times v_۱}{۲} = ۴۸۰ \Rightarrow v_۱ = ۴۰m/s$$

شتاب در قسمت دوم : $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۴۰}{۴} = ۱۰m/s^۲$

$$\Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}at_۱^۲ = ۸ \Rightarrow at_۱^۲ = ۱۶$$

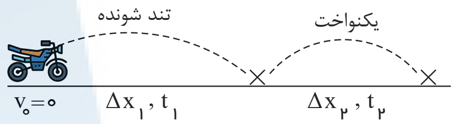
$$\Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}a(t_۱+t_۲)^۲ = ۷۲ \Rightarrow a(t_۱+t_۲)^۲ = ۱۴۴$$

پلهٔ دوم: حالا دو رابطهٔ به‌دست آمده را باهم تقسیم می‌کنیم:

$$\left.\begin{matrix} a(t_۱+t_۲)^۲ = ۱۴۴ \\ a(t_۱)^۲ = ۱۶ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{a(t_۱+t_۲)^۲}{at_۱^۲} = \frac{۱۴۴}{۱۶} \xrightarrow{\text{جذر از طرفین}} \frac{t_۱+t_۲}{t_۱} = \frac{۱۲}{۴} = ۳$$

حاصل کسر $\frac{t_۱+t_۲}{t_۱}$، ۳ به‌دست آمد بنابراین کسر $\frac{t_۱+t_۲}{۲t_۱}$ برابر با $\frac{۳}{۲}$ خواهد بود.

۵۵ گزینه ۳



$$\Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۱۰۰m \text{ و } t_۱ + t_۲ = ۲۰s$$

$$\text{در بخش تندشونده : } \begin{cases} v = at + v_۰ \to ۱۰ = at_۱ \to a = \frac{۱۰}{t_۱} \quad (۱) \\ v^۲ - v_۰^۲ \to ۱۰^۲ = ۲a\Delta x \xrightarrow{(۱)} ۱۰۰ = ۲ \times \frac{۱۰}{t_۱} \times \Delta x_۱ \to \Delta x_۱ = ۵t_۱ \quad (۲) \end{cases}$$

$$\text{در بخش یکنواخت : } \Delta x_۲ = v_۰ t_۲ \to \Delta x_۲ = ۱۰t_۲ \quad (۳)$$

از جمع روابط (۲) و (۳):

$$\Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۵t_۱ + ۱۰t_۲ \to ۱۰۰ = ۵t_۱ + ۱۰(۲۰ - t_۱) \to ۵t_۱ = ۱۰۰ \to t_۱ = ۲۰s \xrightarrow[(۱)]{\text{از رابطه}} a = \frac{۱۰}{۲۰} = \frac{۱}{۲}\frac{m}{s^۲}$$

۵۶ گزینه ۲ مکان اولیه را $x = ۰$ در نظر می‌گیریم. خودرو اول را A و خودرو دوم را B نشان می‌دهیم.

$$x_A = \frac{۱}{۲}at^۲ + \cancel{v_۰}t + \cancel{x_A}^{۰} \to x_A = \frac{۱}{۲}(۳)(t^۲) \to x_A = \frac{۳}{۲}t^۲$$

$$\to x_B = v_B(t-۲) = ۲۴(t-۲) = ۲۴t - ۴۸ \to x_B = ۲۴t - ۴۸$$

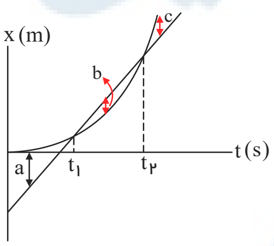
آیا B به A می‌رسد؟

$$x_B = x_A \to ۲۴t - ۴۸ = \frac{۳}{۲}t^۲ \to t^۲ - ۱۶t + ۳۲ = ۰$$

$$\Delta = (-۱۶)^۲ - ۴(۱)(۳۲) = ۰ \to \Delta = ۱۲۸ > ۰$$

۲ جواب وجود دارد. یعنی ابتدا B از A سبقت می‌گیرد (فاصلهٔ B و A کاهش می‌یابد) و فاصلهٔ B از A بیشتر می‌شود و سپس A از B سبقت می‌گیرد. (فاصلهٔ A از B کم می‌شود) و در نهایت فاصلهٔ آنها افزایش می‌یابد.

پس: ابتدا فاصلهٔ آنها کاهش یافته – سپس افزایش یافته – سپس کاهش یافته و در نهایت افزایش می‌یابد. (از $t = ۰$ تا $t = t_۱$، a کاهش می‌یابد.)



$b \leftarrow$ از $t_۱$ تا $t_۲$ ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد.

در $t \geq t_۲$، c پیوسته افزایش می‌یابد.

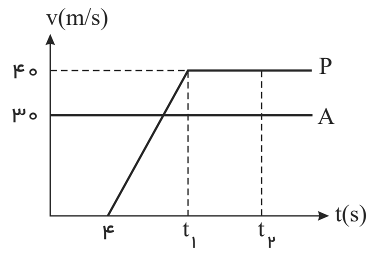
جواب نهایی: کاهش – افزایش – کاهش – افزایش

۵۷ گزینه ۱ برای این‌که دو قطاری که از روبه‌رو در حال نزدیک شدن به یکدیگرند کاملاً از کنار هم عبور کنند باید مجموع اندازهٔ جابه‌جایی‌های آن‌ها برابر با جمع فاصلهٔ میان دو قطار و طول آن‌ها باشد. یعنی:

$$|\Delta x_A| + |\Delta x_B| = \underset{\text{طول قطار } A}{\overset{\uparrow}{L_A}} + \underset{\text{طول قطار } B}{\overset{\uparrow}{L_B}} \; ۲km \xrightarrow{L_A = ۲۰۰m, L_B = ۳۰۰m} |\Delta x_A| + |\Delta x_B| = ۲۵۰۰m \quad (۱) \text{ رابطه}$$

با توجه به این‌که حرکت متحرک B دوقسمتی است سرعت متحرک B و همچنین اندازهٔ جابه‌جایی دو متحرک را تا لحظهٔ $t = ۱۰s$ به‌دست می‌آوریم:

$v = at + v_\circ \to ۴۰ = ۴t + ۰ \to t = ۱۰s \to t_۱ = ۴ + ۱۰ = ۱۴s$



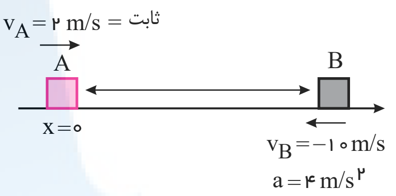
حال اگر قرار باشد پلیس به اتومبیل برسد باید جابه‌جایی‌های برابر داشته باشند: $\Delta x_A = \Delta x_p$ بنابراین:

$$۳۰t_۲ = \frac{(t_۲ - ۴) + (t_۲ - ۱۴)}{۲} \times ۴۰ \to t_۲ = ۳۶s \to \Delta x_p = ۳۰ \times ۳۶ = ۱۰۸۰m$$

تذکر ۱: فرض کردیم در لحظه $t_۲$، p به A برسد.

تذکر ۲: سطح زیر نمودار $v - t$ برابر جابه‌جایی است.

۵۹ گزینه ۱ شتاب کندشونده B یعنی $a = -۴\frac{m}{s^۲}$است، اما چون خلاف جهت حرکت می‌کند (مطابق شکل) در رابطهٔ $a = -(-۴) = ۴\frac{m}{s^۲}$ جایگذاری می‌شود.



$x_A = ۲t$

$x_B = \frac{۱}{۲} \times ۴t^۲ - ۱۰t + d$

$x_A = x_B \Rightarrow ۲t^۲ - ۱۰t + d = ۲t \Rightarrow ۲t^۲ - ۱۲t + d = ۰$

اگر t یک جواب داشته باشد، آن‌گاه:

$\Delta = ۰ \Rightarrow ۱۲^۲ - ۴ \times ۲ \times d = ۰ \Rightarrow d = ۱۸m$

۶۰ گزینه ۱ راه اول: معادلات حرکت A و B را نوشته و از هم کم می‌کنیم. آن‌گاه تغییرات فاصلهٔ A تا B را بررسی می‌کنیم.

$x_A = ۸t_۱$

$x_B = \frac{۱}{۲}at_۲ + \cancel{v_\circ t}^{\,\circ} + x_\circ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times t_۲^۲ + ۱۶$

$t_۱$ از $t_۲$ ثانیه بیشتر است.

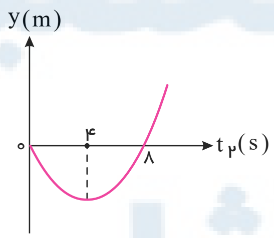
$t_۱ = t_۲ + ۲$

$x_A = ۸(t_۲ + ۲) = ۸t_۲ + ۱۶$

$y = x_B - x_A = t_۲^۲ + ۱۶ - ۸t_۲ - ۱۶ = t_۲^۲ - ۸t_۲$

$y = t_۲(t_۲ - ۸)$

نمودار تغییرات فاصلهٔ A تا B (y) نسبت به زمان به صورت زیر است:



اندازهٔ y ابتدا افزایش، سپس کاهش و دوباره افزایش می‌یابد.

پاسخنامه کلیدی

۱	۴	۱۳	۳	۲۵	۳	۳۷	۳	۴۹	۳
۲	۱	۱۴	۲	۲۶	۲	۳۸	۳	۵۰	۲
۳	۳	۱۵	۲	۲۷	۲	۳۹	۳	۵۱	۳
۴	۱	۱۶	۲	۲۸	۱	۴۰	۱	۵۲	۳
۵	۱	۱۷	۱	۲۹	۲	۴۱	۲	۵۳	۱
۶	۳	۱۸	۱	۳۰	۱	۴۲	۴	۵۴	۴
۷	۲	۱۹	۳	۳۱	۴	۴۳	۴	۵۵	۳
۸	۳	۲۰	۱	۳۲	۴	۴۴	۳	۵۶	۲
۹	۳	۲۱	۱	۳۳	۴	۴۵	۴	۵۷	۱
۱۰	۳	۲۲	۳	۳۴	۱	۴۶	۱	۵۸	۳
۱۱	۳	۲۳	۱	۳۵	۲	۴۷	۲	۵۹	۱
۱۲	۴	۲۴	۴	۳۶	۲	۴۸	۲	۶۰	۱