

گزینه ۳

۱

$$a^3 = t : \frac{1}{a^3 + 1} + \frac{1}{a^3 - 1} = 2 \xrightarrow{a^3 = t} \frac{1}{t + 1} + \frac{1}{t - 1} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{2t}{t^2 - 1} = 2 \Rightarrow t = t^2 - 1$$

$$\left(\frac{1}{a^3 - \sqrt{a^3 + 1}} + \frac{1}{a^3 + \sqrt{a^3 + 1}} \right)^{1401} = \left(\frac{1}{t - \sqrt{t + 1}} + \frac{1}{t + \sqrt{t + 1}} \right)^{1401}$$

$$= \left(\frac{2t + 2}{\underbrace{(t + 1 - \sqrt{t})(t + 1 + \sqrt{t})}_{\text{اتحاد مزدوج}}} \right)^{1401} = \left(\frac{2t + 2}{t^2 + t + 1} \right)^{1401} \xrightarrow{t = t^2 - 1} \left(\frac{2t^2}{2t^2} \right)^{1401} = 1$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

گزینه ۴

۲

عبارت داده شده را ساده می کنیم و به شکل توان هایی از ۲ می نویسیم:

$$2^{-\frac{1}{3}} (\sqrt[3]{16}) \left(\frac{1}{9} \right)^{-5/6} = 2^{-\frac{1}{3}} \times (\sqrt[3]{2^4}) \left(\left(\frac{1}{3} \right)^2 \right)^{-5/6}$$

$$= 2^{-\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}} \times \left(\frac{1}{3} \right)^{-1} = 2^{-\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}} \times 3^1$$

$$= 2^{-\frac{1}{3} + \frac{4}{3} + 1} = 2^2 = 4$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۸

برای اینکه حاصل عبارت را به دست آوریم ابتدا فرض می‌کنیم $A = \sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}$ که عبارتی مثبت است، باشد. باتوجه به عبارت‌های زیر رادیکال‌ها اگر A^2 را به دست آوریم، به راحتی عبارت‌ها ساده می‌شوند. پس ابتدا A^2 سپس A را حساب می‌کنیم. پس از تعیین A ، حاصل عبارت $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} A$ را مشخص می‌کنیم.

$$A = \sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}} \xrightarrow{\text{به توان } 2} A^2 = (2 - \sqrt{3}) + 2\sqrt{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} + (2 + \sqrt{3})$$

$$= 2 - \sqrt{3} + 2\sqrt{4 - 3} + 2 + \sqrt{3} = 2 + 2 + 2 = 6 \Rightarrow A^2 = 6 \Rightarrow A = \sqrt{6}$$

با معلوم شدن مقدار A ، حاصل عبارت اصلی را به دست می‌آوریم:

$$(\sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}) \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt{6} \times \sqrt[3]{(\sqrt{2})^3} = \sqrt{6} \times \sqrt{2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۳

ابتدا هر عبارت را جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{5 - \sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{5 - \sqrt{6}} \times \frac{5 + \sqrt{6}}{5 + \sqrt{6}}$$

$$= \frac{10\sqrt{2} + 4\sqrt{3} + 15\sqrt{3} + 9\sqrt{2}}{25 - 6} = \frac{19(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{19} = \sqrt{2} + \sqrt{3} \quad (1)$$

$$2(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1} = \frac{2}{\sqrt[4]{9} - 1} = \frac{2}{\sqrt{3} - 1} = \frac{2}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$= \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{2} = \sqrt{3} + 1 \quad (2)$$

بنابراین طبق (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1} = \sqrt{2} + \sqrt{3} - (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{2} - 1$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

$$(a + \frac{1}{a} + \sqrt{2})^2 (a + \frac{1}{a} - \sqrt{2})^2 = ((a + \frac{1}{a})^2 - 2)^2 = (a^2 + \frac{1}{a^2})^2$$

$$= a^4 + \frac{1}{a^4} + 2 = 7 - 4\sqrt{3} + \frac{1}{7 - 4\sqrt{3}} + 2 = 7 - 4\sqrt{3} + 7 + 4\sqrt{3} + 2 = 16$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

گزینه ۲

۶

$$\begin{aligned}
 A &= \sqrt[5]{2^2 \times (2^4)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{5}}} = \sqrt[5]{2^2 \times 2^{\frac{4}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{5}}} = \sqrt[5]{2^{\frac{10}{5}}} \times 2^{\frac{4}{5}} \\
 &= (2^{\frac{10}{5}})^{\frac{1}{5}} \times 2^{\frac{4}{5}} = 2^{\frac{2}{5}} \times 2^{\frac{4}{5}} = 2^{\frac{6}{5}} = 2^2 = 4 \\
 \Rightarrow (2A)^{-\frac{1}{2}} &= (2 \times 4)^{-\frac{1}{2}} = 8^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

گزینه ۴

۷

$$\begin{aligned}
 (a^2 + 4b)^3 &= (a^2 + 4b)(a^2 + 4b)^2 = (a^2 + 4b)(a^4 + 8a^2b + 16b^2) \\
 &= a^6 + 8a^4b + 16a^2b^2 + 4a^4b + 32a^2b^2 + 64b^3 = a^6 + 12a^4b + 48a^2b^2 + 64b^3
 \end{aligned}$$

بنابراین ضریب جمله a^4b برابر با ۱۲ است.

روش دوم:

نکته: اتحاد مکعب دوجمله‌ای به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

با استفاده از نکته بالا بسط عبارت داده شده را می‌نویسیم و ضریب a^4b را به دست می‌آوریم.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۹

گزینه ۴

۸

$$\begin{aligned}
 (a^2 + b^2 - 2ab)^2 (a^2 + b^2 + 2ab)^2 &= (a - b)^4 (a + b)^4 = (a^2 - b^2)^4 = (a^4 + b^4 - 2a^2b^2)^2 \\
 &= (\sqrt{6} - 2 + \sqrt{6} + 2 - 2\sqrt{6 - 4})^2 = (2\sqrt{6} - 2\sqrt{2})^2 \\
 &= (2\sqrt{2})^2 (\sqrt{3} - 1)^2 = 8(3 + 1 - 2\sqrt{3}) = 16(2 - \sqrt{3})
 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

قرار می‌دهیم:

$$A = \sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{3 + \sqrt{5}}$$

$$\xrightarrow{\text{توان دو}} A^2 = 3 - \sqrt{5} + 3 + \sqrt{5} - 2\sqrt{(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5})} = 2$$

$$\xrightarrow{A < 0} A = -\sqrt{2}$$

خواسته سوال برابر است با:

$$\left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + 2}\right) \times (-\sqrt{2}) = -\frac{2 + \sqrt{10}}{\sqrt{10} + 2} = -1$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

باتوجه به اینکه حاصل عبارت داده شده برابر $\sqrt[3]{A}$ است، ابتدا طرفین را به توان ۳ می‌رسانیم. دو عبارت $2 + \sqrt{3}$ و $2 - \sqrt{3}$ مزدوج یکدیگر هستند. دو عبارت هم‌توان از آن‌ها جدا کرده و با استفاده از اتحاد مزدوج، حاصل عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم و در نهایت مقدار A را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{A} &= (2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} (2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt{2}} \xrightarrow{\text{به توان ۳}} A = (2 - \sqrt{3})^2 \times (2 + \sqrt{3})^1 \times \sqrt{2} \\ &= (2 - \sqrt{3})^2 (2 + \sqrt{3})^1 (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} \sqrt{2} = [(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})]^{\frac{1}{2}} \sqrt{2 - \sqrt{3}} \sqrt{2} \\ &= (4 - 3)^{\frac{1}{2}} \sqrt{2(2 - \sqrt{3})} = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = |\sqrt{3} - 1| = \sqrt{3} - 1 \Rightarrow A = \sqrt{3} - 1\end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۳

تمامی عبارت‌ها را بر اساس توان‌هایی از ۲ و ۳ می‌نویسیم:

$$\begin{aligned}\sqrt{2^2 \times 3} \times \sqrt{2 \times 3^3} \times \sqrt[3]{2 \times \sqrt{2 \times 3}} \\ &= ((2)^{\frac{2}{2}} \times (3)^{\frac{1}{2}}) \times (2^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{3}{2}}) \times (2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{6}} \times 3^{\frac{1}{6}}) \\ &= 2^{(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6})} \times 3^{(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{1}{6})} = 2^1 \times 3^1 = 6\end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

$$2^{\frac{76}{100}} \times (2^2)^{\frac{14}{100}} \times (2^3)^{-\frac{1}{10}} = 2^{\frac{76}{100}} \times 2^{\frac{28}{100}} \times 2^{-1}$$

$$= 2^{(\frac{76}{100} + \frac{28}{100} - 1)} = 2^0 = 1$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

$$(x^2 + 2x)^3 = (x^2 + 2x)(x^2 + 2x)^2 = (x^2 + 2x)(x^4 + 4x^3 + 4x^2)$$

$$= x^6 + 4x^5 + 4x^4 + 2x^5 + 8x^4 + 8x^3 = x^6 + 6x^5 + 12x^4 + 8x^3$$

روش دوم:

نکته: اتحاد مکعب دوجمله‌ای به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

باتوجه به نکته بالا می‌توانیم عبارت صورت سؤال را نوشته و ضریب x^4 را مشخص می‌کنیم:

$$(x^2 + 2x)^3 = (x^2)^3 + 3(x^2)^2(2x) + 3(x^2)(2x)^2 + (2x)^3$$

داریم:

$$3(x^2)(2x)^2 = 3x^2 \times 4x^2 = 12x^4$$

بنابراین ضریب x^4 برابر با ۱۲ است.

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۹

مرکز مشاوره تحصیلی

علیرضا افشار

ابتدا هر عبارت را جداگانه ساده می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}-1}{4+\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}-1}{4+\sqrt{3}} \times \frac{4-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}-9-4+\sqrt{3}}{16-3}$$

$$= \frac{13\sqrt{3}-13}{13} = \sqrt{3}-1 \quad (1)$$

$$(2-\sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2+\sqrt{3} \quad (2)$$

باتوجه به (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1} = \sqrt{3}-1+2+\sqrt{3} = 2\sqrt{3}+1$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

تک تک رادیکال‌ها را ساده می‌کنیم:

$$\sqrt[3]{72} = \sqrt[3]{8 \times 9} = 2\sqrt[3]{9}$$

$$\sqrt{96} = \sqrt{16 \times 6} = 4\sqrt{6}$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{162} = \sqrt{81 \times 2} = 9\sqrt{2}$$

حال عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{72} + \sqrt{3}(\sqrt{96} - \sqrt{12}) - \sqrt{162}$$

$$= \sqrt[3]{3} \times 2\sqrt[3]{9} + \sqrt{3}(4\sqrt{6} - 2\sqrt{3}) - 9\sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt[3]{27} + 4\sqrt{18} - 6 - 9\sqrt{2}$$

$$= (2 \times 3) + 12\sqrt{2} - 6 - 9\sqrt{2} = 3\sqrt{2} = \sqrt{18}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

گزینه ۱

۱۶

$$\frac{3^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{8}} \times (3^2)^{\frac{1}{16}} \times (3^2)^{\frac{1}{32}}}{(3 \times 4)^{\frac{1}{8}} \times (3 \times 4)^{\frac{1}{16}}} = 3^A \times 12^B$$

$$\Rightarrow \frac{3^{\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}}}{12^{\frac{1}{8} + \frac{1}{16}}} = 3^A \times 12^B \Rightarrow 3^{\frac{15}{32}} \times 12^{-\frac{3}{16}} = 3^A \times 12^B$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = \frac{15}{32} \\ B = \frac{-3}{16} \end{cases} \Rightarrow A + B = \frac{15}{32} - \frac{3}{16} = \frac{15 - 6}{32} = \frac{9}{32}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

گزینه ۱

۱۷

راه حل اول: از مخرج مشترک گیری استفاده می کنیم.

$$3^{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256}\right)} = 3^{\frac{127}{256}}$$

راه حل دوم: دنباله حاصل از توان های عبارت مورد نظر، یک دنباله هندسی با نسبت مشترک $r = \frac{1}{4}$ و $n = 7$ می باشد که مجموع جملات آن را می توان از طریق فرمول $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ به دست آورد.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۰

گزینه ۳

۱۸

$$A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}} (12)^{-1/5} = \sqrt[5]{3^2\sqrt{3}} (12)^{-\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{\sqrt{3^5}} \times \frac{1}{\sqrt[5]{12^3}}$$

$$A = \sqrt[5]{3^5} \times \frac{1}{12\sqrt[5]{12}} = \sqrt{3} \times \frac{1}{12\sqrt[5]{3}} = \frac{1}{24}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = 24 \Rightarrow (1 + A^{-1})^{\frac{1}{2}} = (1 + 24)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = 5$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

گام اول

طبق اتحاد مزدوج داریم:

$$(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$$

گام دوم

با استفاده از اتحاد مزدوج و با در نظر گرفتن $A = \alpha^2 + \beta^2$ و $B = \alpha\beta$ عبارت داده شده را ساده می‌کنیم:

$$(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta) = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - (\alpha\beta)^2 = \alpha^4 + \beta^4 + 2\alpha^2\beta^2 - \alpha^2\beta^2 = \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^2\beta^2$$

مقادیر α و β را در عبارت به دست آمده جایگذاری می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt[4]{3\sqrt{2} - 4} \right)^4 + \left(\sqrt[4]{3\sqrt{2} + 4} \right)^4 + \left(\sqrt[4]{(3\sqrt{2} - 4)} \right)^2 \left(\sqrt[4]{(3\sqrt{2} + 4)} \right)^2 \\ &= \left(\sqrt[4]{3\sqrt{2} - 4} \right)^4 + \left(\sqrt[4]{3\sqrt{2} + 4} \right)^4 + \left(\sqrt[4]{(3\sqrt{2} - 4)(3\sqrt{2} + 4)} \right)^2 \\ &= 3\sqrt{2} - 4 + 3\sqrt{2} + 4 + \sqrt{2} = 7\sqrt{2} \end{aligned}$$

راه حل اول:

با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای ابتدا طرفین تساوی $4 = \omega x - \frac{3}{\sqrt{x}}$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\begin{aligned} \left(\omega x - \frac{3}{\sqrt{x}} \right)^2 &= 4^2 \Rightarrow (\omega x)^2 - 2 \times (\omega x) \times \left(\frac{3}{\sqrt{x}} \right) + \left(\frac{3}{\sqrt{x}} \right)^2 = 16 \\ \Rightarrow 2\omega x^2 - 15 + \frac{9}{4x^2} &= 16 \Rightarrow 2\omega x^2 + \frac{9}{4x^2} = 16 + 15 \\ \Rightarrow 2\omega x^2 + \frac{9}{4x^2} &= 31 \end{aligned}$$

راه حل دوم:

$$\begin{aligned} 2\omega x^2 + \frac{9}{4x^2} &= (\omega x)^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{x}} \right)^2 = \left(\omega x - \frac{3}{\sqrt{x}} \right)^2 + 2 \times (\omega x) \times \left(\frac{3}{\sqrt{x}} \right) \\ &= \left(\omega x - \frac{3}{\sqrt{x}} \right)^2 + 15 \xrightarrow{\omega x - \frac{3}{\sqrt{x}} = 4} \left(\omega x - \frac{3}{\sqrt{x}} \right)^2 + 15 = 4^2 + 15 = 16 + 15 = 31 \end{aligned}$$

قلمچی علوم انسانی دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۵

$$\begin{aligned}\sqrt[4]{(4 + \sqrt{Y})^{-1}} \sqrt{(1 + \sqrt{Y})} &= \sqrt[4]{\frac{1}{4 + \sqrt{Y}}} \sqrt[4]{(1 + \sqrt{Y})^2} \\ &= \sqrt[4]{\frac{1}{4 + \sqrt{Y}}} \sqrt[4]{4 + 2\sqrt{Y}} = \sqrt[4]{\frac{4 + 2\sqrt{Y}}{4 + \sqrt{Y}}} = \sqrt[4]{2}\end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱



مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار



راه‌های ارتباطی مرکز مشاوره

تلگرام

اینستاگرام

وبسایت



AlirezaAfsharOfficial




AlirezaAfsharOriginal



www.AlirezaAfshar.org

رزور مشاوره خصوصی علیرضا افشار

برای رزرو مشاوره خصوصی تک جلسه و ماهانه
به شماره ۰۹۳۵۸۹۶۰۵۰۳ در واتساپ  پیام دهید

Afshar.xyz

آدرس تمام رسانه ها :