۱ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۹

گام اول

الف) تعداد کلمات ساخته شده با n حرف که m حرف از آن‌ها تکراری باشد برابر است با $\frac{n!}{m!}$.
ب) برای حل تست از روش دسته‌بندی استفاده می‌کنیم. یعنی حروفی که قرار است کنار هم باشند را در یک دسته قرار می‌دهیم و به عنوان یک حرف جدید در نظر می‌گیریم. به این صورت:

$$\underbrace{\mathrm{AAA}}_{\text{یک حرف}}\mathrm{TXI}$$

پس پیشامد مطلوب تعداد کلمات ساخته شده با ۴ حرف است.

گام دوم

$$n(S) = \frac{۶!}{۳!} = ۱۲۰$$
$$n(A) = ۴!$$
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴!}{۱۲۰} = \frac{۲۴}{۱۲۰} = \frac{۱}{۵}$$

۲ گزینه ۴

تعداد کل حالات ممکن برابر است با: $n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶$
از احتمال متمم استفاده می‌کنیم، یعنی ابتدا احتمال آنکه مجموع دو عدد روشده در دو تاس مساوی ۱۰ یا بزرگ‌تر از ۱۰ باشد را حساب می‌کنیم.
A: پیشامد آنکه مجموع دو عدد ۱۰ یا ۱۱ یا ۱۲ باشد.
A': پیشامد آنکه مجموع دو عدد روشده در دو تاس کمتر از ۱۰ باشد.

$$A = \{(۶,۶),(۵,۶),(۶,۵),(۴,۶),(۶,۴),(۵,۵)\}$$
$$\Rightarrow n(A) = ۶ \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$$
$$\Rightarrow P(A') = ۱ - P(A) = ۱ - \frac{۱}{۶} = \frac{۵}{۶}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۸

۳ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۴

گام اول

به طور کلی ۱۱ = ۶ + ۵ موش داریم. پیشامد مطلوب این است که هر ۳ موش از بین ۶ موش سفید انتخاب شوند.

گام دوم

$$n(S) = \binom{۱۱}{۳} = \frac{۱۱!}{۳!۸!} = \frac{۱۱ \times ۱۰ \times ۹ \times ۸!}{۶ \times ۸!} = ۱۶۵$$
$$n(A) = \binom{۶}{۳} = \frac{۶!}{۳!۳!} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳!}{۶ \times ۳!} = ۲۰$$
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲۰}{۱۶۵} = \frac{۴}{۳۳}$$

۴

گزینه ۴

ابتدا تعداد کل حالات ممکن را به دست می‌آوریم:

$۸ + ۴ = ۱۲$: تعداد کل سیب‌ها

$$n(S) = \binom{۱۲}{۳} = \frac{۱۲!}{۹! \times ۳!} = \frac{۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰}{۳ \times ۲} = ۲۲۰$$

برای آنکه فقط دو سیب از سه سیب، سالم باشد، باید ۲ سیب سالم از ۸ سیب سالم و ۱ سیب لکه‌دار از ۴ سیب لکه‌دار انتخاب شود:

$$n(A) = \binom{۸}{۲} \times \binom{۴}{۱} = \frac{۸!}{۲!۶!} \times \frac{۴!}{۱!۳!} = \frac{۸ \times ۷}{۲} \times ۴ = ۱۱۲$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۱۲}{۲۲۰} = \frac{۲۸}{۵۵}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۸

۵

گزینه ۲

$$\underbrace{\frac{\binom{۵}{۲}}{\binom{۸}{۲}} \times \frac{\binom{۴}{۲}}{\binom{۶}{۲}}}_{\text{هر دو سفید}} + \underbrace{\frac{\binom{۳}{۲}}{\binom{۸}{۲}} \times \frac{\binom{۲}{۲}}{\binom{۶}{۲}}}_{\text{هر دو سیاه}} = \frac{۶۰ + ۳}{۲۸ \times ۱۵} = \frac{۳}{۲۰} = \frac{۱۵}{۱۰۰}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۳

۶

گزینه ۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

گام اول

الف) برای اینکه مهره‌ها هم‌رنگ باشند باید هر ۳ سیاه یا هر ۳ سفید باشند.

ب) فضای حالت به صورت انتخاب ۳ مهره از میان $۹ = ۵ + ۴$ مهره موجود است.

ج) پیشامد مورد نظر به صورت انتخاب ۳ مهره از میان ۴ مهرهٔ سفید یا انتخاب ۳ مهره از میان ۵ مهرهٔ سیاه تعریف می‌شود.

د) احتمال پیشامد A را می‌توان از رابطهٔ زیر محاسبه کرد:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

گام دوم

$$n(S) = \binom{۹}{۳} = \frac{۹!}{۳! \times ۶!} = \frac{۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶!}{۶ \times ۶!} = ۸۴$$

$$n(A) = \binom{۴}{۳} + \binom{۵}{۳} = ۴ + ۱۰ = ۱۴$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۴}{۸۴} = \frac{۱}{۶}$$

۷

گزینه ۲

$$n(A) = \{(۱,۲,۳)(۲,۳,۴)(۱,۳,۵)(۳,۴,۵)\} \Rightarrow n(A) = ۴ \;,\;\; n(S) = \binom{۵}{۳} = ۱۰$$

$$\Rightarrow P = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۱۰}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۸ گزینه ۲

$$P(A)=\frac{\binom{\text{سفید}}{۲}+\binom{\text{سیاه}}{۲}}{\binom{\text{کل مهره‌ها}}{۲}}=\frac{\binom{۵}{۲}+\binom{۵}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}}=\frac{۲۰}{۴۵}=\frac{۴}{۹}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

۹ گزینه ۴

پیشامد A را خارج شدن حداکثر ۲ مهرهٔ همرنگ تعریف می‌کنیم؛ بنابراین متمم آن (A') پیشامد خارج شدن سه مهرهٔ همرنگ خواهد بود.

$$P(A')=P(\text{هر سه مهره همرنگ})=\frac{\binom{۵}{۳}+\binom{۴}{۳}+\binom{۳}{۳}}{\binom{۱۲}{۳}}=\frac{۱۰+۴+۱}{۲۲۰}=\frac{۱۵}{۲۲۰}$$

بنابراین احتمال اینکه حداکثر ۲ مهره از مهره‌های خارج‌شده، همرنگ باشند برابر است با:

$$P(A)=۱-\frac{۱۵}{۲۲۰}=\frac{۲۰۵}{۲۲۰}=\frac{۴۱}{۴۴}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

۱۰ گزینه ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

گام اول

از میان ۳ مهرهٔ انتخاب‌شده، فقط یکی سفید است؛ یعنی یک مهره از بین ۴ مهرهٔ سفید و ۲ مهره از بین مهره‌های سیاه و قرمز انتخاب شود (پیشامد A).

گام دوم

انتخاب ۳ مهره از بین ۹ مهره: $\binom{۹}{۳}$

انتخاب یک مهره از بین ۴ مهرهٔ سفید: $\binom{۴}{۱}$

انتخاب دو مهره از مهره‌های سیاه و قرمز: $\binom{۵}{۲}$

$$n(A)=\binom{۴}{۱}\times\binom{۵}{۲}=۴\times۱۰=۴۰$$

$$n(S)=\binom{۹}{۳}=\frac{۹!}{۳!\times۶!}=\frac{۹\times۸\times۷\times۶!}{۶\times۶!}=۸۴$$

بنابراین احتمال اینکه فقط یکی از مهره‌ها سفید باشد برابر است با:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۴۰}{۸۴}=\frac{۱۰}{۲۱}$$

۱۱ گزینه ۳

$$P(A)=\frac{\binom{۵}{۳}\binom{۷}{۲}}{\binom{۱۲}{۵}}=\frac{۱۰\times۲۱}{\frac{۱۲\times۱۱\times۱۰\times۹\times۸}{۵\times۴\times۳\times۲}}=\frac{۳۵}{۱۳۲}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۱

۱۲ گزینه ۲

پیشامد A را رو شدن دو عدد متوالی تعریف می‌کنیم، تمام حالت‌های ممکن به‌صورت زیر است:

$$A = \{(۱,۲),(۲,۱),(۲,۳),(۳,۲),(۳,۴),(۴,۳),(۴,۵),(۵,۴),(۵,۶),(۶,۵)\}$$

تعداد حالت‌های مطلوب برابر ۱۰ و تعداد کل حالت‌ها برابر ۳۶ است؛ بنابراین احتمال پیشامد A برابر می‌شود با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۰}{۳۶} = \frac{۵}{۱۸}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

۱۳ گزینه ۴

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱
قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸

گام اول

الف) از بین $۱۱ = ۶ + ۵$ موش، ۳ موش انتخاب می‌شود. قرار است لااقل یک موش سفید باشد پس می‌تواند یکی، دو تا یا هر سه تای آن‌ها سفید باشد.
ب) متمم این‌که لااقل یک موش از سه موش انتخاب شده سفید باشد، سیاه بودن هر سه موش است.

گام دوم

روش اول:

$$P(\text{لااقل یک موش سفید}) = P(\text{یک موش سفید}) + P(\text{دو موش سفید}) + P(\text{سه موش سفید})$$

$$= \frac{\binom{۵}{۱}\binom{۶}{۲}}{\binom{۱۱}{۳}} + \frac{\binom{۵}{۲}\binom{۶}{۱}}{\binom{۱۱}{۳}} + \frac{\binom{۵}{۳}}{\binom{۱۱}{۳}} = \frac{۷۵}{۱۶۵} + \frac{۶۰}{۱۶۵} + \frac{۱۰}{۱۶۵} = \frac{۱۴۵}{۱۶۵} = \frac{۲۹}{۳۳}$$

روش دوم: حل تست با استفاده از پیشامد احتمال متمم

$$P(A') = P(\text{هر سه موش سیاه}) = \frac{\binom{۶}{۳}}{\binom{۱۱}{۳}} = \frac{۲۰}{۱۶۵} = \frac{۴}{۳۳}$$

$$P(A) = P(\text{لااقل یک موش سفید}) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۴}{۳۳} = \frac{۲۹}{۳۳}$$

۱۴ گزینه ۲

فضای نمونهٔ پرتاب دو تاس: $n(S) = ۳۶$
حالات مطلوب:

$$A = \{(۳,۴),(۴,۳),(۱,۶),(۶,۱)\} \Rightarrow n(A) = ۴$$
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۳۶} = \frac{۱}{۹}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

۱۵

گزینه ۱

تعداد حالت‌های فضای نمونه‌ای برابر $n(S) = ۶!$ است. برای اینکه شماره‌های زوج و فرد، یک درمیان قرار گیرند، داریم:

فرد زوج فرد زوج فرد زوج

$$۱ \times ۱ \times ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳$$

ولی چون می‌توان ابتدا با عدد فرد شروع کرد، پس تعداد اعضای پیشامد موردنظر برابر است با:

$$n(A) = ۲ \times ۳! \times ۳!$$

$$P(A) = \frac{۲ \times ۳! \times ۳!}{۶!} = \frac{۱}{۱۰} = ۰/۱$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

۱۶

گزینه ۱

ابتدا شکلی برای مسئله رسم می‌کنیم.

$\boxed{\text{ک} \bigcirc \bigcirc \text{د}} \bigcirc$

$$n(A) = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{جابه‌جایی کاپیتان} \\ \text{و دروازه‌بان}}}{۲!} \times \underset{\substack{\downarrow \\ \text{جابه‌جایی بسته و} \\ \text{شخص بیرون بسته}}}{۲!} \times \underset{\substack{\downarrow \\ \text{جابه‌جایی دو نفر بین} \\ \text{کاپیتان و دروازه‌بان}}}{۲!} \times \underset{\substack{\downarrow \\ \text{انتخاب دو نفر بین} \\ \text{کاپیتان و دروازه‌بان}}}{\binom{۳}{۲}}$$

$$= ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ = ۲۴$$

همچنین می‌دانیم: $n(S) = ۵! = ۱۲۰$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲۴}{۱۲۰} = \frac{۱}{۵}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

۱۷

گزینه ۳

باتوجه‌به فرض سؤال، احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{\binom{۴}{۲} \times \binom{۵}{۴}}{\binom{۹}{۶}} = \frac{۶ \times ۵}{۸۴} = \frac{۳۰}{۸۴} = \frac{۵}{۱۴}$$

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۸ ۱۴۰۱

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

۱۸

گزینه ۱

نکته: اگر قرار باشد لااقل یکی از سکه‌ها پشت بیاید می‌تواند یک سکه پشت و دیگری رو بیاید و یا اینکه هردو پشت بیایند.
در پرتاپ تاس برای اینکه عدد روشده فرد باشد باید یکی از اعداد ۱، ۳ یا ۵ ظاهر شود.
احتمال رخداد پیشامد A از رابطهٔ $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$ محاسبه می‌شود.
تعداد کل حالت‌ها در پرتاب یک تاس و دو سکه برابر است با:

$$n(S)=۲\times ۲\times ۶=۲۴$$

حالت‌های مطلوب به‌صورت زیر است:

$$A=\{(\text{پ},\text{ر},۱),(\text{پ},\text{ر},۳),(\text{پ},\text{ر},۵),(\text{ر},\text{پ},۱),(\text{ر},\text{پ},۳),(\text{ر},\text{پ},۵),(\text{پ},\text{پ},۱),(\text{پ},\text{پ},۳),(\text{پ},\text{پ},۵)\}$$
$$\Rightarrow n(A)=۹$$

احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۹}{۲۴}=\frac{۳}{۸}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۹

گزینه ۳

ازآنجایی‌که نوع آلایندگی هوا می‌تواند به‌صورت آلایندگی مونوکسید کربن، دی‌اکسید کربن و غیره باشد، پس کیفی اسمی است. توجه کنید در این سؤال میزان آلایندگی هوا که کمّی پیوسته می‌باشد، سؤال نشده است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

۲۰

گزینه ۴

پیشامد متمم: هر چهار کتاب دارای موضوع یکسان باشند یعنی هر چهار کتاب ریاضی باشند.

$$P(A')=\frac{n(A')}{n(S)}=\frac{\binom{۵}{۴}}{\binom{۱۰}{۴}}=\frac{۵}{۲۱۰}=\frac{۱}{۴۲}$$
$$P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۱}{۴۲}=\frac{۴۱}{۴۲}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۰

۲۱

گزینه ۲

برای اینکه مجموع اعداد روشده مضرب ۳ باشد، باید مجموع برابر ۳، ۶، ۹ یا ۱۲ باشد.

مجموع	حالت‌ها
۳	$(۱,۲),(۲,۱)$
۶	$(۱,۵),(۲,۴),(۳,۳),(۴,۲),(۵,۱)$
۹	$(۳,۶),(۴,۵),(۵,۴),(۶,۳)$
۱۲	$(۶,۶)$

پس در کل ۱۲ حالت داریم که احتمال آن برابر است با:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱۲}{۶^۲}=\frac{۱۲}{۳۶}=\frac{۱}{۳}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

۲۲ گزینه ۳

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

گام اول

قرار است فقط یکی از ۴ موش انتخاب شده سفید باشد پس باید یک موش از بین ۳ موش سفید و ۳ موش از بین ۵ موش سیاه انتخاب شود.

گام دوم

$$n(A)=\binom{۳}{۱}\binom{۵}{۳}=۳\times ۱۰=۳۰$$
$$n(S)=\binom{۸}{۴}=\frac{۸!}{۴!۴!}=۷۰$$
$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۳۰}{۷۰}=\frac{۳}{۷}$$

۲۳ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

گام اول

الف) به واژهٔ حداقل در صورت تست توجه کنید. این واژه نقش تعیین‌کننده‌ای در حل تست دارد. وقتی قرار است حداقل یک مهره از ۳ مهرهٔ انتخاب شده، آبی باشد یعنی تعداد مهره‌های آبی می‌تواند یکی، دو تا یا سه تا باشد.

ب) اگر پیشامد A را انتخاب حداقل یک مهرهٔ آبی تعریف کنیم آن‌گاه پیشامد A' انتخاب نشدن مهرهٔ آبی یا انتخاب هر سه مهره از میان مهره‌های قرمز و سفید را بیان می‌کند. این تست را می‌توان با احتمال پیشامد متمم نیز حل کرد.

$$P(A)=۱-P(A')$$

گام دوم

روش اول:

فضای نمونه ای شامل انتخاب ۳ مهره از میان ۹ مهرهٔ موجود است. بنابراین

$$P(\text{حداقل یک مهرهٔ آبی})=P(\text{یک مهرهٔ آبی})+P(\text{دو مهرهٔ آبی})+P(\text{سه مهرهٔ آبی})$$
$$=\frac{\binom{۴}{۱}\binom{۵}{۲}}{\binom{۹}{۳}}+\frac{\binom{۴}{۲}\binom{۵}{۱}}{\binom{۹}{۳}}+\frac{\binom{۴}{۳}}{\binom{۹}{۳}}=\frac{۴۰+۳۰+۴}{۸۴}=\frac{۷۴}{۸۴}=\frac{۳۷}{۴۲}$$

روش دوم:

با استفاده از احتمال پیشامد متمم داریم:

$$P(A')=P(\text{مهرهٔ آبی نداشته باشیم})=\frac{\binom{۵}{۳}}{\binom{۹}{۳}}=\frac{۱۰}{۸۴}$$
$$P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۱۰}{۸۴}=\frac{۷۴}{۸۴}=\frac{۳۷}{۴۲}$$

۲۴ گزینه ۱

گروه خونی افراد، یک متغیر کیفی اسمی است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰
قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۷

۲۵ گزینه ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

گام اول

الف) اگر قرار باشد حداقل یکی از سکه‌ها رو بیاید، می‌تواند یک سکه رو و دیگری پشت بیاید و یا اینکه هر دو رو بیایند.
ب) اگر قرار باشد عدد تاس مضرب ۳ باشد، عدد رو شده ۳ یا ۶ است.
ج) اگر A پیشامد مطلوب خواسته شده باشد احتمال اتفاق افتادنش به صورت مقابل تعریف می‌شود: $P\,(A)=\dfrac{n\,(A)}{n\,(S)}$

گام دوم

تعداد کل حالت‌ها در پرتاب دو سکه و یک تاس برابر است با:

$$n\,(S)=۲\times۲\times۶=۲۴$$

حالت‌های مطلوب به صورت زیر است:

$$A=\{(\text{ر},\text{پ},۳),(\text{ر},\text{پ},۶),(\text{پ},\text{ر},۳),(\text{پ},\text{ر},۶),(\text{ر},\text{ر},۳),(\text{ر},\text{ر},۶)\}$$

$$n\,(A)=۶$$

احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P\,(A)=\frac{n\,(A)}{n\,(S)}=\frac{۶}{۲۴}=\frac{۱}{۴}$$

۲۶ گزینه ۳

$$\underbrace{\text{۵ کتاب فارسی}}\ \underbrace{\text{۳ کتاب انگلیسی}}$$

$$n(S)=۸!$$

$$n(A)=۵!\times۳!\times۲$$

$$\Rightarrow P\,(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۵!\times۳!\times۲}{۸!}=\frac{۳\times۲\times۲}{۸\times۷\times۶}=\frac{۱}{۲۸}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۲۷ گزینه ۳

نکته: ترکیب r شیء از بین n شیء از رابطهٔ $\dfrac{n!}{(n-r)!r!}=\dbinom{n}{r}$ به دست می‌آید. احتمال پیشامد A را می‌توان از رابطهٔ $P\,(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$ محاسبه کرد.
فضای نمونه انتخاب ۳ مهره از میان $۹=۵+۴$ مهره است. پیشامد موردنظر انتخاب ۲ مهرهٔ سفید و یک مهرهٔ سیاه می‌باشد. بنابراین داریم:

$$n(S)=\binom{۹}{۳}=\frac{۹!}{۶!۳!}=\frac{۹\times۸\times۷}{۳\times۲}=۸۴$$

$$n(A)=\binom{۵}{۲}\binom{۴}{۱}=\frac{۵\times۴}{۲}\times۴=۴۰$$

$$\Rightarrow P\,(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۴۰}{۸۴}=\frac{۱۰}{۲۱}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۹

۲۸ گزینه ۳

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

گام اول

به طور کلی $۱۰ = ۵ + ۲ + ۳$ مهره در جعبه وجود دارد که دو تا از آن بیرون می‌آوریم. همرنگ بودن دو مهره یعنی یا هر دو سفید، یا هر دو سیاه و یا هر دو قرمز باشند. احتمال همرنگ نبودن را خواسته‌اند پس می‌توان از احتمال پیشامد متمم استفاده کرد.

گام دوم

پیشامد متمم به صورت احتمال همرنگ بودن دو مهره خواهد بود، یعنی:

$$P\left(\text{همرنگ بودن}\right) = P\left(\text{هر دو سفید}\right) + P\left(\text{هردو سیاه}\right) + P\left(\text{هردو قرمز}\right)$$

$$= \frac{\binom{۳}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}} + \frac{\binom{۲}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}} + \frac{\binom{۵}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}} = \frac{۳}{۴۵} + \frac{۱}{۴۵} + \frac{۱۰}{۴۵} = \frac{۱۴}{۴۵}$$

$$P\left(\text{غیرهمرنگ بودن}\right) = ۱ - P\left(\text{دو مهره همرنگ}\right) = ۱ - \frac{۱۴}{۴۵} = \frac{۳۱}{۴۵}$$

۲۹ گزینه ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۵

گام اول

الف) چون در صورت تست گفته شده لااقل بر روی یکی از دو موش انتخاب شده آزمایش صورت گرفته باشد، یعنی یا یکی از موش‌ها یا هر دوی آن‌ها مورد آزمایش قرار بگیرند.

ب) اگر پیشامد A را مورد آزمایش واقع شدنِ لااقل یکی از موش‌ها تعریف کنیم، A' یعنی هیچ موشی آزمایش نشده باشد.

گام دوم

روش اول:

$$n(S) = \binom{۷}{۲} = \frac{۷!}{۵!۲!} = \frac{۴۲}{۲} = ۲۱$$

$$n(A) = \left(\text{یکی از موش ها آزمایش شده باشد}\right) + \left(\text{هردو موش آزمایش شده باشند}\right)$$

$$= \binom{۳}{۱}\binom{۴}{۱} + \binom{۳}{۲} = ۱۲ + ۳ = ۱۵$$

$$P\left(A\right) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۵}{۲۱} = \frac{۵}{۷}$$

روش دوم: حل تست با استفاده از احتمال پیشامد متمم

$$P\left(A'\right) = P\left(\text{هیچ موشی آزمایش نشده باشد}\right) = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{\binom{۴}{۲}}{\binom{۷}{۲}} = \frac{۶}{۲۱} = \frac{۲}{۷}$$

$$P\left(A\right) = ۱ - P\left(A'\right) = ۱ - \frac{۲}{۷} = \frac{۵}{۷}$$

۳۰ گزینه ۱

$$n(S) = \overset{\text{یک‌رقمی}}{۵} + \overset{\text{دورقمی}}{۴ \times ۵} + \overset{\text{سه‌رقمی}}{۳ \times ۴ \times ۵} + \overset{\text{چهاررقمی}}{۲ \times ۳ \times ۴ \times ۵} + \overset{\text{پنج‌رقمی}}{۵!}$$

$$n(A) = \underset{\substack{\downarrow \\ ۴}}{۱} + \underset{(۱۲,۲۴,۳۲,۵۲)}{۴} + ۳ \times ۴ + ۲ \times ۳ \times ۴ + ۱ \times ۲ \times ۳ \times ۴$$

$$\Rightarrow \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱}{۵}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۳۱ گزینه ۳

P (دو مهرهٔ همرنگ) = P (دو مهرهٔ قرمز و یک مهرهٔ غیر از قرمز) + P (دو مهرهٔ سیاه و یک مهرهٔ غیر از سیاه) + P (دو مهرهٔ سفید و یک مهرهٔ غیر از سفید)

$$= \frac{\binom{۵}{۲}\binom{۵}{۱} + \binom{۳}{۲}\binom{۷}{۱} + \binom{۲}{۲}\binom{۸}{۱}}{\binom{۱۰}{۳}} = \frac{۵۰ + ۲۱ + ۸}{۱۲۰} = \frac{۷۹}{۱۲۰}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

۳۲ گزینه ۱

فضای نمونه‌ای این آزمایش $۶^۲ = ۳۶$ حالت دارد.
فضای مطلوب به‌صورت زیر است:

$$A = \begin{Bmatrix} (۱,۱)(۱,۲),(۲,۱),(۱,۴),(۴,۱),(۱,۶),(۶,۱) \\ (۲,۳)(۳,۲)(۲,۵)(۵,۲)(۳,۴)(۴,۳) \\ (۵,۶)(۶,۵) \end{Bmatrix}$$

این مجموعه ۱۵ عضوی است:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۵}{۳۶} = \frac{۵}{۱۲}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۳

۳۳ گزینه ۴

حالت مختلف فضای نمونه‌ای را می‌نویسیم:
۱) یک رقمی‌ها: ۵ تا
۲) دورقمی‌ها: $P(۵,۲) = ۲۰$
۳) سه رقمی‌ها: $P(۵,۳) = ۶۰$
۴) چهاررقمی‌ها: $P(۵,۴) = ۱۲۰$
۵) پنج رقمی‌ها: $۵! = ۱۲۰$
کل حالت‌ها برابر ۳۲۵ حالت است.
حال اعداد بخش‌پذیر بر ۳ را می‌نویسیم:
۱) در یک رقمی‌ها فقط عدد ۳ است.
۲) در دو رقمی‌ها ۸ تای آن‌ها بر ۳ بخش‌پذیرند.

۱۲, ۲۱, ۱۵, ۵۱, ۲۴, ۴۲, ۴۵, ۵۴

۳) در سه رقمی‌ها دسته‌بندی می‌کنیم:

$\underline{۱۲۳}$, ۱۲۴ , ۱۲۵ , ۱۳۴ , $\underline{۱۳۵}$, ۱۴۵ , $\underline{۲۳۴}$, ۲۳۵ , ۲۴۵ , $\underline{۳۴۵}$

تعداد سه‌رقمی‌هایی که بر ۳ بخش‌پذیرند $(۴ \times ۳! = ۲۴)$ تا است.
۴) در چهاررقمی‌ها فقط اعدادی که بدون حضور عدد ۳ ساخته می‌شوند بر ۳ بخش پذیرند که تعداد آن‌ها $۲۴ = ۴!$ می‌شود.
۵) همه پنج‌رقمی‌ها ساخته‌شده بر ۳ بخش‌پذیرند، یعنی $(۵! = ۱۲۰)$ تاست.

$$P = \frac{۱ + ۸ + ۲۴ + ۲۴ + ۱۲۰}{۵ + ۲۰ + ۶۰ + ۱۲۰ + ۱۲۰} = \frac{۱۷۷}{۳۲۵}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۳۴ گزینه ۳

برای محاسبهٔ احتمال اینکه دو فرد موردنظر در کنار هم نباشند، احتمال اینکه هر دو فرد در کنار هم باشند را محاسبه می‌کنیم و از احتمال کل کم می‌کنیم.

$$\underbrace{\bigcirc\bigcirc}_{\text{۲نفر}}\ \underbrace{\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc}_{\text{۸نفر}}$$

دو نفر در کنار هم باشند:

$$P(A') = \frac{۲!۹!}{۱۰!} = \frac{۱}{۵}$$

دو نفر در کنار هم نباشند:

$$P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۱}{۵} = \frac{۴}{۵}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۳۵ گزینه ۲

تعداد حالات بیرون آوردن دو کارت به‌تصادف از میان ۹ کارت برابر است با:

$$n(S) = \binom{۹}{۲} = ۳۶$$

مجموعهٔ حالاتی که مجموع دو کارت، برابر ۱۱ باشند، عبارت است از:

$$A = \{(۲,۹),(۳,۸),(۴,۷),(۵,۶)\}$$

پس $n(A) = ۴$ و داریم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۳۶} = \frac{۱}{۹}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

۳۶ گزینه ۲

می‌توانیم براساس پیشامد رخداده، فضای نمونه‌ای را محدود کنیم، فضای نمونه‌ای جدید عبارت است از:

$$S = \{(۱,۱),(۱,۲),(۱,۳),(۱,۴),(۲,۱),(۲,۲),(۲,۳),(۳,۱),(۳,۲),(۴,۱)\}$$

و پیشامد مطلوب را به‌عنوان زیرمجموعه‌ای از فضای نمونه‌ای جدید می‌نویسیم. داریم:

$$A = \{(۱,۲),(۲,۱),(۲,۳),(۳,۲)\}$$

یعنی $n(A) = ۴$ و $n(S) = ۱۰$ و داریم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۱۰} = \frac{۲}{۵}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

۳۷ گزینه ۱

مجموع باید ۴، ۸ یا ۱۲ باشد:

مجموع ۴ : $(۱,۳),(۲,۲),(۳,۱)$

مجموع ۸ : $(۲,۶),(۳,۵),(۴,۴),(۵,۳),(۶,۲)$

مجموع ۱۲ : $(۶,۶)$

$$P(A) = \frac{۹}{۳۶} = \frac{۱}{۴}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

۳۸ گزینه ۱

$$n(S) = \binom{۹}{۳} = \frac{۹ \times ۸ \times ۷}{۳ \times ۲ \times ۱} = ۸۴$$
$$n(A) = \binom{۴}{۱}\binom{۳}{۱}\binom{۲}{۱} = ۲۴$$
$$P(A) = \frac{۲۴}{۸۴} = \frac{۲}{۷}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

۳۹ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

گام اول

الف) به واژهٔ حداقل در صورت تست دقت کنید. حداقل دو نفر از ۴ نفر ماه تولد یکسان داشته باشند یعنی یا دو نفر در یک ماه به دنیا آمده باشند، یا سه نفر در یک ماه به دنیا آمده باشند و یا چهار نفر.

ب) اگر پیشامد A چنین تعریف شود که حداقل دو نفر از میان ۴ نفر در یک ماه به دنیا آمده باشند آن‌گاه پیشامد متمم (A') یعنی هیچ دو نفری از میان ۴ نفر ماه تولدشان یکسان نباشد و همگی در ماه‌های متفاوت به دنیا آمده باشند.

ج) می‌دانیم $P(A) = ۱ - P(A')$

گام دوم

$$P(A') = P(\text{هیچ دو نفری متولد یک ماه نباشند}) = \frac{۱۲}{۱۲} \times \frac{۱۱}{۱۲} \times \frac{۱۰}{۱۲} \times \frac{۹}{۱۲} = \frac{۵۵}{۹۶}$$

$$P(A) = P(\text{حداقل دو نفر در یک ماه به دنیا آمده باشند}) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۵۵}{۹۶} = \frac{۴۱}{۹۶}$$

۴۰ گزینه ۲

فرض کنید A پیشامد رو آمدن سکه و مضرب ۳ بودن تاس باشد.

$$n(S) = ۶ \times ۲ = ۱۲$$
$$A = \{(ر, ۳), (ر, ۶)\} \Rightarrow n(A) = ۲$$
$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲}{۱۲} = \frac{۱}{۶}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

۴۱ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۷

گام اول

الف) احتمال مرغوب بودن هر کالا ۰/۷۵ و احتمال نامرغوب بودنش ۰/۲۵ است.

ب) هدف این است که از میان ۴ کالای خریداری شده حداقل یکی مرغوب باشد. پس می‌تواند یک کالا، دو کالا، سه کالا و یا هر چهار کالای خریداری شده مرغوب باشد.

گام دوم

از احتمال پیشامد متمم استفاده می‌کنیم، یعنی احتمال اینکه تمام کالاها نامرغوب باشد را محاسبه می‌کنیم. پیشامد متمم را با A' نشان می‌دهیم، بنابراین:

$$P(A') = P(\text{همگی نامرغوب باشند}) = \left(\frac{۲۵}{۱۰۰}\right)^۴ = \left(\frac{۱}{۴}\right)^۴ = \frac{۱}{۲۵۶}$$

$$P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۱}{۲۵۶} = \frac{۲۵۵}{۲۵۶}$$

۴۲ گزینه ۳

روش اول:

تعداد اعضای فضای نمونه‌ای پرتاب ۳ تاس برابر $۶^۳$ است.

هر سه عدد از مجموعه $\{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}$ که مجموع آن‌ها برابر ۱۰ است را دسته‌بندی و جایگشت آن‌ها را حساب می‌کنیم.

جایگشت‌های سه عدد متفاوت ۶ و ۳ و ۱ به‌صورت زیر است:

$$۶,۳,۱\ :\ \{(۶,۳,۱),(۶,۱,۳),(۱,۳,۶),(۱,۶,۳),(۳,۱,۶),(۳,۶,۱)\}$$

به طور مشابه برای سه عدد ۵ و ۳ و ۲ هم ۶ حالت و همچنین برای اعداد ۵ و ۴ و ۱ هم ۶ حالت وجود دارد.

جایگشت‌های سه عدد ۶ و ۲ و ۲ به صورت زیر است:

$$۶,۲,۲\ :\ \{(۶,۲,۲),(۲,۶,۲),(۲,۲,۶)\}$$

برای اعداد ۴ و ۴ و ۲ همچنین اعداد ۴ و ۳ و ۳ نیز به طور مشابه ۳ حالت وجود دارد.

بنابراین در مجموع حالت‌های زیر را داریم و احتمال مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$n(A)=۳\times۶+۳\times۳=۲۷$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲۷}{۶^۳}=\frac{۳^۳}{۶^۳}=\frac{۱}{۸}$$

روش دوم:

تعداد اعضای فضای نمونه‌ای پرتاب ۳ تاس برابر $۶^۳$ است.

هر سه عدد از مجموعه $\{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}$ که مجموع آن‌ها برابر ۱۰ است را دسته‌بندی و جایگشت آن‌ها را حساب می‌کنیم.

$$۶,۳,۱\Rightarrow ۳!=۶$$
$$۶,۲,۲\Rightarrow \frac{۳!}{۲!}=۳$$
$$۵,۳,۲\Rightarrow ۳!=۶$$
$$۵,۴,۱\Rightarrow ۳!=۶$$
$$۴,۴,۲\Rightarrow \frac{۳!}{۲!}=۳$$
$$۴,۳,۳\Rightarrow \frac{۳!}{۲!}=۳$$

مجموع حالت‌های بالا برابر است با:

$$n(A)=۶+۳+۶+۶+۳+۳=۲۷$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲۷}{۶^۳}=\frac{۳^۳}{۶^۳}=\frac{۱}{۸}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

۴۳ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

گام اول

برای اینکه رنگ مهره‌های خارج‌شده متفاوت باشد باید از هر رنگ یک مهره انتخاب کنیم.

گام دوم

$$n(S)=\binom{۱۲}{۳}=\frac{۱۲!}{۳!\times۹!}=\frac{۱۲\times۱۱\times۱۰}{۶}=۲۲۰$$

$$n(A)=\binom{۵}{۱}\times\binom{۴}{۱}\times\binom{۳}{۱}=۵\times۴\times۳=۶۰$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۶۰}{۲۲۰}=\frac{۶}{۲۲}=\frac{۳}{۱۱}$$

۴۴ گزینه ۴

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۹

گام اول

الف) یک عدد در صورتی بر ۶ بخش‌پذیر است که هر بر ۲ و هم بر ۳ بخش‌پذیر باشد.
ب) عددی بر ۳ بخش‌پذیر است که مجموع ارقامش بر ۳ بخش‌پذیر باشد. چون $۶ = ۳ + ۲ + ۱ + ۰$ پس عدد ساخته شده حتماً بر ۳ بخش‌پذیر است.
ج) عددی بر ۲ بخش‌پذیر است که رقم یکانش زوج باشد یعنی ۲ یا صفر. چون یکی از ارقام صفر است، در یک حالت یکان را صفر و در حالت دیگری یکان را ۲ در نظر می‌گیریم.

گام دوم

$$\left.\begin{array}{r} \text{یکان صفر}: ۳\times ۲\times ۱\times ۱ = ۶ \\ \text{یکان دو}: ۲\times ۲\times ۱\times ۱ = ۴ \end{array}\right\} \Rightarrow n(A) = ۶ + ۴ = ۱۰$$

$$n(S) = ۳\times ۳\times ۲\times ۱ = ۱۸$$

بنابراین احتمال خواسته شده برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۰}{۱۸} = \frac{۵}{۹}$$

۴۵ گزینه ۳

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲
قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸

گام اول

الف) تعداد کل حالت‌ها ($n(S)$) در پرتاب دو تاس برابر ۳۶ است.
ب) مجموع اعداد ظاهر شده در پرتاب دو تاس عددی بین ۲ و ۱۲ خواهد بود. بنابراین پیشامد مورد نظر شامل حالت‌هایی می‌شود که جمع دو تاس برابر ۴، ۸ یا ۱۲ است.
ج) احتمال پیشامد A را می‌توان از رابطه زیر محاسبه کرد.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

گام دوم

حالت‌هایی که مجموع دو تاس برابر ۴، ۸ یا ۱۲ شود را مشخص می‌کنیم:

$$\text{مجموع دو تاس برابر۴}: (۱,۳), (۲,۲), (۳,۱)$$

$$\text{مجموع دو تاس برابر۸}: (۲,۶), (۳,۵), (۴,۴), (۵,۳), (۶,۲)$$

$$\text{مجموع دو تاس برابر۱۲}: (۶,۶)$$

بنابراین $n(A) = ۹$ و $n(S) = ۳۶$ و داریم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۹}{۳۶} = \frac{۱}{۴}$$

۴۶ گزینه ۳

$$P_{\text{کل}} = P(\text{۱ مهره قرمز، ۳ مهره سفید}) + P(\text{۱ مهره قرمز، ۲ مهره سفید، ۱ مهره سیاه})$$

$$= \frac{\binom{۲}{۱}\binom{۷}{۲}\binom{۵}{۱}}{\binom{۱۴}{۴}} + \frac{\binom{۲}{۱}\binom{۷}{۳}}{\binom{۱۴}{۴}} = \frac{۲ \times \frac{۷ \times ۶}{۲} \times ۵ + ۲ \times \frac{۷!}{۳! \times ۴!}}{\frac{۱۴!}{۴! \times ۱۰!}}$$

$$= \frac{۷ \times ۶ \times ۵ + ۲ \times \frac{۷ \times ۶ \times ۵}{۳ \times ۲}}{\frac{۱۴ \times ۱۳ \times ۱۲ \times ۱۱}{۴ \times ۳ \times ۲}}$$

$$P_{\text{کل}} = \frac{۲۱۰ + ۷۰}{۷ \times ۱۳ \times ۱۱} = \frac{۴۰}{۱۳ \times ۱۱} = \frac{۴۰}{۱۴۳}$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱ ۱۳۹۵
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

۴۷ گزینه ۱

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

گام اول

الف) ۵ مهره با شماره‌های ۱ تا ۵ داریم. از میان ۵ مهره، ۳ مهر دارای شمارهٔ فرد و ۲ مهره دارای شمارهٔ زوج هستند. پیشامد مورد نظر خارج نشدن دو مهره با شمارهٔ فرد به صورت متوالی است. بنابراین مهره‌ها باید به صورت یک در میان زوج و فرد خارج شوند و چون تعداد مهره‌ها به شماره‌های فرد یکی بیشتر است پس تنها حالت ممکن چنین می‌شود:

A پیشامد : فرد, زوج, فرد, زوج, فرد

ب) احتمال پیشامد A را می توان از رابطهٔ زیر محاسبه کرد:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

گام دوم

فضای حالت به صورت تمام حالت‌هایی که ۵ شماره می‌توانند به صورت پشت سر هم قرار گیرند تعریف می‌شود پس:

$$n(S) = ۵! = ۱۲۰$$

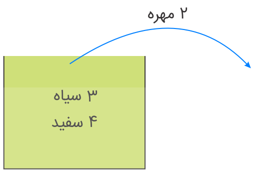
A : فرد, زوج, فرد, زوج, فرد

$$n(A) = ۳ \times ۲ \times ۲ \times ۱ \times ۱ = ۱۲$$

بنابراین:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۲}{۱۲۰} = \frac{۱}{۱۰} = ۰/۱$$

۴۸ گزینه ۲



$$n(S) = \binom{۷}{۲} = \frac{۷!}{۲!۵!} = \frac{۷ \times ۶}{۲} = ۲۱$$

فرض کنید A پیشامد هم‌رنگ بودن مهره‌های خارج‌شده باشد.

$$n(A) = \underbrace{\binom{۴}{۲}}_{\text{هر دو سفید}} + \underbrace{\binom{۳}{۲}}_{\text{هر دو سیاه}} = \frac{۴!}{۲!۲!} + \frac{۳!}{۲!۱!} = ۶ + ۳ = ۹$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۹}{۲۱} = \frac{۳}{۷}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

۴۹ گزینه ۴

اگر پیشامد آنکه جمع عدد دو تاس بیشتر از ۴ باشد را با A و پیشامد آنکه سکه رو ظاهر شود را با B نمایش دهیم، آنگاه متمم پیشامد A آن است که جمع دو تاس کمتر یا مساوی ۴ باشد. در این صورت داریم:

$$A' = \{(۱,۱),(۱,۲),(۱,۳),(۲,۱),(۲,۲),(۳,۱)\}$$
$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶} \Rightarrow P(A) = \frac{۵}{۶}$$

همچنین احتمال وقوع پیشامد B برابر $P(B) = \frac{۱}{۲}$ است. دو پیشامد A و B، مستقل از یکدیگرند، پس $P(A \cap B) = \frac{۵}{۶} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۵}{۱۲}$ است. داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{۵}{۶} + \frac{۱}{۲} - \frac{۵}{۱۲} = \frac{۱۱}{۱۲}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

۵۰ گزینه ۳

$$\bar{x} = ۱۳ \Rightarrow \frac{a + ۷ + ۱۰ + ۱۴ + ۱۱ + ۱۶ + ۱۸ + ۹ + ۲۰}{۹} = \frac{a + ۱۰۵}{۹} = ۱۳$$

$$\Rightarrow a + ۱۰۵ = ۱۱۷ \Rightarrow a = ۱۲$$

حالا با داشتن a، داده‌ها را مرتب می‌کنیم تا میانهٔ آن‌ها را پیدا کنیم:

$$۷ \quad ۹ \quad ۱۰ \quad ۱۱ \quad \underset{\text{میانه}}{۱۲} \quad ۱۴ \quad ۱۶ \quad ۱۸ \quad ۲۰$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

۵۱ گزینه ۴

احتمال موردنظر را به‌صورت زیر می‌توان نوشت:

$$P(B|A') = \frac{P(B\cap A')}{P(A')} = \frac{P(B-A)}{۱-P(A)} = \frac{P(B)-P(A)}{۱-P(A)} \Rightarrow \frac{\frac{۳}{۴}-\frac{۱}{۳}}{۱-\frac{۱}{۳}} = \frac{\frac{۵}{۱۲}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۵}{۸}$$

تذکر: اگر $B \subseteq A$، آنگاه $A\cap B = A$ و $P(B-A) = P(B) - P(A)$ است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۰

۵۲ گزینه ۴

$$\delta^۲ = ۴ \Rightarrow ۴ = \frac{۱+b^۲+۹+۰+a^۲+۹}{۶} \Rightarrow a^۲ = ۵ - b^۲$$

چون a و b اعدادی صحیح هستند، پس حتماً یکی از آن‌ها اندازهٔ ۱ دارد و دیگری اندازهٔ ۲. اما برای این‌که مجموع انحرافات از میانگین صفر شود، حتماً باید یکی از آن‌ها را منفی در نظر بگیریم. پس $ab = -۲$.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

۵۳ گزینه ۴

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

گام اول

الف) ضریب تغییرات از رابطهٔ $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ به دست می‌آید که σ انحراف معیار و $\bar{x}$ میانگین داده‌ها است. می‌دانیم:

$$\bar{x} = \frac{x_۱ + x_۲ + \ldots + x_n}{n}$$

$$\sigma^۲ = \frac{x_۱^۲ + x_۲^۲ + \ldots + x_n^۲}{n} - (\bar{x})^۲$$

ب) داریم:

$$n = ۳۰$$
$$x_۱ + x_۲ + \ldots + x_{۳۰} = ۲۴۰$$
$$x_۱^۲ + x_۲^۲ + \ldots + x_{۳۰}^۲ = ۲۱۹۰$$

گام دوم

با توجه به اطلاعات موجود، ابتدا میانگین و انحراف معیار داده‌ها را به دست آوریم:

$$\bar{x} = \frac{۲۴۰}{۳۰} = ۸$$

$$\sigma^۲ = \frac{x_۱^۲ + x_۲^۲ + \ldots + x_{۳۰}^۲}{۳۰} - (\bar{x})^۲ \Rightarrow \sigma^۲ = \frac{۲۱۹۰}{۳۰} - ۸^۲ = ۷۳ - ۶۴ = ۹ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۹} = ۳$$

پس ضریب تغییرات داده‌ها برابر است با:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۳}{۸} = ۰/۳۷۵$$

۵۴

گزینه ۳

رابطهٔ احتمال اجتماع را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$\Rightarrow ۰/۶=P(A)+P(B)-۰/۱\Rightarrow P(A)+P(B)=۰/۷$$

همچنین چون A و B مستقل‌اند، پس:

$$P(A\cap B)=P(A).P(B)\Rightarrow P(A).P(B)=۰/۱\Rightarrow P(A)=\frac{۰/۱}{P(B)}$$

بنابراین:

$$P(A)+P(B)=۰/۷\Rightarrow\frac{۰/۱}{P(B)}+P(B)=۰/۷\Rightarrow P^{۲}(B)-۰/۷P(B)+۰/۱=۰$$
$$P(B)=\frac{۰/۷\pm\sqrt{۰/۴۹-۰/۴}}{۲}=\frac{۰/۷\pm۰/۳}{۲}\Rightarrow P(B)=۰/۵\ ,\ ۰/۲$$

باتوجه‌به اینکه $P(B')>P(B)$ است، پس $P(B)=۰/۲$.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۵۵

گزینه ۱

A: پیشامد آن است که هر دو سکه رو بیاید.
B: پیشامد آن است که تاس ۶ بیاید.

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۶}-\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۶}$$
$$=\frac{۶+۴-۱}{۲۴}=\frac{۹}{۲۴}=\frac{۳}{۸}$$

نکته: دقت کنید که A و B دو پیشامد مستقل از یکدیگر هستند.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

۵۶

گزینه ۲

برای پیدا کردن میانه، داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$۹,\ ۱۰,\ ۱۲/۵,\ ۱۳,\ ۱۳,\ ۱۴,\ ۱۵,\ ۱۶,\ ۱۷,\ ۱۷/۵$$

تعداد داده‌ها زوج است بنابراین میانه برابر با میانگین دو دادهٔ پنجم و ششم است. داریم:

$$\text{میانه}=\frac{۱۳+۱۴}{۲}=۱۳/۵$$

میانگین داده‌ها را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\text{میانگین}=\frac{۹+۱۰+۱۲/۵+۱۳+۱۳+۱۴+۱۵+۱۶+۱۷+۱۷/۵}{۱۰}=۱۳/۷$$

بنابراین تفاضل میانه از میانگین برابر است با:

$$۱۳/۷-۱۳/۵=۰/۲$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۹

۵۷ گزینه ۴

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۷

گام اول

الف) در چنین تست‌های احتمال شرطی بهتر است ابتدا فضای نمونه‌ای جدید را با توجه به شرط داده شده تعریف کنیم. می‌دانیم در یک خانوادهٔ سه فرزندی تعداد اعضای فضای نمونه‌ای $۸ = ۲^۳$ است. چون حداقل یکی از فرزندان حتماً دختر است پس حالتی که هر سه فرزند پسر باشند از فضای نمونه‌ای حذف می‌شود.
ب) پیشامد مطلوب را با توجه به فضای نمونه‌ای جدید تعیین می‌کنیم.

گام دوم

$$n(S) = ۸ - ۱ = ۷$$

اگر پیشامد داشتن حداقل دو فرزند دختر را با A نشان دهیم، داریم:

$$A = \{(د, د, پ), (د, پ, د), (پ, د, د), (د, د, د)\}$$

$$n(A) = ۴$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۷}$$

۵۸ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

گام اول

برای به دست آوردن ضریب تغییرات در طول اضلاع این مربع‌ها، ابتدا انحراف معیار طول اضلاع را با σ نشان داده و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^۲}{n} - \bar{x}^۲}$$

در این تست $\bar{x} = ۸$ و $\frac{\sum x_i^۲}{n} = ۶۵/۴۴$ است، پس σ را محاسبه کرده و با استفاده از فرمول $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$، ضریب تغییرات را مشخص می‌کنیم.

گام دوم

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^۲}{n} - \bar{x}^۲} = \sqrt{۶۵/۴۴ - ۸^۲} = \sqrt{۶۵/۴۴ - ۶۴} = \sqrt{۱/۴۴} = ۱/۲$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۱/۲}{۸} = ۰/۱۵$$

۵۹ گزینه ۴

می‌دانیم مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین برابر با صفر است، بنابراین اختلاف چهار داده از میانگین برابر با ۱ و اختلاف چهار داده از میانگین نیز برابر با ۱- می‌باشد.

$$\sigma^۲ = \frac{۴(۱)^۲ + ۴(-۱)^۲ + ۰}{۹} = \frac{۸}{۹} \Rightarrow \sigma = \frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

۶۰ گزینه ۴

$$\sigma^۲ = \frac{\sum x_i^۲}{n} - (\bar{x})^۲ = \frac{۳۲۵۰}{۲۵} - (\frac{۲۷۵}{۲۵})^۲ = ۱۳۰ - ۱۲۱ = ۹ \Rightarrow \sigma = ۳$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \;,\; \bar{x} = \frac{۲۷۵}{۲۵} = ۱۱$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۳}{۱۱} = ۰/۲۷۲۷$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

۶۱

گزینه ۴

$$\sigma = ۲ \Rightarrow \sigma^۲ = ۴ \Rightarrow ۴ = \frac{۳^۲ + (-۱)^۲ + b^۲ + (-۱)^۲ + ۰^۲ + a^۲}{۶}$$

$$a^۲ + b^۲ + ۱۱ = ۲۴ \Rightarrow a^۲ + b^۲ = ۱۳ \quad (۱)$$

ازطرفی می‌دانیم جمع انحرافات از میانگین همواره صفر است یعنی:

$$۳ + (-۱) + b + (-۱) + ۰ + a = ۰ \Rightarrow a + b = -۱ \quad (۲)$$

$$a^۲ + b^۲ = (a+b)^۲ - ۲ab \xrightarrow{(۱),(۲)} ۱۳ = ۱ - ۲ab \Rightarrow ab = -۶$$

$$x^۲ - Sx + P = ۰ \Rightarrow x^۲ + x - ۶ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۳ = b \\ x = ۲ = a \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

۶۲

گزینه ۲

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۴, ۱۵, ۱۷, ۱۸, ۱۸$$

چون تعداد داده‌ها زوج است، میانه برابر میانگین دو دادهٔ وسط است. چارک اول میانهٔ نیمهٔ اول داده‌ها و چارک سوم میانهٔ نیمهٔ دوم داده‌ها است.

$$۷, ۸, \overbrace{۹, ۱۰}^{Q_۱ = \frac{۹+۱۰}{۲} = ۹/۵}, ۱۰, \underbrace{۱۱, ۱۲}_{Q_۲ = \frac{۱۱+۱۲}{۲} = ۱۱/۵}, ۱۴, \overbrace{۱۵, ۱۷}^{Q_۳ = \frac{۱۵+۱۷}{۲} = ۱۶}, ۱۸, ۱۸$$

داده‌های بین چارک اول و سوم : $۱۰, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۴, ۱۵$

$$\overline{x} = \frac{۱۰ + ۱۰ + ۱۱ + ۱۲ + ۱۴ + ۱۵}{۶} = \frac{۷۲}{۶} = ۱۲$$

$$\sigma^۲ = \frac{(۱۰-۱۲)^۲ + (۱۰-۱۲)^۲ + (۱۱-۱۲)^۲ + (۱۲-۱۲)^۲ + (۱۴-۱۲)^۲ + (۱۵-۱۲)^۲}{۶}$$

$$= \frac{۴ + ۴ + ۱ + ۰ + ۴ + ۹}{۶} = \frac{۲۲}{۶} = \frac{۱۱}{۳} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{۱۱}{۳}} \simeq ۱/۹$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۸

۶۳

گزینه ۳

A: قبولی در امتحان اول
B: قبولی در امتحان دوم

$$P(B) = ۰/۹ \quad , \quad P(A \cap B) = ۰/۸۵$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{۰/۸۵}{۰/۹} = \frac{۱۷}{۱۸}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۶۴

گزینه ۱

فرض می‌کنیم A پیشامد آمدن مجموع فرد در پرتاب سه تاس و B پیشامد آمدن حداقل یک ۲ باشد، پس می‌خواهیم $P(B|A)$ را حساب کنیم:

$$P(B|A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}$$

ابتدا $P(A)$ را حساب می‌کنیم. برای اینکه مجموع فرد شود، لازم است هر سه تاس فرد بیاید و یا دو تاس زوج و یکی فرد باشد؛ پس:

$$P(A)=\frac{(۳\times ۳\times ۳)+(\binom{۳}{۲}\times\binom{۳}{۱}\times ۳!+\binom{۳}{۱}\times\binom{۳}{۱}\times\frac{۳!}{۲!})}{۲۱۶}$$

$$=\frac{۲۷+(۵۴+۲۷)}{۲۱۶}=\frac{۱۰۸}{۲۱۶}$$

برای محاسبهٔ $P(A\cap B)$ یعنی احتمال مجموع فرد و حداقل یک تاس ۲، هرکدام از حالات یک ۲ و یا دو عدد ۲ را جداگانه حساب می‌کنیم:

$$P(A\cap B)=\frac{۱\times ۲\times ۳\times ۳!+۱\times ۳\times ۳}{۲۱۶}=\frac{۴۵}{۲۱۶}$$

پس:

$$P(B|A)=\frac{\frac{۴۵}{۲۱۶}}{\frac{۱۰۸}{۲۱۶}}=\frac{۵}{۱۲}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۶۵

گزینه ۴

انحراف معیار و میانگین داده‌های اولیه را به ترتیب با σ_x و $\bar{x}$ نشان می‌دهیم، در این صورت ضریب تغییرات این داده‌ها برابر می‌شود با:

$$CV_x=\frac{\sigma_x}{\bar{x}}\ (*)$$

برای محاسبهٔ ضریب تغییرات داده‌های جدید داریم:

$$CV_{(۲x+۳)}=\frac{\sigma_{(۲x+۳)}}{۲x+۳}$$

می‌دانیم $\begin{cases}\overline{ax+b}=a\bar{x}+b\\ \sigma_{ax+b}=|a|\sigma_x\end{cases}$، پس:

$$CV_{(۲x+۳)}=\frac{۲\sigma_x}{۲\bar{x}+۳}\ (**)$$

$$\xrightarrow{(*),(**)}\frac{CV_{(۲x+۳)}}{CV_x}=\frac{\frac{۲\sigma_x}{۲\bar{x}+۳}}{\frac{\sigma_x}{\bar{x}}}=\frac{۲\bar{x}}{۲\bar{x}+۳}$$

باتوجه‌به فرض سؤال $\bar{x}=۱۲$، پس نسبت ضریب تغییرات داده‌های جدید به ضریب تغییرات داده‌های اولیه، برابر است با:

$$\frac{۲\times ۱۲}{۲\times ۱۲+۳}=\frac{۲۴}{۲۷}=\frac{۸}{۹}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸

۶۶ گزینه ۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

گام اول

الف) به طور کلی $۸ = ۳ + ۵$ موش در آزمایشگاه وجود دارد. قرار است اولین موش سفید و سومین موش سیاه باشد پس موش دوم می‌تواند سفید یا سیاه باشد. یعنی دو حالت داریم.

ب) این دو حالت هیچ اشتراکی با هم ندارند پس احتمال کل برابر مجموع احتمال‌های دو حالت تعریف می‌شود.

گام دوم

حالت اول: موش اول سفید، موش دوم سفید، موش سوم سیاه

$$P_{۱} = \frac{۵}{۸} \times \frac{۴}{۷} \times \frac{۳}{۶} = \frac{۶۰}{۳۳۶} = \frac{۵}{۲۸}$$

حالت دوم: موش اول سفید، موش دوم سیاه، موش سوم سیاه

$$P_{۲} = \frac{۵}{۸} \times \frac{۳}{۷} \times \frac{۲}{۶} = \frac{۳۰}{۳۳۶} = \frac{۵}{۵۶}$$

پس احتمال خواسته شده برابر است با:

$$P = P_{۱} + P_{۲} = \frac{۵}{۲۸} + \frac{۵}{۵۶} = \frac{۱۰ + ۵}{۵۶} = \frac{۱۵}{۵۶}$$

۶۷ گزینه ۱

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

گام اول

الف) پیشامد داشتن تحصیلات ابتدایی را با A و پیشامد داشتن مهارت قالی‌بافی را با B نشان می‌دهیم. هدف محاسبه $P(A \cup B)$ است.

ب) می‌دانیم

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

ج) دو پیشامد A و B مستقل‌اند پس $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

با محاسبه $P(A \cap B)$ می‌توان $P(A \cup B)$ را حساب کرد.

گام دوم

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = ۰/۶ \times ۰/۲۵ = ۰/۱۵$$
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = ۰/۶ + ۰/۲۵ - ۰/۱۵ = ۰/۷$$

۶۸ گزینه ۲

انحراف معیار زمانی صفر است که داده‌ها برابر باشند. همهٔ پنج داده را x فرض می‌کنیم:

$$x = \frac{۵x + ۸ + ۵ + ۱۱}{۸} \Rightarrow x = ۸$$

ابتدا واریانس را می‌یابیم:

$$\sigma^{۲} = \frac{(۱۱-۸)^{۲} + (۵-۸)^{۲} + (۸-۸)^{۲} + ۵(۸-۸)^{۲}}{۸} = \frac{۱۸}{۸} = ۲/۲۵$$
$$\sigma = \sqrt{۲/۲۵} = ۱/۵$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

۶۹

گزینه ۲

راه‌حل اول: ابتدا میانگین را محاسبه می‌کنیم:

$$\overline{x} = \frac{x_۱ + x_۲ + \dots + x_n}{n} = \frac{۵ + ۷ + ۳ \times ۸ + ۲ \times ۱۰}{۷} = \frac{۱۲ + ۲۴ + ۲۰}{۷} = \frac{۵۶}{۷} = ۸$$

سپس انحراف معیار را به دست می‌آوریم:
واریانس:

$$\sigma^۲ = \frac{(x_۱ - \overline{x})^۲ + (x_۲ - \overline{x})^۲ + \dots + (x_n - \overline{x})^۲}{n}$$
$$= \frac{(۵-۸)^۲ + (۷-۸)^۲ + ۳ \times (۸-۸)^۲ + ۲ \times (۱۰-۸)^۲}{۷}$$
$$= \frac{۹ + ۱ + ۰ + ۸}{۷} = \frac{۱۸}{۷}$$
$$\Rightarrow \text{انحراف معیار} : \sigma = \sqrt{\frac{۱۸}{۷}} = ۳\sqrt{\frac{۲}{۷}}$$

حال ضریب تغییرات را محاسبه می‌کنیم:

$$CV = \frac{\sigma}{\overline{x}} = \frac{۳\sqrt{\frac{۲}{۷}}}{۸} = \frac{۳}{۸} \times ۰/۵۳۴ \simeq ۰/۲۰$$

راه‌حل دوم: برای کمتر شدن محاسبات، عدد ۸ را از همهٔ داده‌ها کم می‌کنیم:

$$-۳, -۱, ۰, ۰, ۰, ۲, ۲$$
$$\overline{x}_{\text{جدید}} = \frac{۲ + ۲ - ۱ - ۳}{۷} = ۰$$
$$\sigma^۲ = \frac{۲ \times ۲^۲ + (-۱)^۲ + (-۳)^۲}{۷} = \frac{۱۸}{۷} \quad \Rightarrow \sigma = ۳\sqrt{\frac{۲}{۷}}$$
$$\overline{x}_{\text{اصلی}} = \overline{x}_{\text{جدید}} + ۸ = ۰ + ۸ = ۸$$
$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\overline{x}_{\text{اصلی}}} = \frac{۳\sqrt{\frac{۲}{۷}}}{۸} \simeq ۰/۲۰$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۷۰

گزینه ۲

طبق روابط احتمال شرطی داریم:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow ۰/۷ = \frac{P(A \cap B)}{۰/۲} \Rightarrow P(A \cap B) = ۰/۱۴$$
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = ۰/۲ + ۰/۲۲ - ۰/۱۴ = ۰/۲۸$$
$$P(B'|A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{P[(A \cup B)']}{P(A')} = \frac{۱ - ۰/۲۸}{۱ - ۰/۲} = \frac{۰/۷۲}{۰/۸} = ۰/۹$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۰
علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۷ ۱۴۰۱

۷۱

گزینه ۳

$$\sigma^۲ = \frac{\Sigma x_i^۲}{n} - \overline{x}^۲ \Rightarrow ۵ = \frac{\Sigma x_i^۲}{n} - ۱۲^۲ \Rightarrow \frac{\Sigma x_i^۲}{n} = \text{میانگین مساحت‌ها} = ۱۴۹$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

۷۲

گزینه ۲

در گروه اول $\overline{X}_۱ = ۸۰$ و $\sigma_۱ = ۵$ و در گروه دوم $\overline{X}_۲ = ۷۲$ و $\sigma_۲ = ۴$ است. برای دو گروه، ضریب تغییرات را محاسبه می‌کنیم:

$$CV_۱ = \frac{\sigma_۱}{\overline{X}_۱} = \frac{۵}{۸۰} = \frac{۱}{۱۶}$$

$$CV_۲ = \frac{\sigma_۲}{\overline{X}_۲} = \frac{۴}{۷۲} = \frac{۱}{۱۸}$$

چون $CV_۲ < CV_۱$ است، پس گروه دوم بهتر است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۷۳

گزینه ۲

داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$۱۰/۶, ۱۰/۶, ۱۱/۲, ۱۱/۵, ۱۱/۹, ۱۲/۳, ۱۲/۷, ۱۲/۸, ۱۳/۵, ۳۰/۲$$

چون تعداد داده‌ها زوج است، پس میانه ($Q_۲$) برابر میانگین دادهٔ پنجم و ششم است.

$$(\text{میانه})\text{چارک دوم}\ Q_۲ = \frac{۱۱/۹ + ۱۲/۳}{۲} = ۱۲/۱$$

۵ عدد قبل از میانه و ۵ عدد بعد از آن قرار دارند، بنابراین:

$$Q_۱ = ۱۱/۲ \quad , \quad Q_۳ = ۱۲/۸$$

پس:

$$\frac{Q_۱ + Q_۳ - ۲Q_۲}{Q_۳ - Q_۱} = \frac{۱۱/۲ + ۱۲/۸ - ۲(۱۲/۱)}{۱۲/۸ - ۱۱/۲} = \frac{-۰/۲}{۱/۶} = -۰/۱۲۵$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۷۴

گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۹

گام اول

با این شرط که می‌دانیم یکی از فرزندان خانوادهٔ سه فرزندی پسر است، فضای نمونه‌ای جدید را تعریف کرده و پیشامد مطلوب را از میان آن مشخص می‌کنیم.

گام دوم

$$S = \{(\text{پ},\text{پ},\text{پ}), (\text{پ},\text{پ},\text{د}), (\text{پ},\text{د},\text{پ}), (\text{د},\text{پ},\text{پ}), (\text{پ},\text{د},\text{د}), (\text{د},\text{پ},\text{د}), (\text{د},\text{د},\text{پ})\}$$

در واقع حالتی که تمام فرزندان دختر باشد، حذف شده است. پس در حالت جدید داریم:

$$n(S) = ۷$$

پیشامد A که داشتن دو دختر از میان سه فرزند را بیان می‌کند، ۳ عضو دارد.

$$A = \{(\text{پ},\text{د},\text{د}), (\text{د},\text{پ},\text{د}), (\text{د},\text{د},\text{پ})\}$$

$$n(A) = ۳$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳}{۷}$$

۷۵

گزینه ۴

نمرات ۹ و ۲۰ را حذف می‌کنیم:

$$۱۴, ۱۲, ۱۵, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۵, ۱۱$$

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{۱۱۲}{۸} = ۱۴$$

$$\sigma^۲ = \frac{(x_۱ - \bar{x})^۲ + (x_۲ - \bar{x})^۲ + \ldots + (x_n - \bar{x})^۲}{n}$$

$$\sigma^۲ = \frac{(۱۱ - ۱۴)^۲ + (۱۲ - ۱۴)^۲ + ۲(۱۴ - ۱۴)^۲ + ۳(۱۵ - ۱۴)^۲ + (۱۶ - ۱۴)^۲}{۸}$$

$$= \frac{۹ + ۴ + ۰ + ۳ + ۴}{۸} = \frac{۲۰}{۸} = ۲/۵$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{۲/۵} \simeq ۱/۶$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

۷۶

گزینه ۱

گام اول: تعداد کل حالت‌های پیش‌آمده برابر است با:

$$\binom{۸}{۱} \times \binom{۵}{۱} = ۸ \times ۵ = ۴۰$$

گام دوم: حالت‌های مطلوب را می‌نویسیم:

$$(۴, ۵)$$
$$(۵, ۴), (۵, ۵)$$
$$(۶, ۳), (۶, ۴), (۶, ۵)$$
$$(۷, ۲), (۷, ۳), (۷, ۴), (۷, ۵)$$
$$(۸, ۱), (۸, ۲), (۸, ۳), (۸, ۴), (۸, ۵)$$

تعداد حالت‌ها برابر ۱۵تا است.

گام آخر: احتمال مطلوب ما برابر است با:

$$P(A) = \frac{۱۵}{۴۰} = \frac{۳}{۸}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

۷۷

گزینه ۱

احتمال قبولی در آزمون اول را $P(A)$ و احتمال قبولی در آزمون دوم را $P(B)$ فرض می‌کنیم.

$$P(A) = ۰/۷ \;,\; P(B) = ۰/۶ \;,\; P(B|A) = ۰/۸$$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \Rightarrow P(B \cap A) = ۰/۷ \times ۰/۸ = ۰/۵۶$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = ۰/۷ + ۰/۶ - ۰/۵۶$$
$$= ۱/۳ - ۰/۵۶ = ۰/۷۴$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۷۸ گزینه ۳

n زوج $: x_1 , x_2 , \ldots , x_{\frac{n}{2}} , x_{\frac{n}{2}+1} , \ldots , x_n$

$$-\left(\frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_{\frac{n}{2}}}{\frac{n}{2}}\right) = \left(\frac{x_{\frac{n}{2}+1} + \ldots + x_n}{\frac{n}{2}}\right) - ۶$$
$$\Rightarrow \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{\frac{n}{2}} = ۶ \Rightarrow ۲\left(\frac{x_1 + \ldots + x_n}{n}\right) = ۶ \Rightarrow ۲\bar{x} = ۶ \Rightarrow \bar{x} = ۳$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

۷۹ گزینه ۱

اگر پیشامد شرکت‌کردن امیر در مسابقه را با A و شرکت‌کردن بهروز را با B نشان دهیم، داریم:

$$P(A) = ۰/۶ \quad , \quad P(B) = ۰/۳$$
$$P(A|B) = ۰/۵ \quad , \quad P(A|B') = ?$$
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = ۰/۵ \Rightarrow P(A \cap B) = ۰/۳ \times ۰/۵ = ۰/۱۵$$
$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A - B)}{۱ - P(B)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{۱ - P(B)}$$
$$= \frac{۰/۶ - ۰/۱۵}{۱ - ۰/۳} = \frac{۰/۴۵}{۰/۷} = \frac{۹}{۱۴}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

۸۰ گزینه ۴

A: متولد شدن خرگوش نر در اولین بارداری
B: متولد شدن خرگوش نر در دومین بارداری

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{۰/۶}{۰/۷} = \frac{۶}{۷}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۸۱ گزینه ۱

نکته: در داده‌هایی که به صورت دنبالهٔ حسابی هستند، میانه و میانگین برابرند.
داده‌های آماری اعداد طبیعی متوالی هستند، پس جملات دنباله‌ای حسابی می‌باشند. بنابراین طبق نکته میانگین و میانه برابر است. با افزودن ۲ واحد به تمام داده‌ها، همچنان دنباله‌ای حسابی می‌باشد، بنابراین اختلاف میانه و میانگین برابر با صفر است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

۸۲ گزینه ۴

چون واریانس برابر صفر است نتیجه می‌گیریم تمام داده‌ها باهم برابرند و چون با افزودن ۲۴ و ۱۶ و ۲۶ میانگین تغییر نمی‌کند میانگین این ۳ عدد برابر یازده دادهٔ قبلی است.

$$\bar{x} = \frac{۲۴ + ۱۶ + ۲۶}{۳} = ۲۲$$

بنابراین باید انحراف معیار داده‌های زیر را حساب کنیم:

$$\underbrace{۲۲, \ldots, ۲۲}_{۱۱}, ۱۶, ۲۴, ۲۶, \bar{x} = ۲۲$$
$$\sigma = \sqrt{\frac{(۲۲ - ۱۶)^۲ + (۲۴ - ۲۲)^۲ + (۲۶ - ۲۲)^۲}{۱۴}} = ۲$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۱

۸۳

گزینه ۴

راه‌حل اول:

دو پیشامد مستقل از یکدیگرند:

$$\begin{aligned}P(A\cup B) &= P(A)+P(B)-P(A\cap B)\\ &= P(A)+P(B)-P(A)P(B)\\ &= ۰/۹+۰/۸-۰/۹\times ۰/۸=۰/۹۸\end{aligned}$$

راه‌حل دوم:

متمم پیشامد آنکه "حداقل یک نفر عمل موفقیت‌آمیز داشته باشد" آن است که "هیچ‌کدام عمل موفقیت‌آمیز نداشته باشند"، ازآنجاکه عمل جراحی A و B مستقل از هم است، احتمال پیشامد اخیر برابر است با:

$$(۱-۰/۹)\times(۱-۰/۸)=۰/۰۲$$

پس احتمال موردنظر سؤال، برابر می‌شود با $۱-۰/۰۲=۰/۹۸$.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸

۸۴

گزینه ۲

ابتدا توجه کنید که در هر بار پرتاب هر تاس، احتمال زوج آمدن عدد رو شده برابر $\frac{۳}{۶}=\frac{۱}{۲}$ است.

سه حالت مطلوب امکان‌پذیر است که با توجه به مستقل بودن پرتاب تاس‌ها از هم، می‌توان نوشت:

۱) در پرتاب اول، هر دو تاس زوج بیایند: $P_۱=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۴}$

۲) در پرتاب دوم، برای اولین بار هر دو تاس زوج بیایند:

$$P_۲=\underbrace{(۱-\overset{\text{هر دو زوج}}{\frac{۱}{۴}})}_{\text{پرتاب اول}}\underbrace{(\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲})}_{\text{پرتاب دوم}}=\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۱۶}$$

۳) در پرتاب سوم، برای اولین بار هر دو تاس زوج بیایند:

$$P_۳=\underbrace{(۱-\overset{\text{هر دو زوج}}{\frac{۱}{۴}})}_{\text{پرتاب اول}}\underbrace{(۱-\overset{\text{هر دو زوج}}{\frac{۱}{۴}})}_{\text{پرتاب دوم}}\underbrace{(\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲})}_{\text{پرتاب سوم}}=\frac{۳}{۴}\times\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۹}{۶۴}$$

چون سه حالت بالا ناسازگارند، پس:

$$\Rightarrow \text{احتمال مورد نظر}: P=P_۱+P_۲+P_۳$$

$$=\frac{۱}{۴}+\frac{۳}{۱۶}+\frac{۹}{۶۴}=\frac{۱۶}{۶۴}+\frac{۱۲}{۶۴}+\frac{۹}{۶۴}=\frac{۱۶+۱۲+۹}{۶۴}=\frac{۳۷}{۶۴}$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱ ۱۳۹۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

۸۵ گزینه ۲

ضریب تغییرات نمرات آزمون هر کارگری کمتر باشد به منزلهٔ آن است که دقت بیشتری دارد.

$$\bar{x}_A = \frac{۱۵+۱۴+۱۵+۱۶+۱۷+۱۹}{۶} = ۱۶$$

$$\bar{x}_B = \frac{۱۶+۱۴+۱۷+۱۴+۱۷+۱۸}{۶} = ۱۶$$

$$\sigma_A^۲ = \frac{(-۱)^۲+(-۲)^۲+(-۱)^۲+۰^۲+۱^۲+۳^۲}{۶} = \frac{۸}{۳}$$

$$\sigma_B^۲ = \frac{۰^۲+(-۲)^۲+۱^۲+(-۲)^۲+۱^۲+۲^۲}{۶} = \frac{۷}{۳}$$

$$\sigma_B^۲ < \sigma_A^۲ \Rightarrow \sigma_B < \sigma_A \xrightarrow{\bar{x}_A=\bar{x}_B} CV_B < CV_A$$

پس دقت عمل B بیشتر است.

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۴
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۳

۸۶ گزینه ۳

$$\text{واریانس} = \frac{\sum (x_i-\bar{x})^۲}{n} \Rightarrow ۹ = \frac{\sum (x_i-\bar{x})^۲}{۱۸} \Rightarrow \sum_{i=۱}^{۱۸} (x_i-۲۵)^۲ = ۱۸ \times ۹ = ۱۶۲$$

ازآنجاکه میانگین سه دادهٔ آماری اضافه‌شده برابر ۲۵ می‌باشد $\left(\frac{۲۰+۲۷+۲۸}{۳} = ۲۵\right)$، بنابراین میانگین داده‌های جدید همان ۲۵ است.

$$\sigma'^۲ = \frac{\sum_{i=۱}^{۲۱} (x_i-۲۵)^۲}{۲۱} = \frac{\sum_{i=۱}^{۱۸} (x_i-۲۵)^۲ + (۲۰-۲۵)^۲ + (۲۷-۲۵)^۲ + (۲۸-۲۵)^۲}{۲۱}$$

$$= \frac{۱۶۲+۲۵+۴+۹}{۲۱} = \frac{۲۰۰}{۲۱} \simeq ۹/۵۲$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

۸۷ گزینه ۴

$$P(A) = ۲P(B) = ۲x$$

$$P(A \cup B) = \frac{۷}{۹} \Rightarrow P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{P(A)P(B)} = \frac{۷}{۹}$$

$$\Rightarrow ۲x + x - ۲x(x) = \frac{۷}{۹} \Rightarrow ۳x - ۲x^۲ = \frac{۷}{۹}$$

$$\xrightarrow{\times ۹} ۲۷x - ۱۸x^۲ = ۷ \Rightarrow ۱۸x^۲ - ۲۷x + ۷ = ۰$$

$$\Rightarrow (۳x-۱)(۶x-۷) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{۱}{۳} & \checkmark \\ x = \frac{۷}{۶} & \times \end{cases}$$

بنابراین $P(A) = ۲x = \frac{۲}{۳}$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۸۸ گزینه ۴

نکته: واریانس داده‌ها را می‌توان از رابطهٔ $\sigma^۲ = \frac{\Sigma x_i^۲}{n} - (\frac{\Sigma x_i}{n})^۲$ به دست آورد.
اگر طول اضلاع مربع‌ها را x_i درنظر بگیریم، باتوجه‌به فرض سؤال داریم:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = ۰/۲ \xrightarrow{\bar{x}=۱۵} \sigma = ۱۵ \times ۰/۲ = ۳ \Rightarrow ۹ = \frac{\Sigma x_i^۲}{n} - ۱۵^۲ \Rightarrow \frac{\Sigma x_i^۲}{n} = ۲۳۴$$

ازآنجاکه مساحت مربع‌ها به‌صورت $x_i^۲$ است، پس میانگین مساحت مربع‌ها برابر ۲۳۴ است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

۸۹ گزینه ۴

$$\underset{\downarrow\atop Q_۱}{۲,۲} , \underset{\downarrow\atop Q_۲}{۴,۵} , \underset{\downarrow\atop Q_۳}{۸,۱۰} , ۱۲$$

دامنهٔ تغییرات اولیه را می‌یابیم:

$$R_۱ = ۱۲ - ۲ = ۱۰$$

دامنهٔ تغییرات جدید بعد از حذف ۱۲:

$$R_۲ = ۱۰ - ۲ = ۸$$

توجه کنید که ۲ کوچک‌تر از ۲ نیست و آن را حذف نمی‌کنیم. (هر چند تأثیری در حل سؤال نداشت)

$$\begin{matrix} ۱۰ & ۱۰۰ \\ ۲ & x \end{matrix} \Rightarrow x = \frac{۲ \times ۱۰۰}{۱۰} = ۲۰\%$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

۹۰ گزینه ۴

$S' =$ فضای نمونه‌ای جدید $=$ پیشامد اینکه حداقل عدد یک تاس مضرب ۳ نباشد
$n(S') =$ کل حالت‌ها $-$ تعداد حالت‌هایی که هر دو عدد تاس مضرب ۳ باشند
$= ۳۶ -$ تعداد حالت‌هایی که هر دو عدد تاس مضرب ۳ باشند

هر دو عدد تاس مضرب ۳ باشند : $(۳,۳), (۶,۳), (۳,۶), (۶,۶)$
$n(S') = ۳۶ - ۴ = ۳۲$

جمع مضرب ۳ : $A = \{(۲,۱),(۱,۲),(۴,۲),(۲,۴),(۵,۱),(۱,۵),(۴,۵),(۵,۴)\}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S')} = \frac{۸}{۳۲} = \frac{۱}{۴}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۳

۹۱ گزینه ۲

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow ۰/۰۶ = \frac{\sigma}{۲۵} \Rightarrow \sigma = ۱/۵$$

$$\sigma^۲ = ۲/۲۵ = \frac{x_۱^۲ + \ldots + x_n^۲}{n} - (\bar{x})^۲$$

$۲/۲۵ =$ میانگین مساحت‌ها $- ۲۵^۲$

میانگین مساحت‌ها : $۲/۲۵ + ۶۲۵ = ۶۲۷/۲۵$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

۹۲ گزینه ۳

$$\text{ضریب تغییرات} = \frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}} \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \xrightarrow[CV=۰/۲]{\bar{x}=۱۵} \sigma = ۳ \Rightarrow \sigma^۲ = ۹$$

مطابق رابطهٔ واریانس داریم:

$$\sigma^۲ = \frac{x_۱^۲ + x_۲^۲ + \ldots + x_n^۲}{n} - \bar{x}^۲ \xrightarrow[\bar{x}=۱۵]{x_i^۲=S_i} ۹ + ۱۵^۲ = \frac{S_۱ + S_۲ + \ldots + S_n}{n} = \bar{S} \Rightarrow \bar{S} = ۲۳۴$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۹۳ گزینه ۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۱

گام اول

به طور کلی ۸ = ۳ + ۵ موش در آزمایشگاه وجود دارد. پیشامد مطلوب این است که فقط یکی از موش‌ها دیابتی باشد. پس یک موش از بین ۵ موش سالم و یک موش از بین ۳ موش دیابتی انتخاب می‌شود.

گام دوم

$$n(S) = \binom{۸}{۲} = \frac{۸!}{۲!۶!} = \frac{۸ \times ۷ \times ۶!}{۲ \times ۶!} = \frac{۵۶}{۲} = ۲۸$$
$$n(A) = \binom{۳}{۱}\binom{۵}{۱} = ۳ \times ۵ = ۱۵$$
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۵}{۲۸}$$

۹۴ گزینه ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۵

گام اول

الف) فضای نمونه‌ای مربوط به یک خانواده دو فرزندی چهار حالت دارد. اما با توجه به اینکه می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است، حالتی که هر دو فرزند دختر باشند را حذف می‌کنیم.

ب) با توجه به فضای نمونه‌ای جدید، احتمال پیشامد خواسته شده را حساب می‌کنیم.

گام دوم

$$S = \{(\text{پ},\text{پ}), (\text{پ},\text{د}), (\text{د},\text{پ})\} \ , \ n(S) = ۳$$

از میان ۳ حالت نوشته شده فقط ۲ حالت مطلوب ماست و حالتی که هر دو فرزند پسر باشد قابل قبول نیست. بنابراین احتمال این‌که این خانواده دارای فرزند دختر باشد برابر $\frac{۲}{۳}$ است.

۹۵ گزینه ۳

راه‌حل اول:

چون دو پیشامد A و B مستقل هستند، بنابراین داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B) = \frac{۸۴}{۱۰۰} + \frac{۷۵}{۱۰۰} - (\frac{۸۴}{۱۰۰} \times \frac{۷۵}{۱۰۰}) = ۰/۹۶$$

راه‌حل دوم:

هرگاه در مسائل احتمال لااقل یکی داشتیم از متمم استفاده می‌کنیم (C' : احتمال اینکه هیچ‌کدام قبول نشوند):

$$P(C') = \frac{۱۶}{۱۰۰} \times \frac{۲۵}{۱۰۰} = \frac{۴}{۱۰۰} \Rightarrow P(C) = ۱ - \frac{۴}{۱۰۰} = \frac{۹۶}{۱۰۰}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

۹۶ گزینه ۴

$$\sigma^2=\frac{\Sigma x_i^2}{n}-\bar{x}^2 \xrightarrow{\bar{P}=4\bar{x},4\bar{x}=84\Rightarrow\bar{x}=21} \sigma^2=490-441=49\Rightarrow\sigma=7$$
$$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{7}{21}=\frac{1}{3}\simeq 0/33$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

۹۷ گزینه ۱

برای مقایسهٔ دقت عمل دو دستگاه، باید ضریب تغییرات مربوط به دو دستگاه را به دست آوریم.

$$\text{دستگاه A}: CV_A=\frac{\sigma_A}{\bar{x}_A}=\frac{3/6}{150}=0/024$$
$$\text{دستگاه B}: CV_B=\frac{\sigma_B}{\bar{x}_B}=\frac{3/84}{160}=0/024$$

چون ضریب تغییرات دو دستگاه یکسان است؛ پس دقت عمل دو دستگاه نیز یکسان می‌باشد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

۹۸ گزینه ۴

گام اول: احتمال هر پیشامد را حساب می‌کنیم:

$$P(A)=\text{فقط یک سکه رو}=\binom{3}{1}\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{3}{8}$$
$$P(B)=\text{تاس زوج}=\frac{1}{2}$$
$$P(\text{مطلوب})=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{2}+\frac{3}{8}-\frac{1}{2}\times\frac{3}{8}=\frac{11}{16}$$

توجه داشته باشید که دو پیشامد از هم مستقل‌اند، بنابراین:

$$P(A\cap B)=P(A).P(B)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

۹۹ گزینه ۳

$$\text{میانگین داده‌ها}:\ \bar{x}=\frac{\Sigma x_i}{n}=\frac{72}{12}=6$$
$$\text{واریانس داده‌ها}:\ \sigma^2=\frac{\Sigma x_i^2}{n}-\bar{x}^2=\frac{480}{12}-36=4$$
$$\Rightarrow \text{ضریب تغییرات داده‌ها}:\ CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۲

۱۰۰ گزینه ۳

گام اول: ابتدا میانگین تمام داده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\bar{X}=\frac{۶\times ۱۲+۹\times ۱۴}{۶+۹}=۱۳/۲$$

گام دوم: رابطهٔ دوم واریانس را برای هرکدام از دسته داده‌ها می‌نویسیم:

$$\sigma_۱^۲=\frac{\sum x_i^۲}{n_۱}-\bar{x}^۲\Rightarrow ۶=\frac{\sum x_i^۲}{۶}-۱۲^۲\Rightarrow \sum x_i^۲=۹۰۰$$

$$\sigma_۲{}^۲=\frac{\sum y_i{}^۲}{n_۲}-\bar{y}^۲\Rightarrow ۴=\frac{\sum y_i{}^۲}{۹}-۱۴^۲\Rightarrow \sum y_i{}^۲=۱۸۰۰$$

گام سوم: حال واریانس تمام داده‌های ترکیب‌شده را می‌یابیم:

$$\sigma^۲=\frac{\sum x_i{}^۲+\sum y_i{}^۲}{n_۱+n_۲}-\bar{X}^۲\Rightarrow \sigma^۲=\frac{۹۰۰+۱۸۰۰}{۱۵}-۱۳/۲^۲\Rightarrow \sigma^۲=۵/۷۶$$
$$\Rightarrow \sigma=۲/۴$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

۱۰۱ گزینه ۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۷

گام اول

الف) با توجه به این‌که مشخص شده فرزند اول خانواده دختر است، اعضای فضای نمونه‌ای را در حالت جدید حساب کرده و احتمال مورد نظر را به دست می‌آوریم.

ب) چون گفته شده لااقل یکی از فرزندان پسر باشد، پس از دو فرزند باقی مانده یکی یا هر دو باید پسر باشد.

گام دوم

$$S=\{(\text{د},\text{پ},\text{پ}),(\text{د},\text{پ},\text{د}),(\text{د},\text{د},\text{پ}),(\text{د},\text{د},\text{د})\}$$

$$n(S)=۴$$

$$A=\{(\text{د},\text{پ},\text{د}),(\text{د},\text{د},\text{پ}),(\text{د},\text{پ},\text{پ})\}$$

$$n(A)=۳$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۳}{۴}$$

۱۰۲ گزینه ۲

چون هیچ اطلاعی از رنگ مهره‌های خارج‌شده نداریم، پس می‌توانیم فرض کنیم که هیچ مهره‌ای خارج نشده و احتمال سفید بودن این مهره را به دست آوریم:

$$P(\text{سفید بودن})=\frac{۳}{۷}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۳

۱۰۳ گزینه ۴

$$P(\text{ابتلا})=۰/۰۸\,,\ P(\text{بهبود}|\text{ابتلا})=۰/۵$$

$$\Rightarrow P(\text{ابتلا}\cap\text{بهبود})=P(\text{ابتلا})\times P(\text{بهبود}|\text{ابتلا})$$
$$=۰/۰۸\times ۰/۵=۰/۰۴$$

$$\Rightarrow ۰/۰۴\times ۱۰۰=۴\,\%$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

۱۰۴ گزینه ۲

اگر مهره‌های سفید و سیاه را باتوجه‌به شماره‌های آن‌ها با ω_1 تا ω_5 و b_1 تا b_5 نمایش دهیم، فضای نمونهٔ آزمایش موردنظر برابر است با:

$$S = \{(\omega_1, \omega_5), (\omega_2, \omega_4), (b_1, b_5), (b_2, b_4), (\omega_1, b_5), (\omega_2, b_4), (\omega_3, b_3), (\omega_4, b_2), (\omega_5, b_1)\}$$

و پیشامد مطلوب عبارت است از:

$$A = \{(\omega_1, \omega_5), (\omega_2, \omega_4), (b_1, b_5), (b_2, b_4)\}$$

احتمال موردنظر : $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{9}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۲

۱۰۵ گزینه ۴

میانگین داده‌ها با حذف داده‌های ناجور : $\bar{x} = \frac{25 \times 30 - (50 + 45 + 15 + 10)}{25 - 4} = \frac{750 - 120}{21} = \frac{630}{21} = 30$

با حذف داده‌ها، میانگین تغییری نکرد، بنابراین برای محاسبهٔ واریانس داده‌های باقی‌مانده، کافی است جملات مربوط به داده‌های ناجور را از واریانس حذف کنیم:

$$\sigma^2 = (8)^2 = 64 \Rightarrow (\sigma')^2 = \frac{64 \times 25 - [(10 - 30)^2 + (15 - 30)^2 + (45 - 30)^2 + (50 - 30)^2]}{25 - 4}$$
$$= \frac{1600 - 1250}{21} = \frac{350}{21} = 16/66$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳
قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۵
قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۶
قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۴
قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱ ۱۳۹۴

۱۰۶

گزینه ۱

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

گام اول

اگر n داده $x_۱, x_۲, \ldots, x_n$ داشته باشیم، ضریب تغییرات این داده‌ها به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

که $\bar{x}$ میانگین داده‌هاست و داریم:

$$\bar{x} = \frac{x_۱ + x_۲ + \ldots + x_n}{n}$$

و σ انحراف معیار داده‌هاست و داریم:

$$\sigma^۲ = \frac{(x_۱ - \bar{x})^۲ + (x_۲ - \bar{x})^۲ + \ldots + (x_n - \bar{x})^۲}{n}$$

گام دوم

با دو روش می‌توان ضریب تغییرات u_iها را محاسبه کرد.

روش اول:

$$u_i = ۱۲x_i + ۶ \Rightarrow u_i = ۱۸,\ ۳۰,\ ۴۲,\ ۵۴,\ ۶۶$$

$$\bar{x} = \frac{۱۸ + ۳۰ + ۴۲ + ۵۴ + ۶۶}{۵} = \frac{۲۱۰}{۵} = ۴۲$$

$$\sigma^۲ = \frac{(۱۸ - ۴۲)^۲ + (۳۰ - ۴۲)^۲ + (۴۲ - ۴۲)^۲ + (۵۴ - ۴۲)^۲ + (۶۶ - ۴۲)^۲}{۵} = \frac{۵۷۶ + ۱۴۴ + ۰ + ۱۴۴ + ۵۷۶}{۵} = ۲۸۸$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{۲۸۸} = ۱۲\sqrt{۲}$$

بنابراین ضریب تغییرات u_iها برابر است با:

$$CV = \frac{۱۲\sqrt{۲}}{۴۲} = \frac{۲\sqrt{۲}}{۷} \simeq \frac{۲ \times ۱/۴}{۷} = ۰/۴$$

روش دوم:

نکتهٔ ۱: اگر تمام داده‌ها را در یک عدد ثابت ضرب کنیم آنگاه میانگین داده‌ها نیز در آن عدد ثابت ضرب می‌شود و اگر تمام داده‌ها با یک عدد ثابت جمع شود آنگاه میانگین داده‌ها نیز با آن عدد ثابت جمع می‌شود.

نکتهٔ ۲: اگر تمام داده‌ها را در یک عدد ثابت ضرب کنیم آنگاه انحراف معیار داده‌ها نیز در آن عدد ثابت ضرب می‌شود و اگر تمام داده‌ها با یک عدد ثابت جمع شود آنگاه انحراف معیار داده‌ها تغییری نمی‌کند.

ابتدا با استفاده از روابط گام اول، میانگین و انحراف معیار x_iها را به‌دست می‌آوریم، سپس با توجه به دو نکتهٔ بالا، میانگین و انحراف معیار u_iها و در آخر ضریب تغییرات آنها را محاسبه می‌کنیم.

$$x_i = ۱, ۲, ۳, ۴, ۵$$

$$\bar{x} = \frac{۱۵}{۵} = ۳ \Rightarrow \bar{x}_{\text{جدید}} = ۱۲\bar{x} + ۶ = ۱۲\,(۳) + ۶ = ۴۲$$

$$\sigma^۲ = \frac{(۱ - ۳)^۲ + (۲ - ۳)^۲ + (۳ - ۳)^۲ + (۴ - ۳)^۲ + (۵ - ۳)^۲}{۵} = \frac{۴ + ۱ + ۰ + ۱ + ۴}{۵} = ۲$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{۲} \Rightarrow \sigma_{\text{جدید}} = ۱۲\sigma = ۱۲\left(\sqrt{۲}\right) = ۱۲\sqrt{۲}$$

بنابراین:

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{\sigma_{\text{جدید}}}{\bar{x}_{\text{جدید}}} = \frac{۱۲\sqrt{۲}}{۴۲} \simeq \frac{۲ \times ۱/۴}{۷} = ۰/۴$$

۱۰۷ گزینه ۴

$$P(\text{حداقل یکی موفق شود}) = ۱ - P(\text{هیچ‌کدام موفق نشوند})$$
$$\xrightarrow{\text{مستقلاند}} ۱ - (\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۳}) = ۱ - \frac{۱}{۲۴} = \frac{۲۳}{۲۴}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

۱۰۸ گزینه ۲

راه‌حل اول:

ابتدا میانگین را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{x_۱ + x_۲ + \ldots + x_n}{n} = \frac{۵ \times ۱۰ + ۴ \times ۱۱ + ۷ \times ۱۴}{۱۶} = \frac{۵۰ + ۴۴ + ۹۸}{۱۶} = \frac{۱۹۲}{۱۶} = ۱۲$$

سپس انحراف معیار را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{واریانس } \sigma^۲ = \frac{(x_۱ - \bar{x})^۲ + (x_۲ - \bar{x})^۲ + \ldots + (x_n - \bar{x})^۲}{n}$$
$$= \frac{۵ \times (۱۰ - ۱۲)^۲ + ۴ \times (۱۱ - ۱۲)^۲ + ۷ \times (۱۴ - ۱۲)^۲}{۱۶}$$
$$= \frac{۵ \times ۴ + ۴ \times ۱ + ۷ \times ۴}{۱۶} = \frac{۲۰ + ۴ + ۲۸}{۱۶} = \frac{۵۲}{۱۶} = \frac{۱۳}{۴}$$
$$\Rightarrow \text{انحراف معیار} = \sigma = \sqrt{\frac{۱۳}{۴}} = \frac{\sqrt{۱۳}}{۲}$$

حالت ضریب تغییرات را به دست می‌آوریم:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{\sqrt{۱۳}}{۲}}{۱۲} = \frac{\sqrt{۱۳}}{۲۴} \simeq ۰/۱۵$$

راه‌حل دوم:

برای کمتر شدن محاسبات، عدد ۱۰ را از همهٔ داده‌ها کم می‌کنیم:

$$\text{داده‌ها}: \underbrace{۰, ۰, \ldots, ۰}_{\text{۵ تا}},\ \underbrace{۱, \ldots, ۱}_{\text{۴ تا}},\ \underbrace{۴, ۴, \ldots, ۴}_{\text{۷ تا}}$$
$$\bar{x}_{\text{کوچک}} = \frac{۰ + ۴(۱) + ۷(۴)}{۱۶} = \frac{۳۲}{۱۶} = ۲$$
$$\sigma^۲ = \frac{۵(-۲)^۲ + ۴(-۱)^۲ + ۷(۲)^۲}{۱۶} = \frac{۵۲}{۱۶} = \frac{۱۳}{۴}$$
$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{۱۳}{۴}} = \frac{\sqrt{۱۳}}{۲}$$
$$\bar{x}_{\text{اصلی}} = \bar{x}_{\text{کوچک}} + ۱۰ = ۲ + ۱۰ = ۱۲$$
$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}_{\text{اصلی}}} = \frac{\frac{\sqrt{۱۳}}{۲}}{۱۲} \simeq ۰/۱۵$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۱۰۹ گزینه ۲

مهرهٔ اول در حل مسئله تأثیری ندارد.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{۵}{۲}}{\binom{۱۱}{۲}} = \frac{\frac{۵ \times ۴}{۲}}{\frac{۱۱ \times ۱۰}{۲}} = \frac{۲}{۱۱}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۱۱۰ گزینه ۲

برای محاسبهٔ $P(B|A')$ به $P(B\cap A')$ و $P(A')$ نیاز است.

$$P(A') = ۱ - P(A) = ۱ - ۰/۴ = ۰/۶$$

$$P(B\cap A') = P(B-A) = P(B) - P(A\cap B) = ۰/۳ - P(A).P(B|A)$$
$$= ۰/۳ - ۰/۴ \times ۰/۲۵ = ۰/۳ - ۰/۱ = ۰/۲$$

پس:

$$P(B|A') = \frac{P(B\cap A')}{P(A')} = \frac{۰/۲}{۰/۶} = \frac{۱}{۳}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۱۱۱ گزینه ۱

$$A: ۱۲ \quad ۱۳ \quad ۱۴ \quad ۱۵ \quad ۱۶ \Rightarrow \bar{x}_A = ۱۴$$
$$B: ۱۱/۵ \quad ۱۳ \quad ۱۵/۵ \quad ۱۶ \quad ۱۶/۵ \Rightarrow \bar{x}_B = ۱۴/۵$$

$$\sigma^۲ = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^۲}{n} \quad , \quad CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

$$\sigma_A^۲ = \frac{(۱۲-۱۴)^۲+(۱۳-۱۴)^۲+۰+(۱۵-۱۴)^۲+(۱۶-۱۴)^۲}{۵} = \frac{۴+۱+۰+۱+۴}{۵} = \frac{۱۰}{۵} = ۲$$

$$\Rightarrow CV_A = \frac{\sqrt{۲}}{۱۴}$$

$$\sigma_B^۲ = \frac{(۱۱/۵-۱۴/۵)^۲+(۱۳-۱۴/۵)^۲+(۱۵/۵-۱۴/۵)^۲+(۱۶-۱۴/۵)^۲+(۱۶/۵-۱۴/۵)^۲}{۵}$$
$$= \frac{۹+۲/۲۵+۱+۲/۲۵+۴}{۵} = \frac{۱۸/۵}{۵} = ۳/۷ \Rightarrow CV_B = \frac{\sqrt{۳/۷}}{۱۴/۵}$$

CV_A کوچک‌تر است، پس کارگر A دقت بیشتری دارد.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۱۱۲ گزینه ۲

اگر داده‌های جامعهٔ اول را با x_i و داده‌های جامعهٔ دوم را با y_i نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$\sigma_۱^۲ = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^۲}{n_۱} \Rightarrow ۱۲/۶ = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^۲}{۱۲}$$

$$\Rightarrow \sum(x_i-\bar{x})^۲ = ۱۵۱/۲$$

$$\sigma_۲^۲ = \frac{\sum(y_i-\bar{y})^۲}{n_۲} \Rightarrow ۷/۲ = \frac{\sum(y_i-\bar{y})^۲}{۲۴}$$

$$\Rightarrow \sum(y_i-\bar{y})^۲ = ۱۷۲/۸$$

باتوجه‌به آنکه $\bar{x} = \bar{y}$، پس واریانس کل داده‌ها برابر است با:

$$\sigma^۲ = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^۲ + \sum(y_i-\bar{y})^۲}{n_۱+n_۲} = \frac{۳۲۴}{۳۶} = ۹$$

و درنتیجه انحراف معیار داده‌ها برابر با $\sigma = ۳$ است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

۱۱۳ گزینه ۱

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

گام اول

ابتدا باید از شش سوال سه سوال را انتخاب کنیم، یعنی: $\binom{۶}{۳}$

احتمال درست جواب دادن به هر تست $\frac{۱}{۴}$ و احتمال غلط جواب دادن تست برابر $\frac{۳}{۴}$ است. پاسخ هر تست مستقل از تست دیگر است.

گام دوم

$$P(A)=\binom{۶}{۳}\left(\frac{۱}{۴}\right)^{۳}\left(\frac{۳}{۴}\right)^{۳}=۲۰\times\frac{۱}{۶۴}\times\frac{۲۷}{۶۴}=\frac{۱۳۵}{۱۰۲۴}$$

۱۱۴ گزینه ۳

وقتی A و B باشند، A و B' نیز مستقل‌اند. پس:

$$P(A\cap B)=P(A)P(B)=۰/۶$$
$$P(A\cap B')=P(A)P(B')=۰/۲$$
$$\Rightarrow \frac{P(A\cap B)}{P(A\cap B')}=\frac{P(B)}{P(B')}=\frac{۰/۶}{۰/۲}=۳$$
$$\Rightarrow P(B)=۳P(B') \quad , \quad P(B)+P(B')=۱$$
$$\Rightarrow P(B')=\frac{۱}{۴} \quad , \quad P(B)=\frac{۳}{۴}$$

حال چون $P(A)P(B)=۰/۶$، پس $P(A)=\frac{۴}{۵}$ و داریم:

$$P(A\cup B')=P(A)+P(B')-P(A\cap B')$$
$$=\frac{۴}{۵}+\frac{۱}{۴}-\frac{۲}{۱۰}=\frac{۱۷}{۲۰}=۰/۸۵$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۱۱۵ گزینه ۱

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۹

گام اول

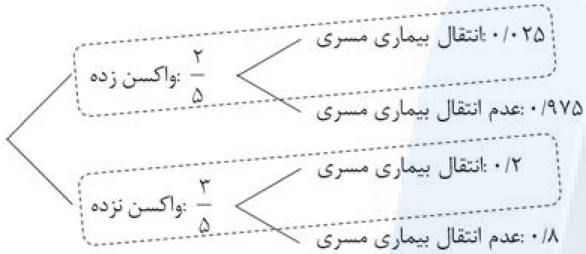
الف) هر یک از کارگران کارگاه می‌توانند واکسن زده باشند یا واکسن نزده باشند. احتمال این‌که کارگری واکسن زده باشد $\frac{۲}{۵}$ و احتمال این‌که واکسن نزده باشد $\frac{۳}{۵} = ۱ - \frac{۲}{۵}$ است.

ب) هر فرد واکسن زده با احتمال $۰/۰۲۵$ بیماری مسری را می‌گیرد و با احتمال $۰/۹۷۵ = ۰/۰۲۵ - ۱$ بیمار نمی‌شود.

ج) هر فردی که واکسن نزده باشد با احتمال $۰/۲$ بیماری مسری را می‌گیرد و با احتمال $۰/۸ = ۰/۲ - ۱$ بیمار نمی‌شود.

گام دوم

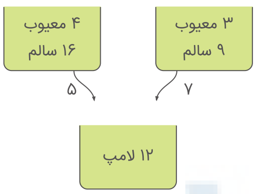
با استفاده از نمودار درختی احتمال این‌که یک کارگر به بیماری مسری مبتلا شود را محاسبه می‌کنیم.



$$P\,(\text{انتقال بیماری به کارگر}) = P\,(\text{انتقال به واکسن زده}) + P\,(\text{انتقال به واکسن نزده})$$

$$= \left(\frac{۲}{۵} \times ۰/۰۲۵\right) + \left(\frac{۳}{۵} \times ۰/۲\right) = ۰/۰۱ + ۰/۱۲ = ۰/۱۳$$

۱۱۶ گزینه ۲



در جعبهٔ جدید در کل ۱۲ لامپ وجود دارد. حال اگر لامپی از جعبهٔ جدید انتخاب کنیم، احتمال اینکه به ترتیب متعلق به جعبهٔ اول و دوم باشد برابر $\frac{۵}{۱۲}$ و $\frac{۷}{۱۲}$ است. همچنین احتمال معیوب‌بودن لامپ جعبهٔ اول و دوم برابر $\frac{۴}{۲۰}$ و $\frac{۳}{۱۲}$ است. فرض کنید A پیشامد معیوب‌بودن لامپ جعبهٔ جدید باشد، پس:

$$P\,(A) = \frac{۵}{۱۲} \times \frac{۴}{۲۰} + \frac{۷}{۱۲} \times \frac{۳}{۱۲} = \frac{۱}{۱۲} + \frac{۷}{۴۸} = \frac{۱۱}{۴۸}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۱۱۷ گزینه ۴

پرتاب دو سکه :

- جفت رو : $\frac{۱}{۴}$ ⇒ یک سکه می‌اندازیم $\xrightarrow[\text{داشته باشیم}]{\text{دو سکه پشت}}$ ۰
- (رو, پشت) : $\frac{۱}{۴}$ ⇒ دو سکه می‌اندازیم $\xrightarrow[\text{داشته باشیم}]{\text{دو سکه پشت}}$ یکی پشت و یکی رو می‌خواهیم : $\frac{۱}{۲}$
- (پشت, رو) : $\frac{۱}{۴}$ ⇒ دو سکه می‌اندازیم $\xrightarrow[\text{داشته باشیم}]{\text{دو سکه پشت}}$ یکی پشت و یکی رو می‌خواهیم : $\frac{۱}{۲}$
- جفت پشت : $\frac{۱}{۴}$ ⇒ یک سکه می‌اندازیم $\xrightarrow[\text{داشته باشیم}]{\text{دو سکه پشت}}$ یک رو ظاهر شود : $\frac{۱}{۲}$

در کل : $\frac{۱}{۴} \times ۰ + \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۸}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

۱۱۸ گزینه ۲

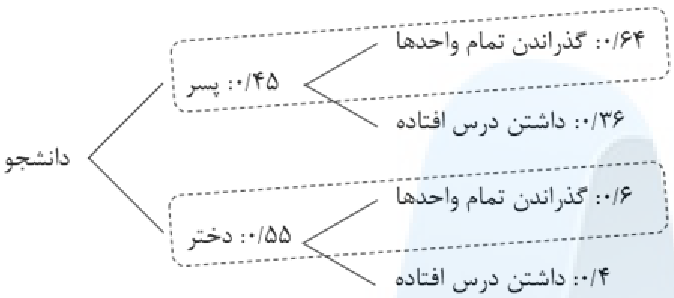
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۸

گام اول

هر دانشجوی سال اول با احتمال ۰/۵۵ دختر است و با احتمال ۰/۴۵ پسر است. هر دانشجوی دختر با احتمال ۰/۶ تمام واحدهای درسی خود را گذرانده و با احتمال ۰/۶ درس افتاده دارد. همچنین هر دانشجوی پسر با احتمال ۰/۶۴ تمام واحدهای درسی خود را گذرانده و با احتمال ۰/۳۶ درس افتاده دارد.

گام دوم

با استفاده از نمودار درختی می‌توان احتمال این‌که هر دانشجو تمام واحد درسی خود را گذرانده باشد، را حساب کرد:



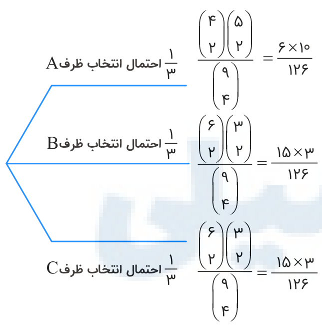
$$P\,(\text{گذراندن تمام واحدها}) = P\,(\text{پسر و گذراندن تمام واحدها}) + P\,(\text{دختر و گذراندن تمام واحدها})$$

$$= (۰/۴۵ \times ۰/۶۴) + (۰/۵۵ \times ۰/۶) = ۰/۶۱۸$$

بنابراین ۶۱/۸ درصد از دانشجویان تمام واحدهای درسی را گذرانده‌اند.

۱۱۹ گزینه ۱

دقت کنید که چون می‌خواهیم احتمال آن را بیابیم که ۲ مهره از ۴ مهرهٔ انتخابی سفید باشد بنابراین باید ۲ مهرهٔ دیگر سیاه باشند و چون سه ظرف داریم، احتمال انتخاب هریک از ۳ ظرف $\frac{۱}{۳}$ است. احتمال آنکه از هر ظرف ۲ مهرهٔ سیاه و ۲ مهرهٔ سفید خارج شود را پیدا می‌کنیم:



$$\Rightarrow P\,(E) = \frac{۱}{۳}\left(\frac{۶۰}{۱۲۶} + \frac{۴۵}{۱۲۶} + \frac{۴۵}{۱۲۶}\right) = \frac{۱}{۳} \times \frac{۱۵۰}{۱۲۶} = \frac{۵۰}{۱۲۶} = \frac{۲۵}{۶۳}$$

توجه کنید:

$$\binom{n}{۲} = \frac{n(n-۱)}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \binom{۶}{۲} = \frac{۶\times۵}{۲} = ۱۵ \\ \binom{۵}{۲} = \frac{۵\times۴}{۲} = ۱۰ \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

۱۲۰ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

گام اول

فرد تحصیل‌کرده می‌تواند زن با تحصیلات دانشگاهی یا مرد با تحصیلات دانشگاهی باشد. برای حل سؤال از قانون احتمال کل (نمودار درختی) استفاده می‌کنیم.

گام دوم

$$\begin{cases} \text{مرد} : ۰/۶ \xrightarrow{\text{تحصیلات دانشگاهی}} ۰/۱۸ \\ \text{زن} : ۰/۴ \xrightarrow{\text{تحصیلات دانشگاهی}} ۰/۱۲ \end{cases}$$

$$P(\text{تحصیلات دانشگاهی}) = (۰/۶ \times ۰/۱۸) + (۰/۴ \times ۰/۱۲) = ۰/۱۰۸ + ۰/۰۴۸$$

$$= ۰/۱۵۶ \Rightarrow P(\text{تحصیلات دانشگاهی}) = \%۱۵/۶$$

۱۲۱ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰
قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱ ۱۳۹۶

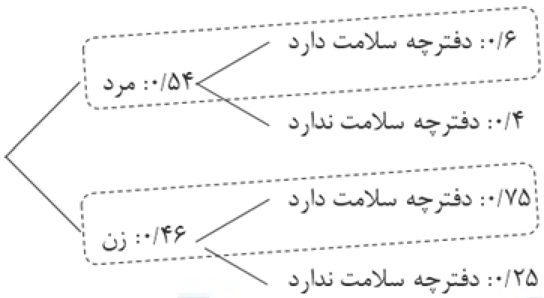
گام اول

فرد انتخاب شده با احتمال ۰/۵۴ مرد و با احتمال ۰/۴۶ زن است.

هر مرد با احتمال ۰/۶ دفترچه دارد و با احتمال $۰/۴ = ۰/۶ - ۱$ دفترچه ندارد. همچنین هر زن با احتمال ۰/۷۵ دفترچه دارد و با احتمال ۰/۲۵ دفترچه ندارد.

گام دوم

با رسم یک نمودار درختی می‌توان احتمال دفترچه‌دار بودن فرد انتخاب شده را محاسبه کرد.



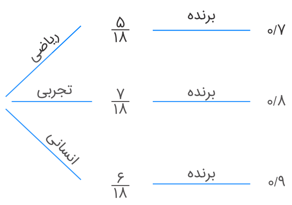
حالت مطلوب می‌تواند به صورت مردی با دفترچه باشد یا یک زن با دفترچه، پس:

$$P(\text{دفترچه دار بودن}) = P(\text{مرد با دفترچه}) + P(\text{زن با دفترچه})$$

$$= (۰/۵۴ \times ۰/۶) + (۰/۴۶ \times ۰/۷۵) = ۰/۳۲۴ + ۰/۳۴۵ = ۰/۶۶۹$$

۱۲۲ گزینه ۲

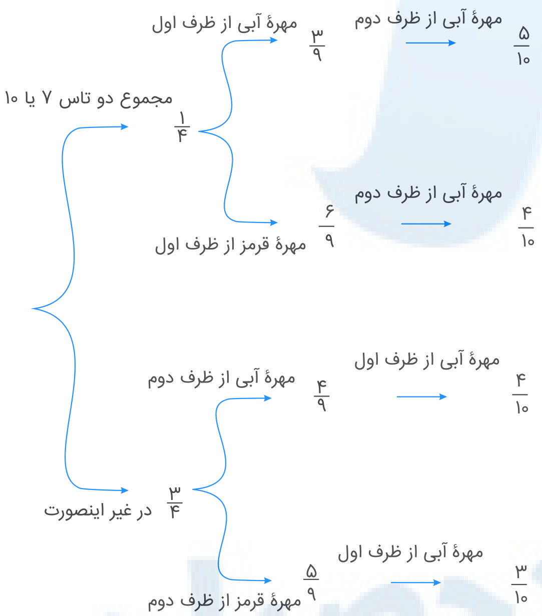
فرض کنید A پیشامد برنده‌شدن بهروز باشد، پس:



$$P\,(A) = \frac{۵}{۱۸} \times ۰/۷ + \frac{۷}{۱۸} \times ۰/۸ + \frac{۶}{۱۸} \times ۰/۹$$
$$= \frac{۳۵}{۱۸۰} + \frac{۵۶}{۱۸۰} + \frac{۵۴}{۱۸۰} = \frac{۱۴۵}{۱۸۰} = \frac{۲۹}{۳۶}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۱۲۳ گزینه ۲



با فرمول احتمال کل داریم:

$$\frac{۱}{۴}(\frac{۳}{۹} \times \frac{۵}{۱۰} + \frac{۶}{۹} \times \frac{۴}{۱۰}) + \frac{۳}{۴}(\frac{۴}{۹} \times \frac{۴}{۱۰} + \frac{۵}{۹} \times \frac{۳}{۱۰}) = \frac{۱۱}{۳۰}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

۱۲۴ گزینه ۱

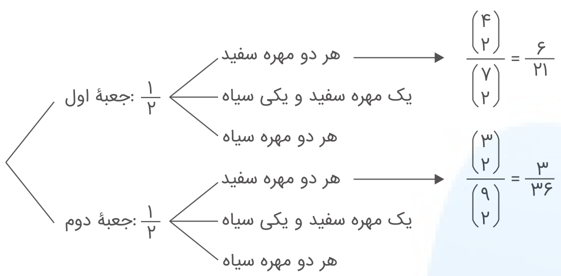
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

گام اول

الف) احتمال انتخاب هر یک از جعبه‌ها برابر $\frac{۱}{۲}$ است.

ب) احتمال سفید بودن دو مهره خارج شده از هر یک از جعبه‌ها را تعیین کرده و با استفاده از نمودار درختی احتمال کل را محاسبه می‌کنیم.

گام دوم



$$P\,(\text{هر دو مهره سفید}) = P\,(\text{جعبهٔ اول و سفید}) + P\,(\text{جعبهٔ دوم و سفید})$$

$$= \left(\frac{۱}{۲} \times \frac{۶}{۲۱}\right) + \left(\frac{۱}{۲} \times \frac{۳}{۳۶}\right) = \frac{۳۱}{۱۶۸}$$

۱۲۵ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۳

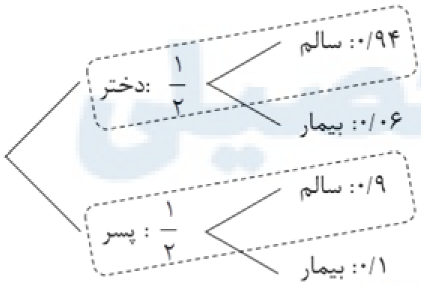
گام اول

الف) هر فرزند پسر با احتمال ۰/۱ بیماری ارثی از والدینش دریافت می‌کند و با احتمال ۰/۹ دریافت نمی‌کند و سالم است. به همین ترتیب هر فرزند دختر با احتمال ۰/۰۶ بیماری ارثی دریافت می‌کند و با احتمال ۰/۹۴ دریافت نمی‌کند و سالم است.

ب) به کلمه ندارد دقت کنید. احتمال سالم بودن فرزند به دنیا آمده را باید حساب کرد.

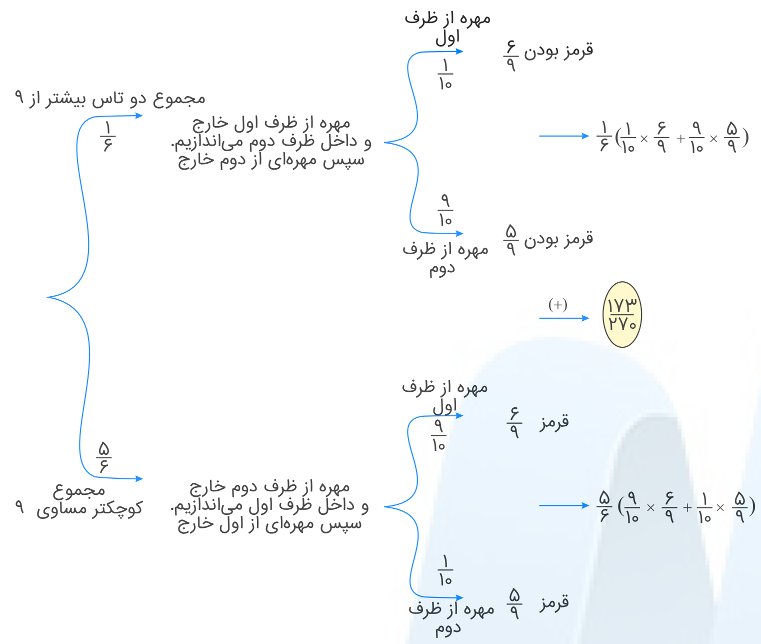
گام دوم

هر فرزند به دنیا آمده با احتمال $\frac{۱}{۲}$ دختر و با احتمال $\frac{۱}{۲}$ پسر است. دو حالت مطلوب وجود دارد: فرزند پسر و سالم باشد یا فرزند دختر و سالم باشد. با استفاده از نمودار درختی احتمال خواسته شده را محاسبه می‌کنیم.



$$P\,(\text{سالم بودن فرزند}) = P\,(\text{دختر و سالم}) + P\,(\text{پسر و سالم}) = \left(\frac{۱}{۲} \times ۰/۹۴\right) + \left(\frac{۱}{۲} \times ۰/۹\right) = ۰/۴۷ + ۰/۴۵ = ۰/۹۲ = \%۹۲$$

۱۲۶ گزینه ۳



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

۱۲۷ گزینه ۳

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲
قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸

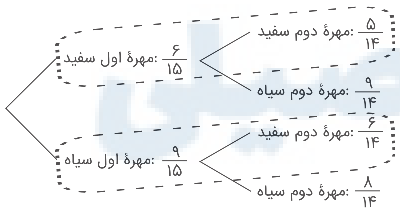
گام اول

الف) مهره اول خارج شده می‌تواند سفید یا سیاه باشد. احتمال سفیدبودن مهرهٔ دوم بر اساس حالت مهرهٔ اول قابل محاسبه است.

ب) از نگاهی دیگر، چون رنگ مهرهٔ اول را نمی‌دانیم فرض می‌کنیم هنوز مهره‌ای خارج نشده و احتمال سفیدبودن مهرهٔ دوم را محاسبه می‌کنیم.

گام دوم

روش اول:



بنابراین داریم:

$$P\,(\text{دو مهرهٔ سفید}) = \left(\frac{6}{15}\times\frac{5}{14}\right)+\left(\frac{9}{15}\times\frac{6}{14}\right)=\frac{30+54}{210}=\frac{84}{210}=\frac{2}{5}$$

روش دوم:

بدون توجه به رنگ مهرهٔ اول و با فرض اینکه هنوز مهره‌ای خارج نشده، احتمال سفیدبودن رنگ مهرهٔ دوم برابر $\frac{2}{5}$ است.

۱۲۸ گزینه ۱

احتمال خواسته‌شده را به‌صورت زیر مرحله‌به‌مرحله بررسی می‌کنیم:

$$P(A) = \text{احتمال حداقل یک مهرهٔ سفید} \times \text{اگر مهرهٔ خارج‌شده از ظرف اول سفید باشد}$$
$$+ \text{احتمال حداقل یک مهرهٔ سفید} \times \text{اگر مهره خارج‌شده از ظرف اول سیاه باشد}$$

$$P(A) = \frac{۶}{۹} \times \frac{\binom{۵}{۲} + \binom{۵}{۱}\binom{۵}{۱}}{\binom{۱۰}{۲}} + \frac{۳}{۹} \times \frac{\binom{۴}{۲} + \binom{۴}{۱}\binom{۶}{۱}}{\binom{۱۰}{۲}}$$
$$= \frac{۲}{۳} \times \frac{۱۰+۲۵}{۴۵} + \frac{۱}{۳} \times \frac{۶+۲۴}{۴۵} = \frac{۲\times ۳۵ + ۱ \times ۳۰}{۳\times ۴۵} = \frac{۷۰+۳۰}{۳\times ۴۵} = \frac{۱۰۰}{۳\times ۴۵} = \frac{۲۰}{۲۷}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۲۹ گزینه ۴

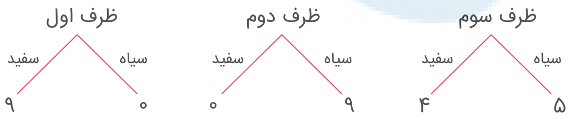
اگر مهره‌ای را از ظرف آخر برداریم به احتمال $\frac{۷}{۱۲}$ متعلق به ظرف اول است. پس با قانون احتمال کل داریم:

$$P(\text{مهره سفید}) \begin{cases} \text{مهره از ظرف اول} \Rightarrow \frac{۷}{۱۲} \xrightarrow{\text{احتمال سفید بودن}} \frac{۶}{۲۴} \\ \text{مهره از ظرف دوم} \Rightarrow \frac{۵}{۱۲} \xrightarrow{\text{احتمال سفید بودن}} \frac{۳}{۱۸} \end{cases} \Rightarrow P(\text{مهره سفید}) = \frac{۷}{۱۲} \times \frac{۶}{۲۴} + \frac{۵}{۱۲} \times \frac{۳}{۱۸} = \frac{۳۱}{۱۴۴}$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱ ۱۳۹۵
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

۱۳۰ گزینه ۲

شکل نمودار درختی مسئله به‌صورت زیر است:



احتمال خواسته‌شده عبارت است از:

$$P(A) = \frac{۱}{۳} \times \frac{۰}{\binom{۹}{۲}} + \frac{۱}{۳} \times \frac{\binom{۹}{۲}}{\binom{۹}{۲}} + \frac{۱}{۳} \times \frac{\binom{۵}{۲} + \binom{۴}{۱}\binom{۵}{۱}}{\binom{۹}{۲}}$$
$$= ۰ + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۳} \times \frac{۱۰+۲۰}{۳۶} = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۳} \times \frac{۳۰}{۳۶} = \frac{۱}{۳} \times (۱ + \frac{۵}{۶}) = \frac{۱}{۳} \times \frac{۱۱}{۶} = \frac{۱۱}{۱۸}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۱۳۱ گزینه ۴

درصورتی‌که از رنگ دو مهرهٔ خارج‌شده اطلاعی نداشته باشیم، احتمال آنکه مهرهٔ سوم خارج‌شده، سفید باشد دقیقاً مانند آن است که اولین مهرهٔ خارج‌شده سفید باشد یعنی $P(A) = \frac{۴}{۷}$ است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

۱۳۲ گزینه ۲

راه‌حل اول:

باتوجه‌به آنکه رنگ مهرهٔ اولی که از جعبه خارج شده، مشاهده نشده است، مثل این است که مهره‌ای خارج نشده، پس احتمال خروج مهرهٔ سفید در انتخاب دوم $\frac{۶}{۱۰} = ۰/۶$ است.

راه‌حل دوم:

پیشامد سفیدبودن کارت اول: B

پیشامد سیاه‌بودن کارت اول: B'

پیشامد سفیدبودن کارت دوم: A

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(B')P(A|B') = \frac{۶}{۱۰} \times \frac{۵}{۹} + \frac{۴}{۱۰} \times \frac{۶}{۹}$$
$$= \frac{۵۴}{۹۰} = ۰/۶$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸