www.alirezaafshar.org

ریاضی

۱ در یک دایرهٔ مثلثاتی زاویه‌ای را ابتدا نسبت به محور xها و سپس نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم. کدام‌یک از نسبت‌های آن تغییری نمی‌کند؟

۱) سینوس
۲) کسینوس
۳) تانژانت
۴) هیچ‌کدام

۲ اگر بیشترین مقدار سهمی $f(x) = (k-۳)x^۲ + ۲kx - ۴$ واقع بر محور xها باشد، چند مقدار قابل‌قبول برای k وجود دارد؟

۱) هیچ مقدار k
۲) یک
۳) دو
۴) سه

۳ مجموعه جواب نامعادلهٔ $(-۳x^۲ + ax + b)(x+۱) \geq ۰$ به‌صورت $(-\infty, ۴]$ است. $a-b$ کدام است؟

۱) -۳
۲) ۳
۳) ۲۱
۴) -۲۱

۴ اعداد طبیعی را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته عددی فرد باشد $\{۱\}, \{۲,۳,۴\}, \{۵,۶,۷,۸,۹\}, \ldots$. عدد ۵۰۰ در دستهٔ چندم قرار دارد؟

۱) ۲۲
۲) ۲۳
۳) ۳۱
۴) ۳۲

۵ اگر خط گذرنده از نقاط $A(a\sqrt{۳}, ۸)$ و $B(-۲\sqrt{۳}, a)$ با جهت مثبت محور xها زاویهٔ ۳۰° بسازد، a کدام است؟

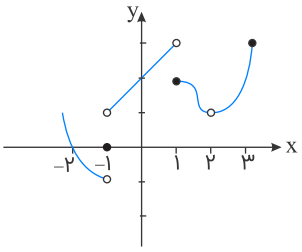
۱) -۳
۲) ۳
۳) -۵
۴) ۵

۶ اگر $f(x) = ax + b$ تابعی ثابت با دامنهٔ $\mathbb{R}$ باشد و رابطهٔ $f(x+۱) = (f(۲x))^۲ - ۲$ برقرار باشد، حاصل $\frac{f(۱۰۰) \times f(۶)}{f(b)}$ کدام است؟ $(b > ۰)$

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

www.alirezaafshar.org

۷ باتوجه‌به نمودار تابع $y = f(x)$ حاصل $\lim\limits_{x\to -۱} f(x+۳)$ کدام است؟



۱) ۱

۲) صفر

۳) ۳

۴) وجود ندارد.

۸ تمام محدودهٔ a کدام باشد تا معادلهٔ $x^۳ + (a+۱)x^۲ + (a+۴)x = -۴$ دارای سه ریشهٔ حقیقی متمایز منفی باشد؟

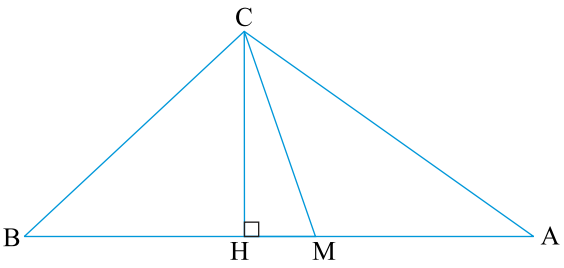
۱) $(-\infty, ۴) - \{۳\}$

۲) $(۴, +\infty) - \{۵\}$

۳) $(-\infty, ۴)$

۴) $(-\infty, -۴) - \{-۵\}$

۹ سه نقطه $A(۰,۳)$، $B(۳,۰)$ و $C(۴,۳)$ سه رأس مثلث ABC هستند. اگر CH ارتفاع و CM میانه مثلث باشند، طول MH کدام است؟



۱) $\sqrt{۲}$

۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۳) $\sqrt{۳}$

۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۱۰ کدام گزینه درست است؟

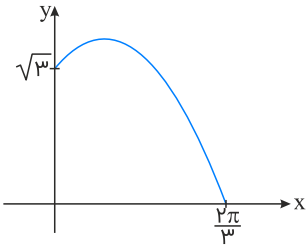
۱) $\sin ۱ > \sin ۸۰^\circ$

۲) $\tan ۲ > \tan ۱$

۳) $\sin ۳ < \sin ۱۲^\circ$

۴) هیچ‌کدام

۱۱ نمودار زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a\cos(x - \frac{\pi}{۶}) + b\sin x$ است. مقدار $f(\frac{۱۱\pi}{۶})$ کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۲) $-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۳) -۱

۴) ۱

۱۲ اگر $x + y + z = ۹۰^\circ$، کدام گزینه برقرار است؟

۱) $\sin(x+y) = \sin z$

۲) $\sin(x+y) = -\sin z$

۳) $\sin(۲x+۲y) = \sin ۲z$

۴) $\cos(۲x+y) = \cos ۲z$

۱۳ اگر $f(x)=\frac{۴x^۲-۲۴x+۴۵}{۶x^۲-۳۶x+۵۶}$ باشد، حاصل $f(۳+\sqrt{۷})$ کدام است؟

۱) $\frac{۴\sqrt{۷}+۹}{۶\sqrt{۷}+۲}$
۲) $\frac{۷}{۱۲}$
۳) $\frac{۳۷}{۴۴}$
۴) $\frac{۱۱\sqrt{۷}}{۴}$

۱۴ حاصل $\lim\limits_{x\to۲}\frac{a-\sqrt[۳]{x-۱}}{۴-x^۲}$ در صورت وجود کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۱۲}$
۲) $\frac{۱}{۱۲}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $-\frac{۱}{۴}$

۱۵ حاصل $\lim\limits_{x\to(۱)^-}\frac{|x^۳-۱|}{x[x]-|x|+۱}$ کدام است؟

۱) ۳
۲) -۳
۳) صفر
۴) حاصل حد موجود نیست

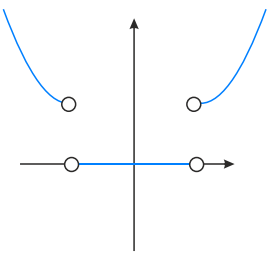
۱۶ حد تابع $f(x)=\frac{(\sqrt{x}-۱)(\sqrt[۳]{x}-۱)(\sqrt[۴]{x}-۱)}{(x-۱)^۳}$، وقتی $x\to ۱$ کدام است؟

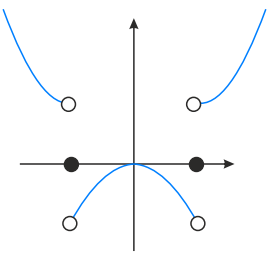
۱) $\frac{۱}{۶}$
۲) $\frac{۱}{۱۲}$
۳) $\frac{۱}{۱۸}$
۴) $\frac{۱}{۲۴}$

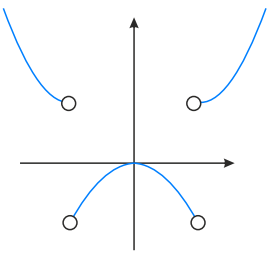
۱۷ اگر دامنهٔ $y=g(x+۱)$ برابر با $[-۱,۲]$ باشد، در این صورت دامنهٔ تابع $f(x)=g^۲(x)+g(x^۲)$ کدام است؟

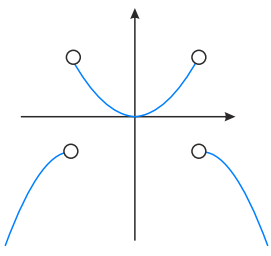
۱) $[۰,۳]$
۲) $[-\sqrt{۳},۰]$
۳) $[\sqrt{۳},۳]$
۴) $[۰,\sqrt{۳}]$

۱۸ اگر $f(x)=\frac{|x|}{x}$، $g(x)=x^۲-۱$ و $h(x)=x^۲$ باشد، نمایش هندسی $y=h(x)(fog(x))$ در صفحهٔ مختصات به کدام صورت است؟

۱)


۲)


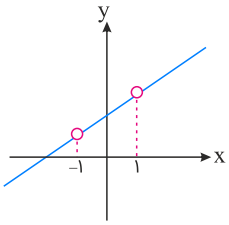
۳)


۴)


۱۹ مساحت مثلث ABC با سه رأس $A(۱\ ,\ ۱)$، $B(۰\ ,\ -۲)$ و $C(۳\ ,\ a)$ برابر $۲/۵$ می‌باشد. کمترین مقدار a چقدر است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۱۲

۲۰ اگر نمودار $y = \frac{a^۲x^۳ + ۲x^۲ - x + b}{x^۲ + c}$ شکل زیر باشد، $a^۲ - b^۲ + c^۲$ کدام است؟



۱) -۲
۲) -۴
۳) ۲
۴) صفر

هندسه

۲۱ دایرهٔ C را به مرکز نقطهٔ M روی دایره با نسبت $-\frac{۱}{۲}$ مجانس می‌کنیم. سپس دایره‌ای به مرکز M رسم می‌کنیم به‌طوری‌که بر مماس مشترک خارجی این دو دایره مماس باشد. نسبت تجانس دایرهٔ جدید با دایرهٔ اصلی کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

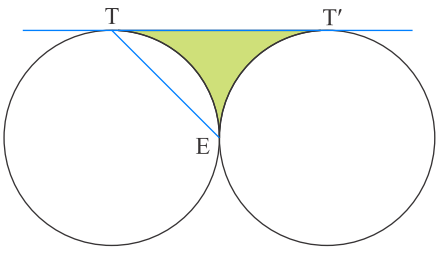
۲۲ مجموعهٔ نقاطی از صفحه که از دو خط موازی در آن صفحه به یک فاصله‌اند و از دو نقطهٔ B و C مفروض در صفحه به یک فاصله باشد.

۱) ۱ نقطه
۲) حداکثر ۱ نقطه
۳) حداکثر بی‌شمار نقطه
۴) صفر نقطه

۲۳ تحت یک تبدیل، تصویر خط $۲x - ۵y + ۱۰ = ۰$، خط $۲x - ۵y - ۱۰ = ۰$ است. این تبدیل کدام می‌تواند باشد؟

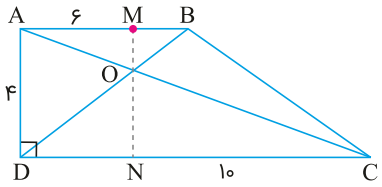
۱) انتقال
۲) بازتاب
۳) دوران
۴) هر سه

۲۴ در شکل زیر دو دایره به شعاع‌های برابر مماس خارج هستند. اگر $TE = ۴$ سانتی‌متر باشد، مساحت قسمت رنگی چند است؟



۱) $۸\sqrt{۲} - ۳\pi$
۲) $۱۶ - ۴\pi$
۳) $۴\sqrt{۲} - \pi$
۴) $۲\sqrt{۲} + ۳\pi$

۲۵ در ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ ABCD به طول قاعده‌های ۶ و ۱۰ واحد و ساق قائم ۴ واحد از محل برخورد قطرها خطی عمود بر قاعده‌ها می‌کشیم تا ذوزنقه را در نقاط M و N قطع کند. مساحت مثلث AMO کدام است؟



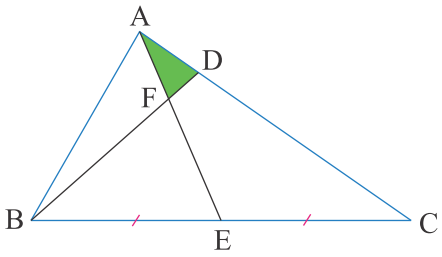
۱) ۳

۲) $\frac{۱۱}{۴}$

۳) $\frac{۴۵}{۱۶}$

۴) $\frac{۴۳}{۱۶}$

۲۶ در مثلث ABC مطابق شکل زیر، E وسط BC و F روی AE چنان قرار دارد که $AE = ۳AF$. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۴۸ باشد، مساحت مثلث AFD کدام است؟



۱) ۱/۲

۲) ۱/۶

۳) ۱/۸

۴) ۱/۴

۲۷ ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین به قاعده‌های ۲ و ۶ و ساق $۲\sqrt{۵}$ را حول عمودمنصف قاعده‌ها دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل، کدام است؟

۱) $\frac{۵۲\pi}{۳}$

۲) $\frac{۵۴\pi}{۵}$

۳) $\frac{۴۹\pi}{۳}$

۴) $\frac{۴۸\pi}{۵}$

۲۸ چندتا از عبارت‌های زیر همواره درست است؟

الف) خطی که فصل مشترک دو صفحهٔ متقاطع را قطع کند با هر دو صفحه متقاطع است.

ب) فصل مشترک دوبه‌دوی سه صفحهٔ متقاطع در فضا می‌تواند متنافر باشد.

ج) خطی که هر دو صفحهٔ متقاطع را قطع کند، با فصل مشترک آن‌ها متقاطع است.

د) خطی که با دو صفحهٔ متقاطع موازی باشد با فصل مشترک آن‌ها موازی است.

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۲۹ در چهار ضلعی ABCD قطرها منصف هم بوده و اندازهٔ دو ضلع مجاور آن ۲، ۵ و یکی از زاویه‌های این چهار ضلعی ۱۲۰° است. اندازهٔ ارتفاع وارد بر کوچک‌ترین ضلع کدام است؟

۱) $\frac{۵}{\sqrt{۳}}$

۲) $۵\sqrt{۳}$

۳) $\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}$

۴) $\frac{۵\sqrt{۳}}{۴}$

۳۰ در مثلث متساوی‌الساقین ABC $(AB = AC)$، نقطهٔ M بر قاعدهٔ BC اختیار شده است. اگر شعاع دایرهٔ محیطی مثلث‌های AMB و AMC را به ترتیب R_1 و R_2 فرض کنیم، حاصل $\frac{R_1}{R_2}$ کدام است؟

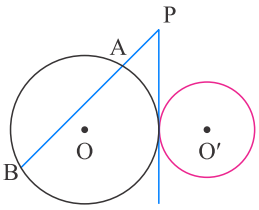
۱) ۱

۲) $\frac{MB}{MC}$

۳) $\frac{1}{2}$

۴) $\frac{MC}{MB}$

۳۱ در شکل زیر، دو دایرهٔ $C(O, 4)$ و $C'(O', 3)$ مماس خارج‌اند. نقطهٔ P روی مماس مشترک داخلی دو دایره چنان قرار دارد که $PA = 2$ و $PB = 8$. در این صورت PO' کدام است؟



۱) ۵

۲) ۶

۳) ۷

۴) ۸

۳۲ قطرهای یک متوازی‌الاضلاع ۱۴ و ۲۰ سانتی‌متر است و تقاطع این دو قطر، یک زاویهٔ 135° ایجاد می‌کند. مربع طول بزرگ‌ترین ضلع متوازی‌الاضلاع کدام است؟

۱) $149 + 60\sqrt{2}$

۲) $149 - 70\sqrt{2}$

۳) $149 + 70\sqrt{2}$

۴) $149 - 60\sqrt{2}$

۳۳ مثلثی به اضلاع ۵، ۱۲ و ۱۳ مفروض است. نقطهٔ همرسی ارتفاع‌ها را به نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها وصل می‌کنیم. طول پاره‌خط حاصل کدام گزینه است؟

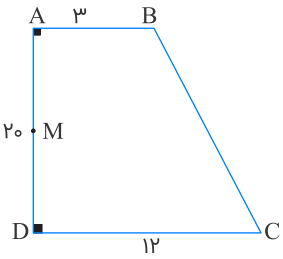
۱) ۱۳

۲) ۱۲

۳) ۶/۵

۴) ۵

۳۴ در ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ زیر، نقطهٔ M روی ساق قائم طوری قرار گرفته است که محیط مثلث $\overset{\Delta}{BMC}$ کمترین مقدار را دارد. سینوس زاویهٔ $B\hat{M}C$ کدام است؟



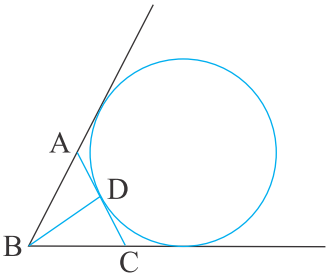
۱) ۰/۹۶

۲) ۰/۶

۳) ۰/۴۸

۴) ۰/۸

۳۵ در مثلث متساوی‌الساقین ABC $(AB = AC)$، مطابق شکل، دایرهٔ محاطی خارجی نظیر زاویهٔ B رسم شده است. اگر $AB = AC = ۱۰$ و $BC = ۱۲$ باشد، آنگاه طول پاره‌خط BD چندبرابر $\sqrt{۱۰}$ است؟



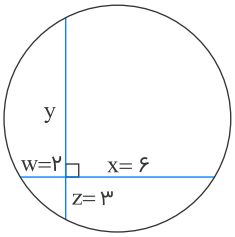
۱) ۳/۲

۲) ۲/۴

۳) ۳/۶

۴) ۴/۲

۳۶ در شکل زیر شعاع دایره چندبرابر $\sqrt{۶۵}$ است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۱}{۳}$

۳) $\frac{۳}{۷}$

۴) $\frac{۳}{۵}$

۳۷ در یک ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین، اندازهٔ یک زاویه ۶۰° و طول قاعده‌های آن ۳ و ۱۱ است. محیط چهار ضلعی حاصل از وصل کردن وسط دو قاعده و وسط دو قطر کدام است؟

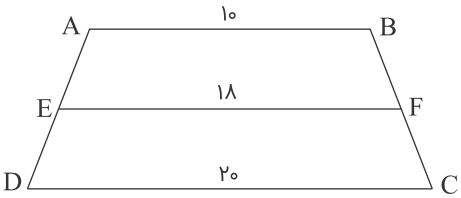
۱) ۱۸

۲) ۱۶

۳) ۸

۴) ۹

۳۸ در ذوزنقهٔ زیر می‌دانیم $EF \| AB$. اگر $S_{ABFE} = ۱۰$ باشد، مساحت $EFCD$ کدام است؟



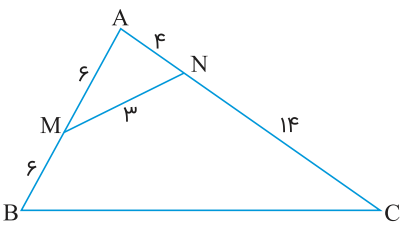
۱) $\frac{۷۵}{۲۸}$

۲) $\frac{۸۵}{۲۸}$

۳) $\frac{۹۵}{۲۸}$

۴) $\frac{۱۰۵}{۲۸}$

۳۹ در شکل زیر باتوجه‌به اندازه‌های داده‌شده مقدار BC چقدر است؟



۱) ۱۰/۵

۲) ۹

۳) ۱۳/۵

۴) ۱۰

۴۰ در مثلث ABC به طول اضلاع $AB = ۱۰$ و $AC = ۸$، نقطهٔ D روی ضلع BC طوری می‌باشد، که فاصلهٔ محل همرسی میانه‌های دو مثلث ABD و ACD از یکدیگر، ۴ است. مساحت مثلث ABC چقدر است؟

۱) $۱۰\sqrt{۷}$
۲) $۱۵\sqrt{۷}$
۳) $۷\sqrt{۱۰}$
۴) $۷\sqrt{۱۵}$

آمار و احتمال

۴۱ پرتاب‌های بسکتبالیست A، ۲۰ درصد بیشتر از پرتاب‌های بسکتبالیست B وارد سبد می‌شود. اگر هرکدام از این دو نفر یک پرتاب انجام دهند و احتمال آنکه حداقل یکی از این دو پرتاب وارد سبد شود برابر ۷۶ درصد باشد، با کدام احتمال پرتاب بسکتبالیست A وارد سبد شده است؟

۱) ۰/۶
۲) ۰/۴
۳) ۰/۷
۴) ۰/۲۴

۴۲ مجموعهٔ $A_i = (-\frac{i}{۲}, ۱+\frac{i}{۲})$ مفروض است. اگر $B = \bigcup_{i=۱}^{۴} A_i$ و $C = \bigcap_{i=۱}^{۳} A_i$ باشد، در این صورت مجموعهٔ $(B - C) \cup (C - B)$ کدام است؟

۱) $(-۲, -\frac{۱}{۲}) \cup (۲, ۳)$
۲) $(-۲, \frac{۳}{۲}] \cup [۲, ۳]$
۳) $(-۲, -\frac{۱}{۲}] \cup [\frac{۳}{۲}, ۳)$
۴) $(-\frac{۳}{۲}, -\frac{۱}{۲}] \cup [\frac{۳}{۲}, ۲)$

۴۳ ارزش کدام گزاره نادرست است؟

۱) $(۷ > ۲^۲) \vee (x^۴ + ۳ = ۰)$
۲) اگر عدد ۵ زوج باشد، آنگاه ۵ مربع کامل است.
۳) ۳ عدد اول نیست، اگر و تنها اگر ۳ مربع کامل باشد.
۴) $(۶ < ۱۵) \wedge (۵ + ۷ = ۱۰)$

۴۴ در جعبه‌ای ۵ مهرهٔ سفید، ۳ مهرهٔ قرمز و ۲ مهرهٔ سبز وجود دارد. سه مهره به تصادف از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال فقط یکی از مهره‌های خارج‌شده، سفید می‌باشد؟

۱) $\frac{۵}{۱۲}$
۲) $\frac{۵}{۲۴}$
۳) $\frac{۷}{۱۲}$
۴) $\frac{۷}{۲۴}$

۴۵ اگر انحراف معیار داده‌های a, b, c, d, e برابر ۱۲ باشد، در این صورت انحراف معیار داده‌های $\frac{۳}{۲}e+۱, \frac{۳}{۲}d+۱, \frac{۳}{۲}c+۱, \frac{۳}{۲}b+۱, \frac{۳}{۲}a+۱$ کدام است؟

۱) ۱۲
۲) ۱۹
۳) ۱۱
۴) ۱۸

۴۶ از مجموعهٔ اعداد $\{۱۰۱, ۱۰۲, ۱۰۳, \ldots, ۶۰۰\}$ عددی به‌تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این عدد لااقل بر یکی از اعداد ۲ یا ۵ بخش‌پذیر است؟

۱) ۰/۴
۲) ۰/۶
۳) ۰/۷
۴) ۰/۸

۴۷ اگر A و B دو مجموعهٔ دلخواه باشند، حاصل $(A \cap B) \cup [A - (A' \cup B)]$ برابر است با:

۱) $A - B$
۲) $B - A$
۳) A
۴) B

۴۸ درون کیسه‌ای دو مهره آبی و سه مهره قرمز قرار دارد. سه مهره بیرون می‌آوریم. با چه احتمالی مهره‌های قرمز بیشتر از مهره‌های آبی انتخاب شده است؟

۱) $\frac{۷}{۱۰}$
۲) $\frac{۳}{۱۰}$
۳) $\frac{۳}{۵}$
۴) $\frac{۴}{۵}$

۴۹ اگر گزاره‌های $p \vee q \sim$ و $p \wedge r$ نادرست باشند، در این صورت گزارهٔ $(p \wedge q) \vee s$ با کدام گزینه هم‌ارز است؟

۱) s
۲) T
۳) F
۴) r

۵۰ اگر ارزش گزارهٔ $[(p \wedge q) \Rightarrow r] \sim$ درست باشد، ارزش گزارهٔ $q \wedge [p \Rightarrow (q \Leftrightarrow r)] \sim$ کدام است؟

۱) T
۲) F
۳) هم‌ارز با p
۴) هم‌ارز با $\sim r$

۵۱ مجموع مربعات ۱۵ دادهٔ آماری ۳۹۰ و میانگین آن‌ها ۵ می‌باشد. انحراف معیار این داده‌ها کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۵۲ اگر $A = \{۲k-۱ | k \in \mathbb{Z}, ۱ \leq k \leq ۵\}$ و $B = \{k \in \mathbb{Z} | |k-۳| \leq ۲\}$ باشند، آنگاه $A^۲ - B^۲$ چند عضو دارد؟

۱) ۹
۲) ۱۶
۳) ۲۵
۴) ۳۶

۵۳ کدام گزینه دربارهٔ روش‌های گردآوری داده‌ها نادرست است؟

۱) در روش مشاهده، گردآوری داده‌ها بدون نیاز به فرد پاسخ‌گو انجام می‌پذیرد.

۲) در روش دادگان، از اطلاعات ثبتی ذخیره‌شده استفاده می‌شود.

۳) روش مصاحبه، معمولاً بین دو نفر (مصاحبه‌گر یا آمارگیر و مصاحبه‌شونده یا پاسخ‌گو) انجام می‌شود و زمانی استفاده می‌شود که مصاحبه‌گر از تمام پاسخ‌های ممکن اطلاع داشته باشد.

۴) روش پرسش‌نامه، مجموعه سؤالاتی از پیش تعیین‌شده است که توسط تعدادی پاسخ‌گو تکمیل می‌شود.

۵۴ جدول زیر، مقادیر انحراف از میانگین داده‌های آماری دسته‌بندی‌شده را نشان می‌دهد. فراوانی دستهٔ آخر کدام است؟

انحراف از میانگین	-۵	-۳	۰	۴	۵	۹
فراوانی	۴	۲	۴	۳	۱	x

۱) ۱
۲) ۵
۳) ۳
۴) ۲

۵۵ ترکیب دو شرطی کدام دو گزارهٔ زیر دارای ارزش نادرست است؟

الف) اگر $۳^۴ = ۸۱$ باشد، آنگاه ۹ اول است.

ب) اگر $-۱۵ > -۹$ باشد، آنگاه ۳۴ زوج است.

پ) اگر $-۰/۷ \in \mathbb{Q}$ باشد، آنگاه $\sqrt{۲}$ گنگ است.

ت) اگر $۲^۴ = ۴^۲$ باشد، آنگاه $-۴ < -۵$ است.

۱) (الف) و (ت)
۲) (ب) و (پ)
۳) (ب) و (ت)
۴) (پ) و (ت)

۵۶ کدام‌یک از مجموعه‌های زیر، تعداد اعضای کمتری دارد؟

$$A = \{k | k \in \mathbb{Z} \ , \ k^۲ - ۴ = ۰ \ , \ ۲k - ۴ = ۰\}$$

$$B = \{x | x \in \mathbb{R} \ , \ ||x| - ۲| = ۱\}$$

$$C = \{y | y \in (۰, +\infty) \ , \ ۲^y = y^۲\}$$

۱) B
۲) A
۳) C
۴) A و C

www.alirezaafshar.org

۵۷ اگر q گزاره‌ای همواره درست و s گزاره‌ای همواره نادرست باشد، آنگاه ارزش گزاره زیر کدام است؟(T گزاره‌ای درست و F گزاره‌ای نادرست)

$$\sim (r \vee q) \wedge (\sim p \wedge s) \equiv ?$$

۱) وابسته به ارزش r
۲) T
۳) F
۴) وابسته به ارزش p

۵۸ اختلاف ۵ دادهٔ آماری از میانگین آن‌ها به‌صورت ۶، ۳، ۰، ۱- و x بوده است. در این صورت دامنهٔ تغییرات این داده‌ها برابر با کدام گزینه است؟

۱) ۶
۲) ۸
۳) ۱۰
۴) ۱۴

۵۹ با جایگشت ارقام عدد ۲۳۴۴۳، اعداد ۵ رقمی نوشته‌ایم، یکی از آن‌ها را انتخاب می‌کنیم، با چه احتمالی ارقام شبیه به هم کنار هم قرار می‌گیرند؟

۱) ۰/۲
۲) ۰/۳
۳) ۰/۱
۴) ۰/۴

۶۰ ۶ نفر در کنار هم می‌خواهند عکس یادگاری بگیرند. چقدر احتمال دارد بین علی و شروین حداقل یک نفر در عکس باشد؟

۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۴}{۵}$
۴) $\frac{۵}{۶}$

فیزیک

۶۱ چگالی بتن ۲/۴ گرم بر سانتی‌متر مکعب فرض می‌شود. حداکثر فشاری که بتن می‌تواند تحمل کند، برابر ۶۰۰ kPa است. بیشینهٔ ارتفاع ستونی استوانه شکل که با این بتن می‌توان ساخت چند متر است؟

۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۲۵
۴) ۳۰

۶۲ یک ماشین گرمایی در هر چرخه، مقدار $۳\,g$ سوخت مصرف می‌کند. گرمای حاصل از سوختن هر گرم سوخت $۶ \times ۱۰^{۴}\,J$ است. اگر ماشین در هر ثانیه ۳۰ چرخه را بپیماید و در هر چرخه $۶ \times ۱۰^{۴}\,J$ گرما تلف کند، بازده این ماشین گرمایی تقریباً چند درصد است؟

۱) ۳۳
۲) ۶۶
۳) ۷۷
۴) ۸۸

۶۳ در رابطهٔ $A^{۲} - B^{۲} = ۲CD$ اگر یکای A برحسب متر بر ثانیه و یکای D برحسب متر باشد، یکای C کدام است؟

۱) $(\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}})^{۲}$
۲) متر
۳) $\frac{\text{متر}}{(\text{ثانیه})^{۲}}$
۴) $\frac{(\text{ثانیه})^{۲}}{\text{متر}}$

۶۴ با ذوب M گرم از عنصری، استوانه‌ای به طول L و شعاع داخلی $R_{۱}$ و شعاع خارجی $R_{۲}$ ساخته‌ایم. اگر بخواهیم از همان ماده استوانهٔ دیگری به طول $۳L$ و شعاع داخلی $۲R_{۱}$ و شعاع خارجی $۲R_{۲}$ بسازیم، جرم موردنیاز چند M می‌شود؟

۱) ۴
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۲

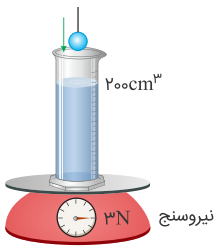
۶۵ توان متوسط مصرفی یک بالابر $۱/۲۵$ کیلووات است. اگر بازدهٔ درصدی موتور این بالابر ۸۰ درصد باشد موتور این بالابر در مدت چند ثانیه ۰/۱ تن بار را با سرعت ثابت به اندازهٔ ۳۰ متر بالا می‌برد؟

۱) ۲۰
۲) ۲۵
۳) ۲۴
۴) ۳۰

۶۶ اگر فاصلهٔ زمین تا خورشید را $۲ \times ۱۰^{۱۱}\,m$ در نظر بگیریم، فاصلهٔ دو جرم آسمانی که $۲/۶ \times ۱۰^{۵}\,Tm$ می‌باشد چند واحد نجومی (AU) است؟

۱) $۱/۳ \times ۱۰^{۶}$
۲) $۱/۳ \times ۱۰^{۹}$
۳) $۱/۳ \times ۱۰^{۱۴}$
۴) $۱/۳ \times ۱۰^{۱۶}$

۶۷ در شکل زیر، بشری که حاوی $۲۰۰\,cm^{۳}$ آب است، روی نیروسنجی قرار گرفته و نیروسنج وزن ظرف و آب داخل آن را $۳\,N$ نشان می‌دهد. گلوله‌ای را به آرامی وارد ظرف و در آب غوطه‌ور می‌کنیم. در این صورت سطح آب داخل بشر روی عدد $۳۰۰\,cm^{۳}$ ثابت می‌شود. در این وضعیت، نیروسنج چه عددی را نشان می‌دهد؟ $(g = ۱۰\,N/kg\,،\ \rho_{\text{آب}} = ۱۰۰۰\,kg/m^{۳})$



۱) ۲/۹
۲) ۳/۱
۳) ۲
۴) ۴

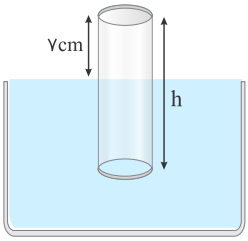
۶۸ جسمی به وزن $۶۰\,N$ از ارتفاع h، بدون سرعت اولیه در خلأ سقوط می‌کند. در لحظه‌ای که انرژی جنبشی جسم به $۱۸۰\,J$ می‌رسد، فاصلهٔ آن از سطح زمین ۲ متر است. ارتفاع h چند متر است؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۹
۴) ۵

۶۹ یک خنک‌کننده در هر دقیقه $۵\,kJ$ گرما از محیط پیرامون خود گرفته و در همان مدت $۶/۵\,kJ$ گرما به فضای بیرون می‌دهد. توان این خنک‌کننده چند وات است؟

۱) ۸۰
۲) ۱۵
۳) ۱۹۰
۴) ۲۵

۷۰ لوله‌ای با دو انتهای باز مطابق شکل زیر، به طور قائم در آب استخری شناور و ارتفاع $۷\,cm$ از آن خارج آب است. از بالا، به آرامی داخل لوله روغن می‌ریزیم؛ درنتیجه سطح آب در لوله، به آرامی پایین می‌رود. ریختن روغن در لوله را آنقدر ادامه می‌دهیم تا کل لوله با روغن پُر شود. ارتفاع لوله (h) چند سانتیمتر بوده است؟ (چگالی روغن و آب به ترتیب ۰/۹ و ۱ گرم بر سانتیمتر مکعب است و از تغییر ارتفاع آب استخر چشم‌پوشی شود)

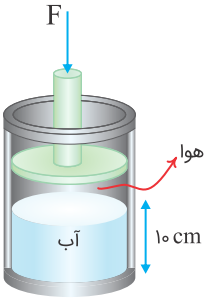


۱) ۱۰۰
۲) ۲۵
۳) ۷۰
۴) ۶۰

۷۱ به یک میلهٔ فلزی مقداری گرما می‌دهیم تا طول آن دو درصد افزایش یابد. حجم این میله تقریباً چند درصد افزایش می‌یابد؟

۱) ۶
۲) ۳۳
۳) ۴
۴) ۳

۷۲ در شکل زیر، جرم پیستون $۵۰۰\,g$ و سطح مقطع آن $۲۰\,cm^۲$ است. با اعمال نیروی F به پیستون، فشار در کف ظرف $۱۱۱\,kPa$ می‌شود و پیستون در جای خود ثابت باقی می‌ماند. نیروی F چند نیوتن است؟
($\rho_{آب} = ۱\,g/cm^۳$، $P_۰ = ۱۰^۵\,Pa$ و $g = ۱۰\,N/kg$)



۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۱۵
۴) ۲۰

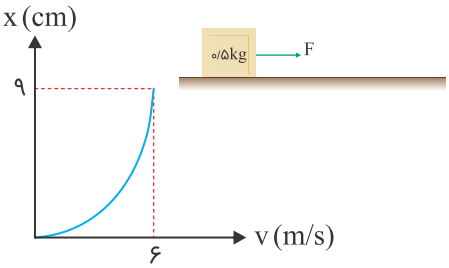
۷۳ کدام‌یک از گزینه‌های زیر، نادرست است؟

۱) $۵/۱۲\,cm < ۱/۲ \times ۱۰^{-۴}\,km$
۲) $۲/۵ \times ۱۰\,nm < ۵۵۰\,pm$
۳) $۶۵۰۰\,mm < ۴۳۰\,dm$
۴) $۲/۲ \times ۱۰^{-۴}\,m > ۲/۵\,\mu m$

۷۴ ۳ مول گاز کامل، در فشار ثابت $۳ \times ۱۰^۵ \, Pa$ مقداری گرما دریافت کرده است و حجم آن به ۲ برابر حجم اولیه‌اش می‌رسد. اگر دمای اولیهٔ گاز $۳۰۰ \, K$ باشد، کار انجام‌شده توسط محیط بر روی این گاز چند کیلوژول است؟ $(R = ۸ \, J/mol.K)$

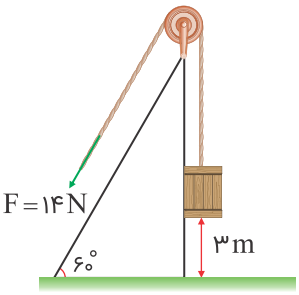
۱) ۳
۲) ۷/۲
۳) -۳
۴) -۷/۲

۷۵ مطابق شکل زیر، جسمی از حال سکون با اعمال نیروی F روی سطح بدون اصطکاکی شروع به حرکت می‌کند و نمودار جابه‌جایی برحسب سرعت آن به‌صورت شکل زیر است. نیروی F چند نیوتون است؟



۱) ۵۰
۲) ۸۰
۳) ۱۰۰
۴) ۱۲۰

۷۶ مطابق شکل جسمی به جرم ۵۰۰ گرم تحت نیروی ثابت $F = ۱۴ \, N$ از ارتفاع ۳ متری سطح زمین از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند. پس از اینکه جسم ۱/۵ متر بالاتر می‌رود، طناب متصل به جرم پاره می‌شود، جسم با چه تندی به سطح زمین برخورد می‌کند؟ (از اصطکاک و مقاومت هوا صرف‌نظر کنید و $g = ۱۰ \, m/s^۲$)

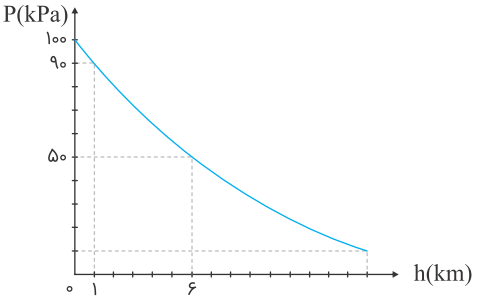


۱) $۳\sqrt{۶} \, m/s$
۲) $۸ \, m/s$
۳) $۱۲ \, m/s$
۴) $۱۰ \, m/s$

۷۷ چگالی گاز کاملی در دمای $۲۷ \, ^\circ C$ و فشار یک اتمسفر برابر با $۱/۴ \, kg/m^۳$ است. چگالی این گاز در فشار ۲ اتمسفر و دمای $۳۰۰ \, ^\circ C$ چند $kg/m^۳$ است؟

۱) ۰/۳۵
۲) ۰/۷
۳) ۱/۴
۴) ۲/۸

۷۸ نمودار فشار هوا برحسب ارتفاع از سطح دریای آزاد به شکل زیر است. چگالی متوسط هوا در ستون فرضی عمود بر سطح زمین به سطح مقطع $۱ \, m^۲$ که در فاصلهٔ ۱ تا ۶ کیلومتری از سطح دریای آزاد قرار دارد چند کیلوگرم بر مترمکعب است؟ $(g = ۱۰ \, N/kg)$



۱) ۰/۵
۲) ۰/۶
۳) ۰/۸
۴) ۱

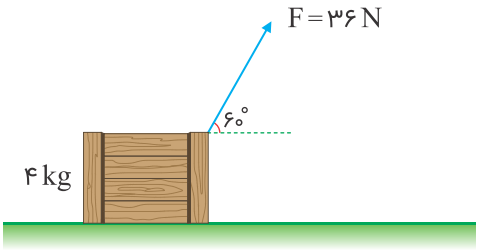
۷۹ مکعب‌مستطیلی به ابعاد $۰/۵\,\text{cm}$، $۰/۰۴\,\text{dm}$ و $۲\,\text{mm}$ مفروض است. کدام‌یک از حجم‌های زیر می‌توانند با این مکعب‌مستطیل اندازه‌گیری شده باشند؟

۱) $۸۰\,\mu\text{m}^۳$
۲) $۸۰\,\text{mm}^۳$
۳) $۴۰۰\,\mu\text{m}^۳$
۴) $۴۰\,\text{pm}^۳$

۸۰ اگر به $۴۰۰\,\text{g}$ یخ $-۵\,^\circ\text{C}$، مقدار $۱۲۶\,\text{kJ}$ گرما داده شود، کدام‌یک از حالات زیر رخ می‌دهد؟
$(c_{\text{یخ}} = ۲۱۰۰\,\text{J/kg}^\circ\text{C}$، $c_{\text{آب}} = ۴۲۰۰\,\text{J/kg}^\circ\text{C}$، $L_V = ۲۲۶۸\,\text{kJ/kg}$ و $L_f = ۳۳۶\,\text{kJ/kg})$

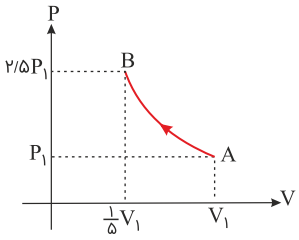
۱) آب با دمای $۵\,^\circ\text{C}$ به دست می‌آید.
۲) $۳۰۰\,\text{g}$ یخ ذوب می‌شود.
۳) $۳۷/۵\,\text{g}$ یخ ذوب نمی‌شود.
۴) تمام یخ ذوب می‌شود و آب $۰\,^\circ\text{C}$ به دست می‌آید.

۸۱ مطابق شکل زیر، نیروی F با بزرگی ۳۶ نیوتون بر جسمی با جرم $۴\,\text{kg}$ وارد می‌شود و جسم بر روی سطح افقی شروع به حرکت می‌کند و پس از طی ۱۰ متر بر روی سطح افقی، تندی آن به $۸\,\text{m/s}$ می‌رسد. اندازهٔ کار نیروی اصطکاک در این جابجایی چند ژول است؟



۱) ۱۲۸
۲) ۵۲
۳) ۲۵۶
۴) ۶۴

۸۲ مطابق شکل زیر، مقداری گاز طی فرآیندی از حالت A به B می‌رسد. در مورد این فرآیند کدام گزینه صحیح است؟



۱) فرآیند هم‌دما است.
۲) فرآیند بی‌دررو است.
۳) گاز گرما از دست داده است.
۴) کار انجام‌شده روی گاز منفی است.

۸۳ می‌خواهیم از فلزی که چگالی آن $۹۰۰۰\,\text{kg/m}^۳$ است، کره‌ای توخالی درست کنیم. اگر شعاع داخلی کره $۴\,\text{cm}$ و ضخامت قسمت فلزی آن $۲\,\text{cm}$ باشد، جرم فلز به‌کاررفته در کره چند گرم است؟ $(\pi = ۳)$

۱) ۷۲۰
۲) ۹۸۰
۳) ۲۸۸۱
۴) ۵۴۷۲

www.alirezaafshar.org

۸۴ ۳۰۰ سانتی‌متر مکعب از مایع A با چگالی $\rho_A = ۲\,g/cm^۳$ را با ۳۰۰ گرم از مایع B به چگالی $\rho_B = ۷۵۰\,g/L$ مخلوط می‌کنیم تا مایعی همگن به چگالی $۱۵۰۰\,kg/m^۳$ به دست آید. طی عمل مخلوط کردن دو مایع چند میلی‌لیتر کاهش حجم رخ داده است؟

۱) ۱۰۰
۲) ۱۵۰
۳) ۲۰۰
۴) ۳۰۰

۸۵ به دو جسم هم‌حجم A و B گرمای یکسان می‌دهیم. گرمای ویژه و چگالی جسم A به ترتیب ۲ و ۴ برابر گرمای ویژه و چگالی جسم B است. اگر ضریب انبساط طولی فلز A، ۳ برابر ضریب انبساط طولی فلز B باشد، تغییر حجم جسم A چند برابر تغییر حجم جسم B است؟

۱) $\frac{۹}{۸}$
۲) $\frac{۳}{۸}$
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) $\frac{۴}{۳}$

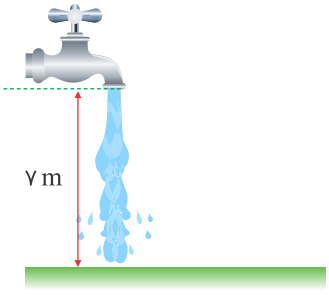
۸۶ کره ای به جرم $۸/۴\,g$ و شعاع ظاهری $۲\,cm$ از ماده ای به چگالی $۰/۳\,g/cm^۳$ ساخته شده است. می خواهیم در آزمایشی مشخص کنیم که کره توپُر است یا توخالی؛ و اگر توخالی است، حجم حفرهٔ درون آن چند درصد از حجم ظاهری آن است؟ ($\pi \simeq ۳$)

۱) کره توپُر است.
۲) ۵ درصد
۳) ۱۰/۵ درصد
۴) ۱۲/۵ درصد

۸۷ جسمی به جرم $۴\,kg$ را از نقطهٔ $A(۲^m, ۵^m)$ به نقطهٔ $B(۴^m, ۱۰^m)$ منتقل کرده‌ایم. اگر نیروی وارد بر جسم در این جابه‌جایی در SI به‌صورت $\vec{F} = -۱۰\vec{i} + ۶\vec{j}$ باشد، کار این نیرو چند ژول است؟

۱) ۱۰
۲) $۱۰\sqrt{۷}$
۳) ۵۰
۴) $۱۰\sqrt{۵}$

۸۸ در شکل زیر، آب در حال خروج از یک شیر با تندی مشخص است، شیر را بیشتر می‌چرخانیم که درنتیجهٔ آن تندی خروج آب از شیر ۲ برابر و سطح مقطع برخورد آب به زمین ۱/۵ برابر می‌شود. تندی اولیهٔ خروج آب از شیر چند متر بر ثانیه است؟

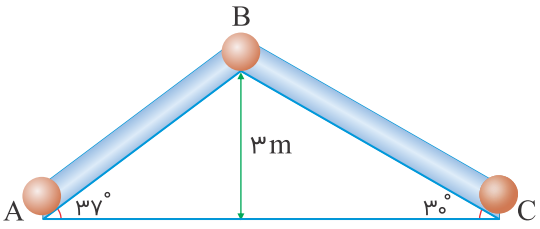


۱) ۲
۲) ۳
۳) ۵
۴) ۷

۸۹ دو کرهٔ همگن و توپر A و B در اختیار داریم که قطر آن‌ها d_A و $d_B = d_A - ۵\,cm$ است. اگر $\rho_A = ۲\rho_B$ و $m_A = ۱۶m_B$ باشد، شعاع کرهٔ کوچک‌تر چند سانتی‌متر است؟

۱) ۲/۵
۲) ۵
۳) ۷/۵
۴) ۱۰

۹۰ مطابق شکل جسمی به جرم ۱/۵ کیلوگرم با تندی $(۱۰\,m/s)$ در مسیر هدایت‌شده‌ای از نقطهٔ A شروع به حرکت کرده و سپس به نقطهٔ B و درنهایت به نقطهٔ C می‌رسد. اگر نیروی اصطکاک در کل مسیر ثابت و برابر با $۳\,N$ باشد، تندی جسم در نقطهٔ C چند متر بر ثانیه است؟ $(\cos ۳۷^\circ = ۰/۸$ و $g = ۱۰\,m/s^۲)$



۱) ۸

۲) $\sqrt{۵۶}$

۳) ۷

۴) $۳\sqrt{۶}$

۹۱ در فاصلهٔ بین صفحات خازنی تخت به ظرفیت $۷/۵\,\mu F$ میدان الکتریکی به اندازهٔ $۵۰۰\,N/C$ برقرار است. اگر بار ذخیره‌شده در خازن $۱/۵\,\mu C$ باشد، فاصلهٔ بین صفحات خازن چند میلی‌متر است؟

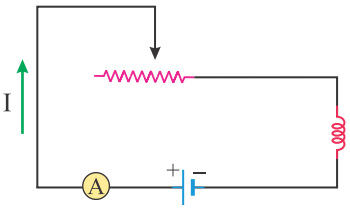
۱) ۰/۲

۲) ۱/۵

۳) ۲/۵

۴) ۰/۴

۹۲ باتوجه‌به مدار رسم شده با ..... مقاومت رئوستا، نیرومحرکهٔ خود - القاوری .....



۱) افزایش - با جریانی در خلاف جهت جریان اصلی مدار ایجاد می‌شود.

۲) افزایش - با جریانی در جهت جریان اصلی مدار ایجاد می‌شود.

۳) کاهش - با جریانی در جهت جریان اصلی مدار ایجاد می‌شود.

۴) کاهش - در مدار ایجاد نمی‌شود.

۹۳ چند مورد از موارد زیر صحیح است؟

الف) مقاومت ویژهٔ نیم‌رساناها از مواد عایق کمتر و از رساناهای فلزی بیشتر است.

ب) مقاومت ویژهٔ یک ماده به دما و ساختمان ظاهری آن بستگی دارد.

ج) مقاومت ویژهٔ نیم‌رساناها با افزایش دما، افزایش می‌یابد.

د) در جیوه و قلع با کاهش دما، در دماهای خاصی مقاومت ویژه به‌صورت تدریجی به صفر افت می‌کند و به ابررسانا تبدیل می‌شوند.

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

۹۴ یک جسم از طریق تماس دارای بار الکتریکی شده است. چند کولن الکتریسیته ممکن است به جسم منتقل شده باشد؟ $(e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\,C)$

۱) ۴×۱۰^{-۱۹}

۲) ۸×۱۰^{-۱۹}

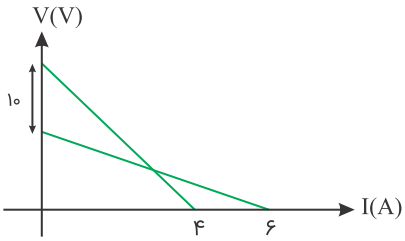
۳) $۸/۶ \times ۱۰^{-۱۹}$

۴) $۱۷/۲ \times ۱۰^{-۱۹}$

۹۵ یک سیملوله و یک لامپ به‌طور متوالی به دو پایانهٔ یک باتری وصل شده و لامپ روشن است. اگر یک هستهٔ آهنی را به‌تدریج داخل سیملوله وارد کرده و سپس همان‌جا نگه‌داریم، روشنایی لامپ چگونه تغییر می‌کند؟

۱) زیاد می‌شود و به همان حال باقی می‌ماند.
۲) زیاد می‌شود و سپس به حال اول برمی‌گردد.
۳) کم می‌شود و سپس به حال اول برمی‌گردد.
۴) کم می‌شود و به همان حال باقی می‌ماند.

۹۶ نمودار اختلاف پتانسیل دو سر مولدهای A و B برحسب جریان الکتریکی عبوری از آن‌ها به‌صورت زیر است. اگر مقاومت درونی مولد A ، ۲ برابر مقاومت درونی مولد B باشد، بیشینه توان مصرفی مداری که انرژی آن را مولد B تأمین می‌کند، چند وات با این مقدار برای مولد A تفاوت دارد؟

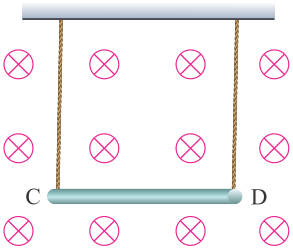


۱) ۴
۲) ۵
۳) ۸
۴) ۱۰

۹۷ بر روی دو کرهٔ رسانای مشابه به شعاع $1\,cm$ بارهای ناهمنام Q_1 و Q_2 قرار دارند. اگر پس از اتصال دو کره به هم، چگالی سطحی بار الکتریکی هر یک $0/02\ C/m^2$ شود و اندازهٔ بار یکی از کره‌ها تغییر نکند، اندازهٔ بار کرهٔ دیگر چند میکروکولن بوده است؟ ($\pi = 3$)

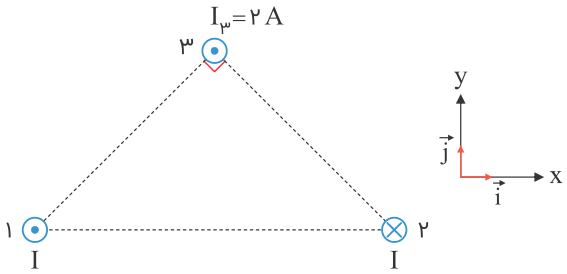
۱) ۳۶
۲) ۷۲
۳) ۱۲
۴) ۹۶

۹۸ در شکل زیر میلهٔ افقی CD با چگالی طولی $2\,g/cm$ به‌وسیلهٔ دو نخ سبک به سقف آویزان شده است. این مجموعه در میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 4 \times 10^4\ G$ که عمود بر صفحهٔ شکل و به سمت داخل است، قرار دارد. شدت جریان عبوری از میلهٔ CD چند آمپر و در چه جهتی باشد تا کشش نخ‌ها صفر شود؟ ($g = 10\,m/s^2$)



۱) ۵ از C به D
۲) ۵ از D به C
۳) ۰/۵ از C به D
۴) ۰/۵ از D به C

۹۹ سه سیم مستقیم و بلند حامل جریان در رأس‌های یک مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین مطابق شکل قرار دارند. اگر بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیم (۱) در محل سیم (۳) برابر با $۰/۵\,\mathrm{T}$ باشد بردار نیروی مغناطیسی خالص وارد بر هر متر از سیم (۳) در SI کدام است؟



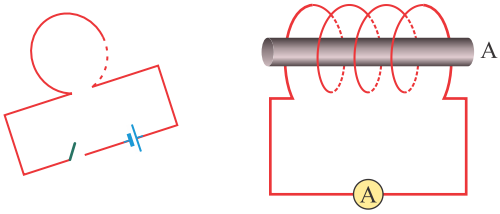
۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}\vec{i}$

۲) $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\vec{i}$

۳) $\sqrt{۲}\,\vec{i}$

۴) $-\sqrt{۲}\,\vec{i}$

۱۰۰ در مجموعهٔ زیر، کلید را وصل و سپس قطع می‌کنیم. طرف A میلهٔ آهنی ازنظر قطب آهنربا، به ترتیب چه خواهد شد؟



۱) جنوب، شمال

۲) جنوب، جنوب

۳) شمال، جنوب

۴) شمال، شمال

۱۰۱ دو گلولهٔ مشابه به‌وسیلهٔ دو نخ هم‌طول ۱ متری به نقطه‌ای آویخته شده‌اند. به هریک از گلوله‌ها بار $۴۰\,\mu\mathrm{C}$ داده می‌شود. گلوله‌ها در فاصلهٔ $\sqrt{۲}$ متری از یکدیگر و درحالی‌که امتداد نخ‌ها بر هم عمود است، به حال تعادل قرار می‌گیرند. نیروی کشش هر یک از نخ‌ها در این وضعیت چند نیوتون است؟ $(k = ۹\times ۱۰^{۹}\,\mathrm{N.m^{۲}/C^{۲}}\,,\ g = ۱۰\,\mathrm{m/s^{۲}})$

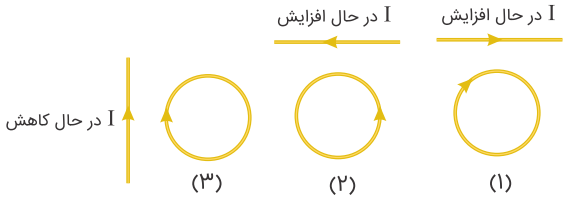
۱) $۷/۲$

۲) $۱۴/۴$

۳) $۷/۲\sqrt{۲}$

۴) $۱۴/۴\sqrt{۲}$

۱۰۲ در شکل‌های زیر شدت‌جریان I در سیم مستقیم نشان داده‌شده است. جهت جریان القایی در حلقهٔ مجاور سیم در کدام شکل صحیح است؟



۱) شکل‌های (۱) و (۲)

۲) شکل (۱)

۳) شکل (۲)

۴) شکل (۳)

۱۰۳ در شکل زیر اگر نیرویی که از طرف بار الکتریکی $+q_A$ به بار الکتریکی $+q_B$ وارد می‌شود، قرینهٔ برآیند نیروهای وارد بر بار $+q_B$ از طرف دو بار $+q_A$ و q_C باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۱) $q_C = +۲q_A$

۲) $q_C = -۲q_A$

۳) $q_C = \frac{+q_A}{۲}$

۴) $q_C = \frac{-q_A}{۲}$

۱۰۴ خازنی با ظرفیت C را توسط یک باتری شارژ کرده و انرژی U و بار الکتریکی q در آن ذخیره‌شده است. خازن را از باتری جدا کرده و به دو سر خازنی خالی با ظرفیت $۶C$ متصل می‌نماییم. انرژی ذخیره‌شده و بار ذخیره‌شده در مجموعه، پس از اتصال کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴۹}U$ و $\frac{۱}{۵}q$

۲) $\frac{۱}{۷}U$ و q

۳) U و $\frac{۱}{۵}q$

۴) $۷U$ و $\frac{۱}{۶}q$

۱۰۵ صفحات یک خازن به‌صورت دایره است. اگر قطر سطح مقطع صفحات این خازن ۳ برابر شده و فاصلهٔ بین صفحات آن نصف شود، ظرفیت خازن جدید چه کسری از ظرفیت خازن اولیه است؟

۱) $\frac{۱}{۱۸}$

۲) $\frac{۱}{۶}$

۳) ۱۸

۴) ۶

۱۰۶ ظرفیت خازنی $۱۸\,\mu F$ است و بار الکتریکی آن q است. اگر $۶\,\mu C$ بار الکتریکی را از صفحهٔ منفی جدا کرده و به صفحهٔ مثبت منتقل کنیم، انرژی ذخیره‌شده در خازن به اندازهٔ $۵\,\mu J$ زیاد می‌شود. q چقدر است؟

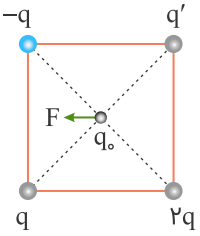
۱) $۶\,\mu C$

۲) $۱۲\,\mu C$

۳) $۱۸\,\mu C$

۴) $۲۴\,\mu C$

۱۰۷ در شکل زیر، با توجه به نیروی الکتریکی وارد بر $q_۰$، بار q' کدام است؟ ($q_۰$ در مرکز مربع است)



۱) $۴q$

۲) $-۳q$

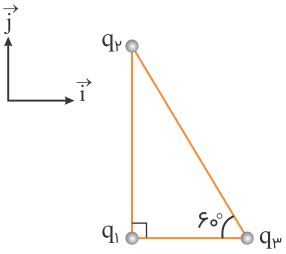
۳) $-۴q$

۴) $۳q$

۱۰۸ روی صفحات خازنی که فضای بین صفحات آن از هوا پر شده باشد، و اندازهٔ $۰/۳\ \mu C$ بار الکتریکی ذخیره شده است. قطر صفحه‌های دایره‌ای شکل خازن $۲۰\ cm$ است. کار لازم برای این‌که فاصلهٔ بین صفحات خازن $۳۶\ mm$ افزایش یابد، چند میلی ژول است؟ $(\pi = ۳ \text{ و } k_{\text{هوا}} = ۱ \text{ و } \varepsilon_۰ = ۹ \times ۱۰^{-۱۲}\ F/m)$

۱) ۱۲
۲) ۱۸
۳) ۹
۴) ۶

۱۰۹ سه بار الکتریکی نقطه‌ای مشابه $q_۱$، $q_۲$ و $q_۳$ مطابق شکل زیر در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند. اگر بزرگی نیروی الکتریکی‌ای که بارهای $q_۲$ و $q_۳$ بر هم وارد می‌کنند، $۱۵\ N$ باشد، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار $q_۱$ کدام است؟

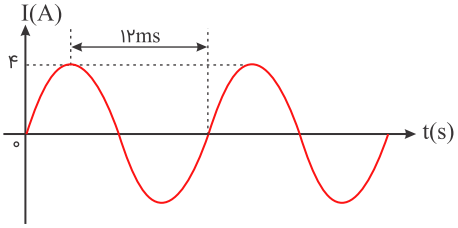


۱) $(۶۰\ N)\vec{i} + (۷۰\ N)\vec{j}$
۲) $(۳۰\ N)\vec{i} + (۱۰\ N)\vec{j}$
۳) $(-۶۰\ N)\vec{i} + (-۲۰\ N)\vec{j}$
۴) $(-۳۰\ N)\vec{i} + (-۱۰\ N)\vec{j}$

۱۱۰ دو بار الکتریکی نقطه‌ای همنام $q_۱$ و $q_۲$ $(|q_۲| < |q_۱|)$ در فاصلهٔ d از یکدیگر قرار گرفته‌اند. اندازهٔ برآیند میدان آن‌ها در فاصلهٔ x از بار $q_۲$ مساوی صفر است. اگر فاصلهٔ دو بار را نصف کنیم، در فاصلهٔ x' از بار $q_۲$ اندازهٔ برآیند مجدداً صفر می‌شود. x' چندبرابر x است؟

۱) ۱
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۱۱ شکل زیر نمودار جریان متناوبی را نشان می‌دهد که از یک رسانای ۵ اهمی می‌گذرد. در لحظهٔ $t = ۱۲\ ms$، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی چند ولت است و در چه لحظه‌ای برحسب میلی‌ثانیه، جریان برای اولین بار در رسانا بیشینه می‌شود؟



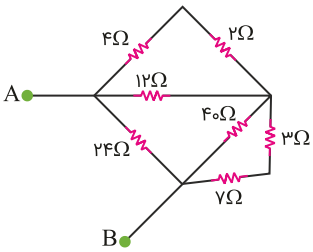
۱) صفر، ۳
۲) صفر، ۴
۳) ۲۰، ۳
۴) ۲۰، ۴

۱۱۲ خازن تختی را با اختلاف پتانسیل V شارژ و از باتری جدا می‌کنیم. در این حالت میدان الکتریکی بین دو صفحه E است. فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن را نصف می‌کنیم و فضای خالی بین صفحات را با عایقی با ضریب دی‌الکتریک ۴ پر می‌کنیم. در این حالت میدان الکتریکی بین دو صفحه برابر E' است. $\frac{E'}{E}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) ۲
۴) ۴

www.alirezaafshar.org

۱۱۳ مقاومت معادل مدار شکل زیر بین دو نقطهٔ A و B چند اهم است؟



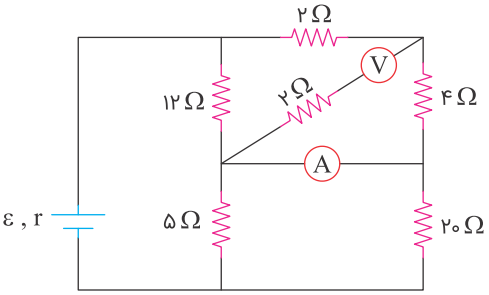
۱) ۸

۲) ۱۶

۳) ۲۴

۴) ۳۶

۱۱۴ در مدار شکل زیر، ولت‌سنج عدد ۸ ولت را نشان می‌دهد. آمپرسنج چند آمپر را نمایش می‌دهد؟ (آمپرسنج و ولت‌سنج هر دو ایده‌آل هستند)



۱) صفر

۲) ۱/۵

۳) ۱/۴

۴) ۳/۴

۱۱۵ در خازن مسطحی که عایق آن هوا و فاصلهٔ صفحه‌های آن d است، یک تیغهٔ عایق به ثابت دی‌الکتریک ۲ و ضخامت $\frac{2d}{3}$ و یک تیغهٔ فلزی به ضخامت $\frac{d}{3}$ طوری قرار می‌دهیم که فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن را کاملاً پر کند. در این صورت ظرفیت خازن چند برابر می‌شود؟

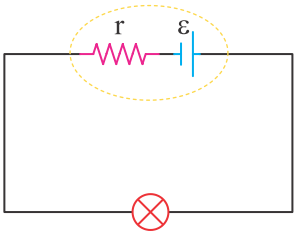
۱) $\frac{2}{3}$

۲) ۲

۳) $\frac{3}{2}$

۴) ۳

۱۱۶ در مدار شکل زیر، مقاومت الکتریکی لامپ، n برابر مقاومت درونی باتری است. اختلاف‌پتانسیل دو سر باتری، چندبرابر نیروی محرکه آن است؟



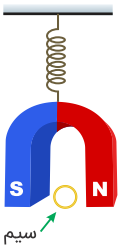
۱) $\frac{n-1}{n}$

۲) $\frac{1}{n}$

۳) $\frac{n}{n+1}$

۴) $\frac{1}{n+1}$

۱۱۷ مطابق شکل زیر سیمی به طول ۵ سانتی‌متر عمود بر صفحهٔ کاغذ در میدان مغناطیسی آهنربایی قرار دارد. میدان مغناطیسی آهنربا در این قسمت یکنواخت و برابر $۰/۸\,\mathrm{T}$ و جرم آهنربا $۳۰۰\,\mathrm{g}$ است. وقتی جریان از سیم عبور می‌کند، فنر نیرویی برابر $۳/۲\,\mathrm{N}$ برای ساکن نگه‌داشتن آهنربا بر آن وارد می‌کند. اندازه و جهت جریان الکتریکی که از سیم می‌گذرد در SI کدام است؟



۱) ۱۰، $\otimes$

۲) ۱۰، $\odot$

۳) ۵، $\otimes$

۴) ۵، $\odot$

۱۱۸ ظرفیت خازنی $۲۲\,\mu\mathrm{F}$ است. اگر بار الکتریکی آن ۲۰ درصد افزایش یابد، انرژی آن ۱۶ میکروژول افزایش می‌یابد. بار اولیهٔ آن چند میکروکولن است؟

۱) ۲۰

۲) ۴۰

۳) ۲×۱۰^{-۲}

۴) ۴×۱۰^{-۲}

۱۱۹ دو کرهٔ رسانای کاملاً مشابه هر یک دارای بارهای الکتریکی $۴۰\,\mathrm{nC}$ و $-۶۰\,\mathrm{nC}$ در فاصلهٔ d از یکدیگر قرار دارند و نیروی F را به یکدیگر وارد می‌کنند. اگر این دو کره را به یکدیگر تماس دهیم و مجدد در فاصلهٔ قبلی قرار دهیم چه نیرویی را به یکدیگر وارد می‌کنند؟

۱) $۲۴\mathrm{F}$

۲) $\frac{\mathrm{F}}{۲۴}$

۳) $\frac{\mathrm{F}}{۳۲}$

۴) $۳۲\mathrm{F}$

۱۲۰ حلقه‌ای فلزی به شعاع $۲۰\,\mathrm{cm}$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی $۰/۸\,\mathrm{T}$ قرار دارد و خط‌های میدان، موازی با سطح حلقه‌اند. اگر حلقه حول یکی از قطرهایش که بر خط‌های میدان عمود است، به اندازهٔ ۳۰° دوران کند، شار مغناطیسی عبوری از آن چند واحد SI تغییر می‌کند؟ $(\pi = ۳)$

۱) $۰/۰۴۸\sqrt{۳}$

۲) $۰/۰۴۸$

۳) $۰/۰۲۴$

۴) $۰/۰۲۴\sqrt{۳}$

شیمی

۱۲۱ میزان اکسیژن موجود در ۴۵ گرم آب در چند مول کربن دی‌اکسید وجود دارد؟ $(\mathrm{H}=۱\ ,\ \mathrm{O}=۱۶\ ,\ \mathrm{C}=۱۲ : \mathrm{g.mol^{-۱}})$

۱) ۲/۵

۲) ۲

۳) ۱/۷۵

۴) ۱/۲۵

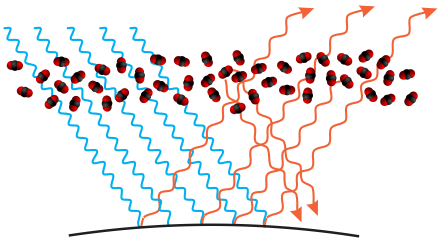
۱۲۲ چه تعداد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف) شکل زیر عملکرد مولکول‌های CO_2 را در برابر تابش خورشیدی نشان می‌دهد.

ب) پرتوهای جذب‌شده توسط زمین به نسبت پرتوهای گسیل‌شده انرژی بیشتر و طول موج کمتری دارند.

پ) انحلال‌پذیری گاز اوزون در آب به نسبت انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در آب بیشتر است.

ت) از برگشت‌پذیر بودن واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن می‌توان نتیجه گرفت که مقدار اوزون در لایهٔ استراتوسفر ثابت است.



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۲۳ انحلال‌پذیری پتاسیم نیترات در دمای اتاق، برابر ۴۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. محلولی به جرم ۴۰ گرم از این نمک تهیه شده که درصد جرمی آن ۲۵ است. اگر این محلول را در یک ظرف روباز در محیط قرار دهیم، به ازای هر ساعت ۲ گرم از آب تبخیر می‌شود. در این صورت پس از چند ساعت، این محلول به‌صورت سیرشده درمی‌آید؟ (دما ثابت است)

۱) ۲/۵

۲) ۷/۵

۳) ۲

۴) ۴

۱۲۴ چه تعداد از موارد زیر درست هستند؟

الف) اتم $_{16}X$ به دستهٔ p جدول دوره‌ای عنصرها تعلق داشته و با $_8O$ هم‌گروه است.

ب) انرژی در نگاه ماکروسکوپی، پیوسته اما در نگاه میکروسکوپی، گسسته یا کوانتومی است.

پ) کوتاه‌ترین طول موج در بخش مرئی طیف نشری- خطی اتم هیدروژن مربوط به انتقال الکترون از $n = 3$ به $n = 2$ است.

ت) در میان ۸ عنصر فراوان سیاره‌های مشتری و زمین، ۲ عنصر مشترک وجود دارد.

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۲۵ در واکنش، وزن‌های مساوی از K و H_2O، ۵ گرم H_2O واکنش نداده، باقی می‌ماند. چند لیتر H_2 در شرایط STP تولید می‌شود؟

$$2K + 2H_2O \rightarrow 2KOH + H_2$$

۱) ۴/۴۸

۲) ۹/۲۸

۳) ۵/۳۳

۴) ۲/۶۷

۱۲۶ $3x$ گرم پتاسیم نیترات را با $5x$ گرم آب $40^\circ C$ مخلوط می‌کنیم تا یک محلول به دست آید. اگر این محلول را تا دمای $20^\circ C$ سرد کنیم، ۳ گرم رسوب تشکیل می‌شود. چند گرم آب برای تهیهٔ این محلول به‌کاررفته است؟ (انحلال‌پذیری پتاسیم نیترات در آب $20^\circ C$ برابر ۳۰ است)

۱) ۲۵

۲) ۱۵

۳) ۱۰

۴) ۲۰

۱۲۷ عنصر $_{۱۸}X$ با جرم میانگین $۳۶/۸amu$ دارای سه ایزوتوپ طبیعی است. یکی از آن‌ها ۲۰ نوترون با فراوانی ۲۰٪، دیگری با ۱۸ نوترون و فراوانی ۷۰٪ است. نوترون‌های ایزوتوپ سوم را محاسبه کنید. (جرم پروتون و نوترون را یکسان و معادل $۱amu$ تصور کنید)

۱) ۲۲
۲) ۱۶
۳) ۲۱
۴) ۲۴

۱۲۸ در چند مورد از عنصرهای زیر مجموع "$n+l$" الکترون‌های لایهٔ ظرفیت باهم برابر است؟

- کروم با عدد اتمی ۲۴
- فسفر با عدد اتمی ۱۵
- فلوئور با عدد اتمی ۹
- سلنیم با عدد اتمی ۳۴
- تیتانیم با عدد اتمی ۲۲

۱) صفر
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۵

۱۲۹ آرایش الکترونی کاتیون $^{۶۵}_{۳۰}Zn^{۲+}$ به ترتیب از راست به چپ با آرایش الکترونی کدام گونه یکسان بوده و شمار نوترون‌های آن با کدام گونه برابر است؟

۱) $^{۶۰}_{۲۷}Co^{۲+}$, $_{۳۲}Ge^{۲+}$
۲) $^{۶۴}_{۲۹}Cu^{+}$, $_{۳۲}Ge^{۲+}$
۳) $^{۶۰}_{۲۷}Co^{۲+}$, $_{۳۱}Ge^{۳+}$
۴) $^{۶۴}_{۲۹}Cu^{+}$, $_{۳۱}Ge^{۳+}$

۱۳۰ اگر بخواهیم ۱۹ الکترون را طبق قاعدهٔ آفبا در زیرلایه‌های $۶s$, $۵d$, $۴f$ وارد کنیم، نسبت تعداد الکترون‌ها با $l=۳$ به تعداد الکترون‌ها با $l=۲$ (در بین این سه زیرلایه) چند می‌شود؟

۱) $\frac{۷}{۱۰}$
۲) $\frac{۱۴}{۳}$
۳) $\frac{۱۴}{۵}$
۴) $\frac{۵}{۱۴}$

۱۳۱ کدام گزینه پاسخ درست پرسش "الف" و "پ" و پاسخ نادرست "ب" را نشان می‌دهد؟

الف) نمودار ارتفاع از سطح زمین برحسب فشار گاز اکسیژن به‌صورت خطی است یا منحنی؟

ب) کدام رنگ شعلهٔ سوختن گاز شهری، نشان‌دهندهٔ تولید گاز کربن مونواکسید است؟

پ) چه عنصری در ساختار همهٔ مولکول‌های زیستی مانند کربوهیدارت‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها یافت می‌شود؟

۱) منحنی - آبی - اکسیژن
۲) خطی - آبی - اکسیژن
۳) منحنی - زرد - هیدروژن
۴) خطی - زرد - هیدروژن

۱۳۲ همهٔ موارد زیر درست‌اند به‌جز:

۱) نور خورشید هنگام گذر از هواکره با مولکول‌ها و دیگر ذره‌های آن برخورد می‌کند و تنها بخشی از آن به سطح زمین می‌رسد.

۲) زمین مانند یک جسم داغ عمل می‌کند و طول موج پرتوهای گسیل‌شده کمتر از طول موج پرتوهای جذب‌شده است.

۳) گلخانه‌ها، زمین‌های کشاورزی ویژه‌ای هستند که دور تا دور آن‌ها را تا ارتفاع معین با لایه‌ای از پلاستیک‌های شفاف می‌پوشانند.

۴) کرهٔ زمین با لایه‌ای از گازها به نام هواکره احاطه شده که این لایه برای زمین همانند لایهٔ پلاستیکی برای گلخانه است و سبب گرم شدن کرهٔ زمین می‌شود.

۱۳۳ مطابق جدول زیر، نسبت شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها در ردیف ..... از ستون اول با نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در ردیف ..... از ستون دوم برابر است.

ستون / ردیف	۱	۲
۱	لیتیم فلوئورید	سدیم اکسید
۲	پتاسیم نیترید	پتاسیم سولفید
۳	منیزیم اکسید	کلسیم یدید
۴	کلسیم نیترید	آلومینیم برمید

۱) چهارم - اول
۲) سوم - دوم
۳) دوم - چهارم
۴) اول - سوم

۱۳۴ چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

الف) نیلز بور با استفاده از بررسی تعداد جایگاه خطوط در طیف نشری خطی عنصرها توانست نخستین مدل اتمی را برای عنصرها ارائه کند.

ب) بر اساس مدل اتمی بور، الکترون اتم هیدروژن در لایهٔ اول با $n = 1$ قرار دارد و به دور هسته می‌چرخد.

پ) در مدل کوانتومی اتم هر الکترون دارای n و l ویژه‌ای است، به‌گونه‌ای که الکترون‌های یک لایه دارای lهای متفاوتی هستند.

ت) در ساختار لایه‌ای اتم، الکترون‌ها در بخشی از یک لایه قرار دارند که آن را پررنگ‌تر نشان می‌دهند.

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۳۵ نسبت شمار آنیون به کاتیون در رسوب حاصل از واکنش میان محلول باریم کلرید و محلول سدیم سولفات و ضریب استوکیومتری محلول حاصل از واکنش میان محلول کلسیم کلرید و محلول سدیم فسفات، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) ۱ ، ۱
۲) $۱ ، \frac{۱}{۲}$
۳) ۱ ، ۶
۴) $۶ ، \frac{۱}{۲}$

۱۳۶ اگر فرمول شیمیایی سدیم سوپراکسید به‌صورت $NaO_۲$ و آهن (II) وانادات به‌صورت $Fe(VO_۳)_۲$ باشد، فرمول شیمیایی آمونیوم وانادات و منیزیم سوپراکسید به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) $Mg(O_۲)_۲ , NH_۴VO_۳$
۲) $Mg(O_۲)_۲ , (NH_۴)_۲VO_۳$
۳) $MgO , NH_۴(VO_۳)_۲$
۴) $MgO , NH_۴VO_۳$

۱۳۷ غلظت M^+ در محلولی به حجم ۰/۵ لیتر که از حل شدن کامل ۸/۷ گرم نمک $M_۲SO_۴$ در آب حاصل شده، برابر ۰/۲ مول بر لیتر است. جرم مولی M برحسب گرم بر مول کدام است؟ $(S = ۳۲ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲۳
۲) ۳۹
۳) ۷
۴) ۷۸

۱۳۸ بر اثر سوختن $CS_۲$ مایع، $SO_۲$ و $CO_۲$ تولید می‌شود. اگر حجم گاز تولیدشده در شرایط STP برابر ۱۶/۸ لیتر باشد، حجم $CS_۲$ با چگالی $۱/۲۵ g.mL^{-۱}$ چند میلی‌لیتر بوده است؟ $(C = ۱۲ , O = ۱۶ , S = ۳۲ : g.mol^{-۱})$

$$CS_۲ + ۳O_۲ \rightarrow CO_۲ + ۲SO_۲$$

۱) ۳۰/۴
۲) ۵/۶
۳) ۱۵/۲
۴) ۱۱/۲

۱۳۹ چند عبارت از عبارت‌های داده‌شده درست است؟

الف) فرمول آهن (II) سولفات $FeSO_۴$ است.
ب) یون Na^+ یون چنداتمی است.
پ) در یون‌های چنداتمی مانند $PO_۴^{۳-}$ تعداد الکترون همهٔ اتم‌ها باهم برابر است.
ت) آمونیوم نیترات با فرمول $(NH_۴)_۲NO_۳$ یک ترکیب یونی محسوب می‌شود.

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۴۰ اگر غلظت یون $Ca^{۲+}$ در یک نمونه از محلولی، $۴۰۰۰ ppm$ باشد، با یک کیلوگرم از این محلول چند گرم نمک در واکنش زیر می‌توان به دست آورد؟ $(Ca = ۴۰ , Br = ۸۰ : g.mol^{-۱})$

$$Ca^{۲+}(aq) + ۲Br^-(aq) \rightarrow CaBr_۲(aq)$$

۱) ۱۰
۲) ۳۰
۳) ۲۰
۴) ۴۰

۱۴۱ اگر معادلهٔ موازنه‌نشدهٔ واکنشی که منجر به تولید آهن می‌شود، به‌صورت $Fe_2O_3(s) + C(s) \xrightarrow{\Delta} Fe(s) + CO_2(g)$ باشد و بدانیم بازدهٔ واکنش ۸۰٪ می‌باشد و ۱۶/۸ گرم آهن تولید شده است، جرم جامد ثانویه چند گرم کمتر از جرم جامد اولیه می‌باشد؟ (درصد خلوص Fe_2O_3، ۶۰٪ است)

۱) ۱۵/۳۷
۲) ۱۰/۵
۳) ۹/۹
۴) ۷/۹۲

۱۴۲ همهٔ گزینه‌های زیر درست هستند؛ به‌جز .....

۱) اتم هیچ‌یک از فلزهای واسطه با تشکیل کاتیون، به آرایش گاز نجیب دست نمی‌یابند.

۲) در اکسیدی از کروم $(_{24}Cr)$ که مجموع اتم‌های سازندهٔ آن ۵ است، آرایش الکترونی یون کروم به‌صورت $[Ar]3d^3$ است.

۳) از اسکاندیم $(_{21}Sc)$ در وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها استفاده می‌کنند.

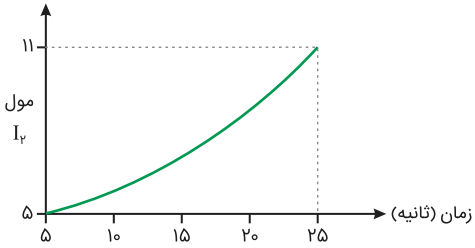
۴) فلزهای دستهٔ d به هنگام تشکیل کاتیون الکترون‌های بیرونی‌ترین زیرلایهٔ خود را از دست می‌دهند.

۱۴۳ یک آلکان برای به جوش آوردن ۱۱/۲۵ لیتر آب ۲۰ درجه می‌سوزد. اگر به ازای تولید یک مول کربن دی‌اکسید حاصل از سوختن این آلکان ۶۴۳ کیلوژول گرما آزاد شود و با فرض اینکه ۲۰ درصد از گرمای احتراق به هدر خواهد رفت، کدام‌یک از موارد زیر می‌تواند آلکان موردنظر باشد؟ $(\Delta H = -4500\,kJ$ سوختن آلکان، $c = 4\,J.g^{-1}.^\circ C$ آب و چگالی آب را $1\,g.mL^{-1}$ در نظر بگیرید)

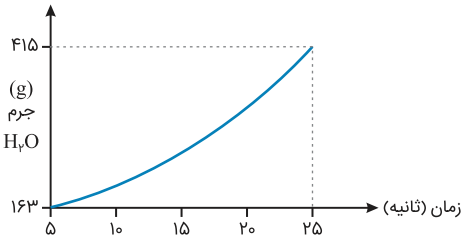
۱) ۲ و ۲ دی‌متیل هپتان
۲) ۲ و ۳ دی‌متیل پنتان
۳) ۲ و ۳ متیل بوتان
۴) ۲ اتیل، دو متیل هگزان

۱۴۴ نمودار زیر تغییرات مول I_2 تولیدی در فرآیند زیر را در بازهٔ زمانی مشخصی نمایش می‌دهد. باتوجه‌به آن کدام گزینه می‌تواند صحیح باشد؟ (حجم محلول را یک لیتر در نظر بگیرید) $(H = ۱ \ , \ O = ۱۶ : g.mol^{-1})$ (واکنش موازنه نشده است)

$$Cr_2O_7^{2-}(aq) + I^-(aq) + H^+(aq) \rightarrow I_2(s) + Cr^{3+}(aq) + H_2O(l)$$

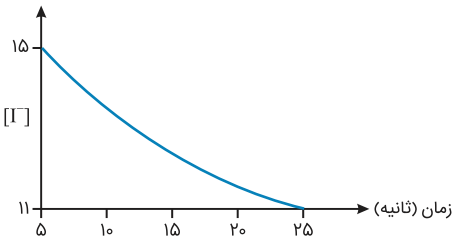


۱)



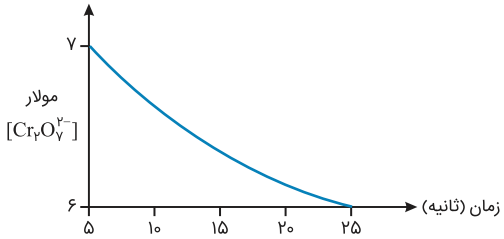
تغییرات جرم H_2O

۲)



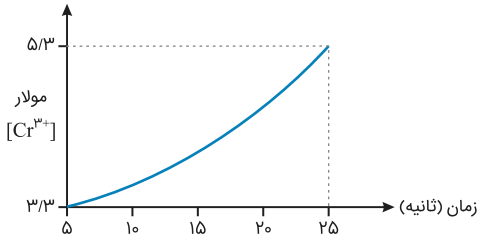
تغییرات غلظت I^-

۳)



تغییرات غلظت $Cr_2O_7^{2-}$

۴)



تغییرات غلظت Cr^{3+}

۱۴۵ باتوجه‌به داده‌های جدول زیر اگر تمام اتم‌های کربن در زغال‌سنگ بر اثر سوختن کامل به کربن دی‌اکسید تبدیل شوند، شمار اتم‌های کربن (x) در فرمول کلی زغال‌سنگ برابر با چند است؟ $(C = ۱۲ \ , \ O = ۱۶ : g.mol^{-1})$

نام سوخت	جرم مولی $(g.mol^{-1})$	فرمول کلی	گرمای آزادشده $(kJ.g^{-1})$	مقدار CO_2 تولیدشده به ازای هر کیلوژول انرژی تولیدشده (g)
زغال‌سنگ	۱۹۰۶	$C_xH_yO_ZNS$	۳۰	۰/۱۰۴

۱) ۱۲۵
۲) ۱۳۵
۳) ۹۶
۴) ۱۰۶

www.alirezaafshar.org

۱۴۶ فرمول کلی زغال‌سنگ را به‌صورت $C_{۱۳۵}H_{۹۶}O_۹NS$ برآورد می‌کنند. برای به دام انداختن $SO_۲(g)$ تولیدشده از سوختن هر تن زغال‌سنگ به چند کیلوگرم کلسیم اکسید نیاز است؟ $(H = ۱ , C = ۱۲ , N = ۱۴ , O = ۱۶ , S = ۳۲ , Ca = ۴۰ : g.mol^{-۱})$

۱) ۱۶/۶
۲) ۲۲/۵
۳) ۲۹/۴
۴) ۳۳/۳

۱۴۷ از سوختن ۱ مول گوگرد خالص در اکسیژن برای تولید گوگرد دی‌اکسید، $۲۹۶\,kJ$ گرما آزاد می‌شود. از سوختن $۱\,g$ گوگرد که ۶۴ درصد آن خالص است، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ ($S = ۳۲\,g.mol^{-۱}$ و ناخالصی‌ها در واکنش شرکت نمی‌کنند)

۱) ۸/۸۸
۲) ۲۹/۶
۳) ۵۹/۲
۴) ۵/۹۲

۱۴۸ کدام مقایسهٔ زیر به‌درستی صورت نگرفته است؟

۱) گرافیت از الماس پایدارتر است.
۲) گرمای حاصل از تولید ۱ مول $H_۲O(l)$ بیشتر از ۱ مول $H_۲O(g)$ است.
۳) در فرآیند سوختن ۱ مول الماس، پایداری واکنش‌دهنده‌ها از فرآورده‌ها بیشتر است.
۴) در واکنش تولید ۱ مول آب مایع، واکنش‌پذیری فرآورده از واکنش‌دهنده‌ها کمتر است.

۱۴۹ مطابق واکنش موازنه‌نشدهٔ زیر، هرگاه اختلاف جرم فرآورده‌های تولیدشده برابر با جرم دی‌نیتروژن پنتااکسید باقی‌مانده شود، بازدهٔ واکنش کدام است؟ $(N = ۱۴ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

$$N_۲O_۵ \rightarrow NO_۲ + O_۲$$

۱) %۵۶/۲
۲) %۲۹/۳
۳) %۵۸/۷
۴) %۸۸/۵

۱۵۰ کدام مقایسه در مورد اندازهٔ آنتالپی سوختن دو مادهٔ داده‌شده درست است؟

۱) اتانول < اتان
۲) پروپان < پروپین
۳) بنزوئیک اسید < پروپن
۴) آسپرین $(C_۹H_۸O_۴)$ < گلوکز

۱۵۱ کدام گزینه درست است؟

۱) با حذف اکسیژن از محیط نگهداری مواد غذایی و خوراکی‌ها می‌توان زمان ماندگاری و کیفیت مواد غذایی را کاهش داد.
۲) با افزودن محلول سدیم کلرید به محلول نقره نیترات، رسوب سفیدرنگی به آرامی تشکیل می‌شود.
۳) نگهداری و بسته‌بندی روغن‌های مایع در ظرف‌های مات و کدر، زمان ماندگاری آن‌ها را افزایش می‌دهد.
۴) بررسی عوامل مؤثر بر آهنگ یک تغییر شیمیایی از موارد مورد بررسی در ترموشیمی است.

۱۵۲ چند آلکین با فرمول مولکولی $C_۵H_۸$ یافت می‌شود؟

۱) ۲ ۲) ۳

۳) ۴ ۴) ۵

۱۵۳ اگر از واکنش تجزیهٔ ۱۰۰ گرم کلسیم کربنات ۹۰ درصد خالص، ۳۵/۲ گرم ماده جامد باقی بماند، بازده درصد واکنش کدام است؟ $(Ca = ۴۰ \ , \ C = ۱۲ \ , \ O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

$$CaCO_۳(s) \rightarrow CaO(s) + CO_۲(g)$$

۱) ۷۰ ۲) ۶۵

۳) ۶۰ ۴) ۵۰

۱۵۴ از گرمای آزادشده طی واکنش چند گرم آلومینیم با هیدروکلریک اسید می‌توان ۱۰۰۰ گرم مادهٔ A را از دمای $۲۳^\circ C$ به دمای $۴۸^\circ C$ رساند؟ $(c_A = ۰/۸ J.g^{-۱}.^\circ C^{-۱} \ , \ Al = ۲۷ g.mol^{-۱})$

$$۲Al(s) + ۳HCl(aq) \rightarrow ۲AlCl_۳(s) + ۳H_۲(g) \ , \ \Delta H = -۲۱۶ kJ$$

۱) ۲/۵ ۲) ۵

۳) ۷/۵ ۴) ۱۰

۱۵۵ مجموع آنتالپی‌های پیوند در دو گاز اتان و پروپان برابر با ۲۸۲۰ و ۳۹۹۲ کیلوژول است. تفاوت آنتالپی پیوندهای $C-H$ و $C-C$ چند کیلوژول بر مول است؟

۱) ۴۶ ۲) ۶۴

۳) ۵۴ ۴) ۴۵

۱۵۶ واکنش تولید اتین از عنصرهای سازنده‌اش در دمای اتاق، گرماگیر است. گرمای موردنیاز برای انجام کدام واکنش بیشتر است؟

۱) $۲C(s, \text{گرافیت}) + H_۲(g) \rightarrow C_۲H_۲(g)$ ۲) $۲C(s, \text{الماس}) + H_۲(g) \rightarrow C_۲H_۲(g)$

۳) $۲C(s, \text{گرافیت}) + H_۲(g) \rightarrow C_۲H_۲(l)$ ۴) $۲C(s, \text{الماس}) + H_۲(g) \rightarrow C_۲H_۲(l)$

۱۵۷ یک مول آلومینیم سولفات به‌تقریب چند درصد تجزیه شود تا جرم فرآوردهٔ جامد با جرم واکنش‌دهندهٔ باقی‌مانده برابر شود؟ $(O = ۱۶ \ , \ Al = ۲۷ \ , \ S = ۳۲ : g.mol^{-۱})$

$$Al_۲(SO_۴)_۳ \rightarrow Al_۲O_۳ + ۳SO_۳$$

۱) ۴۰ ۲) ۵۰

۳) ۶۶ ۴) ۷۷

www.alirezaafshar.org

۱۵۸ با استفاده از واکنش‌های ترموشیمیایی زیر و باتوجه‌به اینکه آنتالپی پیوند $N \equiv N$ و $H - H$ به ترتیب برابر با ۹۴۶ و ۴۳۶ کیلوژول بر مول است، آنتالپی پیوند $N - H$ برحسب کیلوژول بر مول کدام است؟

$$N_۲H_۴(g) \rightarrow N_۲(g) + ۲H_۲(g) \qquad \Delta H = -۹۱\,kJ$$

$$N_۲H_۴(g) + H_۲(g) \rightarrow ۲NH_۳(g) \qquad \Delta H = -۱۸۳\,kJ$$

۱) ۲۸۳ ۲) ۲۹۱

۳) ۳۸۳ ۴) ۳۹۱

۱۵۹ چند مورد از مطلب‌های زیر در مورد آمید حاصل از واکنش ساده‌ترین آمین با ساده‌ترین اسید آلی درست است؟ $(H = ۱ ,\ C = ۱۲ ,\ N = ۱۴ ,\ O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

الف) جرم مولی آن برابر با ۷۳ گرم است.

ب) توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های آب را دارد.

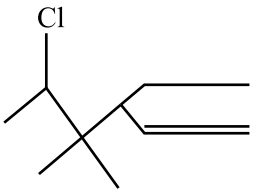
پ) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در آن برابر با ۲ است.

ت) مجموع آنتالپی‌های پیوند در آن از مجموع آنتالپی‌های پیوندی در آمین و اسید آلی سازندهٔ آن کمتر است.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۱۶۰ کدام‌یک از گزینه‌های زیر نشان‌دهندهٔ ترکیب داده‌شده است؟



۱) $CH_۳ - ClCH - CH(CH_۳) - C(C_۲H_۵) - CH = CH_۲$

۲) $CH_۳ - ClCH - CH(CH_۳) - C(C_۲H_۵)_۲ - C(CH_۲) = CH_۲$

۳) $CH_۳ - ClCH - CH_۳ - C(CH_۳) - CH(CH_۳) - C(CH_۲) = CH_۲$

۴) $CH_۳ - ClCH - C(CH_۳)_۲ - CH(C_۲H_۵) - CH = CH_۲$

مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار

استاد علیرضا افشار
”همایش ها“
@hamayesh_dr_afshar

www.alirezaafshar.org

ریاضی

۱ گزینه ۳

اگر زاویهٔ α را نسبت به محور xها قرینه کنیم، مقدار سینوس آن قرینه می‌شود و اگر زاویهٔ حاصل را نسبت به محور yها قرینه کنیم، مقدار کسینوس آن نیز قرینه می‌شود. پس:

$$\sin\alpha \to -\sin\alpha \ , \ \cos\alpha \to -\cos\alpha$$

ولی نسبت مثلثاتی تانژانت تغییری نمی‌کند. زیرا:

$$\frac{-\sin\alpha}{-\cos\alpha} = \tan\alpha$$

اگر زاویه‌ای نسبت به هر دو محور xها و yها قرینه شود یا نسبت به مبدأ قرینه شود، مقدار تانژانت و کتانژانت آن تغییری نمی‌کند. (این نکته را با کشیدن شکل نیز می‌توانید تحقیق کنید.)

۲ گزینه ۳

برای آنکه سهمی $y = ax^۲ + bx + c$ دارای بیشترین مقدار باشد، باید $a < ۰$ و برای آن‌که بیشترین مقدار (همان رأس) روی محور xها واقع باشد، باید $\Delta = ۰$:

$$\Delta = ۰ \Rightarrow (۲k)^۲ - ۴(k-۳)(-۴) = ۰ \Rightarrow ۴k^۲ + ۱۶k - ۴۸ = ۰$$
$$\xrightarrow{\div ۴} k^۲ + ۴k - ۱۲ = ۰ \Rightarrow (k-۲)(k+۶) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} k = ۲ \\ k = -۶ \end{cases}$$

همچنین باید $a < ۰$ که $k - ۳ < ۰$ یعنی $k < ۳$؛ پس هر دو مقدار به‌دست‌آمده قابل‌قبول‌اند.

۳ گزینه ۱

می‌دانیم که برای حل نامعادله باید تعیین علامت کنیم. پس:

$$(-۳x^۲ + ax + b)(x + ۱) \geq ۰ \Rightarrow \begin{cases} x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = -۱ \\ -۳x^۲ + ax + b = ۰ \end{cases}$$

باتوجه‌به اینکه مجموعهٔ جواب نامعادله به‌صورت بازهٔ $(-\infty , ۴]$ و یکی از ریشه‌های نامعادله، -۱ است، باید نامعادله در $x = -۱$، ریشهٔ مضاعف داشته باشد و جدول تعیین علامت باید به‌صورت زیر باشد:

	-۱		۴	
	+	+		−

یعنی ۴ و -۱ ریشه‌های $-۳x^۲ + ax + b$ هستند.

$$\Rightarrow \begin{cases} -۳(-۱)^۲ + a(-۱) + b = ۰ \Rightarrow -۳ - a + b = ۰ \Rightarrow b - a = ۳ \\ -۳(۴)^۲ + ۴a + b = ۰ \Rightarrow -۴۸ + ۴a + b = ۰ \Rightarrow b + ۴a = ۴۸ \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = ۹ \ , \ b = ۱۲ \Rightarrow a - b = -۳$$

۴ گزینه ۲

دستهٔ اول	دستهٔ دوم	دستهٔ سوم	...	دستهٔ n
۱	۳	۵	...	۲n - ۱

تعداد اعداد تا آخر دستهٔ nام برابر است با:

$$۱ + ۳ + ۵ + ... + (۲n - ۱) = n^۲$$

به‌عبارت دیگر با کمی دقت متوجه می‌شوید جملهٔ آخر دستهٔ nام برابر $n^۲$ است.
می‌دانیم $۲۲^۲ = ۴۸۴$ و $۲۳^۲ = ۵۲۹$ است. یعنی جملهٔ آخر دستهٔ ۲۲ام برابر ۴۸۴ و جملهٔ آخر دستهٔ ۲۳ام برابر ۵۲۹ است؛ پس عدد ۵۰۰ در دستهٔ ۲۳ام قرار دارد.

۵ گزینه ۲

$$\text{شیب خط} = \tan ۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۳} = m$$

$$\text{شیب خط از روی دو نقطه} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{۸ - a}{a\sqrt{۳} + ۲\sqrt{۳}} = \frac{۸ - a}{\sqrt{۳}(a + ۲)}$$

$$\Rightarrow \frac{۸ - a}{\sqrt{۳}(a + ۲)} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow ۲۴ - ۳a = ۳a + ۶ \Rightarrow ۶a = ۱۸ \Rightarrow a = ۳$$

۶ گزینه ۱

چون f تابعی ثابت است پس $a = ۰$ است و $f(x) = b$ خواهد بود. با استفاده از رابطهٔ داده‌شده مقدار b را محاسبه می‌کنیم:

$$f(x + ۱) = (f(۲x))^۲ - ۲$$
$$\Rightarrow b = b^۲ - ۲ \Rightarrow b^۲ - b - ۲ = ۰ \Rightarrow (b + ۱)(b - ۲) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = -۱ & \text{غ‌ق‌ق} \\ b = ۲ & \text{ق‌ق} \end{cases}$$

حاصل عبارت خواسته‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{f(۱۰۰) \times f(۶)}{f(b)} = \frac{۲ \times ۲}{۲} = ۲$$

حسابان

۷ گزینه ۱

$$\lim_{x \to -۱} f(x + ۳) = \lim_{x \to ۲} f(x) = ۱$$

توجه کنید که حد تابع $f(x + ۳)$ در نقطهٔ $x = -۱$ با حد تابع f در نقطهٔ ۲ برابر است و باتوجه‌به شکل، حد تابع در $x = ۲$ برابر ۱ است.

۸ گزینه ۲

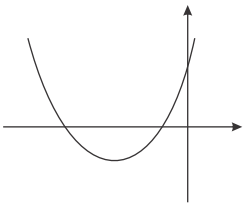
$$x^۳ + (a+۱)x^۲ + (a+۴)x + ۴ = ۰$$

چون مجموع ضرایب توان‌های فرد با مجموع ضرایب توان‌های زوج باهم برابرند، عبارت درجهٔ سوم بالا بر $x+۱$ بخش‌پذیر است ($x=-۱$ عبارت بالا را صفر می‌کند)، پس $x^۳ + (a+۱)x^۲ + (a+۴)x + ۴$ را بر $x+۱$ تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{array}{r|l} x^۳ + (a+۱)x^۲ + (a+۴)x + ۴ & x+۱ \\ \hline -x^۳ - x^۲ & x^۲ + ax + ۴ \\ \hline ax^۲ + (a+۴)x + ۴ & \\ -ax^۲ - ax & \\ \hline ۴x + ۴ & \\ -۴x - ۴ & \\ \hline ۰ & \end{array}$$

$$x^۳ + (a+۱)x^۲ + (a+۴)x + ۴ = (x+۱)(x^۲ + ax + ۴)$$

برای اینکه معادله دارای سه ریشهٔ حقیقی منفی باشد، باید معادلهٔ درجهٔ دوم $x^۲ + ax + ۴$ دارای دو ریشهٔ حقیقی منفی باشد؛ یعنی به‌صورت زیر باشد.



$$\begin{cases} \text{ضریب } x^۲ > ۰ \\ \text{مجموع ریشه‌ها} < ۰ \Rightarrow \dfrac{-a}{۱} < ۰ \\ \Delta > ۰ \Rightarrow \Delta = a^۲ - ۱۶ > ۰ \Rightarrow a^۲ > ۱۶ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a > ۰ \quad (۱) \\ \begin{cases} a > ۴ \\ \text{یا} \\ a < -۴ \end{cases} \quad (۲) \end{cases} \xrightarrow{(۱) \cap (۲)} a > ۴$$

اما توجه کنید چون در صورت سؤال گفته سه ریشهٔ متمایز، پس $x=-۱$ نباید ریشهٔ $x^۲ + ax + ۴$ باشد؛ پس $۱ - a + ۴ = ۰$ یعنی a نباید ۵ باشد، زیرا اگر a، ۵ باشد، داریم:

$$(x+۱)(x^۲ + ۵x + ۴) = (x+۱)(x+۱)(x+۴)$$

www.alirezaafshar.org

در این صورت معادله دارای ریشهٔ مضاعف (-۱) و ریشهٔ سادهٔ -۴ خواهد بود؛ پس جواب به‌صورت $(۴,+\infty)-\{۵\}$ خواهد بود.

۹ گزینه ۲

معادله خطی که ضلع AB روی آن قرار دارد:

$$\text{شیب}: m_{AB}=\frac{۰-۳}{۳-۰}=-۱\Rightarrow y=-۱(x-۳)\Rightarrow y=-x+۳$$

معادله خطی که ارتفاع CH روی آن قرار دارد.

$$AB\perp CH: m_{CH}=\frac{-۱}{m_{AB}}=\frac{-۱}{-۱}=۱: y-۳=۱(x-۴)\Rightarrow y=x-۱$$

$$\begin{cases}y=-x+۳\\ y=x-۱\end{cases}\Rightarrow x=۲, y=۱\Rightarrow H(۲,۱)$$

وسط پاره‌خط AB:

$$M\begin{vmatrix}x=\frac{۰+۳}{۲}=\frac{۳}{۲}\\ y=\frac{۳+۰}{۲}=\frac{۳}{۲}\end{vmatrix}\Rightarrow MH=\sqrt{(۲-\frac{۳}{۲})^{۲}+(۱-\frac{۳}{۲})^{۲}}\Rightarrow MH=\sqrt{\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۴}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۱۰ گزینه ۳

می‌دانیم اگر $۰^\circ<\alpha<۱۸۰^\circ$ باشد، آنگاه هرچه α به ۹۰° نزدیک‌تر باشد، سینوس آن بزرگ‌تر است. همچنین $۱\simeq ۵۷/۳^\circ$ رادیان؛ بنابراین:

$$\sin ۱\simeq \sin ۵۷/۳^\circ<\sin ۸۰^\circ$$

$$\tan ۲\simeq \tan(۲\times ۵۷/۳^\circ)=\underbrace{\tan ۱۱۴/۶^\circ}_{\text{ربع دوم (منفی)}}<\tan ۱\simeq\underbrace{\tan(۵۷/۳^\circ)}_{\text{ربع اول (مثبت)}}$$

$$\sin ۳\simeq \sin(۳\times ۵۷/۳^\circ)=\sin(۱۷۱/۹^\circ)<\sin\underbrace{۱۲^\circ}_{\text{به }۹۰^\circ\text{ نزدیک‌تر است}}$$

۱۱ گزینه ۴

$$f(۰)=\sqrt{۳}\Rightarrow a\cos(-\frac{\pi}{۶})+b(۰)=\sqrt{۳}\Rightarrow a(\frac{\sqrt{۳}}{۲})=\sqrt{۳}\Rightarrow a=۲$$

$$f(\frac{۲\pi}{۳})=۰\Rightarrow ۲\cos(\frac{۲\pi}{۳}-\frac{\pi}{۶})+b\sin\frac{۲\pi}{۳}=۰\Rightarrow ۲\cos(\frac{\pi}{۲})+b(\frac{\sqrt{۳}}{۲})=۰\Rightarrow ۰+b(\frac{\sqrt{۳}}{۲})=۰\Rightarrow b=۰$$

$$\Rightarrow f(x)=۲\cos(x-\frac{\pi}{۶})\Rightarrow f(\frac{۱۱\pi}{۶})=۲\cos\frac{۵\pi}{۳}=۲(\frac{۱}{۲})=۱$$

۱۲ گزینه ۳

$$x+y+z=۹۰^\circ\Rightarrow ۲x+۲y=۱۸۰^\circ-۲z$$

$$\Rightarrow \sin(۲x+۲y)=\sin(۱۸۰^\circ-۲z)=\sin ۲z$$

۱۳ گزینه ۳

$$۴x^۲-۲۴x+۴۵=۴(x-۳)^۲+۹$$

$$۶x^۲-۳۶x+۵۶=۶(x-۳)^۲+۲$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{۴x^۲-۲۴x+۴۵}{۶x^۲-۳۶x+۵۶}=\frac{۴(x-۳)^۲+۹}{۶(x-۳)^۲+۲}$$

$$\Rightarrow f(۳+\sqrt{۷})=\frac{۴(۳+\sqrt{۷}-۳)^۲+۹}{۶(۳+\sqrt{۷}-۳)^۲+۲}=\frac{۳۷}{۴۴}$$

۱۴ گزینه ۲

چون حد داده‌شده وجود دارد و حد مخرج برابر صفر است، حتماً حد باید دارای ابهام $\frac{۰}{۰}$ باشد، پس $x=۲$ ریشهٔ صورت نیز می‌باشد:

$$x=۲\Rightarrow a-۱=۰\Rightarrow a=۱$$

$$\lim_{x\to ۲}\frac{۱-\sqrt[۳]{x-۱}}{۴-x^۲}=\lim_{x\to ۲}\frac{۱-\sqrt[۳]{x-۱}}{۴-x^۲}\times\frac{۱+\sqrt[۳]{x-۱}+\sqrt[۳]{(x-۱)^۲}}{۱+\sqrt[۳]{x-۱}+\sqrt[۳]{(x-۱)^۲}}$$

$$=\lim_{x\to ۲}\frac{۱-\cancel{(x-۱)}}{\cancel{(۲-x)}(۲+x)(۳)}=\frac{۱}{۱۲}$$

۱۵ گزینه ۱

$$\lim_{x\to(۱)^-}\frac{|x^۳-۱|}{x[x]-|x|+۱}=\lim_{x\to(۱)^-}\frac{-(x^۳-۱)}{x[۱^-]-x+۱}$$

$$=\lim_{x\to(۱)^-}\frac{-(x-۱)(x^۲+x+۱)}{۰-x+۱}=\lim_{x\to ۱^-}(x^۲+x+۱)=۳$$

۱۶ گزینه ۴

روش اول:

$$\lim_{x\to ۱}\frac{(\sqrt{x}-۱)(\sqrt[۳]{x}-۱)(\sqrt[۴]{x}-۱)}{(x-۱)^۳}=\frac{۰}{۰}$$

$$\sqrt{x}-۱=(\sqrt{x}-۱)\times\frac{\sqrt{x}+۱}{\sqrt{x}+۱}=\frac{x-۱}{\sqrt{x}+۱}$$

$$\sqrt[۳]{x}-۱=(\sqrt[۳]{x}-۱)\times\frac{\sqrt[۳]{x^۲}+\sqrt[۳]{x}+۱}{\sqrt[۳]{x^۲}+\sqrt[۳]{x}+۱}=\frac{x-۱}{\sqrt[۳]{x^۲}+\sqrt[۳]{x}+۱}$$

$$\sqrt[۴]{x}-۱=(\sqrt[۴]{x}-۱)\times\frac{(\sqrt[۴]{x}+۱)}{\sqrt[۴]{x}+۱}=\frac{\sqrt{x}-۱}{\sqrt[۴]{x}+۱}=\frac{\sqrt{x}-۱}{\sqrt[۴]{x}+۱}\times\frac{\sqrt{x}+۱}{\sqrt{x}+۱}=\frac{x-۱}{(\sqrt[۴]{x}+۱)(\sqrt{x}+۱)}$$

بنابراین عبارت‌های به‌دست‌آمده را در صورت سؤال جایگذاری می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۱}\frac{(\sqrt{x}-۱)(\sqrt[۳]{x}-۱)(\sqrt[۴]{x}-۱)}{(x-۱)^۳}=\lim_{x\to ۱}\frac{(x-۱)^۳}{(x-۱)^۳(\sqrt{x}+۱)\left(\sqrt[۳]{x^۲}+\sqrt[۳]{x}+۱\right)(\sqrt[۴]{x}+۱)(\sqrt{x}+۱)}$$

$$=\frac{۱}{(۲)(۳)(۲)(۲)}=\frac{۱}{۲۴}$$

روش دوم:

نکته: وقتی توابع f و g به‌سمت ۱ میل کنند، آنگاه حد تابع $f-g$ با حد تابع $\frac{f^n-g^n}{n}$ برابر است.

$$\lim_{x\to ۱}\frac{(\sqrt{x}-۱)(\sqrt[۳]{x}-۱)(\sqrt[۴]{x}-۱)}{(x-۱)^۳}=\lim_{x\to ۱}\frac{(\frac{(\sqrt{x})^۲-۱^۲}{۲})(\frac{(\sqrt[۳]{x})^۳-۱^۳}{۳})(\frac{(\sqrt[۴]{x})^۴-۱^۴}{۴})}{(x-۱)^۳}$$

$$=\lim_{x\to ۱}\frac{\cancel{(x-۱)^۳}}{۲\times۳\times۴\times\cancel{(x-۱)^۳}}=\frac{۱}{۲۴}$$

۱۷ گزینه ۴

اول دامنهٔ $g(x)$ را پیدا می‌کنیم:

$$-۱\le x\le ۲\Rightarrow ۰\le x+۱\le ۳\Rightarrow D_g=[۰,۳]\quad (I)$$

می‌دانیم دامنهٔ $g(x)$ با دامنهٔ $g^۲(x)$ یکسان است.

برای پیدا کردن دامنهٔ $g(x^۲)$ باید $x^۲$ در فاصلهٔ $[۰,۳]$ باشد:

$$۰\le x^۲\le ۳\Rightarrow -\sqrt{۳}\le x\le\sqrt{۳}\quad (II)$$

دامنهٔ $f(x)=g^۲(x)+g(x^۲)$ برابر با اشتراک دامنهٔ $g^۲(x)$ و $g(x^۲)$ است.

$$(I)\cap(II)=[۰,\sqrt{۳}]$$

۱۸ گزینه ۳

ابتدا fog را می‌سازیم:

$$y = f\left(g\left(x\right) = x^{۲} - ۱\right) = \frac{\left|x^{۲} - ۱\right|}{x^{۲} - ۱} = \begin{cases} ۱ & ; x^{۲} - ۱ > ۰ \Rightarrow -۱ > x \text{ یا } x > ۱ \\ -۱ & ; x^{۲} - ۱ < ۰ \Rightarrow -۱ < x < ۱ \end{cases}$$

حال $h\left(x\right) = x^{۲}$ را در این تابع ضرب می‌کنیم:

$$y = h\left(x\right) f\left(g\left(x\right)\right) = \begin{cases} x^{۲} & ; x < -۱ \text{ یا } x > ۱ \\ -x^{۲} & ; -۱ < x < ۱ \end{cases}$$

که در بازهٔ $(-۱, ۱)$ قرینهٔ $x^{۲}$ نسبت به محور xها است و در خارج از این بازه همان $x^{۲}$ است. در $x = \pm ۱$ هم که مخرج $y = f\left(g\left(x\right)\right) = \frac{\left|x^{۲} - ۱\right|}{x^{۲} - ۱}$ تعریف نشده است، تابع y تعریف نمی‌شود.

۱۹ گزینه ۲

راه‌حل اول:

$$AB = \sqrt{(۱ - ۰)^{۲} + (۱ + ۲)^{۲}} = \sqrt{۱۰}$$

$$m_{AB} = \frac{-۲ - ۱}{۰ - ۱} = ۳$$

معادلهٔ خط AB : $y - ۱ = ۳(x - ۱) \Rightarrow ۳x - y - ۲ = ۰$

$$\text{ارتفاع مثلث } CH = \frac{|۳(۳) - a - ۲|}{\sqrt{۱ + ۹}} = \frac{|۷ - a|}{\sqrt{۱۰}}$$

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۱}{۲} AB \times CH = \frac{۱}{۲}\sqrt{۱۰} \times \frac{|۷ - a|}{\sqrt{۱۰}} = \frac{|۷ - a|}{۲} = \frac{۵}{۲}$$

$$|۷ - a| = ۵ \Rightarrow \begin{cases} ۷ - a = ۵ \Rightarrow a = ۲ \\ ۷ - a = -۵ \Rightarrow a = ۱۲ \end{cases}$$

راه‌حل دوم:

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۱}{۲}|(x_A y_B - y_A x_B) + (x_B y_C - y_B x_C) + (x_C y_A - y_C x_A)|$$

$$= \frac{۱}{۲}|(-۲ - ۰) + (۰ + ۶) + (۳ - a)| = \frac{۱}{۲}|۷ - a|$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}|۷ - a| = \frac{۵}{۲} \Rightarrow |۷ - a| = ۵ \Rightarrow \begin{cases} ۷ - a = ۵ \Rightarrow a = ۲ \\ ۷ - a = -۵ \Rightarrow a = ۱۲ \end{cases}$$

۲۰ گزینه ۱

تابع خطی است که در $x = \pm ۱$ تعریف نشده است، لذا این دو عدد ریشهٔ مخرج هستند.

$$x^۲ + c = ۰ \Rightarrow ۱ + c = ۰ \Rightarrow \underline{c = -۱} \Rightarrow \underline{c^۲ = ۱}$$

$$y = \frac{a^۲x^۳ + ۲x^۲ - x + b}{x^۲ - ۱} = \text{خط} \quad ; x \neq \pm ۱$$

چون تابع خط شده، پس صورت بر مخرج بخش‌پذیر است. صورت را بر مخرج تقسیم کرده و باقی‌مانده را برابر با صفر قرار می‌دهیم:

$$\begin{array}{r|l} \cancel{a^۲x^۳} + ۲x^۲ - x + b & x^۲ - ۱ \\ \cancel{-a^۲x^۳} + a^۲x & \hline a^۲x + ۲ \\ \hline \cancel{۲x^۲} + a^۲x - x + b & \\ \cancel{-۲x^۲} + ۲ & \\ \hline (a^۲ - ۱)x + b + ۲ & \end{array}$$

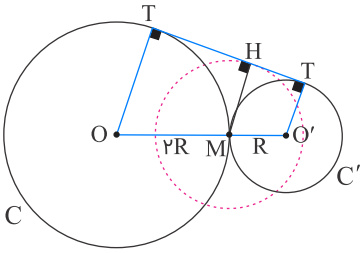
$$(a^۲ - ۱)x + b + ۲ = ۰ \Rightarrow a^۲ = ۱$$

$$b + ۲ = ۰ \Rightarrow b = -۲ \Rightarrow b^۲ = ۴$$

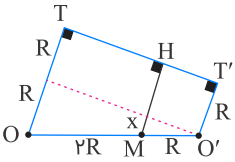
$$a^۲ - b^۲ + c^۲ = ۱ - ۴ + ۱ = -۲$$

۲۱ گزینه ۱

شعاع دایرهٔ اولی را $۲R$ و دایرهٔ دومی را R می‌نامیم. مطابق شکل باید طول MH یعنی شعاع دایرهٔ جدید را بیابیم.



از تالس در ذوزنقه استفاده می‌کنیم. از O' خطی موازی TT' رسم می‌کنیم. حال در مثلث به‌دست‌آمده تالس را می‌نویسیم:



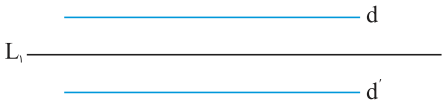
$$\frac{x}{R}=\frac{R}{۳R}\Rightarrow x=\frac{۱}{۳}R$$
$$MH=R+\frac{۱}{۳}R=\frac{۴}{۳}R$$

نسبت تجانس دو دایره، به نسبت شعاع آن‌ها است:

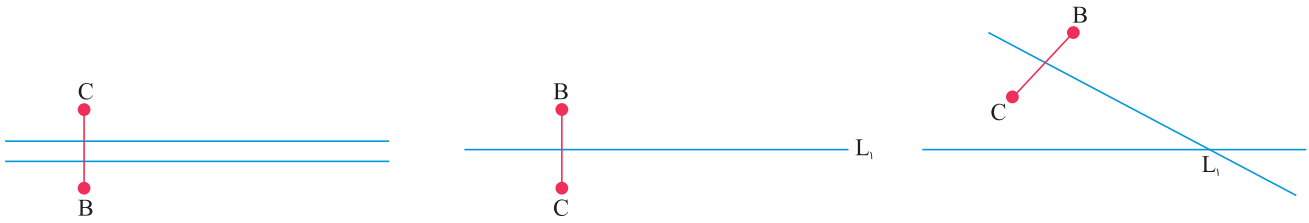
$$\frac{\frac{۴}{۳}R}{۲R}=\frac{۲}{۳}$$

۲۲ گزینه ۳

L_1 خطی موازی دو خط و وسط آن‌ها است:



مجموعهٔ نقاطی از صفحه که از دو نقطهٔ B و C به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف BC است. تقاطع عمودمنصف BC با خط L_1 جواب موردنظر است که ۳ حالت دارد:

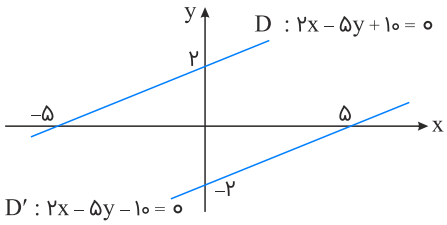


عمودمنصف BC و خط L_1 موازی: جواب ندارد

عمودمنصف BC بر خط L_1 منطبق: بی‌شمار جواب

عمودمنصف BC و خط L_1 متقاطع: یک جواب

۲۳ گزینه ۴

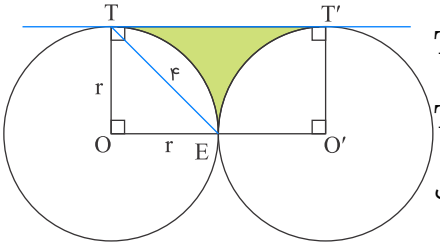


اولاً این دو خط موازی بوده و فقط عرض از مبدأ آن‌ها متفاوت است. پس می‌توان خط D را تحت یک انتقال روی خط D' تصویر کرد.

ثانیاً با تبدیل $x \to -x$ و $y \to -y$، می‌توان خط D را روی D' قرار داد، پس این تبدیل می‌تواند بازتاب نسبت به مبدأ مختصات باشد. پس دوران ۱۸۰° و تجانس با نسبت $k = -۱$ هم هست. حتی این تبدیل تقارن محوری هم می‌تواند باشد.

۲۴ گزینه ۲

شعاع دو دایره را r در نظر می‌گیریم. از دو نقطهٔ T و T' به مرکز دو دایره وصل می‌کنیم. باتوجه‌به شکل، چهار ضلعی $TT'O'O$ مستطیل است. داریم:



$$\overset{\Delta}{TOE}\ :\ r^۲ + r^۲ = ۴^۲ \Rightarrow ۲r^۲ = ۱۶ \Rightarrow r = ۲\sqrt{۲}$$

$$TT' = ۲r = ۴\sqrt{۲}$$

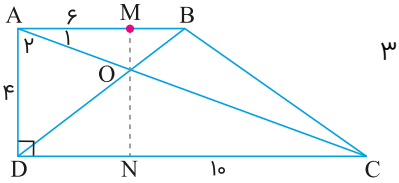
حال برای به دست آوردن مساحت قسمت رنگی، نصف مساحت دایره را از مساحت مستطیل کم می‌کنیم:

$$S_{\text{مستطیل}} = ۴\sqrt{۲} \times ۲\sqrt{۲} = ۱۶$$

$$S_{\text{دایره}} = \pi r^۲ = ۸\pi$$

$$S_{\text{رنگی}} = S_{\text{مستطیل}} - \frac{۱}{۲}(S_{\text{دایره}}) = ۱۶ - ۴\pi$$

۲۵ گزینه ۳



می‌دانیم $\hat{A}_۱ + \hat{A}_۲ = ۹۰^\circ$ است، پس مثلث‌های AMO و ADC باهم در حالت تساوی ۳ زاویه متشابه هستند.

از طرفی مثلث‌های AOB و ODC نیز متشابه هستند:

$$\overset{\Delta}{AOB} \sim \overset{\Delta}{ODC} \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{OM}{ON}$$

$$\Rightarrow \frac{۶}{۱۰} = \frac{OM}{ON} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{۶}{۱۰+۶} = \frac{OM}{ON + OM}$$

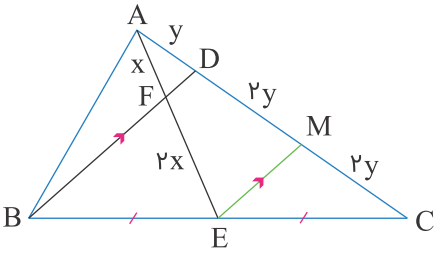
$$\Rightarrow \frac{۶}{۱۶} = \frac{OM}{AD} \Rightarrow \frac{۳}{۸} = \frac{OM}{۴} \Rightarrow OM = \frac{۳}{۲}$$

$$\overset{\Delta}{AOM} \sim \overset{\Delta}{ADC} \Rightarrow \frac{OM}{AD} = \frac{AM}{DC} \Rightarrow \frac{\frac{۳}{۲}}{۴} = \frac{AM}{۱۰} \Rightarrow AM = \frac{۱۵}{۴}$$

$$S_{\overset{\Delta}{AMO}} = \frac{AM \times OM}{۲} = \frac{\frac{۱۵}{۴} \times \frac{۳}{۲}}{۲} = \frac{۴۵}{۱۶}$$

۲۶ گزینه ۲

از E خطی موازی BD رسم می‌کنیم تا ضلع AC را در M قطع کند. باتوجه‌به آنکه $AE = ۳AF$ (فرض) و $\frac{AD}{DM} = \frac{AF}{EF} = \frac{۱}{۲}$ (قضیهٔ تالس)، می‌توان نوشت $AD = y$ و $DM = ۲y$. همچنین در مثلث BDC به کمک قضیهٔ تالس نتیجه می‌گیریم $CM = DM = ۲y$. داریم:



$$\frac{S_{\triangle AFD}}{S_{\triangle AEM}} = (\frac{AF}{AE})^۲ = (\frac{۱}{۳})^۲ = \frac{۱}{۹} \Rightarrow S_{\triangle AFD} = \frac{۱}{۹}S_{\triangle AEM}$$

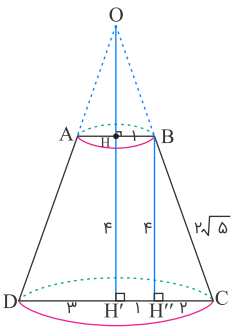
ازطرفی دو مثلث AEM و AEC در رأس E هم‌ارتفاع هستند، پس:

$$\frac{S_{\triangle AEM}}{S_{\triangle AEC}} = \frac{AM}{AC} = \frac{۳y}{۵y} = \frac{۳}{۵}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle AEM} = S_{\triangle AEC} \times \frac{۳}{۵} = \frac{۱}{۲}S_{\triangle ABC} \times \frac{۳}{۵} = \frac{۱}{۲} \times ۴۸ \times \frac{۳}{۵} = \frac{۷۲}{۵}$$

$$S_{\triangle AFD} = \frac{S_{\triangle AEM}}{۹} = \frac{۷۲}{۵ \times ۹} = \frac{۸}{۵} = ۱/۶$$

۲۷ گزینه ۱



مطابق شکل، باید حجم مخروط ناقص را بیابیم. حال داریم:

$$\triangle BH''C : BH''^۲ + ۲^۲ = (۲\sqrt{۵})^۲ \Rightarrow BH''^۲ = ۱۶ \Rightarrow BH'' = ۴ \Rightarrow HH' = ۴$$

$$\triangle OH'C : HB||H'C \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OH}{OH'} = \frac{HB}{H'C} \Rightarrow \frac{OH}{OH+۴} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow ۳OH = OH + ۴$$

$$\Rightarrow OH = ۲$$

$$\text{حجم مخروط ناقص} = (\text{حجم مخروط بزرگ}) - (\text{حجم مخروط کوچک}) = \frac{۱}{۳}\pi(۳^۲)(۶) - \frac{۱}{۳}\pi(۱^۲)(۲)$$

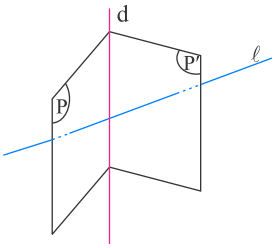
$$= \frac{۵۲\pi}{۳}$$

۲۸ گزینه ۲

الف) درست است، فرض کنید خط ℓ فصل مشترک دو صفحهٔ P و P' که d نام دارد را در M قطع کند. چون $d \in P', P$ پس $M \in P, P'$. درنتیجه ℓ نقطه‌ای از P و P' را قطع کرده و با هر دوی آن‌ها متقاطع است.

ب) غلط است، فصل مشترک دوبه‌دوی این صفحات، دوبه‌دو هم‌صفحه‌اند، پس نمی‌توانند متنافر باشند.

ج) غلط است، همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود ℓ دو صفحهٔ P و P' را قطع کرده ولی فصل مشترک آن‌ها یعنی d را قطع نکرده و با آن متنافر است.



د) درست است، فرض می‌کنیم خط L موازی دو صفحهٔ متقاطع P و P'باشد. از یک نقطهٔ فصل مشترک مانند A خط L' را موازی L رسم می‌کنیم. چون خط L با صفحهٔ P موازی است، خط L' به‌تمامی در صفحهٔ P قرار دارد. با استدلالی مشابه خط L' به‌تمامی در صفحهٔ P' قرار دارد.

پس L' همان فصل مشترک دو صفحهٔ متقاطع P وP' است که با خط L نیز موازی است.

۲۹ گزینه ۳

چون قطرهای چهار ضلعی منصف یکدیگرند، پس چهار ضلعی متوازی‌الاضلاع است، بنابراین ابتدا مساحت آن را طبق فرمول $S = ab\sin\alpha$ می‌یابیم:

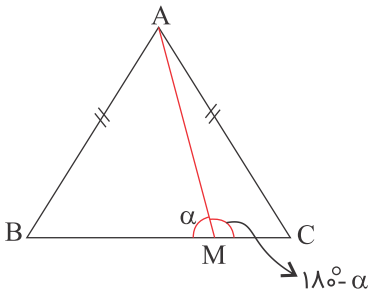
$$S = ۲ \times ۵ \sin ۱۲۰^\circ = ۲ \times ۵ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۵\sqrt{۳}$$

حال طبق فرمول $S = ah$ و با فرض اینکه a ضلع کوچک‌تر و h ارتفاع وارد بر آن است داریم:

$$۵\sqrt{۳} = ۲h \Rightarrow h = \frac{۵\sqrt{۳}}{۲}$$

۳۰ گزینه ۱

بنا به فرض، شعاع دایرهٔ محیطی مثلث ABM برابر R_1 است، در این مثلث طبق قضیهٔ سینوس‌ها داریم:



$$AB = ۲R_۱ \sin A\hat{M}B = ۲R_۱ \sin \alpha$$

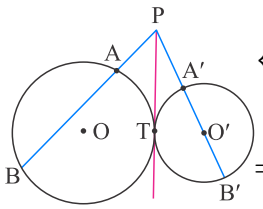
همچنین در مثلث AMC، شعاع دایرهٔ محیطی مثلث R_2 است و بنا به قضیهٔ سینوس‌ها داریم:

$$AC = ۲R_۲ \sin A\hat{M}C \Rightarrow AC = ۲R_۲ \sin(۱۸۰^\circ - \alpha) = ۲R_۲ \sin \alpha$$

و چون $AB = AC$ است، پس $۲R_۱ \sin \alpha = ۲R_۲ \sin \alpha$ و درنتیجه: $R_۱ = R_۲$

۳۱ گزینه ۱

اگر از نقطهٔ P به O' وصل کرده و امتداد دهیم، مطابق شکل زیر، داریم:

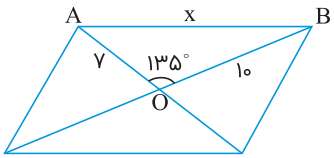


$$\begin{cases} PT^۲ = PA.PB \\ PT^۲ = PA'.PB' = (PO' - R')(PO' + R') = PO'^۲ - R'^۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow PA.PB = PO'^۲ - R'^۲ \Rightarrow ۲ \times ۸ = PO'^۲ - ۳^۲ \Rightarrow PO' = ۵$$

۳۲ گزینه ۳

در متوازی الاضلاع قطرها منصف یکدیگرند. در مثلث AOB طبق قانون کسینوس‌ها داریم:



$$x^۲ = ۷^۲ + ۱۰^۲ - ۲ \times ۷ \times ۱۰ \cos ۱۳۵^\circ$$

$$x^۲ = ۴۹ + ۱۰۰ + ۷۰\sqrt{۲} = ۱۴۹ + ۷۰\sqrt{۲}$$

۳۳ گزینه ۳

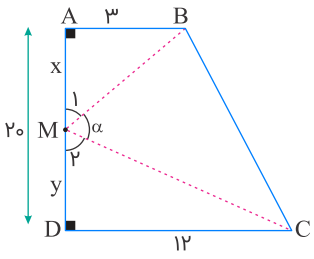
محل همرسی ارتفاع‌های مثلث قائم‌الزاویه روی رأس قائمه و محل همرسی عمودمنصف‌های مثلث قائم‌الزاویه وسط وتر است و فاصلهٔ این دو میانهٔ مثلث است.

$$\text{میانه} = \text{نصف وتر} = \frac{۱۳}{۲} = ۶/۵$$

۳۴ گزینه ۱

وقتی محیط مثلث $\overset{\Delta}{BMC}$ کمترین مقدار را دارد، پس $BM + MC$ کوتاه‌ترین مسیر است.

درنتیجه:



$$\left.\begin{array}{l}\hat{M}_۱ = \hat{M}_۲ \\ \hat{A} = \hat{D} = ۹۰\end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ABM} \sim \overset{\Delta}{CDM}$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{x}{y} = \frac{۳}{۱۲} \\ x + y = ۲۰\end{array}\right\} \Rightarrow x = ۴, y = ۱۶$$

به کمک فیثاغورس طول BM و CM را به دست می‌آوریم.

$$AM^۲ + AB^۲ = BM^۲ \Rightarrow BM = ۵$$
$$DM^۲ + CD^۲ = CM^۲ \Rightarrow CM = ۲۰$$

حال مساحت مثلث $\overset{\Delta}{BMC}$ را می‌یابیم که به کمک آن سینوس زاویهٔ $B\hat{M}C$ را به دست بیاوریم.

$$S_{\overset{\Delta}{BMC}} = S_{ABCD} - S_{\overset{\Delta}{ABM}} - S_{\overset{\Delta}{CDM}}$$
$$= \frac{۱}{۲}(۳ + ۱۲) \times ۲۰ - \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۴ - \frac{۱}{۲} \times ۱۲ \times ۱۶$$
$$= ۱۵۰ - ۶ - ۹۶ = ۴۸$$

$$S_{\overset{\Delta}{BMC}} = \frac{۱}{۲} BM \times CM \times \sin\alpha$$
$$\Rightarrow ۴۸ = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۲۰ \times \sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = ۰/۹۶$$

۳۵ گزینه ۱

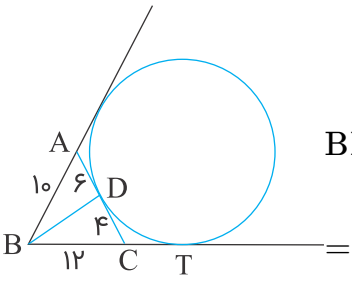
$$P = \frac{a+b+c}{۲} = \frac{۱۲+۱۰+۱۰}{۲} = ۱۶$$

می‌دانیم:

$$BT = P \xrightarrow{-a} BT - a = P - a$$

$$\xrightarrow[CT=CD]{BT-a=CT} CD = P - a = ۱۶ - ۱۲ = ۴$$

$$AD = AC - CD = ۱۰ - ۴ = ۶$$



حال بنا به قضیهٔ استوارت داریم:

$$BD^۲ = \frac{CD \times AB^۲ + AD \times BC^۲ - CD \times AD \times AC}{AC}$$

$$= \frac{۴ \times ۱۰^۲ + ۶ \times ۱۲^۲ - ۴ \times ۶ \times ۱۰}{۱۰}$$

$$\Rightarrow BD^۲ = \frac{۴۰۰ + ۸۶۴ - ۲۴۰}{۱۰} = \frac{۱۰۲۴}{۱۰} \Rightarrow BD = \frac{۳۲}{\sqrt{۱۰}} = \frac{۳۲}{۱۰}\sqrt{۱۰} = ۳/۲\sqrt{۱۰}$$

۳۶ گزینه ۱

می‌دانیم:

$$y \times z = w \times x \Rightarrow y \times ۳ = ۲ \times ۶ \Rightarrow y = ۴$$

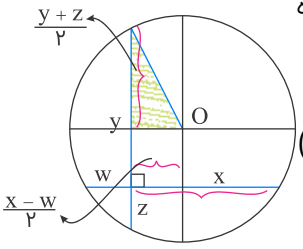
در دایره به شعاع r داریم:

$$۴r^۲ = x^۲ + y^۲ + z^۲ + w^۲ \quad (۱)$$

$$۴r^۲ = ۶^۲ + ۴^۲ + ۳^۲ + ۲^۲ \Rightarrow r = \frac{\sqrt{۶۵}}{۲}$$

برای اثبات فرمول (۱) به شکل زیر دقت کنید:

اگر O مرکز دایره باشد، عمود منصف دو وتر یکدیگر را در O قطع می‌کنند. در مثلث هاشورخورده داریم:



$$(\frac{y+z}{۲})^۲ + (\frac{x-w}{۲})^۲ = r^۲ \Rightarrow ۴r^۲ = y^۲ + z^۲ + x^۲ + w^۲ + ۲(yz - xw)$$

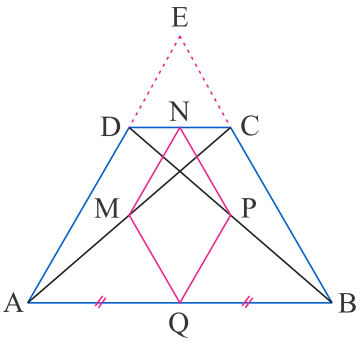
$$\xrightarrow{\text{می‌دانیم } yz=xw} ۴r^۲ = x^۲ + y^۲ + z^۲ + w^۲$$

۳۷ گزینه ۲

بنابر فرض در ذوزنقهٔ $ABCD$ داریم:

$$AB = ۱۱\ ,\ CD = ۳\ ,\ \hat{A} = \hat{B} = ۶۰^\circ$$

مطابق شکل، وسط دو قاعده و وسط دو قطر به یکدیگر وصل شده است و چهار ضلعی $MNPQ$ را پدید آورده‌اند.



این چهار ضلعی لوزی است، زیرا:

$$\overset{\Delta}{ADC} : \frac{CN}{CD} = \frac{CM}{AC} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow MN \parallel AD\ ,\ MN = \frac{AD}{۲}$$

و با استدلال مشابه در مثلث‌های ABD، BDC و ABC به ترتیب داریم: $PQ = \frac{AD}{۲}$، $NP = \frac{BC}{۲}$ و $MQ = \frac{BC}{۲}$ و چون $AD = BC$ می‌باشد، پس $MN = NP = PQ = MQ$.

اما با امتداد ساق‌های ذوزنقه، دو مثلث متساوی‌الاضلاع ABE و DCE پدید می‌آید که اندازهٔ اضلاع آن‌ها ۱۱ و ۳ است، پس:

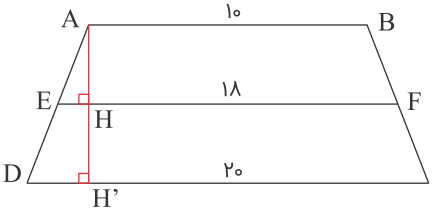
$$AD = AE - DE = AB - CD = ۱۱ - ۳ = ۸$$

و درنهایت:

$$\text{محیط لوزی } MNPQ = ۴MN = ۴ \times \frac{AD}{۲} = ۲AD = ۲ \times ۸ = ۱۶$$

۳۸ گزینه ۳

فرض کنیم $\frac{AE}{AD} = K$. می‌دانیم:



$$EF = (۱ - K)AB + K \times DC \Rightarrow ۱۸ = ۱۰(۱ - K) + ۲۰K$$

$$\Rightarrow ۱۸ = ۱۰K + ۱۰ \Rightarrow K = \frac{۸}{۱۰} = \frac{۴}{۵}$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{۴}{۱} \Rightarrow AH = ۴HH'$$

$$S_{ABFE} = AH \times \frac{۱۰ + ۱۸}{۲} = ۱۴AH$$

$$\Rightarrow ۱۰ = ۱۴AH \Rightarrow AH = \frac{۱۰}{۱۴} = \frac{۵}{۷} \Rightarrow HH' = \frac{۵}{۲۸}$$

$$\Rightarrow S_{EFCD} = \frac{۵}{۲۸} \times (\frac{۱۸ + ۲۰}{۲}) = \frac{۹۵}{۲۸}$$

۳۹ گزینه ۲

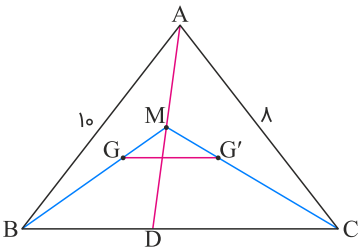
چون $\frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{۱}{۳}$ و $\hat{A} = \hat{A}$، پس دو مثلث AMN و ACB متشابه هستند. با نوشتن نسبت تشابه به دست می‌آید:

$$\frac{MN}{BC} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{۳}{BC} = \frac{۱}{۳}$$

درنتیجه $BC = ۹$.

۴۰ گزینه ۲

ابتدا شکل را رسم می‌کنیم:



G محل همرسی میانه‌های مثلث ABD است. G' محل همرسی میانه‌های مثلث ACD است. M وسط ضلع AD است.

می‌دانیم : $\frac{GM}{GB} = \frac{G'M}{G'C} = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} GG' || BC$

$$\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{GM}{MB} = \frac{GG'}{BC} \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{۴}{BC} \Rightarrow BC = ۱۲$$

مساحت مثلث ABC به‌کمک قضیهٔ هرون $= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$$= \sqrt{۱۵(۱۵ - ۱۲)(۱۵ - ۸)(۱۵ - ۱۰)} = \sqrt{۱۵ \times ۳ \times ۷ \times ۵} = ۱۵\sqrt{۷}$$

۴۱ گزینه ۱

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

A و B مستقل‌اند:

$$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = (P(B) + ۰/۲) \times P(B)$$

حال داریم:

$$P(B) = a \Rightarrow (a + ۰/۲) + a - a \times (a + ۰/۲) = ۰/۷۶$$

$$\Rightarrow a + ۰/۲ + a - a^۲ - ۰/۲a = ۰/۷۶ \Rightarrow a^۲ - ۱/۸a + ۰/۵۶ = ۰$$

$$\Rightarrow (a - ۰/۴)(a - ۱/۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۰/۴ & \text{ق ق} \\ a = ۱/۴ & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(B) = ۰/۴ \ , \ P(A) = ۰/۶$$

۴۲ گزینه ۳

$$A_i = (-\frac{i}{۲} \ , \ ۱ + \frac{i}{۲}) \Rightarrow \begin{cases} A_۱ = (-\frac{۱}{۲} \ , \ \frac{۳}{۲}) \\ A_۲ = (-۱ \ , \ ۲) \\ A_۳ = (-\frac{۳}{۲} \ , \ \frac{۵}{۲}) \\ A_۴ = (-۲ \ , \ ۳) \end{cases}$$

$$\Rightarrow B = A_۱ \cup A_۲ \cup A_۳ \cup A_۴ = (-۲ \ , \ ۳)$$

$$\Rightarrow C = A_۱ \cap A_۲ \cap A_۳ = (-\frac{۱}{۲} \ , \ \frac{۳}{۲})$$

$$(B - C) \cup (C - B) = (\underbrace{B \cup C}_{B}) - (\underbrace{B \cap C}_{C})$$

$$= B - C = (-۲ \ , \ ۳) - (-\frac{۱}{۲} \ , \ \frac{۳}{۲}) = (-۲ \ , \ -\frac{۱}{۲}] \cup [\frac{۳}{۲} \ , \ ۳)$$

۴۳ گزینه ۴

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه "۱":

$$(۷ > ۲^۲) \vee (x^۴ + ۳ = ۰) \equiv \mathrm{T} \vee \mathrm{F} \equiv \mathrm{T}$$

گزینه "۲":

$$(\text{عدد ۵ زوج است}) \Rightarrow (\text{۵ مربع کامل است}) \equiv (\mathrm{F} \Rightarrow \mathrm{F}) \equiv \mathrm{T}$$

گزینه "۳":

$$(\text{۳ عدد اول نیست}) \Leftrightarrow (\text{۳ مربع کامل است}) \equiv (\mathrm{F} \Leftrightarrow \mathrm{F}) \equiv \mathrm{T}$$

گزینه "۴":

$$(۶ < ۱۵) \wedge (۵ + ۷ = ۱۰) \equiv \mathrm{T} \wedge \mathrm{F} \equiv \mathrm{F}$$

۴۴ گزینه ۱

$$\mathrm{P}(\text{فقط یک مهره سفید}) = \mathrm{P}(\text{یک مهره سفید و دو مهره از بقیه})$$

$$= \frac{\binom{۵}{۲} \times \binom{۵}{۱}}{\binom{۱۰}{۳}} = \frac{۱۰ \times ۵}{۱۲ \times ۱۰} = \frac{۵}{۱۲}$$

۴۵ گزینه ۴

اگر تمام داده‌ها در عدد k ضرب شوند، انحراف معیار در $|k|$ ضرب می‌شود. جمع یا تفریق داده‌ها با یک عدد ثابت، تأثیری روی انحراف معیار ندارد.

$$\sigma_{\text{جدید}} = |k|\sigma_{\text{قدیم}} = \frac{۳}{۲} \times ۱۲ = ۱۸$$

۴۶ گزینه ۲

در نظر می‌گیریم:

A: پیشامد بخش‌پذیر بودن بر ۲ B: پیشامد بخش‌پذیر بودن بر ۵

از ما $A \cup B$ را می‌خواهد، به دست می‌آید:

$$n(S) = ۶۰۰ - ۱۰۰ = ۵۰۰$$

$$n(A) = [\frac{۶۰۰}{۲}] - [\frac{۱۰۰}{۲}] = ۳۰۰ - ۵۰ = ۲۵۰$$

$$n(B) = [\frac{۶۰۰}{۵}] - [\frac{۱۰۰}{۵}] = ۱۲۰ - ۲۰ = ۱۰۰$$

$$n(A \cap B) = [\frac{۶۰۰}{۱۰}] - [\frac{۱۰۰}{۱۰}] = ۶۰ - ۱۰ = ۵۰$$

اکنون می‌نویسیم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$= \frac{۲۵۰}{۵۰۰} + \frac{۱۰۰}{۵۰۰} - \frac{۵۰}{۵۰۰} = \frac{۶}{۱۰} = ۰/۶$$

۴۷ گزینه ۳

رابطهٔ داده‌شده را به‌صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$(A \cap B) \cup [A \cap (A \cap B')] = (A \cap B) \cup (A \cap B') = A \cap (B \cup B') = A \cap M = A$$

۴۸ گزینه ۱

باید مهره‌های انتخابی دو مهره قرمز، یک مهره آبی یا هر سه قرمز باشد.

$$P(A) = \frac{\binom{۳}{۲}\binom{۲}{۱} + \binom{۳}{۳}}{\binom{۵}{۳}} = \frac{۷}{۱۰}$$

۴۹ گزینه ۱

گزارهٔ $p \vee q \sim$ نادرست است؛ پس هم $p \sim$ و هم q باید نادرست باشد. در این صورت p درست و q نادرست است. ازطرفی ارزش گزارهٔ $p \wedge r$ نادرست می‌باشد. چون p درست است، پس باید r نادرست باشد.

$$(p \wedge q) \vee s \equiv (T \wedge F) \vee s \equiv F \vee s \equiv s$$

۵۰ گزینه ۲

وقتی ارزش $\sim[(p \wedge q) \Rightarrow r]$ درست باشد، پس ارزش $(p \wedge q) \Rightarrow r$ نادرست است. درنتیجه $p \wedge q$ درست و r نادرست است. از درستی $p \wedge q$ نتیجه می‌گیریم که p و q هردو درست هستند. لذا داریم:

$$\sim q \wedge [p \Rightarrow (q \Leftrightarrow r)] \equiv \sim T \wedge \underbrace{[T \Rightarrow \underbrace{(T \Leftrightarrow F)}_{F}]}_{F} \equiv F \wedge F \equiv F$$

۵۱ گزینه ۱

در فرمول واریانس اگر $(x_i - \bar{x})^2$ها را باز کنیم و چون می‌دانیم: $\sum_{i=1}^{n} x_i = n\bar{x}$؛ به رابطهٔ مهم زیر می‌رسیم:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{x}^2$$

اثبات:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{x_1^2 - 2x_1\bar{x} + \bar{x}^2 + \ldots + x_n^2 - 2x_n\bar{x} + \bar{x}^2}{n}$$
$$= \frac{x_1^2 + \ldots + x_n^2 + n\bar{x}^2 + -2\bar{x}(x_1 + \ldots + x_n)}{n} = \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + n\bar{x}^2 + -2\bar{x}\underbrace{\sum_{i=1}^{n} x_i}_{n\bar{x}}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{x}^2$$

پس خواهیم داشت:

$$\text{واریانس} = \text{میانگین مجذورات} - \text{مجذور میانگین}$$
$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{390}{15} - 5^2 = 26 - 25 \Rightarrow \sigma^2 = 1 \Rightarrow \sigma = 1$$

درنتیجه گزینهٔ "۱" درست است.

۵۲ گزینه ۲

$$|k - 3| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq k - 3 \leq 2 \Rightarrow 1 \leq k \leq 5$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \ , \ A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$n(A^2 - B^2) = (n(A))^2 - (n(A \cap B))^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$$

نکته:

$$n(A^2 - B^2) = n(A^2) - n(A^2 \cap B^2) = (n(A))^2 - (n(A \cap B))^2$$

۵۳ گزینه ۳

می‌دانیم که: روش مصاحبه هنگامی استفاده می‌شود که مصاحبه‌گر از تمام پاسخ‌های ممکن اطلاع کافی نداشته باشد.

۵۴ گزینه ۱

$$\sum f_i(x_i - \bar{x}) = ۰$$

$$\Rightarrow -۵ \times ۴ + (-۳) \times ۲ + ۰ \times ۴ + ۴ \times ۳ + ۵ \times ۱ + ۹ \times x = ۰$$

$$-۲۰ - ۶ + ۱۲ + ۵ + ۹x = ۰ \Rightarrow -۹ + ۹x = ۰ \Rightarrow x = ۱$$

۵۵ گزینه ۱

گزارهٔ دو شرطی $p \Leftrightarrow q$ زمانی دارای ارزش نادرست است که دو گزارهٔ p و q هم‌ارزش نباشند.

حال به بررسی تک‌تک موارد می‌پردازیم:

الف) اگر $۳^۴ = ۸۱$ آنگاه ۹ اول است. در این گزاره مقدم درست و تالی نادرست است، پس ارزش گزارهٔ شرطی نادرست است.

ب) اگر $۱۵- < ۹-$ آنگاه ۳۴ زوج است. در این گزاره مقدم نادرست و تالی درست است، پس ارزش گزارهٔ شرطی درست است.

پ) اگر $۰/۷- \in \mathbb{Q}$ آنگاه $\sqrt{۲}$ گنگ است. در این گزاره مقدم و تالی درست است، پس ارزش گزارهٔ شرطی درست است.

ت) اگر $۲^۴ = ۴^۲$ آنگاه $۴- < ۵-$ است. در این گزاره مقدم و تالی هر دو درست هستند، پس ارزش گزارهٔ شرطی درست است.

که باتوجه‌به گزینه‌ها، ترکیب دو شرطی دو گزارهٔ (لف) و (ت) دارای ارزش نادرست است.

۵۶ گزینه ۲

$$A : k^۲ - ۴ = ۰ \, , \, ۲k - ۴ = ۰ \Rightarrow k = \pm ۲ \; , \; k = ۲$$

$$\xrightarrow{\cap} k = ۲ \Rightarrow A = \{۲\}$$

$$B : \; ||x| - ۲| = ۱ \Rightarrow \begin{cases} |x| - ۲ = ۱ \Rightarrow \; |x| \; = ۳ \Rightarrow x = \pm ۳ \\ |x| - ۲ = -۱ \Rightarrow \; |x| \; = ۱ \Rightarrow x = \pm ۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow B = \{-۱, \, +۱, \, -۳ \, , \, +۳\}$$

$$C : \; ۲^y = y^۲ \Rightarrow y = ۲ \; , \; y = ۴ \Rightarrow C = \{۲ \, , \, ۴\}$$

بنابراین مجموعهٔ A اعضای کمتری دارد.

۵۷ گزینه ۳

$$\sim (r \vee q) \wedge (\sim p \wedge s) \equiv \sim (\underbrace{r \vee T}_{T}) \wedge (\underbrace{\sim p \wedge F}_{F}) \equiv \sim (T) \wedge F \equiv F \wedge F \equiv F$$

از جداول زیر استفاده کرده‌ایم:

p	q	$p \wedge q$
T	F	F
T	T	T
F	T	F
F	F	F

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

بنابراین باتوجه‌به جداول بالا، ارزش گزاره به ارزش p و r بستگی ندارد: r چه درست باشد چه نادرست، ارزش $r \vee q$ درست است. p چه درست باشد چه نادرست ارزش $(\sim p \wedge s)$ همواره نادرست است.

۵۸ گزینه ۴

مجموع اختلاف از میانگین داده‌ها، همیشه صفر است؛ یعنی:

$$x + (-۱) + (۰) + ۳ + ۶ = x + ۸ = ۰ \Rightarrow x = -۸$$

دامنهٔ تغییرات برابر با تفاضل کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده است (که برابر با بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین اختلاف داده از میانگین نیز است):

$$R = ۶ - (-۸) = ۱۴$$

۵۹ گزینه ۱

$$n(S) = \frac{۵!}{۲!۲!} = \frac{۱۲۰}{۴} = ۳۰$$

$$\underline{۲} \quad \underline{۳۳} \quad \underline{۴۴} \Rightarrow n(A) = ۳! = ۶$$

$$P(A) = \frac{۶}{۳۰} = \frac{۱}{۵} = ۰/۲$$

۶۰ گزینه ۱

تعداد کل حالات برابر است با: $n(S) = ۶!$

متمم پیشامد "بین علی و شروین حداقل یک نفر باشد (A)"، پیشامد "بین علی و شروین کسی نباشد (A')" است.

پس "علی و شروین" را در یک بسته قرار می‌دهیم:

$$\underbrace{\underline{\text{علی , شروین}}, \ B , C , D , E}$$

$$\Rightarrow n(A') = ۵! \times ۲!$$

درنتیجه:

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{۵! \times ۲!}{۶!} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۳}$$

فیزیک

۶۱ گزینه ۳

ستون به شکل استوانه با حجم $V = Ah$ فرض می‌شود.

$$P = \frac{mg}{A} = \frac{\rho V g}{A} \Rightarrow P = \frac{\rho A h g}{A} = \rho g h$$

$$\Rightarrow ۶۰۰ \times ۱۰^{۳} = ۲۴۰۰ \times ۱۰ \times h \Rightarrow h = \frac{۶ \times ۱۰^{۵}}{۲۴۰۰۰} = ۲۵\,m$$

۶۲ گزینه ۲

مقدار گرمایی که ماشین در هر چرخه دریافت می‌کند:

$$Q_H = ۳ \times ۶ \times ۱۰^۴ = ۱۸ \times ۱۰^۴ J = ۱۸۰ kJ$$

طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$|W| = Q_H - |Q_L| = ۱۸۰ - ۶۰ = ۱۲۰ kJ$$

$$\text{بازده} = \frac{|W|}{Q_H} \times ۱۰۰ = \frac{۱۲۰}{۱۸۰} \times ۱۰۰ \simeq ۶۶/۶\%$$

* توجه: بازده برای یک چرخه محاسبه می‌شود بنابراین کار و گرمای دریافتی برای یک چرخه مورد نیاز است.

۶۳ گزینه ۳

اگر یکای A برحسب متر بر ثانیه (m/s) باشد، آنگاه یکای $A^۲$ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$A^۲ = (m/s)^۲ = m^۲/s^۲$$

از طرفی می‌دانیم که کمیت‌های هم‌جنس، با یکدیگر جمع و تفریق می‌شوند، بنابراین باتوجه‌به این‌که یکای D برحسب متر است می‌توان نوشت:

$$CD = m^۲/s^۲ \Rightarrow [C] \times m = m^۲/s^۲ \Rightarrow [C] = m/s^۲ \text{ یا } \frac{\text{متر}}{(\text{ثانیه})^۲}$$

۶۴ گزینه ۴

حجم استوانهٔ توخالی عبارت است از:

$$V = \pi(R_۲^۲ - R_۱^۲)h$$

از تعریف چگالی می‌دانیم که چگالی جرم یکای حجم ماده است:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

پس:

$$M = \rho V \Rightarrow M = \rho\pi(R_۲^۲ - R_۱^۲)h$$

حجم استوانهٔ دوم را نیز به دست می‌آوریم:

$$V' = \pi[(۲R_۲)^۲ - (۲R_۱)^۲] \times ۳h = ۱۲\pi(R_۲^۲ - R_۱^۲)h$$

به این ترتیب جرم لازم را به دست می‌آوریم:

$$M' = \rho V' = \rho/۱۲\pi(R_۲^۲ - R_۱^۲)h = ۱۲\,M$$

۶۵ گزینه ۴

$$\text{بازده} = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} \Rightarrow \frac{۸۰}{۱۰۰} = \frac{P_{\text{مفید}}}{۱/۲۵ \times ۱۰^{+۳}}$$
$$\Rightarrow P_{\text{مفید}} = ۰/۸ \times ۱۲۵۰ = ۱۰۰۰\,W$$

$$\left.\begin{matrix} W = F\,d\cos\theta \\ F = mg \end{matrix}\right\} \Rightarrow W = mgd\cos\theta$$
$$W = ۱۰۰۰ \times ۳۰ = ۳۰۰۰۰$$
$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow t = \frac{W}{P} = \frac{۳۰۰۰۰}{۱۰۰۰} = ۳۰\,(s)$$

۶۶ گزینه ۱

$$۱\,AU = ۲ \times ۱۰^{۱۱}\,m$$

$$d = ۲/۶ \times ۱۰^{۵}\,Tm \times \frac{۱۰^{۱۲}\,m}{۱\,Tm} \times \frac{۱\,AU}{۲ \times ۱۰^{۱۱}\,m} = ۱/۳ \times ۱۰^{۶}\,AU$$

۶۷ گزینه ۴

حجم آب بالا آمده برابر است با:

$$V_w = ۳۰۰ - ۲۰۰ = ۱۰۰\,cm^{۳} = ۱۰۰ \times ۱۰^{-۶}\,m^{۳} = ۱۰^{-۴}\,m^{۳}$$

بنابراین جرم آب جابه‌جا شده برابر است با:

$$m_w = \rho_w V_w = ۱۰۰۰ \times ۱۰^{-۴} = ۰/۱\,N$$

نیروی شناوری وارد بر گلوله برابر با وزن آب جابه‌جا شده است:

$$F_b = m_w g = ۰/۱ \times ۱۰ = ۱\,N$$

این نیرو را آب به گلوله (به‌طرف بالا) وارد می‌کند و واکنش آن از طرف گلوله به آب (به‌طرف پایین) وارد می‌شود که باعث می‌شود، آب $۱\,N$ سنگین‌تر به نظر برسد:

$$\text{عدد نیروسنج} = ۳ + ۱ = ۴\,N$$

۶۸ گزینه ۴

طبق قانون پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \Rightarrow ۰ + mgh = K + mgh' \Rightarrow ۶۰h = ۱۸۰ + ۲ \times ۶۰$$
$$۶۰h = ۱۸۰ + ۱۲۰ = ۳۰۰ \Rightarrow ۶۰h = ۳۰۰ \Rightarrow h = \frac{۳۰۰}{۶۰} = ۵\,m$$

۶۹ گزینه ۴

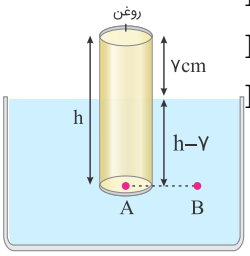
ابتدا کاری را که خنک‌کننده دریافت می‌کند، به دست می‌آوریم:

$$W = |Q_H| - Q_L = ۶/۵ \times ۱۰^۳ - ۵ \times ۱۰^۳ = ۱/۵ \times ۱۰^۳ \, J$$

از طرفی با استفاده از رابطهٔ $P = \frac{W}{t}$ داریم:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{۱/۵ \times ۱۰^۳}{۶۰} = ۲۵ \, W$$

۷۰ گزینه ۳



$$P_A = P_۰ + \rho_۱ g h$$
$$P_B = P_۰ + \rho_۲ g (h - ۷)$$
$$P_A = P_B \Rightarrow \cancel{P_۰} + \rho_۱ g h = \cancel{P_۰} + \rho_۲ g (h - ۷)$$
$$\Rightarrow \rho_۱ \cancel{g} h = \rho_۲ \cancel{g} (h - ۷)$$
$$\Rightarrow ۰/۹ h = ۱(h - ۷) \Rightarrow ۰/۱ h = ۷ \Rightarrow h = ۷۰ \, cm$$

۷۱ گزینه ۱

باتوجه‌به اندازهٔ تغییر طول میله، ضریب انبساط خطی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta L = \alpha L_۱ \Delta T \Rightarrow ۲ \times ۱۰^{-۲} L_۱ = \alpha L_۱ \Delta T \Rightarrow \alpha \Delta T = ۲ \times ۱۰^{-۲}$$

از طرفی با استفاده از رابطهٔ $\Delta V = \beta V_۱ \Delta T$ می‌توان نوشت:

$$\Delta V = \beta V_۱ \Delta T \simeq ۳ \alpha V_۱ \Delta T = ۳ \times ۲ \times ۱۰^{-۲} V_۱ = ۰/۰۶ V_۱$$

بنابراین حجم آن ۶ درصد افزایش می‌یابد.

۷۲ گزینه ۳

ارتفاع ستون هوا در زیر پیستون کوچک است؛ بنابراین فشار هوای محبوس در تمام نقاط آن ازجمله در زیر پیستون و سطح آب یکسان است.

$$P_{\text{ته ظرف}} = P_{\text{هوای محبوس}} + \rho g h \Rightarrow ۱۱۱ \times ۱۰^۳ = P_{\text{هوای محبوس}} + ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۱$$
$$\Rightarrow P_{\text{هوای محبوس}} = ۱۱۱ \times ۱۰^۳ - ۱۰^۳ = ۱۱۰ \times ۱۰^۳ = ۱۱ \times ۱۰^۴ \, Pa$$

ازطرفی چون پیستون در جای خود ثابت است، فشار هوای محبوس در زیر آن برابر با فشار ناشی از نیروهای وزن پیستون، F و همچنین فشار هوا است؛ پس:

$$P_{\text{هوای محبوس}} = \frac{F + W}{A} + P_۰ \Rightarrow ۱۱ \times ۱۰^۴ = \frac{F + (۵۰۰ \times ۱۰^{-۳}) \times ۱۰}{۲۰ \times ۱۰^{-۴}} + ۱۰^۵$$
$$\Rightarrow ۱۰^۴ = \frac{F + ۵}{۲۰ \times ۱۰^{-۴}} \Rightarrow F + ۵ = ۲۰ \Rightarrow F = ۱۵ \, N$$

۷۳ گزینه ۲

برای مقایسهٔ نتیجهٔ اندازه‌گیری‌ها، ابتدا باید آن‌ها را با یکای یکسان محاسبه کرد و سپس با یکدیگر مقایسه کرد.

گزینهٔ "۱":

$$۵/۱۲\text{cm} = ۵/۱۲ \times ۱۰^{-۲}\text{m}$$

$$۱/۲ \times ۱۰^{-۴}\text{km} = ۱/۲ \times ۱۰^{-۴} \times ۱۰^{۳}\text{m} = ۱۲ \times ۱۰^{-۲}\text{m}$$

$$۵/۱۲ \times ۱۰^{-۲}\text{m} < ۱۲ \times ۱۰^{-۲}\text{m}$$

بنابراین گزینهٔ "۱" درست است.

گزینهٔ "۲":

$$۲/۵ \times ۱۰\text{nm} = ۲/۵ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۹}\text{m} = ۲۵ \times ۱۰^{-۹}\text{m}$$

$$۵۵۰\text{pm} = ۵۵۰ \times ۱۰^{-۱۲}\text{m} = ۰/۵۵ \times ۱۰^{-۹}\text{m}$$

$$۲۵ \times ۱۰^{-۹}\text{m} > ۰/۵۵ \times ۱۰^{-۹}\text{m}$$

بنابراین گزینهٔ "۲" نادرست است.

گزینهٔ "۳":

$$۶۵۰۰\text{mm} = ۶/۵\text{m}$$

$$۴۳۰\text{dm} = ۴۳۰ \times ۱۰^{-۱}\text{m} = ۴۳\text{m}$$

$$۴۳\text{m} > ۶/۵\text{m}$$

بنابراین گزینهٔ "۳" صحیح است.

گزینهٔ "۴":

$$۲/۵\mu\text{m} = ۲/۵ \times ۱۰^{-۶}\text{m} = ۰/۰۲۵ \times ۱۰^{-۴}\text{m}$$

$$۲/۲ \times ۱۰^{-۴}\text{m} > ۰/۰۲۵ \times ۱۰^{-۴}\text{m}$$

بنابراین گزینهٔ "۴" درست است.

۷۴ گزینه ۴

در فشار ثابت طبق قانون گازهای کامل داریم:

$$\frac{V_۲}{V_۱} = \frac{T_۲}{T_۱} \Rightarrow \frac{T_۲}{۳۰۰} = \frac{۲V_۱}{V_۱} \Rightarrow T_۲ = ۶۰۰\,\text{K}$$

$$W = -P\,\Delta V = -nR\Delta T = -(۳ \times ۸ \times (۶۰۰ - ۳۰۰)) = -۷۲۰۰\,\text{J} = -۷/۲\,\text{kJ}$$

۷۵ گزینه ۳

با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی و باتوجه‌به اینکه فقط نیروی F روی جسم کار انجام می‌دهد، داریم:

$$W_t = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_t = K_۲ - ۰$$

$$\Rightarrow F\,d\underbrace{\cos\alpha}_{۱} = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow F\,d = \frac{۱}{۴}v^۲ \Rightarrow F \times \frac{۹}{۱۰۰} = \frac{۱}{۴} \times ۳۶ \Rightarrow F = ۱۰۰N$$

۷۶ گزینه ۳

برای حل سؤال، مسئله را به دو مرحله تقسیم می‌کنیم.

در مرحلهٔ اول، به‌اندازهٔ ۱/۵ متر توسط نیروی $F = ۱۴\ N$ بالا می‌رود و سرعت جسم طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی به دست می‌آید:

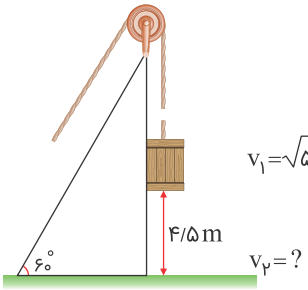
$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{mg} = \Delta K \Rightarrow F\,d - mg\Delta h = \Delta K$$

$$\Rightarrow (۱۴)(۱/۵) - (۰/۵ \times ۱۰)(۱/۵) = \frac{۱}{۲}(۰/۵)(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\Rightarrow (۹)(۱/۵) = \frac{۱}{۲}(۰/۵)(v_۲^۲ - ۰) \Rightarrow v_۲^۲ = ۵۴(m/s)^۲$$

در مرحلهٔ دوم پس از پاره شدن طناب جسم با تندی $v = \sqrt{۵۴}\ m/s$ از ارتفاع ۴/۵ متری سطح زمین تحت تأثیر نیروی وزن به سطح زمین می‌رسد.

قضیهٔ کار و انرژی جنبشی را برای این حالت می‌نویسیم:



$$W_t = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \Rightarrow mgh = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - ۵۴)$$

$$v_۱=\sqrt{۵۴}\,m/s \Rightarrow ۲gh = (v_۲^۲ - ۵۴) \Rightarrow ۲(۱۰)(۴/۵) = v_۲^۲ - ۵۴$$

$$\Rightarrow ۱۴۴ = v_۲^۲ \Rightarrow v_۲ = ۱۲\ m/s$$

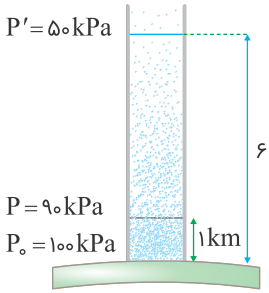
۷۷ گزینه ۳

$$\rho = \frac{PM}{RT}$$

$$\frac{\rho_۲}{\rho_۱} = \frac{P_۲}{P_۱} \times \frac{T_۱}{T_۲} \Rightarrow \frac{\rho_۲}{\rho_۱} = \frac{۲}{۱} \times \frac{۳۰۰}{۳۰۰ + ۲۷۳} = ۱/۰۴ \cong ۱ \Rightarrow \rho_۲ = \rho_۱ = ۱/۴\ kg/m^۳$$

۷۸ گزینه ۳

گام اول: در شکل زیر، فشار هوا در نقاط موردنظر، از نمودار داده‌شده استخراج و روی شکل مشخص شده است؛ اگر m و m' به ترتیب جرم هوا در ستون‌های به سطح مقطع $۱\,m^۲$ و ارتفاع‌های ۱ و ۶ کیلومتری باشند، آنگاه با استفاده از رابطهٔ فشار داریم:



$$P = \frac{mg}{A} \Rightarrow m = \frac{PA}{g} = \frac{۹۰ \times ۱۰^۳ \times ۱}{۱۰} = ۹ \times ۱۰^۳\,kg$$

$$P' = \frac{m'g}{A} \Rightarrow m' = \frac{P'A}{g} = \frac{۵۰ \times ۱۰^۳ \times ۱}{۱۰} = ۵ \times ۱۰^۳\,kg$$

گام دوم: جرم هوای موجود در ستونی به سطح مقطع $۱\,m^۲$ و ارتفاع بین ۱ تا ۶ کیلومتری از سطح زمین را به دست آورده و سپس با استفاده از آن، چگالی متوسط در این فاصله را حساب می‌کنیم:

$$\Delta m = m - m' = ۹ \times ۱۰^۳ - ۵ \times ۱۰^۳ = ۴ \times ۱۰^۳\,kg$$

$$\Delta m = \bar{\rho}\Delta V \Rightarrow \Delta m = \bar{\rho}(A\Delta h) \Rightarrow ۴ \times ۱۰^۳ = \bar{\rho} \times ۱ \times (۶ \times ۱۰^۳ - ۱ \times ۱۰^۳)$$

$$\Rightarrow ۴ \times ۱۰^۳ = \bar{\rho} \times ۵ \times ۱۰^۳ \Rightarrow \bar{\rho} = \frac{۴}{۵} = ۰/۸\,kg/m^۳$$

۷۹ گزینه ۲

$$V = (۰/۵\,cm) \times (۰/۰۴\,dm) \times (۲\,mm) = (۰/۵ \times ۱۰^{-۲}\,m) \times (۰/۰۴ \times ۱۰^{-۱}\,m) \times (۲ \times ۱۰^{-۳}\,m)$$

$$= ۰/۰۴ \times ۱۰^{-۶}\,m^۳ = ۴ \times ۱۰^{-۸}\,m^۳ = ۴۰ \times ۱۰^{-۹}\,m^۳ = ۴۰ \times (۱۰^{-۳})^۳\,m^۳ = ۴۰\,mm^۳$$

هر حجمی که مضرب درستی از $۴۰\,mm^۳$ باشد را می‌توان با این مکعب اندازه گرفت.

۸۰ گزینه ۳

ابتدا گرمای موردنیاز برای تبدیل یخ $-۵^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$ را محاسبه می‌کنیم:

$$Q_۱ = mc\Delta\theta \Rightarrow Q_۱ = ۰/۴ \times ۲۱۰۰ \times (۰ - ۵) = ۴/۲\,kJ$$

$$\text{گرمای باقی‌مانده} : Q' = ۱۲۶ - ۴/۲ = ۱۲۱/۸\,kJ$$

بنابراین مقدار $۴/۲\,kJ$ از گرمای داده‌شده صرف تغییر دمای یخ می‌شود و $۱۲۱/۸\,kJ$ گرما باقی می‌ماند. حال مقدار گرمای لازم برای تغییر حالت یخ $۰^\circ C$ به آب $۰^\circ C$ (یعنی گرمای لازم برای ذوب یخ) را حساب می‌کنیم:

$$Q_۲ = mL_F \Rightarrow Q_۲ = ۰/۴ \times ۳۳۶ = ۱۳۴/۴\,kJ$$

بنابراین گرمای باقی‌مانده برای ذوب یخ کافی نیست $(Q_۲ > Q')$ و مقداری از یخ ذوب‌نشده باقی می‌ماند.
حال به محاسبهٔ مقدار یخی که ذوب‌نشده باقی می‌ماند می‌پردازیم:

$$\text{مقدار یخ ذوب‌شده} : Q' = m'L_F \Rightarrow ۱۲۱/۸ = m' \times ۳۳۶ \Rightarrow m' = ۰/۳۶۲۵\,kg = ۳۶۲/۵\,g$$

$$\text{مقدار یخ ذوب‌نشده} : ۴۰۰ - ۳۶۲/۵ = ۳۷/۵\,g$$

۸۱ گزینه ۲

با استفاده از قضیهٔ کار- انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\cancel{W_{F_N}}^{\circ} + \cancel{W_{mg}}^{\circ} + W_F + W_{f_k} = \Delta K \Rightarrow F d \cos ۶۰^\circ + W_{f_k} = \frac{۱}{۲} m (v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\Rightarrow ۳۶ \times \frac{۱}{۲} \times ۱۰ + W_{f_k} = \frac{۱}{۲} \times ۴ (۶۴ - ۰)$$

$$\Rightarrow ۱۸۰ + W_{f_k} = ۱۲۸ \Rightarrow W_{f_k} = -۵۲ \, J$$

$$\Rightarrow |W_{f_k}| = ۵۲ \, J$$

۸۲ گزینه ۳

$$P V = n R T \Rightarrow T = \frac{P V}{n R}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_A = \dfrac{P_۱ V_۱}{n R} \\ T_B = \dfrac{P_۲ V_۲}{n R} = \dfrac{۲/۵ P_۱ \times \frac{۱}{۵} V_۱}{n R} = \frac{۱}{۲} \dfrac{P_۱ V_۱}{n R} \Rightarrow T_B = \frac{۱}{۲} T_A \end{cases}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، فرآیند نمی‌تواند هم‌دما باشد چون در طی فرآیند دمای گاز کاهش یافته است. با کاهش دما انرژی درونی کاهش می‌یابد و $\Delta U < ۰$ است. درعین‌حال چون گاز در حال تراکم است، پس $W > ۰$ است. اگر فرآیندی بی‌دررو باشد ($Q = ۰$)، باید $\Delta U = W$ برابر باشد که باتوجه‌به منفی بودن ΔU و مثبت بودن W این تساوی برقرار نیست. درنتیجه فرآیند نمی‌تواند بی‌دررو باشد بنابراین تنها این حالت ممکن است که گاز گرما از دست داده باشد.

۸۳ گزینه ۴

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$$

حجم کرهٔ توخالی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$V = \frac{۴}{۳} \pi (R_۲^۳ - R_۱^۳)$$

که $R_۲$ شعاع خارجی و $R_۱$ شعاع داخلی آن است.
می‌توان نوشت:

$$m = ۹ \times \frac{۴}{۳} \times ۳ (۶^۳ - ۴^۳)$$

چگالی برحسب کیلوگرم بر مترمکعب است که به گرم بر سانتی‌مترمکعب تبدیل نموده‌ایم.

$$m = ۹ \times ۴ \times (۲۱۶ - ۶۴) = ۵۴۷۲ \, g$$

۸۴ گزینه ۱

چگالی آلیاژ مخلوط دو ماده از رابطهٔ $\rho = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲ \pm \Delta V}$ به دست می‌آید که در آن ΔV تغییرات حجم احتمالی دو ماده در اثر مخلوط کردن است. (کاهش حجم با علامت منفی و افزایش حجم با علامت مثبت)

اگر تغییر حجمی رخ ندهد، حجم آلیاژ برابر است با مجموع حجم دو جسم:

$$\left.\begin{array}{l} V_A = ۳۰۰\,cm^۳ \\ V_B = \frac{m_B}{\rho_B} = \frac{۳۰۰}{۷۵۰} = ۰/۴\,Lit = ۴۰۰\,cm^۳ \end{array}\right\} \Rightarrow V_{کل} = ۳۰۰ + ۴۰۰ = ۷۰۰\,cm^۳$$

$$\rho_{آلیاژ} = \frac{جرم\ آلیاژ}{حجم\ آلیاژ} = \frac{m_A + m_B}{V_{آلیاژ}} \Rightarrow ۱/۵ g/cm^۳ = \frac{۶۰۰ + ۳۰۰}{V_{آلیاژ}} \Rightarrow V_{آلیاژ} = ۶۰۰\,cm^۳$$

$$(m_A = \rho_A V_A = ۲ \times ۳۰۰ = ۶۰۰\,g)$$

$$تغییر\ حجم\ آلیاژ = ۷۰۰ - ۶۰۰ = ۱۰۰\,cm^۳ = ۱۰۰\,mL$$

۸۵ گزینه ۲

ابتدا نسبت تغییر دمای دو جسم را به دست می‌آوریم:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \xrightarrow{c_A = ۲c_B} ۲m_A \Delta\theta_A = m_B \Delta\theta_B$$
$$\xrightarrow{m=\rho V} ۲\rho_A \cancel{V_A} \Delta\theta_A = \rho_B \cancel{V_B} \Delta\theta_B \xrightarrow{\rho_A = ۴\rho_B} ۸\Delta\theta_A = \Delta\theta_B$$

با استفاده از $\Delta V = V_۱ ۳\alpha\Delta\theta$، نسبت تغییر حجم دو جسم را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_{۱(A)}}{V_{۱(B)}} \times \frac{۳\alpha A}{۳\alpha B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = ۱ \times ۳ \times \frac{۱}{۸} = \frac{۳}{۸}$$

۸۶ گزینه ۴

ابتدا حجم ظاهری را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{ظاهری} = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ = \frac{۴}{۳}(۳)(۲)^۳ = ۳۲\,cm^۳$$

در مرحلهٔ بعد، اگر جرم محاسبه‌شده از حجم $۳۲\,cm^۳$، $۸/۴\,g$ باشد یعنی کره بدون حفره است.

$$m = \rho . V_{ظاهری} \Rightarrow m = ۰/۳ \times ۳۲ = ۹/۶\,g \Rightarrow ۹/۶\,g > ۸/۴\,g \Rightarrow \text{حفره دارد}$$

در مرحلهٔ بعد حجم مادهٔ کره را با استفاده از حجم حفره به دست می‌آوریم و در رابطهٔ چگالی قرار می‌دهیم:

$$\rho_{ماده} = \frac{m}{V_{ماده}} \Rightarrow ۰/۳ = \frac{۸/۴}{۳۲ - V_{حفره}} \Rightarrow V_{حفره} = ۴\,cm^۳$$

درنهایت:

$$\frac{V_{حفره}}{V_{ظاهری}} \times ۱۰۰ = \frac{۴}{۳۲} \times ۱۰۰ = \%۱۲/۵$$

۸۷ گزینه ۱

ابتدا بردار جابه‌جایی جسم را مشخص می‌کنیم:

$$\vec{d} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} \Rightarrow \vec{d} = (۴ - ۲)\vec{i} + (۱۰ - ۵)\vec{j}$$
$$\Rightarrow \vec{d} = ۲\vec{i} + ۵\vec{j}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ محاسبهٔ کار می‌توان نوشت:

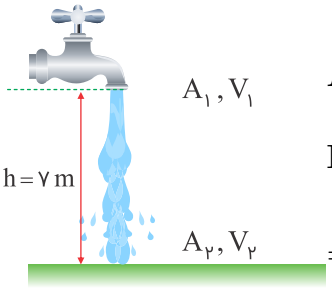
$$W = F_x d_x + F_y d_y \Rightarrow w = (-۱۰ \times ۲) + (۵ \times ۶) = +۱۰J$$

باید توجه داشت که اگر نیرو و جابه‌جایی بر هم عمود باشند، کار نیرو صفر است؛ یعنی کار نیروی F_x در جابه‌جایی d_y و بالعکس همواره صفر است.

۸۸ گزینه ۴

قانون پیوستگی جریان شاره را برای دو حالت در نظر می‌گیریم:

حالت اول: شیر آب در وضعیت اولیهٔ خود است در این صورت باتوجه‌به شکل زیر، داریم:

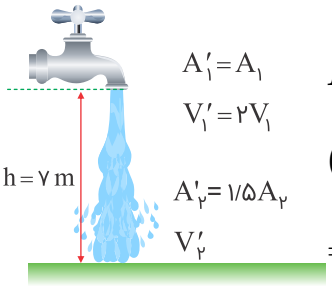


$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (I)$$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow mgh + \frac{1}{2}mv_1^2 = 0 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow v_2^2 = v_1^2 + 2gh \Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2 \times 10 \times 7} \Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 + 140} \quad (II)$$

حالت دوم: شیر آب نسبت به حالت قبل، بیشتر باز شده است. درنتیجه باتوجه‌به شکل زیر و اطلاعات داده‌شده در صورت تست، داریم:



$$A_1' v_1' = A_2' v_2' \Rightarrow A_1(2v_1) = (1/5A_2)v_2' \Rightarrow 2A_1 v_1 = 1/5A_2 v_2' \quad (III)$$

(با استفاده از قانون بقای انرژی داریم) : $v_2' = \sqrt{v_1'^2 + 2gh} = \sqrt{(2v_1)^2 + 2 \times 10 \times 7}$

$$\Rightarrow v_2' = \sqrt{4v_1^2 + 140} \quad (IV)$$

از تقسیم رابطهٔ (I) بر رابطهٔ (III)، خواهیم داشت:

$$\frac{A_1 v_1}{2A_1 v_1} = \frac{A_2 v_2}{1/5A_2 v_2'} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{1/5} \times \frac{v_2}{v_2'} \Rightarrow \frac{v_2'}{v_2} = \frac{4}{3}$$

$$\xrightarrow{\frac{(II)}{(IV)}} \frac{\sqrt{4v_1^2 + 140}}{\sqrt{v_1^2 + 140}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{4v_1^2 + 140}{v_1^2 + 140} = \frac{16}{9}$$

$$36v_1^2 + 9 \times 140 = 16v_1^2 + 16 \times 140 \Rightarrow 20v_1^2 = 7 \times 140$$

$$\Rightarrow v_1^2 = 7 \times 7 = 7^2 \Rightarrow v_1 = 7 m/s$$

۸۹ گزینه ۱

ابتدا با داشتن نسبت جرم و چگالی دو کره نسبت حجم آن‌ها را محاسبه می‌کنیم و سپس نسبت حجم کره‌ها را از فرمول‌های هندسی می‌نویسیم:

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{\frac{m_A}{\rho_A}}{\frac{m_B}{\rho_B}} = \frac{\frac{۱۶m_B}{۲\rho_B}}{\frac{m_B}{\rho_B}} = ۸ \Rightarrow \frac{\frac{۴}{۳}\pi r_A^۳}{\frac{۴}{۳}\pi r_B^۳} = ۸ \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = ۲$$

$$\Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = ۲ \Rightarrow \frac{d_A}{d_A - ۵} = ۲ \Rightarrow d_A = ۱۰\,cm$$

قطر $d_B = ۵\,cm$

شعاع کرهٔ کوچک‌تر $r_B = ۲/۵\,cm$

۹۰ گزینه ۲

با استفادهٔ از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی در مسیر AB داریم:

$$W_{mg} + W_{f_k} = K_B - K_A$$

$$\Rightarrow -mg\Delta h - f_k d_{AB} = K_B - K_A \ (d_{AB} = \frac{\Delta h}{\sin ۳۷^\circ} = \frac{۳}{۰/۶} = ۵\,m)$$

$$\Rightarrow -۱۵(۳) - ۳(۵) = K_B - \frac{۱}{۲}(۱/۵)(۱۰۰) \Rightarrow -۶۰ = K_B - ۷۵ \Rightarrow K_B = ۱۵\,J$$

حال قضیهٔ کار و انرژی جنبشی را در مسیر BC می‌نویسم:

$$W_{mg} + W_{f_k} = K_C - K_B$$

$$mg\Delta h - f_k d_{BC} = K_C - ۱۵ \ (d_{BC} = \frac{\Delta h}{\sin ۳۰^\circ} = \frac{۳}{۰/۵} = ۶\,m)$$

$$\Rightarrow ۱۵(۳) - ۳(۶) = K_C - ۱۵ \Rightarrow ۴۵ - ۱۸ + ۱۵ = K_C \Rightarrow K_C = ۴۲\,J$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_C^۲ = ۴۲ \Rightarrow v_C^۲ = \frac{۸۴}{۱/۵} = ۵۶ \Rightarrow v_C = \sqrt{۵۶}\,m/s$$

۹۱ گزینه ۴

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow V = \frac{q}{C} = \frac{۱/۵}{۷/۵} = ۰/۲\,V$$

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} \Rightarrow d = \frac{|\Delta V|}{E} = \frac{۰/۲}{۵۰۰} = ۴ \times ۱۰^{-۴}\,m = ۰/۴\,mm$$

۹۲ گزینه ۲

نکتهٔ ۱: اگر جریان مدار در حال افزایش باشد، جریان ناشی از نیرو محرکهٔ خود - القاوری در خلاف آن ایجاد می‌شود.
نکتهٔ ۲: اگر جریان در حال کاهش باشد، جریان ناشی از نیرومحرکهٔ خود - القاوری هم‌جهت آن ایجاد می‌شود.
پس: با افزایش مقاومت رئوستا، جریان کل مدار کاهش‌یافته و جهت جریان ناشی از نیرو محرکهٔ خودالقایی در جهت جریان اصلی مدار خواهد بود.

۹۳ گزینه ۴

⇐ مقاومت ویژهٔ یک ماده به "ساختار اتمی" و "دما"ی آن بستگی دارد.
⇐ نیم‌رساناها برعکس رساناها با افزایش دما دچار کاهش مقاومت ویژه می‌شوند و بالعکس.
⇐ در جیوه و قلع با کاهش دما، در دمای خاصی مقاومت ویژه به‌صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند و به ابررسانا تبدیل می‌شود.

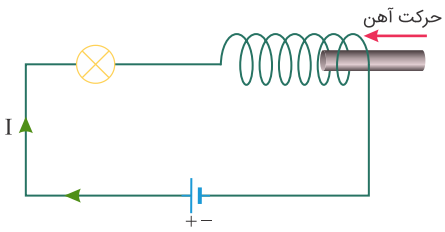
۹۴ گزینه ۲

باید بار الکتریکی، مضرب صحیحی از بار یک الکترون باشد $(q = ne)$. اگر توجه کنیم، فقط ۸×۱۰^{-۱۹}، مضرب صحیحی از $۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}$ است.

$$\frac{۸ \times ۱۰^{-۱۹}}{۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}} = \frac{۸۰}{۱۶} = \frac{۱۰}{۲} = ۵$$

۹۵ گزینه ۳

ازآنجایی‌که آهن در یک میدان مغناطیسی، خود به یک آهنربا تبدیل می‌شود، وقتی آن را وارد سیملوله می‌کنیم، سبب افزایش شار مغناطیسی گذرنده از سیملوله می‌شود. این موضوع سبب می‌شود که سیملوله با افزایش شار مخالفت کند و برای ابراز این مخالفت، همانند یک باتری در خلاف جهت باتری اصلی مدار عمل می‌کند. درنتیجه جریان در مدار کاهش‌یافته و نور لامپ هم کم می‌شود. وقتی هستهٔ آهنی را داخل سیملوله نگه می‌داریم، شار مغناطیسی، دیگر تغییر نمی‌کند و به همین دلیل نیروی محرکهٔ القایی در دو سر سیملوله از بین می‌رود و نور لامپ به مقدار اولیه بازمی‌گردد.



۹۶ گزینه ۲

در نمودار داده‌شده، اندازه شیب خطوط همان r و عرض از مبدأها همان ε هستند. نموداری که شیب آن بیشتر است، مربوط به مولد A است.

$$\begin{cases} r_A = \dfrac{\varepsilon_A}{۴} \\ r_B = \dfrac{\varepsilon_A - ۱۰}{۶} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{\frac{\varepsilon_A}{۴}}{\frac{\varepsilon_A - ۱۰}{۶}} = ۲ \Rightarrow \varepsilon_A = ۴۰ \ , \ \varepsilon_B = \varepsilon_A - ۱۰ = ۳۰$$

بیشینه توان مصرفی مداری که انرژی آن را باتری‌ای با نیرو محرکه ε و مقاومت درونی r تأمین می‌کند، برابر با $\frac{\varepsilon^۲}{۴r}$ است.

$$P_{max} = \frac{\varepsilon^۲}{۴r} = \frac{\varepsilon^۲}{۴\frac{\varepsilon}{I}} = \frac{\varepsilon I}{۴} \Rightarrow \begin{cases} P_{max\ B} = \dfrac{۳۰ \times ۶}{۴} = ۴۵ \\ P_{max\ A} = \dfrac{۴۰ \times ۴}{۴} = ۴۰ \end{cases}$$

پس اختلاف این دو مقدار برابر $۴۵ - ۴۰ = ۵$ وات است.

۹۷ گزینه ۲

$$\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow ۲ \times ۱۰^{-۲} = \frac{Q}{۴ \times ۳ \times ۱۰^{-۴}} \Rightarrow Q = ۲۴ \times ۱۰^{-۶}\ C$$

پس بار الکتریکی هریک از کره‌ها بعد از اتصال به هم $۲۴ \times ۱۰^{-۶}\ C$ بوده است و از طرف دیگر می‌دانیم، بار الکتریکی دو کرهٔ مشابه پس از اتصال به یکدیگر برابر میانگین جبری بارهایی است که دو کره قبل از تماس با یکدیگر داشته‌اند. با توجه به این‌که اندازهٔ یکی از بارها تغییر نکرده و بارها ناهمنام‌اند و با فرض این‌که $Q_۲ < ۰$ است داریم:

$$۲۴ = \frac{Q_۱ + (-۲۴)}{۲} \Rightarrow Q_۱ = +۷۲\ \mu C$$

۹۸ گزینه ۳

قبل از عبور جریان از میلهٔ CD، مجموع نیروی کشش نخ‌ها، وزن میله را خنثی می‌کند. یعنی $mg = ۲T$ اگر نیروی کشش نخ‌ها صفر شود، F باید همین نقش را ایفا کند. F باید رو به بالا جهت بگیرد؛ پس جریان از C به D است.

$$F + ۲T = mg \xrightarrow{T=۰} F = mg \Rightarrow ILB\sin\theta = mg$$

$$\left.\begin{aligned} I &= \frac{mg}{LB\sin ۹۰^\circ} = \underbrace{\left(\frac{m}{L}\right)}_{\text{چگالی طولی}} \left(\frac{g}{B}\right) \\ \frac{m}{L} &= ۲\ g/cm = ۲ \times \frac{۱۰^{-۳}\ kg}{۱۰^{-۲}\ m} = ۰/۲\ kg/m \end{aligned}\right\} \Rightarrow I = (۰/۲)\left(\frac{۱۰}{۴ \times ۱۰^{۴} \times ۱۰^{-۴}}\right) = ۰/۵\ A$$

۹۹ گزینه ۴

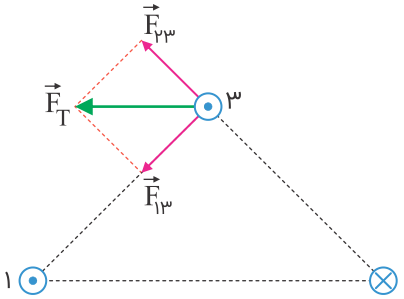
گام اول: جریان سیم‌های (۱) و (۳) همسو هستند، بنابراین نیرویی که به یکدیگر وارد می‌کنند جاذبه است و باتوجه‌به اینکه میدان حاصل از سیم (۱) در محل سیم (۳) برابر با $۰/۵\,\mathrm{T}$ است، بزرگی نیروی وارد بر هر متر از سیم (۳) از طرف سیم (۱) به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$F_{۱۳} = I_۳ \ell_۳ B_۱ \sin\theta \xrightarrow{\theta=۹۰^\circ} F_{۱۳} = ۲ \times ۱ \times ۰/۵ \times ۱ = ۱\,\mathrm{N}$$

گام دوم: جریان عبوری از سیم (۲) برابر با جریان عبوری از سیم (۱) است و فاصلهٔ سیم (۳) از دو سیم (۱) و (۲) برابر است؛ بنابراین بزرگی نیروی وارد بر هر متر از سیم (۳) از طرف سیم‌های (۱) و (۲) باهم برابر است و می‌توان نوشت:

$$F_{۲۳} = F_{۱۳} = ۱\,\mathrm{N}$$

گام سوم: باتوجه‌به اینکه جریان‌های ناهم‌سو یکدیگر را می‌رانند، جهت $\vec{F}_{۱۳}$ و $\vec{F}_{۲۳}$ را تعیین می‌کنیم:



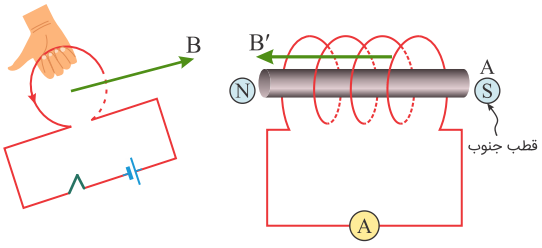
اندازهٔ دو نیرو باهم برابر و بر یکدیگر عمودند، بنابراین برآیند آن‌ها در جهت منفی محور x بوده و اندازهٔ آن برابر است با $F_T = \sqrt{۲}\,\mathrm{N}$.

پس بردار نیروی مغناطیسی خالص وارد بر هر متر از سیم (۳) به‌صورت زیر است:

$$\vec{F}_T = -\sqrt{۲}\,\vec{i}$$

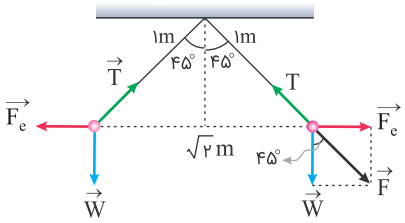
۱۰۰ گزینه ۱

در شکل زیر، زمان وصل کلید نشان داده‌شده است. به دلیل افزایش جریان هنگام وصل کردن کلید، شار مغناطیسی گذرنده از سیملوله نیز افزایش‌یافته و میدان القایی در این سیملوله (یعنی B') در خلاف جهت B رسم شده است. توجه کنید که این میدان، باید از S به N باشد. یعنی سر A به قطب جنوب تبدیل می‌شود. هنگام قطع کلید، شار مغناطیسی گذرنده از سیملوله کاهش می‌یابد و B' هم‌جهت با B می‌شود. در این صورت، سر A به قطب N (شمال) تبدیل می‌شود.



۱۰۱ گزینه ۳

خط وصل‌کنندهٔ دو گلوله وتر مثلثی را تشکیل می‌دهد که نخ‌ها روی ساق‌های آن قرار گرفته‌اند. وتر این مثلث $\sqrt{۲}$ برابر طول هر ضلع آن است؛ پس مثلث نام‌برده قائم‌الزاویه است.



$$\text{وتر} = \sqrt{L^۲ + L^۲} = \sqrt{۲}L = \sqrt{۲}\,m$$

به هر گلوله سه تا نیرو وارد می‌شود: وزن، نیروی الکتریکی و نیروی کشش نخ. چون گلوله‌ها به حال تعادل هستند، برآیند نیروهای وارد بر آن‌ها صفر است. و وقتی برآیند ۳ تا بردار صفر باشد، اندازهٔ هر بردار برابر اندازهٔ برآیند بردارهای دیگر است.
برآیند $\vec{W}$ و $\vec{F}_e$ را با $\vec{F}$ نشان داده‌ایم. $\vec{F}$ در خلاف جهت $\vec{T}$ و هم‌اندازه با آن است.

$$\tan ۴۵^\circ = \frac{F_e}{W} \Rightarrow ۱ = \frac{F_e}{W} \Rightarrow F_e = W$$

$$F_e = k\frac{q_۱ q_۲}{r_۲} = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{(۴۰ \times ۱۰^{-۶}) \times (۴۰ \times ۱۰^{-۶})}{\sqrt{۲}^۲}$$

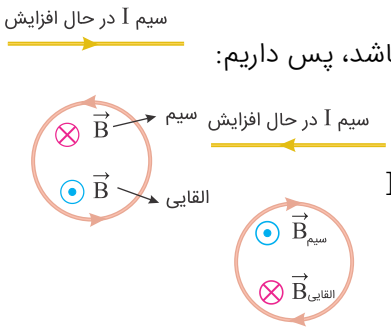
$$= ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{۱۶ \times ۱۰^{-۱۰}}{۲} = ۷/۲\,N$$

$$T = \sqrt{F_e^۲ + W^۲} = \sqrt{F_e^۲ + F_e^۲} = \sqrt{۲}F_e = ۷/۲\sqrt{۲}\,N$$

۱۰۲ گزینه ۴

شکل (۱): جریان در سیم (۱) در حال افزایش است، پس میدان مغناطیسی ناشی از آن ($\vec{B}_{\text{سیم}}$) هم در داخل سیم‌پیچ افزایش می‌یابد و به‌تبع آن طبق رابطهٔ $\Phi = BA\cos\theta$، با افزایش B، Φ هم در داخل سیم‌پیچ زیاد می‌شود. حتماً می‌دانید که بر اساس قانون لنز جهت جریان القایی به نحوی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن با تغییر شار مغناطیسی مخالفت کند. پس جریان القایی طوری ایجاد می‌شود تا میدان مغناطیسی ناشی از آن در سیم‌پیچ ($B_{\text{القایی}}$)، میدان درون سوی حاصل از سیم ($\vec{B}_{\text{سیم}}$) را تضعیف کند. درنتیجه $B_{\text{القایی}}$ باید خلاف جهت $\vec{B}_{\text{سیم}}$ و درنتیجه برون‌سو شود. به‌عبارت‌دیگر جهت جریان القایی باید پادساعتگرد باشد. پس جهت جریان در این شکل نادرست است.

شکل (۲): در شکل (۲) همانند شکل (۱) عمل می‌کند و تنها تفاوت این شکل جهت جریان I می‌باشد، پس داریم:

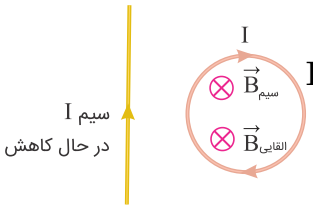


$I_{\text{سیم}} \uparrow \Rightarrow B_{\text{سیم}} \uparrow \Rightarrow \varphi_{\text{سیم}} \uparrow \xrightarrow{\text{قانون لنز}}$ ایجاد $\vec{B}_{\text{القایی}}$ در خلاف جهت $\vec{B}_{\text{سیم}}$

$\xrightarrow{\text{قانون دست راست}}$ جهت جریان القایی ساعتگرد

پس این شکل هم نادرست است.

شکل (۳):



$I_{\text{سیم}} \downarrow \Rightarrow B_{\text{سیم}}(\text{درون‌سو}) \downarrow \Rightarrow \Phi_{\text{سیم}} \downarrow$

$\xrightarrow{\text{قانون لنز}}$ مخالفت جریان القایی با تغییر Φ

$\Rightarrow$ ایجاد $\vec{B}_{\text{القایی}}$ درون‌سو $\Rightarrow$ تقویت $\vec{B}_{\text{سیم}}$ درون‌سو

$\xrightarrow{\text{قانون دست راست}}$ ایجاد جریان القایی در جهت ساعتگرد

پس جهت جریان القایی فقط در شکل (۳) درست است.

۱۰۳ گزینه ۳

در ابتدا نیرویی که از طرف بار $+q_A$ به بار $+q_B$ وارد می‌شود را محاسبه می‌کنیم:

$$F = \frac{kq_Aq_B}{(r_{AB})^2} = k\frac{q_Aq_B}{4d^2}$$

باتوجه‌به علامت بار q_A و q_B این نیرو به‌سمت چپ است. حال اگر برآیند نیروهای وارد بر $+q_B$ را F' بنامیم، طبق صورت سؤال F' قرینهٔ F است. اگر نیرویی که بار q_C به q_B وارد می‌کند را F'' بنامیم، اندازهٔ F'' باید ۲ برابر F و در سوی مخالف آن باشد تا برآیند آن‌ها برابر با قرینهٔ F شود؛ یعنی q_C نیز باید q_B را دفع کند و بار آن مثبت است.

$$F'' = 2F \Rightarrow k\frac{|q_C||q_B|}{d^2} = 2k\frac{|q_A||q_B|}{4d^2} \Rightarrow |q_C| = \frac{1}{2}|q_A|$$

$\xrightarrow{q_A, q_C \text{ هر دو مثبت هستند}} q_C = +\frac{1}{2}q_A$

۱۰۴ گزینه ۲

$$C_۱V_۱ + \cancel{C_۲V_۲} = (C_۱ + C_۲)V' \Rightarrow CV = ۷CV' \Rightarrow V' = \frac{۱}{۷}V$$
$$U'_۱ = \frac{۱}{۲}CV'^{۲} = \frac{۱}{۲}C(\frac{۱}{۷}V)^{۲} = \frac{۱}{۴۹}(\frac{۱}{۲}CV)^{۲} = \frac{۱}{۴۹}U$$
$$U'_۲ = \frac{۱}{۲}(۶C)V'^{۲} = \frac{۱}{۲}(۶C)(\frac{۱}{۷}V)^{۲} = \frac{۶}{۴۹}(\frac{۱}{۲}CV)^{۲} = \frac{۶}{۴۹}U$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{۴۹}U + \frac{۶}{۴۹}U = \frac{۷}{۴۹}U = \frac{۱}{۷}U$$

۱۰۵ گزینه ۳

$$C = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C'}{C} = \frac{A'}{A} \times \frac{d}{d'}$$
$$\frac{C'}{C} = (\frac{r'}{r})^{۲} \times \frac{d}{d'} = (\frac{۳r}{r})^{۲} \times (\frac{d}{\frac{d}{۲}}) = ۹ \times ۲ = ۱۸ \Rightarrow C' = ۱۸C$$

۱۰۶ گزینه ۲

پیش از انتقال بار، بار صفحات q بوده است و پس از انتقال $q + \Delta q$ است. بنابراین برای تغییرات انرژی پتانسیل با استفاده از فرمول $U = \frac{q^۲}{۲C}$ داریم:

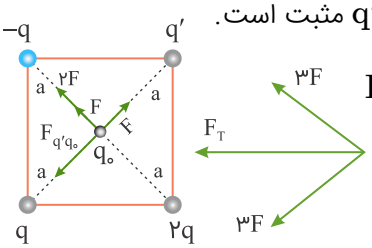
$$\Delta U = \frac{(q+\Delta q)^{۲}}{۲C} - \frac{q^{۲}}{۲C} = \frac{q^{۲} + ۲q(\Delta q) + (\Delta q)^{۲} - q^{۲}}{۲C} = \frac{۲q(\Delta q) + (\Delta q)^{۲}}{۲C}$$

چون تمام کمیت‌های داده‌شده برحسب میکرو هستند، نیاز به تبدیل واحد نداریم:

$$۵ = \frac{۲q(۶) + ۳۶}{۲ \times ۱۸} \Rightarrow \frac{۱}{۳}q + ۱ = ۵ \Rightarrow \frac{q}{۳} = ۴ \Rightarrow q = ۱۲\,\mu C$$

۱۰۷ گزینه ۱

فاصلهٔ تمام بارهای موجود، تا مرکز مربع برابر است. فرض می‌کنیم $q_۰$ مثبت باشد. (علامت $q_۰$ را می‌توان دلخواه انتخاب کرد) با توجه به اندازه‌های روی شکل اگر نیرویی که بار $-q$ بر $q_۰$ وارد می‌کند F باشد، نیرویی که بار $۲q$ بر $q_۰$ وارد می‌کند $۲F$ است. اگر بار q بار $q_۰$ را دفع کند پس q' نیز باید $q_۰$ را دفع کند تا جهت برآیند نیروها ↙ شود. پس q' مثبت است.



$$F_{q'q_۰} - F_{qq_۰} = ۳F \Rightarrow F_{q'q_۰} - F = ۳F \Rightarrow F_{q'q_۰} = ۴F \Rightarrow q' = ۴q$$

۱۰۸ گزینه ۴

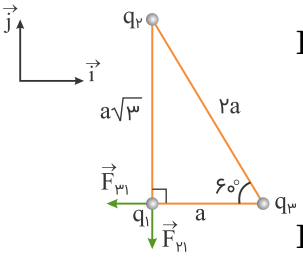
$$\left.\begin{aligned} W &= U_۲ - U_۱ = \frac{q^۲}{۲C_۲} - \frac{q^۲}{۲C_۱} \\ C &= \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d} \end{aligned}\right\} \Rightarrow W = \frac{q^۲}{۲}\left(\frac{۱}{\frac{\varepsilon_۰ A}{d_۲}} - \frac{۱}{\frac{\varepsilon_۰ A}{d_۱}}\right) = \frac{q^۲}{۲\varepsilon_۰ A}(d_۲ - d_۱)$$

$$= \frac{۰/۳ \times ۰/۳ \times ۱۰^{-۱۲}}{۲ \times ۹ \times ۱۰^{-۱۲} \times ۳\left(\frac{۲۰}{۲} \times ۱۰^{-۲}\right)^۲} \times (۳۶ \times ۱۰^{-۳}) = \frac{۹ \times ۱۰^{-۲}}{۲ \times ۹ \times ۳ \times ۱۰^{-۲}} \times (۳۶ \times ۱۰^{-۳})$$

$$= ۶ \times ۱۰^{-۳}\,J = ۶\,mJ$$

۱۰۹ گزینه ۳

اندازهٔ همهٔ بارها را با q و ضلع کوچک مثلث را با a نشان می‌دهیم. در این صورت، ساق دیگر مثلث $a\sqrt{۳}$ و وتر آن $۲a$ است. $q_۲$ و $q_۳$ با نیرویی به بزرگی F یکدیگر را دفع می‌کنند.



$$F = k\frac{q_۲ q_۳}{(۲a)^۲} \Rightarrow ۱۵ = k\frac{q^۲}{۴a^۲} \Rightarrow \frac{kq^۲}{a^۲} = ۶۰\,N$$

نیرویی که $q_۳$ به $q_۱$ وارد می‌کند، برابر است با:

$$F_{۳۱} = k\frac{q_۳ q_۱}{q^۲} = \frac{kq^۲}{a^۲} = ۶۰\,N \Rightarrow \vec{F}_{۳۱} = -F_{۳۱}\vec{i} = (-۶۰\,N)\vec{i}$$

و نیرویی که $q_۲$ به $q_۱$ وارد می‌کند:

$$F_{۲۱} = k\frac{q_۲ q_۱}{(a\sqrt{۳})^۲} = \frac{kq^۲}{۳a^۲} = \frac{۶۰}{۳} = ۲۰\,N \Rightarrow \vec{F}_{۲۱} = -F_{۲۱}\vec{j} = (-۲۰\,N)\vec{j}$$

نیروی وارد بر بار $q_۱$، برابر با برآیند دو نیروی بالا است:

$$\vec{F}_۱ = \vec{F}_{۳۱} + \vec{F}_{۲۱} = (-۶۰\,N)\vec{i} + (-۲۰\,N)\vec{j}$$

۱۱۰ گزینه ۲

حالت اول:

برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو ذره در نقطهٔ A صفر است یعنی این دو بار هم‌علامت هستند، پس داریم:

$$E_t = ۰ \Rightarrow \frac{k\,q_۱}{(d-x)^۲} = \frac{k\,q_۲}{x^۲} \Rightarrow \frac{q_۱}{q_۲} = (\frac{d-x}{x})^۲ \quad (۱)$$

حالت دوم:

برآیند میدان‌ها در نقطهٔ A' برابر صفر است، پس داریم:

$$E'_t = ۰ \Rightarrow \frac{k\,q_۱}{(\frac{d}{۲}-x')^۲} = \frac{k\,q_۲}{x'^۲} \Rightarrow \frac{q_۱}{q_۲} = (\frac{\frac{d}{۲}-x'}{x'})^۲ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow[(۱) \text{ و } (۲) \text{ داریم}]{\text{از برابر قرار دادن}} (\frac{dx}{x})^۲ = (\frac{\frac{d}{۲}-x'}{x'})^۲ \Rightarrow \left|\frac{d-x}{x}\right| = \left|\frac{\frac{d}{۲}-x'}{x'}\right|$$

$$\Rightarrow (\frac{d-x}{x}) = \frac{\frac{d}{۲}-x'}{x'} \Rightarrow x' = \frac{۱}{۲}x$$

۱۱۱ گزینه ۴

باتوجه‌به شکل، دورهٔ تناوب برابر است با:

$$۳\frac{T}{۴}=۱۲ \Rightarrow T=۱۶\,ms$$

معادلهٔ جریان عبوری از رسانا برابر است با:

$$I=I_m\sin(\frac{۲\pi}{T}t) \Rightarrow I=۴\sin(\frac{۲\pi}{۰/۰۱۶}t)$$

جریان و نیروی محرکهٔ القایی در لحظهٔ $t=۱۲\,ms$ برابر است با:

$$I=۴\sin(\frac{۲\pi}{۰/۰۱۶}\times ۰/۰۱۲)=۴\sin(۳\frac{\pi}{۲})=-۴A \Rightarrow |I|=۴\,A$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R} \Rightarrow ۴=\frac{\varepsilon}{۵} \Rightarrow \varepsilon=۲۰\,V$$

جریان در لحظهٔ $t=\frac{T}{۴}=\frac{۱۶}{۴}=۴\,ms$ برای اولین بار به مقدار بیشینهٔ خود می‌رسد.

۱۱۲ گزینه ۱

ظرفیت خازن را در ابتدا C در نظر می‌گیریم. میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ خازن از رابطهٔ $E=\frac{V}{d}$ به دست می‌آید. بنابراین در حالت اول E برابر است با:

$$E=\frac{V}{d}$$

پس از جدا شدن خازن از باتری، بار خازن ثابت باقی می‌ماند. با تغییر در ساختمان خازن، ظرفیت خازن و اختلاف پتانسیل دو سر آن تغییر می‌کند. ظرفیت خازن در حالت جدید برابر است با:

$$\frac{C'}{C}=\frac{\kappa'}{\kappa}\times\frac{A'}{A}\times\frac{d}{d'}=۴\times ۱\times ۲=۸ \Rightarrow C'=۸C$$

طبق رابطهٔ $V=\frac{Q}{C}$، اختلاف پتانسیل خازن در حالت جدید برحسب V برابر است با:

$$\frac{V'}{V}=\frac{Q'}{Q}\times\frac{C}{C'}=۱\times\frac{۱}{۸}=\frac{۱}{۸} \Rightarrow V'=\frac{۱}{۸}V$$

بنابراین میدان الکتریکی بین دو صفحه در حالت جدید برابر است با:

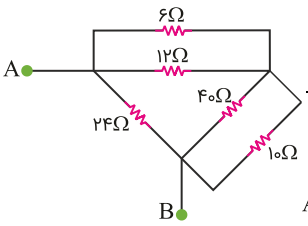
$$\frac{E'}{E}=\frac{V'}{V}\times\frac{d}{d'}=\frac{۱}{۸}\times ۲=\frac{۱}{۴}$$

۱۱۳ گزینه ۱

گام اول: باتوجه‌به شکل مقاومت‌های $۲\,\Omega$ و $۴\,\Omega$ باهم سری و مقاومت‌های $۳\,\Omega$ و $۷\,\Omega$ نیز باهم سری هستند؛ بنابراین:

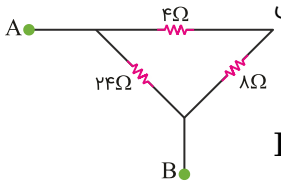
$$۲+۴=۶\,\Omega \quad , \quad ۷+۳=۱۰\,\Omega$$

گام دوم: باتوجه‌به مدار بالا، $۶\,\Omega$ و $۱۲\,\Omega$ موازی و $۱۰\,\Omega$ و $۴۰\,\Omega$ نیز موازی‌اند؛ بنابراین:



$$\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}=\frac{۱۲}{۲+۱}=۴\,\Omega \quad , \quad \frac{۴۰\times۱۰}{۴۰+۱۰}=۸\,\Omega$$

گام سوم: باتوجه‌به شکل بالا دو مقاومت $۸\,\Omega$ و $۴\,\Omega$ باهم سری و معادل آن‌ها با $۲۴\,\Omega$ موازی است.



$$R_{eq}=\frac{(۴+۸)\times۲۴}{(۴+۸)+۲۴}=\frac{۱۲\times۲۴}{۱۲+۲۴}=\frac{۲۴}{۱+۲}=۸\,\Omega$$

۱۱۴ گزینه ۳

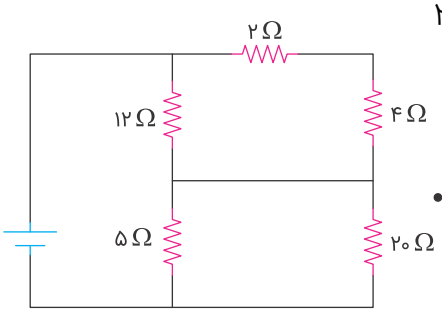
مقاومت ولت‌سنج ایده‌آل بی‌نهایت است و از آن مدار جریانی عبور نمی‌کند. (مقاومت ۲Ω که سری با ولت‌سنج است جریانی عبور نمی‌کند)

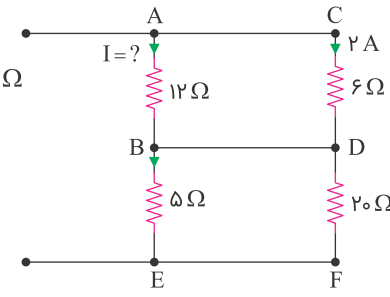
مقاومت آمپرسنج ایده‌آل صفر است و می‌توان سیم بدون مقاومت در نظر گرفت.

ساده‌شدهٔ مدار به‌صورت زیر است. ولت‌سنج اختلاف‌پتانسیل دو سر مقاومت ۴Ω را نشان می‌دهد و برابر با ۸ ولت است. درنتیجه جریان عبوری از مقاومت ۴Ω برابر با $۲A$ است. $(V=RI)$

مقاومت ۴Ω و ۲Ω سری هستند؛ پس جریان عبوری از مقاومت ۲Ω هم برابر با $۲A$ است.

مقاومت ۱۲Ω و مقاومت معادل ۴Ω و ۲Ω موازی هستند.





$$\Delta V_{AB}=\Delta V_{CD}\Rightarrow I\times۱۲=۲\times۶\Rightarrow I=۱A$$

درنتیجه جریان کل $۳A$ است. جریان بین مقاومت ۲۰Ω و ۵Ω که موازی هستند به نسبت ۵ تقسیم می‌شود.

$$\Delta V_{BE}=\Delta V_{DF}$$

$$I_{R=۵\Omega}\times۵=I_{R=۲۰\Omega}\times۲۰\Rightarrow I_{R=۵\Omega}=۴I_{R=۲۰\Omega}$$

$$\Rightarrow I_{R=۵}+I_{R=۲۰}=۳\Rightarrow I_{R=۵}=۲/۴A \quad , \quad \text{آمپرسنج}=۲/۴-۱=۱/۴A$$

۱۱۵ گزینه ۴

اضافه کردن تیغهٔ فلزی بین دو صفحهٔ خازن مانند این است که فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن را کم کنیم پس داریم:

$$\frac{C_۲}{C_۱}=\frac{\kappa_۲\varepsilon_۰\frac{A_۲}{d_۲}}{\kappa_۱\varepsilon_۰\frac{A_۱}{d_۱}}=\frac{\frac{۲}{\frac{۲}{۳}d}}{\frac{۱}{d}}=۳$$

۱۱۶ گزینه ۳

ابتدا جریان عبوری از باتری را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{r+R_{\text{لامپ}}}\xrightarrow{R_{\text{لامپ}}=nr}I=\frac{\varepsilon}{r+nr}=\frac{\varepsilon}{r(n+۱)}$$

بنابراین اختلاف‌پتانسیل دو سر باتری برابر است با:

$$V_{\text{باتری}}=\varepsilon-rI=\varepsilon-r\times(\frac{\varepsilon}{r(n+۱)})=\varepsilon(۱-\frac{۱}{n+۱})=\frac{n}{n+۱}\varepsilon$$

$$\Rightarrow\frac{V_{\text{باتری}}}{\varepsilon}=\frac{n}{n+۱}$$

۱۱۷ گزینه ۳

قبل از برقراری جریان نیرویی که فنر برای نگه‌داشتن آهنربا بر آن وارد می‌کند برابر با وزن آهنربا می‌باشد.

$$F_۱=mg\Rightarrow F_۱=۳\,N$$

پس از برقراری جریان نیرویی که باید فنر تحمل کند برابر $۳/۲\,N$ شده است و این افزایش نیرو، بدین معناست که سیم به آهنربا نیروی $۰/۲\,N$ رو به پایین وارد کرده است و بنا بر قانون سوم نیوتون، میدان مغناطیسی به سیم نیروی $۰/۲\,N$ رو به بالا وارد می‌کند پس داریم:

$$F_B=BIL\sin\alpha\Rightarrow ۰/۲=۰/۸\times I\times\frac{۵}{۱۰۰}\times۱\Rightarrow I=۵\,A$$

طبق قاعدهٔ دست راست جریان باید درون‌سو باشد.

۱۱۸ گزینه ۲

روش اول: اگر بار الکتریکی ۲۰٪ افزایش یابد، یعنی ۱/۲ برابر شده است و اگر انرژی آن ۱۶ میکروژول افزایش یابد، داریم:

$$U = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \xrightarrow{\text{ثابت C}} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2$$

$$q_2 = q_1 + 0/2q_1 \Rightarrow q_2 = 1/2q_1$$

$$\xrightarrow{U_2 = U_1 + 16\times10^{-6}\,J} \frac{U_1 + 16\times10^{-6}}{U_1} = \left(\frac{1/2q_1}{q_1}\right)^2 = (1/2)^2 \Rightarrow U_1 = \frac{4}{11}\times10^{-4}\,J$$

$$U_1 = \frac{1}{2}\frac{q_1^2}{C} \Rightarrow \frac{4}{11}\times10^{-4} = \frac{1}{2}\frac{q_1^2}{22\times10^{-6}} \Rightarrow q_1 = 40\,\mu C$$

روش دوم: انرژی در حالت دوم ۱۶ میکروژول افزایش یافته است، داریم:

$$U_2 - U_1 = 16\times10^{-6}\,J \xrightarrow{U=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}} \frac{1}{2}\frac{q_2^2}{C} - \frac{1}{2}\frac{q_1^2}{C} = 16\times10^{-6}$$

$$\xrightarrow{q_2 = 1/2q_1} \frac{1}{2C}(q_2^2 - q_1^2) = \frac{1}{2C}((1/2q_1)^2 - q_1^2)$$

$$= \frac{1}{2C}(0/44q_1^2) = 16\times10^{-6} \xrightarrow{C=22\,\mu F} \frac{1}{2\times22\times10^{-6}}(0/44q_1^2) = 16\times10^{-6}$$

$$\Rightarrow q_1 = 4\times10^{-5}\,C = 40\,\mu C$$

۱۱۹ گزینه ۲

پایستگی بار الکتریکی : $q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{40 - 60}{2} = \frac{-20}{2} = -10\,nC$

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1 q'_2|}{|q_1 q_2|} = \frac{10\times10}{60\times40} = \frac{1}{24} \Rightarrow F' = \frac{F}{24}$$

۱۲۰ گزینه ۲

در حالت اولیه میدان موازی حلقه $\Rightarrow \alpha_1 = 0 \Rightarrow \theta_1 = 90^\circ \Rightarrow \Phi_1 = 0$

در حالت دوم به اندازهٔ ۳۰° دوران داده : $\alpha_1 = 30^\circ \Rightarrow \theta_1 = 90 - 30 = 60^\circ$

$$\Phi_2 = AB\cos 60^\circ = 3\times(20\times10^{-2})^2\times0/8\times\frac{1}{2} = 0/048\,Wb$$

$$\Rightarrow \Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 0/048\,Wb$$

۱۲۱ گزینه ۴

$$?\,mol\,O = ۴۵\,g\,H_۲O \times \frac{۱\,mol\,H_۲O}{۱۸\,g\,H_۲O} \times \frac{۱\,mol\,O}{۱\,mol\,H_۲O} = ۲/۵\,mol\,O$$

$$?\,mol\,CO_۲ = ۲/۵\,mol\,O \times \frac{۱\,mol\,CO_۲}{۲\,mol\,O} = ۱/۲۵\,mol\,CO_۲$$

۱۲۲ گزینه ۴

باتوجه‌به کتاب درسی تمامی عبارت‌ها به‌درستی مطرح شده‌اند.

۱۲۳ گزینه ۱

گام اول: محاسبهٔ مقدار نمک محلول:

$$\frac{۲۵}{۱۰۰} \times ۴۰ = ۱۰\,g$$

گام دوم: محاسبهٔ مقدار آب موردنیاز برای اینکه با ۱۰ g نمک محلول سیرشده بسازد:

$$\frac{۴۰}{۱۰۰} = \frac{۱۰}{x} \Rightarrow x = ۲۵\,g \text{ آب}$$

گام سوم: محاسبهٔ مقدار آب اضافهٔ محلول:

$$۴۰\,g \text{ محلول} - ۱۰\,g \text{ نمک} = ۳۰\,g \text{ آب}$$
$$۳۰\,g \text{ آب} - ۲۵\,g \text{ آب لازم} = ۵\,g \text{ اضافه}$$

گام چهارم: محاسبهٔ زمان لازم برای تبخیر ۵ g آب:

$$۵\,g \times \frac{۱\,h}{۲\,g} = ۲/۵\,h$$

۱۲۴ گزینه ۳

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست. اتم $_{۱۶}X$ مربوط به دورهٔ ۳ و گروه ۱۶ جدول دوره‌ای عنصرها است؛ بنابراین مربوط به دستهٔ p بوده و با عنصر اکسیژن ($_۸O$) در یک گروه قرار دارند.

ب) درست. در نگاه ماکروسکوپی (مقیاس بزرگ) انرژی پیوسته بوده ولی در نگاه میکروسکوپی (مقیاس کوچک) انرژی کوانتومی یا گسسته است.

پ) نادرست. کوتاه‌ترین طول موج، یعنی بیشترین انرژی که در طیف مرئی اتم هیدروژن مربوط به انتقال الکترون از $n = ۶$ به $n = ۲$ است.

ت) درست. در میان ۸ عنصر فراوان سیاره‌های مشتری و زمین تنها عنصرهای S و O مشترک هستند.

۱۲۵ گزینه ۴

روش اول:

$$?\,L\,H_۲ = a\,g\,K \times \frac{۱\,mol\,K}{۳۹\,g\,K} \times \frac{۱\,mol\,H_۲}{۲\,mol\,K} \times \frac{۲۲/۴\,L}{۱\,mol\,H_۲} = \frac{a \times ۲۲/۴}{۳۹ \times ۲}$$

$$?\,L\,H_۲ = (a-۵)\,g\,H_۲O \times \frac{۱\,mol\,H_۲O}{۲\,mol\,H_۲O} \times \frac{۱\,mol\,H_۲O}{۲\,mol\,H_۲O} \times \frac{۲۲/۴\,L}{۱\,mol\,H_۲} = \frac{(a-۵) \times ۲۲/۴}{۱۸ \times ۲}$$

مقدار گاز هیدروژن را در حالت مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$\frac{۲۲/۴a}{۳۹ \times ۲} = \frac{(a-۵) \times ۲۲/۴}{۱۸ \times ۲} \Rightarrow \frac{a}{۳۹} = \frac{a-۵}{۱۸} \Rightarrow a \simeq ۹/۲۸$$

در رابطهٔ اول جایگذاری می‌کنیم:

$$?\,L\,H_۲ = \frac{۲۲/۴ \times a}{۳۹ \times ۲} = \frac{۲۲/۴ \times ۹/۲۸}{۳۹ \times ۲} \simeq ۲/۶۷\,L\,H_۲$$

روش دوم: مقدار هیدروژن آزادشده را در دو حالت محاسبه می‌کنیم و مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$۲K + ۲H_۲O \rightarrow ۲KOH + H_۲$$

$$\begin{matrix} K\,(\text{گرم}) & H_۲\,(\text{لیتر}) \\ ۲ \times ۳۹ & ۲۲/۴ \\ a & x \end{matrix} \Rightarrow x = \frac{۲۲/۴a}{۲ \times ۳۹}$$

$$\begin{matrix} H_۲O\,(\text{گرم}) & H_۲\,(\text{لیتر}) \\ ۲ \times ۱۸ & ۲۲/۴ \\ a-۵ & x \end{matrix} \Rightarrow x = \frac{۲۲/۴(a-۵)}{۲ \times ۱۸}$$

$$\Rightarrow \frac{۲۲/۴a}{۲ \times ۳۹} = \frac{۲۲/۴(a-۵)}{۲ \times ۱۸} \Rightarrow \frac{a}{۳۹} = \frac{a-۵}{۱۸} \Rightarrow ۱۸a = ۳۹a - ۱۹۵ \Rightarrow ۲۱a = ۱۹۵ \Rightarrow a \simeq ۹/۲۸$$

با استفاده از تناسب اول : $x = \frac{۲۲/۴a}{۲ \times ۳۹} = \frac{۲۲/۴ \times ۹/۲۸}{۲ \times ۳۹} \simeq ۲/۶۷$

۱۲۶ گزینه ۳

با یک تناسب، مقدار x را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{۲۰^\circ C} \frac{۳۰\,g\ \text{نمک}}{۱۰۰\,g\ \text{آب}} = \frac{۳x-۳\,g\ \text{نمک}}{۵x\,g\ \text{آب}} \Rightarrow \frac{x-۱}{x} = \frac{۱۰}{۲۰} \Rightarrow x = ۲$$

مقدار آب برابر $۵ \times ۲ = ۱۰\,g$ است.

۱۲۷ گزینه ۱

$$\overline{M} = M_۱ + (M_۲ - M_۱)F_۲ + (M_۳ - M_۱)F_۳$$

$$۳۶/۸ = ۳۶ + (۲)۰/۲ + (M_۳ - \cancel{M_۱}^{۳۶})۰/۱$$

$$M_۳ = ۴۰ \Rightarrow ۴۰ - ۱۸ = ۲۲$$ تعداد نوترون‌های ایزوتوپ سوم

۱۲۸ گزینه ۲

$$_{۲۴}Cr : [Ar]\,۳d^۵\ ۴s^۱ \Rightarrow \underbrace{۵(۳+۲)}_{۳d^۵} + \underbrace{۱(۴+۰)}_{۴s^۱} = ۲۹$$

$$_۹F : ۱s^۲\ ۲s^۲۲p^۵ \Rightarrow \underbrace{۲(۲+۰)}_{۲s^۲} + \underbrace{۵(۲+۱)}_{۲p^۵} = ۱۹$$

$$_{۲۲}Ti : [Ar]\,۳d^۲\ ۴s^۲ \Rightarrow \underbrace{۲(۳+۲)}_{۳d^۲} + \underbrace{۲(۴+۰)}_{۴s^۲} = ۱۸$$

$$_{۱۵}P : [Ne]\,۳s^۲۳p^۳ \Rightarrow ۲(۳+۰) + ۳(۳+۱) = ۱۸$$

$$_{۳۴}Se : [Ar]\,۳d^{۱۰}\ ۴s^۲۴p^۴ \Rightarrow ۲(۴+۰) + ۴(۴+۱) = ۲۸$$

مجموعه $n + l$ برای الکترون‌های ظرفیت در اتم دو عنصر Ti و P برابر است.

۱۲۹ گزینه ۴

در یون $_{۳۰}Zn^{۲+}$، آرایش الکترونی برای ۲۸ الکترون داریم $(\underbrace{Zn}_{e=۳۰} \rightarrow \underbrace{Zn^{۲+}}_{e=۲۸})$ و این تعداد الکترون در یون $_{۳۱}Ga^{۳+}$ دیده می‌شود.

در $^{۶۵}_{۳۰}Zn^{۲+}$ تعداد نوترون‌ها مساوی است با: $۶۵ - ۳۰ = ۳۵$ و با نوترون‌های $^{۶۴}_{۲۹}Cu^{+}$ برابر است: $۶۴ - ۲۹ = ۳۵$

۱۳۰ گزینه ۲

ترتیب پر شدن این سه زیرلایه عبارت است از $۶s \rightarrow ۴f \rightarrow ۵d$:

$$۴f^{۱۴}\ ,\ ۵d^۳\ ,\ ۶s^۲$$

$$\left.\begin{array}{l} l = ۳ \Rightarrow f : ۱۴ \text{ الکترون} \\ l = ۲ \Rightarrow d : ۳ \text{ الکترون} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\text{تعداد الکترون با } l=۳}{\text{تعداد الکترون با } l=۲} = \frac{۱۴}{۳}$$

۱۳۱ گزینه ۱

پاسخ درست به پرسش‌ها به شرح زیر است:

الف) منحنی ب) زرد پ) اکسیژن

۱۳۲ گزینه ۲

باتوجه‌به کتاب درسی گزینه‌های "۱"، "۳" و "۴" درست هستند.

بررسی گزینهٔ نادرست:

گزینهٔ ۲: زمین مانند یک جسم داغ عمل می‌کند و طول موج پرتوهای گسیل‌شده بیشتر از طول موج پرتوهای جذب‌شده است.

۱۳۳ گزینه ۳

نسبت شمار کاتیون به آنیون	نام ترکیب	نسبت شمار آنیون به کاتیون	نام ترکیب
۲	سدیم اکسید (Na_2O)	۱	لیتیم فلوئورید (LiF)
۲	پتاسیم سولفید (K_2S)	$\frac{۱}{۳}$	پتاسیم نیترید (K_3N)
$\frac{۱}{۲}$	کلسیم یدید (CaI_2)	۱	منیزیم اکسید (MgO)
$\frac{۱}{۳}$	آلومینیم برمید $(AlBr_3)$	$\frac{۲}{۳}$	کلسیم نیترید (Ca_3N_2)

۱۳۴ گزینه ۴

الف) نادرست. مدل اتمی بور فقط قادر به تفسیر طیف نشری خطی هیدروژن بوده و این مدل برای سایر عنصرها کاربرد نداشت.

ب) نادرست. بر اساس مدل اتمی بور، الکترون اتم هیدروژن در مداری دایره‌ای به دور هسته گردش می‌کند. مفهوم لایهٔ الکترونی مربوط به مدل کوانتومی اتم است.

پ) نادرست. الکترون‌های یک لایه ممکن است lهای یکسانی داشته باشند؛ برای مثال $n = ۱$ دارای گنجایش دو الکترون است که هر ۲ الکترون دارای $l = ۰$ هستند.

ت) نادرست. در ساختار لایه‌ای الکترون‌ها در تمام بخش‌های یک لایه، الکترون‌ها قرار دارند ولی در بخش‌های پررنگ‌تر احتمال حضور الکترون بیشتر است.

۱۳۵ گزینه ۳

$$I)\ BaCl_2(aq) + Na_2SO_4(aq) \rightarrow BaSO_4(s) + 2NaCl(aq) \xrightarrow{\text{در } BaSO_4} \frac{\text{شمار آنیون}}{\text{شمار کاتیون}} = ۱$$

$$II)\ 3CaCl_2(aq) + 2Na_3PO_4(aq) \rightarrow Ca_3(PO_4)_2(s) + 6NaCl(aq)$$

۱۳۶ گزینه ۱

باتوجه‌به توضیحات داده‌شده یون سوپراکسید و وانادات به ترتیب به‌صورت O_2^- و VO_3^- است، پس فرمول شیمیایی آمونیوم وانادات و منیزیم سوپراکسید به ترتیب به‌صورت NH_4VO_3 و $Mg(O_2)_2$ است.

۱۳۷ گزینه ۲

معادلهٔ انحلال:

$$M_۲SO_۴(s) \xrightarrow{\text{در آب}} ۲M^{+}(aq) + SO_۴^{۲-}(aq)$$

$$۸/۷\,g\,M_۲SO_۴ = \overset{۱}{\cancel{۵۰۰}}\,mL\ \text{محلول} \times \frac{۰/۲\,mol\,M^{+}}{\underset{۲}{\cancel{۱۰۰۰}}\,mL} \times \frac{۱\,mol\,M_۲SO_۴}{۲\,mol\,M^{+}} \times \frac{(۲x + ۹۶)\,g\,M_۲SO_۴}{۱\,mol\,M_۲SO_۴}$$

$$۸/۷ = \frac{۲x + ۹۶}{۲۰} \Rightarrow x = ۳۹$$

۱۳۸ گزینه ۳

روش اول:

$$CS_۲ = ۱۲ + (۳۲ \times ۲) = ۷۶\,g.mol^{-۱}$$

$$?\,g\,CS_۲ = ۱۶/۸\,L\ \text{گاز} \times \frac{۱\,mol\,CS_۲}{۳\,mol\ \text{گاز}} \times \frac{۷۶\,g}{۱\,mol\,CS_۲} = ۱۹\,g$$

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow ۱/۲۵ = \frac{۱۹}{V} \Rightarrow V = ۱۵/۲\,mL$$

روش دوم:

$$\begin{matrix} CS_۲\ (\text{گرم}) & \text{گاز (لیتر)} \\ ۷۶ & ۳ \times ۲۲/۴ \\ x & ۱۶/۸ \end{matrix} \Rightarrow x = ۱۹\,g \Rightarrow d = \frac{m}{V} \Rightarrow ۱/۲۸ = \frac{۱۹}{V} \Rightarrow V = ۱۵/۲\,mL$$

۱۳۹ گزینه ۱

بررسی سایر عبارت‌ها:

ب) نادرست. یون Na^{+} تک‌اتمی است. اگر این یون به‌صورت NA^{+} نوشته می‌شد، چنداتمی بود.

پ) نادرست.

$$_{۱۵}P : ۱s^{۲}\ ۲s^{۲}۲p^{۶}\ ۳s^{۲}۳p^{۳} \Rightarrow ۱۵e^{-}$$

$$_{۸}O : ۱s^{۲}\ ۲s^{۲}۲p^{۴} \Rightarrow ۸e^{-}$$

کم و زیاد نمی‌شود.

ت) نادرست. $NH_۴NO_۳$ فرمول آمونیوم نیترات است.

۱۴۰ گزینه ۳

نکته: در مسائلی که غلظت برحسب ppm داده شده است، برای سادگی در فهم و حل مسائل آن را معادل $\frac{\text{mg حل‌شونده}}{\text{۱ kg محلول}}$ در نظر بگیرید.

$$\Rightarrow \frac{۴۰۰۰ \times ۱۰^{-۳}\ \text{g Ca}^{۲+}}{۱\ \text{kg}} = ۴\ \text{g}$$

$$\Rightarrow \frac{\overset{۱}{\cancel{۴}}\ \text{g Ca}^{۲+}}{\underset{۱۰}{\cancel{۴۰}}} = \frac{\text{x g CaBr}_۲}{۲۰۰} \Rightarrow \text{x} = ۲۰\ \text{g}$$

۱۴۱ گزینه ۳

ابتدا معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$۲\text{Fe}_۲\text{O}_۳(\text{s}) + ۳\text{C}(\text{s}) \rightarrow ۴\text{Fe}(\text{s}) + ۳\text{CO}_۲(\text{g})$$

همانطور که ملاحظه می‌کنید، در این واکنش همه مواد حالت فیزیکی جامد دارند و فقط $\text{CO}_۲$ حالت گازی داشته و ظرف واکنش را ترک می‌کند.

بنابراین تفاوت جرم جامد ثانویه و جامد اولیه دقیقاً به مقدار گاز $\text{CO}_۲$ تولیدشده در این واکنش است. به عبارت دیگر کافی است بدون آنکه خودمان را درگیر محاسبات مربوط به درصد خلوص و بازده درصدی واکنش کنیم، از روی مقدار آهن تولیدشده، مقدار گاز $\text{CO}_۲$ را به دست آوریم:

$$۱۶/۸\ \text{g Fe} \times \frac{۱\ \text{mol Fe}}{۵۶\ \text{g Fe}} \times \frac{۳\ \text{mol CO}_۲}{۴\ \text{mol Fe}} \times \frac{۴۴\ \text{g CO}_۲}{۱\ \text{mol CO}_۲} = ۹/۹\ \text{g CO}_۲$$

تفاوت جرم مواد جامد ثانویه و مواد جامد اولیه $= \text{CO}_۲$ جرم تولیدشده $= ۹/۹\ \text{g}$

۱۴۲ گزینه ۱

فلز اسکاندیم با تشکیل یون سه بار مثبت $(\text{Sc}^{۳+})$ به آرایش گاز نجیب می‌رسد.

$$_{۲۱}\text{Sc}^{۳+} : \underbrace{۱\text{s}^۲\ ۲\text{s}^۲ ۲\text{p}^۶\ ۳\text{s}^۲ ۳\text{p}^۶}_{[_{۱۸}\text{Ar}]}$$

۱۴۳ گزینه ۲

باتوجه‌به مقدار دانسیتهٔ آب، وزن آب برابر با ۱۱۲۵۰ گرم خواهد شد. گرمای لازم برای به جوش آوردن این آب برابر است با:

$$q = mc\Delta\theta = ۱۱۲۵۰ \times ۴ \times (۱۰۰ - ۲۰) = ۳۶۰۰۰۰۰\,J = ۳۶۰۰\,kJ$$

باتوجه‌به اینکه ۲۰٪ از گرمای سوختن آلکان به هدر رفته، می‌توان گفت ۳۶۰۰ کیلوژول معادل ۸۰٪ گرمای سوختن آلکان است؛ بنابراین گرمای سوختن آلکان برابر خواهد بود با:

$$۳۶۰۰\,kJ \times \frac{۱۰۰}{۸۰} = ۴۵۰۰\,kJ$$

از برابری گرمای سوختن آلکان و آنتالپی سوختن معلوم می‌شود یک مول آلکان در واکنش سوختن شرکت داشته است. فرمول سوختن آلکان‌ها به‌صورت زیر است:

$$C_xH_y + (x + \frac{y}{۴})O_۲ \rightarrow xCO_۲ + (\frac{y}{۲})H_۲O$$

باتوجه‌به مقدار گرمای آزادشده به ازای یک مول کربن دی‌اکسید طی این واکنش می‌توان تعداد کربن موجود در آلکان را به دست آورد.

$$\frac{۴۵۰۰}{۶۴۳} = ۷$$

تنها آلکان موجود در گزینهٔ دوم دارای ۷ عدد کربن است.

۱۴۴ گزینه ۱

موازنه می‌کنیم:

$$Cr_۲O_۷^{۲-}(aq) + ۶I^-(aq) + ۱۴H^+(aq) \rightarrow ۳I_۲(s) + ۲Cr^{۳+}(aq) + ۷H_۲O(l)$$

باتوجه‌به معادلهٔ موازنه‌شده در بازهٔ زمانی که ۶ مول $I_۲$ تولید می‌شود، می‌بایست ۱۴ مول $H_۲O$ تولید شود.

$$۱۴\,mol\,H_۲O \times \frac{۱۸\,g}{۱\,mol\,H_۲O} = ۲۵۲\,g\,H_۲O$$

میزان تغییرات جرم $H_۲O$ باید ۲۵۲ گرم باشد.

۱۴۵ گزینه ۲

$$۱\,mol\ \text{زغال‌سنگ} \times \frac{۱۹۰۶\,g\ \text{زغال‌سنگ}}{۱\,mol\ \text{زغال‌سنگ}} \times \frac{۳۰\,kg}{۱\,g\ \text{زغال‌سنگ}} \times \frac{۰/۱۰۴\,g\,CO_۲}{۱\,kg} \times \frac{۱\,mol\,CO_۲}{۴۴\,g\,CO_۲} = x \Rightarrow x = ۱۳۵$$

۱۴۶ گزینه ۳

باتوجه‌به فرمول کلی زغال‌سنگ از سوختن هر مول از آن، ۱ مول آلایندهٔ $SO_2(g)$ تولید می‌شود. از سویی برای به دام انداختن هر مول $SO_2(g)$ به ۱ مول $CaO(s)$ نیاز است.

$$C_{135}H_{96}O_9NS(s) \rightarrow SO_2(g)$$

$$SO_2(g) + CaO(s) \rightarrow CaSO_3(s)$$

بنابراین به ازای هر مول زغال‌سنگ به ۱ مول CaO نیاز است.

$$\frac{\text{۱۰}^6\ \text{g زغال‌سنگ}}{\text{۱ × ۱۹۰۶ g زغال‌سنگ}} = \frac{?\ \text{g CaO}}{\text{۱ × ۵۶ g CaO}} \Rightarrow ? = ۲/۹۴ \times ۱۰^4 = ۲۹/۴\ \text{kg}$$

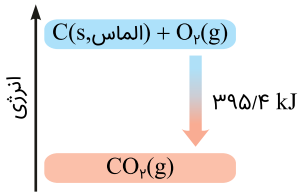
۱۴۷ گزینه ۴

$$S(s) + O_2(g) \rightarrow SO_2(g) + ۲۹۶\ \text{kJ}$$

$$\frac{\text{گرم ناخالص گوگرد} \times \frac{P}{۱۰۰}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{گرما}}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{۱\text{g} \times \frac{۶۴}{۱۰۰}}{۱ \times ۳۲} = \frac{q}{۲۹۶} \Rightarrow q = ۵/۹۲\ \text{kJ}$$

۱۴۸ گزینه ۳

$$C(\text{s , الماس}) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + ۳۹۵/۴\ \text{kJ}$$



همان طور که مشاهده می‌شود سطح انرژی فرآورده از واکنش‌دهنده‌ها کمتر است، پس فرآوردهٔ واکنش پایداری بیشتری از واکنش‌دهنده‌ها دارد.

۱۴۹ گزینه ۳

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش:

$$۲N_۲O_۵ \rightarrow ۴NO_۲ + ۱O_۲$$

$m_۱ : N_۲O_۵$ جرم اولیهٔ

$m_۲ : N_۲O_۵$ جرم مصرف‌شدهٔ

$$?\,g\,NO_۲ : m_۲\,g\,N_۲O_۵ \times \frac{۱\,mol\,N_۲O_۵}{۱۰۸\,g\,N_۲O_۵} \times \frac{۴\,mol\,NO_۲}{۲\,mol\,N_۲O_۵} \times \frac{۴۶\,g\,NO_۲}{۱\,mol\,NO_۲} = ۰/۸۵m_۲\,g\,NO_۲$$

$$?\,g\,O_۲ : m_۲\,g\,N_۲O_۵ \times \frac{۱\,mol\,N_۲O_۵}{۱۰۸\,g\,N_۲O_۵} \times \frac{۱\,mol\,O_۲}{۲\,mol\,N_۲O_۵} \times \frac{۳۲\,g\,O_۲}{۱\,mol\,O_۲} = ۰/۱۴۸m_۲\,g\,O_۲$$

جرم $N_۲O_۵$ باقی‌مانده = اختلاف جرم فرآورده‌ها

$$۰/۸۵m_۲ ۰/۱۴۸m_۲ = m_۱ m_۲ \Rightarrow ۱/۷۰۲\,m_۲ = m_۱$$

$$\text{بازدهٔ درصدی} = \frac{\text{جرم } N_۲O_۵ \text{ مصرف‌شده}}{\text{جرم } N_۲O_۵ \text{ اولیه}} \times ۱۰۰ = \frac{m_۲}{m_۱} \times ۱۰۰ = \frac{m_۲}{۱/۷۰۲m_۲} \times ۱۰۰ \simeq \%۵۸/۷$$

۱۵۰ گزینه ۴

در مقایسهٔ اندازهٔ آنتالپی سوختن دو ترکیب آلی هرچه شمار اتم‌های C و H بیشتر باشد، گرمای آزادشده بیشتر است.

از سویی گرمای آزادشده از سوختن هر اتم کربن بیشتر از گرمای آزادشده از سوختن هر اتم هیدروژن است؛ بنابراین:

گزینهٔ ۱: نادرست است. $C_۲H_۶ > C_۲H_۶O$

زیرا گرمای آزادشده از سوختن آلکان در مقایسه با الکل هم‌کربن با آن بیشتر است.

گزینهٔ ۲: نادرست است. $C_۳H_۴ < C_۳H_۸$

گزینهٔ ۳: نادرست است. $C_۳H_۶ < C_۷H_۶O_۲$

گزینهٔ ۴: درست است. شمار اتم‌های هیدروژن در گلوکز $(C_۶H_{۱۲}O_۶)$ از شمار اتم‌های هیدروژن در آسپرین بیشتر است ولی شمار اتم‌های کربن در آسپرین بیشتر است، ولی باتوجه‌به اینکه اهمیت اتم‌های C از H بیشتر است، پس گرمای آزادشده از سوختن آسپرین بیشتر است.

۱۵۱ گزینه ۳

روغن‌های مایع را به دلیل جلوگیری از تابش نور و افزایش زمان ماندگاری و کیفیت مواد غذایی در ظرف‌های مات و کدر نگهداری می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: نادرست. با حذف اکسیژن از محیط نگهداری مواد غذایی و خوراکی‌ها، می‌توان زمان ماندگاری و کیفیت مواد غذایی را افزایش داد.

گزینهٔ ۲: نادرست. با افزودن محلول سدیم کلرید به محلول نقره نیترات، رسوب سفیدرنگ سدیم کلرید به سرعت تشکیل می‌شود.

گزینهٔ ۴: نادرست. سینتیک شیمیایی، شاخه‌ای از علم شیمی است که به بررسی آهنگ تغییر شیمیایی در واکنش‌ها و عوامل مؤثر بر این آهنگ می‌پردازد.

۱۵۲ گزینه ۲

فرمول ساختاری آلکین‌ها با فرمول مولکولی $C_۵H_۸$ به‌صورت زیر است:

$$C\equiv C-C-C-C \quad \text{و} \quad C-C\equiv C-C-C \quad \text{و} \quad C\equiv C-\underset{\underset{C}{|}}{C}-C$$

۱۵۳ گزینه ۴

ابتدا باتوجه‌به درصد خلوص کلسیم کربنات، مقدار گرم ناخالصی آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{۱۰}{۱۰۰} \times ۱۰۰\,g\,CaCO_۳ = ۱۰\,g \text{ ناخالصی } CaCO_۳ \Rightarrow \text{این ۱۰ گرم وارد واکنش نمی‌شود}$$

بنابراین به‌اندازهٔ $۳۵/۲ - ۱۰ = ۲۵/۲\,g$ کلسیم اکسید جامد از واکنش در عمل تولید می‌گردد. حال به محاسبهٔ مقدار نظری کلسیم اکسید می‌پردازیم:

$$?\,g\,CaO = ۱۰۰\,g\,CaCO_۳ \times \frac{۹۰\,g\,CaCO_۳ \text{ خالص}}{۱۰۰\,g\,CaCO_۳ \text{ ناخالص}} \times \frac{۱\,mol\,CaCO_۳}{۱۰۰\,g\,CaCO_۳} \times \frac{۱\,mol\,CaO}{۱\,mol\,CaCO_۳}$$

$$\times \frac{۵۶\,g\,CaO}{۱\,mol\,CaO} = ۵۰/۴\,g\,CaO$$

$$\text{بازدهٔ درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ = \frac{۲۵/۲}{۵۰/۴} \times ۱۰۰ = ۵۰$$

۱۵۴ گزینه ۲

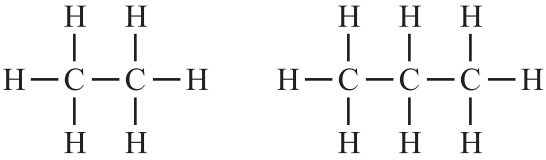
گرمای لازم برای تغییر دمای مادهٔ A از $۲۳^\circ C$ به $۴۸^\circ C$:

$$Q = mc\Delta\theta = ۱۰۰۰ \times ۰/۸ \times (۴۸ - ۲۳) = ۲۰۰۰۰\,J$$

$$?\,g\,Al = ۲۰۰۰۰\,J \times \frac{۱\,kJ}{۱۰۰۰\,J} \times \frac{۲\,mol\,Al}{۲۱۶\,kJ} \times \frac{۲۷\,g\,Al}{۱\,mol\,Al} = ۵\,g\,Al$$

۱۵۵ گزینه ۲

ساختار گستردهٔ اتان و پروپان به‌صورت زیر است:



اگر آنتالپی پیوند $C-C$ و $C-H$ را به ترتیب x و y کیلوژول در نظر بگیریم، آنگاه:

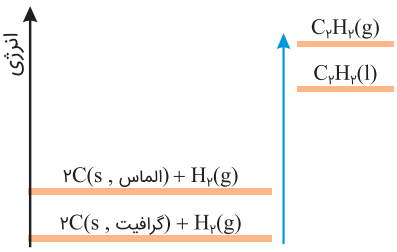
$$\left.\begin{matrix} x+۶y=۲۸۲۰ \\ ۲x+۸y=۳۹۹۲ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} -۲x-۱۲y=-۵۶۴۰ \\ ۲x+۸y=۳۹۹۲ \end{matrix}\right\} \Rightarrow -۴y=-۱۶۴۸$$

$$\Rightarrow y=۴۱۲\,,\ x=۳۴۸$$

بنابراین تفاوت آنتالپی‌های دو پیوند برابر با ۶۴ کیلوژول است.

۱۵۶ گزینه ۱

هرچه واکنش‌دهنده‌ها پایدارتر و فرآورده‌ها ناپایدارتر باشند، گرمای موردنیاز برای انجام واکنش بیشتر است.



۱۵۷ گزینه ۴

$$Al_۲(SO_۴)_۳ \rightarrow Al_۲O_۳ + ۳SO_۳$$

$$Al_۲(SO_۴)_۳ = (۲۷\times۲)+(۳۲\times۳)+(۱۶\times۱۲) = ۳۴۲\,g.mol^{-۱}$$

$$Al_۲O_۳ = (۲۷\times۲)+(۱۶\times۳) = ۱۰۲\,g.mol^{-۱} \Rightarrow (۱-x)۳۴۲ = ۱۰۲x \Rightarrow x = \frac{۳۴۲}{۴۴۴}\times۱۰۰ = \%۷۷$$

۱۵۸ گزینه ۴

واکنش اول را وارونه کرده و با واکنش دوم جمع می‌کنیم:

$$\begin{cases} N_۲(g) + ۲H_۲(g) \rightarrow N_۲H_۴(g) & \Delta H = +۹۱\,kJ \\ N_۲H_۴(g) + H_۲(g) \rightarrow ۲NH_۳(g) & \Delta H = -۱۸۳\,kJ \end{cases}$$

$$N_۲(g) + ۳H_۲(g) \rightarrow ۲NH_۳(g) \qquad \Delta H = -۹۲\,kJ$$

آنتالپی پیوند $N - H$ را برابر با x در نظر می‌گیریم:

$$(N \equiv N)(g) + ۳(H-H)(g) \rightarrow ۲(H-\underset{\displaystyle H}{\overset{\displaystyle |}{N}}-H)(g)$$

$$\Rightarrow -۹۲ = [۹۴۶ + ۳(۴۳۶)] - [۶x] \Rightarrow -۶x = -۲۳۴۶ \Rightarrow x = ۳۹۱\,kJ.mol^{-۱}$$

۱۵۹ گزینه ۲

ساده‌ترین آمین، $CH_۳ - NH_۲$ و ساده‌ترین کربوکسیلیک اسید، $H - COOH$ است؛ بنابراین معادلهٔ واکنش این دو ماده به‌صورت زیر است:

$$H-\overset{\displaystyle O}{\overset{\displaystyle ||}{C}}-O-H + H-\underset{\displaystyle H}{\overset{\displaystyle |}{N}}-CH_۳ \rightarrow H-\overset{\displaystyle O}{\overset{\displaystyle ||}{C}}-\underset{\displaystyle H}{\overset{\displaystyle |}{N}}-CH_۳ + H_۲O$$

الف) نادرست است. جرم مولی آمید تشکیل‌شده برابر با ۵۹ گرم است.

ب) درست است. در ساختار آن یک اتم H به اتم N متصل است. ازاین‌رو می‌تواند با مولکول‌های آب، پیوند هیدروژنی دهد.

پ) نادرست است.

$$\frac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{۹}{۳} = ۳$$

ت) درست است. در اسید آلی باید ۲ پیوند $C - O$ و $O - H$ و در آمین یکی از پیوندهای $N - H$ باید شکسته شود تا پیوند جدید $C - N$ در آمید تشکیل شود؛ پس مجموع آنتالپی‌های پیوند در واکنش‌دهنده‌ها از آمید بیشتر است.

۱۶۰ گزینه ۴