



حسابان

۱ ارتفاع مرکز قمر سیاره A نسبت به مرکز سیاره در سال زمینی t ام از تابع $h(t) = 3/4 + 628 \sin(\pi/14 t)$ بر حسب km به دست می‌آید؛ پس از هر چند سال زمینی این قمر در جای اول خود قرار می‌گیرد؟ ($\pi \simeq 3/14$)

(۲) ۳۱۴

(۱) ۶۲۸

(۴) ۶۲۸۰

(۳) ۳۱۴۰

۲ دوره تناوب تابع $f(x)$ برابر با ۱۰ است. دوره تناوب کدام تابع زیر برابر با ۸ است؟

(۲) $\frac{5}{4}f(x)$

(۱) $\frac{4}{5}f(x)$

(۴) $f(\frac{5}{4}x)$

(۳) $f(\frac{4}{5}x)$

۳ اگر باقی‌مانده $f(x)$ بر $(x - 8)$ برابر ۵ باشد، باقی‌مانده $f(x^3)$ بر $(x^2 + 2x + 4)$ کدام است؟

(۲) ۲۵

(۱) ۱۲۵

(۴) $\frac{1}{5}$

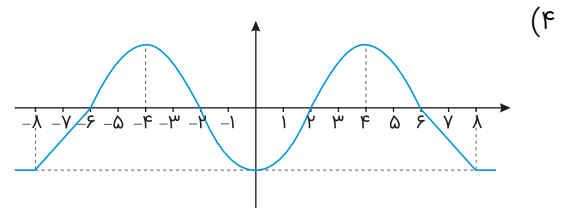
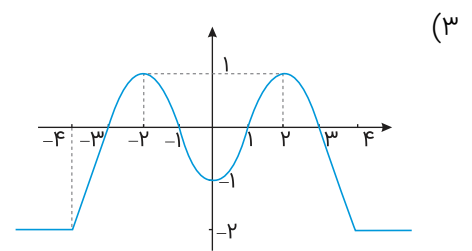
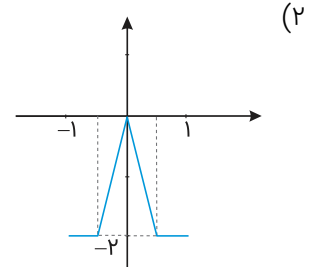
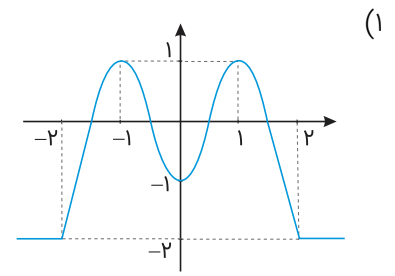
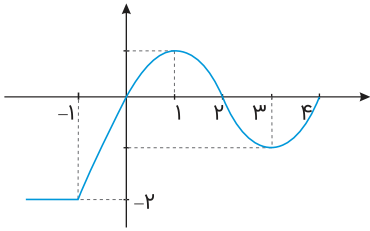
(۳) ۵

مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار



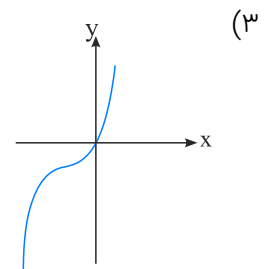
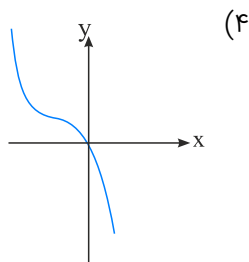
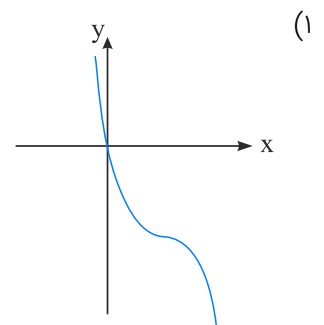
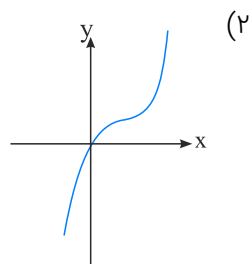
نمودار $y = f(x)$ به شکل زیر می‌باشد. نمودار $g(x) = f(3 - 2|x|)$ کدام است؟

۴



نمودار تابع $f(x) = 6x^2 - x^3 - 12x$ شبیه کدام گزینه است؟

۵



اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{(a^p x^p - 1)(a^f x^f - 1) \dots (a^{100} x^{100} - 1)}}{a^{49} x^k - 1} = -1$ ، آنگاه مقادیر a و k ، کدام‌اند؟

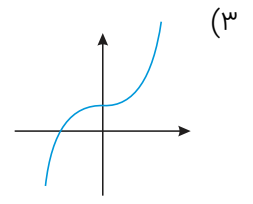
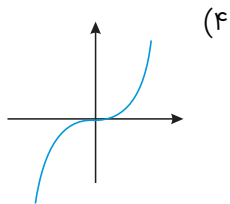
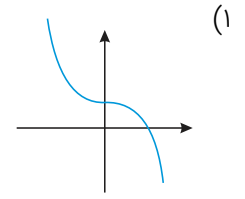
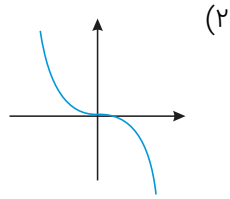
(۲) $k = 51, a = 1$

(۱) $k = 51, a = -1$

(۴) $k = 49, a = 1$

(۳) $k = 49, a = -1$

اگر در تابع $f(x) = ax^3 + bx$ داشته باشیم $f(1) = 1$ و $f(2) = 8$ ، آنگاه نمودار $f(x)$ کدام است؟



کدام تابع زیر مجانب قائم ندارد؟

(۲) $f(x) = \frac{\sin x}{x^2}$

(۱) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$

(۴) $f(x) = \frac{x}{\tan x}$

(۳) $f(x) = \frac{\tan x}{x}$

اگر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ ریشه‌های معادله درجه دوم $3x^2 + 5x - 4 = 0$ باشند، $\tan(\alpha + \beta)$ برابر است با:

(۲) $-\frac{5}{7}$

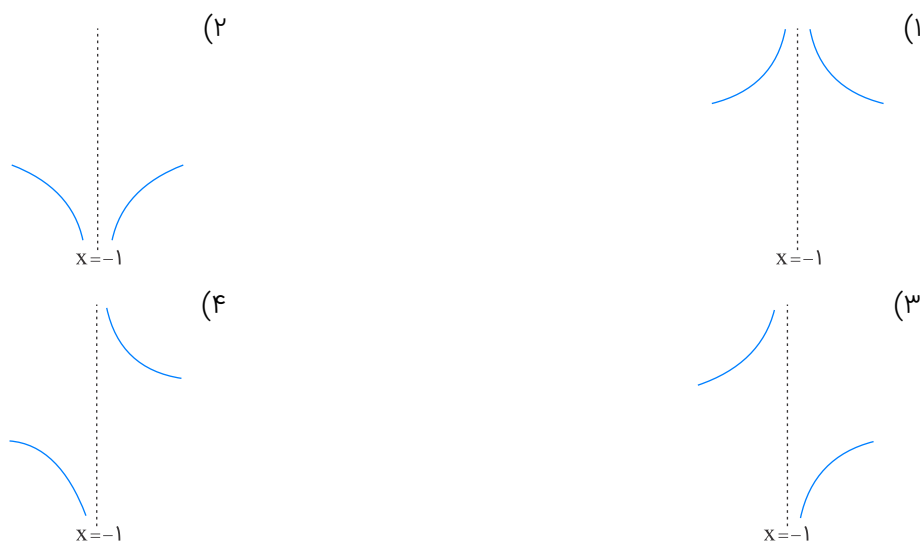
(۱) $\frac{5}{7}$

(۴) $-\frac{5}{2}$

(۳) $\frac{5}{2}$

نمودار تابع $f(x) = \frac{\cos \pi x}{x^2 - x^4}$ حوالی نقطه $x = -1$ چگونه است؟

۱۰



حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n+1} - 3^{1-2n}}{2 \times 3^n + 9^{n-1}}$ کدام است؟

۱۱

- (۱) ۳
(۲) $\frac{3}{2}$
(۳) $-\frac{1}{3}$
(۴) ۲۷

تابع $f(x) = \frac{f \sin^2 x - 1}{2 \sin^2 x - 5 \sin x + 2}$ چند مجانب قائم دارد؟

۱۲

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) بی‌شمار

در بازه‌ای که تابع با ضابطه $f(x) = |x - 2| + |x - 3|$ اکیداً نزولی است، نمودار آن با نمودار تابع $g(x) = 2x^2 - x - 10$ در چند نقطه مشترک هستند؟

۱۳

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) فاقد نقطه مشترک

حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x - 1}{x - \sin x}$ کدام است؟

۱۴

- (۱) $+\infty$
(۲) $-\infty$
(۳) -۱
(۴) ۲



۱۵

مقدار $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{4})^-} \frac{10x - 5 + [\frac{3}{x^2}]}{16x - [-\frac{2}{x^2}]}$ ، کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است)

- (۱) $-\infty$ (۲) صفر
(۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $+\infty$

۱۶

تابع نمایی $f(x) = a^{2x} + 1$ صعودی اکید و تابع لگاریتمی $g(x) = \log_b^x$ نزولی اکید است. ساده شده عبارت $A = ||a| - 1| + ||b| - 1|$ کدام است؟

- (۱) $a - b$ (۲) $a + b$
(۳) $|a| + |b|$ (۴) $|a| - |b|$

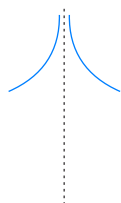
۱۷

نمودار تابع $f(x) = \frac{4x^2 - 5x}{(x - a)^2}$ ، خط مجانب افقی خود را در نقطه‌ای به طول -1 قطع می‌کند. فاصله این نقطه تا مجانب قائم تابع کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$
(۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{7}{2}$

۱۸

نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{\sin x + a}$ به ازای چه مقادیری از a در اطراف مجانب قائم آن به صورت شکل زیر است؟



- (۱) $a = \pm 1$
(۲) $a = 1$
(۳) $-1 \leq a \leq 1$
(۴) هیچ مقدار a

۱۹

در نمودار تابع $f(x) = x^2$ ، به ترتیب چهار عمل انجام می‌دهیم: انتقال ۴ واحد به طرف x های منفی- قرینه نسبت به محور x ها- دو برابر کردن برد- انتقال ۳ واحد به طرف y های منفی- معادله نمودار حاصل کدام است؟

- (۱) $y = 2x^2 - 8x - 11$ (۲) $y = 2x^2 - 16x - 29$
(۳) $y = -2x^2 - 16x - 35$ (۴) $y = -2x^2 + 16x - 35$

۲۰

مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\tan(3x) \tan(x) = 1$ ، در بازه $[\pi, 2\pi]$ ، کدام است؟

- (۱) 5π (۲) 6π
(۳) $\frac{9\pi}{2}$ (۴) $\frac{11\pi}{2}$

۲۱ نقطه $M(4, 5)$ بر یک سهمی به کانون $F(2, 2)$ قرار دارد. فاصله این نقطه تا خط هادی سهمی کدام است؟

- (۱) ۳
(۲) $\sqrt{11}$
(۳) $\sqrt{15}$
(۴) $\sqrt{13}$

۲۲ خط l و نقاط A و B در صفحه، مفروض‌اند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A و B به یک فاصله و از l به فاصله d باشند؟ ($d > 0$)

- (۱) صفر، یک یا دو
(۲) صفر، یک یا بی‌شمار
(۳) صفر، دو یا بی‌شمار
(۴) صفر، یک، دو یا بی‌شمار

۲۳ اگر دستگاه $\begin{cases} ax + y = 4 \\ x + ay = 4 \end{cases}$ جواب نداشته باشد، دستگاه $\begin{cases} -x + 2ay = 3 \\ -2y + ax = 3 \end{cases}$ چند جواب دارد؟

- (۱) جواب ندارد
(۲) بی‌شمار جواب دارد.
(۳) دو دسته جواب دارد.
(۴) یک دسته جواب دارد.

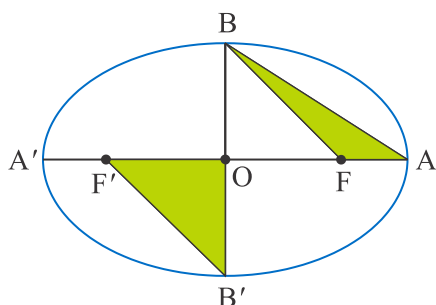
۲۴ بیضی شامل کانون‌هایی به نقاط $(1, 1)$ و $(-3, 1)$ و قطر بزرگ $2\sqrt{13}$ از کدام‌یک از نواحی مختصات می‌گذرد؟

- (۱) فقط ناحیه ۱ و ۲
(۲) فقط ناحیه ۳ و ۴
(۳) همه نواحی مختصات
(۴) نواحی ۱، ۲ و ۳

۲۵ در سهمی به معادله $x^2 - 6x + 8 = 2y$ معادله خط هادی آن کدام است؟

- (۱) $y = -\frac{3}{2}$
(۲) $y = -1$
(۳) $y = -\frac{1}{2}$
(۴) $y = \frac{1}{2}$

۲۶ اگر خروج از مرکز بیضی زیر، $\frac{3}{5}$ باشد و F و F' کانون‌های بیضی باشند، نسبت مساحت $\triangle ABF$ به مساحت مثلث $\triangle B'F'O$ کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{3}$
(۲) $\frac{2}{5}$
(۳) $\frac{4}{5}$
(۴) $\frac{1}{4}$

۲۷ اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ آنگاه A^6 با کدام گزینه برابر است؟

- (۱) $-6I$ (۲) $-27I$
 (۳) $8A$ (۴) $4A$

۲۸ چند نقطه روی دایره $C(O, r)$ وجود دارد که از دو نقطه A و B به یک فاصله هستند؟

- (۱) صفر (۲) ۱
 (۳) ۲ (۴) حداکثر ۲

۲۹ اگر دترمینان ماتریس $A_{5 \times 5}$ برابر ۲ باشد، دترمینان ماتریس A^3 کدام است؟

- (۱) ۴۸۵ (۲) ۴۸۶
 (۳) ۴۸۷ (۴) ۴۸۸

۳۰ اگر $A^2 = A$ باشد، حاصل $(A^3 - I)^{2n}$ کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

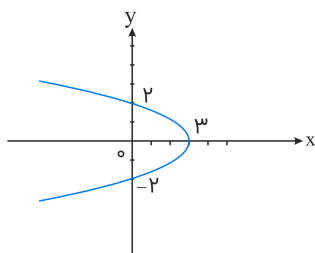
- (۱) $A - I$ (۲) $I - A$
 (۳) $n(A - I)$ (۴) $n(I - A)$

۳۱ اگر $A = \begin{bmatrix} |A| & |A| \\ 3 & 2|A| \end{bmatrix}$ باشد، $|A|$ کدام است؟

- (۱) ۰ و ۲ (۲) ۰ و ۱
 (۳) ۱ و ۲ (۴) ۳ و ۵

۳۲ معادله خط هادی سهمی زیر کدام است؟

- (۱) $x = 6$
 (۲) $x = 5$
 (۳) $x = 4$
 (۴) $x = \frac{10}{3}$

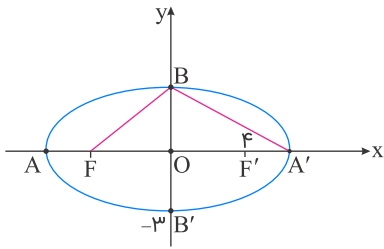


۳۳ به ازای کدام مقدار a دستگاه $\begin{cases} ax + (a+1)y = 5 \\ 4x + 3ay = a+8 \end{cases}$ بی‌شمار جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲
 (۳) ۳ (۴) ۴

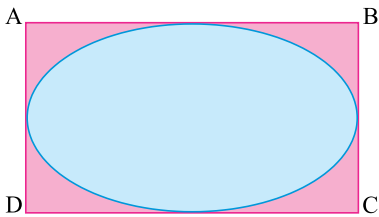


۳۴ در شکل زیر، قطر بزرگ بیضی روی محور xها و قطر کوچک بیضی روی محور yها قرار دارد، مساحت مثلث $A'BF'$ کدام است؟



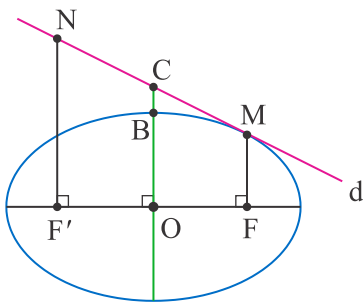
- (۱) $\frac{15}{2}$
- (۲) $\frac{27}{2}$
- (۳) ۶
- (۴) ۱۲

۳۵ در شکل زیر، یک بیضی به خروج از مرکز $\frac{\sqrt{8}}{3}$ درون یک مستطیل محاط شده است. طول قطر این مستطیل، چندبرابر عرض مستطیل است؟



- (۱) $\sqrt{3}$
- (۲) $2\sqrt{10}$
- (۳) $\sqrt{7}$
- (۴) $\sqrt{2}$

۳۶ در بیضی زیر، قطر بزرگ $\frac{3}{2}$ قطر کوچک است. خط d در نقطه M بر بیضی مماس شده است. نسبت $\frac{BC}{OC}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{1}{4}$
- (۴) $\frac{1}{5}$

۳۷ اگر $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ و $B = [b_{ij}]_{2 \times 3}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس $A - \frac{B}{4}$ کدام است؟

- (۱) ۰
- (۲) -۹
- (۳) ۱
- (۴) -۱

۳۸ دایره $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 16$ روی خط $x - 2y - 3 = 0$ وتری جدا می‌کند. معادله قطری از دایره که منصف این وتر باشد، کدام است؟

- (۱) $y = 2x - 5$
- (۲) $2y = x - 4$
- (۳) $y = 3 - 2x$
- (۴) $y = 2x - 3$

برای ماتریس $A_{m \times n}$ داریم $A = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۰ & n \\ m-۲ & ۲ \end{bmatrix}$ کدام گزینه صحیح است؟

$$a_{ii} = ۴ - ۲i \quad (۲)$$

$$n > m \quad (۴)$$

$$a_{۲۱} + a_{۱۲} = a_{۱۱} + a_{۲۲} \quad (۱)$$

$$a_{۱۱}^۲ - ma_{۳۲} = -a_{۲۲} \quad (۳)$$

دو اشعه که به موازات محور y ها بر سهمی $x^۲ - ۴y - ۶x + ۲۱ = ۰$ می‌تابند، پس از بازتاب در یک نقطه متقاطع‌اند، فاصله این نقطه از مبدأ مختصات کدام است؟

$$۴ \quad (۲)$$

$$۴\sqrt{۲} \quad (۴)$$

$$۳\sqrt{۲} \quad (۱)$$

$$۵ \quad (۳)$$

ریاضیات گسسته

مجموعه همه کلاس‌های هم‌نهستی به پیمانه ۵ به صورت $\{[۰], [a], [۲a], [a^۲], [a^۳]\}$ است. مقدار a کدام است؟

$$۲ \quad (۲)$$

$$۴ \quad (۴)$$

$$۱ \quad (۱)$$

$$۳ \quad (۳)$$

از رابطه $a \mid ۳b^۲$ چندتا از گزاره‌های زیر را می‌توان نتیجه‌گیری کرد؟

الف) $b^۲ \mid ۵a$ ب) $۵b \mid a^۲$ ج) $b \mid a^۵$

$$۱ \quad (۲)$$

$$۳ \quad (۴)$$

$$\text{هیچ} \quad (۱)$$

$$۲ \quad (۳)$$

با حذف ۱۸ یال از گراف کاملی درجه هر رأس دقیقاً دو واحد کاهش می‌یابد و گراف G به دست می‌آید. گراف G چند منتظم است؟

$$۱۶ \quad (۲)$$

$$۱۸ \quad (۴)$$

$$۱۵ \quad (۱)$$

$$۱۷ \quad (۳)$$

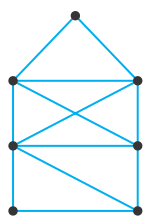
اگر m تعداد یالی باشد که با حذف آن‌ها بتوان گراف زیر را به یک $C_۷$ تبدیل نمود، تعداد یال‌هایی که لازم است یک P_m را به K_m تبدیل کرد، کدام است؟

$$۳ \quad (۱)$$

$$۴ \quad (۲)$$

$$۵ \quad (۳)$$

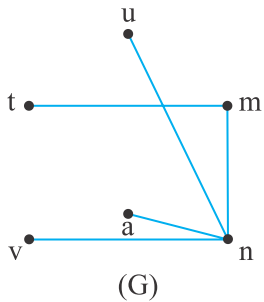
$$۶ \quad (۴)$$



(G)

گراف G به شکل زیر است. در گراف \bar{G} چند $u - v$ مسیر وجود دارد؟

۴۵



۴ (۱)

۶ (۲)

۸ (۳)

۱۰ (۴)

گراف K_{15} چند یال بیشتر از گراف P_{15} دارد؟

۴۶

۹۱ (۲)

۹۲ (۱)

۷۹ (۴)

۸۵ (۳)

به ازای چند مقدار طبیعی و دورقمی x ، عبارت $5x^2 - 1$ مضرب ۴ است؟

۴۷

۳۰ (۲)

۷۵ (۱)

۴۵ (۴)

۲۰ (۳)

اگر باقی‌مانده تقسیم A بر ۱۳ برابر ۱۰ باشد، باقی‌مانده تقسیم $A^3 - 2A$ بر ۱۳ کدام است؟

۴۸

۲ (۲)

صفر (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

اگر $5a + 7b \mid 11$ ، آنگاه باقی‌مانده تقسیم $27a + 40b$ بر ۱۱ کدام است؟

۴۹

۱ (۲)

صفر (۱)

۵ (۴)

۳ (۳)

در گراف G با مجموعه رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ ، اگر $N_G(a) = \{b, c\}$ و $\deg(f) = 1$ حداکثر تعداد یال‌ها کدام است؟

۵۰

۹ (۲)

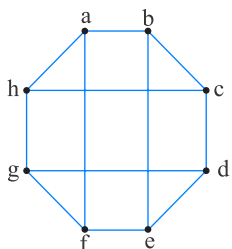
۸ (۱)

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

گراف زیر چند دور به طول ۶ دارد؟

۵۱



۴ (۱)

۶ (۲)

۱۲ (۳)

۱۶ (۴)

۵۲ اگر عبارت $7^{k+1} + 7^{86^{20}}$ بر ۲۵ بخش پذیر باشد، کدام گزینه می تواند باشد؟

- (۱) ۰
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

۵۳ چند گراف دو منتظم مرتبه ۸ داریم؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

۵۴ اگر $[3x + 1] = 4$ و $[2x + 1] = 2$ ، آنگاه x کدام بازه می تواند باشد؟

- (۱) $[0, \frac{2}{3}]$
(۲) $(0, \frac{2}{3}]$
(۳) $(\frac{2}{3}, \frac{3}{2}]$
(۴) $(\frac{2}{3}, 1)$

۵۵ اگر a عددی صحیح و فرد باشد و $2|a + b$ ، در این صورت باقی مانده تقسیم $5 + b^2 + a^2$ بر ۸ کدام است؟

- (۱) ۷
(۲) ۶
(۳) ۵
(۴) ۴

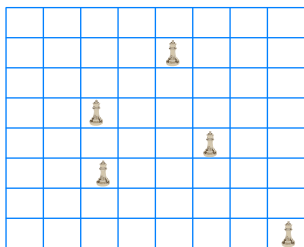
۵۶ به ازای هر عدد طبیعی $a \leq n$ دو عدد $7 + 2n$ و $3 - 11n$ نسبت به هم اول اند. بیشترین مقدار a به طوری که مربع کامل باشد کدام است؟

- (۱) ۲۵
(۲) ۱۶
(۳) ۴۹
(۴) ۳۶

۵۷ عدد $22^8 - 14^8 - 36^8$ بر کدام گزینه بخش پذیر است؟

- (۱) ۵۰۴
(۲) ۷۹۲
(۳) ۳۰۸
(۴) ۹۰۲

۵۸ اگر ۵ مهره وزیر را به صورت زیر در یک صفحه شطرنج قرار دهیم، چند خانه پوشش داده نمی شوند؟ (مورد تهدید قرار نمی گیرند؟)



- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۶

۵۹ مجموع ارقام کوچک ترین عدد سه رقمی x به طوری که $15 \equiv 34x + 2 \pmod{25}$ برابر کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۷
(۳) ۸
(۴) ۹

فرض کنید n عدد صحیح و P گزاره " $5n + 8$ عددی فرد است" باشد، کدام گزینه را می‌توان به جای Q قرار داد تا گزاره $P \Leftrightarrow Q$ یک گزاره درست باشد؟

(۲) $n^2 + n - 6$ عددی زوج است.

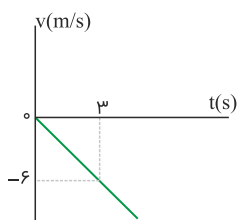
(۱) $13n - 1$ عددی فرد است.

(۴) $n + 4$ عددی زوج است.

(۳) $17n$ عددی فرد است.

فیزیک

شکل زیر، نمودار سرعت- زمان متحرکی است که روی محور x حرکت می‌کند. مسافتی که متحرک در ۵ ثانیه اول پیموده است، چند متر است؟



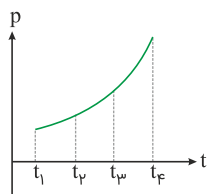
(۱) ۱۰

(۲) ۲۱

(۳) ۲۵

(۴) ۲۹

نمودار تغییرات تکانه جسمی بر حسب زمان مطابق شکل زیر است. در کدام لحظه نیروی خالص وارد بر جسم به بیشترین مقدار می‌رسد؟



(۱) t_1

(۲) t_2

(۳) t_3

(۴) t_4

نردبانی به جرم 16 kg به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه دارد و پایه آن روی سطح افقی در آستانه سُرخوردن است. اگر نیرویی که در این حالت از طرف نردبان به سطح افقی وارد می‌شود 200 N باشد، ضریب اصطکاک ایستایی نردبان با این سطح چقدر است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

(۲) $\frac{3}{5}$

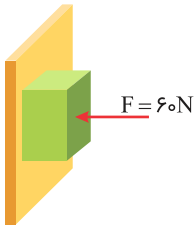
(۴) $\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{2}{5}$

جسمی به جرم 3 kg را مطابق شکل با نیروی افقی 60 N به دیوار فشرده‌ایم و جسم در حال تعادل است. نیرویی که از طرف دیوار به جسم وارد می‌شود چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

۶۴

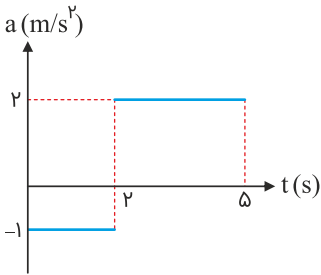


(۱) ۶۰

(۲) $60\sqrt{2}$ (۳) $30\sqrt{3}$ (۴) $30\sqrt{5}$

نمودار شتاب-مکان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در لحظه $t = 0$ از مبدأ مکان با سرعت 4 m/s عبور کند، سرعت متوسط آن در بازه‌ای که حرکت آن کندشونده است، چند متر بر ثانیه است؟

۶۵



(۱) ۶

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۵

طول آونگ A برابر با 80 cm و طول آونگ B برابر با 45 cm است. در مدتی که آونگ A، تعداد ۱۲ نوسان کامل انجام می‌دهد، آونگ B چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟

۶۶

(۲) ۹

(۱) ۱۶

(۴) ۴

(۳) ۸

حداکثر نیروی کشش قابل تحمل یک نخ 40 نیوتون است. به انتهای این نخ، وزنه 5 کیلوگرمی متصل می‌کنیم. این وزنه را با چه شتابی از حال سکون در راستای قائم حرکت دهیم تا نخ پاره نشود؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

۶۷

(۲) $a \geq 2 \text{ m/s}^2$ به سمت پایین(۱) $a \geq 2 \text{ m/s}^2$ به سمت بالا(۴) $a \leq 0.5 \text{ m/s}^2$ به سمت پایین(۳) $a \geq 0.5 \text{ m/s}^2$ به سمت بالا

امواج فراصوت و امواج فرابنفش، هر دو

۶۸

(۱) در خلأ منتشر می‌شوند و هر دو، موج عرضی هستند

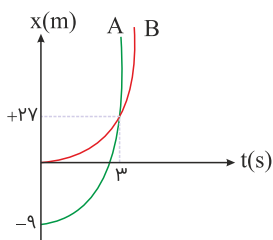
(۲) حامل انرژی‌اند؛ ولی اختلاف سرعت آن‌ها خیلی زیاد است

(۳) حامل انرژی‌اند و هر دو، موج الکترومغناطیسی هستند

(۴) در خلأ منتشر می‌شوند؛ ولی اولی موج طولی و دومی موج عرضی است



نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B که از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کنند مطابق شکل است. در لحظه $t = ۸s$ چند متر جلوتر از متحرک B قرار دارد؟



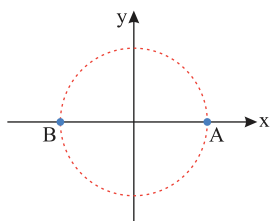
(۱) ۵۵

(۲) ۱۲۸

(۳) ۷۲

(۴) ۹۶

ذره‌ای به جرم $۰/۲ \text{ kg}$ با اندازه سرعت ثابت ۵ m/s بر مسیر دایره‌ای شکل، مطابق شکل، حرکت می‌کند در حرکت از نقطه A تا نقطه B، تغییر اندازه حرکت (تکانه) جسم چند $\text{kg}\cdot\text{m/s}$ است؟



(۱) ۲

(۲) ۱

(۳) $\sqrt{۲}$

(۴) صفر

اگر با ثابت ماندن جرم یک گلوله، انرژی جنبشی آن ۷۵ درصد کاهش یابد، اندازه تکانه آن چند درصد کاهش می‌یابد؟

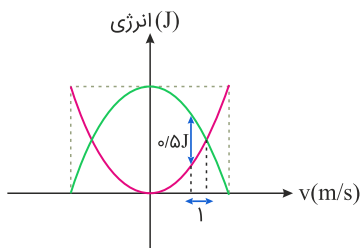
(۲) ۲۵

(۱) ۲۰

(۴) ۷۵

(۳) ۵۰

نمودار انرژی‌های پتانسیل و جنبشی نوسانگری به جرم ۱۰۰ g بر حسب سرعت آن، مطابق شکل زیر است. بیشینه سرعت نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟



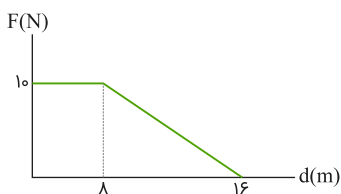
(۱) $۲\sqrt{۲}$

(۲) ۴

(۳) $۳\sqrt{۲}$

(۴) ۵

نمودار نیرو- مکان جسمی به جرم ۵ kg که از حالت سکون شروع به حرکت کرده مطابق شکل زیر است. تکانه جسم پس از ۱۶ m جابه‌جایی چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟



(۱) $۳۰\sqrt{۲}$

(۲) ۴۸

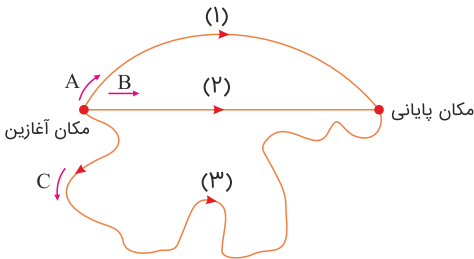
(۳) ۱۲۰

(۴) $۲۰\sqrt{۳}$

۷۴ بسامد نوسانات آونگی در سطح کره زمین برابر با f_1 است. چند برابر شعاع زمین از سطح زمین فاصله بگیریم تا بسامد نوسانات آونگ ۷۵ درصد تغییر کند؟

- (۱) یک برابر
(۲) دو برابر
(۳) سه برابر
(۴) ۸ برابر

۷۵ مطابق شکل سه متحرک A، B و C از مسیرهای (۱)، (۲) و (۳) از نقطه آغازین خود را به نقطه پایانی می‌رسانند. اگر تندی متوسط هر سه با هم برابر باشد، کدام مقایسه در مورد بزرگی سرعت متوسط آن‌ها درست است؟



$$(1) \quad v_{av}(B) > v_{av}(A) > v_{av}(C)$$

$$(2) \quad v_{av}(A) = v_{av}(B) = v_{av}(C)$$

$$(3) \quad v_{av}(C) > v_{av}(A) > v_{av}(B)$$

$$(4) \quad v_{av}(B) = v_{av}(A) < v_{av}(C)$$

۷۶ طناب همگنی با چگالی طولی 60 g/m با نیروی 240 N کشیده شده است و در آن موج عرضی با بسامد 50 Hz و دامنه 2 cm منتشر شده است. در مدت زمانی که در یک نقطه از طناب در اثر ارتعاش مسافت یک متر را طی می‌کند. موج در محیط چند متر پیشروی می‌کند؟

- (۱) ۲۰
(۲) ۱۵
(۳) ۱۰
(۴) $5\sqrt{10}$

۷۷ نقطه‌ای را بین خط واصل کره ماه و کره زمین تصور کنید که اگر جسمی در آنجا قرار گیرد، اندازه نیرویی که از طرف زمین بر جسم وارد می‌شود، ۹ برابر اندازه نیرویی است که از طرف ماه بر جسم وارد می‌شود. فاصله این نقطه تا مرکز کره زمین چند برابر فاصله این نقطه تا مرکز کره ماه است؟ (جرم کره زمین را ۸۱ برابر جرم کره ماه در نظر بگیرید)

- (۱) ۳
(۲) ۹
(۳) $\frac{1}{3}$
(۴) $\frac{1}{9}$

۷۸ اتومبیلی با شتاب ثابت ۲ متر بر مجذور ثانیه، در جاده‌ای افقی حرکت می‌کند. در لحظه‌ای که سرعت اتومبیل ۱۲ متر بر ثانیه است، موتورسیکلتی که با سرعت ثابت ۲۰ متر بر ثانیه حرکت می‌کند از آن سبقت می‌گیرد. چند ثانیه بعد، اتومبیل از موتورسیکلت سبقت می‌گیرد؟

- (۱) ۸
(۲) ۱۲
(۳) ۱۰
(۴) ۶

(۱) منشأ امواج الکترومغناطیسی و مکانیکی متفاوت است.

(۲) در موج طولی، راستای نوسان ذرات عمود بر راستای انتشار موج است.

(۳) در موج عرضی، راستای نوسان ذرات هم‌راستا با راستای انتشار موج است.

(۴) موج مکانیکی در خلأ نیز منتشر می‌شود.

۸۰ دو کره فلزی هم‌جرم A و B با شعاع‌های r_A و r_B ($r_A = 2r_B$) از ارتفاع زیادی نسبت به سطح زمین از یک نقطه و هم‌زمان در هوا رها می‌شوند. چند مورد از عبارتهای زیر در مورد حرکت دو کره درست است؟ (مقاومت هوا در حرکت هر جسم ثابت فرض شده است)

(الف) نیروی مقاومت هوا در مقابل حرکت B از A بیشتر است.

(ب) شتاب حرکت A از B کمتر است.

(پ) تندی برخورد کره A به سطح زمین کمتر از کره B است.

(ت) مدت‌زمان حرکت A بیشتر از مدت‌زمان حرکت B است.

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

شیمی

۸۱ کدام گزینه درست است؟

(۱) ذره‌های سازنده کلوئیدها، ذره‌های ریزماده هستند.

(۲) لکه چربی بر روی پارچه‌های پلی‌استر، آسان‌تر از پارچه‌های نخی پاک می‌شود.

(۳) قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب دریا و آب چشمه یکسان است.

(۴) رنگ پوششی، شیر، زله و سس مایونز، نمونه‌هایی از کلوئیدها هستند.

۸۲ چند مورد از موارد زیر درباره اتیلن گلیکول درست هستند؟

(الف) جزء ترکیبات آلی زنجیری است که دارای یک گروه عاملی است.

(ب) در استون به صورت محلول درمی‌آید و در دمای اتاق مایع است.

(پ) دمای جوش آن از اتانول بیشتر است.

(ت) در محلول حاوی اتیلن گلیکول و هیدروکلریک اسید، پیوند هیدروژنی وجود دارد.

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)



(۱) مواد قطبی و ناقطبی به ترتیب در حلال‌های قطبی و ناقطبی حل می‌شوند.

(۲) در صورتی حل‌شونده در حلال حل می‌شود که میان ذره‌های سازنده حل‌شونده با مولکول‌های حلال، جاذبه‌ای حداقلی ایجاد شود.

(۳) در صورت عدم انحلال حل‌شونده، ذرات حل‌شونده کنار هم باقی می‌مانند و در حلال پخش نمی‌شوند.

(۴) اتیلن گلیکول و اوره که هر دو دارای مولکول‌های قطبی هستند در آب حل می‌شوند.

..... همانند روغن زیتون، است.

(۱) وازلین - شامل دو عنصر در ساختار مولکولی

(۲) اوره - از سه عنصر تشکیل شده

(۳) اتیلن گلیکول - در آب محلول

(۴) ویتامین (آ) - در آب نامحلول

کدام یک از گزینه‌های زیر، در ارتباط با واکنش اکسایش- کاهش درست است؟

(۱) معادله واکنش بین روی و فلئور به صورت $[Zn]^{2+}$, $2[:\ddot{F}:]^{-}$ → $:\ddot{F}-\ddot{F}:$ + Zn است، که در این واکنش هر اتم روی یک الکترون از دست می‌دهد.

(۲) در واکنش تشکیل پتاسیم فلئورید، یک ترکیب کووالانسی از بین می‌رود و یک ترکیب یونی تولید می‌شود.

(۳) در واکنش تشکیل آهن (III) اکسید، تعداد الکترون‌های مبادله شده توسط هر اتم آهن $\frac{2}{3}$ برابر تعداد الکترون‌های مبادله شده توسط هر اتم اکسیژن است.

(۴) در واکنش موازنه‌شده سوختن لیتیم، دو مول فرآورده تولید می‌شود و هر اتم اکسیژن با گرفتن یک الکترون کاهش می‌یابد.

پاک‌کننده صابونی و غیرصابونی از طرف سر با لکه چربی برهم‌کنش داده و سمت آن توسط آب، آبیوشیده می‌شود.

(۱) مثبت، منفی

(۲) خنثی، منفی

(۳) منفی، خنثی

(۴) خنثی، مثبت

در سلول الکتروشیمیایی روی-نقره، اگر به اندازه $10^{22} \times \frac{3}{01}$ اتم از تیغه آند رها شده باشد و فرض شود تمام رسوب حاصل، روی کاتد بنشیند، چند گرم به جرم تیغه کاتد افزوده می‌شود؟ ($Zn = 65$, $Ag = 108 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۵/۴

(۲) ۱۶/۲۵

(۳) ۱۰/۸

(۴) ۴/۱۲۵

pH یک محلول ۰/۵ مولار اسید قوی H_2A که معادله یونش آن در آب به صورت $H_2A(aq) \rightarrow 2H^+(aq) + A^{2-}(aq)$ است، بعد از واکنش با سدیم هیدروکسید ۰/۵ مولار، دو واحد افزایش یافته است. نسبت حجم سدیم هیدروکسید به اسید تقریباً برابر است با: (نمک حاصل‌شده خاصیت اسیدی یا بازی ندارد)

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۰/۵

(۴) ۵

چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

- (الف) در باتری‌های لیتیومی از محلول آبی غلیظ لیتیم کلرید به عنوان الکترولیت استفاده می‌شود.
 (ب) سالانه از میلیاردها باتری لیتیومی درون دستگاه‌های الکترونیکی در سرتاسر جهان استفاده می‌شود.
 (پ) در هر تن آب دریاچه قم بیش از ۲۰۰ گرم لیتیم وجود دارد.
 (ت) لیتیم دارای کمترین چگالی و E° بین فلزها است و همه باتری‌های دگمه‌ای از نوع لیتیومی هستند.

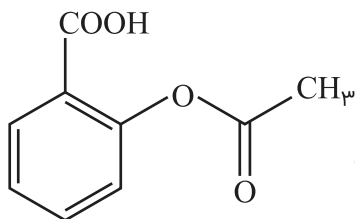
- (۱) ۲
 (۲) ۴
 (۳) ۱
 (۴) ۳

کدام عبارت‌ها درست هستند؟

- (الف) پتانسیل یک نیم‌سلول را به طور جداگانه می‌توان اندازه‌گیری کرده و موقعیت آن را در سری الکتروشیمیایی تعیین کرد.
 (ب) پتانسیل استاندارد نیم‌سلول‌ها در فشار ۱ atm و غلظت ۱ مولار از محلول الکترولیت‌ها اندازه‌گیری شده است.
 (پ) پتانسیل کاهش استاندارد آلومینیوم کمتر از منگنز بوده و این نشان می‌دهد که Al کاهنده‌تر از Mn است.
 (ت) با استفاده از نیم‌سلول استاندارد هیدروژن، شیمی‌دان‌ها توانستند پتانسیل همه نیم‌سلول‌ها را اندازه‌گیری کنند.

- (۱) ب - پ
 (۲) ب - ت
 (۳) الف - ت
 (۴) الف - پ

چند مورد از مطالب زیر در مورد ترکیبی با فرمول ساختاری داده شده، درست بیان شده است؟
 ($C = 12, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1}$)



- ۶۰ درصد جرمی آن را عنصر کربن تشکیل داده است.
 - در ساختار لوویس آن تعداد ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.
 - گروه عاملی موجود در ساختار این ترکیب با گروه‌های عاملی موجود در ساختار چربی متفاوت است.
 - جرم مولی آن ۳ برابر جرم مولی اسید موجود در سرکه خوراکی است.

- (۱) ۲
 (۲) ۳
 (۳) ۴
 (۴) صفر

برای تهیه ۲۸۰ کیلوگرم آهن مذاب در واکنش ترمیت به چند کیلوگرم سنگ معدن آلومینیوم (اکسید آلومینیوم ناخالص) با درصد خلوص ۶۰٪ برای برقکافت در فرآیند هال نیاز است؟ ($Fe = 56, Al = 27, O = 16 : g.mol^{-1}$)

- (۱) ۱۷۰۰
 (۲) ۴۲۵
 (۳) ۱۵۳
 (۴) ۱۰۵۰

در واکنش موازنه‌نشده $Mg(s) + O_2(g) \rightarrow MgO(s)$ ، شمار الکترون مبادله‌شده کدام است؟

۹۳

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۴
(۴) صفر

میزان چسبندگی لکه‌های چربی روی پارچه‌های گوناگون بوده و با دما و استفاده از صابون‌های، میزان درصد لکه‌های باقی‌مانده کاهش می‌یابد.

۹۴

- (۱) متفاوت - افزایش - بدون آنزیم
(۲) یکسان - کاهش - بدون آنزیم
(۳) یکسان - کاهش - آنزیم‌دار
(۴) متفاوت - افزایش - آنزیم‌دار

در آبکاری یک قطعه فولادی 20 kg ، یک بار از یک لیتر محلول ۱ مولار کروم (III) و الکتروود کروم در آند و بار دیگر از یک لیتر محلول ۱ مولار یون نقره استفاده شده است. با عبور $2/5$ مول الکترون از هر دو محلول، تفاوت جرم دو قطعه آبکاری‌شده به تقریب چند گرم است؟ ($Cr = 52$, $Ag = 108$: g.mol)

۹۵

- (۱) $58/5$
(۲) $227/5$
(۳) $36/4$
(۴) 225

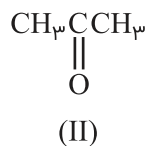
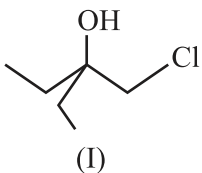
کدام گزینه زیر نادرست است؟

۹۶

- (۱) گل‌ولای آب مانند چربی روی لباس نوعی آلاینده به شمار می‌آید.
(۲) برای حل شدن، حل‌شونده در حلال نیاز به نیروی دافعه بین ذره‌های حل‌شونده و مولکول‌های حلال داریم.
(۳) عسل در ساختار خود دارای گروه‌های هیدروکسیل است و ماده‌ای قطبی به شمار می‌آید.
(۴) گروه عاملی اسیدهای چرب ($-\text{COOH}$) است.

ترکیب‌های (I) و (II) را در نظر بگیرید و بگویید چند جمله از جمله‌های زیر درست است؟

۹۷



- الف) مجموع عددهای اکسایش اتم‌های کربن در ترکیب (II) برابر (-۴) است.
ب) در ترکیب (I) اتم کربن متصل به اکسیژن عدد اکسایش (+۱) دارد.
ج) برخلاف ترکیب (I)، ترکیب (II) فاقد اتم کربن با عدد اکسایش (-۲) است.
د) در ترکیب (I) نیمی از اتم‌های کربن عدد اکسایش (-۲) دارند.



- (۱) ۴
(۲) ۳
(۳) ۲
(۴) ۱

باتوجه به داده‌های جدول زیر، دربارهٔ اسیدهای ضعیف HA و HB مقدار x چند برابر b است؟

۹۸

مولاریته	درصد تفکیک	pH	اسید ضعیف
b	۷/۲%	a	HA
x	۱/۸%	a + ۱	HB

۰/۶ (۲)

۰/۳ (۱)

۰/۵ (۴)

۰/۴ (۳)

pH محلول سیرشدهٔ اسید HA، جرم مولی ۱۸۰ گرم، برابر با ۲/۶ است. انحلال‌پذیری تقریبی این اسید در هر ۱۰۰ گرم آب را محاسبه کنید. ($K_{a(HA)} = ۳ \times ۱۰^{-۴}$ و چگالی محلول $۱ \text{ g.mL}^{-۱}$)

۹۹

۰/۳۲ (۲)

۰/۴۵ (۱)

۰/۴۲۵ (۴)

۰/۳۶ (۳)

سلامت و بهداشت در اهمیت بسیاری دارد و در راستای ارتقای آن نقش پررنگی ایفا می‌کنند.

۱۰۰

(۲) شاخص امید به زندگی - پاک‌کننده‌ها و شوینده‌ها

(۱) بهبود پاک‌کننده‌ها - دانشمندان

(۴) شاخص امید به زندگی - دانشمندان

(۳) بهبود پاک‌کننده‌ها - تکنولوژی





استاد علیرضا افشار

”همایش ها“

@hamayesh_dr_afshar



گزینه ۴

۱

برای خواسته سؤال باید دوره تناوب تابع را به دست آوریم؛ چراکه بعد از دوره تناوب سال قمر در جای اول خود قرار می‌گیرد:

$$T = \frac{2\pi}{\frac{1}{1000}} = 2000\pi \simeq 2000 \times 3/14 = 6280 \text{ سال}$$

گزینه ۴

۲

نکته: اگر دوره تناوب تابع $f(x)$ برابر با T باشد، دوره تناوب تابع $kf(ax)$ برابر با $\frac{T}{|a|}$ است.

$$T = 10 \Rightarrow \begin{cases} ۱) \frac{f}{5} \Rightarrow T = 10 \\ ۲) \frac{5}{f} \Rightarrow T = 10 \\ ۳) f\left(\frac{f}{5}\right) \Rightarrow T = \frac{10}{\frac{f}{5}} = \frac{50}{f} = \frac{25}{2} \\ ۴) f\left(\frac{5}{f}\right) \Rightarrow T = \frac{10}{\frac{5}{f}} = 2f = 8 \end{cases}$$

گزینه ۳

۳

باتوجه به مسئله $f(8) = 5$ برای یافتن باقی‌مانده $f(x^3) + 2x + 4$ بر $x^2 + 2x + 4$ داریم:

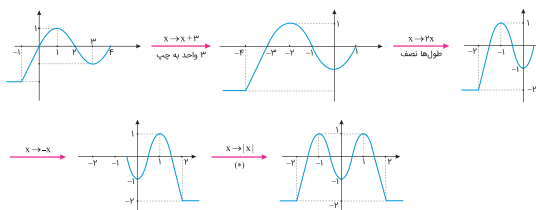
$$x^2 + 2x + 4 = 0 \xrightarrow{\times(x-2)} (x-2)(x^2 + 2x + 4) = 0 \\ \Rightarrow x^3 - 8 = 0 \Rightarrow x^3 = 8$$

از طرفی $f(8) = 5$ ، پس گزینه ۳ صحیح است.

گزینه ۱

۴

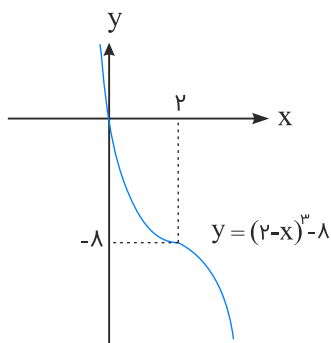
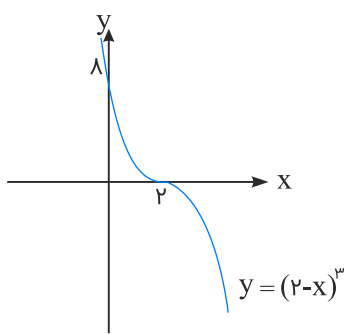
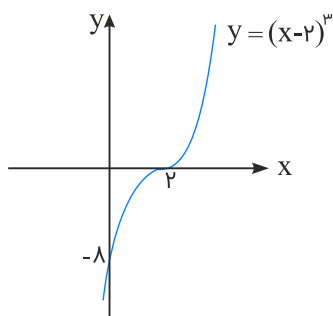
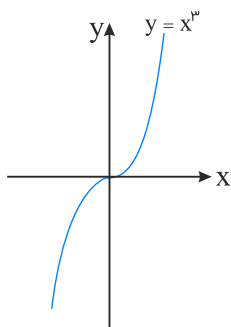
(*) برای رسم نمودار $y = f(|x|)$ به کمک نمودار $y = f(x)$ ، ابتدا قسمت‌های



سمت چپ محور y ها را حذف می‌کنیم و سپس قرینه قسمت راست محور y ها را نسبت به محور y ها رسم می‌کنیم.

$$f(x) = \underbrace{\xi x^r - x^r - 12x + \lambda - \lambda}_{(r-x)^r} = (r-x)^r - \lambda$$

حال با انتقال نمودار $y = x^r$ نمودار تابع موردنظر را رسم می‌کنیم. مراحل به صورت زیر انجام می‌شود:



پرتوان‌ها را انتخاب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[\omega]{(a^r x^r)(a^f x^f) \dots (a^{100} x^{100})}}{a^{Fq} x^k} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[\omega]{(ax)^{r+f+\dots+100}}}{a^{Fq} x^k} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|ax|^{\omega 1}}{a^{Fq} x^k} = -1$$

$$\xrightarrow{a > 0} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-a^{\omega 1} x^{\omega 1}}{a^{Fq} x^k} = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^r = 1 \xrightarrow{a > 0} a = 1 \\ k = \omega 1 \end{cases}$$

برای $a < 0$ مسئله جواب ندارد.

توجه: از مجموع ۵۰ جمله دنباله حسابی با جمله اول ۲ و قدر نسبت ۲ استفاده می‌کنیم:

$$2 + 4 + \dots + 100 = \frac{\omega 0}{2} (2(2) + 49(2)) = 2 \left(\frac{\omega 0 \times \omega 1}{2} \right) = \omega 0 \times \omega 1$$

$$f(1) = 1 \Rightarrow a + b = 1$$

$$f(2) = 8 \Rightarrow 8a + 2b = 8 \Rightarrow 4a + b = 4$$

رابطه‌های (۱) و (۲) را در یک دستگاه حل می‌کنیم.

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ 4a + b = 4 \end{cases} \xrightarrow{(-)} 3a = 3 \Rightarrow a = 1, b = 0 \Rightarrow f(x) = x^3$$

بنابراین گزینه "۴" صحیح است.

در "گزینه ۱"، $x = 0$ مجانب قائم نیست، چون ریشه صورت نیز هست؛ پس باید $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ را حساب کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 = +\infty \text{ یا } -\infty$$

در "گزینه ۲"، $x = 0$ مجانب قائم است، چون:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin}{x} \cdot \frac{1}{x} = +\infty \text{ یا } -\infty$$

در "گزینه ۳"، $x = 0$ مجانب قائم نیست، چون: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$ ولی تابع مجانب‌های قائم دیگری دارد:

$$f(x) = \frac{\sin x}{x \cos x} \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

در "گزینه ۴"، $x = 0$ مجانب قائم نیست، چون $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = 1$ ولی تابع بی‌شمار مجانب قائم دیگر دارد:

$$f(x) = \frac{x \cos x}{\sin x} \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi - \{0\}; k \in \mathbb{Z}$$

اول:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

برای به دست آوردن مقدار $\tan(\alpha + \beta)$ به $\tan \alpha + \tan \beta$ و $\tan \alpha \tan \beta$ نیاز داریم.

دوم: در هر معادله درجه دوم مثل $ax^2 + bx + c = 0$ مجموع ریشه‌ها برابر $-\frac{b}{a}$ و ضرب ریشه‌ها برابر $\frac{c}{a}$ است.

پس:

$$\tan \alpha + \tan \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-5}{3}, \quad \tan \alpha \cdot \tan \beta = \frac{c}{a} = \frac{-4}{3}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} = \frac{\frac{-5}{3}}{1 + \frac{4}{3}} = \frac{-5}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{-5}{7}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\cos \pi x}{x^2 - x^6} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\cos \pi x}{x^2(1 - x^4)} = \frac{-1}{1(0^+)} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{\cos \pi x}{x^2 - x^6} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{\cos \pi x}{x^2(1 - x^4)} = \frac{-1}{1(0^-)} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

در $+\infty$ حاصل 3^{1-2n} برابر $0 = 3^{-\infty}$ است.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n+1} - 3^{1-2n}}{2 \times 3^n + 9^{n-1}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n+1} - 0}{2 \times 3^n + \frac{1}{9}}$$

در مخرج کسر از 9^n فاکتور می‌گیریم:

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3 \times 3^{2n}}{9^n \left(\frac{2}{3^n} + \frac{1}{9} \right)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3 \times 9^n}{9^n \left(\frac{2}{3^n} + \frac{1}{9} \right)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{\frac{2}{3^n} + \frac{1}{9}} = \frac{3}{0 + \frac{1}{9}} = 27$$

ابتدا تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{(\cancel{2 \sin x - 1})(2 \sin x + 1)}{(\cancel{2 \sin x - 1})(\sin x - 2)} = \frac{2 \sin x + 1}{\sin x - 2}$$

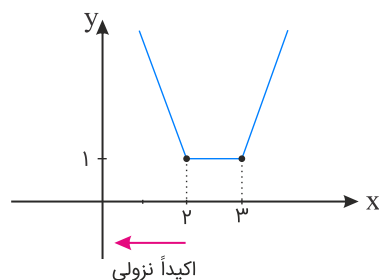
مخرج کسر ساده‌شده ریشه ندارد، پس تابع مجانب قائم ندارد و در نتیجه "گزینه ۱" درست است.



$$x \leq 2 \Rightarrow f(x) = -(x-2) - (x-3) = -2x + 5$$

$$2 < x < 3 \Rightarrow f(x) = (x-2) - (x-3) = 1$$

$$x \geq 3 \Rightarrow f(x) = x-2 + x-3 = 2x-5$$



بنابراین:

$$x \leq 2 \Rightarrow -2x + 5 = 2x^2 - x - 10 \Rightarrow 2x^2 + x - 15 = 0$$

$$(2x - 5)(x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 & \checkmark \\ x = \frac{5}{2} & \times \end{cases}$$

گزینه ۲

۱۴

وقتی $x \rightarrow 0^+$ x میل می‌کند $\sin x > x$ است، در نتیجه مخرج به سمت صفر مثبت میل می‌کند.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x - 1}{x - \sin x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

گزینه ۱

۱۵

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{e})^-} \frac{10x - 5 + \left[\frac{3}{x^2}\right]}{\left(16x - \left[-\frac{2}{x^2}\right]\right)} &= \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{e})^-} \frac{10x - 5 + [3 \times (4)^-]}{16x - [-2 \times 4^-]} = \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{e})^-} \frac{10x - 5 + [12^-]}{16x - [(-8)^+]} \\ &= \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{e})^-} \frac{10x - 5 + 11}{16x - (-8)} = \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{e})^-} \frac{10x + 6}{16x + 8} = \frac{-5 + 6}{(-8)^- + 8} = \frac{1}{0^-} = -\infty \end{aligned}$$

نکته: تابع $f(x) = a^x$ با شرط $a > 1$ ، صعودی اکید و برای $1 < a < \infty$ ، نزولی اکید است.
تابع $f(x) = \log_a^x$ ، با شرط $a > 1$ ، صعودی اکید و برای $1 < a < \infty$ ، نزولی اکید است.

$$f(x) = (a^r)^x + 1 \Rightarrow a^r > 1 \Rightarrow |a| > 1$$

$$g(x) = \log_b^x \Rightarrow b^r < 1 \Rightarrow |b| < 1$$

$$A = ||a| - 1| + ||b| - 1| = |a| - 1 + 1 - |b| = |a| - |b|$$

معادلهٔ مجانب افقی را از طریق حدگیری در $x \rightarrow \pm\infty$ می‌یابیم و با خود تابع برخورد می‌دهیم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^2}{x^2} = 4 \Rightarrow y = 4 \text{ مجانب افقی}$$

$$\frac{4x^2 - 5x}{(x-a)^2} = 4 \xrightarrow{x=-1} \frac{4+5}{(-1-a)^2} = 4$$

$$\Rightarrow (a+1)^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow a+1 = \pm \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ یا } a = \frac{-5}{2}$$

مجانب قائم تابع خط $x = a$ است. فاصلهٔ $x = -1$ تا $x = a$ در هر دو حالت $a = \frac{1}{2}$ و $a = \frac{-5}{2}$ برابر $\frac{3}{2}$ است.

تابع در نقاطی که مخرج کسر صفر می‌شود مجانب قائم دارد. پس اول از همه باید مخرج کسر صفر شود. چون $1 \leq \sin x \leq 1$ است پس در صورتی $\sin x + a$ صفر می‌شود که $1 \leq a \leq -1$ باشد. مثلاً اگر $a = 2$ باشد مخرج همواره مثبت است و تابع اصلاً مجانب قائم ندارد. تابع باید در اطراف مجانب قائم آن برابر $+\infty$ باشد یعنی مخرج باید در اطراف ریشه‌اش همواره مثبت باشد در این صورت $a = 1$ است. زیرا می‌دانیم همواره $0 \leq \sin x + 1$ است و در اطراف ریشهٔ مخرج همواره مثبت است.

به ترتیب اعمال مورد نظر را انجام می‌دهیم.

$$f(x) = x^2 \Rightarrow f_1(x) = (x+4)^2$$

$$f_2(x) = -(x+4)^2 \Rightarrow f_3(x) = -2(x+4)^2$$

$$f_4(x) = -2(x+4)^2 - 3 = -2(x^2 + 8x + 16) - 3$$

در نتیجه:

$$y = -2x^2 - 16x - 35$$

$$\tan(3x) \tan x = 1 \xrightarrow{\tan x \neq 0} \tan 3x = \frac{1}{\tan x} = \cot x$$

$$\Rightarrow \tan 3x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{8}$$

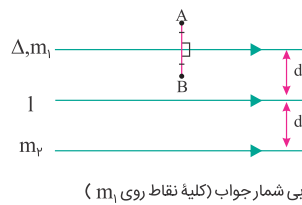
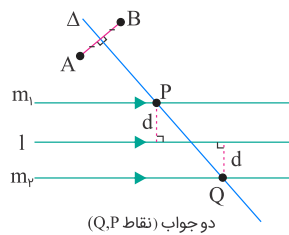
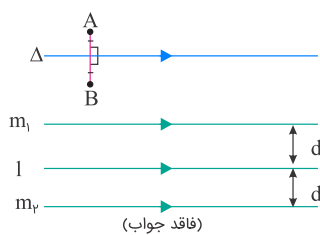
$$\xrightarrow{x \in [\pi, 2\pi]} x = \frac{9}{8}\pi, \frac{11}{8}\pi, \frac{13}{8}\pi, \frac{15}{8}\pi \Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها} = 6\pi$$

هندسه

در هر سهمی فاصله هر نقطه روی سهمی از کانون و خط هادی به یک اندازه است.
داریم:

$$\text{فاصله } M \text{ تا خط هادی} = MF = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

اولاً مکان هندسی نقاطی از صفحه که از A و B به یک فاصله باشند، خط Δ عمودمنصف AB است. ثانیاً مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط l به فاصله d باشند، دو خط m_1 و m_2 به موازات و در طرفین l است، پس جواب مسئله، محل برخورد خط Δ با m_1 یا m_2 است که حالت‌های زیر را داریم:



چون دستگاه جواب ندارد، داریم:

$$\frac{l}{a} = \frac{a}{1} \neq \frac{4}{4}$$

پس $a \neq 1$ و $a^2 = 1$ در نتیجه $a = -1$. به سراغ دستگاه دوم می‌رویم:

$$\begin{cases} -x - 2y = 3 \\ -2y - x = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{-1}{-1} = \frac{-2}{-2} = \frac{3}{3} \Rightarrow \text{دستگاه بی‌شمار جواب دارد}$$



باتوجه به مختصات کانون، ابتدا مختصات مرکز آن را به دست می‌آوریم:

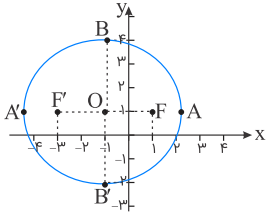
$$\left. \begin{array}{l} F = (1, 1) \\ F' = (-3, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow O = (-1, 1), \quad 2c = 4 \Rightarrow c = 2$$

$$\text{قطر بزرگ} = 2\sqrt{13} \Rightarrow a = \sqrt{13}$$

در بیضی داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 13 = b^2 + 4 \Rightarrow b = 3$$

حال شکل تقریبی از بیضی رسم می‌کنیم، در نتیجه گزینه ۳ درست است.



با استاندارد کردن معادله سهمی، مختصات رأس و فاصله کانونی آن را تعیین می‌کنیم.

$$x^2 - 6x + 8 = 2y \Rightarrow (x^2 - 6x + 9) - 9 + 8 = 2y$$

$$\Rightarrow (x - 3)^2 = 2y + 1 \Rightarrow (x - 3)^2 = 2\left(y + \frac{1}{2}\right)$$

این معادله به یک سهمی قائم روبره بالا مربوط می‌شود که رأس آن نقطه $S\left(3, -\frac{1}{2}\right)$ است و داریم:

$$4p = 2 \Rightarrow p = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

معادله خط هادی یک سهمی قائم روبره بالا به صورت $y = y_s - p$ است، پس داریم:

$$y = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1 \Rightarrow y = -1 \text{ خط هادی}$$

می‌دانیم $e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}$. داریم:

$$\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle B'F'O}} = \frac{\frac{1}{2} \times b \times AF}{\frac{1}{2} \times b \times OF'} = \frac{AF}{OF'} = \frac{a-c}{c} = \frac{a}{c} - 1 = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$$

ابتدا ماتریس $A^۲$ را به دست می‌آوریم:

$$A^۲ = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ -۲ & -۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ -۲ & -۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۳ & ۰ \\ ۰ & -۳ \end{bmatrix} = -۳I \Rightarrow A^۶ = (-۳I)^۳ = -۲۷I$$

مکان هندسی نقطه‌هایی که از دو نقطه A و B به یک فاصله هستند، عمودمنصف پاره‌خط AB است. این خط (عمودمنصف پاره‌خط AB) دایره را حداکثر در ۲ نقطه قطع می‌کند.

$$|۳A| = ۳^۵ |A| = ۳^۵ \times ۲ = ۴۸۶$$

$$A^۲ = A \xrightarrow{\times A} A^۳ = A^۲ = A$$

ابتدا n را ۱ می‌گذاریم:

$$(A^۳ - I)^۲ = (A - I)^۲ = (I - A)^۲$$

$$= I - ۲A + A^۲ \xrightarrow{A^۲=A} I - ۲A + A = I - A$$

همان‌طور که دیدیم $(I - A)^۲$ با خودش برابر شد؛ بنابراین به توان هر عدد زوجی برسد با خودش برابر است.

$$(A^۳ - I)^{۲n} = (I - A)^{۲n} = I - A$$

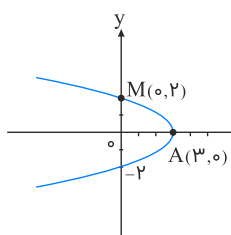
یک دترمینان ساده کار را حل می‌کند:

$$|A| = (|A| \times ۲|A|) - (۳ \times |A|)$$

$$|A| = ۲|A|^۲ - ۳|A| \Rightarrow ۲|A|^۲ - ۴|A| = ۰$$

$$\Rightarrow |A|(۲|A| - ۴) = ۰ \Rightarrow |A| = ۰, ۲$$

سه‌می افقی است و دهانه آن روبه‌چپ باز می‌شود، پس داریم:



$$\text{معادله سه‌می: } (y - \beta)^۲ = -Fa(x - \alpha) \Rightarrow y^۲ = -Fa(x - ۳)$$

$$M(۰, ۲) \in \text{سه‌می} \Rightarrow ۲^۲ = -Fa(۰ - ۳) \Rightarrow ۴ = ۱۲a \Rightarrow a = \frac{۱}{۳}$$

$$\text{هادی: } x = \alpha + a = ۳ + \frac{۱}{۳} = \frac{۱۰}{۳}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

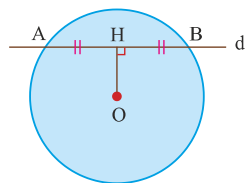
برای محاسبه مجموع درایه‌های ماتریس $A - \frac{B}{4}$ می‌توانیم مجموع درایه‌های هرکدام از ماتریس‌ها را محاسبه کنیم و از هم کم کنیم:

$$A \text{ مجموع درایه‌های } = 3$$

$$B \text{ مجموع درایه‌های } = 12$$

$$A - \frac{B}{4} \text{ مجموع درایه‌های } = 3 - \frac{12}{4} = 0$$

می‌دانیم اگر از مرکز یک دایره به وسط یک وتر وصل کنیم بر آن وتر عمود می‌شود؛ پس کافی است معادله خطی را بنویسیم که از مرکز دایره گذشته و بر خط d عمود باشد؛ در نتیجه داریم:



$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 16 \Rightarrow O(2, -1)$$

$$d: x - 2y - 3 = 0 \Rightarrow m_d = \frac{1}{2} \Rightarrow m_{OH} = -2$$

$$OH: y + 1 = -2(x - 2) \Rightarrow y = -2x + 3$$



$$m = 3, n = 2$$

بررسی گزینه‌ها:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{گزینه ۱: } 0 + (-1) = 2 + 2 \quad \times$$

$$\text{گزینه ۲: } i = 1 \Rightarrow a_{11} = 4 - 2 = 2 \quad \checkmark \quad i = 2 \Rightarrow a_{21} = 4 - 4 = 0 \quad \checkmark$$

$$i = 3 \Rightarrow a_{31} = 4 - 6 = -2 \quad \times$$

$$\text{گزینه ۳: } 2^2 - 3 \times 2 = -2 \quad \checkmark$$

$$\text{گزینه ۴: } 2 > 3 \quad \times$$

ابتدا سهمی را به حالت استاندارد تبدیل می‌کنیم:

$$x^2 - 6x = 4y - 21 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 4y - 21 + 9 \Rightarrow (x - 3)^2 = 4(y - 3)$$

یعنی این سهمی قائم روجه بالا است که در آن $S(3, 3)$ و $a = 1$ و $4a = 4$ می‌باشد.

همچنین محور تقارن این سهمی خط $x = 3$ است. دو اشعه که به موازات محور y ها بر سهمی تابیده شده‌اند، پس از بازتاب در کانون به هم می‌رسند، زیرا موازی محور تقارن سهمی هستند. مختصات کانون این سهمی $F(3, 4)$ خواهد بود، یعنی $F(3, 4)$ کانون این سهمی است که فاصله آن تا مبدأ مختصات برابر $OF = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ خواهد بود.

ریاضیات گسسته

مجموعه کلاس‌های هم‌نهشتی به پیمانه m ، شامل m عضو است که در تقسیم بر m باقی‌مانده‌های متمایزی دارند. به ازای $a = 3$ این اتفاق رخ می‌دهد:

$$a = 3 \Rightarrow \{[0], [3], [1], [4], [2]\}$$

گزاره الف درست است، زیرا:

$$3b^2 | a \Rightarrow b^2 | a \Rightarrow b^2 | 5a$$

گزاره ج درست است، زیرا:

$$3b^2 | a \Rightarrow b^2 | a \Rightarrow b | a \Rightarrow b | a^5$$

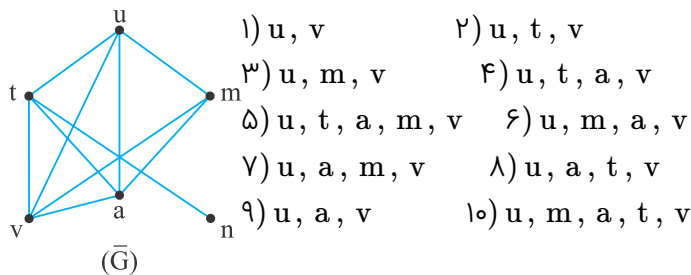


گراف کامل گرافی $(p - 1)$ - منتظم است. اگر درجه هر رأس دو واحد کاهش یابد گراف به دست‌آمده (گراف G) $(p - 3)$ - منتظم می‌شود. گراف کامل دارای $\frac{p(p-1)}{2}$ یال و گراف G دارای $\frac{p(p-3)}{2}$ یال است، پس:

$$\frac{p(p-1)}{2} - \frac{p(p-3)}{2} = 18 \xrightarrow{\times 2} p^2 - p - (p^2 - 3p) = 36 \Rightarrow 2p = 36 \Rightarrow p = 18$$

بنابراین گراف G ، ۱۵ - منتظم خواهد بود.

برای تبدیل گراف G به یک C_7 لازم است پنج یال داخل شکل را حذف کنیم، پس $m = 5$. تعداد یال‌های P_5 برابر ۴ و تعداد یال‌های K_5 برابر $\binom{5}{2}$ یعنی ۱۰ است، لذا ۶ یال نیاز داریم.

گراف \bar{G} به شکل زیر است:

نکته: تعداد یال‌های گراف کامل K_p برابر $\binom{p}{2}$ است.
 نکته: تعداد یال‌های گراف P_n برابر $p-1$ است.

$$\left. \begin{aligned} q(K_{15}) &= \binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2} = \frac{15 \times 14}{2} = 105 \\ q(P_{15}) &= 15 - 1 = 14 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 105 - 14 = 91$$

$$5x^2 - 1 \equiv 0 \Rightarrow x^2 \equiv 1$$

باید مقادیری از x که مجذور آن‌ها بر ۴ باقی‌مانده ۱ داشته باشد را بیابیم.

می‌دانیم مربع هر عدد صحیح و فرد به صورت $4q+1$ است؛ پس باقی‌مانده مربع هر عدد فرد به ۴، باقی‌مانده ۱ دارد. بنابراین به ازای تمامی x های فرد، این مسئله جواب دارد.

تعداد اعداد فرد دورقمی را می‌یابیم؛ از ۱۰ تا ۹۹، ۹۰ عدد داریم که نصف آن‌ها فرد هستند. پس ۴۵ عدد با این خاصیت وجود دارد.

$$A \equiv 10 \equiv -3 \Rightarrow 2A^3 - A \equiv 2(-3)^3 - (-3) \equiv -51 \equiv 0$$

$$11|5a + 7b$$

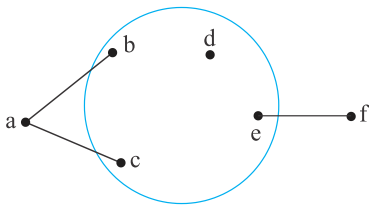
از طرفی می‌دانیم $11|22$ و در نتیجه $11|22a$. در ادامه می‌دانیم $11|33$ و در نتیجه $11|33b$ ببینید:

$$\left\{ \begin{aligned} 11|22a \\ 11|33b \end{aligned} \right. \xrightarrow{(+)} 11|22a + 33b$$

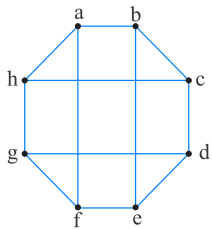
حال رابطهٔ اخیر و رابطهٔ داده‌شده در صورت تست را باهم مشاهده کنیم:

$$\left\{ \begin{aligned} 11|22a + 33b \\ 11|5a + 7b \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(+)} 11|27a + 40b \Rightarrow r = 0$$

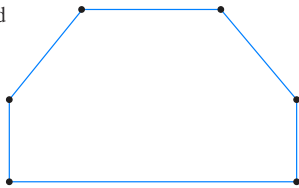
مطابق شکل زیر رأس a فقط با b و c مجاور است و رأس f را نیز با e مجاور در نظر می‌گیریم. برای ۴ رأس b و c و d و e حداکثر می‌توان ۶ یال در نظر گرفت، پس:



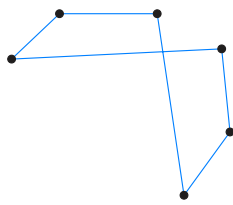
$$q = 6 + 2 + 1 = 9$$



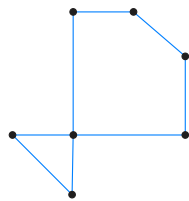
دور abcdgha دوری به طول ۶ به صورت زیر است:



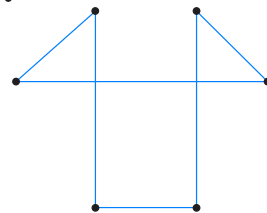
باتوجه به شکل درمی‌یابیم ۴ دور به این صورت داریم. از طرفی دور abedcha نیز دوری به صورت شکل (۱) است که ۴ دور نیز به این صورت وجود دارد. دور abcdgfa نیز دوری به صورت شکل (۲) به طول ۶ است که ۴ دور نیز به این صورت وجود دارد.



شکل ۱



شکل ۲



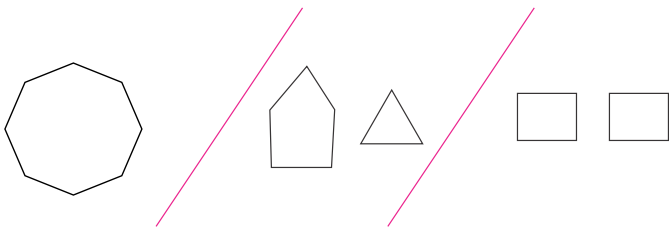
دور ahcbefa به صورت شکل زیر است که ۴ دور نیز به این صورت در گراف وجود دارد. پس در کل ۱۶ دور به طول ۶ وجود دارد.

$$7^{8 \cdot 6^{20}} + 7^{k+1} \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow ((7^2)^{4 \cdot 3})^{8 \cdot 6^{19}} + 7^{k+1} \equiv 0 \pmod{5}$$

$$((49)^{4 \cdot 3})^{8 \cdot 6^{19}} + 7^{k+1} \equiv (-1)^{4 \cdot 3 \times 8 \cdot 6^{19}} + 7^{k+1} \equiv 1 + 7^{k+1} \equiv 0 \pmod{5}$$

اگر $k = 1$ باشد، آنگاه:

$$1 + 7^2 = 1 + 49 = 50 \equiv 0 \pmod{5}$$



نکته: در حالت کلی برای پیدا کردن تعداد گراف‌های $2-p$ منتظم مرتبه p ، باید ببینیم عدد p را به چند طریق می‌توان به صورت مجموع اعداد طبیعی نوشت که هیچ کدام کوچک‌تر از ۳ نباشند.
بنابراین داریم:

$$۸, ۴ + ۴, ۵ + ۳$$

$$\lceil 3x + 1 \rceil = 4 \Rightarrow 3 < 3x + 1 \leq 4 \Rightarrow 2 < 3x \leq 3 \Rightarrow \frac{2}{3} < x \leq 1$$

$$\lfloor 2x + 1 \rfloor = 2 \Rightarrow 2 \leq 2x + 1 < 3 \Rightarrow 1 \leq 2x < 2 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x < 1$$

$$\text{اشتراک بازه‌ها} \Rightarrow x \in \left(\frac{2}{3}, 1\right)$$

فرض می‌کنیم $a = 2n + 1$ و $n \in \mathbb{Z}$:

$$a = 2n + 1 \xrightarrow{b|a+2} b|2n + 3 \Rightarrow b \text{ عددی فرد است.} \Rightarrow b = 2m + 1, m \in \mathbb{Z}$$

بنابراین:

$$a^2 + b^2 + 5 = (2n + 1)^2 + (2m + 1)^2 + 5 = 4n^2 + 4n + 1 + 4m^2 + 4m + 1 + 5$$

$$= \underbrace{4n(n+1)}_{2k} + \underbrace{4m(m+1)}_{2k'} + 7 = \lambda k + \lambda k' + 7$$

$$= \lambda \underbrace{(k+k')}_{k''} + 7 \Rightarrow a^2 + b^2 + 5 = \lambda k'' + 7 \Rightarrow r = 7$$

$$(2n + 7, 11n - 3) = d \Rightarrow \begin{cases} d | 2n + 7 \xrightarrow{\times 11} d | 22n + 77 \\ d | 11n - 3 \xrightarrow{\times 2} d | 22n - 6 \end{cases} \xrightarrow{-} d | 83$$

برای آنکه دو عدد نسبت به هم اول نباشند باید $d = 83$ باشد:

$$d = 83 \Rightarrow 2n + 7 \equiv 0 \pmod{83} \Rightarrow 2n \equiv -7 \pmod{83} \Rightarrow 2n \equiv 76 \pmod{83} \xrightarrow{\div 2} n \equiv 38 \pmod{83}$$

پس برای آنکه این دو عدد نسبت به هم اول باشند باید $n < 38$ باشد و بیشترین مقدار مربع کامل برای a برابر با ۳۶ است.

نکته: به ازای هر $a, b \in \mathbb{Z}$ و $n \in \mathbb{N}$ همواره رابطه $(a + b)^n \equiv a^n + b^n \pmod{ab}$ برقرار است. اثبات نکته فوق با استفاده از بسط خیام به صورت زیر است:

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1}b + \binom{n}{2} a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n} b^n$$

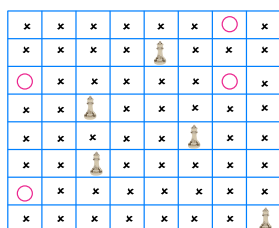
$$\left. \begin{array}{l} \binom{n}{0} a^n = a^n \equiv a^n \pmod{ab} \\ \binom{n}{1} a^{n-1}b \equiv 0 \pmod{ab} \\ \binom{n}{2} a^{n-2}b^2 \equiv 0 \pmod{ab} \\ \vdots \\ \binom{n}{n-1} ab^{n-1} \equiv 0 \pmod{ab} \\ \binom{n}{n} b^n = b^n \equiv b^n \pmod{ab} \end{array} \right\} \xrightarrow{+} (a + b)^n \equiv a^n + b^n \pmod{ab}$$



$$36^8 = (14 + 22)^8 \equiv 14^8 + 22^8 \pmod{14 \times 22} \Rightarrow 36^8 \equiv 14^8 + 22^8 \pmod{308}$$

بنابراین عدد $36^8 - 14^8 - 22^8$ بر 308 بخش پذیر است.

در بازی شطرنج، مهره وزیر می‌تواند خانه‌های مجاور خود، خانه‌های افقی و عمودی در راستای خود و خانه‌های ضربدری در راستای خود را تهدید کند؛ بنابراین ۵ وزیری که در صفحه شطرنج صورت سؤال قرار گرفته‌اند، خانه‌های زیر را (که با ضربدر مشخص شده‌اند) تهدید می‌کنند. خانه‌های مشخص شده با دایره مورد تهدید قرار نمی‌گیرند.



می‌دانیم $۹ \equiv ۳۴ \pmod{۲۵}$ پس $۹x \equiv ۳۴x \pmod{۲۵}$. اکنون معادله داده شده را تا حد امکان ساده می‌کنیم.

$$۳۴x + ۲ \equiv ۱۵ \pmod{۲۵} \Rightarrow ۹x \equiv ۱۵ - ۲ \pmod{۲۵} \Rightarrow ۹x \equiv ۱۳ \pmod{۲۵}$$

به سمت راست ۲×۲۵ را اضافه می‌کنیم:

$$۹x \equiv ۱۳ + ۲ \times ۲۵ \equiv ۶۳ \pmod{۲۵}$$

اکنون با در نظر گرفتن $(۹, ۲۵) = ۱$ دو طرف را به ۹ ساده می‌کنیم:

$$x \equiv ۷ \pmod{۲۵} \Rightarrow x = ۲۵k + ۷$$

کوچک‌ترین عدد سه رقمی به ازای $k = ۴$ به دست می‌آید و برابر $x = ۱۰۷$ است.

با توجه به اینکه گزاره P همواره درست است، گزاره‌ای می‌تواند جایگزین Q شود تا $P \Leftrightarrow Q$ درست شود که همواره درست باشد. در بین گزینه‌ها تنها گزینه "۲" همواره درست است.

اثبات: می‌نویسیم:

$$n^2 + n - 6 = \underbrace{n(n+1)}_{\text{زوج است}} - 6 = 2k - 6 = 2(k-3)$$

برای گزینه‌های دیگر می‌توان مثال نقض پیدا کرد:
گزینه "۱":

$$n = 1 \Rightarrow 1^3 n - 1 = 1^3 - 1 = 1^2 \quad \times$$

گزینه "۳":

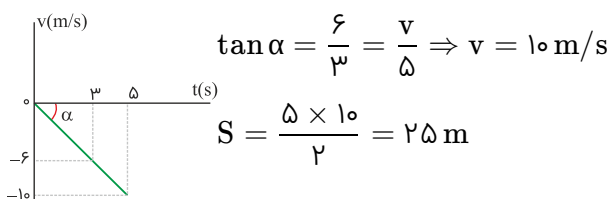
$$n = 2 \Rightarrow 1^7 n = 3^4 \quad \times$$

گزینه "۴":

$$n = 1 \Rightarrow n + 4 = 5 \quad \times$$

فیزیک

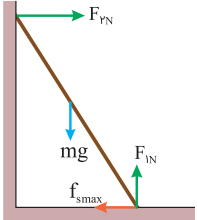
سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر مسافت پیموده شده است. کافی است سرعت متحرک را در لحظه $t = ۵$ s بیابیم.



نکته: چون متحرک تغییر جهت نداده بنابراین جابه‌جایی متحرک و مسافت طی شده باهم برابرند؛ لذا مساحت سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر مسافت پیموده شده و همچنین جابه‌جایی متحرک است.

توجه: شیب خط مماس بر نمودار $p - t$ مشخص کننده نیروی خالص وارد بر جسم در آن لحظه است. بیشترین شیب خط مماس بر نمودار $p - t$ در لحظه $t_۴$ است؛ بنابراین بیشترین مقدار نیرو در لحظه $t_۴$ بر جسم اثر می کند.

نردبان در حال تعادل است بنابراین برآیند نیروهایی که در هر راستا بر نردبان وارد می شود، صفر است، پس داریم:



$$F_{1N} - mg = 0 \Rightarrow F_{1N} = 160 \text{ N}$$

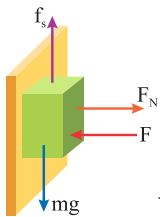
نیرویی که از طرف نردبان به سطح افقی وارد می شود همان اندازه نیرویی است که سطح افقی به نردبان وارد می کند. این نیرو برآیند نیروهای $f_{s \max}$ و F_{1N} است:

$$R = \sqrt{F_{1N}^2 + f_{s \max}^2} \Rightarrow (200)^2 = (160)^2 + f_{s \max}^2 \Rightarrow f_{s \max} = 120 \text{ N}$$

حالا از رابطه $f_{s \max} = F_{1N} \mu_s$ ضریب اصطکاک ایستایی را به دست می آوریم:

$$f_{s \max} = F_{1N} \mu_s \Rightarrow 120 = 160 \times \mu_s \Rightarrow \mu_s = \frac{3}{4}$$

چون جسم ساکن است، نیروی خالص وارد بر جسم در راستای افقی و در راستای قائم برابر صفر است:

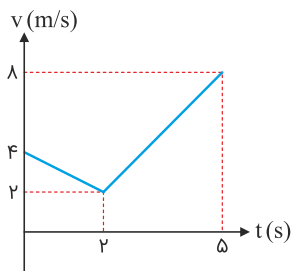


$$\begin{cases} F_N - F = 0 \Rightarrow F_N = F = 60 \text{ N} \\ f_s - mg = 0 \Rightarrow f_s = mg = 30 \text{ N} \end{cases}$$

نیروی کل وارد بر جسم از طرف دیوار برابر است با:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{60^2 + 30^2} = \sqrt{30^2(4 + 1)} = 30\sqrt{5} \text{ N}$$

ابتدا نمودار سرعت- زمان متحرک را رسم می‌کنیم:



$$\Delta v = a\Delta t \Rightarrow \begin{cases} \Delta v_{۲تا۰} = -1 \times ۲ = -۲ \text{ m/s} \\ \Delta v_{۵تا۲} = ۲ \times ۳ = ۶ \text{ m/s} \end{cases}$$

در بازه ۰ تا ۲ ثانیه حرکت متحرک کندشونده است و همچنین مساحت زیر نمودار $v - t$ برابر جابه‌جایی متحرک می‌باشد. پس داریم:

$$S_{۲تا۰} = \Delta x_{۲تا۰} = (۴ + ۲) \frac{۲}{۲} = ۶ \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۶}{۲ - ۰} = ۳ \text{ m/s}$$

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{l_A}{l_B}} = \sqrt{\frac{۸۰}{۴۵}} = \sqrt{\frac{۱۶}{۹}} = \frac{۴}{۳}$$

دوره تناوب مدت زمانی است که هر ذره محیط یک نوسان کامل انجام می‌دهد؛ به این ترتیب:

$$T = \frac{t}{n} ; \begin{cases} t = \text{مدت زمان انجام } n \text{ نوسان کامل} \\ n = \text{تعداد نوسان‌ها} \end{cases}$$

$$\Rightarrow n = \frac{t}{T} \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = \frac{T_B}{T_A} \times \frac{t_B}{t_A}$$

در صورت سؤال گفته شده: در مدت زمانی که آونگ A، تعداد ۱۲ نوسان دارد، آونگ B، چه تعداد نوسان دارد، این یعنی برای هر دو آونگ یک بازه زمانی مساوی را در نظر می‌گیریم: $t_A = t_B$

$$\xrightarrow{t_A=t_B} \frac{n_A}{n_B} = \frac{T_B}{T_A} \Rightarrow \frac{۱۲}{n_B} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow n_B = ۱۶$$



$$+ \uparrow \Sigma F = ma$$

$$T - mg = ma$$

$$۴۰ - ۵۰ = ۵a \Rightarrow a = -۲ \text{ m/s}^2$$

یعنی با شتاب ۲ m/s^2 پایین بیاییم. اگر $a \geq ۲ \text{ m/s}^2$ به سمت پایین حرکت داده شود، کشش نخ کمتر از ۴۰ N شده و نخ پاره نمی‌شود.

امواج فراصوت جزء امواج مکانیکی هستند و فقط در محیط‌های مادی منتشر می‌شوند؛ اما امواج فرابنفش جزء امواج الکترومغناطیسی هستند که با سرعتی به مراتب بیشتر از امواج مکانیکی، می‌توانند از خلأ عبور کنند. همان‌طور که می‌دانید، همه امواج، حامل انرژی هستند و این دو موج هم از این ویژگی معاف نیستند.

سرعت اولیه دو متحرک برابر با صفر است و در $t = ۳s$ در یک مکان قرار دارند؛ پس داریم:

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t + x_{0B} \xrightarrow[v_{0B=0}]{v_{0B=0}} ۲۷ = \frac{1}{2} a_B \times ۹ \Rightarrow a_B = ۶ m/s^2$$

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t + x_{0A} \xrightarrow[x_{0A=-9}]{v_{0A=0}} ۲۷ = \frac{1}{2} a_A \times ۹ - ۹ \Rightarrow a_A = ۸ m/s^2$$

اکنون مکان دو متحرک را در لحظه $t = ۸s$ می‌یابیم:

$$x_B = \frac{1}{2} \times ۶ \times ۶۴ = ۱۹۲ m$$

$$x_A = \frac{1}{2} \times ۸ \times ۶۴ - ۹ = ۲۴۷ m$$

$$\Rightarrow |\Delta x| = ۲۴۷ - ۱۹۲ = ۵۵ m$$

در نقطه A سرعت جسم به طرف بالا (مثبت) است و در نقطه B، سرعت جسم به طرف پایین (منفی) است.

$$p = mv \Rightarrow \Delta p = m\Delta v = m(\vec{v}_B - \vec{v}_A) = ۰/۲(-۵ - ۵) = -۲ kg.m/s$$

یعنی اندازه حرکت جسم $۲ kg.m/s$ کاهش یافته است.

گام اول

الف) با ثابت ماندن جرم $m_1 = m_2 = m$

ب) انرژی جنبشی ۷۵ درصد کاهش می‌یابد. $K_2 = K_1 - \frac{۷۵}{۱۰۰} K_1 = \frac{1}{4} K_1$

ج) اندازه تکانه چند درصد کاهش می‌یابد؟ $\frac{(p_1 - p_2)}{p_1} \times ۱۰۰ = ?$

گام دوم

ابتدا با توجه به رابطه $K_2 = \frac{1}{4} K_1$ و اینکه جرم ثابت می‌ماند، نسبت سرعت‌ها را به دست می‌آوریم:

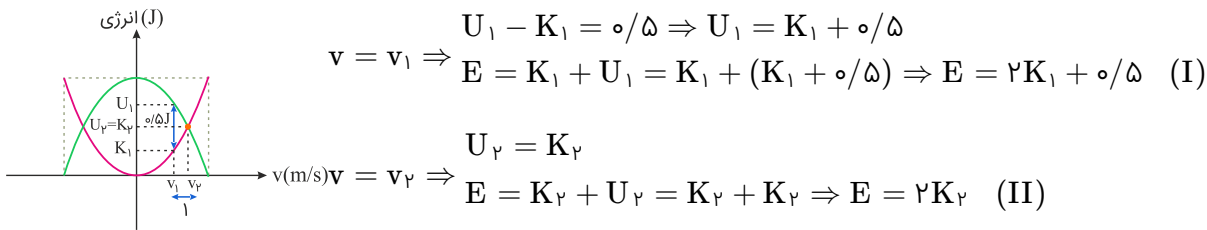
$$K_2 = \frac{1}{4} K_1 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow v_2 = \frac{1}{2} v_1$$

در نتیجه درصد کاهش یافته اندازه تکانه برابر است با:

$$p = mv$$

$$\frac{p_1 - p_2}{p_1} \times ۱۰۰ = \left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right) \times ۱۰۰ = \left(1 - \frac{mv_2}{mv_1}\right) \times ۱۰۰ = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times ۱۰۰ = ۵۰\%$$

گام اول: مطابق شکل زیر، مقادیر سرعت و انرژی‌های پتانسیل و جنبشی را برای دو نقطه موردنظر مشخص می‌کنیم و سپس قانون بقا، انرژی مکانیکی را برای دو نقطه می‌نویسیم:



$$U_1 - K_1 = 0.5 \Rightarrow U_1 = K_1 + 0.5$$

$$v = v_1 \Rightarrow E = K_1 + U_1 = K_1 + (K_1 + 0.5) \Rightarrow E = 2K_1 + 0.5 \quad (I)$$

$$U_2 = K_2$$

$$v = v_2 \Rightarrow E = K_2 + U_2 = K_2 + K_2 \Rightarrow E = 2K_2 \quad (II)$$

گام دوم: در ادامه باتوجه به رابطه‌های (I) و (II)، داریم:

$$2K_1 + 0.5 = 2K_2 \Rightarrow 2 \times \frac{1}{2}mv_1^2 + 0.5 = 2 \times \frac{1}{2}mv_2^2 \xrightarrow{(m=0.1 \text{ kg})} 0.1v_1^2 + 0.5 = 0.1v_2^2$$

$$\Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 5 \quad (III)$$

گام سوم: باتوجه به نمودار فوق خواهیم داشت:

$$v_2 - v_1 = 1 \quad (IV)$$

$$(III) : v_2^2 - v_1^2 = 5 \Rightarrow (v_2 - v_1)(v_2 + v_1) = 5 \Rightarrow 1 \times (v_2 + v_1) = 5 \Rightarrow v_2 + v_1 = 5 \quad (V)$$

با استفاده از دو رابطه (IV) و (V) داریم:

$$v_1 = 2 \text{ m/s} , \quad v_2 = 3 \text{ m/s}$$

گام چهارم: در پایان خواسته تست را با استفاده از رابطه (I) به دست می‌آوریم:

$$E = 2K_1 + 0.5 = 2 \times \frac{1}{2}mv_1^2 + 0.5 = 0.1 \times (2)^2 + 0.5 = 0.9$$

$$E = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \Rightarrow 0.9 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times v_{\max}^2 \Rightarrow v_{\max}^2 = 18 \Rightarrow v_{\max} = 3\sqrt{2} \text{ m/s}$$

مساحت بین نمودار $F - d$ و محور t کار کل انجام شده روی جسم را نشان می‌دهد که طبق قضیه کار و انرژی برابر با تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$$W_t = K - K_0 \xrightarrow{v_0=0} W_t = K$$

$$K = \frac{16 + 8}{2} \times 10 = 120 \text{ J}$$

حالا از رابطه $K = \frac{1}{2} \frac{P^2}{m}$ می‌توانیم تکانه جسم را پس از 16 m جابه‌جایی به دست آوریم:

$$P^2 = 120 \times 2 \times 5 = 1200 \Rightarrow P = 20\sqrt{3} \text{ kg.m/s}$$

طبیعتاً با فاصله گرفتن آونگ از سطح زمین چون g کاهش می‌یابد، دوره آونگ افزایش و بسامد آن کاهش خواهد یافت.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

پس بسامد آونگ ۷۵ درصد کاهش یافته و به ۲۵ درصد مقدار اولیه خواهد رسید:

$$f_2 = \frac{1}{f} f_1$$

$$\frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{g_h}{g_0} = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{G \frac{M_e}{(R_e + h)^2}}{G \frac{M_e}{R_e^2}} = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{R_e^2}{(R_e + h)^2} = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{R_e}{R_e + h} = \frac{1}{4} \Rightarrow h = 3R_e$$

باتوجه به شکل سؤال مشاهده می‌شود $l_3 > l_1 > l_2$ است. چون تندی متوسط سه متحرک باهم برابر است، می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow \frac{l_1}{\Delta t_1} = \frac{l_2}{\Delta t_2} = \frac{l_3}{\Delta t_3} \xrightarrow{l_3 > l_1 > l_2} \Delta t_C > \Delta t_A > \Delta t_B$$

اندازه جابه‌جایی هر سه متحرک باهم برابر است؛ بنابراین:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \xrightarrow{d_A = d_B = d_C} \xrightarrow{\Delta t_3 > \Delta t_1 > \Delta t_2} v_{av(B)} > v_{av(A)} > v_{av(C)}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{240}{60 \times 10^{-3}}} = \sqrt{4 \times 10^3} = 20\sqrt{10} \text{ m/s}$$

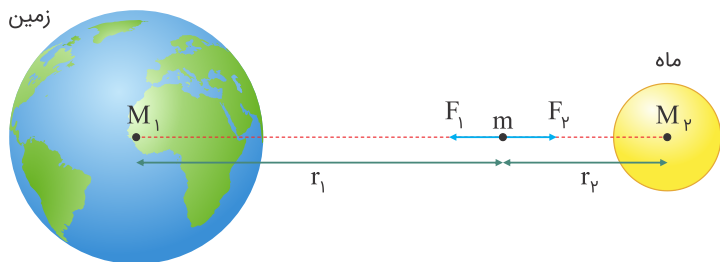
$$d = n \times \lambda A \Rightarrow 100 = n \times 4 \times 2 \Rightarrow n = \frac{100}{8} = 12.5$$

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow \frac{1}{12.5} = \frac{t}{120} \Rightarrow t = 0.25 \text{ s}$$

$$\Delta x = v \Delta t = 20\sqrt{10} \times 0.25 = 5\sqrt{10} \text{ m}$$



با رسم یک شکل مناسب به این تست پاسخ می‌دهیم.



$$F_1 = \eta F_2 \Rightarrow \frac{GM_1 \times m}{r_1^2} = \eta \left(\frac{GM_2 \times m}{r_2^2} \right)$$

$$\xrightarrow{M_1 = 81M_2} \frac{81}{r_1^2} = \eta \times \frac{1}{r_2^2} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = 9$$

نکته: چون جرم جسم در هر دو طرف رابطه وجود دارد، تأثیری بر پاسخ تست ندارد.

$$x_{\text{اتومبیل}} = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$x_{\text{موتور}} = vt + x_0$$

$$\Rightarrow 20 \times t = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 + 12t \Rightarrow t^2 - 8t = 0 \Rightarrow t(t - 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 8 \text{ s} \end{cases}$$

در موج طولی، راستای انتشار موج و راستای نوسان ذرات یکی است و در موج عرضی راستای نوسان ذرات عمود بر راستای انتشار موج است. امواج مکانیکی تنها در محیط‌های مادی منتشر می‌شود.

سطح کره A بیشتر از سطح کره B است. در این صورت مقاومت هوا در مقابل حرکت A بیشتر از B است. در این صورت طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$f_A > f_B \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{g - \frac{f_A}{m}}{g - \frac{f_B}{m}} < 1 \Rightarrow a_A < a_B$$

راه ساده‌تر:

$$f_A > f_B \Rightarrow \frac{f_A}{m} > \frac{f_B}{m} \Rightarrow g - \frac{f_A}{m} < g - \frac{f_B}{m} \Rightarrow a_A < a_B$$

یعنی شتاب حرکت A از B کمتر است.

باتوجه به ثابت بودن نیروی مقاومت، شتاب حرکت دو جسم ثابت است. در این صورت برای مقایسه تندی برخورد دو جسم با سطح زمین می‌توان نوشت:

$$v^2 = 2a\Delta y \Rightarrow \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{a_A}{a_B} \Rightarrow \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 < 1 \Rightarrow v_A < v_B$$

یعنی تندی برخورد کره A کمتر از کره B است.

برای مقایسه زمان حرکت دو جسم می‌توان نوشت:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a_A t_A^2 = a_B t_B^2 \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \left(\frac{t_B}{t_A}\right)^2 < 1 \Rightarrow t_B < t_A$$

پس مورد "الف" غلط و موارد "ب"، "ج" و "د" درست است.

شیمی

گزینه ۱: ذره‌های سازنده کلوئیدها، توده‌های مولکولی هستند.

گزینه ۲: لکه چربی بر روی پارچه‌های نخی آسان‌تر از پلی‌استر پاک می‌شود.

گزینه ۳: قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب‌های سخت مانند آب دریا کمتر از آب چشمه است.

گزینه ۴: باتوجه به کتاب درسی درست است.

همه موارد درست‌اند.

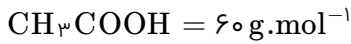
در صورتی حل‌شونده در حلال حل می‌شود که میان ذره‌های حل‌شونده و مولکول‌های حلال جاذبه‌های مناسب و قوی برقرار شود. (یعنی جاذبه‌های حل‌شونده - حلال در محلول باید بزرگ‌تر از میانگین جاذبه‌ها در حلال خالص و حل‌شونده خالص باشد)

روغن زیتون $C_{57}H_{104}O_6$ به دلیل داشتن تعداد کربن زیاد همانند مولکول‌های ناقطبی دیگر در آب حل نمی‌شود، ویتامین (A) هم همین‌طور.

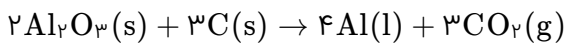
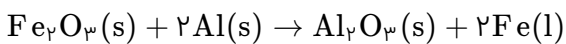
فرمول ساختاری ارائه شده مربوط به آسپرین با فرمول مولکولی $C_9H_8O_4$ و با جرم مولی $180 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ است. در ساختار لوویس این ترکیب تعداد ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. در ساختار آسپرین، گروه عاملی کربوکسیل و استر وجود دارد. این گروه‌های عاملی در ساختار چربی‌ها که مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای سنگین هستند نیز وجود دارد.

$$\text{درصد کربن} = \frac{9 \times 12}{180} \times 100 = 60\%$$

جرم مولی آسپرین ۳ برابر جرم مولی استیک اسید (اسید موجود در سرکه خوراکی) است.



آلومینیوم به واسطهٔ برقکافت اکسید آلومینیوم در فرآیند هال استخراج شده و در واکنش ترمیت برای تهیهٔ آهن مذاب مورد استفاده قرار می‌گیرد. واکنش‌های مربوط عبارت‌اند از:

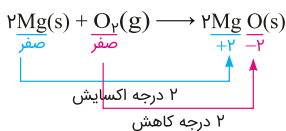


از واکنش ترمیت و هال می‌توان نسبت بین آهن و آلومینیوم اکسید را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{cases} 2 \text{ mol Fe} \equiv 2 \text{ mol Al} \\ 2 \text{ Al}_2\text{O}_3 \equiv 4 \text{ mol Al} \end{cases} \Rightarrow 2 \text{ Al}_2\text{O}_3 \equiv 4 \text{ mol Fe}$$

$$? \text{ kg Al}_2\text{O}_3 = 280 \text{ kg Fe} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{2 \text{ mol Al}_2\text{O}_3}{4 \text{ mol Fe}} \times \frac{102 \text{ g}}{1 \text{ mol Al}_2\text{O}_3} \times \frac{100}{60} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 425 \text{ kg Al}_2\text{O}_3$$

ابتدا واکنش داده شده را موازنه و سپس گونه‌های اکسند و کاهنده را مشخص می‌کنیم:

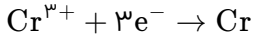


حال داریم:

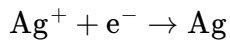
ضریب عنصر اکسند × اندیس عنصر اکسند × تغییر عدد اکسایش عنصر اکسند = شمار الکترون مبادله شده در یک واکنش
 \Rightarrow شمار الکترون مبادله شده = $2 \times 2 \times 1 = 4$

میزان چسبندگی لکه‌های چربی بر روی پارچه‌های مختلف، متفاوت است. (به عنوان مثال پارچه نخی و پلی‌استر) و با افزایش دما و استفاده از صابون‌های آنزیم‌دار میزان لکه‌های چربی باقی‌مانده کاهش می‌یابد.

مقدار جرم آبکاری شده در هر سلول را به دست می آوریم:



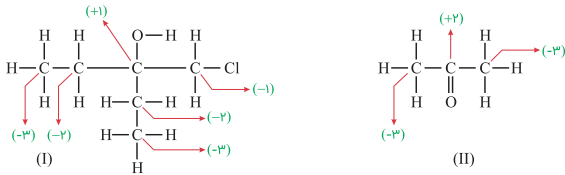
$$1 \text{ سلول} = \frac{2}{5} \text{ mol } e^{-} \times \frac{1 \text{ mol Cr}}{3 \text{ mol } e^{-}} \times \frac{52 \text{ g Cr}}{1 \text{ mol Cr}} \approx \frac{2}{5} \times 17$$



$$2 \text{ سلول} = \frac{2}{5} \text{ mol } e^{-} \times \frac{1 \text{ mol Ag}}{1 \text{ mol } e^{-}} \times \frac{108 \text{ g}}{1 \text{ mol Ag}} = \frac{2}{5} \times 108$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف} = \frac{2}{5}(108 - 17) = \frac{227}{5} \text{ g}$$

در فرآیند انحلال، اگر ذره های سازنده حل شونده با مولکول های حلال جاذبه های مناسب برقرار کنند، حل شونده در حلال حل می شود، در غیر این صورت ذره های حل شونده کنار هم باقی می ماند و در حلال پخش نمی شوند.



بررسی عبارت ها:

$$\text{الف درست. } ((-3) + (+2) + (-3) = -4)$$

ب) درست.

ج) درست.

د) نادرست. در ترکیب (I) دو اتم کربن با عدد اکسایش (-۲) دارد.

$$\text{HA ضعیف} : M_1.n_1.\alpha_1 = 10^{-pH_1} \Rightarrow b \times 1 \times \frac{V/2}{100} = 10^{-a} \Rightarrow b = \frac{10^{2-a}}{V/2}$$

$$\text{HB ضعیف} : M_2.n_2.\alpha_2 = 10^{-pH_2} \Rightarrow X \times 1 \times \frac{1/8}{100} = 10^{-a-1} \Rightarrow X = \frac{10^{1-a}}{1/8}$$

$$\frac{X}{b} = \frac{\frac{10^{1-a}}{1/8}}{\frac{10^{2-a}}{V/2}} = 4 \times \frac{10^{1-a}}{10^{2-a}} = 4 \times 10^{-1} = 0/4$$



$$\text{pH} = 2/6 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-2/6} = 10^{-2} \times 10^{-0/3} \times 10^{-0/3} = \frac{1}{4} \times 10^{-2} \\ = 2/5 \times 10^{-3}$$

$$K_a = \frac{[\text{H}^+]^2}{M(1-\alpha)} \Rightarrow 3 \times 10^{-4} = \frac{(2/5 \times 10^{-3})^2}{M} \Rightarrow M = 0/02 \text{ mol.l}^{-1}$$

در هر یک لیتر از این محلول ۰/۰۲ مول اسید HA وجود دارد.

$$0/02 \text{ mol HA} \times \frac{180 \text{ g}}{1 \text{ mol HA}} = 3/6 \text{ g HA}$$

$$1 \text{ L محلول} = 1000 \text{ mL} = 1000 \text{ g محلول}$$

$$\text{جرم حلال (آب)} = 1000 - 3/6 = 996/4 \text{ g}$$

$$100 \text{ g آب} \times \frac{3/6 \text{ g HA}}{996/4 \text{ g آب}} = 0/36 \text{ g}$$

