www.alirezaafshar.org



# حسابان

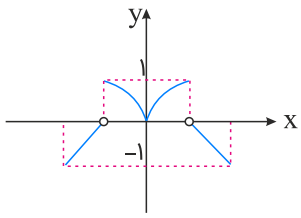
**۱** حاصل عبارت $\frac{۱}{\sin(-۵۱۰^\circ)} + ۲\sin(-۷۵۰^\circ)\cos(۳۳۰^\circ) + \tan ۴۸۰^\circ$ کدام است؟

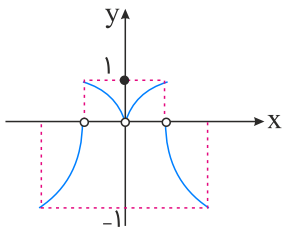
۱) $-۲ + \frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۲) $۲ - \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$
۳) $-۲ - \frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۴) $-۲ - \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$

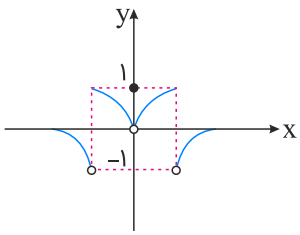
**۲** کدام‌یک از توابع زیر با تابع $y = ۲\log x$ برابر است؟

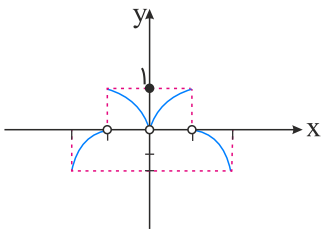
۱) $y = \log x^۲$
۲) $y = -۴\log\frac{۱}{\sqrt{x}}$
۳) $y = ۲\log\frac{x^۲ - x}{x - ۱}$
۴) $y = \log\frac{x^۲}{x}$

**۳** نمودار $y = |\sin x| + [\cos x]$ در بازهٔ $[-\pi\ ,\ \pi]$ کدام است؟

۱)



۲)


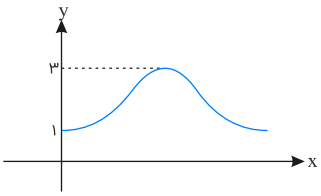

۳)



۴)



**۴** اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{-x^۲ + x + ۲}}$ و $g(x) = (\frac{۱}{۴})^x$ باشند. دامنهٔ تابع $fog$، کدام است؟

۱) $(-\frac{۱}{۲}, +\infty)$
۲) $(\frac{۱}{۲}, +\infty)$
۳) $(-۲, ۰)$
۴) $(-۱, \frac{۱}{۲})$

**۵** نمودار زیر مربوط به کدام تابع است؟




۱) $y = \sin x + ۱$

۲) $y = ۲ - \cos x$

۳) $y = ۱ + \cos x$

۴) $y = ۲\cos x - ۱$

**۶** اگر $\log ۳ = ۰/۴۷۷۱$ باشد، عدد $۳^{۱۰۰۰}$ چند رقمی است؟

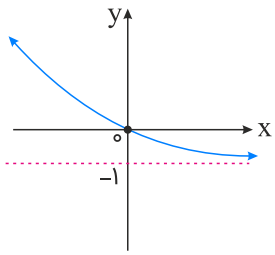
۱) ۴۸۷

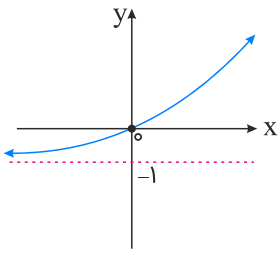
۲) ۴۷۸

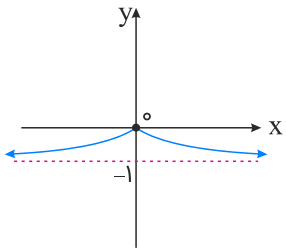
۳) ۴۷۷

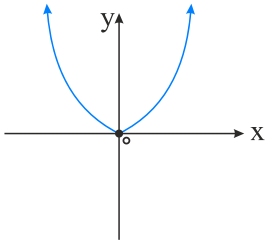
۴) ۴۸۸

**۷** نمودار تابع $f(x) = ۲^{-|x|} - ۱$ به کدام صورت است؟

۱)



۲)



۳)



۴)



**۸** ساده‌شدهٔ عبارت $\frac{\sin(\theta)}{۱ - \cos(\theta)} + \frac{۱ + \cos(\theta)}{\sin(\theta)}$، کدام است؟

۱) $\cos\left(\frac{\theta}{۲}\right)$

۲) $\sin\left(\frac{\theta}{۲}\right)$

۳) $۲\cot\left(\frac{\theta}{۲}\right)$

۴) $۲\tan\left(\frac{\theta}{۲}\right)$

**۹** اگر $f(x) = \sqrt{۲ - x}$ و $g(x) = \log(x^۲ - ۱۵x)$ باشند، دامنهٔ تابع $fog$، کدام است؟

۱) $(۰, ۵] \cup [۲۰, ۲۵)$

۲) $[-۵, ۰) \cup (۱۵, ۲۰]$

۳) $(۱۵, ۲۰]$

۴) $[-۵, ۰)$

**۱۰** درصورتی‌که $۵\sin x(۶ - ۵\sin x) = ۹$ باشد، مقدار $A = \frac{\sin^۲ x - \cos^۲ x}{۲\sin^۲ x + \cos^۲ x}$ چقدر است؟

۱) $\frac{۷}{۳۴}$

۲) $\frac{-۷}{۳۴}$

۳) $\frac{۹}{۳۴}$

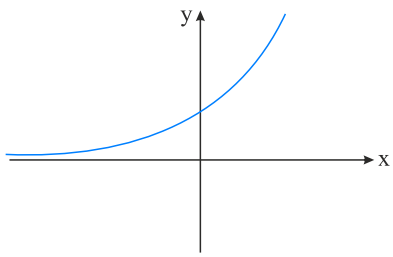
۴) $\frac{-۹}{۳۴}$

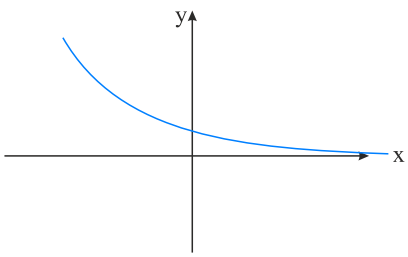
www.alirezaafshar.org

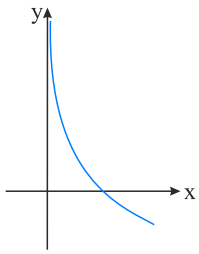
**۱۱** نمودار توابع $y = ۲\sin|x+\pi|$ و $y = -\frac{۱}{x}$ در بازه $[-۳\pi\ ,\ ۰]$ در چند نقطه متقاطع‌اند؟

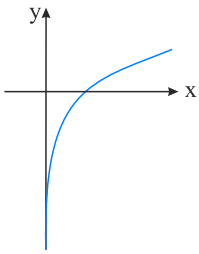
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

**۱۲** نمودار تابع $f(x) = \left(\log_{\frac{۳}{۸}}\right)^x$، کدام است؟

۱)



۲)


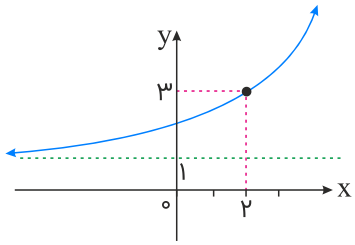

۳)



۴)



**۱۳** اگر $۲۵^{۲x} = (۰/۲)^{x-۱۵}$، آنگاه $x$ کدام است؟

۱) $x = ۲$
۲) $x = -۲$
۳) $x = ۳$
۴) $x = -۳$

**۱۴** نمودار زیر، مربوط به کدام‌یک از توابع زیر است؟




۱) $f(x) = \log_۲ x + ۱$
۲) $f(x) = \log_۲(x+۱)$
۳) $f(x) = ۲^x - ۱$
۴) $f(x) = ۲^{x-۱} + ۱$

**۱۵** اگر $\sin ۲\alpha = a$ باشد، حاصل $\sqrt{۱ - \cos^۴\alpha - \sin^۲\alpha}$ در بازهٔ $\frac{\pi}{۲} < \alpha < \frac{۳\pi}{۴}$ کدام گزینه است؟

۱) $\frac{-a}{۲}$
۲) $-a$
۳) $\frac{-a}{۴}$
۴) $۲a$

**۱۶** دو تابع $f(x) = \frac{۴^x + ۲^x}{۲^x + ۱}$ و $g(x) = (\frac{۲}{\pi})^x$ در چند نقطه متقاطع‌اند؟

۱) صفر
۲) یک
۳) دو
۴) بی‌شمار

**۱۷** در دایره‌ای به شعاع ۸ واحد، طول کمان روبه‌روی زاویهٔ مرکزی $\theta$ به‌اندازهٔ $\frac{۴\pi}{۳}$ چند است؟

۱) $\frac{۳۴\pi}{۳}$
۲) $\frac{۲\pi}{۵}$
۳) $\frac{۵\pi}{۳}$
۴) $\frac{۳۲\pi}{۳}$

**۱۸** حاصل عبارت $(\log_{۱۵}۵)^۲ + (\log_{۱۵}۳)(\log_{۱۵}۷۵)$ کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۱۵
۴) $\log_۵ ۳$

**۱۹** ساده‌شدهٔ عبارت $\frac{\sqrt{۲}\sin(۲x+\frac{\pi}{۴})+۱}{\sqrt{۲}\sin(x+\frac{\pi}{۴})}$ کدام است؟

۱) $۲\sin x$
۲) $-۲\sin x$
۳) $۲\cos x$
۴) $-۲\cos x$

**۲۰** عبارت $\frac{\sin^۲ ۲x}{(۱+\cos x)(۱+\cos ۲x)}$ برابر است با:

۱) $\sin^۲\frac{x}{۲}$
۲) $\cos^۲\frac{x}{۲}$
۳) $۴\sin^۲\frac{x}{۲}$
۴) $۴\cos^۲\frac{x}{۲}$

## هندسه

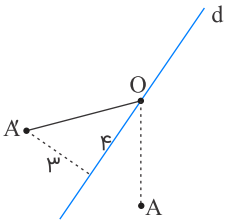
**۲۱** در کدام تبدیل ممکن است تبدیل‌یافتهٔ یک خط، بر آن عمود شود؟

۱) بازتاب مرکزی
۲) تجانس
۳) دوران
۴) انتقال

**۲۲** دو دایرهٔ $C_۱(O_۱ , R_۱)$ و $C_۲(O_۲ , ۳)$ انتقال‌یافتهٔ یکدیگر با برداری به طول ۸ هستند. وضع این دو دایره چگونه است؟

۱) مماس خارج
۲) متخارج
۳) متقاطع
۴) نامعلوم

**۲۳** در شکل زیر ابتدا $AO$ را نسبت به خط $d$ بازتاب می‌دهیم تا نقطهٔ $A'$ به دست آید، سپس مثلث $AOA'$ را ۱۸۰ درجه نسبت به $O$ دوران می‌دهیم. اگر تبدیل‌یافته‌های رأس $A$ را به هم وصل کنیم، یک مستطیل تشکیل می‌شود. مساحت مستطیل کدام است؟




۱) ۲۴

۲) ۴۸

۳) ۳۶

۴) ۴

**۲۴** اگر دو نقطهٔ $A(-۲, ۱)$ و $A'(۳, -۲)$ بازتاب یکدیگر باشند، آنگاه بازتاب نقطهٔ $B(۰, ۱)$ کدام نقطه است؟

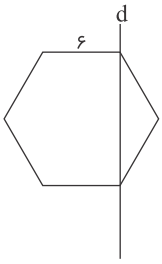
۱) $(-\frac{۷}{۱۲}, \frac{۳}{۵})$

۲) $(۱, ۰)$

۳) $(\frac{۱}{۱۷}, -۱)$

۴) $(\frac{۳۵}{۱۷}, -\frac{۴}{۱۷})$

**۲۵** اگر شش ضلعی زیر را نسبت به $d$ بازتاب کنیم، دو شش ضلعی در هم حاصل می‌شود. مساحت شکل حاصل کدام است؟ (شش ضلعی منتظم است)




۱) $۶۳\sqrt{۳}$

۲) $\frac{۶۳\sqrt{۳}}{۲}$

۳) $۴۵\sqrt{۳}$

۴) $۹۰\sqrt{۳}$

**۲۶** نقطهٔ $A(۱, ۴)$ و $B(۲, ۰)$ مفروض‌اند. اندازهٔ کوتاه‌ترین مسیر حرکت از نقطهٔ $A$ به $B$، به‌طوری‌که از $A$ شروع به حرکت کنیم و پس از برخورد با محور $y$ها به نقطهٔ $B$ برسیم، کدام است؟

۱) ۵

۲) ۳

۳) ۶

۴) ۴

**۲۷** در مثلث متساوی‌الاضلاع $ABC$ به طول ضلع ۴، اگر $T$ یک تبدیل طولپا و $T(A) = A'$، $T(B) = B'$ و $T(C) = C'$، مساحت مثلث $A'B'C'$ کدام است؟

۱) $۱۶\sqrt{۳}$

۲) $۸\sqrt{۳}$

۳) $۴\sqrt{۳}$

۴) $۲\sqrt{۳}$

**۲۸** دایرهٔ $C(O, ۳)$ و $C(O', ۲a - ۱)$ تصویر یکدیگر تحت انتقال به طول بردار $a$ هستند. اندازهٔ وترمشترک دو دایره کدام است؟

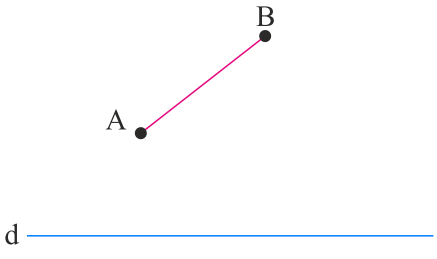
۱) $\sqrt{۲}$

۲) ۳

۳) $۴\sqrt{۲}$

۴) ۲

**۲۹** در شکل زیر فاصلهٔ نقطهٔ A از خط d برابر ۱ و طول پاره‌خط AB برابر ۳ است. اگر تصویر نقاط A و B تحت بازتاب نسبت به خط d به ترتیب نقاط $A'$ و $B'$ باشند و امتداد AB با خط d زاویهٔ $30^\circ$ بسازد، مساحت چهار ضلعی $ABB'A'$ کدام است؟



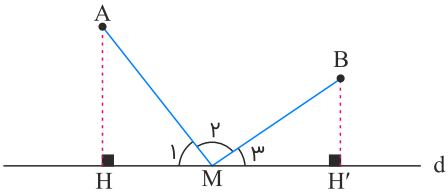

۱) $6\sqrt{3}$

۲) $12\sqrt{3}$

۳) $\frac{21\sqrt{3}}{4}$

۴) $\frac{24\sqrt{3}}{3}$

**۳۰** در شکل زیر، مسیر $AMB$ کوتاه‌ترین مسیر حرکت از نقطهٔ $A$ به خط $d$ و سپس به نقطهٔ $B$ می‌باشد. کدام رابطهٔ زیر، صحیح است؟




۱) $\hat{M}_1 = \hat{M}_2 = \hat{M}_3$

۲) $\hat{M}_1 = \hat{M}_3$

۳) $MH = MH'$

۴) $AM = BM$

**۳۱** دایرهٔ $C(O, R)$ و پاره‌خط $AB$ در یک صفحه مفروض‌اند. برای رسم وتری در دایرهٔ $C$ که موازی و مساوی $AB$ باشد، کدام تبدیل به کار می‌رود؟ $(|AB| \leq R)$

۱) انتقال

۲) تجانس

۳) دوران

۴) بازتاب

**۳۲** در دو دایرهٔ متداخل مرکز تجانس مستقیم .....

۱) خارج دایرهٔ کوچک‌تر و داخل دایرهٔ بزرگ‌تر است.

۲) داخل دو دایره است.

۳) روی دایرهٔ کوچک‌تر است.

۴) خارج دو دایره است.

**۳۳** بازتاب خط $y = 2x - 1$ نسبت به نقطهٔ $M(2, -1)$، از کدام نقطه می‌گذرد؟

۱) $(0, 9)$

۲) $(1, -3)$

۳) $(3, 0)$

۴) $(4, -1)$

**۳۴** نقطهٔ $P$ روی دایرهٔ $C(O, R)$ مفروض است. مجانس دایرهٔ $C$ به مرکز $P$ و با نسبت $k = -2$، با دایرهٔ $C$ چه وضعیتی دارد؟

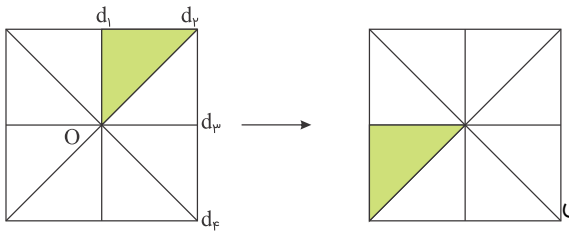
۱) متخارج

۲) متقاطع

۳) مماس خارج

۴) مماس داخل

**۳۵** با کدام تبدیل هندسی، شکل سمت چپ به شکل سمت راست تبدیل می‌شود؟




۱) دوران ۹۰ درجه نسبت به $O$ در خلاف جهت عقربه‌های ساعت

۲) دوران ۹۰ درجه نسبت به $O$ در جهت حرکت عقربه‌های ساعت و سپس بازتاب نسبت به $d_1$

۳) بازتاب نسبت به خط‌های $d_3$ و $d_1$ و $d_2$ به ترتیب

۴) گزینه‌های ۲ و ۳ صحیح است.

**۳۶** $A'$ از دوران ۱۲۰ درجه حول $O$ به وجود آمده است. اگر $AA' = ۱۲\sqrt{۳}$، آنگاه $OA$ چند است؟

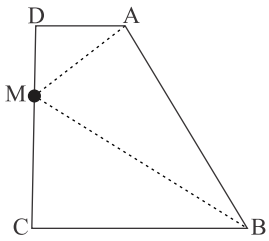
۱) ۱۲

۲) $۱۲\sqrt{۳}$

۳) $۶\sqrt{۳}$

۴) $۸\sqrt{۳}$

**۳۷** در ذوزنقه قائم‌الزاویهٔ $ABCD$، اندازه‌های $CB = CD = ۶$ و $AD = ۲$ هستند، نقطهٔ $M$ روی ساق قائم $CD$ متحرک است. کمترین مقدار $MA + MB$، کدام است؟




۱) ۱۰

۲) ۱۰/۵

۳) ۱۱

۴) ۱۱/۵

**۳۸** نقطهٔ $M$ درون زاویهٔ $xOy$ قرار دارد. می‌خواهیم $A$ و $B$ را بر $Ox$ و $Oy$ بیابیم که محیط $\overset{\Delta}{MAB}$ کمترین مقدار باشد. کدام تبدیل استفاده می‌شود؟ (زاویهٔ $xoy$ حاده است)

۱) انتقال

۲) دوران

۳) بازتاب محوری

۴) هیچ‌کدام

**۳۹** با کدام تبدیل زیر می‌توان یک مستطیل که طول آن ۲ برابر عرض آن است را درون یک مثلث محاط کرد، به‌طوری‌که طول مستطیل بر یکی از اضلاع مثلث منطبق و دو رأس دیگر آن روی دو ضلع دیگر مثلث باشند؟

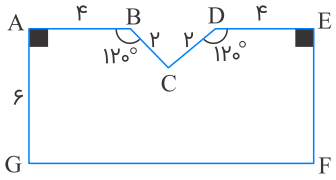
۱) دوران

۲) بازتاب

۳) انتقال

۴) تجانس

**۴۰** در شکل زیر، می‌خواهیم بدون افزایش محیط، مساحت شکل افزایش یابد. مساحت شکل جدید کدام است؟




۱) $۳۰+\sqrt{۳}$

۲) $۳۰+۲\sqrt{۳}$

۳) $۶۰+\sqrt{۳}$

۴) $۶۰+۲\sqrt{۳}$

## آمار و احتمال

**۴۱** مساحت زیر نمودار بافت‌نگاشت تعدادی داده که در دسته‌هایی با طول مساوی دسته‌بندی شده‌اند، ۳۱۵ است. اگر فراوانی نسبی و فراوانی دستهٔ سوم به ترتیب ۰/۲ و ۹ باشد، طول هر دسته کدام است؟

۱) ۶

۲) ۷

۳) ۹

۴) ۱۲

**۴۲** در یک خانواده سه فرزندی می‌دانیم فرزند اول آن‌ها دختر است. با کدام احتمال لااقل یکی از فرزندان پسر است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۵}{۸}$

۴) $\frac{۳}{۴}$

**۴۳** در کیسه‌ای ۴ کارت وجود دارد. ۲ طرف کارت اول آبی، ۲ طرف کارت دوم قرمز و ۲ کارت دیگر یک رو آبی و یک رو سبز هستند. یکی از کارت‌ها را انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه روی مشاهده‌شده آبی باشد چند برابر احتمال آن است که روی مشاهده‌شده سبز باشد؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) $\frac{۱}{۲}$

**۴۴** مدرسه‌ای سه کلاس دارد که تعداد دانش‌آموزان کلاس‌های اول و دوم باهم برابر و دو برابر کلاس سوم است. به ترتیب ۶۵%، ۴۵% و ۸۰% از دانش‌آموزان کلاس‌های اول، دوم و سوم در آزمون A قبول شده‌اند. اگر دانش‌آموزی از این مدرسه به‌تصادف انتخاب کنیم و ببینیم در آزمون A قبول شده، با کدام احتمال از کلاس دوم انتخاب شده است؟

۱) ۰/۲

۲) ۰/۳

۳) ۰/۴

۴) ۰/۵

**۴۵** سکه‌ای به‌گونه‌ای ساخته شده است که پس از پرتاب، احتمال آنکه "رو" ظاهر شود، $\frac{۱}{۴}$ و احتمال آنکه "پشت" ظاهر شود، $\frac{۳}{۴}$ است. اگر این سکه را سه بار متوالی پرتاب کنیم، احتمال آنکه در هر سه بار پرتاب، سکه‌ها یکسان باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱۱}{۶۴}$

۲) $\frac{۷}{۱۶}$

۳) $\frac{۱۱}{۳۲}$

۴) $\frac{۷}{۸}$

**۴۶** در یک خانواده سه فرزندی، می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است. با کدام احتمال دو فرزند دیگر، دختر است؟

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$

۳) $\frac{۴}{۷}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

**۴۷** کلاسی ۱۲ دانش‌آموز دارد که ماه تولد هیچ دو نفری یکسان نیست و همگی در یک سال متولد شده‌اند. یکی از دانش‌آموزان را به‌تصادف انتخاب می‌کنیم، سپس دانش‌آموز دیگری را به‌تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر دانش‌آموز دوم قبل از دانش‌آموز اول به دنیا نیامده باشد، با کدام احتمال دانش‌آموز اول در اولین ماه سال متولد شده است؟

۱) $\frac{۱}{۱۱}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$

۳) $\frac{۱}{۱۲}$ ۴) $\frac{۱}{۸}$

**۴۸** خانواده‌ای سه فرزند دارد، با چه احتمالی دو فرزند اول دختر است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۸}$

**۴۹** دو کیسه داریم. کیسهٔ اول شامل ۷ مهرهٔ قرمز و ۳ مهرهٔ آبی و کیسهٔ دوم شامل ۴ مهرهٔ قرمز و ۱۰ مهرهٔ آبی است. از کیسهٔ اول یک مهره به‌تصادف خارج کرده و در کیسهٔ دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از کیسهٔ دوم بیرون می‌آوریم. با چه احتمالی این مهره، قرمز است؟

۱) $\frac{۴۱}{۱۵۰}$ ۲) $\frac{۴۳}{۱۵۰}$

۳) $\frac{۴۷}{۱۵۰}$ ۴) $\frac{۴۹}{۱۵۰}$

**۵۰** فرزند دوم خانواده‌ای پسر است. با کدام احتمال فرزند اول و سوم این خانواده دختر هستند؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

**۵۱** فرض کنید $A$ و $B$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه‌ای $E$ را افراز می‌کنند. اگر $P(A) = ۰/۲$، $P(B) = ۰/۴$ و $P(E|A) = P(E|B) = ۰/۱$، آنگاه $P(E)$ کدام است؟

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۱

۳) ۰/۰۶ ۴) ۰/۷

**۵۲** در پرتاب ۲ تاس باهم اگر اعداد روشده مثل هم باشند، با چه احتمالی مجموع اعداد روشده ۶ خواهد بود؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

www.alirezaafshar.org

**۵۳** اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، به‌طوری‌که $P(A) = ۰/۲$، $P(B) = ۰/۲۲$ و $P(B|A) = ۰/۷$، آنگاه $P(B'|A')$ کدام است؟

۱) ۰/۸۴
۲) ۰/۹۰
۳) ۰/۹۲
۴) ۰/۹۶

**۵۴** سه نفر مشغول رمزگشایی یک پیام هستند. احتمال موفقیت آن‌ها به ترتیب $\frac{۲}{۳}$، $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۱}{۲}$ است. با کدام احتمال لااقل یکی از آنان، موفق می‌شود؟

۱) $\frac{۱۹}{۲۴}$
۲) $\frac{۵}{۶}$
۳) $\frac{۱۱}{۱۲}$
۴) $\frac{۲۳}{۲۴}$

**۵۵** اگر $P(A|B) = \frac{۳}{۵}$ و $P(B|A) = \frac{۴}{۷}$ باشد، در این صورت حاصل $\frac{P(A-B)}{P(B-A)}$ کدام است؟

۱) $\frac{۲۱}{۲۰}$
۲) $\frac{۹}{۸}$
۳) $\frac{۴۲}{۶۱}$
۴) $\frac{۴۰}{۶۱}$

**۵۶** سیروس در ۳۰ درصد مواقع با دوچرخه و در ۷۰ درصد مواقع با اتومبیل خود سرکار می‌رود. اگر با دوچرخه برود. در ۵۰ درصد مواقع و چنانچه با اتومبیل خود برود، در ۱۵ درصد مواقع دیر می‌رسد. اگر روزی دیر به سر کار رسیده باشد، با کدام احتمال با دوچرخه رفته است؟

۱) $\frac{۱۰}{۱۷}$
۲) $\frac{۳۱}{۵۱}$
۳) $\frac{۱۵}{۱۷}$
۴) $\frac{۲۳}{۵۱}$

**۵۷** در پرتاب دو تاس پیشامد آنکه "عدد رو شدهٔ تاس اول ۵ باشد." با کدام‌یک از پیشامدهای زیر مستقل نیست؟

۱) عدد رو شدهٔ تاس دوم فرد باشد.
۲) اعداد رو شده برابر باشند.
۳) مجموع اعداد رو شده ۷ باشند.
۴) هر دو عدد رو شده فرد باشند.

**۵۸** در جدول داده‌های زیر، اگر درصد فراوانی نسبی دسته وسط برابر ۲۵ باشد، در نمودار بافت‌نگاشت، ارتفاع مستطیل متناظر با دسته وسط کدام است؟

| مرکز دسته | ۶ | ۱۱ | ۱۶ | ۲۱ | ۲۶ |
|---|---|---|---|---|---|
| فراوانی دسته | ۱۲ | ۱۵ | x | ۹ | ۱۸ |

۱) ۱۴
۲) ۱۶
۳) ۱۸
۴) ۲۰

**۵۹** دو کیسه داریم، کیسهٔ $A$ شامل ۵ مهرهٔ سفید و ۲ مهرهٔ قرمز و کیسهٔ $B$ شامل ۴ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ قرمز است. ۳ مهره از کیسهٔ $A$ و ۴ مهره از کیسهٔ $B$ برداشته و در کیسهٔ سومی می‌ریزیم. سپس یک مهره از کیسهٔ سوم خارج می‌کنیم. احتمال اینکه سفید باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۳۱}{۴۹}$
۲) $\frac{۲۱}{۴۹}$
۳) $\frac{۱۱}{۴۹}$
۴) $\frac{۱۰}{۴۹}$

**۶۰** سه سکه را همزمان پرتاب می‌کنیم. اگر سکهٔ اول پشت ظاهر شده باشد، احتمال آن‌که سکهٔ سوم رو ظاهر شده باشد، کدام است؟

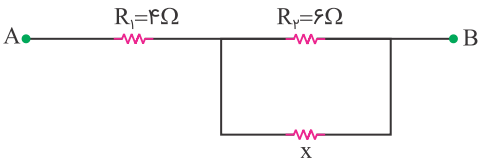
۱) $\frac{۱}{۸}$
۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

## فیزیک

**۶۱** مقاومت الکتریکی سیمی $۳\,\Omega$ است. $\frac{۴}{۵}$ سیم را بریده و کنار می‌گذاریم و $\frac{۱}{۵}$ باقی‌مانده را از دستگاهی عبور می‌دهیم تا آن را یکنواخت نازک کرده و طولش را به طول سیم اولیه برساند. با ثابت ماندن دما، مقاومت سیم جدید چند اهم می‌شود؟

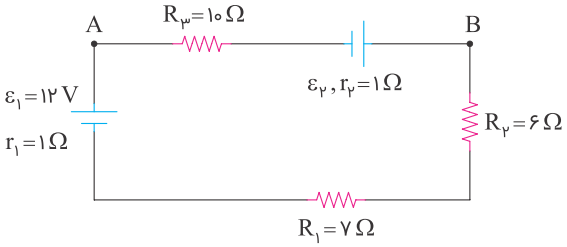
۱) ۱۵
۲) ۱۲
۳) $\frac{۳}{۵}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

**۶۲** در شکل زیر، اگر مقاومت معادل بین دو نقطهٔ $A$ و $B$، ۸ اهم باشد، مقاومت $x$ چند اهم است؟



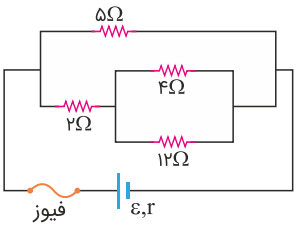

۱) ۳
۲) ۶
۳) ۹
۴) ۱۲

**۶۳** در مدار شکل زیر، انرژی پتانسیل بار الکتریکی $q = -۲/۵\mu c$ هنگام عبور از نقطهٔ $A$ تا $B$، ۱۲ میکروژول کاهش می‌یابد. نیروی محرکهٔ $\varepsilon_۲$ چند ولت است؟



۱) ۴۲
۲) ۱۸
۳) ۲۸
۴) ۳۲

**۶۴** در مدار شکل زیر اگر از مقاومت $۴\ \Omega$، جریان ۱/۵ آمپر عبور کند، آسیبی به مقاومت نمی‌رسد. فیوز قرارگرفته در مدار چند آمپر را می‌تواند تحمل کند؟




۱) ۲

۲) ۲/۵

۳) ۳

۴) ۴

**۶۵** ذره‌ای به جرم ۵۰۰ میلی‌گرم با سرعت $۱۰^{۳}\ m/s$ به‌طور عمود وارد میدان مغناطیسی یکنواخت ۴ میلی‌تسلا می‌شود. اگر بار الکتریکی ذره $۵۰\mu C$ باشد، شتابی که ذره تحت تأثیر میدان می‌گیرد، چند متر بر مربع ثانیه است؟

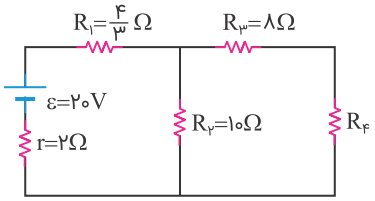
۱) ۰/۴۰

۲) ۰/۰۴

۳) ۰/۲۰

۴) ۰/۰۲

**۶۶** در مدار شکل زیر، توان الکتریکی مصرفی دو مقاومت $R_۱$ و $R_۴$ باهم برابر است. جریان عبوری از مقاومت $R_۲$ چند آمپر است؟



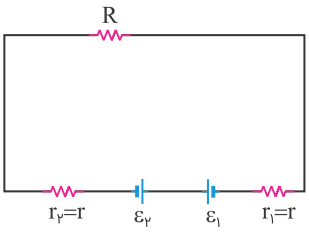

۱) $\frac{۲}{۳}$

۲) ۱

۳) ۲

۴) $\frac{۴}{۳}$

**۶۷** در مدار شکل زیر، اختلاف‌پتانسیل دو سر مقاومت $R$ برابر با نیروی محرکهٔ مولد $\varepsilon_۱$ است. نسبت $\frac{\varepsilon_۱}{\varepsilon_۲}$ برابر است با: $(\varepsilon_۲ > \varepsilon_۱)$




۱) $\frac{r}{R+r}$

۲) $\frac{r}{۲(R+r)}$

۳) $\frac{R}{R+r}$

۴) $\frac{R}{۲(R+r)}$

**۶۸** ضریب دمایی مقاومت یک رسانا $(۱/^{\circ}C)$ $۲ \times ۱۰^{-۴}$ است. دمای این رسانا را چند سلسیوس افزایش دهیم تا مقاومت الکتریکی آن ۰/۲ درصد افزایش یابد؟

۱) ۱۰

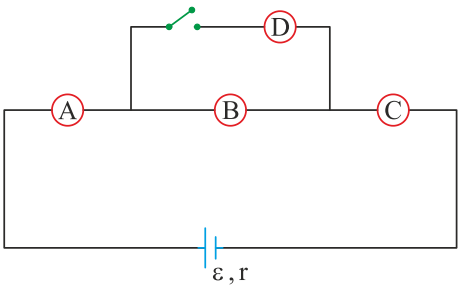
۲) ۱۰۰

۳) ۱۰۰۰

۴) ۱۰۰۰۰

www.alirezaafshar.org

**۶۹** در شکل زیر تمام لامپ‌ها روشن است. اگر لامپ D خاموش شود، روشنایی لامپ‌های دیگر نسبت به حالت اول چگونه تغییر می‌کند؟




۱) B کمتر و C و A بیشتر می‌شود.

۲) B بیشتر و C و A کمتر می‌شود.

۳) روشنایی هر سه لامپ کمتر می‌شود.

۴) روشنایی هر سه لامپ بیشتر می‌شود.

**۷۰** کاربرد کدام‌یک از قطعه‌های الکترونیکی زیر به‌عنوان قطعهٔ اصلی درست نوشته شده است؟

الف) ترمیستور مورداستفاده در زنگ خطر آتش

ب) دیود نورگسیل مورداستفاده در تابلوهای تبلیغاتی

پ) LDR مورداستفاده در دماپا

ت) LED مورداستفاده در چشم‌های الکترونیکی

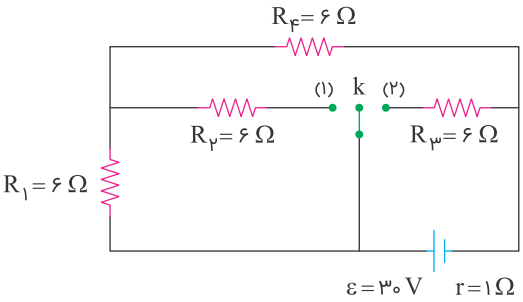
۱) پ و ت

۲) پ و ب

۳) الف و ب

۴) الف و ت

**۷۱** در مدار شکل زیر، ابتدا کلید در حالت ۱ قرار دارد و توان مفید باتری $P_1$ است. اگر کلید در حالت ۲ قرار داشته باشد، توان مفید باتری $P_2$ است. $\frac{P_2}{P_1}$ کدام است؟



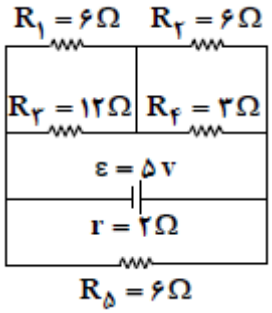

۱) ۱

۲) ۰/۷۲

۳) $\frac{۶۷۵}{۳۲۴}$

۴) $\frac{۱۶}{۹}$

**۷۲** در مدار زیر، توان مصرفی مقاومت $R_1$ چند وات است؟




۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۱}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۶}$

۴) $\frac{۲}{۳}$

**۷۳** چند مورد از گزاره‌های زیر نادرست است؟

الف) راستای میدان مغناطیسی در هر نقطه، مماس بر خط میدان مغناطیسی در آن نقطه است.

ب) تراکم خطوط میدان مغناطیسی با بزرگی میدان در آن نقطه رابطهٔ مستقیم دارد.

ج) قطب شمال مغناطیسی زمین نزدیک به قطب جنوب جغرافیایی زمین است.

د) خطوط میدان مغناطیسی یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

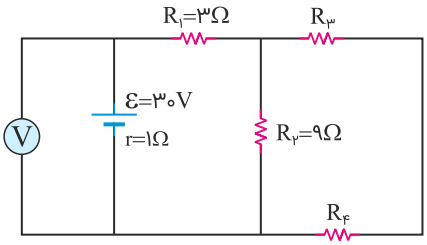
هـ) نیروی مغناطیسی وارد بر یک ذرهٔ باردار متحرک هرگز روی آن کار انجام نمی‌دهد.

و) شیب مغناطیس در تمام سطح زمین یکسان است.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) صفر ۴) ۴

**۷۴** در مدار زیر، اگر ولت‌سنج آرمانی ۲۷ ولت را نشان دهد و توان مصرفی مقاومت $R_۴$ برابر با ۶ وات باشد، اندازهٔ مقاومت $R_۳$ چند اهم است؟




۱) ۶

۲) ۹

۳) ۱۲

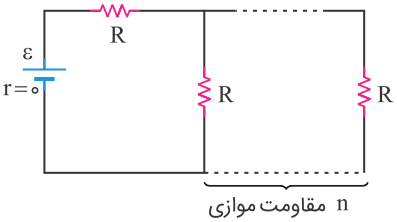
۴) ۱۸

**۷۵** در یک آذرخش $۱۰^۹$ J انرژی تحت اختلاف پتانسیل $۵ \times ۱۰^۷$ V در بازهٔ زمانی ۰/۲ s آزاد می‌شود. جریان متوسط در یک یورش آذرخش چند آمپر است؟

۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰

۳) ۲۰۰ ۴) ۴۰۰

**۷۶** در مدار زیر اگر $n$ به $n-۱$ تبدیل شود، شدت جریان عبوری از باتری $\frac{۲۴}{۲۵}$ برابر می‌شود. $n$ کدام است؟




۱) ۳

۲) ۴

۳) ۶

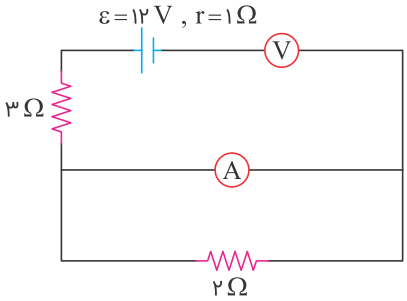
۴) ۵

**۷۷** مقاومت الکتریکی دو سر یک رسانا ۰/۰۶ اهم است. اگر سطح مقطع ۲ متر از این سیم برابر ۴ $cm^۲$ باشد، مقاومت ویژهٔ این رسانا چند واحد SI است؟

۱) $۰/۱۲ \times ۱۰^{-۶}$ ۲) $\frac{۱}{۱۲} \times ۱۰^{-۶}$

۳) $۰/۱۲ \times ۱۰^{-۴}$ ۴) $\frac{۱}{۱۲} \times ۱۰^{-۴}$

**۷۸** در مدار زیر، آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی به ترتیب چه اعدادی را نشان می‌دهند؟



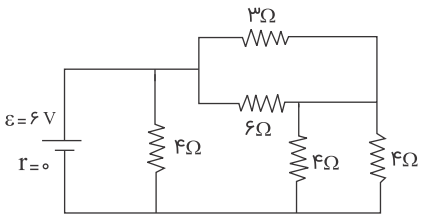

۱) صفر - ۱۲ V

۲) صفر - صفر

۳) ۲ A - ۱۰ V

۴) ۲ A - ۴ V

**۷۹** در مدار شکل زیر شدت جریانی که از مقاومت ۶Ω می گذرد چند آمپر است؟



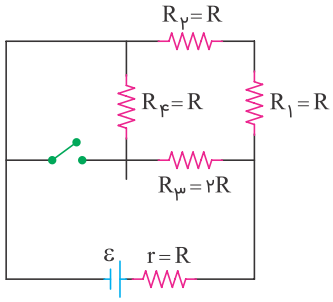

۱) ۰/۵

۲) ۱

۳) ۱/۵

۴) ۳

**۸۰** در مدار شکل زیر، ابتدا کلید k باز است. با وصل این کلید، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_1$ چندبرابر می‌شود؟




۱) $\frac{۱۰}{۱۱}$

۲) $\frac{۱۱}{۱۰}$

۳) $\frac{۲۰}{۱۱}$

۴) $\frac{۱۱}{۲۰}$

## شیمی

**۸۱** از گرمای آزادشده طی واکنش چند گرم آلومینیم با هیدروکلریک اسید می‌توان ۱۰۰۰ گرم مادهٔ A را از دمای $۲۳^\circ C$ به دمای $۴۸^\circ C$ رساند؟ $(c_A = ۰/۸\, J.g^{-۱}.^\circ C^{-۱}\ ,\ Al = ۲۷\, g.mol^{-۱})$

$$۲Al(s) + ۳HCl(aq) \rightarrow ۲AlCl_۳(s) + ۳H_۲(g)\ ,\ \Delta H = -۲۱۶\, kJ$$

۱) ۲/۵

۲) ۵

۳) ۷/۵

۴) ۱۰

**۸۲** چند مورد از مطالب زیر درست است؟

الف) گرمای واکنش $2C_2H_6(g) + 7O_2(g) \rightarrow 4CO_2(g) + 6H_2O(g)$، برابر با آنتالپی سوختن اتان در دما و فشار اتاق است.

ب) در الکل‌های تک‌عاملی، با افزایش جرم مولی، آنتالپی سوختن افزایش می‌یابد.

پ) بیمارانی که مشکل تنفسی دارند در شرایط اضطراری نیاز به تنفس از کپسول اکسیژن به‌عنوان کاتالیزگر دارند.

ت) با گذشت زمان در واکنش مس $(II)$ سولفات با تیغهٔ روی از جرم مواد جامد ظرف کاسته می‌شود.

۱) ۲ ۲) ۱

۳) ۳ ۴) ۴

**۸۳** برای تعیین چه تعداد از $\Delta H$ واکنش‌های زیر، استفاده از گرماسنج لیوانی مناسب است؟

الف) $KNO_3(s) \rightarrow KNO_2(s) + O_2(g)$

ب) $NaCl(aq) + AgNO_3(aq) \rightarrow AgCl(s) + NaNO_3(aq)$

پ) $NH_3(g) + HCl(g) \rightarrow NH_4Cl(g)$

ت) $CH_4(g) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(g)$

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

**۸۴** چند مورد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف) ظرفیت گرمایی یک کیلوگرم از ماده، ظرفیت گرمایی ویژهٔ آن را نشان می‌دهد.

ب) ارزش دمایی $1^\circ C$ با $1K$ برابر است.

پ) اگر مقادیر یکسانی آب و روغن زیتون با دمای اولیهٔ یکسانی داشته باشیم، با دادن مقدار گرمای یکسان دمای نهایی آن‌ها متفاوت خواهد بود.

ت) در فرآیندهای گرماده، انرژی از سامانه به محیط جاری می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

**۸۵** ساده‌ترین آلدهید، دومین عضو از خانوادهٔ اسیدها و ساده‌ترین کتون به ترتیب از راست به چپ، چند اتم کربن دارد؟

۱) ۳ ، ۲ ، ۲ ۲) ۳ ، ۲ ، ۱

۳) ۱ ، ۲ ، ۱ ۴) ۲ ، ۳ ، ۱

**۸۶** واکنش $AB_2(g) \rightarrow A(g) + 2B(g)$، به صورتی پیش می‌رود که در هر ساعت غلظت مادهٔ اولیه نصف می‌شود. اگر غلظت مادهٔ اولیه برابر $1 mol.L^{-1}$ باشد، برای تجزیهٔ ۹۳/۷۵٪ مولکول‌های $AB_2$، چند ساعت زمان لازم است؟

۱) ۴ ۲) ۵

۳) ۸ ۴) ۱۰

**۸۷** کدام گزینه از لحاظ درستی و نادرستی با بقیه متفاوت است؟

۱) $\Delta H$ واکنش سوختن ناقص گرافیت همانند $\Delta H$ واکنش تولید هیدرازین از $N_2$ و $H_2$ به‌صورت غیرمستقیم به دست می‌آید.

۲) اختلاف تفاوت سطح انرژی $N_2$ با $N_2H_4$ و $NH_3$ برابر $1\,kJ$ است.

۳) تعداد اتم‌های هیدروژن پراکسید مشابه با تعداد الکترون‌های پیوندی $HCN$ است.

۴) ارزش سوختی پنیر از شکلات بیشتر و از بادام‌زمینی کمتر است.

**۸۸** رسانایی الکتریکی عناصر موجود در کدام گزینه، مشابه عنصری از گروه ۱۴ است که در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون از دست می‌دهد؟

۱) $_{29}Cu$ ، دومین عنصر گروه ۱۵ جدول دوره‌ای عنصرها ، کاتالیزگر واکنش هیدروژن‌دار شدن آلکن‌ها

۲) $_{13}Al$ ، عنصر گازی‌شکل گروه ۱۶ ، عنصر اصلی مورداستفاده در سلول‌های خورشیدی

۳) $_{32}Ge$ ، عنصر ماده‌ای که کمبود آن در بدن با خوردن اسفناج و عدسی جبران می‌شود ، عنصر اصلی سازندهٔ نفت خام

۴) $_{21}Sc$ ، تنها عنصری که در طبیعت به شکل رگه‌های زرد و به‌صورت عنصری یافت می‌شود ، عنصری که بیشترین شعاع اتمی را در دورهٔ سوم جدول دوره‌ای عنصرها دارد.

**۸۹** کدام گزینه درست است؟

۱) گرما میزان سردی و گرمی مواد را نشان می‌دهد.

۲) ذرات سازندهٔ مواد تنها در حالت فیزیکی مایع و گاز دارای جنب‌وجوش هستند.

۳) بوی غذای گرم آسان‌تر و سریع‌تر از غذای سرد به مشام می‌رسد.

۴) گرما میانگین انرژی جنبشی مواد سازندهٔ ماده است.

**۹۰** در یک گرماسنج لیوانی مقدار ۱/۶ گرم $NH_4NO_3$ را وارد می‌کنیم. اگر درون گرماسنج ۷۵ گرم آب با دمای اولیهٔ $25^\circ C$ وجود داشته باشد؛ پس از انحلال کامل آمونیوم نیترات، دمای مجموعه به $23/34^\circ C$ می‌رسد. گرمای جذب‌شده به ازای انحلال یک مول $NH_4NO_3$ تقریباً چند کیلوژول است؟ (ظرفیت گرمایی ویژهٔ مخلوط $4/18\,J.g^{-1}.mol^{-1}$ فرض شود) $(H=1\ ,\ N=14\ ,\ O=16 : g.mol^{-1})$

۱) $260\,kJ$ ۲) $26\,kJ$

۳) $531\,kJ$ ۴) $13\,kJ$

**۹۱** اگر دمای ۱۰ گرم از یک قطعه فلز خالص براثر جذب ۱۱۷/۵ ژول گرما به‌اندازه $50^\circ C$ بالاتر رود، این فلز کدام است؟ (ظرفیت گرمایی ویژه سرب، نقره، نیکل و آلومینیم را برحسب $J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$ برابر با $12/9\times10^{-2}$ , $23/5\times10^{-2}$ , $3/4\times10^{-1}$ , $9/02\times10^{-1}$ در نظر بگیرید)

۱) سرب ۲) آلومینیم

۳) نیکل ۴) نقره

**۹۲** با توجه به واکنش‌های زیر:

الف) $A(g) + ۲B(g) \rightarrow C(g) \quad , \quad \Delta H^\circ = -۱۱۵\,kJ$

ب) $C(g) + D(g) + ۲B(g) \rightarrow ۲E(g) \quad , \quad \Delta H^\circ = +۵۲\,kJ$

پ) $۲D(g) \rightarrow A(g) + ۲E(g) \quad , \quad \Delta H^\circ = -۲۰\,kJ$

با گرمای آزادشده ضمن تشکیل یک مول $D(g)$ در واکنش: $۲A(g) + ۴E(g) \rightarrow ۲C(g) + ۳D(g)$، به تقریب چند گرم آب با دمای $۳۰^\circ C$ را می‌توان در فشار $۱\,atm$ به جوش آورد؟ $(c_{آب} = ۴/۲\,J.g^{-۱}.^\circ C^{-۱})$

۱) ۱۲۶/۷ ۲) ۱۶۶/۷

۳) ۲۶۸/۳ ۴) ۲۷۹/۳

**۹۳** $\Delta H$ واکنش سنتز ۱ مول آمونیاک از گازهای هیدروژن و نیتروژن باتوجه‌به جدول زیر کدام است؟

| مواد | $N - H$ | $H - H$ | $N \equiv N$ |
|---|---|---|---|
| آنتالپی پیوند $(kJ.mol^{-۱})$ | ۳۹۱ | ۴۳۵ | ۹۴۵ |

۱) -۹۶ ۲) -۴۸

۳) +۹۶ ۴) +۴۸

**۹۴** چندمورد از موارد زیر درمورد اوزون صحیح است؟

- در دمای بالاتری نسبت به اکسیژن به مایع تبدیل می‌شود.
- واکنش‌پذیری پایین‌تری نسبت به اکسیژن داشته، ازاین‌رو واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن در استراتوسفر گرماگیر است.
- میزان اوزون تروپوسفری رابطهٔ مستقیم با میزان مصرف سوخت‌های فسیلی (نفت، بنزین، گازوییل) دارد.
- در واکنش $۲O_۳(g) + a \rightleftarrows ۳O_۲(g) + b$، a و b به ترتیب عبارت‌اند از نور ماورا بنفش و نور فروسرخ.

۱) ۴ ۲) ۳

۳) ۲ ۴) ۱

**۹۵** اگر $\Delta H$ واکنش: $Fe(s) + H_۲O(g) \rightarrow Fe_۳O_۴(s) + H_۲(g)$، پس از موازنه برابر $-۱۵۰kJ$ باشد، گرمای آزاد شده ضمن تشکیل چند لیتر گاز هیدروژن در شرایطی که حجم مولی گازها برابر ۲۵ لیتر است، دمای ۳۰۰ گرم آب را به اندازه $۴۰^\circ C$ بالا می برد؟ $(c_{H_۲O} = ۴/۲J.g^{-۱}.^\circ C^{-۱})$

۱) ۳۳/۶ ۲) ۱۶/۸

۳) ۱۲/۲ ۴) ۸/۴

**۹۶** کدام گزینه جاهای خالی را به‌درستی پر می‌کند؟

"روغن و چربی از جمله ترکیبات ..... هستند که به دلیل ..... در ساختار، رفتارهای فیزیکی و شیمیایی ..... دارند."

۱) هیدروکربنی - متفاوت ۲) آلی - مشابه - مشابه

۳) هیدروکربنی - مشابه - مشابه ۴) آلی - متفاوت - متفاوت

**۹۷** دی‌بوران $(B_۲H_۶)$ به دلیل واکنش‌پذیری زیاد به‌عنوان سوخت موشک در برنامه‌های فضایی کاربرد دارد. باتوجه‌به واکنش‌های زیر، آنتالپی تشکیل آن از عنصرهای سازنده‌اش چند کیلوژول بر مول است؟

$$B_۲H_۶(g) + ۳O_۲(g) \rightarrow B_۲O_۳(s) + ۳H_۲O(g) \qquad \Delta H = a\,kJ$$

$$۲B(s) + \frac{۳}{۲}O_۲(g) \rightarrow B_۲O_۳(s) \qquad \Delta H = b\,kJ$$

$$H_۲(g) + \frac{۱}{۲}O_۲(g) \rightarrow H_۲O(l) \qquad \Delta H = c\,kJ$$

$$H_۲O(l) \rightarrow H_۲O(g) \qquad \Delta H = d\,kJ$$

۱) $a - b + ۳(c - d)$
۲) $۳(c + d) + b - a$
۳) $۲(a + b) + ۳(c + d)$
۴) $a + b - ۳c - d$

**۹۸** ۲/۵ لیتر آب $(d = ۱kg.L^{-۱})$ و ۲ لیتر اتیلن گلیکول $(d = ۱/۱kg.L^{-۱})$ با یکدیگر مخلوط شده و درون رادیاتور خودرو به کار رفته است. مقدار گرمای جذب شده برای افزایش دمای این محلول به اندازهٔ $۱۰^\circ C$، چند کیلوژول است؟ (ظرفیت گرمایی ویژه آب و اتیلن گلیکول به ترتیب برابر ۴/۲ و ۲/۴ ژول بر گرم بر درجهٔ سلسیوس است و ظرفیت گرمایی مواد در محلول تغییر نکرده است)

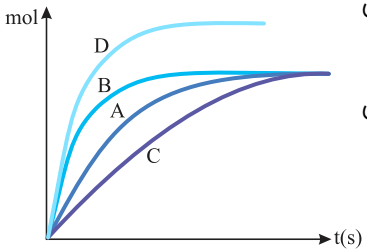
۱) ۱۵/۳
۲) ۱۵/۸
۳) ۱۵۳
۴) ۱۵۷/۸

**۹۹** چه تعداد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف) در واکنش‌هایی با دمای ثابت، تبادل انرژی بین محیط و سامانه رخ نمی‌دهد.
ب) در فرآیند گرماگیر، گرما از محیط به سامانه منتقل می‌شود.
پ) انجماد آب فرآیندی گرماده است.
ت) تبدیل کربن دی‌اکسید جامد به گاز کربن دی‌اکسید فرآیندی گرماگیر است.

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

**۱۰۰** اگر منحنی A مربوط به واکنش ۱۰ گرم کلسیم کربنات خالص با مقدار کافی محلول هیدروکلریک اسید باشد، چند مورد از عبارت‌های زیر درست‌اند؟




الف) منحنی B می‌تواند مربوط به افزودن یک کاتالیزگر به مخلوط واکنش و یا مربوط به افزایش دمای ظرف واکنش باشد.

ب) منحنی C می‌تواند مربوط به افزودن یک بازدارنده به مخلوط واکنش و یا مربوط به کاهش دمای ظرف واکنش باشد.

پ) منحنی D می‌تواند مربوط به افزودن مقداری هیدروکلریک اسید به مخلوط واکنش باشد.

ت) منحنی A می‌تواند مربوط به هر سه فرآوردهٔ این واکنش باشد.

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار

استاد علیرضا افشار
”همایش ها“
@hamayesh_dr_afshar

www.alirezaafshar.org



# حسابان

**۱** گزینه ۴

باید زوایای داده‌شده را باتوجه‌به بی‌اثر بودن زوایای مضارب $۳۶۰^\circ$ کاهش دهیم:

$$\tan(۴۸۰^\circ = ۳۶۰^\circ + ۱۲۰) = \tan ۱۲۰^\circ = \tan(۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ) = -\tan ۶۰^\circ = -\sqrt{۳}$$

$$\sin(-۷۵۰^\circ) = -\sin ۷۵۰^\circ = -\sin(۲ \times ۳۶۰^\circ + ۳۰^\circ) = -\sin ۳۰^\circ = -\frac{۱}{۲}$$

$$\cos(۳۳۰^\circ) = \cos(۳۶۰^\circ - ۳۰^\circ) = \cos(-۳۰^\circ) = \cos ۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\sin(-۵۱۰^\circ) = -\sin ۵۱۰^\circ = -\sin(۳۶۰^\circ + ۱۵۰^\circ) = -\sin ۱۵۰^\circ$$

$$= -\sin(۱۸۰^\circ - ۳۰^\circ) = -\sin ۳۰^\circ = -\frac{۱}{۲}$$

بنابراین حاصل عبارت داده‌شده برابر است با:

$$-\sqrt{۳} + ۲\left(-\frac{۱}{۲}\right)\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right) + \frac{۱}{-\frac{۱}{۲}} = -۲ - \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$$

باتوجه‌به امکان اشتباه در محاسبات و خصوصاً در مثبت و منفی بودن توابع مثلثاتی سایر گزینه‌ها می‌توانند دام باشند.

۲ گزینه ۲

دامنهٔ تابع $y = ۲\log x$ برابر با $(۰, +\infty)$ است؛ پس در تمام گزینه‌ها اول دامنه‌ها را حساب می‌کنیم.

گزینهٔ ۱ : $x^۲ > ۰ \Rightarrow x \in \mathbb{R} - \{۰\}$ برابر نیست

گزینهٔ ۲ : $\frac{۱}{\sqrt{x}} > ۰ \Rightarrow \sqrt{x} > ۰ \Rightarrow x > ۰$

حالا بررسی می‌کنیم که ضابطهٔ تابع در گزینهٔ ۲ با ضابطهٔ تابع $y = ۲\log x$ برابر است یا نه.

$$-۴\log\frac{۱}{\sqrt{x}} = -۴\log x^{-\frac{۱}{۲}} = -۴(-\frac{۱}{۲})\log x = ۲\log x$$

پس تابع $y = -۴\log\frac{۱}{\sqrt{x}}$ با تابع $y = ۲\log x$ برابر است.

گزینهٔ ۳ : $\frac{x^۲ - x}{x - ۱} = \frac{x(x-۱)}{x-۱} > ۰ \Rightarrow x > ۰\ ;\ x \neq ۱$ برابر نیست

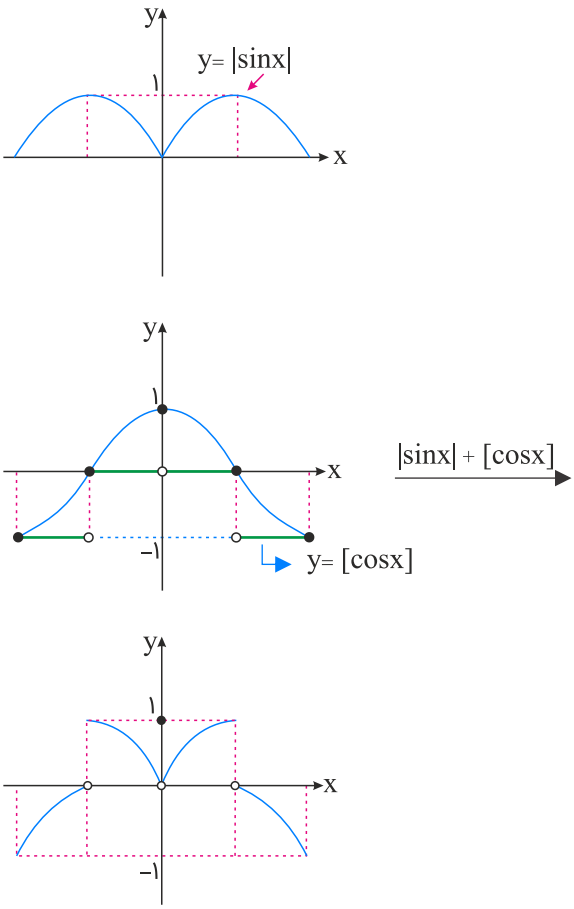
گزینهٔ ۴ : $\frac{x^۲}{x} > ۰ \Rightarrow x > ۰$

برابری ضابطه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$y = \log\frac{x^۲}{x} = \log x$$

ضابطهٔ گزینهٔ چهارم با $y = ۲\log x$ برابر نیست.

۳ گزینه ۴



توجه شود که:

$$y = |\sin x| = \begin{cases} \sin x & ; \sin x \geq 0 \\ -\sin x & ; \sin x < 0 \end{cases}$$

**۴** گزینه ۱

**گام اول**

دامنهٔ تابع $fog$ از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$D_{fog} = \{x \in D_g | g(x) \in D_f\}$$

**گام دوم**

دامنهٔ دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ را تعیین کرده و با استفاده از رابطهٔ گفته‌شده در گام اول، $D_{fog}$ را مشخص می‌کنیم.

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{-x^۲ + x + ۲}}$$

$$-x^۲ + x + ۲ > ۰ \xrightarrow{\times(-۱)} x^۲ - x - ۲ < ۰ \Rightarrow (x-۲)(x+۱) < ۰$$

$$\Rightarrow -۱ < x < ۲ \Rightarrow D_f = (-۱, ۲)$$

$$g(x) = (\frac{۱}{۴})^x \Rightarrow D_g = \mathbb{R}$$

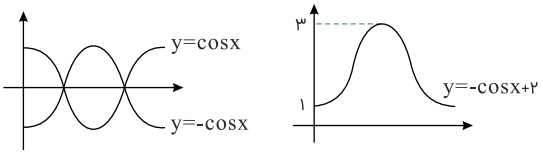
$$D_{fog} = \{x \in \mathbb{R} | -۱ < (\frac{۱}{۴})^x < ۲\}$$

$$\xrightarrow{(\frac{۱}{۴})^x > ۰} (\frac{۱}{۴})^x < ۲ \Rightarrow (۲^{-۲})^x < ۲ \Rightarrow ۲^{-۲x} < ۲ \Rightarrow -۲x < ۱$$

$$\xrightarrow{\div -۲} x > -\frac{۱}{۲} \Rightarrow D_{fog} = (-\frac{۱}{۲}, +\infty)$$

**۵** گزینه ۲

با قرینهٔ $y = \cos x$ نسبت به محور $x$ها و سپس انتقال آن دو واحد رو به بالا نمودار $y = -\cos x + ۲$ به دست می‌آید:



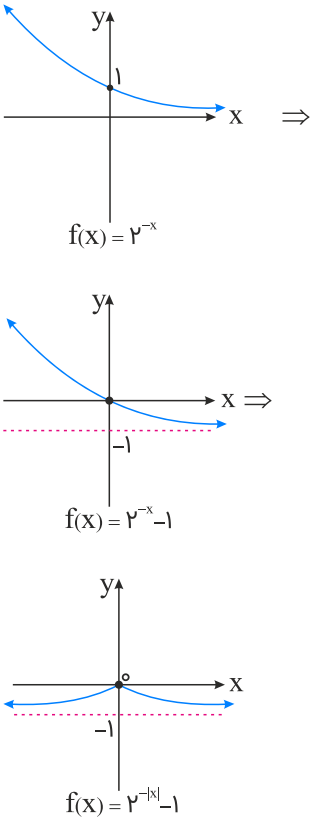

**۶** گزینه ۲

نکته: تعداد ارقام عدد طبیعی $a$ برابر است با $[\log a] + ۱$، داریم:

$$\log ۳^{۱۰۰۰} = ۱۰۰۰ \log ۳ = ۱۰۰۰ \times ۰/۴۷۷۱ = ۴۷۷/۱$$

بنابراین عدد $۳^{۱۰۰۰}$، ۴۷۸ رقمی است.

**۷** گزینه ۳



**۸** گزینه ۳

$$\frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta}+\frac{۱+\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{۲\sin\frac{\theta}{۲}\cos\frac{\theta}{۲}}{۲\sin^{۲}\frac{\theta}{۲}}+\frac{۲\cos^{۲}\frac{\theta}{۲}}{۲\sin\frac{\theta}{۲}\cos\frac{\theta}{۲}}=\cot\frac{\theta}{۲}+\cot\frac{\theta}{۲}=۲\cot\frac{\theta}{۲}$$

**۹** گزینه ۲

$$۲-x\geq ۰\Rightarrow x\leq ۲\Rightarrow D_f=(-\infty,۲]$$
$$x^{۲}-۱۵x>۰\Rightarrow x(x-۱۵)>۰\Rightarrow D_g=(-\infty,۰)\cup(۱۵,+\infty)$$
$$D_{fog}=\{x|x\in D_g,g(x)\in D_f\}$$
$$=\left\{x|\underbrace{x\in(-\infty,۰)\cup(۱۵,+\infty)}_{(*)},\log(x^{۲}-۱۵x)\leq ۲\right\}$$
$$\log(x^{۲}-۱۵x)\leq\log_{۱۰}^{۱۰۰}\Rightarrow x^{۲}-۱۵x\leq ۱۰۰\Rightarrow x^{۲}-۱۵x-۱۰۰\leq ۰$$
$$\Rightarrow(x-۲۰)(x+۵)\leq ۰\Rightarrow x\in[-۵,۲۰]\ (**)$$

باید از (*) و (**) اشتراک گرفت؛ بنابراین مجموعهٔ جواب برابر است با:

$$\xrightarrow{(**),(*)}x\in[-۵,۰)\cup(۱۵,۲۰]$$

**۱۰** گزینه ۲

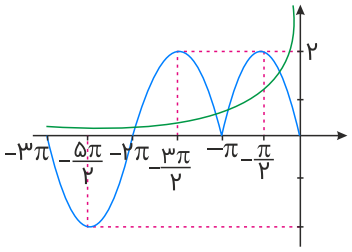
$$۵\sin x(۶-۵\sin x)=۹\Rightarrow ۳۰\sin x-۲۵\sin^۲x=۹\Rightarrow ۲۵\sin^۲x-۳۰\sin x+۹=۰$$

$$\Rightarrow(۵\sin x-۳)^۲=۰\Rightarrow \sin x=\frac{۳}{۵}\Rightarrow \sin^۲x=\frac{۹}{۲۵},\cos^۲x=\frac{۱۶}{۲۵}$$

$$A=\frac{\sin^۲x-\cos^۲x}{۲\sin^۲x+\cos^۲x}=\frac{\sin^۲x-\cos^۲x}{\sin^۲x+۱}=\frac{\frac{۹}{۲۵}-\frac{۱۶}{۲۵}}{\frac{۹}{۲۵}+۱}=\frac{-۷}{۳۴}$$

**۱۱** گزینه ۴

مطابق شکل نمودار دو تابع در چهار نقطه متقاطع‌اند.




**۱۲** گزینه ۱

$\log_{۳}^{۸}$ یک عدد بین ۱ و ۲ است؛ پس $\log_{۳}^{۸}>۱$ است. درنتیجه، $y=\left(\log_{۳}^{۸}\right)^x$ یک تابع نمایی صعودی خواهد بود.

**۱۳** گزینه ۳

$$۰/۲=\frac{۲}{۱۰}=\frac{۱}{۵}=۵^{-۱}$$

$$(۰/۲)^{x-۱۵}=۲۵^{۲x}\Rightarrow(۵^{-۱})^{x-۱۵}=(۵^۲)^{۲x}\Rightarrow ۵^{-x+۱۵}=۵^{۴x}$$

$$\Rightarrow -x+۱۵=۴x\Rightarrow ۱۵=۵x\Rightarrow x=۳$$

**۱۴** گزینه ۴

$$f(x)=\frac{۱}{۲}\times ۲^x+۱\Rightarrow f(x)=۲^{x-۱}+۱$$

**۱۵** گزینه ۱

$$\sqrt{۱-\cos^۴\alpha-\sin^۲\alpha}=\sqrt{\underbrace{۱-\sin^۲\alpha}_{\cos^۲\alpha}-\cos^۴\alpha}=\sqrt{\cos^۲\alpha(۱-\cos^۲\alpha)}$$

$$=\sqrt{\cos^۲\alpha.\sin^۲\alpha}=\sqrt{(\sin\alpha.\cos\alpha)^۲}=|\sin\alpha.\cos\alpha|$$

$$\frac{\pi}{۲}<\alpha<\frac{۳\pi}{۴}\ ,\ \sin\alpha>۰\ ,\ \cos\alpha<۰:\sqrt{۱-\cos^۴\alpha-\sin^۲\alpha}=-(\sin\alpha.\cos\alpha)$$

می‌دانیم: $\sin ۲x=۲\sin x.\cos x$

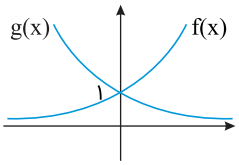
$$\Rightarrow-\sin\alpha.\cos\alpha=-\frac{۱}{۲}\sin ۲\alpha=-\frac{۱}{۲}\times a=-\frac{a}{۲}$$

**۱۶** گزینه ۲

f را ساده می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{۲^x(۲^x+۱)}{۲^x+۱}=۲^x$$

تابع $f(x)=۲^x$ یک تابع نمایی و افزایشی و تابع $g(x)=(\frac{۲}{\pi})^x$ یک تابع نمایی کاهشی است. تمام توابع نمایی به‌صورت $a^x$ از نقطهٔ $A(۰\ ,\ ۱)$ عبور می‌کنند.




**۱۷** گزینه ۴

$$\theta=\frac{L}{r}\Rightarrow\frac{۴\pi}{۳}=\frac{L}{۸}\Rightarrow L=\frac{۳۲\pi}{۳}$$

**۱۸** گزینه ۱

$$(\log_{۱۵}۵)^۲+(\log_{۱۵}۳)(\log_{۱۵}۷۵)=(\log_{۱۵}۵)^۲+(\log_{۱۵}۳)(\log_{۱۵}(۳\times۲۵))$$
$$=(\log_{۱۵}۵)^۲+(\log_{۱۵}۳)(\log_{۱۵}۳+\log_{۱۵}۲۵)=(\log_{۱۵}۵)^۲+(\log_{۱۵}۳)^۲+(\log_{۱۵}۳)(\log_{۱۵}۲۵)$$
$$=(\log_{۱۵}۵)^۲+(\log_{۱۵}۳)^۲+۲(\log_{۱۵}۳)(\log_{۱۵}۵)=(\log_{۱۵}۵+\log_{۱۵}۳)^۲=(\log_{۱۵}۱۵)^۲=۱^۲=۱$$

**۱۹** گزینه ۳

اول:

$$\sqrt{۲}\sin(۲x+\frac{\pi}{۴})=\sin ۲x+\cos ۲x$$

$$\sqrt{۲}\sin(x+\frac{\pi}{۴})=\sin x+\cos x$$

دوم:

$$\frac{\sqrt{۲}\sin(۲x+\frac{\pi}{۴})+۱}{\sqrt{۲}\sin(x+\frac{\pi}{۴})}=\frac{\sin ۲x+\cos ۲x+۱}{\sin x+\cos x}$$

$$\xrightarrow{\cos ۲x=۲\cos^{۲}x-۱}\frac{\sin ۲x+\cos ۲x+۱}{\sin x+\cos x}=\frac{\sin ۲x+۲\cos^{۲}x-۱+۱}{\sin x+\cos x}$$

$$\xrightarrow{\sin ۲x=۲\sin x.\cos x}\frac{۲\sin x.\cos x+۲\cos^{۲}x}{\sin x+\cos x}$$

$$=\frac{۲\cos x(\cancel{\sin x+\cos x})}{\cancel{\sin x+\cos x}}=۲\cos x$$

**۲۰** گزینه ۳

$$\frac{\sin^{۲}۲x}{(۱+\cos x)(۱+\cos ۲x)}=\frac{۱-\cos^{۲}۲x}{(۱+\cos x)(۱+\cos ۲x)}$$

$$=\frac{(۱-\cos ۲x)\cancel{(۱+\cos ۲x)}}{(۱+\cos x)\cancel{(۱+\cos ۲x)}}=\frac{۱-\cos ۲x}{۱+\cos x}$$

$$\Rightarrow\frac{۱-(۱-۲\sin^{۲}x)}{۱+(۲\cos^{۲}\frac{x}{۲}-۱)}=\frac{\sin^{۲}x}{\cos^{۲}\frac{x}{۲}}=\frac{۴\sin^{۲}\frac{x}{۲}\cancel{\cos^{۲}\frac{x}{۲}}}{\cancel{\cos^{۲}\frac{x}{۲}}}=۴\sin^{۲}\frac{x}{۲}$$

## هندسه

**۲۱** گزینه ۳

بازتاب مرکزی و تجانس و انتقال قطعاً شیب را ثابت نگه می‌دارند. بنابراین تصویر یک خط تحت این سه انتقال با خط اولیه موازی است.

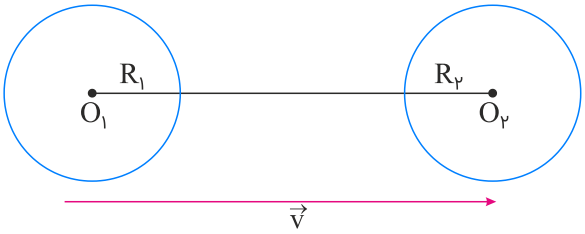
امّا تصویر یک خط تحت دوران حول یک نقطه و تحت زاویهٔ $(۲k+۱)\frac{\pi}{۲}$ و $k\in\mathbb{Z}$ (مضارب فرد $\frac{\pi}{۲}$ یا $۹۰^\circ$) قطعاً بر خط اولیه عمود می‌شود.

**۲۲** گزینه ۲

شعاع ۲ دایره برابر است، زیرا انتقال تبدیلی طولپاست، پس $R_۱ = ۳$. ازطرفی طول خط‌المرکزین برابر طول بردار انتقال است؛ یعنی:

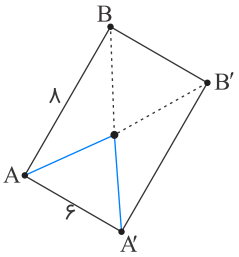
$$O_۱O_۲ = ۸$$

چون $O_۱O_۲ > R_۱ + R_۲$ پس دو دایره متخارج می‌باشند.




**۲۳** گزینه ۲

باتوجه‌به شکل حاصل مساحت برابر است با: $۶ \times ۸ = ۴۸$




**۲۴** گزینه ۴

اگر $M$ نقطهٔ وسط $AA'$ و $M'$ نقطهٔ وسط $BB'$ باشد، آنگاه می‌دانیم که $MM'$ محور بازتاب است و در واقع $MM' \perp AA'$ است. در هر چهار گزینه، این مورد را تست می‌کنیم:

$$M = \frac{A + A'}{۲} = (\frac{۱}{۲}, -\frac{۱}{۲})$$

$$\text{شیب } AA' = -\frac{۳}{۵} \Rightarrow \text{شیب } MM' = \frac{۵}{۳}$$

$$۱) M'(-\frac{۷}{۲۴}, \frac{۸}{۱۰}) \Rightarrow \text{شیب } MM' \neq \frac{۵}{۳} \quad \times$$

$$۲) M'(\frac{۱}{۲}, \frac{۱}{۲}) \Rightarrow \text{شیب } MM' \neq \frac{۵}{۳} \quad \times$$

$$۳) M'(\frac{۱}{۳۴}, ۰) \Rightarrow \text{شیب } MM' \neq \frac{۵}{۳} \quad \times$$

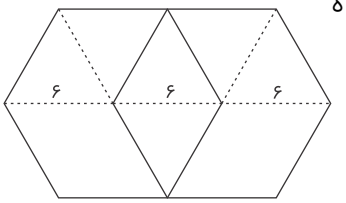
$$۴) M'(\frac{۳۵}{۳۴}, \frac{۱۳}{۳۴}) \Rightarrow \text{شیب } MM' = \frac{۵}{۳} \quad ✓$$

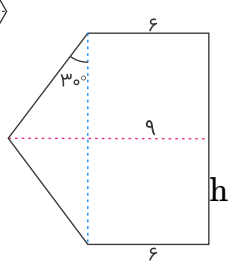
استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

به صورت مستقیم هم می‌توانیم نقطهٔ $B'$ را حساب کنیم که البته محاسبات بسیار طولانی دارد.

**۲۵** گزینه ۴

می‌توانیم شکل حاصل را دو ذوزنقه روی هم در نظر بگیریم. قاعدهٔ بالای ذوزنقه برابر با ۱۲ و قاعدهٔ پایین باتوجه‌به شکل زیر برابر با ۱۸ است:




همچنین ارتفاع ذوزنقه برابر است با

$$h = \sin ۶۰ \times ۶ = ۳\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow S = \frac{۱۸ + ۱۲}{۲} \times ۳\sqrt{۳} = ۴۵\sqrt{۳}$$

حال مساحت دو ذوزنقه را می‌خواهیم:

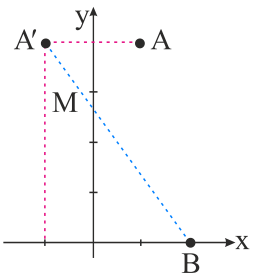
$$S \times ۲ = ۴۵\sqrt{۳} \times ۲ = ۹۰\sqrt{۳}$$

**۲۶** گزینه ۱

قرینهٔ $A$ نسبت به محور $y$ را نقطهٔ $A'$ می‌نامیم:

$$A(۱, ۴) \Rightarrow A'(-۱, ۴)$$

از $A'$ به $B$ وصل می‌کنیم. طبق قضیهٔ هرون طول کوتاه‌ترین مسیر مذکور برابر است با طول مسیر $MA + MB$.
که طبق ویژگی‌های بازتاب داریم: $MA = MA'$




پس:

$$MA + MB = MA' + MB = A'B = \sqrt{(۲ + ۱)^۲ + (۰ - ۴)^۲} = \sqrt{۹ + ۱۶} = \sqrt{۲۵} = ۵$$

**۲۷** گزینه ۳

چون تبدیل $T$ طولپا است، پس مثلث‌های $ABC$ و $A'B'C'$ همنهشت‌اند، درنتیجه مساحت مثلث‌های $ABC$ و $A'B'C'$ برابرند. پس داریم:

$$S_{A'B'C'} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}(۴)^۲ = ۴\sqrt{۳}$$

**۲۸** گزینه ۳

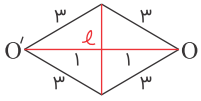
ازآنجاکه دو دایره تصویر هم تحت انتقال هستند، پس شعاع آن‌ها برابر است:

$$۲a - ۱ = ۳ \Rightarrow a = ۲$$

ازآنجاکه انتقال به اندازهٔ $a$ انجام شده است، پس:

$$d = OO' = ۲$$

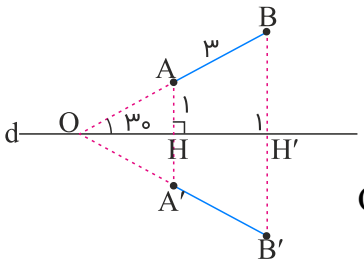
می‌دانیم اگر دو دایره هم‌اندازه باشند، $OO'$ و وترمشترک قطرهای یک لوزی به طول ضلع شعاع دایره می‌باشند.




اگر طول وترمشترک را $\ell$ بنامیم، داریم:

$$\frac{\ell}{۲} = \sqrt{۳^۲ - ۱^۲} = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲} \Rightarrow \ell = ۴\sqrt{۲}$$

**۲۹** گزینه ۳




$$\overset{\Delta}{OA}H : \hat{H} = ۹۰^\circ \xrightarrow[AH=۱]{\hat{O}=۳۰^\circ} OA = ۲ \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۲ = \sqrt{۳}$$

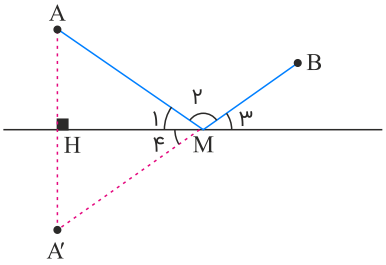
$$\overset{\Delta}{OB}H' : \hat{H'}_۱ = ۹۰^\circ \xrightarrow[\hat{B}=۶۰^\circ]{\hat{O}=۳۰^\circ} BH' = \frac{OB}{۲} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵ \Rightarrow BB' = ۵$$

$$OH' = \frac{\sqrt{۳}}{۲}OB = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۵ = \frac{۵\sqrt{۳}}{۲}$$

$$HH' = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow S_{ABA'B'} = \frac{(۲ + ۵) \times \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}}{۲} = \frac{۲۱\sqrt{۳}}{۴}$$

**۳۰** گزینه ۲

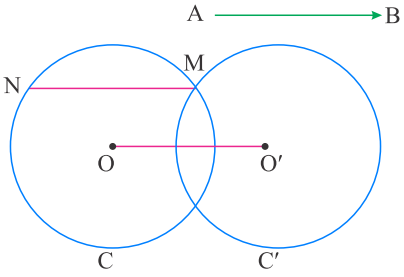
می دانیم برای کوتاه‌ترین مسیر باید $A$ را نسبت به $d$ بازتاب دهیم:

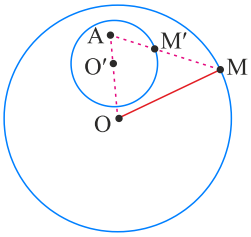



$$\begin{cases} AH = A'H \Rightarrow \hat{M}_۱ = \hat{M}_۴ \\ \text{متقابل به رأس} : \hat{M}_۴ = \hat{M}_۳ \end{cases} \Rightarrow \hat{M}_۱ = \hat{M}_۳$$

**۳۱** گزینه ۱

دایرهٔ $C(O,R)$ را تحت بردار $AB$ منتقل می‌کنیم تا به دایرهٔ $C'$ برسیم. دایرهٔ $C'$ دایرهٔ $C$ را در نقطه $M$ قطع می‌کند. از $M$ موازی و مساوی $AB$ حرکت می‌کنیم تا به نقطه $N$ روی دایرهٔ $C$ برسیم. در این صورت $MN$ وتر موردنظر است:






برای تعیین مرکز تجانس مستقیم، دو شعاع موازی از دو دایره یعنی $OM$ و $O'M'$ را رسم می‌کنیم. محل برخورد خط واصل $M$ و $M'$ و همچنین امتداد خط‌المرکزین دو دایره، مرکز تجانس مستقیم است (نقطهٔ $A$). حال ثابت می‌کنیم این نقطه درون دایرهٔ کوچک‌تر است، یعنی حکم مسئله اثبات $O'A < R'$ است.

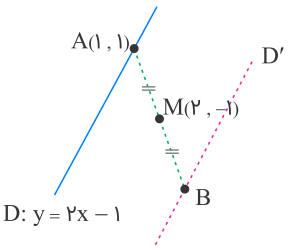
$$OM||O'M' \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{O'A}{OA} = \frac{O'M'}{OM} \Rightarrow \frac{O'A}{O'A + OO'} = \frac{R'}{R}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{O'A}{O'A + OO' - O'A} = \frac{R'}{R - R'}$$

$$\Rightarrow \frac{O'A}{OO'} = \frac{R'}{R - R'} \Rightarrow \frac{O'A}{R'} = \frac{OO'}{R - R'}$$

چون دو دایره متداخل‌اند، پس $OO' < R - R'$. بنابراین کسر $\frac{O'A}{R'}$ هم کوچک‌تر از واحد است، یعنی $O'A < R'$؛ پس $A$ درون دایرهٔ کوچک‌تر است.

**۳۳** گزینه ۴




چون در بازتاب نسبت به یک نقطه شیب حفظ می‌شود، پس شیب خط تبدیل‌یافته هم برابر ۲ است. کافی است یک نقطه روی خط تبدیل‌یافته $(D')$ بیابیم. اگر این نقطه را $B$ بگیریم، داریم:

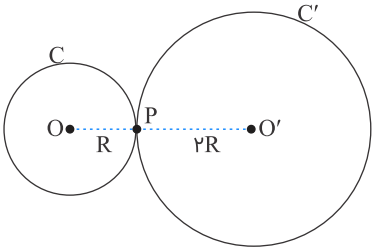
$$M = \frac{A + B}{۲} \Rightarrow B = ۲M - A = ۲(۲ , -۱) - (۱ , ۱) = (۳ , -۳)$$

بنابراین معادلهٔ $D'$ عبارت است از:

$$y - y_۰ = m(x - x_۰) \Rightarrow y + ۳ = ۲(x - ۳) \Rightarrow y = ۲x - ۹$$

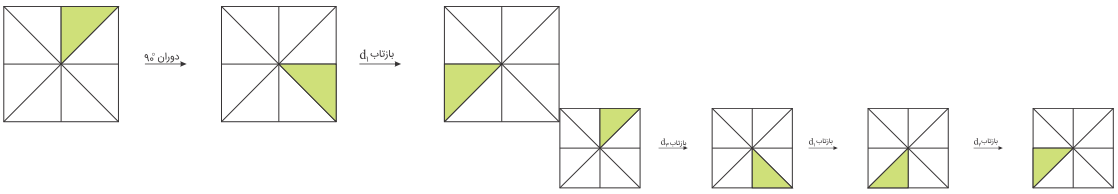
با بررسی گزینه‌ها متوجه می‌شویم نقطهٔ $(-۱ , ۴)$ در معادلهٔ خط صادق است.

**۳۴** گزینه ۳

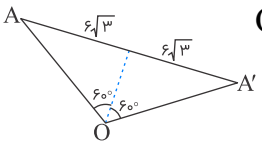



اولاً ازآنجاکه نقطهٔ $P$ روی دایرهٔ $C$ قرار دارد و در هر تجانس، مرکز تجانس ثابت می‌ماند، نقطهٔ $P$ روی دایرهٔ $C'$ هم قرار دارد. حال مجانس $O$ را $O'$ می‌نامیم. باتوجه‌به اینکه $k = -۲$، شعاع دایرهٔ $C'$ دو برابر شعاع دایرهٔ $C$ است و مطابق شکل، دو دایره بر هم مماس خارج‌اند.

**۳۵** گزینه ۴



**۳۶** گزینه ۱

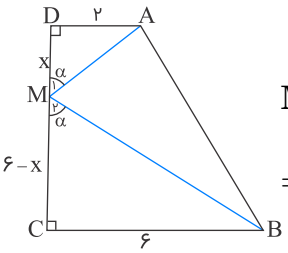



$$OA \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۶\sqrt{۳} \Rightarrow OA = ۱۲$$

**۳۷** گزینه ۱

راه‌حل اول:

می‌دانیم مقدار $MA + MB$ زمانی به حداقل می‌رسد که $A\hat{M}D = B\hat{M}C$. در این صورت داریم:




$$\hat{M}_۱ = \hat{M}_۲ \ , \ \hat{D} = \hat{C} \Rightarrow \overset{\Delta}{ADM} \sim \overset{\Delta}{BMC}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{۶-x} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow ۳x = ۶ - x \Rightarrow x = \frac{۳}{۲}$$

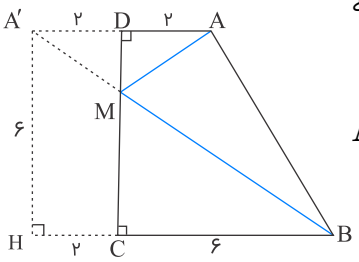
$$\overset{\Delta}{ADM} : \hat{D} = ۹۰^\circ \Rightarrow AM = \sqrt{۲^۲ + x^۲} = \sqrt{۴ + \frac{۹}{۴}} = \frac{۵}{۲}$$

$$\overset{\Delta}{BCM} : \hat{C} = ۹۰^\circ \Rightarrow MB = \sqrt{۶^۲ + (۶-x)^۲} = \sqrt{۳۶ + \frac{۸۱}{۴}} = \frac{۱۵}{۲}$$

$$\Rightarrow AM + MB = \frac{۲۰}{۲} = ۱۰$$

راه‌حل دوم:

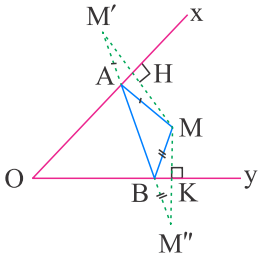
مطابق شکل، کمترین مقدار $MA + MB$ برابر طول پاره‌خط $A'B$ است. در مثلث قائم‌الزاویهٔ $A'HB$ داریم:




$$A'B^۲ = A'H^۲ + BH^۲ = ۶^۲ + ۸^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow A'B = ۱۰$$

**۳۸** گزینه ۳

مطابق شکل، بازتاب $M$ نسبت به $Ox$ و $Oy$ به ترتیب $M'$ و $M''$ است.

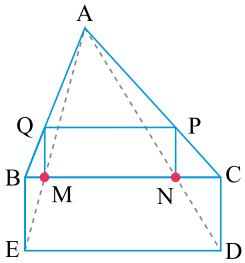



$M'M''$ اضلاع زاویه را در $A$ و $B$ قطع می‌کنند. محیط $MAB$ کمترین مقدار است، زیرا:

$$\begin{cases} MA = AM' \\ MB = M''B \end{cases} \Rightarrow MA + MB + AB = M'A + M''B + AB = M'M''$$

**۳۹** گزینه ۴

از نمادگذاری شکل زیر استفاده می‌کنیم.

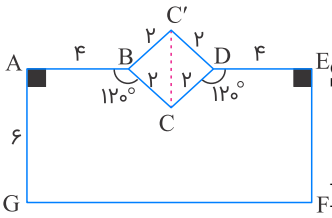



روی ضلع $BC$ مستطیل $BCDE$ را طوری بنا می‌کنیم که در آن طول دو برابر عرض است. محل برخورد $AE$ و $AD$ با ضلع $BC$ را به ترتیب $M$ و $N$ می‌نامیم. از $M$ و $N$ عمودهایی بر ضلع $BC$ رسم می‌کنیم تا $AB$ و $AC$ را به ترتیب در $Q$ و $P$ قطع کنند. چهار ضلعی $MNPQ$ مجانس مستطیل $EDCB$ به مرکز تجانس $A$ است. پس با آن متشابه می‌باشد. یعنی مستطیل $MNPQ$، مستطیل موردنظر است. درنتیجه برای رسم از تجانس استفاده می‌کنیم.

**۴۰** گزینه ۳

مطابق شکل بازتاب $C$ نسبت به $BD$ نقطه $C'$ است. محیط دو چندضلعی $ABCDEFG$ و $ABC'DEFG$ برابر می‌باشد.

برای محاسبهٔ مساحت $ABC'DEFG$ داریم:




$$S_{ABC'DEFG} = S_{AEFG} + S_{BC'D}$$

$$\overset{\Delta}{BCD} : C\hat{B}D = C\hat{D}B = ۶۰^\circ \Rightarrow \begin{cases} S_{\overset{\Delta}{BCD}} = \frac{\sqrt{۳}}{۴} \times ۲^۲ = \sqrt{۳}\,,\ S_{\overset{\Delta}{BC'D}} = \sqrt{۳} \\ BD = CD = BC = ۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{AEFG} = ۶(۴ + ۲ + ۴) = ۶۰\,,\ S_{\overset{\Delta}{BC'D}} = \sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow S_{ABC'DEFG} = ۶۰ + \sqrt{۳}$$

## آمار و احتمال

**۴۱** گزینه ۲

بنا بر فرض مسئله:

$$F_۳ = ۰/۲\,,\ f_۳ = ۹$$

اکنون می‌نویسیم:

$$F_۳ = \frac{f_۳}{N} \Rightarrow ۰/۲ = \frac{۹}{N} \Rightarrow N = ۴۵$$

مساحتِ زیر نمودار بافت‌نگاشت برابر مجموع مساحتِ مستطیل‌های این نمودار است. طول و عرض این مستطیل‌ها طول هر دسته و فراوانی آن دسته است. اگر طول دسته‌ها را $C$ فرض کنیم، داریم:

$$\text{مساحت زیر نمودار} : C \times \underbrace{\sum f_i}_{\text{مجموع فراوانی‌ها}} = C \times N = ۳۱۵ \Rightarrow C \times ۴۵ = ۳۱۵ \Rightarrow C = ۷$$

یعنی طول هر دسته برابر ۷ است.

**۴۲** گزینه ۴

**گام اول**

الف) با توجه به این‌که مشخص شده فرزند اول خانواده دختر است، اعضای فضای نمونه‌ای را در حالت جدید حساب کرده و احتمال مورد نظر را به دست می‌آوریم.

ب) چون گفته شده لااقل یکی از فرزندان پسر باشد، پس از دو فرزند باقی مانده یکی یا هر دو باید پسر باشد.

**گام دوم**

$$S = \{(د, پ, پ), (د, پ, د), (د, د, پ), (د, د, د)\}$$

$$n(S) = ۴$$

$$A = \{(د, پ, د), (د, د, پ), (د, پ, پ)\}$$

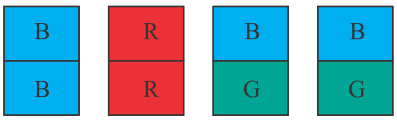
$$n(A) = ۳$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳}{۴}$$

**۴۳** گزینه ۲

راهبرد حل این‌گونه مسائل (کارت‌های رنگی) را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

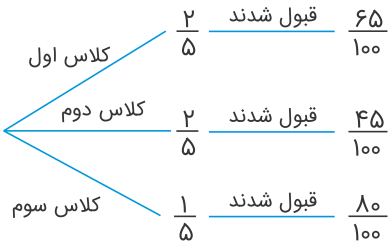
۴ کارت داریم، بنابراین ۸ رو یا ۸ وجه وجود دارد؛ در این سؤال ۴ وجه آبی، ۲ وجه قرمز و ۲ وجه سبز داریم (جمعاً ۸ وجه دقت کنید).




$$P(\text{روی مشاهده‌شدهٔ آبی}) = \frac{\text{تعداد آبی‌ها}}{\text{تعداد کل}} = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۴}} = ۲$$

$$P(\text{روی مشاهده‌شدهٔ سبز}) = \frac{\text{تعداد سبزها}}{\text{تعداد کل}} = \frac{۲}{۸} = \frac{۱}{۴}$$

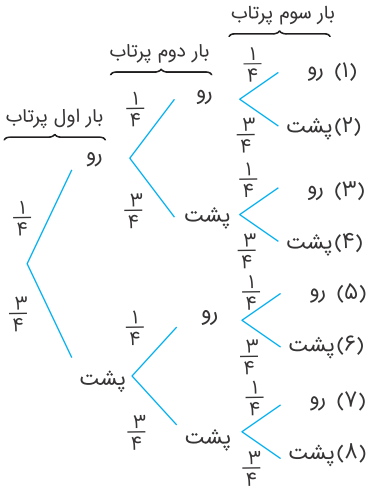
**۴۴** گزینه ۲




احتمال اینکه شخص قبول‌شده از کلاس دوم باشد : $\frac{\frac{۲}{۵}\times\frac{۴۵}{۱۰۰}}{\frac{۲}{۵}\times\frac{۶۵}{۱۰۰}+\frac{۲}{۵}\times\frac{۴۵}{۱۰۰}+\frac{۱}{۵}\times\frac{۸۰}{۱۰۰}}=\frac{\frac{۹۰}{۵۰۰}}{\frac{۳۰۰}{۵۰۰}}$

$=\frac{۹۰}{۳۰۰}=۰/۳$

**۴۵** گزینه ۲




اگر هر سه سکه یکسان ظاهر شده باشند، طبق نمودار درختی رسم‌شده، شاخه‌های (۱) و (۸) مدنظر است که طبق قانون احتمال کل داریم:

$$P = P\left((۱)\text{شاخهٔ}\right)+P\left((۸)\text{شاخهٔ}\right)=\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۴}+\frac{۳}{۴}\times\frac{۳}{۴}\times\frac{۳}{۴}$$

$$=\frac{۱}{۶۴}+\frac{۲۷}{۶۴}=\frac{۲۸}{۶۴}=\frac{۷}{۱۶}$$

**۴۶** گزینه ۲

**گام اول**

با این شرط که می‌دانیم یکی از فرزندان خانوادهٔ سه فرزندی پسر است، فضای نمونه‌ای جدید را تعریف کرده و پیشامد مطلوب را از میان آن مشخص می‌کنیم.

**گام دوم**

$$S = \{(پ, پ, پ), (پ, پ, د), (پ, د, پ), (پ, د, د), (د, پ, پ), (د, پ, د), (د, د, پ)\}$$

در واقع حالتی که تمام فرزندان دختر باشد، حذف شده است. پس در حالت جدید داریم:

$$n(S) = ۷$$

پیشامد $A$ که داشتن دو دختر از میان سه فرزند را بیان می‌کند، ۳ عضو دارد.

$$A = \{(پ, د, د), (د, پ, د), (د, د, پ)\}$$

$$n(A) = ۳$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳}{۷}$$

**۴۷** گزینه ۲

برای محاسبهٔ احتمال شرطی خواسته‌شده، پیشامدهای $A$ و $B$ را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$A$: دانش‌آموز اول در فروردین‌ماه به دنیا آمده باشد.

$B$: دانش‌آموز دوم قبل از دانش‌آموز اول به دنیا نیامده باشد.

واضح است که $A \subseteq B$ می‌باشد. (اگر دانش‌آموز اول در ماه اول سال به دنیا آمده باشد، آنگاه قطعاً دانش‌آموز دوم قبل از دانش‌آموز اول به دنیا نیامده است.)

درنتیجه داریم:

$$A \cap B = A \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) = \frac{۱}{۱۲}$$

(احتمال آنکه دانش‌آموزی که به‌تصادف از بین ۱۲ نفر انتخاب می‌شود، در فروردین‌ماه به دنیا آمده باشد، برابر $\frac{۱}{۱۲}$ است.)

همچنین $P(B) = \frac{۱}{۲}$ است. (در نیمی از حالات دانش‌آموز اول قبل از دانش‌آموز دوم متولد شده و در نیمی از حالات، دانش‌آموز دوم قبل از دانش‌آموز اول به دنیا آمده است.)

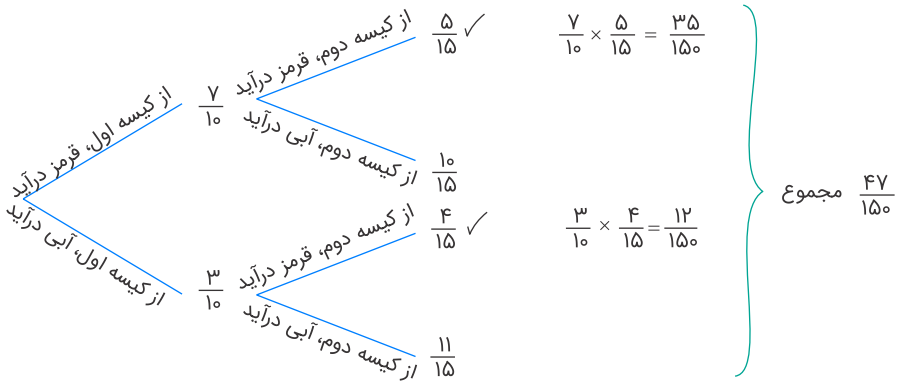
بنابراین:

$$P(A|B) = \frac{\frac{۱}{۱۲}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{۶}$$

**۴۸** گزینه ۲

$$P = (\text{اولی دختر}) \times (\text{دومی دختر}) = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴}$$

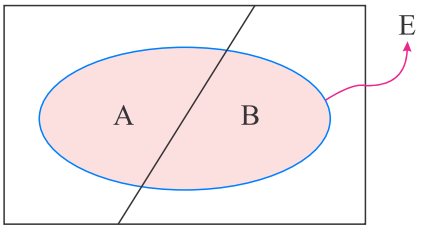
**۴۹** گزینه ۳




**۵۰** گزینه ۱

$$P = \underbrace{\frac{۱}{۲}}_{\text{فرزند اول دختر باشد}} \times \underbrace{\frac{۱}{۲}}_{\text{فرزند سوم پسر باشد}} = \frac{۱}{۴}$$

**۵۱** گزینه ۳




$$P(E) = P(A \cap E) + P(B \cap E) = P(A) \times P(E|A) + P(B) \times P(E|B)$$
$$= ۰/۲ \times ۰/۱ + ۰/۴ \times ۰/۱ = ۰/۰۶$$

**۵۲** گزینه ۱

$$\text{فضای نمونه‌ای کاهش‌یافته} = \{۱۱, ۲۲, \underline{\underline{۳۳}}, ۴۴, ۵۵, ۶۶\}$$
$$\Rightarrow P(\text{اعداد مثل هم باشند} | \text{مجموع۶باشد}) = \frac{۱}{۶}$$

**۵۳** گزینه ۲

طبق روابط احتمال شرطی داریم:

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}\Rightarrow ۰/۷=\frac{P(A\cap B)}{۰/۲}\Rightarrow P(A\cap B)=۰/۱۴$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=۰/۲+۰/۲۲-۰/۱۴=۰/۲۸$$

$$P(B'|A')=\frac{P(A'\cap B')}{P(A')}=\frac{P[(A\cup B)']}{P(A')}=\frac{۱-۰/۲۸}{۱-۰/۲}=\frac{۰/۷۲}{۰/۸}=۰/۹$$

**۵۴** گزینه ۴

$$P(\text{حداقل یکی موفق شود})=۱-P(\text{هیچ‌کدام موفق نشوند})$$

$$\xrightarrow{\text{مستقل‌اند}}۱-(\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۳})=۱-\frac{۱}{۲۴}=\frac{۲۳}{۲۴}$$

**۵۵** گزینه ۲

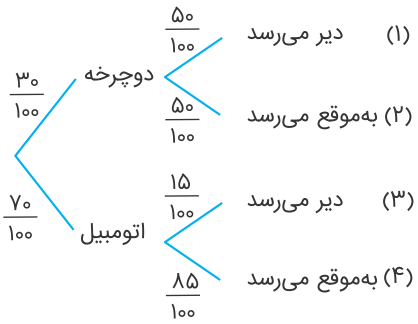
$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}\Rightarrow\frac{۳}{۵}=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}\Rightarrow P(B)=\frac{۵}{۳}P(A\cap B)$$

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}\Rightarrow\frac{۴}{۷}=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}\Rightarrow P(A)=\frac{۷}{۴}P(A\cap B)$$

$$\frac{P(A-B)}{P(B-A)}=\frac{P(A)-P(A\cap B)}{P(B)-P(A\cap B)}=\frac{\frac{۷}{۴}P(A\cap B)-P(A\cap B)}{\frac{۵}{۳}P(A\cap B)-P(A\cap B)}$$

$$=\frac{\frac{۳}{۴}P(A\cap B)}{\frac{۲}{۳}P(A\cap B)}=\frac{۹}{۸}$$

۵۶ گزینه ۱




خواستهٔ مسئله $P$ (دیر رسیدن|رفتن با دوچرخه) می‌باشد.

ر: رفتن با دوچرخه

د: دیر رسیدن

$$P\ (\text{دیر رسیدن|رفتن با دوچرخه}) = \frac{P\ (\text{ر} \cap \text{د})}{P\ (\text{د})}$$

$$= \frac{P\ (\text{ر}) \times P\ (\text{د|ر})}{P\ (\text{د})} = \frac{P\ (\text{شاخهٔ (۱)})}{P\ (\text{شاخهٔ (۱)}) + P\ (\text{شاخهٔ (۳)})}$$

$$= \frac{\frac{۳۰}{۱۰۰} \times \frac{۵۰}{۱۰۰}}{\frac{۳۰}{۱۰۰} \times \frac{۵۰}{۱۰۰} + \frac{۷۰}{۱۰۰} \times \frac{۱۵}{۱۰۰}} = \frac{۳۰ \times ۵۰}{۳۰ \times ۵۰ + ۷۰ \times ۱۵} = \frac{۱۵۰۰}{۲۵۵۰} = \frac{۱۰}{۱۷}$$

**۵۷** گزینه ۴

دو پیشامد $A$ و $B$ مستقل هستند هرگاه $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ باشد:

$$A = \{(۵, ۱), (۵, ۲), (۵, ۳), (۵, ۴), (۵, ۵), (۵, ۶)\} \Rightarrow P(A) = \frac{۱}{۶}$$

حالا تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

گزینه ۱:

$$P(B) = \frac{۶ \times ۳}{۶ \times ۶} = \frac{۱}{۲}$$

$$A \cap B = \{(۵, ۱), (۵, ۳), (۵, ۵)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{۱}{۱۲}$$

پیشامدهای $A$ و $B$ مستقل هستند.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \quad \checkmark$$

گزینه ۲:

$$C = \{(۱, ۱), (۲, ۲), (۳, ۳), (۴, ۴), (۵, ۵), (۶, ۶)\} \Rightarrow P(C) = \frac{۱}{۶}$$

$$A \cap C = \{(۵, ۵)\} \Rightarrow P(A \cap C) = \frac{۱}{۳۶} \Rightarrow P(A \cap C) = P(A) \times P(C)$$

مستقل هستند.

گزینه ۳:

$$D = \{(۱, ۶), (۲, ۵), (۳, ۴), (۴, ۳), (۵, ۲), (۶, ۱)\} \Rightarrow P(D) = \frac{۱}{۶}$$

$$A \cap D = \{(۵, ۲)\} \Rightarrow P(A \cap D) = \frac{۱}{۳۶} \Rightarrow P(A \cap D) = P(A) \times P(D)$$

مستقل هستند.

گزینه ۴:

$$P(E) = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴}$$

$$A \cap E = \{(۵, ۱), (۵, ۳), (۵, ۵)\} \Rightarrow P(E) = \frac{۱}{۱۲}$$

مستقل نیستند.

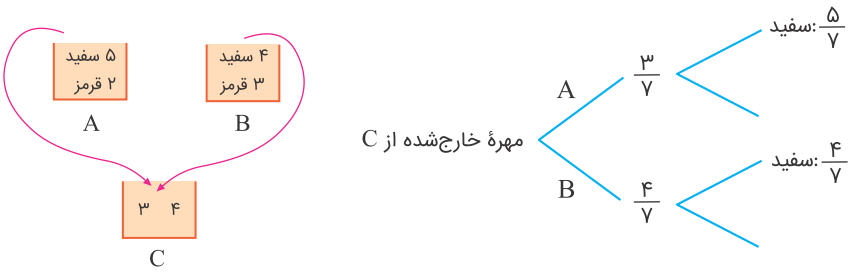
$$P(A \cap E) = P(A) \times P(E)$$

**۵۸** گزینه ۳

$$\frac{x}{۱۲ + ۱۵ + x + ۹ + ۱۸} = \frac{۲۵}{۱۰۰} \Rightarrow \frac{x}{۵۴ + x} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow ۴x = ۵۴ + x$$

$$\Rightarrow ۳x = ۵۴ \Rightarrow x = ۱۸$$

**۵۹** گزینه ۱




$$P\ (\text{سفید}) = \frac{۳}{۷} \times \frac{۵}{۷} + \frac{۴}{۷} \times \frac{۴}{۷} = \frac{۳۱}{۴۹}$$

**۶۰** گزینه ۳

راه‌حل اول:

$$n(S) = ۲^{۳} = ۸$$

$$S' = \{(P, R, R), (P, R, P), (P, P, R), (P, P, P)\}$$

$$A = \{(P, P, R), (P, R, R)\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S')} = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$$

راه‌حل دوم:

$A$: پیشامد سومی رو و $B$: پیشامد اولی پشت

$$A = \{(R, P, R), (P, P, R), (P, R, R), (R, R, R)\}$$

$$B = \{(P, R, R), (P, R, P), (P, P, R), (P, P, P)\}$$

$$P(B) = \frac{۴}{۸} \quad , \quad A \cap B = \{(P, R, R), (P, P, R)\}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{۲}{۸}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{۲}{۸}}{\frac{۴}{۸}} = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$$

**۶۱** گزینه ۱

چون $\frac{۱}{۵}$ سیم را نگه داشته‌ایم پس حجم سیم باقی‌مانده، $\frac{۱}{۵}$ سیم اولیه خواهد بود.

$$V_۲ = \frac{۱}{۵}V_۱ \Rightarrow A_۲L_۲ = \frac{۱}{۵}A_۱L_۱ \xrightarrow{L_۱=L_۲} A_۲ = \frac{A_۱}{۵}$$

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \frac{R_۲}{R_۱} = \frac{\frac{\rho L}{A_۲}}{\frac{\rho L}{A_۱}} = \frac{A_۱}{A_۲} = ۵ \Rightarrow R_۲ = ۳ \times ۵ = ۱۵\,\Omega$$

**۶۲** گزینه ۴

$R_۲$ و $x$ موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها با $R_۱$ سری است؛ بنابراین برای مقاومت معادل مدار می‌توان نوشت:

$$R_{eq} = R_۱ + \frac{R_۲x}{R_۲ + x}۴ + \frac{۶x}{۶ + x} = ۸ \Rightarrow ۶x = ۲۴ + ۴x \Rightarrow x = ۱۲\,\Omega$$

**۶۳** گزینه ۲

$$\Delta V_{AB} = \frac{\Delta U_{AB}}{q} = \frac{-۱۲}{-۲/۵} = ۴/۸(V) \Rightarrow V_B - V_A = ۴/۸$$

پتانسیل نقطهٔ $B$ از نقطهٔ $A$ بیشتر است.

از شاخهٔ پایین برای نوشتن اختلاف‌پتانسیل $A$ و $B$ استفاده می‌شود و باتوجه‌به اینکه جریان ساعتگرد است:

$$V_A - \varepsilon_۱ + Ir_۱ + IR_۱ + IR_۲ = V_B$$

$$-\varepsilon_۱ + I(r_۱ + R_۱ + R_۲) = ۴/۸$$

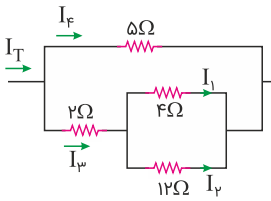
$$-۱۲ + I(۱۴) = ۴/۸ \Rightarrow I = \frac{۱۶/۸}{۱۴} = ۱/۲A$$

$$I = \frac{\varepsilon_۱ - \varepsilon_۲}{r_۱ + r_۲ + R_۱ + R_۲ + R_۳} = \frac{۱۲ + \varepsilon_۲}{۱ + ۱ + ۷ + ۶ + ۱۰}$$

$$۱/۲ = \frac{۱۲ - \varepsilon_۲}{۲۵} \Rightarrow ۳۰ = ۱۲ + \varepsilon_۲ \Rightarrow \varepsilon_۲ = ۱۸$$

**۶۴** گزینه ۴

باتوجه‌به مقدار جریان عبوری از مقاومت $۴\,\Omega$، جریان عبوری از مقاومت $۱۲\,\Omega$ را حساب می‌کنیم.




$$۴I_۱ = ۱۲I_۲ \Rightarrow I_۲ = \frac{۱}{۳}I_۱ = ۰/۵\,A$$

دراین‌صورت جریان عبوری از شاخهٔ پایین برابر است با:

$$I_۳ = I_۱ + I_۲ = ۱/۵\,A + ۰/۵\,A = ۲\,A$$

از طرفی چون مقاومت معادل شاخهٔ پایین با مقاومت شاخهٔ بالا برابر است، لذا جریان عبوری از این دو شاخه باهم برابر است.

$$R_{\text{شاخهٔ پایین}} = ۲ + (\frac{۴ \times ۱۲}{۴ + ۱۲}) = ۵\,\Omega \Rightarrow I_۴ = I_۳ = ۲\,A$$

بنابراین جریان عبوری از کل مدار برابر است با:

$$I_T = I_۴ + I_۳ = ۴\,A$$

این جریان از فیوز عبور می‌کند؛ بنابراین بیشترین جریان عبوری از فیوز برابر $۴\,A$ است.

**۶۵** گزینه ۱

**گام اول**

الف) ذره‌ای به جرم ۵۰۰ میلی‌گرم با سرعت $۱۰^۳\,m/s \leftarrow$ $m = ۵۰۰\,mg = ۵۰۰ \times ۱۰^{-۶}\,kg\ ,\ v = ۱۰^۳\,m/s$

ب) به‌طور عمود وارد میدان مغناطیسی یکنواخت ۴ میلی‌تسلا می‌شود. $\leftarrow$ $B = ۴\,mT = ۴ \times ۱۰^{-۳}\,T\ ,\ \alpha = ۹۰^\circ$

ج) اگر بار الکتریکی ذره $۵۰\,\mu C$ باشد. $\leftarrow$ $q = ۵۰\,\mu C = ۵۰ \times ۱۰^{-۶}\,C$

د) شتابی که ذره تحت تأثیر میدان می‌گیرد، چند متر بر مربع ثانیه است؟ $\leftarrow$ $a = ?\ m/s^۲$

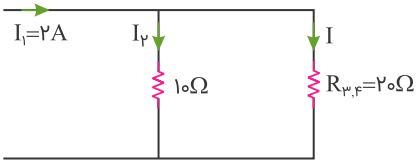
**گام دوم**

با استفاده از قانون دوم نیوتن می‌توانیم شتاب را محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} F = ma \\ F = qvB\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow a = \frac{qvB\sin\alpha}{m} = \frac{۵۰ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۰^۳ \times ۴ \times ۱۰^{-۳} \times \sin ۹۰^\circ}{۵۰۰ \times ۱۰^{-۶}} = ۰/۴\,m/s^۲$$

۶۶ گزینه ۴

گام اول: جریان عبوری از $R_۴$ را برابر با $I$ می‌گیریم. در این صورت با تقسیم جریان و قاعدهٔ انشعاب، جریان عبوری از $R_۱$ را برحسب $I$ به دست می‌آوریم.

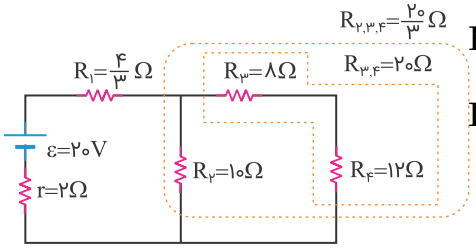



$$\frac{I_۲}{I}=\frac{R_۳+R_۴}{R_۲}\Rightarrow\frac{I_۲}{I}=\frac{۸+R_۴}{۱۰}\Rightarrow I_۲=(\frac{۸+R_۴}{۱۰})I$$
$$I_۱=I_۲+I=(\frac{۸+R_۴}{۱۰})I+I=(\frac{۱۸+R_۴}{۱۰})I$$

گام دوم: توان مقاومت $R_۴$ و $R_۱$ را با استفاده از $P=RI^۲$ به دست می‌آوریم و با یکدیگر برابر قرار می‌دهیم تا $R_۴$ به دست بیاید.

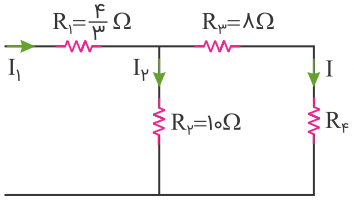
$$P_{R_۴}=P_{R_۱}\Rightarrow R_۴I^۲=R_۱I_۱^۲\xrightarrow{I_۱=(\frac{۱۸+R_۴}{۱۰})I}R_۴I^۲=\frac{۴}{۳}(\frac{۱۸+R_۴}{۱۰})^۲I^۲$$
$$\Rightarrow ۳R_۴=\frac{۴(۱۸^۲+۳۶R_۴+R_۴^۲)}{۲۵}\Rightarrow ۷۵R_۴=۱۸^۲+۳۶R_۴+R_۴^۲$$
$$\Rightarrow R_۴^۲-۳۹R_۴+۱۸^۲=۰\Rightarrow R_۴=۱۲\,\Omega$$

گام سوم: جریان عبوری از باتری را به دست می‌آوریم:




$$R_{eq}=R_۱+R_{۲۳۴}=\frac{۴}{۳}+\frac{۲۰}{۳}=\frac{۲۴}{۳}=۸\,\Omega$$
$$I_{\text{باتری}}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۲۰}{۸+۲}=۲\,A$$

گام چهارم: جریان عبوری از $R_۲$ برابر است با:




$$\begin{cases}\frac{I_۲}{I}=\frac{۲۰}{۱۰}=۲\\ I_۲+I=۲\end{cases}\Rightarrow I_۲=\frac{۴}{۳}\,A$$

**۶۷** گزینه ۴

باتوجه‌به رابطهٔ جریان در مدار تک‌حلقه داریم:

$$I = \frac{\sum \varepsilon - \sum \varepsilon'}{\sum R + \sum r} \xrightarrow{\varepsilon_۲ > \varepsilon_۱} I = \frac{\varepsilon_۲ - \varepsilon_۱}{R + ۲r}$$

بنابراین اختلاف‌پتانسیل دو سر مقاومت $R$ برابر است با:

$$V = IR = \frac{\varepsilon_۲ - \varepsilon_۱}{R + ۲r} R = \varepsilon_۱ \Rightarrow \varepsilon_۲ R - \varepsilon_۱ R = \varepsilon_۱ R + \varepsilon_۱ (۲r)$$

$$\Rightarrow \varepsilon_۲ R = ۲\varepsilon_۱ (R + r) \Rightarrow \frac{\varepsilon_۱}{\varepsilon_۲} = \frac{R}{۲(R + r)}$$

**۶۸** گزینه ۱

$$\Delta R = R_۱ \alpha \Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta R}{R_۱} = \alpha \Delta\theta$$

$$\Rightarrow ۰/۲ \times ۱۰^{-۲} = ۲ \times ۱۰^{-۴} \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{۰/۲ \times ۱۰^{-۲}}{۲ \times ۱۰^{-۴}} = ۱۰\,^\circ C$$

**۶۹** گزینه ۲

لامپ D به‌طور موازی با لامپ B در مدار قرار دارد و با حذف لامپ D، $R_{eq}$ افزایش می‌یابد. طبق رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}}$ جریان در شاخهٔ اصلی مدار کاهش می‌یابد. طبق رابطهٔ $V = \varepsilon - Ir$، ولتاژ مولد افزایش می‌یابد.

$$P_A = R_A I^۲ \xrightarrow{\text{کاهش } I} \text{کاهش } P_A$$

$$P_C = R_C I^۲ \xrightarrow{\text{کاهش } I} \text{کاهش } P_C$$

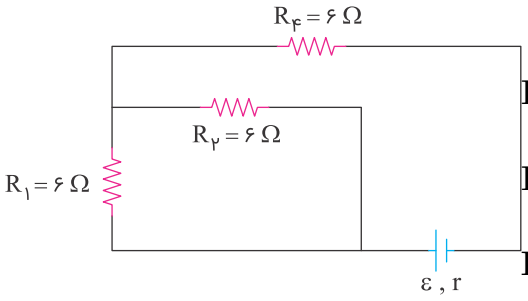
$$\overset{\uparrow}{\text{باتری}} V = \underset{\downarrow}{V_A} + \overset{\uparrow}{V_B} + \underset{\downarrow}{V_C} \Rightarrow P_B = \frac{V_B^۲}{R} \xrightarrow{\text{افزایش } V_B} \text{افزایش } P_B$$

**۷۰** گزینه ۳

ترمیستور مقاومتی است که بر اثر تغییرات دما به‌صورت محسوسی تغییر می‌کند پس می‌تواند به‌عنوان زنگ خطر آتش مورداستفاده قرار گیرد. دیود نور گسیل نیز در تابلوهای تبلیغاتی مورداستفاده قرار می‌گیرد.

۷۱ گزینه ۴

حالت اول:



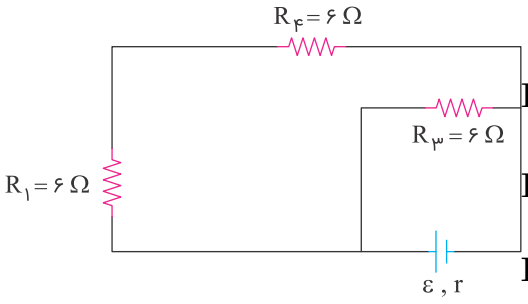

$$R_{eq۱} = \frac{R_۱ \times R_۲}{R_۱ + R_۲} + R_۴$$

$$R_{eq۱} = ۳ + ۶ = ۹\Omega$$

$$I_۱ = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq۱}} = \frac{۳۰}{۱ + ۹} = \frac{۳۰}{۱۰} = ۳A$$

$$P_۱ = \varepsilon I_۱ - r I_۱^۲ = ۳۰(۳) - ۱(۳)^۲ = ۸۱W$$

حالت دوم:




$$R_{eq۲} = \frac{(R_۱ + R_۴) \times R_۳}{(R_۱ + R_۴) + R_۳}$$

$$R_{eq} = ۴\Omega$$

$$I_۲ = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq۲}} = \frac{۳۰}{۱ + ۴} = ۶A$$

$$P_۲ = \varepsilon I_۲ - r I_۲^۲ = ۳۰(۶) - ۱(۶)^۲ = ۱۴۴W$$

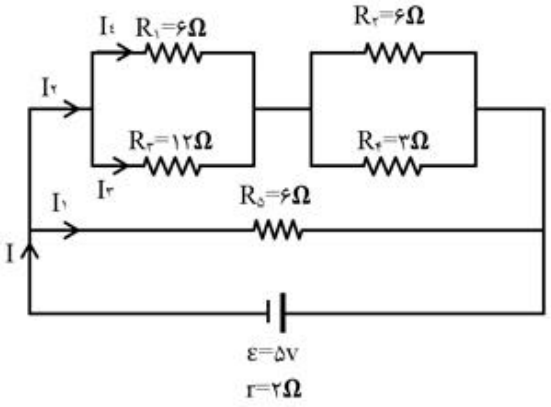
$$\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{۱۴۴}{۸۱} = \frac{۱۶}{۹}$$

۷۲ گزینه ۴

گام اول

توان مصرفی مقاومت $R_۱$ چند وات است؟ $\leftarrow P_۱ = ?W$

گام دوم




باید جریان عبوری از مقاومت $R_۱$ را به دست بیاوریم. ابتدا جریان کل را محاسبه می‌کنیم.

مقاومت‌های $R_۱$ , $R_۳$ باهم موازی‌اند بنابراین:

$$\begin{cases} \frac{۱}{R_{۱,۳}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۳} \\ R_۱ = ۶\,\Omega\ ,\ R_۳ = ۱۲\,\Omega \end{cases} \Rightarrow R_{۱,۳} = \frac{۶ \times ۱۲}{۱۸} = ۴\,\Omega$$

مقاومت‌های $R_۲$ , $R_۴$ باهم موازی‌اند:

$$\begin{cases} \frac{۱}{R_{۲,۴}} = \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۴} \\ R_۲ = ۶\Omega, R_۴ = ۳\Omega \end{cases} \Rightarrow R_{۲,۴} = \frac{۳ \times ۶}{۳ + ۶} = ۲\Omega$$

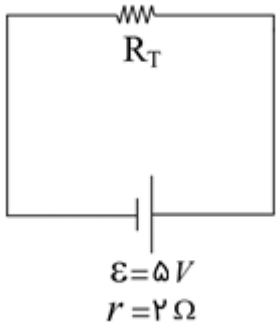
مقاومت معادل $R_{۱,۳}$ , $R_{۲,۴}$ باهم سری‌اند:

$$\begin{cases} R_{۱,۲,۳,۴} = R_{۲,۴} + R_{۱,۳} \\ R_{۲,۴} = ۲\,\Omega,\ R_{۱,۳} = ۴\,\Omega \end{cases} \Rightarrow R_{۱,۲,۳,۴} = ۲ + ۴ = ۶\,\Omega$$

مقاومت‌های $R_{۱,۲,۳,۴}$ , $R_۵$ باهم موازی‌اند:

$$\begin{cases} \frac{۱}{R_T} = \frac{۱}{R_۵} + \frac{۱}{R_{۱,۲,۳,۴}} \\ R_{۱,۲,۳,۴} = ۶\,\Omega,\ R_۵ = ۶\,\Omega \end{cases} \Rightarrow R_T = \frac{۶}{۲} = ۳\,\Omega$$

حالا می‌توانیم جریان کل را محاسبه کنیم.




$$\begin{cases} \varepsilon - Ir - IR_T = ۰ \\ r = ۲\,\Omega \\ R_T = ۳ \\ \varepsilon = ۵\,V \end{cases} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = ۱\,A$$

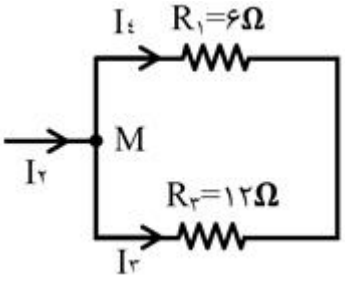
حال باید جریان عبوری از $R_۱$ را به دست بیاوریم.

مقاومت معادل $R_{۱,۲,۳,۴}$ , $R_۵$ باهم موازی و برابرند؛ بنابراین جریان $I$ به‌طور مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود؛ بنابراین:

www.alirezaafshar.org

$$\begin{cases} I_۱ = I_۲ = \dfrac{I}{۲} \\ I = ۱\,A \end{cases} \Rightarrow I_۱ = I_۲ = \frac{۱}{۲}\,A$$

مقاومت‌های $R_۱$ , $R_۳$ باهم موازی هستند $(V_۱ = V_۳)$ بنابراین:




$$\begin{cases} V_۱ = V_۳ \\ V = IR \\ R_۱ = ۶\,\Omega \\ R_۳ = ۱۲\,\Omega \end{cases} \Rightarrow I_۴R_۱ = I_۳R_۳ \Rightarrow I_۴ \times ۶ = I_۳ \times ۱۲ \Rightarrow I_۳ = \frac{I_۴}{۲}$$

باتوجه‌به پایستگی بار در نقطهٔ $M$ داریم:

$$\begin{cases} I_۲ = I_۳ + I_۴ \\ I_۳ = \dfrac{I_۴}{۲} \\ I_۲ = \dfrac{۱}{۲}\,A \end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{I_۴}{۲} + I_۴ \Rightarrow I_۴ = \frac{۱}{۳}\,A$$

بنابراین توان مصرفی مقاومت $R_۱$ برابر است با:

$$\begin{cases} P_۱ = R_۱I_۴^{۲} \\ R_۱ = ۶ \\ I_۴ = \dfrac{۱}{۳} \end{cases} \Rightarrow P_۱ = ۶ \times \frac{۱}{۹} = \frac{۲}{۳}\,W$$

**۷۳** گزینه ۱

فقط مورد "و" نادرست است زیرا شیب مغناطیسی در اطراف استوا تقریباً صفر درجه و در قطب‌های زمین به بیشترین مقدار خود می‌رسد.

**۷۴** گزینه ۳

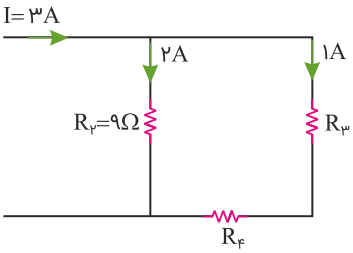
باتوجه‌به اینکه ولت‌سنج اختلاف‌پتانسیل دو سر مولد را نشان می‌دهد، می‌توان نوشت:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow ۲۷ = ۳۰ - I \times ۱ \Rightarrow I = ۳A$$

ازطرفی به کمک جریان کل مدار می‌توانیم مقاومت معادل مدار را به دست آوریم.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow ۳ = \frac{۳۰}{R_{eq} + ۱} \Rightarrow R_{eq} = ۹\Omega$$

$$R_{eq} = R_۱ + R_{۲,۳,۴} \Rightarrow ۹ = ۳ + R_{۲,۳,۴} \Rightarrow R_{۲,۳,۴} = ۶\Omega$$




$$\frac{۱}{R_{۳,۴}} + \frac{۱}{R_۲} = \frac{۱}{۶}$$

$$\frac{۱}{R_{۳,۴}} = \frac{۱}{۶} - \frac{۱}{۹} = \frac{۳}{۹ \times ۶} \Rightarrow R_{۳,۴} = ۱۸\Omega$$

چون توان مصرفی $R_۴$ داده شده، می‌توان مقدار این مقاومت را محاسبه نمود:

$$P = R_۴ I^۲ \Rightarrow ۶ = R_۴ \times ۱^۲ \Rightarrow R_۴ = ۶$$

$$R_۳ + R_۴ = ۱۸ \Rightarrow R_۳ = ۱۲\Omega$$

**۷۵** گزینه ۲

برای محاسبهٔ بار عبوری، از فرمول $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow ۵ \times ۱۰^۷ = \frac{۱۰^۹}{q} \Rightarrow q = ۲۰\,C$$

حالا با استفاده از رابطهٔ جریان متوسط داریم:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{۲۰}{۰/۲} = ۱۰۰\,A$$

**۷۶** گزینه ۴

$$\text{حالت اول} \rightarrow R_{eq} = R + \frac{R}{n} \Rightarrow I_۱ = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{R + \frac{R}{n}} = \frac{n\varepsilon}{(n+۱)R}$$

$$\text{حالت دوم} \rightarrow R_{eq} = R + \frac{R}{n-۱} \Rightarrow I_۲ = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{R + \frac{R}{n-۱}} = \frac{(n-۱)\varepsilon}{nR}$$

$$\frac{I_۲}{I_۱} = \frac{\frac{(n-۱)\varepsilon}{nR}}{\frac{n\varepsilon}{(n+۱)R}} = \frac{(n-۱)(n+۱)}{n^۲} = \frac{n^۲-۱}{n^۲} = \frac{۲۴}{۲۵} \Rightarrow ۲۵n^۲ - ۲۵ = ۲۴n^۲$$

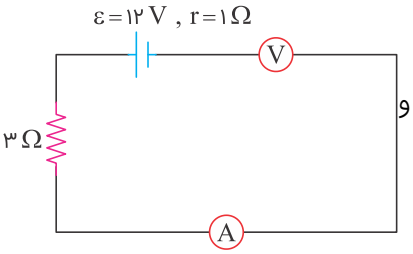
$$\Rightarrow n^۲ = ۲۵ \Rightarrow n = ۵$$

**۷۷** گزینه ۳

$$R = \rho\frac{L}{A} \Rightarrow \rho = \frac{RA}{L} = \frac{۰/۰۶ \times ۴ \times ۱۰^{-۴}}{۲} = ۰/۱۲ \times ۱۰^{-۴}\ \Omega.m$$

**۷۸** گزینه ۱

مقاومت الکتریکی آمپرسنج آرمانی، صفر است، بنابراین مقاومت ۲ اهمی اتصال کوتاه شده و مدار به‌صورت زیر می‌شود:




ازطرفی چون مقاومت ولت‌سنج بسیار زیاد است، پس جریان در مدار برقرار نمی‌شود و آمپرسنج عدد صفر و ولت‌سنج مقدار ε را نشان می‌دهد.

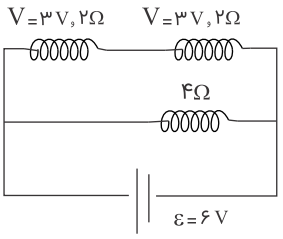
۷۹ گزینه ۱

ابتدا مقاومت‌های معادل $R_1$ و $R_2$ را به دست می‌آوریم. مقاومت‌های ۴ اهمی باهم موازی‌اند، مقاومت‌های ۳ و ۶ اهمی نیز باهم موازی‌اند. بنابراین:

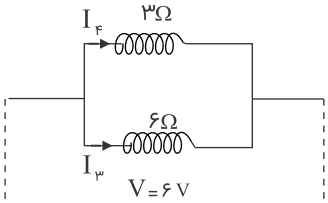
$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \Rightarrow R_1 = 2\Omega$$
$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \Rightarrow R_2 = 2\Omega$$

مدار به‌صورت زیر درمی‌آید:

باتوجه‌به اینکه مقاومت‌های شاخهٔ بالا باهم مساوی هستند $(2\Omega)$ و متصل به اختلاف پتانسیل $6V$، می‌توانیم این نتیجه را بگیریم که اختلاف پتانسیل هرکدام از مقاومت‌ها برابر ۳ ولت است. پس اختلاف پتانسیل مقاومت $R_1$ برابر با $V$ است. بنابراین $I_3$ برابر است با:

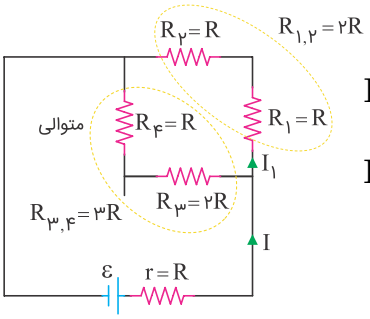



$$\begin{cases} V = RI_3 \\ R = 6\Omega \\ V = 3V \end{cases} \Rightarrow 3 = 6I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{1}{2}A$$



۸۰ گزینه ۴

در حالتی که کلید $k$ باز است، مقاومت معادل مدار و سپس جریان عبوری از مولد را برحسب $R$ و $\varepsilon$ به دست می‌آوریم:



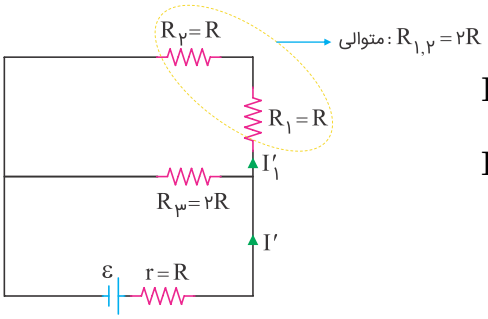

$$R_{eq}=\frac{۲R\times ۳R}{۲R+۳R}=\frac{۶}{۵}R$$

$$I=\frac{\varepsilon}{r+R_{eq}}=\frac{\varepsilon}{R+\frac{۶}{۵}R}=\frac{۵}{۱۱}\frac{\varepsilon}{R}$$

حالا به کمک $I$، در مدار بالا $I_۱$ را حساب می‌کنیم:

$$I_۱=\frac{R_{۳,۴}}{R_{۱,۲}+R_{۳,۴}}\times I=\frac{۳R}{۳R+۲R}\times(\frac{۵}{۱۱}\frac{\varepsilon}{R})=\frac{۳}{۱۱}\frac{\varepsilon}{R}$$

با وصل کلید $k$، مقاومت $R_۴$ اتصال کوتاه شده و حذف می‌شود، در این حالت داریم:




$$R'_{eq}=\frac{۲R\times ۲R}{۲R+۲R}=R$$

$$I'=\frac{\varepsilon}{r+R'_{eq}}=\frac{\varepsilon}{R+R}=\frac{\varepsilon}{۲R}$$

باتوجه‌به این‌که $R_{۱,۲}=R_۳$ است، نصف این جریان از $R_۱$ عبور می‌کند:

$$I_۱'=\frac{۱}{۲}I'=\frac{۱}{۲}\times\frac{\varepsilon}{۲R}=\frac{\varepsilon}{۴R}$$

حالا داریم:

$$\frac{I_۱'}{I_۱}=\frac{\frac{\varepsilon}{۴R}}{\frac{۵}{۱۱}\frac{\varepsilon}{R}}=\frac{۱۱}{۲۰}$$

**۸۱** گزینه ۲

گرمای لازم برای تغییر دمای مادهٔ A از $۲۳^\circ C$ به $۴۸^\circ C$:

$$Q = mc\Delta\theta = ۱۰۰۰ \times ۰/۸ \times (۴۸ - ۲۳) = ۲۰۰۰۰\,J$$

$$?\,g\,Al = ۲۰۰۰۰\,J \times \frac{۱\,kJ}{۱۰۰۰\,J} \times \frac{۲\,mol\,Al}{۲۱۶\,kJ} \times \frac{۲۷\,g\,Al}{۱\,mol\,Al} = ۵\,g\,Al$$

**۸۲** گزینه ۱

موارد "ت" و "ب" درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست. آنتالپی سوختن به ازای ۱ مول از ماده سوختنی مورد نظر تعریف می‌شود.

ب) درست.

پ) نادرست. به عامل غلظت مربوط است.

ت) درست. در واکنش مس $(II)$ سولفات با تیغهٔ روی باتوجه‌به اینکه فلز مس تولید می‌شود جرم مولی کمتری نسبت به فلز روی دارد؛ درنتیجه از جرم مواد جامد ظرف کاسته می‌شود.

**۸۳** گزینه ۱

گرماسنج لیوانی برای واکنش‌هایی مناسب است که در حالت محلول هستند؛ بنابراین تنها $\Delta H$ واکنش (ب) را می‌توان با دقت خوب تعیین کرد.

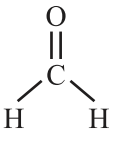
**۸۴** گزینه ۳

بررسی عبارت نادرست:

الف) ظرفیت گرمایی یک گرم ماده معادل ظرفیت گرمایی ویژه است.

**۸۵** گزینه ۲

ساده‌ترین کتون: $CH_۳-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-CH_۳$ دومین عضو از خانوادهٔ اسیدها: $CH_۳-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$ ساده‌ترین آلدهید:



**۸۶** گزینه ۱

در هر ساعت ٪۵۰ مادهٔ اولیه تجزیه می‌شود. برای تجزیهٔ ٪۹۳/۷۵، باید حساب کرد که چند بار تجزیه صورت گرفته:
$M_۱$ جرم اولیه

$$M_۱ \xrightarrow{t_۱} ٪۵۰M_۱ \xrightarrow{t_۲} ٪۲۵M_۱ \xrightarrow{t_۳} ٪۱۲/۵M_۱ \xrightarrow{t_۴} ٪۶/۲۵M_۱$$

$$\text{درصد تجزیهٔ مولکول‌های } AB_۲ = ۵۰ + ۲۵ + ۱۲/۵ + ۶/۲۵ = ۹۳/۷۵$$

$$t_{کل} = t_۱ + t_۲ + t_۳ + t_۴ \quad \Rightarrow \quad t_{کل} = ۴ \text{ ساعت}$$

**۸۷** گزینه ۳

گزینه‌های "۱"، "۲" و "۴" درست هستند.
بررسی گزینه‌ها:
گزینهٔ ۱: درست. شرایط هر دو واکنش پیچیده است و باید $\Delta H$ را از روش غیرمستقیم به دست آورد.
گزینهٔ ۲: درست. تفاوت سطح انرژی $N_۲$ با $N_۲H_۴$ و $NH_۳$ به ترتیب $۹۱\,kJ$ و ۹۲ است.
گزینهٔ ۳: نادرست. تعداد اتم‌های $H_۲O_۲$ چهارتا بوده و تعداد الکترون‌های پیوندی $HCN$ هم چهارتا است.

$$H - C \equiv N :$$

گزینهٔ ۴: درست. ترتیب ارزش سوختی به‌صورت "شکلات < پنیر < بادام‌زمینی" است.

**۸۸** گزینه ۴

عنصری از گروه ۱۴ که الکترون از دست می‌دهد می‌تواند فلز قلع ($_{۵۰}Sn$) یا سرب ($_{۸۲}Pb$) باشد که رسانایی الکتریکی خوبی دارند؛ بنابراین عنصرهای مطرح‌شده در گزینهٔ درست باید فلز یا کربن به حالت گرافیت (تنها نافلز رسانای الکتریکی) باشند.
بررسی گزینه‌ها:
گزینهٔ ۱: $_{۲۹}Cu$ ← فلز ، دومین عنصر گروه ۱۵ جدول دوره‌ای عنصرها ← $_{۱۵}P$ ← نافلز ، کاتالیزگر واکنش هیدروژن‌دار شدن آلکن‌ها ← $_{۲۸}Ni$ ← فلز
گزینهٔ ۲: $_{۱۳}Al$ ← فلز ، عنصر گازی‌شکل گروه ۱۶ ← $_{۸}O$ ← نافلز ، عنصر اصلی مورداستفاده در سلول‌های خورشیدی ← $_{۱۴}Si$ ← شبه‌فلز
گزینهٔ ۳: $_{۳۲}Ge$ ← شبه‌فلز ، عنصر ماده‌ای که کمبود آن در بدن با خوردن اسفناج و عدسی جبران می‌شود ← $_{۲۶}Fe$ ← فلز ، عنصر اصلی سازندهٔ نفت خام ← $_{۶}C$ ← تنها نافلز رسانای الکتریکی (در حالت گرافیت)
گزینهٔ ۴: $_{۲۱}Sc$ ← فلز ، تنها عنصری که در طبیعت به شکل رگه‌های زرد و به‌صورت عنصری یافت می‌شود ← $_{۷۹}Au$ ← فلز ، عنصری که بیشترین شعاع اتمی را در دورهٔ سوم جدول دوره‌ای عنصرها دارد ← $_{۱۱}Na$ ← فلز

**۸۹** گزینه ۳

بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ ۱: نادرست. دما میزان سردی و گرمی مواد را نشان می‌دهد.
گزینهٔ ۲: نادرست. ذرات سازندهٔ ماده در تمامی حالت‌های فیزیکی دارای جنب‌وجوش هستند.
گزینهٔ ۴: نادرست. دما میانگین تندی و انرژی جنبشی ذرات ماده است.

**۹۰** گزینه ۲

ابتدا گرمای جذب‌شده به ازای مصرف $۱/۶\,g$ آمونیوم نیترات را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = (۷۵ + ۱/۶) \times ۴/۱۸ \times (۲۳/۳۴ - ۲۵) = -۵۳۱\,J$$

هر مول آمونیوم نیترات، ۸۰ گرم است. برای محاسبهٔ گرمای جذب‌شده به ازای ۸۰ گرم آمونیوم نیترات به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$?\,kJ = ۸۰\,g\,NH_۴NO_۳ \times \frac{۵۳۱\,J}{۱/۶\,g\,NH_۴NO_۳} \times \frac{۱\,kJ}{۱۰۰۰\,J} = ۲۶\,kJ$$

**۹۱** گزینه ۴

ابتدا مقدار عددی $(c)$ ظرفیت گرمایی ویژه را به‌دست می‌آوریم.

$$c = \frac{q}{m.\Delta T} = \frac{۱۱۷/۵\,J}{۱۰g \times ۵۰^\circ C} = ۲۳/۵ \times ۱۰^{-۲}\,J.g^{-۱}.^\circ C^{-۱}$$

بنابراین جنس فلز مورد نظر، نقره است.

**۹۲** گزینه ۲

سه معادلهٔ اول را باید طوری بنویسیم که از جمع آن‌ها معادله نهایی به دست آید. اگر معادله "ب" و "پ" را معکوس کنیم یا به عبارتی در "-۱" ضرب کنیم و با معادله "الف" جمع کنیم معادلهٔ نهایی به دست می‌آید.

$$+\begin{cases} A + ۲B \rightarrow C & \Delta H_۱ = -۱۱۵\,kJ \\ ۲E \rightarrow C + D + ۲B & \Delta H_۲ = -۵۲\,kJ \\ A + ۲E \rightarrow ۲D & \Delta H_۳ = ۲۰\,kJ \end{cases}$$

$$۲A + ۴E \rightarrow ۲C + ۳D \quad \Delta H = -۱۱۵ + (-۵۲) + ۲۰ = -۱۴۷kJ$$

$۱۴۷\,kJ$ یا $۱۴۷۰۰۰\,J$ به ازای تولید ۳ مول $D$ به‌دست می‌آید، پس به‌ازای هر مول $D$، $۴۹۰۰۰\,J$ گرما آزاد می‌شود که باید محاسبه کنیم این مقدار گرما چند گرم آب را از دمای $۳۰^\circ C$ به $۱۰۰^\circ C$ می‌رساند.

$$Q = mc\Delta T \Rightarrow ۴۹۰۰۰ = m \times ۴/۲ \times (۱۰۰ - ۳۰)$$

$$m = \frac{۴۹۰۰۰}{۴/۲ \times ۷۰} \Rightarrow m = ۱۶۶/۷\,g$$

**۹۳** گزینه ۲

$$N \equiv N + ۳H - H \rightarrow ۲ \begin{matrix} & N & \\ H & | & H \\ & H & \end{matrix}$$

$$\text{آنتالپی واکنش} = \begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی پیوند}\\ \text{در مواد واکنش‌دهنده}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی پیوند}\\ \text{در مواد فرآورده}\end{bmatrix}$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [۹۴۵ + ۳(۴۳۵)] - [۲(۳ \times ۳۹۱)] = -۹۶\,kJ$$

$$?\,kJ = ۱\,mol\,NH_۳ \times \frac{-۹۶\,kJ}{۲\,mol\,NH_۳} = -۴۸\,kJ$$

**۹۴** گزینه ۲

بررسی عبارت‌ها:

- درست. به خاطر جرم بیشتر، دمای جوش اوزون نسبت به اکسیژن بالاتر بوده و در دمای بالاتری نیز به مایع تبدیل می‌شود.

- نادرست؛ اوزون واکنش‌پذیری بالاتری نسبت به اکسیژن دارد. ازاین‌رو به‌عنوان ضدعفونی‌کننده استفاده می‌شود.

- درست. اوزون تروپوسفری طبق واکنش $NO_۲(g) + O_۲(g) \xrightarrow{\text{نور خورشید}} NO(g) + O_۳(g)$ به وجود می‌آید. $NO_۲$ جزء آلاینده‌ها محسوب شده و با افزایش مصرف سوخت‌های فسیلی تولید آن افزایش یافته و تولید اوزون نیز افزایش می‌یابد.

- درست. واکنش فوق مجموع دو واکنش زیر است:

$$۲O_۳(g) \xrightarrow{\text{تابش فرابنفش}} ۲O_۲(g) + ۲O(g)$$

$$۲O(g) \xrightarrow{\text{آزاد شدن تابش فروسرخ}} O_۲(g)$$

**۹۵** گزینه ۱

$$۳Fe(s) + ۴H_۲O(g) \rightarrow Fe_۳O_۴(s) + ۴H_۲(g) \qquad \Delta H = -۱۵۰kJ$$

$$\text{گرمای مورد نیاز برای بالا بردن دمای آب} = mc\Delta T = ۳۰۰ \times ۴/۲ \times ۴۰ \Rightarrow Q = ۵۰۴۰۰J = ۵۰/۴kJ$$

$$?\,L\,H_۲ = ۵۰/۴\,kJ \times \frac{۴\,mol\,H_۲}{۱۵۰\,kJ} \times \frac{۲۵\,L\,H_۲}{۱\,mol\,H_۲} = ۳۳/۶\,L\,H_۲$$

**۹۶** گزینه ۴

جاهای خالی توسط گزینهٔ "۴" به‌درستی کامل می‌شود. توجه کنید هیدروکربن به ترکیباتی گفته می‌شود که فقط دارای هیدروژن و کربن هستند. روغن و چربی علاوه بر هیدروژن و کربن دارای عناصری مثل اکسیژن نیز هستند.

**۹۷** گزینه ۲

معادلهٔ واکنش تشکیل دی‌بوران از عنصرهای سازنده‌اش به‌صورت زیر است:

$$۲B(s) + ۳H_۲(g) \rightarrow B_۲H_۶(g)$$

باتوجه‌به $B_۲H_۶(g)$ باید معادلهٔ اول در "۱-" ضرب شود؛ پس $\Delta H = -a$
باتوجه‌به $۲B(s)$ معادلهٔ دوم بدون تغییر می‌ماند؛ پس $\Delta H = b$
باتوجه‌به $۳H_۲(g)$ باید معادلهٔ سوم در "۳" ضرب شود؛ پس $\Delta H = ۳c$
برای ساده شدن $H_۲O(l)$ از معادله‌های سوم و چهارم باید معادلهٔ چهارم را نیز در عدد "۳" ضرب کنیم؛ پس $\Delta H = ۳d$
بنابراین $\Delta H$ واکنش تشکیل دی‌بوران برابر است با:

$$۳c + ۳d + b - a = ۳(c + d) + b - a$$

**۹۸** گزینه ۴

$$\begin{cases} \text{آب } ۲/۵L = ۲/۵kg \\ \text{اتیلن گلیکول } ۲L = ۲ \times ۱/۱ = ۲/۲kg \end{cases}$$

مقدار گرمای جذب شده توسط آب و اتیلن گلیکول را به ترتیب $q_۱$ و $q_۲$ نمایش داده و در نهایت گرمای کلی جذب‌شده توسط محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$q_{\text{کلی}} = q_{\text{آب}} + q_{\text{اتیلن گلیکول}} \Rightarrow q_{\text{کلی}} = \underbrace{mc\Delta T}_{\text{آب}} + \underbrace{mc\Delta T}_{\text{اتیلن گلیکول}}$$

$$q_{\text{کلی}} = (۲/۵ \times ۴/۲ \times ۱۰) + (۲/۲ \times ۲/۴ \times ۱۰) = ۱۵۷/۸kJ$$

**۹۹** گزینه ۳

تمامی عبارت‌های مطرح‌شده به‌جز "الف" درست هستند.
بررسی عبارت نادرست:
الف) واکنش‌هایی که در دمای ثابت انجام می‌شوند هم‌انرژی‌اند.

مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار

**۱۰۰** گزینه ۲

الف) درست است.
ب) درست است.
پ) نادرست است. منحنی $D$ نشان‌دهندهٔ تولید مقدار بیشتری فرآورده است و ارتباطی با عوامل مؤثر بر سرعت واکنش ندارد. از سویی برای تولید مقدار بیشتری از فرآورده‌ها باید مقداری کلسیم کربنات به مخلوط واکنش افزود؛ زیرا در سؤال گفته شده است که مقدار $HCl(aq)$ کافی بوده است و افزودن مقدار بیشتری از آن تأثیری در مقدار فرآورده ندارد.
ت) درست است. معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به‌صورت زیر است:

$$CaCO_۳(s) + ۲HCl(aq) \rightarrow CaCl_۲(aq) + CO_۲(g) + H_۲O(l)$$

باتوجه‌به اینکه ضریب هر سه فرآورده یکسان است، پس منحنی $A$ را می‌توان به هریک از آن‌ها نسبت داد.