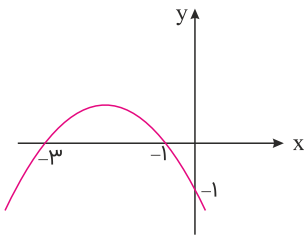




۱ شکل زیر نمودار تابع  $y = ax^2 + bx + c$  را نشان می‌دهد. حاصل  $a + b + c$  کدام است؟



(۱) -۲

(۲) ۰

(۳)  $-\frac{8}{3}$

(۴)  $-\frac{2}{3}$

۲ اشخاص A و B می‌توانند ساختمانی را نقاشی کنند. اگر هریک به تنهایی نقاشی ساختمان را به عهده بگیرند، شخص A کار را ۱۵ روز زودتر از شخص B به اتمام می‌رساند و اگر دو نفر با یکدیگر نقاشی کنند، نقاشی ساختمان ۱۸ روزه به پایان می‌رسد. شخص A به تنهایی در چند روز نقاشی ساختمان را انجام می‌دهد؟

(۲) ۴۰

(۱) ۵۰

(۴) ۲۰

(۳) ۳۰

۳ در یک دنباله هندسی جمله چهارم برابر  $\frac{1}{4}$  و جمله هفتم برابر ۲ می‌باشد. مجموع چند جمله اول این دنباله هندسی برابر  $\frac{31}{32}$  است؟

(۲) ۵

(۱) ۳

(۴) ۴

(۳) ۶

۴ در یک دنباله هندسی  $a_3 = 16$  و  $a_{10} = 2048$  است. مجموع ۱۱ جمله اول این دنباله کدام است؟

(۲) ۸۰۰۰

(۱) ۸۱۸۸

(۴) ۱۶۸۰

(۳) ۲۰۴۷

۵ به ازای چه مقدار m یکی از ریشه‌های معادله  $2x^2 - 14x + 3m = 0$ ، دو واحد از دیگری بزرگ‌تر است؟

(۲) ۱۵

(۱)  $7/5$

(۴) -۱۵

(۳)  $\frac{15}{4}$

۶ به ازای کدام مقدار  $m$ ، دو ریشه معادله  $mx^2 + (b - 4)x + m^2 + 4 = 0$ ، وارون یکدیگرند؟

(۱) -۱ (۲) ۲

(۳) هیچ مقدار  $m$  (۴) ۱ و -۲

۷ اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله درجه دوم  $x^2 - 3x - 5 = 0$  باشند، حاصل  $|\alpha| + |\beta|$  کدام است؟

(۱)  $\sqrt{29}$  (۲)  $\frac{\sqrt{29}}{2}$

(۳)  $\sqrt{33}$  (۴)  $\frac{\sqrt{33}}{2}$

۸ به ازای کدام مقدار  $m$ ، معادلات  $x^2 + (m + 6)x + 6 = 0$  و  $x^2 + mx + 12 = 0$  دارای ریشه مشترک‌اند؟

(۱) -۱۳ (۲) -۱۴

(۳) ۱۴ (۴) ۱۳

۹ در یک دنباله هندسی کاهشی جمله چهارم برابر ۲۷ و جمله ششم برابر ۳ است. مجموع سه جمله اول کدام است؟ (فرض:  $a_1 > 0$ )

(۱) ۱۰۲۷ (۲) ۱۰۵۳

(۳) ۲۰۳۲ (۴) ۱۰۱۲

۱۰ اگر ریشه‌های معادله  $2x^3 + (k - 2)x^2 = (k^2 + 1)x$  تشکیل یک دنباله حسابی دهند،  $k$  کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) -۱

۱۱ به ازای کدام مقدار  $a$  معادله  $|3x^2 + ax - 2| = 5$  دقیقاً سه جواب دارد؟

(۱)  $\pm 2$  (۲)  $\pm 4$

(۳)  $\pm 6$  (۴)  $\pm 8$

۱۲ اگر حاصل عبارت  $\frac{2x}{x^2 - y^2} + \frac{1}{x + y} - \frac{1}{x - y}$  برابر ۲ باشد، آنگاه رابطه بین  $x$  و  $y$  چگونه است؟

(۱)  $x - y = -1$  (۲)  $x + y = 1$

(۳)  $y - x = 1$  (۴)  $x + y = -1$

۱۳ اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $3x^2 - x = 7$  باشند، حاصل  $3\beta^2 + \alpha + \frac{20}{3}$  کدام است؟

(۱) ۲۱ (۲)  $\frac{43}{3}$

(۳)  $\frac{43}{9}$  (۴) ۱۴

۱۴ در معادله  $x^2 - x + m = 0$ ، اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله باشند،  $m$  کدام باشد تا رابطه  $\beta^2 - \beta - 4 = \frac{\alpha^3\beta + \alpha\beta^3}{\alpha + \beta}$  برقرار باشد؟

- (۱) -۱  
(۲) ۲  
(۳) -۱ و ۲  
(۴) هیچ مقدار  $m$

۱۵ اگر  $x = 2$  ریشه معادله  $5x^2 - 7mx = -8$  باشد، ریشه معادله  $x^2 + 2mx + 4 = 0$  کدام است؟

- (۱) ۲  
(۲) ۱  
(۳) -۱  
(۴) -۲

۱۶ یکی از ریشه‌های معادله  $a(x - 2)^2 = x$  از ۱۰ برابر ریشه دیگر سه واحد کمتر است. مقدار مثبت  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{9}{5}$   
(۲)  $\frac{4}{5}$   
(۳)  $\frac{5}{9}$   
(۴)  $\frac{5}{4}$

۱۷ معادله  $\frac{3x+5}{x^2+5x} + \frac{x+4}{x+5} = \frac{x+1}{x}$  دارای چند ریشه حقیقی است؟

- (۱) صفر  
(۲) یک  
(۳) دو  
(۴) سه

۱۸ به ازای کدام مقدار  $a$ ، بین  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله  $x^2 - 4x - a = 0$ ، رابطه  $x_1^2 + 4x_2 = 18$  برقرار است؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) -۱  
(۴) -۲

۱۹ به ازای کدام مقادیر  $m$  منحنی به معادله  $y = 2x^2 + mx$  همواره بالای خط  $y = x - 2$  قرار دارد؟

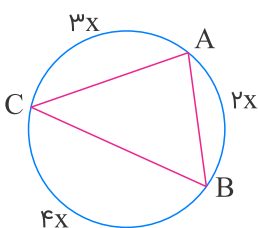
- (۱)  $-5 < m < 3$   
(۲)  $-2 < m < 5$   
(۳)  $-3 < m < 5$   
(۴)  $-3 < m < 2$

۲۰ اگر  $x = 5$  پاسخ معادله  $\sqrt{6x+6} = 5 + \sqrt{21-ax}$  باشد، پاسخ دیگر معادله چگونه خواهد بود؟

- (۱) کوچک‌تر از صفر  
(۲) بین صفر و ۲  
(۳) بزرگ‌تر از ۲  
(۴) پاسخ دیگری ندارد.

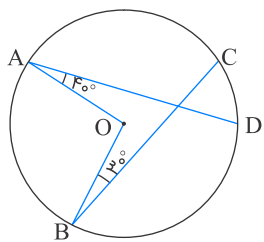
۲۱ در شکل زیر اندازه زاویه  $\hat{A}$  کدام است؟

- (۱)  $20^\circ$   
(۲)  $40^\circ$   
(۳)  $30^\circ$   
(۴)  $80^\circ$



در شکل زیر اختلاف اندازه کمان‌های  $\widehat{AB}$  و  $\widehat{CD}$  چند درجه است؟

۲۲



(۱)  $70^\circ$

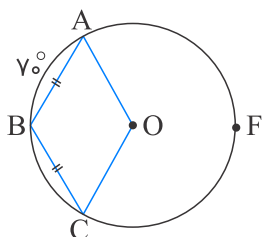
(۲)  $75^\circ$

(۳)  $150^\circ$

(۴)  $140^\circ$

در شکل زیر  $\widehat{AB} = 70^\circ$ ، مقدار  $\widehat{B}$  چقدر است؟

۲۳



(۱)  $140^\circ$

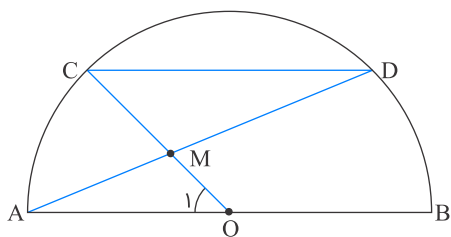
(۲)  $110^\circ$

(۳)  $220^\circ$

(۴)  $100^\circ$

در نیم‌دایره زیر  $\widehat{C} = \widehat{O}_1 = 120^\circ$  و  $\widehat{CD} = \widehat{AC}$  چند برابر طول کمان  $\widehat{AC}$  است؟

۲۴



(۱) ۱

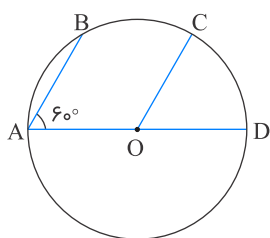
(۲) ۲

(۳)  $\frac{3}{2}$

(۴)  $\frac{5}{2}$

در شکل زیر،  $AB \parallel OC$  است. زاویه  $\widehat{ACO}$  کدام است؟

۲۵



(۱) ۲۰

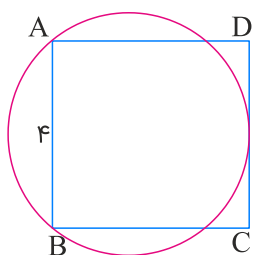
(۲) ۳۰

(۳) ۲۵

(۴) ۴۵

در شکل زیر ABCD مربع است. اندازه قطر دایره کدام است؟

۲۶



(۱)  $\frac{2}{5}$

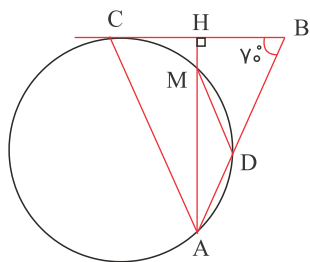
(۲) ۵

(۳) ۳

(۴) ۶

در شکل زیر  $AB = AC$  و دایره در نقطه  $C$  بر  $BC$  مماس است. اگر  $AH$  ارتفاع باشد، اندازه زاویه  $AMD$  چقدر است؟

۲۷



(۱)  $30^\circ$

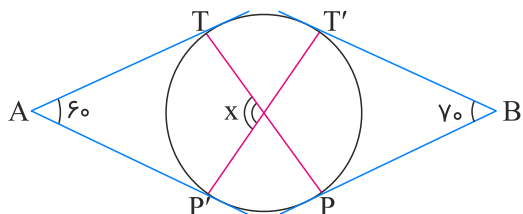
(۲)  $60^\circ$

(۳)  $45^\circ$

(۴)  $15^\circ$

در شکل زیر مقدار  $x$  کدام است؟

۲۸



(۱)  $75^\circ$

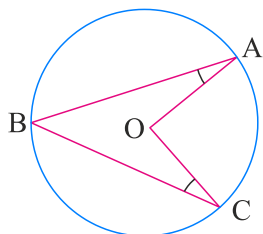
(۲)  $105^\circ$

(۳)  $130^\circ$

(۴)  $360^\circ$

در شکل زیر،  $O$  مرکز دایره است. اگر  $\angle ABC = 40^\circ$ ،  $\angle BAO = 12^\circ$ ، آنگاه  $\angle BCO$  کدام است؟

۲۹



(۱)  $28^\circ$

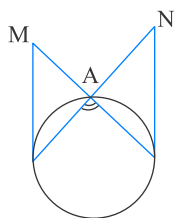
(۲)  $18^\circ$

(۳)  $12^\circ$

(۴)  $22^\circ$

در شکل زیر  $\hat{M} + \hat{N} = 60^\circ$  است. زاویه  $\hat{A}$  چند درجه است؟

۳۰



(۱)  $160$

(۲)  $70$

(۳)  $140$

(۴)  $80$

در خصوص گزاره‌های زیر، کدام گزینه ارزش  $T$  دارد؟

۳۱

$$A = \{(x, y) | x^2 + y^2 < 1\}$$

(۲)  $(0/5, 1) \in A$

(۴)  $(1, 0) \in A$

(۱)  $(0/5, 0/5) \in A$

(۳)  $(1, 0/5) \in A$

۳۲ اگر ارزش گزاره  $p \vee q$  نادرست باشد، عبارت زیر با کدام گزینه هم‌ارز است؟

$$[(\sim p \wedge q) \vee (p \vee F)]$$

(T گزاره همیشه درست و F گزاره همیشه نادرست است.)

$$\sim p \quad (۲) \quad T \quad (۱)$$

$$q \quad (۴) \quad F \quad (۳)$$



۳۳ ارزش کدام گزاره زیر نادرست است؟

(۱) ۳۱ عدد اول یا مربع کامل است.

(۲) معادله  $x^2 - 25 = 0$  دو ریشه دارد یا ۲۱ مضرب ۷ است.

(۳)  $(14 \neq 1) \vee (0/2 > \sqrt{2})$

(۴) ۲۶۰۰ زوج است یا ۱ عدد اول است.

۳۴ ارزش گزاره زیر کدام است؟ (F گزاره‌ای همیشه نادرست و T گزاره‌ای همیشه درست است)

$$[\sim p \wedge (\sim p \vee q)] \vee (\sim q \wedge q) \equiv ?$$

$$p \quad (۲) \quad F \quad (۱)$$

$$q \quad (۴) \quad T \quad (۳)$$

۳۵ کدام گزینه صحیح نمی‌باشد؟

$$(\sim p \vee p) \Leftrightarrow F \equiv F \quad (۲) \quad \sim p \Leftrightarrow \sim p \equiv T \quad (۱)$$

$$p \Leftrightarrow (p \wedge (p \vee q)) \equiv T \quad (۴) \quad (T \Leftrightarrow \sim p) \equiv T \quad (۳)$$

۳۶ فرض کنیم  $p \vee (q \vee r)$  و  $\sim (p \vee q)$  درست باشند، کدام یک از گزینه‌های زیر دارای ارزش درست است؟

$$r \quad (۲) \quad \sim r \quad (۱)$$

$$\sim p \wedge q \quad (۴) \quad p \wedge q \quad (۳)$$

۳۷ مجموعه جواب کدام گزاره‌نما با دامنه متغیر آن برابر است؟

$$x^2 = 4, D = \{2\} \quad (۲) \quad \sqrt{x^2} = x, D = \mathbb{Z} \quad (۱)$$

$$\frac{x^2 + x}{x} = x + 1, D = \mathbb{R} - \{0\} \quad (۴) \quad x^2 + x - 20 = 0, D = \{5, -4\} \quad (۳)$$

۳۸ نقیض گزاره زیر کدام است؟

$$\forall x, \exists y; x + y = 4 \Rightarrow x > 3$$

$$\forall x, \exists y; x + y = 4, x \leq 3 \quad (۲) \quad \exists x, \exists y; x + y = 4, x \leq 3 \quad (۱)$$

$$\forall x, \forall y; x + y = 4, x \leq 3 \quad (۴) \quad \exists x, \forall y; x + y = 4, x \leq 3 \quad (۳)$$

۳۹ اگر ارزش گزاره  $p \wedge q$  نادرست باشد، آنگاه گزاره  $(p \vee q) \wedge \sim q$  با کدام گزینه زیر هم‌ارز است؟

- (۱)  $q$   
 (۲)  $\sim q$   
 (۳)  $p$   
 (۴)  $\sim p$

۴۰ چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست می‌باشند؟

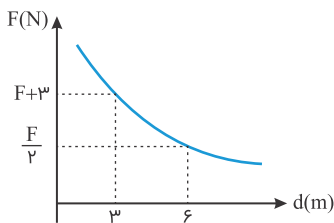
- (الف)  $(p \wedge \sim p) \Rightarrow q$   
 (ب)  $(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$   
 (ج)  $(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow (q \Leftrightarrow q)$

- (۱) ۳  
 (۲) ۲  
 (۳) ۱  
 (۴) صفر

۴۱ سه ذره باردار  $q_1 = 12 \mu C$ ،  $q_2 = 3 \mu C$  و  $q_3$  در صفحه  $x$  و  $y$  به ترتیب در مختصات  $(x_1 = 4 \text{ cm}, y_1 = 3 \text{ cm})$ ،  $(x_2 = -8 \text{ cm}, y_2 = 12 \text{ cm})$  و  $(x_3, y_3)$  قرار دارند. اگر برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر ذره صفر باشد،  $q_3$  چند میکروکولن است؟

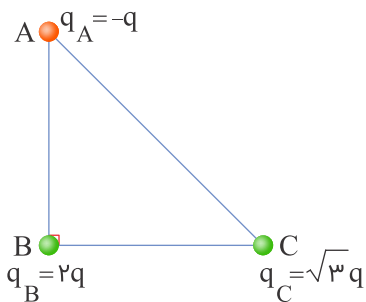
- (۱)  $\frac{16}{3}$   
 (۲)  $\frac{4}{3}$   
 (۳)  $-\frac{4}{3}$   
 (۴)  $-\frac{16}{3}$

۴۲ نمودار زیر نیروی الکتروستاتیکی بین دو ذره باردار برحسب فاصله را نشان می‌دهد.  $3F$  چند نیوتون است؟



- (۱) ۶  
 (۲) ۳  
 (۳) ۱۲  
 (۴) ۹

۴۳ مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی  $q_A$ ،  $q_B$  و  $q_C$  در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقینی ثابت شده‌اند. زاویه‌ای که برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار الکتریکی  $B$  با پاره‌خط  $BC$  می‌سازد، چند درجه است؟



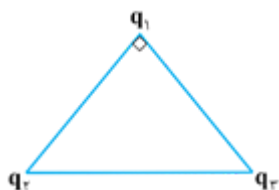
- (۱) ۴۵  
 (۲) ۳۰  
 (۳) ۹۰  
 (۴) ۶۰

اگر جسم A و B را به هم مالش دهیم، A بار منفی و B بار مثبت پیدا می‌کند. اگر جسم B و C را به هم مالش دهیم، B بار مثبت و C بار منفی پیدا می‌کند و اگر جسم A را با جسم C مالش دهیم، A بار منفی و C بار مثبت پیدا می‌کند. باتوجه به جدول سری الکتریسیته مالشی، تعیین کنید کدام گزینه می‌تواند شامل اجسام A و B و C به ترتیب باشد:

جهت کاهش الکترون خواهی ↑	شیشه
	ابریشم
	کهربا

- (۱) کهربا - ابریشم - شیشه  
 (۲) ابریشم - شیشه - کهربا  
 (۳) کهربا - شیشه - ابریشم  
 (۴) ابریشم - کهربا - شیشه

باتوجه به شکل زیر که مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه است و بارهای  $q_1$ ،  $q_2$  و  $q_3$  به ترتیب  $2q$  و  $2\sqrt{3}q$  و  $-2q$  هستند، زاویهٔ میان نیروی برآیند وارد بر  $q_1$  و نیرویی که از طرف  $q_2$  به آن وارد می‌شود، چند درجه است؟

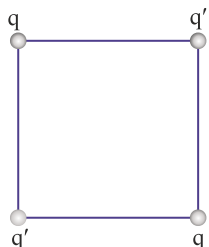


- (۱) ۶۰  
 (۲) ۳۰  
 (۳) ۴۵  
 (۴) ۵۳

دو بار نقطه ای  $q$  و  $-2q$  در فاصله  $r$  از یکدیگر قرار دارند و یکدیگر را جذب می‌کنند. ۲۰ درصد از بار بزرگ‌تر را به کوچک‌تر انتقال می‌دهیم و فاصلهٔ آن‌ها را نیز ۲ برابر می‌کنیم. در این صورت نیروی بین دو بار چند درصد کاهش می‌یابد؟

- (۱) ۱۲ درصد  
 (۲) ۷۶ درصد  
 (۳) ۵۲ درصد  
 (۴) ۸۸ درصد

مطابق شکل زیر چهار بار الکتریکی در رأس‌های یک مربع ثابت شده‌اند. اگر برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هریک از بارهای  $q$  از طرف سه بار دیگر برابر با صفر باشد، نسبت  $\frac{q'}{q}$  کدام است؟



- (۱)  $2\sqrt{2}$   
 (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$   
 (۳)  $-\frac{\sqrt{2}}{4}$   
 (۴)  $-2\sqrt{2}$



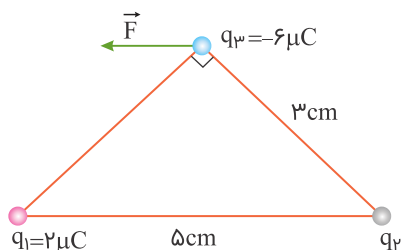
پنج کره رسانای مشابه روی پایه‌های عایقی قرار دارند. بار الکتریکی چهار کره عبارت است از  $+۸ \mu\text{C}$ ،  $+۲ \mu\text{C}$ ،  $-۲ \mu\text{C}$  و  $-۱۴ \mu\text{C}$  و  $+۲ \mu\text{C}$  این پنج کره را باهم تماس می‌دهیم. بعد از تعادل، بار کره پنجم  $-۲ \mu\text{C}$  خواهد شد. بار کره پنجم قبل از تماس چند میکروکولن است؟

- (۱) صفر  
(۲)  $-۴$   
(۳)  $۴$   
(۴)  $-۱۰$

در کدام یک از شکل‌های زیر برآیند نیروهای وارد بر تمام بارها نمی‌تواند صفر باشد؟



سه بار نقطه‌ای مطابق شکل زیر در جای خود ثابت‌اند. برآیند نیروهایی که بارهای  $q_1$  و  $q_2$  بر  $q_3$  وارد می‌کنند (نیروی  $\vec{F}$ ) موازی با قاعده مثلث است. بار  $q_2$  چند میکروکولن است؟



- (۱)  $-\frac{27}{32} \mu\text{C}$   
(۲)  $\frac{9}{8} \mu\text{C}$   
(۳)  $\frac{27}{32} \mu\text{C}$   
(۴)  $-\frac{9}{8} \mu\text{C}$

در شکل زیر سه بار نقطه‌ای در محل خود ثابت شده‌اند. اگر اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_2$  از اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_3$ ، ۲۵ درصد کمتر باشد،  $q_2$  چند میکروکولن است؟



- (۱)  $-۲$   
(۲)  $-۴$   
(۳)  $-\frac{۴}{۱۷}$  یا  $-۲$   
(۴)  $-\frac{۴}{۱۷}$  یا  $-۴$

چه تعداد الکترون باید از یک جسم خنثی خارج شود تا بار الکتریکی آن  $+۲ \text{ nC}$  شود؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$ )

- (۱)  $1/25 \times 10^{12}$   
(۲)  $1/25 \times 10^{10}$   
(۳)  $2/5 \times 10^{10}$   
(۴)  $2/5 \times 10^{12}$

۵۳

دو بار الکتریکی نقطه‌ای همنام  $q_1 = 4\mu C$  و  $q_2$  در فاصله  $r$ ، نیروی  $F$  بر یکدیگر وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از بار  $q_1$  را برداشته و به  $q_2$  اضافه کنیم، در همان فاصله، نیروی متقابل بین بارهای الکتریکی ۵۰ درصد افزایش می‌یابد. مقدار اولیه  $q_2$  چند میکروکولن است؟

(۲) ۳

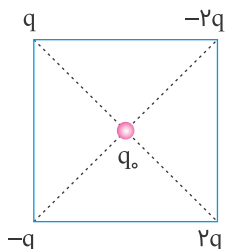
(۱) ۴

(۴) ۱

(۳) ۲

در شکل زیر برآیند نیروهای وارد بر  $q_0 = 1\mu C$  در مرکز مربع در کدام جهت و چند نیوتون است؟ ( $q = 2\mu C$  و ضلع مربع برابر ۲ cm است،  $k = 9 \times 10^9$ )

۵۴



(۱)  $\rightarrow, 90 \frac{\sqrt{2}}{2}$

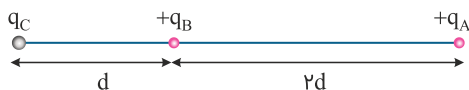
(۲)  $\uparrow, 900\sqrt{2}$

(۳)  $\rightarrow, 900 \frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴)  $\uparrow, 90\sqrt{2}$

در شکل زیر اگر نیرویی که از طرف بار الکتریکی  $+q_A$  به بار الکتریکی  $+q_B$  وارد می‌شود، قرینه برآیند نیروهای وارد بر بار  $+q_B$  از طرف دو بار  $+q_A$  و  $q_C$  باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۵۵



(۱)  $q_2 = +2q_A$

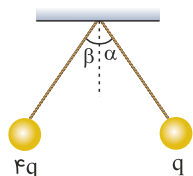
(۲)  $q_2 = -2q_A$

(۳)  $q_C = \frac{+q_A}{2}$

(۴)  $q_C = \frac{-q_A}{2}$

دو گلوله کوچک هم‌جرم یکی دارای بار  $q_1 = q$  و دیگری دارای بار  $q_2 = 4q$  را به انتهای دو نخ با طول‌های مساوی بسته و انتهای دیگر نخ‌ها را از یک نقطه می‌آویزیم. کدام گزینه زاویه انحراف دو آونگ را به درستی مقایسه می‌کند؟

۵۶



(۱)  $\alpha = 2\beta$

(۲)  $\alpha = \beta$

(۳)  $\beta = 2\alpha$

(۴)  $\alpha < \beta < 2\alpha$

نسبت بار  $q_2$  به  $q_1$ ،  $\frac{2}{3}$  است. اگر نیروی بار  $q_1$  بر بار  $q_0$  که در فاصله  $2d$  از آن قرار دارد را  $F_1$  و نیروی بار  $q_2$  بر بار  $q_0$  که در فاصله  $d$  از آن قرار دارد را  $F_2$  بنامیم، نسبت  $\frac{F_2}{F_1}$  کدام است؟

۵۷

(۲)  $\frac{3}{8}$

(۱)  $\frac{4}{3}$

(۴)  $\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{8}{3}$

جسمی نارسانا در اثر مالش به جسم نارسنای دیگری  $10^5$  الکترون از دست می‌دهد. نوع و مقدار بار الکتریکی جسم به ترتیب کدام است؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19} C$ )

- (۱) مثبت -  $1/6 \times 10^{-8} \mu C$   
 (۲) منفی -  $1/6 \times 10^{-14} \mu C$   
 (۳) مثبت -  $1/6 \times 10^{-14} \mu C$   
 (۴) منفی -  $1/6 \times 10^{-8} \mu C$

دو کره فلزی مشابه A و B به ترتیب دارای بارهای  $+25$  و  $+15$  میکروکولن هستند. اگر این دو کره را باهم تماس داده و سپس از هم جدا سازیم، تعداد الکترون‌های کدام کره نسبت به قبل افزایش می‌یابد؟

- (۱) فقط کره A  
 (۲) فقط کره B  
 (۳) هر دو کره A و B  
 (۴) هیچ‌کدام از دو کره

دو بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_1$  و  $q_2 = 2q_1$  در نزدیکی هم قرار دارند. اگر بار الکتریکی  $q_1$  از فاصله  $r$  بر بار  $q_2$  نیرویی با بزرگی F وارد کند، بار  $q_2$  از چه فاصله‌ای، بر بار  $q_1$  نیرویی با بزرگی  $\frac{1}{4}F$  وارد می‌کند؟

- (۱)  $r$   
 (۲)  $\frac{1}{2}r$   
 (۳)  $\sqrt{2}r$   
 (۴)  $2r$

دو عنصر A و B در چند مورد از ویژگی‌های زیر مشابه هم هستند؟  
 الف) سطح صاف و صیقلی  
 ب) اشتراک گذاشتن الکترون هنگام واکنش با سایر عناصر  
 پ) خرد شدن در اثر ضربه  
 ت) تعداد الکترون در آخرین زیرلایه  
 ث) رسانایی الکتریکی  
 ج) شبه فلز بودن

- (۱) ۳  
 (۲) ۴  
 (۳) ۶  
 (۴) ۵

در دوره سوم جدول ..... عنصر رسانای جریان برق بوده و ..... عنصر در اثر ضربه خرد می‌شوند. (به جز Ar)

- (۱) ۳ ، ۳  
 (۲) ۴ ، ۳  
 (۳) ۳ ، ۴  
 (۴) ۴ ، ۴

کدام مطلب در مورد کاتیون فلز واسطه در ترکیب  $NiSO_4$  درست است؟ (عنصر Ni در دوره چهارم و گروه ۱۰ قرار دارد)

الف) شمار الکترون‌ها در بیرونی‌ترین زیرلایه آن برابر با ۲ است.  
 ب) آرایش الکترونی کاتیون  $^{3+}Ga$  شبیه به آرایش الکترونی کاتیون این ترکیب است.  
 پ) مجموع شمار الکترون‌ها در لایه‌های دوم و سوم آن برابر است.  
 ت) بار الکتریکی آن با بار الکتریکی کاتیون فلزی با عدد اتمی ۳۸ برابر است.

- (۱) الف - ت - پ  
 (۲) ب - ت  
 (۳) ت  
 (۴) ب - پ



چه تعداد از واکنش‌های زیر به طور خودبه‌خودی انجام می‌شود؟  
 الف) واکنش عنصری که ۵ الکترون با ویژگی  $l = 0$  دارد با اکسید دومین فلز قلیایی خاکی  
 ب) واکنش عنصری که تعداد الکترون‌های لایه سوم آن ۵ برابر تعداد الکترون‌های لایه چهارم آن است با زنگ آهن  
 پ) واکنش سولفات کاتیونی با آرایش  $[Ar]3d^9$  با آخرین فلز دوره سوم جدول دوره‌ای عنصرها  
 ت) واکنش گرافیت با اکسید اولین شبه‌فلز گروه ۱۴ جدول دوره‌ای عنصرها

- (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۴

چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟  
 الف) هرچه پایداری فلزی بیشتر باشد، استخراج آن آسان‌تر است.  
 ب) در واکنش‌های شیمیایی که به طور طبیعی انجام می‌شوند، واکنش‌پذیری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.  
 پ) هرچه فلزی فعال‌تر باشد، میل بیشتری به ایجاد ترکیب دارد و ترکیب‌هایش ناپایدارتر از خودش است.  
 ت) واکنش‌پذیری هر فلز به معنای تمایل آن برای به دست آوردن الکترون است، ازاین‌رو واکنش‌پذیری پتاسیم از سدیم بیشتر است.

- (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۴

عنصر X در دوره سوم و گروه هفدهم جدول تناوبی جای دارد. چه تعداد از موارد زیر پیرامون عنصر X درست است؟  
 الف) در دمای اتاق عنصری به حالت مایع است. (ب) هم گروه با  $Se_{32}$  است.  
 پ) در اثر ضربه خرد می‌شود. (ت) عدد اتمی آن برابر ۳۵ است.

- (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۴

در مورد فلز طلا ( $Au_{79}$ ) چند مورد از عبارت‌های زیر صحیح است؟  
 - در میان فلزها، تنها طلا به شکل کلوخه‌ها یا رگه‌های زرد لابه‌لای خاک یافت می‌شود.  
 - در طبیعت به شکل فلزی و عنصری خود نیز یافت می‌شود.  
 - چند گرم از آن را با چکش‌کاری می‌توان به صفحه‌ای با مساحت چند متر مربع تبدیل کرد.  
 - رسانایی الکتریکی بالای آن در شرایط دمایی گوناگون حفظ نمی‌شود.

- (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۴

در دوره سوم جدول تناوبی به ترتیب از راست به چپ چند فلز، چند شبه‌فلز و چند نافلز قرار دارد؟

- (۱) ۳، ۱، ۴  
 (۲) ۴، صفر، ۴  
 (۳) ۲، ۲، ۴  
 (۴) ۲، صفر، ۵

Mg – Cl – P – Pb – Ge – Sn – Na

۶ (۱)

۵ (۲)

۴ (۳)

۳ (۴)

۷۰ چه تعداد از عبارات‌های زیر جمله "نمی‌توان گفت ..... را به درستی تکمیل می‌کند؟ ( $C = 12$ ,  $H = 1$ :  $g \cdot mol^{-1}$ )

الف) اختلاف شعاع اتمی Si با Cl بیشتر از Al با Si است.

ب) به دلیل اینکه واکنش‌پذیری آلومینیم بیشتر از آهن است، استخراج فلز آلومینیم دشوارتر می‌باشد.

پ) همه هیدروکربن‌هایی که درصد جرمی کربن در آن‌ها یکسان بوده و تقریباً برابر  $85/7\%$  است، سیر نشده هستند.

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴) صفر

۷۱ باتوجه به آرایش الکترونی آخرین زیر لایه هریک از اتم‌های داده شده، کدام مقایسه نادرست است؟

۱) شعاع اتمی:  $3s^1 > 3p^1 > 2p^5$  (۱) واکنش‌پذیری:  $2p^5 > 2p^4 > 2p^6$  (۲)

۳) خصلت نافلزی:  $2p^5 > 2p^4 > 3p^4$  (۳) رسانایی الکتریکی:  $3p^1 > 2p^2 > 3s^1$  (۴)

۷۲ همه گزینه‌های زیر درست هستند؛ به جز .....

۱) غلظت گونه‌های فلزی در کف اقیانوس‌ها نسبت به ذخایر زمینی بیشتر است.

۲) بازافت آهن سبب نجات گونه‌های زیستی می‌شود.

۳) استفاده از گیاهان برای استخراج هر نوع فلزی مقرون به صرفه است.

۴) هرچه واکنش‌پذیری فلزی بیشتر باشد، استخراج آن فلز دشوارتر است

۷۳ عناصر "ژرمانیم" و "قلع" در چه تعداد از ویژگی‌های زیر مشترک هستند؟

الف) به اشتراک گذاشتن الکترون هنگام واکنش (ب) دوره یکسان در جدول تناوبی عناصر

پ) خرد نشدن در اثر ضربه (ت) رسانایی الکتریکی بالا

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

استاد علیرضا افشار

"سوال و جواب"

@soal\_javab\_ostad\_afshar

چند مورد از مطالب زیر درست است؟

(الف) برخی نافلزها مانند اکسیژن، نیتروژن، فسفر و ... به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند.

(ب) در اثر انجام واکنش انجام یافته در استخراج آهن از آهن (III) اکسید توسط کربن، جرم مواد جامد موجود در مخلوط واکنش کاهش می‌یابد.

(پ) یکی از دلایل استفاده از عنصر کربن به جای فلز سدیم در استخراج آهن، واکنش‌پذیری بیش از حد فلز سدیم است.

(ت) در هر واکنشی که انجام می‌شود، واکنش‌پذیری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کمتر است.

(ث) در میان فلزها، تنها طلا به شکل کلوخه یا رگه‌های زرد لابه‌لای خاک یافت می‌شود.

(۲) ۳

(۱) ۴

(۴) ۱

(۳) ۲

چه تعداد از عبارت‌های زیر درست‌اند؟

- به تقریب جرم کل مواد در کره زمین ثابت می‌ماند.

- پیشرفت صنعت الکترونیک بر اجزایی مبتنی است که از مواردی به نام ابررسانا ساخته می‌شوند.

- تمام قطعه‌های دوچرخه از فرآوری مواد معدنی موجود در زمین به دست می‌آیند.

- هرچه میزان بهره‌برداری از منابع یک کشور بیشتر باشد، آن کشور توسعه یافته‌تر است.

- از بین سرامیک، شیشه، فلز آهن، پنبه، نشاسته، بنزین، نایلون و سنگ فیروزه، ۳ ماده، طبیعی و بقیه مصنوعی هستند.

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

چه تعداد از موارد زیر در مورد عنصرهای گروه ۱۴ جدول تناوبی درست هستند؟

(الف) ژرمانیم یک شبه‌فلز عضو این گروه است که در اثر ضربه خرد می‌شود.

(ب) عنصری با عدد اتمی ۵۰ در این گروه وجود دارد که رسانایی گرمایی و الکتریکی بالایی دارد.

(پ) دو عنصر اول این گروه در برابر ضربه و واکنش با اتم‌های دیگر رفتار مشابهی نشان می‌دهند.

(ت) آخرین عنصر این گروه جامدی شکل‌پذیر است که رسانای خوب گرما و الکتریسیته می‌باشد.

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

X در فرمول‌های  $XPO_4$  و  $XSO_4$  کدام یک می‌تواند باشد؟

(۲) Al

(۱) Fe

(۴) Ag

(۳) Cu

- چند مورد از مطالب زیر در مورد جدول دوره‌ای مندلیف درست است؟
- عناصری که در یک گروه قرار دارند، خواص شیمیایی مشابه و عناصر موجود در یک دوره خواص فیزیکی مشابهی دارند.
  - در هر خانه از جدول اطلاعاتی نظیر نماد شیمیایی عنصر، عدد اتمی و عدد جرمی درج شده است.
  - خواص فلزی و خواص نافلزی به ترتیب با شعاع اتمی رابطه مستقیم و عکس دارند.
  - در جدول، زیرلایه ۳f در عناصر فلزی ۵۷ - ۷۰ در حال پر شدن است.
  - در دوره چهارم جدول، ۵ عنصر فلزی تک‌ظرفیتی وجود دارد.
  - در دوره چهارم فلزاتی که در آخرین لایه الکترونی خود ۱ الکترون دارند، دارای ظرفیت +۱ هستند.

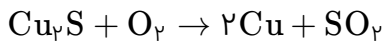
۴ (۲)

۲ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

- چند مورد از موارد زیر درست است؟
- الف) سیلیسیم عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی است.
  - ب) ترتیب واکنش‌پذیری سه عنصر  $Mg > Ti > Fe$ ،  $Mg$  و  $Fe$ ،  $Ti$  است.
  - پ) از تیتانیم در ساخت بدنه دوچرخه استفاده می‌شود.
  - ت) معادله تهیه مس خام از سنگ معدن مس به صورت زیر است:



۲ (۲)

۱ (۱)

۳ (۴)

۴ (۳)

- در هر دوره از جدول تناوبی عناصر، از راست به چپ خصلت ..... کاهش می‌یابد و در گروه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷ عنصرهای ..... خصلت نافلزی کمتری دارند؛ زیرا از بالا به پایین خصلت ..... افزایش می‌یابد.

۲) فلزی - بالاتر - نافلزی

۱) نافلزی - بالاتر - فلزی

۴) نافلزی - پایین‌تر - فلزی

۳) فلزی - پایین‌تر - نافلزی





استاد علیرضا افشار

”همایش ها“

@hamayesh\_dr\_afshar





گزینه ۳

۱

باتوجه به تابع رسم شده،  $x = -1$  و  $x = -3$  ریشه‌های تابع هستند، پس داریم:

$$y = k(x + 1)(x + 3)$$

با جایگذاری نقطه  $(0, -1)$  در رابطه بالا،  $k$  را به دست می‌آوریم:

$$-1 = k(1)(3) \Rightarrow k = \frac{-1}{3} \Rightarrow y = \frac{-1}{3}(x + 1)(x + 3) = \frac{-1}{3}(x^2 + 4x + 3)$$

$$\Rightarrow y = \frac{-1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - 1 \Rightarrow a = \frac{-1}{3}, b = \frac{-4}{3}, c = -1$$

$$a + b + c = -\frac{1}{3} - \frac{4}{3} - 1 = \frac{-8}{3}$$

گزینه ۳

۲

اگر  $A$  در  $x$  روز ساختمان را نقاشی کند، در یک روز  $\frac{1}{x}$  ساختمان نقاشی می‌شود. شخص  $B$  در  $x + 15$  روز ساختمان را نقاشی می‌کند، بنابراین در یک روز  $\frac{1}{x + 15}$  ساختمان نقاشی می‌شود. هر دو نفر، ۱۸ روزه کار نقاشی را انجام می‌دهند، بنابراین در یک روز  $\frac{1}{18}$  ساختمان را نقاشی می‌کنند.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 15} = \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{x + 15 + x}{x(x + 15)} = \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{2x + 15}{x^2 + 15x} = \frac{1}{18} \Rightarrow 36x + 270 = x^2 + 15x$$

$$\Rightarrow x^2 - 21x - 270 = 0 \Rightarrow (x - 30)(x + 9) = 0 \Rightarrow x = 30, x = -9$$

باتوجه به آنکه  $x$  بیان کننده تعداد روز می‌باشد،  $x = -9$  قابل قبول نیست.



جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت  $a_n = a_1 r^{n-1}$  می‌باشد:

$$\begin{cases} a_4 = \frac{1}{4} \\ a_7 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 r^3 = \frac{1}{4} \\ a_1 r^6 = 2 \end{cases}$$

طرفین تقسیم بر هم:

$$r^{-3} = \frac{1}{8} \Rightarrow r = 2$$

$r = 2$  را در یکی از رابطه‌ها قرار می‌دهیم:

$$a_1 r^3 = \frac{1}{4}$$

$$a_1 (8) = \frac{1}{4} \Rightarrow a_1 = \frac{1}{32}$$

مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله هندسی از رابطه  $S_n = a_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$  به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{31}{32} \Rightarrow \frac{31}{32} = \frac{1}{32} \times \frac{1-2^n}{1-2} \Rightarrow \frac{31}{32} = \frac{-1}{32}(1-2^n) \\ \Rightarrow 1-2^n &= -31 \Rightarrow 2^n = 32 \Rightarrow n = 5 \end{aligned}$$

$$\frac{a_{10}}{a_3} = q^7 = 2^7 \Rightarrow q = 2$$

$$a_3 = 16 \Rightarrow a_1 q^2 = 4 \times a_1 = 16 \Rightarrow a_1 = 4$$

$$S_{11} = \frac{4(1-2^{11})}{1-2} = 4 \times 2047 = 8188$$

اول: اگر یکی از ریشه‌ها دو واحد از دیگری بزرگ‌تر باشد، آنگاه تفاضل آن‌ها برابر ۲ است.  
دوم:

$$|\alpha - \beta| = 2 \Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 2 \Rightarrow \frac{\sqrt{196 - 24m}}{2} = 2$$

$$\sqrt{196 - 24m} = 4 \Rightarrow 196 - 24m = 16 \Rightarrow 180 = 24m$$

$$\Rightarrow m = \frac{180}{24} = \frac{15}{2} = 7.5$$

اگر دو ریشهٔ یک معادله وارون هم باشند، حاصل ضرب ریشه‌ها برابر یک خواهد بود.

$$P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow \frac{m^2 + 4}{m} = 1 \Rightarrow m^2 - m + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 1 - 16 < 0$$

بنابراین معادله ریشه ندارد، در نتیجه هیچ مقداری برای  $m$  یافت نشد.

اول:  $\alpha \times \beta = \frac{c}{a} = -5 < 0$  است. چون ضرب ریشه‌ها عددی منفی است، پس ریشه‌ها مختلف‌العلامت هستند. فرض کنیم  $\beta > 0$ ،  $\alpha < 0$  باشد، پس:

$$|\alpha| + |\beta| = -\alpha + \beta = \beta - \alpha > 0$$

دوم: در معادلهٔ درجهٔ دوم قدر مطلق تفاضل ریشه‌ها از رابطهٔ  $|\beta - \alpha| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$  به دست می‌آید:

$$|\beta - \alpha| = \beta - \alpha = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{9 + 20}}{1} = \sqrt{29}$$

اگر  $\alpha$  را برابر یکی از ریشه‌های معادلات داده‌شده در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} \alpha^2 + (m + 6)\alpha + 6 = 0 \\ \alpha^2 + m\alpha + 12 = 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{از هم کم می‌کنیم}} 6\alpha - 6 = 0 \Rightarrow \alpha = 1$$

$$\Rightarrow 1 + m + 12 = 0 \Rightarrow m = -13$$



جمله عمومی دنباله هندسی به صورت  $a_n = a_1 r^{n-1}$  می‌باشد.

$$\begin{cases} a_4 = 27 \Rightarrow a_4 = a_1 r^3 \Rightarrow 27 = a_1 r^3 \\ a_6 = 3 \Rightarrow a_6 = a_1 r^5 \Rightarrow 3 = a_1 r^5 \end{cases}$$

دو طرف را بر یکدیگر تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{27}{3} = \frac{a_1 r^3}{a_1 r^5} \Rightarrow 9 = \frac{1}{r^2} \Rightarrow r = \pm \frac{1}{3}$$

چون دنباله کاهشی است فقط  $r = \frac{1}{3}$  قابل قبول است. در یکی از معادلات بالا ۲ را جایگذاری می‌کنیم و  $a_1$  را به دست می‌آوریم:

$$3 = a_1 r^5 \Rightarrow 3 = a_1 \left(\frac{1}{3}\right)^5 \Rightarrow a_1 = 3^6$$

مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله هندسی از رابطه  $S_n = a \frac{(1-r^n)}{1-r}$  به دست می‌آید که  $a$  جمله اول است.

$$S_3 = 3^6 \frac{(1 - (\frac{1}{3})^3)}{1 - \frac{1}{3}} = 3^6 \frac{(1 - \frac{1}{27})}{\frac{2}{3}} = 3^6 \times \frac{\frac{26}{27}}{\frac{2}{3}} \Rightarrow S_3 = 1053$$

معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$2x^3 + (k-2)x^2 - (k^2+1)x = 0 \Rightarrow x(2x^2 + (k-2)x - (k^2+1)) = 0$$

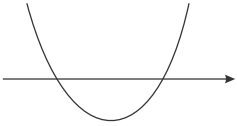
این معادله یک ریشه صفر دارد و ریشه‌های دیگر آن از معادله  $2x^2 + (k-2)x - (k^2+1) = 0$  به دست می‌آیند. دقت کنید که در این معادله درجه دوم،  $a = 2$  و  $c = -(k^2+1)$  است، یعنی  $ac < 0$  است و معادله حتماً دو ریشه مختلف‌العلامت دارد، (مثلاً  $\alpha < 0$  و  $\beta > 0$ ). پس معادله درجه سوم اولیه دارای سه ریشه  $\alpha$ ،  $0$ ،  $\beta$  است و برای آنکه این سه عدد بتوانند تشکیل

دنباله حسابی بدهند، باید فاصله  $\alpha$  تا صفر و  $\beta$  تا صفر یکسان باشد، به عبارتی  $\alpha$  و  $\beta$  قرینه هم باشند؛ پس در معادله  $2x^2 + (k-2)x - (k^2+1) = 0$  ریشه‌ها قرینه هم بوده‌اند و باید:

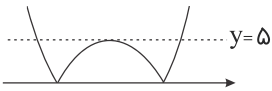
$$S = 0 \Rightarrow \frac{-b}{a} = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow k - 2 = 0 \Rightarrow k = 2$$



شکل تقریبی  $3x^2 + ax - 2$  به صورت زیر است:



پس نمودار  $|3x^2 + ax - 2|$  به صورت زیر است:



برای اینکه معادله  $|3x^2 + ax - 2| = 5$  دارای سه جواب باشد، باید در معادله  $3x^2 + ax - 2$  (مقدار مینیمم) برابر با  $-5$  باشد که وقتی از تابع قدر مطلق می‌گیریم  $+5$  شود.

$$\frac{-\Delta}{4(3)} = -5 \Rightarrow \Delta = 60$$

$$\Rightarrow a^2 + 24 = 60 \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = \pm 6$$

$$\begin{aligned} \frac{2x}{x^2 - y^2} + \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} &= \frac{2x}{(x-y)(x+y)} + \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} \\ &= \frac{2x + x - y - (x+y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{2}{x+y} \Rightarrow \frac{2}{x+y} = 2 \Rightarrow x+y = 1 \end{aligned}$$

$$\beta \text{ ریشه است} \Rightarrow 3\beta^2 - \beta = 7 \Rightarrow 3\beta^2 = \beta + 7$$

$$\Rightarrow 3\beta^2 + \alpha + \frac{20}{3} = \beta + 7 + \alpha + \frac{20}{3} = \underbrace{\beta + \alpha}_{s = -\frac{b}{a} = \frac{1}{3}} + 7 + \frac{20}{3}$$

$$= \frac{1}{3} + 7 + \frac{20}{3} = 14$$

می‌دانیم:

$$\alpha + \beta = S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-1)}{1} = 1$$

$$\alpha \cdot \beta = P = \frac{c}{a} = \frac{m}{1} = m$$

از طرفی باتوجه به اینکه  $\beta$  ریشه معادله  $x^2 - x + m = 0$  می‌باشد، داریم:

$$\beta^2 - \beta + m = 0 \Rightarrow \beta^2 - \beta = -m$$

حال رابطه داده شده در فرض مسئله را بازنویسی می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha^2 \beta + \alpha \beta^2}{\alpha + \beta} &= \beta^2 - \beta - 4 \Rightarrow \frac{\alpha \beta (\alpha + \beta)}{\alpha + \beta} = -m - 4 \\ \Rightarrow \frac{\alpha \beta ((\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta)}{\alpha + \beta} &= -m - 4 \xrightarrow[\alpha + \beta = 1]{\alpha\beta = m} \frac{m(1 - 2m)}{1} = -m - 4 \\ \Rightarrow m - 2m^2 &= -m - 4 \Rightarrow 2m^2 - 2m - 4 = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

از طرفی بایستی  $\Delta > 0$  باشد:

$$\text{اگر } m = -1 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4m = 1 + 4 > 0 \quad \checkmark$$

$$\text{اگر } m = 2 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4m = 1 - 8 < 0 \quad \times$$

پس  $m = -1$  تنها مقدار قابل قبول است.

$$\xrightarrow{x=2} 20 - 14m = -8 \Rightarrow m = 2$$

$$\text{معادله مورد نظر: } x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x + 2)^2 = 0 \Rightarrow x = -2$$



$$a(x^2 - 4x + 4) = x \Rightarrow ax^2 - (4a + 1)x + 4a = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{4a + 1}{a} \\ \alpha\beta = 4 \end{cases}$$

$$\alpha = 10\beta - 3 \xrightarrow{\times \alpha} \alpha^2 = 10\alpha\beta - 3\alpha \xrightarrow{\alpha\beta=4} \alpha^2 = 40 - 3\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + 3\alpha - 40 = 0 \Rightarrow (\alpha + 8)(\alpha - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -8 \\ \alpha = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = -8 \Rightarrow a(-8 - 2)^2 = -8 \Rightarrow 100a = -8 \Rightarrow a = -\frac{2}{25} \\ \alpha = 5 \Rightarrow a(5 - 2)^2 = 5 \Rightarrow 9a = 5 \Rightarrow a = \frac{5}{9} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{مقدار مثبت } a} a = \frac{5}{9}$$

$$\frac{3x + 5}{x(x + 5)} + \frac{x(x + 4)}{x(x + 5)} = \frac{(x + 5)(x + 1)}{x(x + 5)}$$

$$\Rightarrow 3x + 5 + x(x + 4) = (x + 5)(x + 1)$$

$$\Rightarrow 3x + 5 + x^2 + 4x = x^2 + 6x + 5 \Rightarrow x = 0$$

اما چون  $x = 0$  مخرج کسرهای معادله را صفر می‌کند، قابل قبول نیست.

باتوجه به اینکه  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 4$  داریم:

$$x^2 = 4x + a \Rightarrow x_1^2 = 4x_1 + a$$

$$x_1^2 + 4x_2 = 18 \Rightarrow 4x_1 + a + 4x_2 = 18 \Rightarrow 4(x_1 + x_2) + a = 18$$

$$4(4) + a = 18 \Rightarrow a = 2$$

بنابراین فرض داریم:

$$2x^2 + mx > x - 2 \Rightarrow 2x^2 + (m - 1)x + 2 > 0$$

نامعادله درجه دوم مفروض وقتی همواره مثبت است که فاقد ریشه باشد، پس:

$$\Delta = (m - 1)^2 - 16 < 0 \Rightarrow (m - 1)^2 < 16 \Rightarrow -4 < m - 1 < 4$$

در نتیجه:  $-3 < m < 5$

با جایگذاری  $x = 5$  در معادله داریم:

$$\sqrt{36} = 5 + \sqrt{21 - 5a} \Rightarrow 1 = \sqrt{21 - 5a} \xrightarrow{\text{به توان } 2} 1 = 21 - 5a \Rightarrow a = 4$$

معادله اصلی به صورت  $\sqrt{6x+6} = 5 + \sqrt{21-4x}$  درمی‌آید که با به توان ۲ رساندن دو طرف داریم:

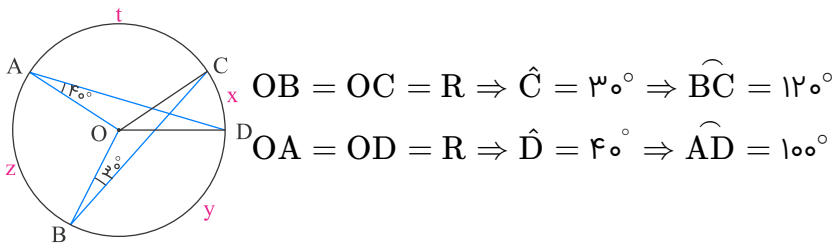
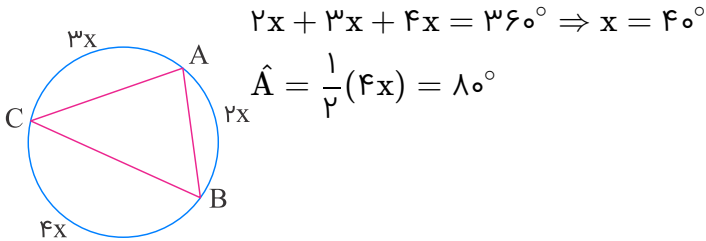
$$6x + 6 = 25 + 10\sqrt{21-4x} + 21 - 4x$$

$$10x - 40 = 10\sqrt{21-4x} \Rightarrow x - 4 = \sqrt{21-4x}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین به توان } 2} x^2 - 8x + 16 = 21 - 4x$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 5, x = -1$$

اما  $x = -1$  در معادله اصلی  $\sqrt{6x+6} = 5 + \sqrt{21-4x}$  صادق نیست و تنها پاسخ معادله همان  $x = 5$  است. گزینه (۱) دام است.



طبق نام‌گذاری در شکل داریم:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 120^\circ \\ x + t = 100^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{+} 2x + y + t = 220 \Rightarrow y + t = 220 - 2x \quad (1)$$

مجموع کمان‌های دایره  $360^\circ$  است، پس:

$$x + y + z + t = 360 \xrightarrow{(1)} x + z + 220 - 2x = 360 \Rightarrow z - x = 140^\circ$$



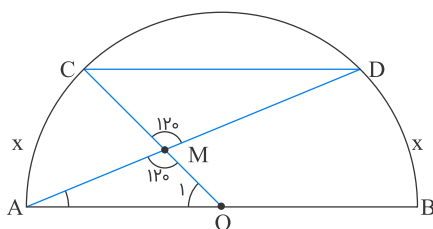
$$AB = BC \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{BC} = 70^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{ABC} = 140^\circ \Rightarrow \widehat{AFC} = 22^\circ$$

$$\widehat{B} \text{ زاویه محاطی} \Rightarrow \widehat{B} = \frac{\widehat{AFC}}{2} = 11^\circ$$

$$\widehat{O}_1 = \widehat{C} \Rightarrow CD \parallel AB \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD} = x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{O}_1 = x \\ \widehat{A} = \frac{x}{2} \end{cases}$$



در مثلث  $\triangle OAM$  مجموع زوایای داخلی  $180^\circ$  است.

$$O_1 + A + M = 180 \Rightarrow x + \frac{x}{2} + 120 = 180$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{2} = 60 \Rightarrow x = 40^\circ$$

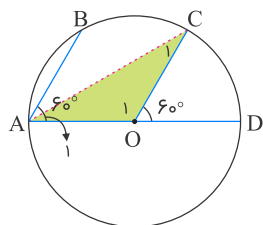
اندازه کمان  $\widehat{CD}$  را محاسبه می‌کنیم:

$$CD = 180 - 2x = 100^\circ$$

می‌دانیم نسبت طول کمان‌ها با اندازه کمان‌ها برابر است.

$$\frac{\widehat{CD}}{\widehat{AC}} = \frac{100}{40} = \frac{5}{2}$$

مطابق شکل  $AB \parallel OC$  و  $AD$  مورب است؛ پس  $\widehat{COD} = 60^\circ$  می‌باشد.

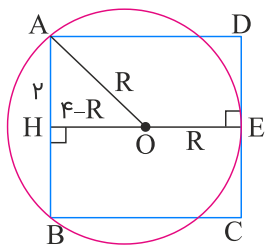


$$\widehat{COD} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{O}_1 = 120^\circ \Rightarrow \widehat{C}_1 = \widehat{A}_1 = 30^\circ \Rightarrow \widehat{AOC} = 30^\circ$$

چون  $OA = OC$  و شعاع هستند، مثلث  $AOC$  متساوی‌الساقین است.

$$\triangle OAH : OA^2 = OH^2 + AH^2 \Rightarrow R^2 = (4 - R)^2 + 2^2 \Rightarrow 8R = 20$$

$$R = 2/5 \Rightarrow 2R = 5$$



گزینه ۱

۲۷

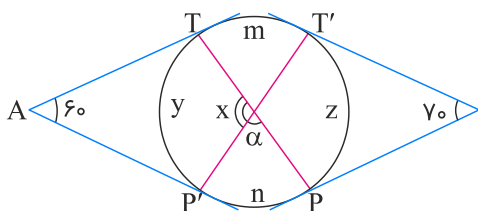
در مثلث متساوی الساقین، ارتفاع و نیمساز بر هم منطبق هستند، پس:

$$\hat{B} = \hat{C} = 70^\circ \Rightarrow \hat{BAH} = \hat{HAC} = 20^\circ \Rightarrow \begin{cases} \hat{CM} = \hat{DM} = 40^\circ \\ \hat{ADMC} = 140^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{AD} = 60^\circ \Rightarrow \hat{AMD} = 30^\circ$$

گزینه ۲

۲۸



$$60^\circ = \frac{m + z + n - y}{2} \Rightarrow m + z + n - y = 120^\circ$$

$$70^\circ = \frac{m + y + n - z}{2} \Rightarrow m + y + n - z = 140^\circ$$

تساوی‌ها را با هم جمع می‌کنیم:

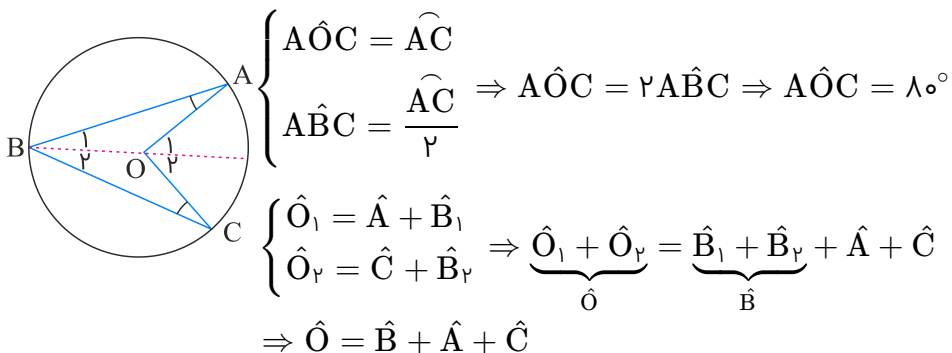
$$2m + 2n = 120^\circ + 140^\circ \Rightarrow 2(m + n) = 260^\circ \Rightarrow m + n = 130^\circ$$

$$\alpha = \frac{m + n}{2} = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$$

$$x = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

گزینه ۱

۲۹



$$\begin{cases} \hat{AOC} = \hat{AC} \\ \hat{ABC} = \frac{\hat{AC}}{2} \Rightarrow \hat{AOC} = 2\hat{ABC} \Rightarrow \hat{AOC} = 80^\circ \end{cases}$$

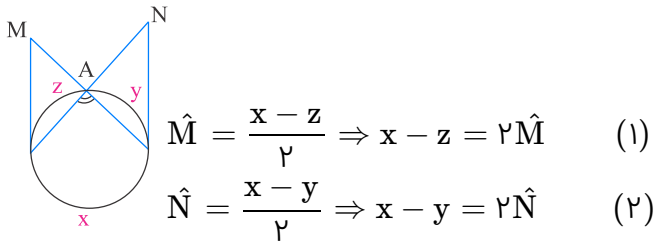
$$\begin{cases} \hat{O}_1 = \hat{A} + \hat{B}_1 \\ \hat{O}_2 = \hat{C} + \hat{B}_2 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\hat{O}_1 + \hat{O}_2}_{\hat{O}} = \underbrace{\hat{B}_1 + \hat{B}_2}_{\hat{B}} + \hat{A} + \hat{C}$$

$$\Rightarrow \hat{O} = \hat{B} + \hat{A} + \hat{C}$$

$$\Rightarrow 80^\circ = 40^\circ + 12^\circ + \hat{C} \Rightarrow \hat{C} = 28^\circ$$



برای حل مسئله از نام‌گذاری زیر استفاده می‌کنیم.



از طرفی جمع همه کمان‌ها  $360^\circ$  است.

$$x + y + z = 360^\circ \quad (3)$$

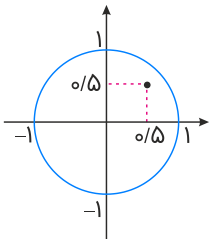
حال سه رابطه اخیر را باهم جمع می‌کنیم.

$$x - z + x - y + x + y + z = 2M + 2N + 360$$

$$\Rightarrow 3x = 2(M + N) + 360 \Rightarrow 3x = 480 \Rightarrow x = 160 \Rightarrow \hat{A} = 80^\circ$$

$$A = \{(x, y) | x^2 + y^2 < 1\}$$

$x^2 + y^2 = 1$  معادله یک دایره به مرکز  $(0, 0)$  و شعاع ۱ می‌باشد، پس  $x^2 + y^2 < 1$  تنها شامل نقاط داخل این دایره است.



$$\begin{cases} x = 0.5 \\ y = 0.5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (0.5)^2 + (0.5)^2 = 0.25 + 0.25 = 0.5$$

$$\Rightarrow 0.5 < 1 \Rightarrow (0.5, 0.5) \in A$$

پس گزینه "۱" درست است.



می‌دانیم ارزش گزاره  $(p \vee F)$  بستگی به ارزش  $p$  دارد.

$$(p \vee F) \equiv p$$

$$(\sim p \wedge q) \vee p \equiv p \vee (\sim p \wedge q)$$

از خاصیت توزیع‌پذیری استفاده می‌کنیم:

$$(\sim p \wedge q) \vee (p \vee F) \equiv (\sim p \wedge q) \vee p$$

$$\equiv (\sim p \vee p) \wedge (q \vee p) \equiv T \wedge (q \vee p) \equiv T \wedge F \equiv F$$

گزینه "۱":  $31$  عدد اول است یا  $31$  مربع کامل است.

$$\underbrace{31}_{F} \vee \underbrace{31}_{T}$$

گزینه "۲": معادله  $x^2 - 25 = 0$  دو ریشه دارد یا  $21$  مضرب  $7$  است.

$$\underbrace{21}_{T} \vee \underbrace{x^2 - 25 = 0}_{T}$$

گزینه "۳":  $(14^\circ \neq 1) \vee (0/2 > \sqrt{2})$

$$\underbrace{(14^\circ \neq 1)}_{F} \vee \underbrace{(0/2 > \sqrt{2})}_{F}$$

توجه دارید که هر عدد به توان صفر برسد، جواب  $1$  است. همچنین  $\sqrt{2} \simeq 1/4$ ، پس  $0/2 < \sqrt{2}$  است.

گزینه "۴":  $2600$  زوج است یا  $1$  عدد اول است.

$$\underbrace{2600}_{F} \vee \underbrace{1}_{T}$$

$$[\underbrace{\sim p \wedge (\sim p \vee q)}_{\text{قانون جذب}}] \vee \underbrace{(\sim q \wedge q)}_F \equiv \sim p \vee F$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p \equiv T \Rightarrow \sim p \vee F \equiv F \\ p \equiv F \Rightarrow \sim p \vee F \equiv T \end{cases}$$

در نتیجه ارزش گزاره هم می‌تواند درست باشد هم نادرست، یعنی وابسته به ارزش  $p$  است.



$$۱ \text{ گزینه } : \sim p \Leftrightarrow \sim p \equiv \underbrace{(\sim p \Rightarrow \sim p)}_T \wedge \underbrace{(\sim p \Rightarrow \sim p)}_T \equiv T$$

$$۲ \text{ گزینه } : (\sim p \vee p) \Leftrightarrow F \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F$$

$$۳ \text{ گزینه } : T \Leftrightarrow \sim p \equiv (T \Rightarrow \sim p) \wedge (\sim p \Rightarrow T)$$

$$\equiv \sim p \wedge T \equiv \sim p$$

$$۴ \text{ گزینه } : p \Leftrightarrow (p \wedge (p \vee q)) \equiv p \Leftrightarrow p \equiv \underbrace{(p \Rightarrow p)}_T \wedge \underbrace{(p \Rightarrow p)}_T \equiv T$$

باتوجه به فرض:

$$\sim (p \vee q) \equiv T \Rightarrow p \vee q \equiv F \Rightarrow p \equiv F, q \equiv F$$

همچنین داریم:

$$\text{فرض} : p \vee (q \vee r) \equiv T \Rightarrow F \vee (F \vee r) \equiv T \Rightarrow r \equiv T$$

$$۱ \text{ گزینه } : \sqrt{x^2} = |x| = x \Rightarrow S = \mathbb{R}^+ \neq D$$

$$۲ \text{ گزینه } : x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow S = \{-2, +2\} \neq D$$

$$۳ \text{ گزینه } : S = \{-5, 4\} \neq D$$

$$۴ \text{ گزینه } : \frac{x(x+1)}{x} = x+1 \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{0\} = S$$

$$\exists x, \forall y \sim (x + y = 4 \Rightarrow x > 3) \equiv \exists x, \forall y ; x + y = 4, x \leq 3$$



$$\sim q \wedge (p \vee q) \equiv (\sim q \wedge p) \vee \underbrace{(\sim q \wedge q)}_F \equiv \sim q \wedge p$$

می‌دانیم اگر  $p \wedge q$  نادرست باشد یعنی حالتی که هر دو گزاره  $p$  و  $q$  درست باشند از بین می‌رود. پس جدول ارزش گزاره‌های  $\sim q \wedge p$  را بدون در نظرگیری حالت  $p \equiv T$  و  $q \equiv T$  رسم می‌کنیم.

p	q	$\sim q$	$\sim q \wedge p$
د	ن	د	د
ن	د	ن	ن
ن	ن	د	ن

گزینه ۱

۴۰

الف)  $((p \wedge \sim p) \Rightarrow q) \equiv (F \Rightarrow q) \equiv T$

ب)  $(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q \equiv \sim (p \wedge (\sim p \vee q)) \vee q$

$[\equiv \sim ((p \wedge \sim p) \vee (p \wedge q)) \vee q \equiv \sim (p \wedge q) \vee q \equiv \sim p \vee \sim q \vee q \equiv T$

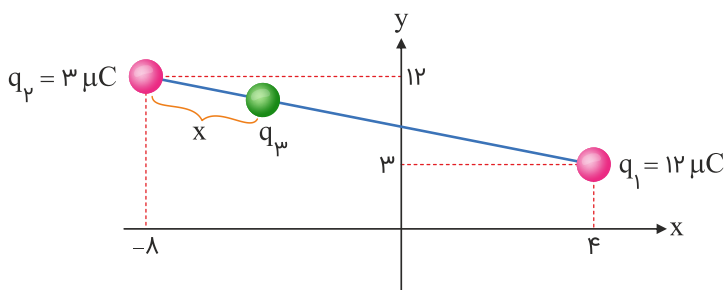
ج)  $((p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow (q \Leftrightarrow q)) \equiv ((p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow T) \equiv T$

گزینه ۳

۴۱

چون برآیند نیروهای وارد بر  $q_3$  صفر است، پس  $q_3$  روی خط واصل  $q_1$  و  $q_2$  و نزدیک به بار کوچک‌تر ( $q_2$ ) قرار می‌گیرد از طرفی برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_2$  نیز صفر است، پس  $q_3$  و  $q_1$  باید ناهمنام باشند، بنابراین  $q_3$  منفی است.

$$q_2, q_1 \text{ فاصله} = \sqrt{4 - (-8)^2 + (12 - 3)^2} = 15 \text{ cm}$$



$$F_{23} = F_{13} \Rightarrow \frac{k \times 3 \times q_3 \times 10^{-12}}{x^2 \times 10^{-4}} = \frac{k \times 12 \times q_3 \times 10^{-12}}{(15 - x)^2 \times 10^{-4}} \Rightarrow x = 5 \text{ cm}$$

$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow \frac{k \times 12 \times 3 \times 10^{-12}}{15^2 \times 10^{-4}} = \frac{k \times q_3 \times 3 \times 10^{-12}}{5^2 \times 10^{-4}} \Rightarrow |q_3| = \frac{4}{3} \mu\text{C} \Rightarrow q_3 = -\frac{4}{3} \mu\text{C}$$

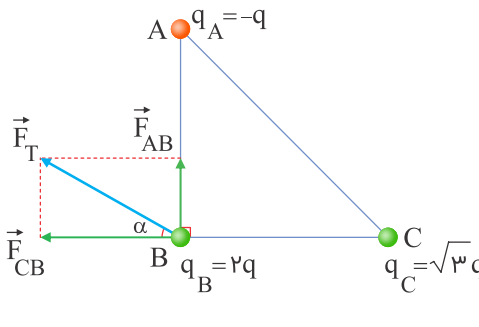
طبق قانون کولن نیروی بین دو بار الکتریکی با مجذور فاصله رابطه عکس دارد.

$$\left(\frac{F}{F'}\right) = \left(\frac{d'}{d}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{\frac{F}{2}}{F+3}\right) = \left(\frac{3}{6}\right)^2 \Rightarrow \frac{F}{2F+6} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4F = 2F + 6$$

دقت شود که صورت سؤال  $3F$  را خواسته است.

$$\Rightarrow 2F = 6 \Rightarrow F = 3 \Rightarrow 3F = 9 \text{ (N)}$$

نیروی الکتریکی بین بارهای  $q_A$  و  $q_B$  به صورت جاذبه و نیروی الکتریکی بین بارهای  $q_C$  و  $q_B$  به صورت دافعه است.



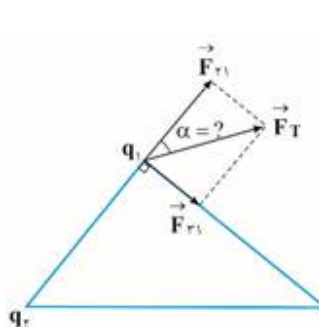
$$F_{CB} = k \frac{q_C q_B}{r^2} = k \frac{(\sqrt{3}q)(2q)}{r^2}$$

$$F_{AB} = k \frac{q_A q_B}{r^2} = k \frac{(q)(2q)}{r^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{F_{AB}}{F_{CB}} = \frac{k \frac{(q)(2q)}{r^2}}{k \frac{(\sqrt{3}q)(2q)}{r^2}} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$



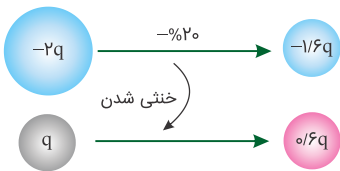
$$\left. \begin{array}{l} \text{الکترون خواهی B} > \text{الکترون خواهی A} \\ \text{الکترون خواهی B} > \text{الکترون خواهی C} \\ \text{الکترون خواهی C} > \text{الکترون خواهی A} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \text{A = کهربا} \\ \text{B = شیشه} \\ \text{C = ابریشم} \end{cases}$$



$$F_{r1} = k \frac{|q_2| |q_1|}{r^2} = k \frac{2\sqrt{3}q \times 2q}{r^2} \Rightarrow F_{r1} = 4\sqrt{3} \frac{kq^2}{r^2}$$

$$F_{r2} = k \frac{|q_2| |q_1|}{r^2} = k \times \frac{2q \times 2q}{r^2} \Rightarrow F_{r2} = 4 \frac{kq^2}{r^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{F_{r2}}{F_{r1}} = \frac{4}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$



تذکر: فاصله دو برابر شده است.

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{q'_1}{q_1} \times \frac{q'_2}{q_2} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{1/6q}{2q} \times \frac{0/6q}{q} \times \frac{1}{4} = \frac{12}{100} \Rightarrow F_2 = 0/12F_1$$

$$\text{درصد تغییرات} \frac{\Delta F}{F_1} \times 100 \Rightarrow \frac{0/12F_1 - F_1}{F_1} \times 100 = -88\%$$

گزینه ۳

۴۷

اگر نیرویی که بار  $q$  به بار  $q$  وارد می‌کند را  $F$  بنامیم، برآیند نیروهایی که بارهای  $q'$  به بار  $q$  وارد می‌کنند باید با  $F$  هم‌اندازه و در سوی مخالف آن باشد تا بتواند نیروی  $F$  را خنثی کند. در نتیجه علامت بار  $q'$  مخالف بار  $q$  است و حاصل تقسیم آن‌ها عددی منفی است.

$$\sqrt{2}F' = F \Rightarrow \sqrt{2}k \frac{|q'| |q|}{a^2} = k \frac{|q| |q|}{(\sqrt{2}a)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2} |q'|}{a^2} = \frac{|q|}{2a^2} \Rightarrow \frac{|q'|}{|q|} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \xrightarrow{q, q' \text{ ناهمنام هستند}} \frac{q'}{q} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

گزینه ۲

۴۸

طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، مقدار بار مجموعه قبل و بعد از تماس باهم برابر است. از طرفی چون کره‌ها مشابه هستند، بار آن‌ها بعد از تماس یکسان است. به عبارتی بعد از تماس، بار تمام کره‌ها  $-2 \mu C$  است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$-2 + 8 - 14 + 2 + q_5 = 5(-2)$$

$$\Rightarrow -6 + q_5 = -10 \Rightarrow q_5 = -4 \mu C$$

گزینه ۱

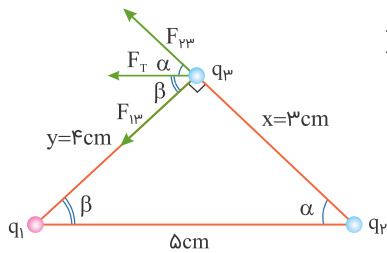
۴۹

در این گونه تست‌ها برای آنکه برآیند نیروهای وارد بر هر سه بار صفر باشد، باید علامت بارها یکی در میان مخالف یکدیگر باشد که این شرط در گزینه "۱" برقرار نیست؛ پس با هر نسبتی از  $d_1$  و  $d_2$  مجموعه بارهای نشان داده شده در شکل (۱) همگی در حال تعادل نخواهند بود.



$$\vec{F}_{13} = k \frac{q_1 q_3}{y^2}, \quad \vec{F}_{23} = k \frac{q_2 q_3}{x^2}$$

برآیند نیروهای  $\vec{F}_{13}$  و  $\vec{F}_{23}$  موازی افق فرض شده است. بنابراین مؤلفه‌های عمودی این نیروها یعنی  $F_{23} \sin \alpha$  و  $F_{13} \sin \beta$  یکدیگر برابر و برآیندشان برابر صفر است.



$$F_{23} \sin \alpha = F_{13} \sin \beta \Rightarrow \frac{q_2 \times 6}{(3)^2} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 6}{(4)^2} \times \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{4q_2}{9} = \frac{6}{16}$$

$$\Rightarrow q_2 = \frac{9 \times 6}{4 \times 16} = \frac{27}{32} \mu\text{C}$$

از طرفی  $q_2, q_3$  را دفع کرده پس منفی است.



ابتدا نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_2$  را برحسب  $d$  و  $q_2$  حساب می‌کنیم (دقت کنید که چون در نهایت با نسبت نیروها سروکار داریم یکای کمیت‌ها را به یکای SI تبدیل نکرده‌ایم)

$$F_{12} = k \times \frac{|q_2| \times 4}{(2d)^2} = \frac{k|q_2|}{d^2}$$

$$F_{32} = k \frac{|q_2| \times 3}{d^2} = 3 \frac{k|q_2|}{d^2}$$

$\vec{F}_{12}$  و  $\vec{F}_{32}$  حتماً در خلاف جهت هم هستند پس:

$$F_{\text{net}(2)} = F_{32} - F_{12} = 2 \frac{k|q_2|}{d^2}$$

$$F_{\text{net}(3)} = 3 \frac{k|q_2|}{d^2} + \frac{4k}{3d^2}$$

به گفته تست  $\frac{F_{\text{net}(2)}}{F_{\text{net}(3)}} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$  ، پس:

$$\frac{F_{\text{net}(2)}}{F_{\text{net}(3)}} = \frac{2 \frac{k|q_2|}{d^2}}{3 \frac{k|q_2|}{d^2} + \frac{4k}{3d^2}} = \frac{3}{4}$$

حالا به سراغ  $q_3$  می‌رویم:

$$F_{23} = F_{32} = 3 \frac{k|q_2|}{d^2}$$

$$F_{13} = k \times \frac{4 \times 3}{(3d)^2} = \frac{4k}{3d^2}$$

علامت  $q_2$  و در نتیجه جهت  $\vec{F}_{23}$  را نمی‌دانیم. پس دو حالت وجود دارد:  
حالت اول:  $F_{13}$  در جهت  $F_{23}$  باشد:

$$F_{\text{net}(3)} = \left| 3 \frac{k|q_2|}{d^2} + \frac{4k}{3d^2} \right|$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{2k|q_2|}{d^2}}{\frac{3k|q_2|}{d^2} + \frac{4k}{3d^2}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{2|q_2|}{3|q_2| + \frac{4}{3}} = \frac{3}{4} \Rightarrow 2|q_2| = \frac{9}{4}|q_2| + 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}|q_2| = -1 \Rightarrow \text{غیر قابل قبول}$$

حالت دوم:  $\vec{F}_{13}$  در خلاف جهت  $\vec{F}_{23}$

$$F_{\text{net}(3)} = \left| \frac{3k|q_2|}{d^2} - \frac{4k}{3d^2} \right|$$

$$\frac{\frac{2kq_2}{d^2}}{\left| \frac{3k|q_2|}{d^2} - \frac{4k}{3d^2} \right|} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{2|q_2|}{\left| 3|q_2| - \frac{4}{3} \right|} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 2|q_2| = \left| \frac{9}{4}|q_2| - 1 \right| \Rightarrow \begin{cases} 2|q_2| = \frac{9}{4}|q_2| - 1 \Rightarrow |q_2| = 4 \mu\text{C} \\ 2|q_2| = -\frac{9}{4}|q_2| + 1 \Rightarrow |q_2| = \frac{4}{17} \mu\text{C} \end{cases}$$

در این حالت  $q_2$  باید منفی باشد، پس

$$q_2 = -4 \mu\text{C} \text{ یا } q_2 = -\frac{4}{17} \mu\text{C}$$

گزینه ۲

۵۲

چون از جسم خنثی الکترون خارج می شود، پس بار الکتریکی آن مثبت است، از طرفی با استفاده از رابطه  $q = ne$  داریم:

$$q = ne \Rightarrow 2 \times 10^{-9} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 1/25 \times 10^{10}$$

گزینه ۴

۵۳

با توجه به شرایط اولیه مسئله می توان نوشت:

$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2} \Rightarrow F = \frac{k(4 \times 10^{-6})q_2}{r^2} \quad (\text{I})$$

$$\begin{cases} q'_1 = \frac{150}{100}q_1 = \frac{3}{2}q_1 = \frac{3}{2}(4 \times 10^{-6})\text{C} = 3 \times 10^{-6}\text{C} \\ q'_2 = q_2 + \frac{150}{100}q_1 = q_2 + 1 \times 10^{-6}\text{C} \end{cases}$$

$$F' = \frac{kq'_1q'_2}{r^2} \Rightarrow \frac{150}{100}F = \frac{k(3 \times 10^{-6})(q_2 + 1 \times 10^{-6})}{r^2} \quad (\text{II})$$

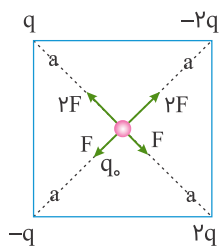
طرفین رابطه II را به طرفین رابطه I تقسیم می کنیم.

$$\frac{150}{100} = \frac{(3 \times 10^{-6})(q_2 + 1 \times 10^{-6})}{(4 \times 10^{-6})(q_2)} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{3(q_2 + 10^{-6})}{4(q_2)}$$

طرفین را ضربدر  $\frac{2}{3}$  می کنیم.

$$\frac{1}{1} = \frac{q_2 + 10^{-6}}{2q_2} \Rightarrow 2q_2 = q_2 + 10^{-6} \Rightarrow q_2 = 10^{-6}\text{C} = 1 \mu\text{C}$$

فرض می‌کنیم بار  $q_0$  مثبت باشد و  $F = \frac{kq_0q}{a^2}$  :



$$F \text{ برآیند دو نیروی عمود بر هم } F : \sqrt{F^2 + F^2} = \sqrt{2F^2} = F\sqrt{2}$$

$$F_T \text{ قطر مربع : } \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{4} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

$a$  نصف قطر مربع است و برابر  $\sqrt{2} \text{ cm}$  است.

$$F = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = \frac{9 \times 2}{2} \times 10 = 90 \text{ (N)} \Rightarrow F_T = 90\sqrt{2}$$

در ابتدا نیرویی که از طرف بار  $+q_A$  به بار  $+q_B$  وارد می‌شود را محاسبه می‌کنیم:

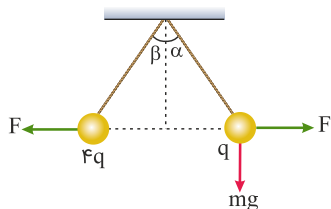
$$F = \frac{kq_Aq_B}{(r_{AB})^2} = k \frac{q_Aq_B}{4d^2}$$

باتوجه به علامت بار  $q_A$  و  $q_B$  این نیرو به سمت چپ است. حال اگر برآیند نیروهای وارد بر  $+q_B$  را  $F'$  بنامیم، طبق صورت سؤال  $F'$  قرینه  $F$  است. اگر نیرویی که بار  $q_C$  به  $q_B$  وارد می‌کند را  $F''$  بنامیم، اندازه  $F''$  باید ۲ برابر  $F$  و در سوی مخالف آن باشد تا برآیند آن‌ها برابر با قرینه  $F$  شود؛ یعنی  $q_C$  نیز باید  $q_B$  را دفع کند و بار آن مثبت است.

$$F'' = 2F \Rightarrow k \frac{|q_C||q_B|}{d^2} = 2k \frac{|q_A||q_B|}{4d^2} \Rightarrow |q_C| = \frac{1}{2} |q_A|$$

$\xrightarrow{q_A, q_C \text{ هر دو مثبت هستند}} q_C = +\frac{1}{2} q_A$

همان‌طور که می‌دانیم زاویه انحراف از رابطه  $\tan \alpha = \frac{F}{mg}$  محاسبه می‌شود. نیروی الکتریکی  $F$  برای دو گلوله هم‌اندازه است و دو گلوله جرم یکسان دارند. در نتیجه انحراف آونگ‌ها از وضع تعادل یکسان است.



$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{kq_2q_0}{kq_1q_0} \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \frac{q_2}{q_1} \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \frac{2}{3} \times \left(\frac{2d}{d}\right)^2 = \frac{8}{3}$$

دقت شود که طبق قانون کولن، نیروی الکتریکی بین دو بار با حاصل ضرب بارها رابطه مستقیم و با مربع فاصله بارها رابطه عکس دارد.

جسم الکترون از دست داده بنابراین بار مثبت پیدا می‌کند.

$$q = ne \Rightarrow q = 10^5 \times 1/6 \times 10^{-19} = 1/6 \times 10^{-14} \text{ C} = 1/6 \times 10^{-6} \times 10^{-8} \text{ C}$$

$$\Rightarrow q = 1/6 \times 10^{-8} \mu\text{C}$$

دقت کنید که گزینه‌ها برحسب  $\mu\text{C}$  بیان شده است.

بار نهایی هر کره، برابر است با:

$$q' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{25 + 15}{2} = 20 \mu\text{C}$$

از آنجایی که این بار، کمتر از بار اولیه کره A است، معلوم است که این کره، مقداری از بار مثبت خود را ازدست داده است. پس می‌توان گفت که تعدادی الکترون به این کره منتقل شده و مقداری از بار مثبت آن را خنثی کرده است.

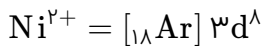
در هر فاصله‌ای، نیرویی که  $q_1$  بر  $q_2$  وارد می‌کند، از نظر اندازه برابر با نیرویی است که  $q_2$  بر  $q_1$  وارد می‌کند. اما برای نصف شدن نیرو، کافی است که فاصله  $\sqrt{2}$  برابر شود. (نیرو با مربع فاصله نسبت عکس دارد.)

دو عنصر  $Si$  و  $Ge$  هر دو شبه‌فلز، دارای سطح صاف و صیقلی، رسانایی الکتریکی کم و عضو گروه ۱۴ جدول تناوبی هستند. همچنین هنگام واکنش با سایر عناصر، الکترون به اشتراک می‌گذارند.

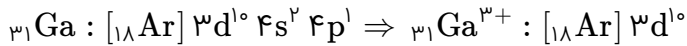
در دوره سوم ۴ عنصر  $Na$ ،  $Mg$ ،  $Al$  و  $Si$  (شبه‌فلز) رسانایی الکتریکی دارند و ۴ عنصر  $Si$  (شبه‌فلز) و  $P$ ،  $S$ ،  $Cl$  (به جز  $Ar$ ) در اثر ضربه خرد می‌شوند. (خاصیت چکش‌خواری عنصرها در حالت جامد مورد بررسی قرار می‌گیرد)



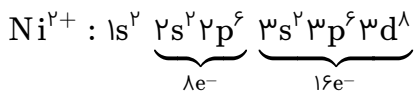
کاتیون نیکل در  $\text{NiSO}_4$  به صورت  $\text{Ni}^{2+}$  است.



(الف) نادرست. شمار الکترون ها در بیرونی ترین زیرلایه کاتیون  $\text{Ni}^{2+}$  برابر با ۸ است.  
(ب) نادرست.

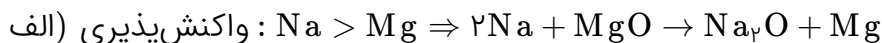


(پ) نادرست.

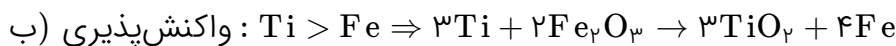


(ت) درست. عنصری با عدد اتمی ۳۸ یک فلز قلیایی خاکی از گروه دوم جدول تناوبی است. این عنصرها تنها یک نوع کاتیون با بار الکتریکی "+۲" دارند.

همه واکنش های داده شده به طور خودبه خودی انجام می شوند.



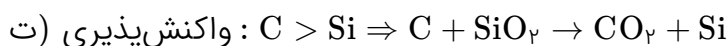
$\text{Na}$  با آرایش  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ ، ۵ الکترون با  $l = 0$  داشته و دومین فلز قلیایی خاکی  $\text{Mg}$  است.



در  $\text{Ti}$  با آرایش  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^2 4s^2$ ، تعداد الکترون های لایه سوم ۵ برابر لایه چهارم است.



$\text{Cu}^{2+}$  کاتیونی با آرایش  $[\text{Ar}]3d^9$  بوده و  $\text{Al}$  آخرین فلز دوره سوم است.



اولین شبه فلز گروه ۱۴،  $\text{Si}$  است.

بررسی عبارت ها:

(الف) درست. میزان پایداری هر عنصر با واکنش پذیری شیمیایی آن رابطه عکس دارد؛ بنابراین هرچه پایداری فلزی بیشتر باشد، میل به تشکیل ترکیب آن کمتر بوده و استخراج آن آسان تر است.

(ب) نادرست. به طور کلی در واکنش های شیمیایی که به طور طبیعی انجام می شوند، واکنش پذیری فرآورده ها از واکنش دهنده ها کمتر است و میزان پایداری فرآورده ها بیشتر از واکنش دهنده ها می باشد.

(پ) نادرست. هرچه فلز فعال تر (واکنش پذیرتر) باشد، میل بیشتری به ایجاد ترکیب دارد و ترکیب هایش پایدارتر از آن است.

(ت) نادرست. واکنش پذیری فلزها به توانایی از دست دادن الکترون در آن ها وابسته است. پتاسیم آسان تر از سدیم الکترون از دست می دهد و بنابراین واکنش پذیری بیشتری دارد.

عنصر X همان Cl<sub>۱۷</sub> است.

بررسی سایر عبارت‌ها:

(الف) این عنصر در دمای اتاق، گازی شکل است. (نادرست)

(ب) عنصر Se<sub>۳۴</sub> در گروه شانزدهم جدول تناوبی جای دارد. (نادرست)

(ت) عدد اتمی آن برابر ۱۷ است. (نادرست)

فقط مورد آخر نادرست است.

رسانایی الکتریکی بالای طلا و حفظ این رسانایی در شرایط دمایی گوناگون و همچنین واکنش ندادن آن با گازهای موجود در هواکره و مواد موجود در بدن انسان همراه با بازتاب زیاد پرتوهای خورشیدی از جمله ویژگی‌های خاص طلا است.

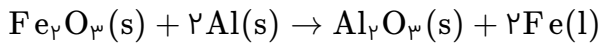
دوره سوم جدول تناوبی عناصر شامل ۸ عنصر است که سه عنصر Na<sub>۱۱</sub>، Mg<sub>۱۲</sub> و Al<sub>۱۳</sub> فلز، Si<sub>۱۴</sub> شبه‌فلز و P<sub>۱۵</sub>، S<sub>۱۶</sub>، Cl<sub>۱۷</sub> و Ar<sub>۱۸</sub> نافلز هستند.

چهار عنصر Na، Mg، Sn و Pb در اثر ضربه تغییر شکل می‌دهند و رسانایی الکتریکی و گرمایی بالایی دارند. عناصر P و Cl جریان برق و گرما را از خود عبور نمی‌دهند و در اثر ضربه خرد می‌شوند. Ge هم رسانایی الکتریکی کمی دارد.



عبارت‌های "الف" و "پ"، جمله "نمی‌توان گفت ..." را به درستی تکمیل می‌کنند.  
 در واقع باید تعداد عبارت‌های نادرست را تعیین کنیم.  
 بررسی عبارت‌ها:

الف) طبق کتاب درسی، اختلاف شعاع اتمی  $Si_{14}$  با  $Cl_{17}$  کمتر از  $Al_{13}$  با  $Si_{14}$  است.  
 ب) هرچه واکنش‌پذیری فلزی بیشتر باشد، استخراج آن فلز دشوارتر است.  
 می‌دانیم که طبق واکنش ترمیت، واکنش‌پذیری  $Al$  بیشتر از  $Fe$  است.



پ) ابتدا با توجه به درصد جرمی کربن فرمول عمومی این نوع هیدروکربن‌ها را به دست می‌آوریم. فرض می‌کنیم فرمول هیدروکربن  $C_xH_y$  باشد.

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم هیدروکربن}} \times 100 \Rightarrow 85/7 = \frac{12x}{12x + y} \times 100$$

$$\Rightarrow 1028/4x + 85/7y = 1200x \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{171/6}{85/7} = 2$$

$$\Rightarrow \text{فرمول عمومی هیدروکربن} = C_nH_{2n} \Rightarrow \begin{cases} \text{سیرنشده: آلکن} \\ \text{سیرشده: سیکلوآلکان} \end{cases}$$

تکنیک: بین انواع هیدروکربن‌ها فقط در خانواده آلکن‌ها و سیکلوآلکان‌ها، درصد جرمی کربن ثابت است؛ پس بدون محاسبه هم می‌توانستیم فرمول عمومی  $C_nH_{2n}$  را حدس بزنیم.

عنصری که آرایش الکترونی آن به  $3p^2$  ختم می‌شود سیلیسیم است که رسانایی الکتریکی کمی دارد، ولی عنصری که آرایش الکترونی آن به  $3s^1$  ختم می‌شود، سدیم است که رسانایی الکتریکی زیادی دارد.

استفاده از گیاهان برای استخراج فلزهای روی و نیکل مقرون به صرفه نیست.

تفاوت‌ها: قلع رسانایی الکتریکی بالایی دارد. برخلاف ژرمانیم که رسانایی الکتریکی کمی دارد. قلع در واکنش با دیگر اتم‌ها، الکترون از دست می‌دهد در حالی که ژرمانیم الکترون به اشتراک می‌گذارد. قلع در دوره پنجم و ژرمانیم در دوره چهارم قرار دارد.  
 شباهت: هر دو در اثر ضربه خرد نمی‌شود.



الف) نادرست. برخی فلزها مانند اکسیژن، نیتروژن، گوگرد و ... به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند ولی عنصر فسفر ( $P_4$ ) به دلیل واکنش پذیری زیاد در طبیعت به صورت ترکیب وجود دارد.

ب) درست. به دلیل آنکه یکی از فرآورده‌ها به صورت گازی شکل  $CO_2(g)$  از مخلوط واکنش خارج می‌شود، جرم مخلوط جامد با گذشت زمان کاهش می‌یابد.

پ) نادرست. به دلیل صرفه اقتصادی بیشتر از کربن به جای سدیم استفاده می‌کنند.

ت) نادرست. در هر واکنش شیمیایی که به طور طبیعی انجام می‌شود، واکنش پذیری فرآورده‌ها نسبت به واکنش دهنده‌ها کمتر است.

ث) درست. در میان فلزها، تنها طلا به شکل کلوخه یا رگه‌های زرد لابه‌لای خاک یافت می‌شود.

عبارت اول و پنجم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: درست. موادی که از طبیعت به دست می‌آوریم، مجدداً به طبیعت بازمی‌گردند و جرم کل مواد موجود در کره زمین به تقریب ثابت می‌ماند (مقدار بسیار جزئی از ماده طی واکنش‌های هسته‌ای به انرژی تبدیل می‌شود).

عبارت دوم: نادرست. پیشرفت صنعت الکترونیک بر اجزایی مبتنی است که از موادی به نام نیمه‌رساناها ساخته می‌شوند.

عبارت سوم: نادرست. قطعه‌های دوچرخه از فرآوری مواد معدنی و مواد نفتی موجود در زمین به دست می‌آیند.

عبارت چهارم: نادرست. اگرچه میزان بهره‌برداری از منابع یک کشور می‌تواند با توسعه یافتگی آن کشور رابطه داشته باشد اما

توسعه یافتگی یک کشور مشروط به تحقق شرایط دیگری نیز است؛ مانند پیشرفت تکنولوژی، مدیریت منابع انسانی و ...

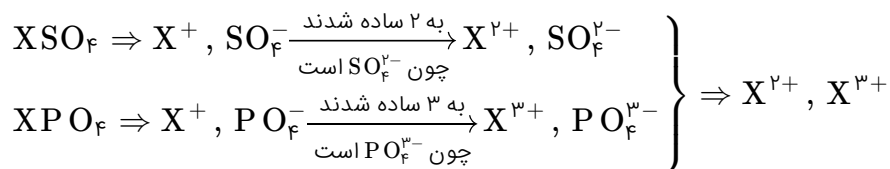
عبارت پنجم: درست. پنبه، نشاسته و سنگ فیروزه مواد طبیعی و بقیه موارد ماده مصنوعی هستند.

موارد "الف"، "ب" و "پ" درست هستند.

بررسی عبارت نادرست:

ت) این ویژگی‌ها مربوط به سرب هستند؛ اما آخرین عنصر گروه ۱۴، فلرویم ( $F1_{114}$ ) است.

X باید هم یون  $X^{2+}$  داشته باشد و هم یون  $X^{3+}$ ؛ بنابراین Fe است، چون:



بین این عناصر فقط Fe یون‌های  $Fe^{2+}$  و  $Fe^{3+}$  دارد.

بررسی عبارت‌ها:

- نادرست. قسمت اول جمله صحیح است. در دوره شباهت فیزیکی بین عناصر وجود ندارد.
- نادرست. در هر خانه از جدول نماد شیمیایی عنصر، عدد اتمی و جرم اتمی میانگین درج شده است.
- درست.
- نادرست. زیرلایه  $3f$  نمی‌تواند وجود داشته باشد. اولین زیرلایه  $f$  با عدد کوانتومی اصلی ۴ ( $4f$ ) از دوره ششم شروع به پر شدن می‌کند.
- درست.  $K^+$ ،  $Ca^{2+}$ ،  $Sc^{3+}$ ،  $Zn^{2+}$  و  $Ga^{3+}$ .
- نادرست. کروم در لایه  $4s$  خود یک الکترون داشته ولی ظرفیت  $1+$  ندارد.

همه موارد درست‌اند. (باتوجه به کتاب درسی)

- در هر دوره از جدول تناوبی عناصر، از راست به چپ خصلت نافلزی کاهش و فلزی افزایش می‌یابد و در گروه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷ عنصرهای پایین‌تر خاصیت نافلزی کمتری دارند؛ زیرا از بالا به پایین، خصلت فلزی افزایش می‌یابد.

