www.alirezaafshar.org

حسابان

۱ از تساوی $\log_x^{(x^۲+۴)} = ۱ + \log_x^۵$، مقدار لگاریتم x در پایهٔ ۲ کدام است؟

۱) -۱
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) ۲

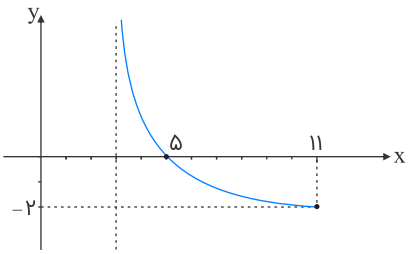
۲ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = A(۲)^{Bx}$ و خط به معادلهٔ $۴y = ۵x$، در دو نقطه به طول‌های ۲ و ۴ متقاطع هستند. مقدار $f^{-۱}(۱۰)$، کدام است؟

۱) ۳
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۸

۳ اگر $\log_{\frac{۱}{۳}}[x] = -۴$، حاصل $[\log_۹ x]$ کدام است؟ ($[\,]$ نماد جزء صحیح است)

۱) ۴
۲) -۴
۳) -۲
۴) ۲

۴ نمودار تابع $f(x) = a - \log_۲^{x-b}$ به شکل زیر است. در این صورت $f(۱۹)$ کدام است؟



۱) -۳
۲) -۴
۳) -۵
۴) -۶

۵ اگر $۲^x = ۳^{۱-x}$ باشد، x کدام است؟

۱) $\log_۶ ۳$
۲) $\log_۳ ۲$
۳) $\log_۳ ۶$
۴) $\log_۲ ۳$

۶ کدام گزینه درست است؟

۱) $\sqrt{۳}^{\frac{۱}{\sqrt{۳}+۱}} > \sqrt{۳}^{\sqrt{۲}-۱}$

۲) $(\frac{۱}{\sqrt{۲}+۱})^{x} > (\sqrt{۲}-۱)^{x^{۲}} \Rightarrow x > ۱$ یا $x < ۰$

۳) $(\frac{۱}{x})^{\frac{x}{۲}} > x^{\frac{-x}{۳}} \Rightarrow ۰ < x < ۱$

۴) هیچ‌کدام

۷ معادلهٔ $۴^{x} + ۲^{x+۱} + ۱ = ۰$ چند ریشهٔ حقیقی دارد؟

۱) صفر ۲) یک

۳) دو ۴) سه

۸ حاصل $\frac{۳^{\log_{۲}^{۳۶}}}{۳۶^{\log_{۲}^{۳}}}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱۲

۳) $\frac{۱}{۱۲}$ ۴) ۶

۹ اگر $f(x) = \sqrt{۲-x}$ و $g(x) = \log(x^{۲} - ۱۵x)$ باشند، دامنهٔ تابع fog، کدام است؟

۱) $(۰, ۵] \cup [۲۰, ۲۵)$ ۲) $[-۵, ۰) \cup (۱۵, ۲۰]$

۳) $(۱۵, ۲۰]$ ۴) $[-۵, ۰)$

۱۰ انرژی آزادشده در زلزلهٔ ۷ ریشتری، چندبرابر انرژی آزادشده در یک زلزلهٔ ۵ ریشتری است؟

۱) ۲ ۲) ۱۰۰

۳) ۳ ۴) ۱۰۰۰

۱۱ در تابع نمایی $y = (m-۱)^{x}$ مقدار m کدام عدد می‌تواند باشد؟

۱) ۲ ۲) ۵

۳) ۱ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۲ وارون تابع $f(x) = \log_{۲}^{(\log x)}$ کدام است؟

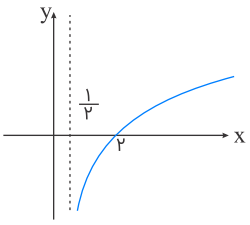
۱) $y = ۱۰۰^{x}$ ۲) $y = ۱۰^{۲x}$

۳) $y = ۲^{۱۰x}$ ۴) $y = ۲^{۱۰^{x}}$

۱۳ کدام‌یک از نقاط زیر روی منحنی $y = (\frac{۲}{۳})^{x}$ قرار دارد؟

۱) $(۱, \frac{۳}{۲})$
۲) $(-۱, \frac{۳}{۲})$
۳) $(\sqrt{۲}, \frac{۲}{۳})$
۴) $(۲, \frac{۴}{۳})$

۱۴ شکل زیر، نمودار تابع $y = -۱ + \log_{b}^{(۲x+a)}$ است. این منحنی خط $y = ۱$ را با کدام طول، قطع می‌کند؟



۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷

۱۵ فرض کنید در دامنهٔ $(-\infty , ۰]$ تابع با ضابطهٔ $\frac{۳^{x} + (\frac{۱}{۳})^{x}}{۲}$ مفروض باشد، $f^{-۱}(۳)$ کدام است؟

۱) $\log_{۹}^{۳+۲\sqrt{۲}}$
۲) $\log_{۹}^{\sqrt{۲}-۱}$
۳) $\log_{\frac{۱}{۹}}^{\sqrt{۲}-۱}$
۴) $\log_{۹}^{۳-۲\sqrt{۲}}$

۱۶ در تابع $f(x) = \frac{۴x - ۵}{x + ۱}$ با دامنهٔ $x > -۱$، آهنگ تغییر متوسط تابع f نسبت به متغیر x در بازهٔ $[۲ , \frac{-۲}{۳}]$، با آهنگ لحظه‌ای در نقطه‌ای با کدام طول برابر است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) $\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۷ اگر $f(x) = \sqrt[۴]{x - ۱}$ و $g(x) = \sqrt{۴ - \sqrt{x - ۱}}$ باشد، مقدار $f(۱۰)f'(۱۰) + g(۱۰)g'(۱۰)$ چقدر است؟

۱) ۴
۲) ۲
۳) صفر
۴) ۳

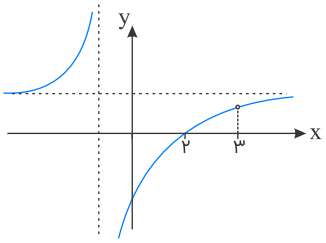
۱۸ دو تابع مختلف که مشتق آن‌ها باهم برابر است، لزوماً با کدام‌یک از عملیات زیر بر هم منطبق می‌شوند؟

۱) انتقال افقی
۲) انتقال عمودی
۳) انقباض یا انبساط عمودی
۴) انقباض یا انبساط افقی

۱۹ در کدام تابع زیر، نیم‌مماس‌های چپ و راست رسم‌شده بر نمودار تابع در مبدأ مختصات، بر هم عمود نیستند؟

۱) $f(x) = |\sin x|$
۲) $f(x) = |\tan x|$
۳) $f(x) = \begin{cases} x^{۲} - ۲x & ; x \geq ۰ \\ x^{۲} - \frac{۱}{۲}x & ; x < ۰ \end{cases}$
۴) $f(x) = \begin{cases} [x] - x & ; x > ۰ \\ \sin x & ; x \leq ۰ \end{cases}$

۲۰ نمودار $f(x)=\frac{x^۲+ax+b}{x^۲-۲x-۳}$ به شکل زیر است. مشتق دوم به ازای $x=-۳$ کدام است؟



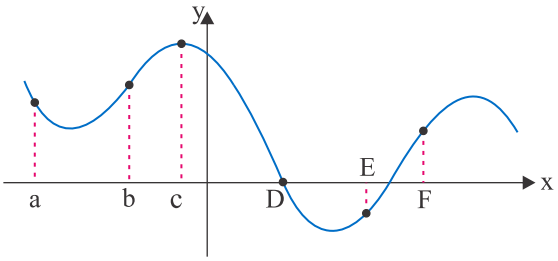
۱) $\frac{۳}{۴}$

۲) $-\frac{۳}{۴}$

۳) -۶

۴) ۶

۲۱ در چند نقطه از شکل زیر، حاصل‌ضرب مقدار تابع در مشتق تابع، منفی است؟



۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) صفر

۲۲ در تابع با ضابطهٔ $f(x)=\frac{۳۶}{x^۲}$، آهنگ متوسط تابع از $x_۱=۲$ تا $x_۲=۳$ چقدر از آهنگ لحظه‌ای آن در $x=\sqrt[۳]{۱۲}$ بیشتر است؟

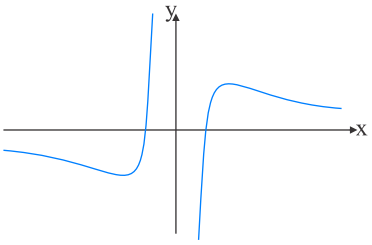
۱) ۱

۲) ۱/۵

۳) ۲

۴) ۲/۵

۲۳ شکل زیر مربوط به نمودار تابع $f(x)=\frac{۱۲x^۲+ax-۳۶}{x^۳+b}$ است. اگر بتوان خطی رسم کرد که بر دو نقطه از نمودار این تابع مماس باشد، عرض از مبدأ آن خط کدام است؟



۱) صفر

۲) -۱

۳) ۱

۴) $\sqrt{۶}$

۲۴ تابع $f(x)=\begin{cases}x^۲ & ;x\in\mathbb{Z}\\ x[x] & ;x\notin\mathbb{Z}\end{cases}$، در چند نقطه از بازهٔ $[-۲\ ,\ ۲]$ مشتق‌ناپذیر است؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

www.alirezaafshar.org

۲۵ اگر $f(x)=\frac{x^{۱۰}}{x^{۵}+\sin^{۵}(\frac{\pi}{\sqrt{۲}}x)}$ و $g(x)=\frac{\sin^{۱۰}(\frac{\pi}{\sqrt{۲}}x)}{x^{۵}+\sin^{۵}(\frac{\pi}{\sqrt{۲}}x)}$ باشد، $f'(\sqrt{۲})-g'(\sqrt{۲})$ کدام است؟

۱) ۱۰
۲) ۱۵
۳) ۲۰
۴) ۴۰

۲۶ معادلهٔ حرکت متحرکی به‌صورت $f(t)=۵t^{۲}-۲۰t+۱۲$ برحسب متر در بازهٔ زمانی $[۰,۴]$ (t برحسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $[۰,۴]$ باهم برابرند؟

۱) ۰
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۴

۲۷ در تابع با ضابطهٔ $f(x)=x\sqrt{x}+|x-۱|$، مقدار $f'_{+}(۱)+۳f'_{-}(۱)$ کدام است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۲۸ اگر $f(x)=\sin x$، مقدار مشتق $\frac{fof}{f^{۲}}$ در $x=\frac{\pi}{۲}$ کدام است؟

۱) صفر
۲) $\sin ۱$
۳) $\cos ۱$
۴) ۱

۲۹ تابع f روی $\mathbb{R}$ پیوسته است. اگر $\lim\limits_{x\to ۳}\frac{f(x)-۵}{x-۳}=۴$ معادلهٔ خط مماس بر تابع $g(x)=f^{۲}(x)$ در نقطه‌ای به طول $x=۳$ واقع بر منحنی $y=g(x)$ کدام است؟

۱) $y=-۴۰x+۱۴۵$
۲) $y=۴۰x-۹۵$
۳) $y=۲۰x-۳۵$
۴) $y=-۲۰x+۸۵$

۳۰ تابع $y=(x-[\sin x])\sin x$ در نقطهٔ $x=۰$ ..... .

۱) گوشه است.
۲) مشتق‌پذیر است.
۳) مشتق راست دارد ولی مشتق چپ ندارد.
۴) نه مشتق راست دارد و نه مشتق چپ.

آمار و احتمال

۳۱ تعدادی داده را در ۹ دسته طبقه‌بندی کرده‌ایم. اگر فراوانی دستهٔ چهارم ۸ و فراوانی نسبی دستهٔ وسط ۰/۴ و تعداد کل داده‌ها ۲۱۵ باشد، فراوانی دستهٔ ششم کدام عدد می‌تواند باشد؟

۱) ۱۳۲
۲) ۱۲۵
۳) ۱۱۹
۴) ۱۲۹

۳۲ میانگین ۷ دادهٔ آماری برابر است با ۱۶. اگر داده‌های ۱۲ و ۱۵ را از میان داده‌ها حذف کنیم، میانگین داده‌های باقی‌مانده چقدر است؟

۱) ۱۵
۲) ۱۷
۳) ۱۶/۵
۴) ۱۷/۵

۳۳ نمرات آمار ۵۰ دانش‌آموز یک کلاس در جدول زیر آمده است. اختلاف میانگین وزنی نمرات از میانه آن‌ها، کدام است؟

x	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۶	۱۸
f	۶	۹	۱۰	۱۲	۸	۵

۱) ۰/۲۸
۲) ۰/۳۲
۳) ۰/۳۶
۴) ۰/۳۸

۳۴ ده دادهٔ آماری با انحراف معیار $۲\sqrt{۳}$ و بیست دادهٔ آماری دیگر با انحراف معیار ۳ را باهم ترکیب می‌کنیم. اگر میانگین گروه اول دو برابر میانگین گروه دوم باشد، واریانس ۳۰ دادهٔ حاصل کدام است؟ (میانگین گروه دوم را p فرض کنید.)

۱) $۱۰ - ۲p - \frac{۴p^۲}{۹}$
۲) $۳۰ + \frac{۴p^۲}{۳}$
۳) $۱۰ + \frac{۲p^۲}{۹}$
۴) $۲۰ - ۲p - \frac{۲p^۲}{۹}$

۳۵ میانهٔ داده‌های ۱/۵ , ۲ , ۵ , ۴/۶ , ۳/۰۱ , ۱/۲ , ۱/۲ , ۳/۷ , ۲/۸ کدام است؟

۱) ۳/۰۱
۲) ۲/۹۰۵
۳) ۱/۲
۴) ۲/۸

۳۶ در یک کارگاه دو گروه مشغول کار است. میانگین نمرات مسئولیت‌پذیری و واریانس در گروه اول به ترتیب ۶۰ و ۳۶ و در گروه دوم ۷۰ و ۲۵ است. کدام گروه بهتر است؟

۱) گروه اول
۲) گروه دوم
۳) یکسان
۴) نمی‌توان اظهارنظر کرد.

www.alirezaafshar.org

۳۷ میانگین داده‌های ۱۳، ۲۰، ۱۸، ۱۷، ۸، ۲۲، ۱۲، ۱۰ و ۱۵ بعد از حذف میانه کدام است؟

۱) ۸
۲) ۱۶
۳) ۱۵
۴) ۱۲

۳۸ اگر میانگین و ضریب تغییرات اندازهٔ اضلاع مربع‌هایی ۱۵ و ۰/۲ باشد، میانگین مساحت این مربع‌ها کدام است؟

۱) ۲۲۷
۲) ۲۲۹
۳) ۲۳۲
۴) ۲۳۴

۳۹ در جدول زیر مرکز دسته با درصد فراوانی نسبی داده شده است، در نمودار دایره‌ای زاویهٔ مربوط به بازهٔ $[۲۵, ۲۸)$ چند درجه است؟

مرکز دسته	۱۷/۵	۲۰/۵	۲۳/۵	۲۶/۵	۲۹/۵
درصد فراوانی نسبی	۱۷	۲۰/۵	۲۲	x	۱۸

۱) ۷۲
۲) ۸۱
۳) ۸۴
۴) ۹۰

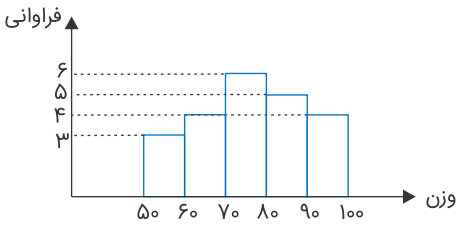
۴۰ مُد داده‌های ۱۴ , ۱۰ , ۱۲ , ۱۴ , ۱۵ , ۹ , ۱۶ , ۱۴ , ۱۳ کدام است؟

۱) ۱۴
۲) ۱۶
۳) ۹
۴) ۱۰

۴۱ اگر دامنهٔ تغییرات داده‌های ۱۳ , ۱۰ , ۸ , a , ۱۲ , ۵ برابر ۱۰ باشد، حداقل واریانس این داده‌ها تقریباً چقدر است؟

۱) ۱۰/۹۲
۲) ۲/۷۲
۳) ۱۲/۹۲
۴) ۲/۸۳

۴۲ نمودار زیر، مربوط به وزن دانش‌آموزان یک کلاس برحسب کیلوگرم است. اگر دانش‌آموزی با وزن ۷۴ کیلوگرم به کلاس اضافه شود، فراوانی نسبی دستهٔ وسط چگونه تغییر می‌کند؟



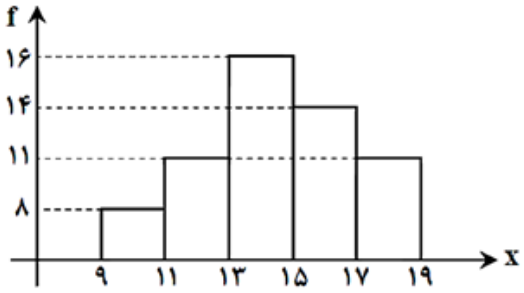
۱) $\frac{۸}{۲۵۳}$ واحد اضافه می‌شود.
۲) $\frac{۱}{۷۰}$ واحد کم می‌شود.
۳) تغییری نمی‌کند.
۴) $\frac{۱}{۱۹}$ واحد اضافه می‌شود.

www.alirezaafshar.org

۴۳ واریانس مجموعهٔ اعداد فرد طبیعی حداکثر ۲ رقمی کدام است؟

۱) ۸۳۳
۲) ۸۲۳
۳) ۸۱۳
۴) ۸۰۳

۴۴ باتوجه‌به بافت نگاشت (نمودار مستطیلی) زیر، میانگین داده‌های آماری کدام است؟



۱) ۱۴/۲
۲) ۱۴/۳
۳) ۱۴/۴
۴) ۱۴/۵

۴۵ ضریب تغییرات داده‌های ۶, ۹, ۶, ۱۲, ۹, ۱۲ تقریباً کدام است؟

۱) ۰/۲۷
۲) ۰/۳
۳) ۰/۳۵
۴) ۰/۴

ریاضیات گسسته

۴۶ مربع‌های A و B به‌صورت زیر داده شده‌اند. B را به چند طریق می‌توان پر کرد که A و B متعامد باشند؟

A =

۱	۲	۳
۳	۱	۲
۲	۳	۱

B =

		۱
۲		
	۳	

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۴۷ در یک مهمانی حداقل چند نفر حضور داشته باشند تا حداقل ۴ نفر آن‌ها در یک روز هفته و یک فصل از سال متولد شده باشند؟

۱) ۸۴
۲) ۱۱۲
۳) ۸۵
۴) ۱۱۳

۴۸ سه خانه از یک مربع لاتین مرتبهٔ ۴ انتخاب کرده‌ایم. با چه احتمالی مجموع ۳ عدد انتخاب‌شده برابر ۱۰ خواهد بود؟ (هیچ دو عددی در یک سطر نیستند)

۱) $\frac{۴}{۳۲}$
۲) $\frac{۱۲}{۶۴}$
۳) $\frac{۳}{۳۲}$
۴) $\frac{۱}{۳۲}$

۴۹ کدام‌یک از مربع‌های زیر لاتین است؟

۱)

۳	۲	۱
۱	۳	۲
۲	۲	۳

۲)

۲	۱	۳
۱	۳	۲
۳	۲	۱

۳)

۳	۲	۱
۳	۱	۲
۲	۱	۳

۴)

۳	۲	۱
۲	۱	۳
۱	۲	۳

۵۰ می‌خواهیم ۱۲ مهره را که دوبه‌دو همرنگ‌اند در یک ظرف مستطیلی‌شکل قرار دهیم به‌طوری‌که مهره‌های همرنگ مقابل هم باشند. این کار به چند طریق امکان‌پذیر است؟ (مهره‌ها متمایزند)

۱) $۲ \times ۶!$
۲) $۶^۲ \times ۶!$
۳) $۲ \times ۱۲!$
۴) $۲^۶ \times ۶!$

۵۱ به چند طریق از بین ۴ مهرهٔ سفید و ۷ مهرهٔ سیاه غیریکسان، ۶ مهره انتخاب کنیم به‌طوری‌که در بین آن‌ها حداقل ۴ مهره سیاه باشد؟

۱) ۱۷۵
۲) ۲۹۴
۳) ۲۶۵
۴) ۳۰۱

۵۲ در مربع لاتین زیر حاصل $a + z$ کدام است؟

x	۱	۲
y	z	۳
a	h	c

۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

۵۳ چند تابع از مجموعهٔ $\{a, b, c\}$ به مجموعهٔ $B = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$ قابل‌تعریف است به‌طوری‌که همگی زوج مرتب $(a, ۳)$ را داشته باشند و همگی فاقد $(b, ۱)$ باشند؟

۱) ۲۰

۲) ۵۰

۳) ۱۰۰

۴) ۸۰

۵۴ چهار نوع گیاه متمایز وجود دارد که می‌خواهیم در سه گلدان متفاوت بکاریم. اگر بخواهیم در هر گلدان حداقل یک نوع گیاه کاشته شود، این کار به چند طریق امکان‌پذیر است؟

۱) ۱۴

۲) ۷۰

۳) ۳۶

۴) ۴۵

۵۵ چند عدد سه‌رقمی وجود دارد که در آن‌ها هریک از رقم‌های ۳ و ۶ حداقل یک‌بار ظاهر شوند؟

۱) ۴۸

۲) ۵۲

۳) ۵۴

۴) ۵۶

۵۶ معادلهٔ $x_۱x_۲x_۳x_۴ = ۵ \times ۱۱^۳$ در مجموعهٔ اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

۱) ۷۶

۲) ۱۵

۳) ۸۰

۴) ۱۷۵

۵۷ در کیسه‌ای ۵ گوی سفید و ۴ گوی قرمز و ۳ گوی سبز وجود دارد. حداقل چند گوی از کیسه خارج کنیم تا مطمئن باشیم بیش از ۳ گوی سفید یا بیش از ۲ گوی قرمز خارج شده است؟

۱) ۸

۲) ۹

۳) ۱۰

۴) ۱۱

۵۸ در مربع لاتین زیر a و b برابر با کدام است؟

a	c	d
e	b	۳
f	۱	۲

۱) $a = ۲$ و $b = ۲$

۲) $a = ۱$ و $b = ۲$

۳) $a = ۲$ و $b = ۱$

۴) $a = ۲$ و $b = ۳$

۵۹ در یک جمع دوستانهٔ ۲۸ نفره، ۹ نفر از حاضرین به شیراز و ۱۲ نفر به اصفهان سفر کرده‌اند. اگر بدانیم که ۵ نفر از این افراد به شیراز سفر کرده اما به اصفهان سفر نکرده‌اند، آنگاه چند نفر از آن‌ها به هیچ‌کدام از این دو شهر سفر نکرده‌اند؟

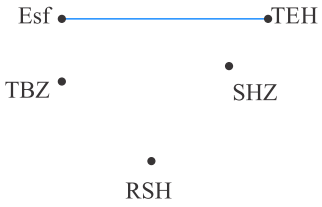
۱) ۵

۲) ۱۷

۳) ۴

۴) ۱۱

۶۰ فرض کنید شهرهای تهران، تبریز، رشت، اصفهان و شیراز قرار است به‌وسیلهٔ راه‌آهن به هم وصل شوند. در حال حاضر فقط بین تهران و اصفهان راه‌آهن وجود دارد. به چند حالت می‌توان راه‌ها را تکمیل کرد به‌طوری‌که هیچ شهری بدون راه ارتباطی نماند؟



۱) ۴۷۳

۲) ۷۵

۳) ۸۳

۴) ۴۲۷

هندسه

۶۱ تمام دایره‌هایی که مرکز آن‌ها واقع بر سهمی $y^۲ + ۱۲x + ۴y - ۳۲ = ۰$ می‌باشد و از کانون سهمی می‌گذرند، بر کدام خط مماس‌اند؟

۱) $x = ۳$

۲) $x = ۴$

۳) $x = ۵$

۴) $x = ۶$

۶۲ اگر خط هادی سهمی موازی محور xها باشد، آنگاه چندتا از جملات زیر همواره درست هستند؟

الف) سهمی افقی است.

ب) سهمی قائم است.

پ) سهمی محور yها را فقط در یک نقطه قطع می‌کند.

ت) سهمی محور xها را همواره در دو نقطه قطع می‌کند.

۱) هیچ ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

۶۳ خط به معادلهٔ $y = ۲$ محور تقارن و خط $x = ۲$ خط هادی یک سهمی‌اند. اگر این سهمی از نقطهٔ $M(۵, ۴)$ بگذرد، طول کانون آن کدام است؟

۱) ۵ ۲) $۵ + \sqrt{۵}$

۳) ۶ ۴) $۶ + \sqrt{۵}$

۶۴ اگر معادلهٔ خط هادی سهمی $x^۲ - ۴x + ۲y + m = ۰$ خط $y = ۳$ باشد، مقدار m کدام است؟

۱) -۳ ۲) ۳

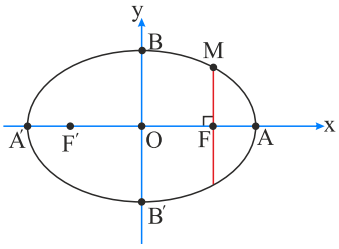
۳) -۱ ۴) ۱

۶۵ دایره‌ای به مرکز $O(۳, -۱)$ روی خط $۲x - ۵y + ۱۸ = ۰$ وتری به طول ۶ جدا می‌کند. شعاع این دایره چقدر است؟

۱) $\sqrt{۳۸}$ ۲) ۶

۳) $\sqrt{۳۵}$ ۴) ۷

۶۶ مطابق شکل مرکز بیضی، مبدأ مختصات و قطرهای $AA' = ۱۰$ و $BB' = ۶$ بر محورهای مختصات منطبق‌اند و F و F' کانون‌های بیضی هستند. خطی در نقطهٔ F بر AA' عمود کرده‌ایم. عرض نقطهٔ M کدام است؟



۱) ۱/۴

۲) ۱/۶

۳) ۱/۸

۴) ۲

۶۷ صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی است. مقطع حاصل از تقاطع صفحه و سطح مخروطی کدام است؟

۱) سهمی ۲) بیضی

۳) هذلولی ۴) دو خط

۶۸ سهمی به رأس $A(۱, ۲)$ و خط هادی $x = ۴$ از کدام نقطه می‌گذرد؟

۱) $(۰, ۳)$ ۲) $(-۳, -۸)$

۳) $(-۲, -۴)$ ۴) $(-۴, ۸)$

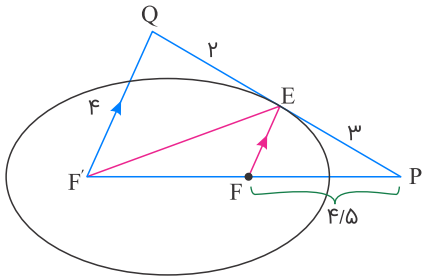
۶۹ دایره به مرکز $O(۱, -۲)$ و شعاع $\sqrt{۵}$ محور xها را با چه طولی قطع می‌کند؟

۱) ۱
۲) -۱
۳) ۲
۴) -۲

۷۰ قطر بزرگ یک بیضی سه برابر قطر کوچک آن است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۳}$
۳) $\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$
۴) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$

۷۱ در شکل زیر PQ در نقطهٔ E بر بیضی مماس است و $EF \| QF'$. محیط مثلث EFF' کدام است؟



۱) ۹/۴
۲) ۹/۶
۳) ۹/۸
۴) ۱۰

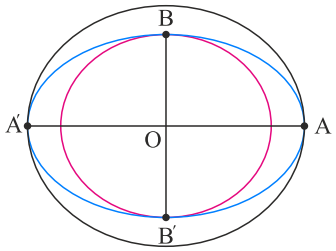
۷۲ مختصات نقطهٔ برخورد دایرهٔ $x^۲ + (y-۲)^۲ = ۹$ و سهمی $x^۲ + ۴ = ۴y$ کدام است؟

۱) $(۲\sqrt{۳}, ۳)$
۲) $(-۲\sqrt{۲}, ۳)$
۳) $(۲\sqrt{۳}, -۳)$
۴) $(۲\sqrt{۲}, -۳)$

۷۳ دو خط موازی d و d' مفروض‌اند. اگر A نقطهٔ دلخواهی روی d و B نقطهٔ دلخواهی روی d' باشد مکان هندسی وسط پاره‌خط AB کدام است؟

۱) یک خط
۲) دایره
۳) دو خط موازی
۴) سطح بین دو خط d و d'

۷۴ مطابق شکل دو دایره به معادلات $x^۲ + y^۲ + ۴x - ۲y + ۴ = ۰$ و $x^۲ + y^۲ + ۴x - ۲y + ۱ = ۰$ بر یک بیضی مماس‌اند. فاصلهٔ کانونی بیضی کدام است؟

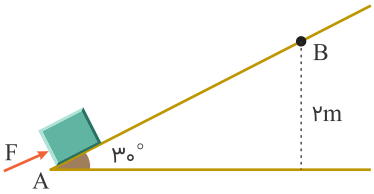


۱) ۲
۲) $۲\sqrt{۲}$
۳) $۲\sqrt{۳}$
۴) ۴

۷۵ وتر مشترک دایره به معادلهٔ $x^۲ + y^۲ = ۱۷$، با دایرهٔ C گذرا بر نقطهٔ $(-۱, ۶)$، بر خط به معادلهٔ $۲x - y = ۳$ منطبق است. شعاع دایرهٔ C کدام است؟

۱) ۳
۲) $۲\sqrt{۲}$
۳) $۲\sqrt{۳}$
۴) ۴

۷۶ مطابق شکل زیر نیروی $F = ۴۰\,N$ موازی سطح شیب‌دار بر جسمی به جرم $۲\,kg$ واردشده و آن را بر روی سطح شیب‌دار به حرکت درمی‌آورد. تندی جسم در نقطهٔ B به $۵\,m/s$ می‌رسد. بزرگی کار نیروی اصطکاک در این جابه‌جایی چند ژول است؟



۱) ۳۵

۲) ۹۵

۳) ۱۳۵

۴) ۱۶۰

۷۷ در شکل زیر جرم متحرک A، چهار برابر جرم متحرک B است. اگر انرژی جنبشی این دو متحرک یکسان باشد، نسبت سرعت متحرک B به سرعت متحرک A کدام است؟

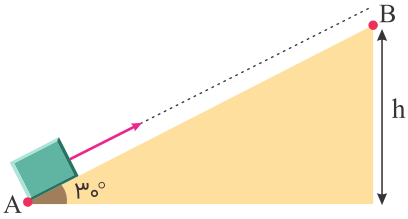
۱) ۲

۲) -۴

۳) ۴

۴) -۲

۷۸ مطابق شکل زیر جسمی با سرعت اولیهٔ $۶\,m/s$ به‌سمت بالای سطح شیب‌دار پرتاب شده و حداکثر تا نقطهٔ B بالا رفته و به‌سمت پایین سطح شیب‌دار بازمی‌گردد. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت وزنه $\frac{۱}{۴}$ نیروی وزن باشد، سرعت جسم در بازگشت به نقطهٔ A چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰\,m/s^۲)$



۱) ۶

۲) $\sqrt{۶}$

۳) $۲\sqrt{۳}$

۴) $۲\sqrt{۶}$

۷۹ بیشینهٔ کار نیرویی با اندازهٔ ثابت F، در طی جابه‌جایی ثابت $\vec{d}$ برابر با ۱۰۰ ژول است. اگر با ثابت ماندن اندازهٔ بردارهای نیرو و جابه‌جایی، زاویهٔ بین این نیرو و جابه‌جایی ۶۰° شود، کار این نیرو چند ژول خواهد بود؟

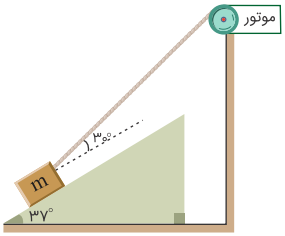
۱) -۱۰۰

۲) ۵۰

۳) ۱۰۰

۴) ۲۰۰

۸۰ مطابق شکل زیر یک موتور بالابر، جسمی به جرم $۴\,kg$ را روی سطح شیب‌داری با تندی ثابت $۴\,m/s$ بالا می‌برد، اگر بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر جسم $۱۰\,N$ و بازدهٔ موتور ۴۰ درصد باشد، توان مصرفی بالابر چند کیلووات است؟ ($g = ۱۰\,m/s^۲$، $\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$ و از مقاومت هوا صرف‌نظر شود)



۱) ۱۳۶

۲) ۶۸۰

۳) ۲۷۲

۴) ۳۴۰

۸۱ اگر سرعت اتومبیلی که در حال حرکت است، ۲۰ درصد کاهش پیدا کند، انرژی جنبشی آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۳۶٪، کاهش

۲) ۶۴٪، کاهش

۳) ۳۶٪، افزایش

۴) ۶۴٪، افزایش

۸۲ جسمی به جرم ۶۰۰ گرم با سرعت ۵ متر بر ثانیه روی سطح افقی به حرکت درمی‌آید و تحت تأثیر نیروی اصطکاک پس از طی مسافت ۱۰ متر متوقف می‌شود. کار نیروی اصطکاک برحسب ژول کدام است؟

۱) ۷/۵

۲) -۷/۵

۳) ۶۰

۴) -۶۰

۸۳ آب ذخیره‌شده در پشت یک سد نیروگاه برق‌آبی، از ارتفاع ۱۲۰ متری روی پره‌های یک توربین می‌ریزد و آن را می‌چرخاند. اگر بازدهٔ توربین ۸۴ درصد باشد و در هر ساعت ۵۰ هزار مترمکعب آب وارد توربین شود، توان الکتریکی خروجی مولد این نیروگاه چند مگاوات است؟ ($\rho_{آب} = ۱\,g/cm^۳$ و $g = ۱۰\,N/kg$)

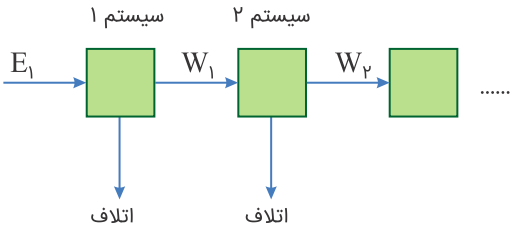
۱) ۱/۴

۲) ۱۴

۳) ۲

۴) ۲۰

۸۴ n سیستم داریم که برای راه‌اندازی هرکدام از انرژی خروجی قبلی استفاده می‌کنیم! اگر بازدهٔ هر سیستم، نصف بازدهٔ قبلی باشد و بازدهٔ اولین سیستم $R_{a_۱}$ درصد باشد، انرژی خروجی‌ای که (کار مفید) k اُمین سیستم تحویل می‌دهد، کدام است؟



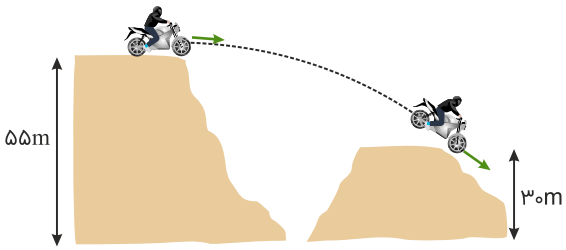
۱) $\left(\frac{R_{a_۱}}{۱۰۰}\right)^k \times \frac{۱}{\frac{k(k+۱)}{۲}} E_۱$

۲) $\left(\frac{R_{a_۱}}{۱۰۰}\right)^k \times \frac{۱}{\frac{k(k-۱)}{۲}} E_۱$

۳) $\left(\frac{R_{a_۱}}{۱۰۰}\right)^{k-۱} \times \frac{۱}{\frac{k(k-۱)}{۲}} E_۱$

۴) $\left(\frac{R_{a_۱}}{۱۰۰}\right)^{k-۱} \times \frac{۱}{\frac{k(k+۱)}{۲}} E_۱$

۸۵ در شکل زیر، موتورسوار با سرعتی به بزرگی $۲۰\,m/s$ از تپهٔ اول جدا می‌شود. اگر تنها نیروی مؤثر، نیروی وزن باشد، بزرگی سرعت آن در لحظهٔ رسیدن به تپهٔ دوم، چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰\,m/s^۲)$



۱) ۲۵

۲) ۲۸

۳) ۳۰

۴) ۴۰

۸۶ جسمی به جرم $۲\,kg$ را از پایین سطح شیب‌داری که با افق زاویهٔ ۳۰ درجه می‌سازد، با سرعت اولیهٔ $۵\,m/s$ مماس با سطح روبه بالا پرتاب می‌کنیم. جسم روی سطح به‌اندازهٔ $۲\,m$ بالا می‌رود و سپس به نقطهٔ پرتاب برمی‌گردد. کار نیروی اصطکاک در این مسیر رفت و برگشت چند ژول است؟ $(g = ۱۰\,m/s^۲)$

۱) صفر

۲) -۵

۳) -۱۰

۴) -۲۰

۸۷ در شکل زیر مایع بدون تلاطم درون لوله جاری است. اگر قطر مقطع قسمت A، ۲ برابر قطر مقطع دهانهٔ B باشد، کار کل انجام شده روی $۴\,kg$ آب توسط لوله در جابه‌جایی از A تا B چند ژول است؟

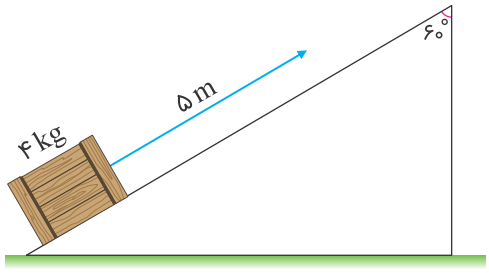
۱) ۱۲۰

۲) ۷۲

۳) ۲۴

۴) ۸

۸۸ مطابق شکل زیر، جسمی با جرم $۴\,kg$ را توسط نیروی F به‌اندازهٔ ۵ متر به سمت بالا می‌کشیم. کار نیروی وزن در این جابه‌جایی چند ژول است؟ $(g = ۱۰\,N/kg)$



۱) ۲۰۰

۲) -۲۰۰

۳) -۱۰۰

۴) ۱۰۰

۸۹ شخصی یک گاری حمل بار را روی یک سطح افقی، با نیروی افقی $F = ۶۶\,N$ می‌کشد. پس‌ازآنکه گاری $۱۸\,m$ در جهت نیرو جابجا شد، کاری که شخص روی گاری انجام داده، چند ژول است؟

۱) ۱۱۸۸

۲) بیشتر از ۱۱۸۸

۳) کمتر از ۱۱۸۸

۴) بسته به اصطکاک بین چرخ‌های گاری با سطح، هر یک از گزینه‌های (۱) یا (۲) می‌تواند درست باشد

۹۰ یک موتور آب الکتریکی، حجمی از آب را با آهنگ $۰/۶\,m^۳/s$ تا ارتفاع ۲۰ متر بالا می‌برد. اگر بازدهٔ موتور ۸۰ باشد، توان الکتریکی مصرفی موتور چند کیلووات است؟
$(\rho_{آب} = ۱۰۰۰\,kg/m^۳\ ,\ g = ۱۰\,m/s^۲)$

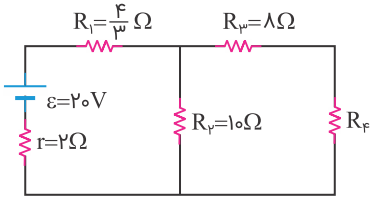
۱) ۹۶۰

۲) ۱۵۰

۳) ۱۵۰۰

۴) ۹۶

۹۱ در مدار شکل زیر، توان الکتریکی مصرفی دو مقاومت $R_۱$ و $R_۴$ باهم برابر است. جریان عبوری از مقاومت $R_۲$ چند آمپر است؟



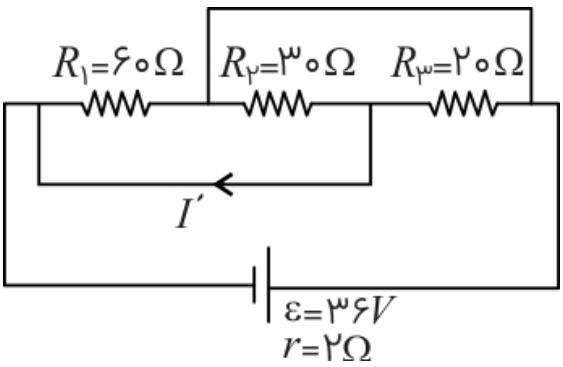
۱) $\frac{۲}{۳}$

۲) ۱

۳) ۲

۴) $\frac{۴}{۳}$

۹۲ در مدار زیر، I' چند آمپر است؟



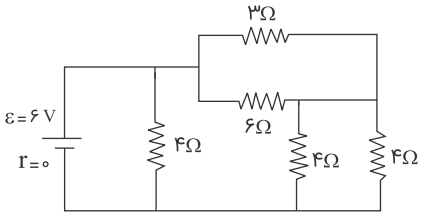
۱) صفر

۲) ۰/۵

۳) ۲/۵

۴) ۱/۵

۹۳ در مدار شکل زیر شدت جریانی که از مقاومت ۶Ω می گذرد چند آمپر است؟



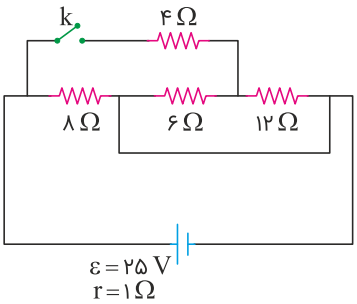
۱) ۰/۵

۲) ۱

۳) ۱/۵

۴) ۳

۹۴ در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، اختلاف‌پتانسیل دو سر مقاومت ۱۲ اهمی چند ولت تغییر می‌کند؟



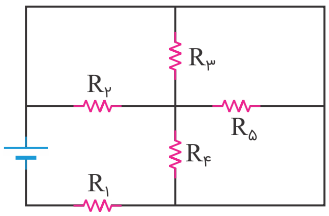
۱) ۳۰

۲) ۱۰

۳) ۱۲

۴) ۸

۹۵ پنج مقاومت مشابه ۲۰ اهمی را در مداری به شکل زیر به باتری ایده‌آلی با نیروی محرکهٔ $۶\ V$ وصل می‌کنیم. جریان عبوری از مقاومت $R_۱$ چند آمپر است؟



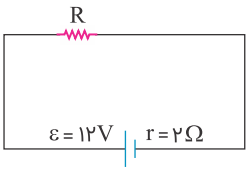
۱) ۰/۳

۲) صفر

۳) ۰/۲۵

۴) ۰/۰۶

۹۶ در مدار زیر، اگر توان تلف‌شده در مقاومت درونی مولد برابر ۸ وات باشد، مقاومت R چند اهم است؟



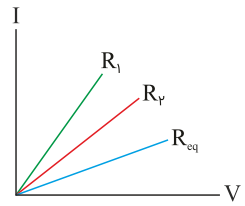
۱) ۲

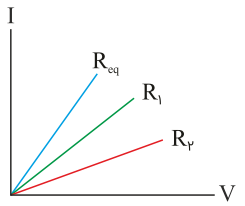
۲) ۴

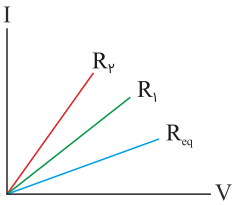
۳) ۶

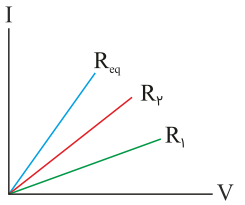
۴) ۸

۹۷ مقاومت‌های $R_۱ > R_۲$ به‌صورت موازی به هم بسته شده‌اند. نمودار $I - V$ دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ و همچنین مقاومت معادل آن‌ها (R_{eq}) کدام است؟

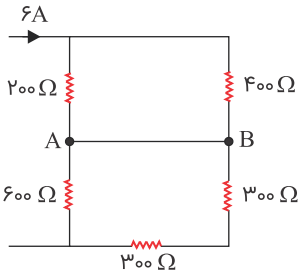
۱)


۲)


۳)


۴)


۹۸ در مدار زیر، جریان عبوری از سیم اتصال بین A و B چند آمپر است؟ (مقاومت الکتریکی سیم های اتصال ناچیز است)



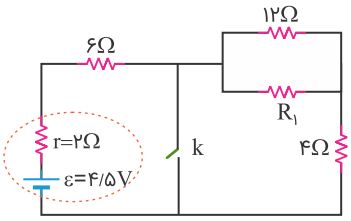
۱) صفر

۲) ۱

۳) ۳

۴) ۴

۹۹ در شکل زیر، با بستن کلید، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت ۶ اهمی دو برابر می‌شود. $R_۱$ چند اهم است؟



۱) ۲/۴

۲) ۳

۳) ۶

۴) ۸/۲

۱۰۰ در سیم رسانای زیر، در هر دقیقه $۱/۵ \times ۱۰^{۱۹}$ الکترون از نقطهٔ A به سمت نقطهٔ B شارش می‌کند. جریان الکتریکی عبوری از این سیم رسانا چند آمپر و در چه جهتی است؟ $(e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\ C)$

۱) ۰/۴ , ←

۲) ۰/۸ , ↑

۳) ۰/۰۴ , →

۴) ۱/۶ , ↓

www.alirezaafshar.org

۱۰۱ سیم یکنواخت و همگنی به مقاومت $۱۲۰\,\Omega$ را به چهار قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم. نیمی از قسمت‌های به‌دست‌آمده را آن‌قدر می‌کشیم تا به ۲ برابر طول اولیهٔ خود برسند؛ سپس تمام قسمت‌های حاصل را به‌صورت یک حلقه درمی‌آوریم و مطابق شکل مانند زنجیر به هم متصل می‌کنیم. مقاومت کل زنجیر چند اهم است؟

۱) ۱۲۰

۲) ۶۰

۳) ۷۵

۴) ۵۵

۱۰۲ روی یک لامپ عددهای $۲۲۰\,V$ و $۱۰۰\,W$ ثبت شده است. اگر این لامپ را به اختلاف‌پتانسیل $۲۰۰\,V$ وصل کنیم، با فرض ثابت ماندن مقاومت لامپ، توان مصرفی لامپ چند کیلووات می‌شود؟

۱) $\frac{۱۰^۴}{۱۲۱}$

۲) $\frac{۱۰^۳}{۱۲۱}$

۳) $\frac{۱۰^۲}{۱۲۱}$

۴) $\frac{۱۰}{۱۲۱}$

۱۰۳ کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟

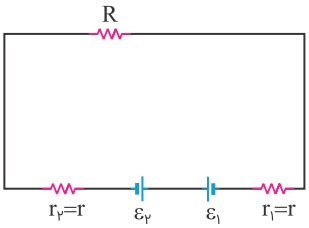
۱) رئوستا نوعی مقاومت متغیر است که از سیمی با مقاومت ویژهٔ نسبتاً کم ساخته شده است.

۲) مقاومت ویژهٔ رساناهای فلزی با افزایش دما زیاد می‌شود درحالی‌که مقاومت ویژهٔ نیم‌رساناها با افزایش دما کاهش می‌یابد.

۳) در برخی مواد مانند ژرمانیم و سیلیسیم مقاومت ویژه در دمای خاصی به‌صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند.

۴) مقاومت ویژهٔ یک ماده تنها به ساختار اتمی آن بستگی دارد.

۱۰۴ در مدار شکل زیر، اختلاف‌پتانسیل دو سر مقاومت R برابر با نیروی محرکهٔ مولد $\varepsilon_۱$ است. نسبت $\frac{\varepsilon_۱}{\varepsilon_۲}$ برابر است با: $(\varepsilon_۲ > \varepsilon_۱)$



۱) $\frac{r}{R+r}$

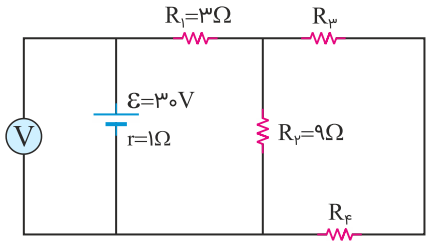
۲) $\frac{r}{۲(R+r)}$

۳) $\frac{R}{R+r}$

۴) $\frac{R}{۲(R+r)}$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۰۵ در مدار زیر، اگر ولت‌سنج آرمانی ۲۷ ولت را نشان دهد و توان مصرفی مقاومت $R_۴$ برابر با ۶ وات باشد، اندازهٔ مقاومت $R_۳$ چند اهم است؟



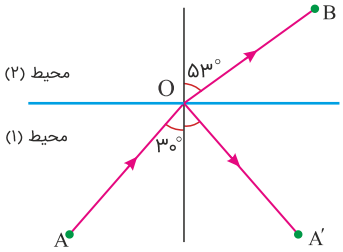
۱) ۶

۲) ۹

۳) ۱۲

۴) ۱۸

۱۰۶ پرتویی از نقطهٔ A گذشته و در نقطهٔ O به سطح جداکنندهٔ دو محیط می‌رسد. مطابق شکل بخشی از آن بازتاب شده و از نقطهٔ A' می‌گذرد و بخش دیگری دچار شکست شده و از نقطهٔ B عبور می‌کند. با فرض اینکه $OA = OA' = OB$ باشد، اگر مدت‌زمان رسیدن نور از نقطهٔ A به A' را t و مدت‌زمان رسیدن نور از نقطهٔ A به نقطهٔ B را t' بنامیم، نسبت $\frac{t'}{t}$ کدام است؟



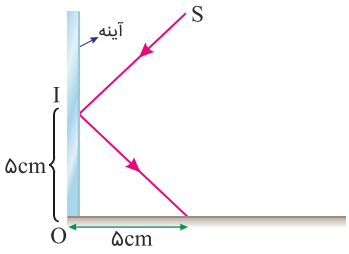
۱) $\frac{۸}{۵}$

۲) $\frac{۵}{۸}$

۳) $\frac{۱۳}{۱۶}$

۴) $\frac{۱۶}{۱۳}$

۱۰۷ در شکل زیر سطح آینه بر سطح افقی زمین عمود است و بازتاب پرتو SI نقطه نورانی در فاصله $۵\,cm$ از پای آینه (نقطه O) ایجاد کرده است. اگر بخواهیم نقطه نورانی $۳/۵\,cm$ از پای آینه دورتر شود، پرتو SI را باید چند درجه و در چه جهتی بچرخانیم؟ $(\sqrt{۳} = ۱/۷)$



۱) ۷/۵ درجه پادساعتگرد

۲) ۷/۵ درجه ساعتگرد

۳) ۱۵ درجه پادساعتگرد

۴) ۱۵ درجه ساعتگرد

۱۰۸ در اثر عبور نور از محیط شفاف یک به محیط شفاف ۲، طول موج نور ۵۰ درصد افزایش می‌یابد، در این‌صورت ضریب شکست محیط ۲ تقریباً ..... از ضریب شکست محیط (۱) است.

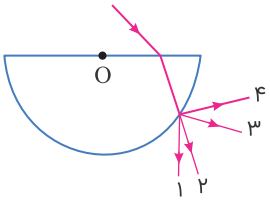
۱) ۶۶ درصد - بیشتر

۲) ۶۶ درصد - کمتر

۳) ۳۴ درصد - بیشتر

۴) ۳۴ درصد - کمتر

۱۰۹ مطابق شکل زیر پرتو نور به‌طور مایل از هوا به سطح تیغهٔ شفاف استوانه‌ای با سطح مقطع نیم‌دایره می‌تابد و وارد تیغه می‌شود. کدام پرتو می‌تواند پرتو خروجی باشد؟



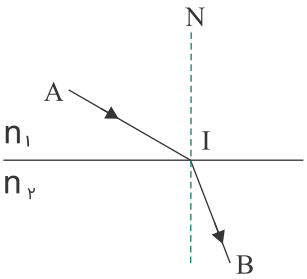
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۱۰ در شکل زیر، پرتو نوری از نقطهٔ A در محیطی با ضریب شکست $n_۱$ به نقطهٔ B در محیط دوم که ضریب شکست آن $n_۲$ است، می رسد. اگر $AI = IB = L$ بوده و سرعت نور در محیط اول برابر $v_۱$ باشد، زمان رسیدن نور از A تا B کدام است؟



۱) $\frac{L}{v_۱}(۱+\frac{n_۲}{n_۱})$

۲) $\frac{L}{v_۱}(۱+\frac{n_۱}{n_۲})$

۳) $\frac{۲L}{v_۱}(۱-\frac{n_۱}{n_۲})$

۴) $\frac{۲L}{v_۱}(۱-\frac{n_۲}{n_۱})$

۱۱۱ یک دسته پرتو نور تک‌رنگ با زاویه تابش ۴۵° از هوا به محیط شفافی به ضریب شکست $\sqrt{۲}$ می تابد. این دسته پرتو موقع ورود به این محیط چند درجه از راستای اولیه منحرف می شود؟

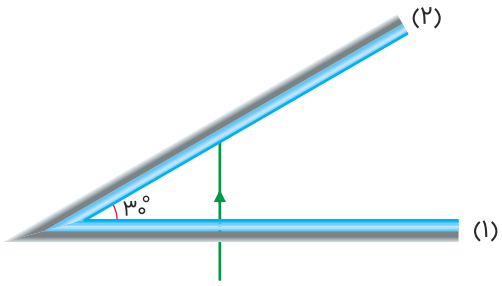
۱) صفر

۲) ۱۵

۳) ۳۰

۴) ۴۵

۱۱۲ دو آینهٔ تخت با طول زیاد، مطابق شکل زیر باهم زاویهٔ ۳۰° می‌سازند. در آینهٔ (۱) روزنه‌ای ایجادشده و باریکهٔ نور عمود بر آینهٔ (۱) از آن می‌گذرد. این نور چند بار در برخورد به آینه‌ها بازتاب می‌شود؟



۱) ۴

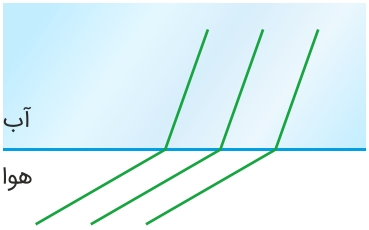
۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

استاد علیرضا افشار
"سوال و جواب"
@soal_javab_ostad_afshar

۱۱۳ مطابق شکل جبهه‌های موجی از هوا وارد آب می‌شوند. این موج یک موج ..... است و امکان انتشار در خلأ را .....



۱) مکانیکی - دارد

۲) الکترومغناطیسی - ندارد

۳) مکانیکی - ندارد

۴) الکترومغناطیسی - دارد

۱۱۴ پرتو نوری از هوا تحت زاویهٔ تابش ۵۳ درجه بر سطح یک محیط شفاف می‌تابد. قسمتی از آن بازتابش پیدا می‌کند و قسمتی نیز وارد محیط شفاف می‌شود. اگر پرتوهای بازتابش و شکست بر هم عمود باشند، ضریب شکست محیط شفاف چقدر است؟ ($\sin ۵۳^\circ = ۰/۸$)

۱) $\frac{۴}{۳}$

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) $\frac{۱۶}{۹}$

۴) $\frac{۹}{۴}$

۱۱۵ دانش‌آموزی در فاصلهٔ ۱۳/۶ از صخره‌ای ایستاده و داد می‌زند. کدام گزینه در مورد پژواک صدای او درست است؟ ($۳۴۰\,m/s =$ تندی صوت)

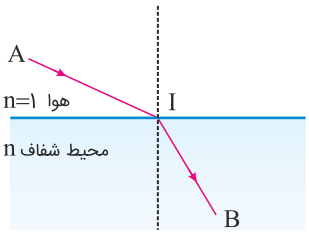
۱) صدای او دچار پژواک نمی‌شود.

۲) صدای پژواک خود را نمی‌شنود.

۳) صدای پژواک خود را پس از $۰/۰۸\,s$ می‌شنود.

۴) صدای پژواک خود را پس از $۰/۱۶\,s$ می‌شنود.

۱۱۶ در شکل زیر پرتو نوری از نقطهٔ A در هوا $(n = ۱)$ به نقطهٔ B در محیط شفافی به ضریب شکست n می‌رسد. اگر $AI = IB = L$ و سرعت نور در محیط شفاف برابر با v باشد، زمان رسیدن نور از A تا B کدام است؟



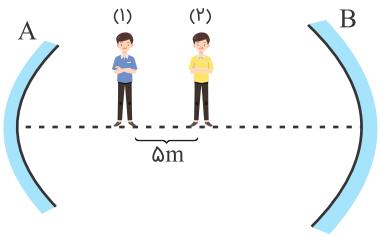
۱) $\frac{L}{v}(n+۱)$

۲) $\frac{L}{v}(\frac{n+۱}{n})$

۳) $\frac{L}{۲v}(\frac{۱}{n}+۱)$

۴) $\frac{۲L}{v}(\frac{n+۱}{n})$

۱۱۷ شکل زیر دو سطح کاو A و B را نشان می‌دهد که در فاصلهٔ ۶۰ متری هم قرار دارند. شخص اول در کانون سطح کاو A قرار دارد و شروع به صحبت کردن می‌کند. فاصلهٔ کانونی سطح کاو B سه برابر فاصلهٔ کانونی سطح A و برابر با $۳۰\,m$ است. شخص دوم که ۵ متر عقب‌تر از شخص اول قرار دارد چند متر و در چه جهتی جابه‌جا شود تا بازتاب صدای شخص اول را به بهترین شکل بشنود؟



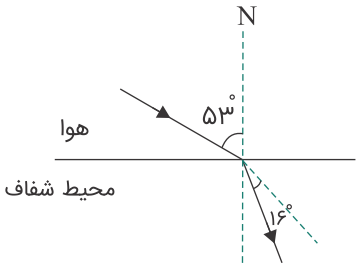
۱) ۵ متر - چپ

۲) ۱۵ متر - راست

۳) ۳۰ متر - راست

۴) ۲۰ متر - چپ

۱۱۸ شکل مقابل پرتو نوری را نشان می دهد که تحت زاویه ی تابش ۵۳° از هوا وارد محیط شفافی می شود و ۱۶°منحرف می‌شود. ضریب شکست محیط شفاف چقدر است؟ $(\sin ۵۳^\circ = ۰/۸ \ , \ \cos ۵۳^\circ = ۰/۶)$



۱) $\frac{۳}{۲}$

۲) $\frac{۴}{۳}$

۳) $\frac{۶}{۵}$

۴) $\frac{۷}{۵}$

۱۱۹ در پدیدهٔ سراب با دور شدن جبهه‌های موج از سطح زمین، ضریب شکست هوا برای آن‌ها ..... می‌یابد و پرتو موج ..... می‌شود.

۱) افزایش - به خط عمود نزدیک

۲) افزایش - از خط عمود دور

۳) کاهش - به خط عمود نزدیک

۴) کاهش - از خط عمود دور

۱۲۰ یک موج صوتی از آب وارد هوا می‌شود درنتیجه:

۱) بسامد و طول موج آن ثابت مانده ولی تندی انتشار و دورهٔ آن افزایش می‌یابد.

۲) بسامد و طول موج آن ثابت مانده ولی تندی انتشار و دورهٔ تناوب آن کاهش می‌یابد.

۳) دوره تناوب و بسامد آن ثابت مانده ولی تندی انتشار و طول موج آن افزایش می‌یابد.

۴) دوره و بسامد آن ثابت مانده ولی تندی انتشار و طول موج آن کاهش می‌یابد.

شیمی

۱۲۱ برای تولید ۱۱/۲ لیتر گاز اکسیژن در شرایط استاندارد، به چند گرم سدیم نیترات $(\mathrm{NaNO_۳})$، طبق واکنش موازنه‌نشدهٔ داده‌شده، نیاز است؟ $(\mathrm{Na} = ۲۳ \ , \ \mathrm{N} = ۱۴ \ , \ \mathrm{O} = ۱۶ : \mathrm{g.mol^{-۱}})$

$$\mathrm{NaNO_۳(s)} \rightarrow \mathrm{NaNO_۲(s)} + \mathrm{O_۲(g)}$$

۱) ۸۵

۲) ۸۰

۳) ۶۵

۴) ۶۰

۱۲۲ در ۱۷/۱ گرم آلومینیم سولفات، چند مول یون آلومینیم وجود دارد و از واکنش کامل این مقدار از آن با مقدار کافی محلول کلسیم هیدروکسید، چند گرم رسوب تشکیل می‌شود؟ $(H = ۱ \ , \ O = ۱۶ \ , \ Al = ۲۷ \ , \ S = ۳۲ : g.mol^{-۱})$ (معادلهٔ واکنش موازنه شود)

$$Al_۲(SO_۴)_۳(aq) + Ca(OH)_۲(aq) \rightarrow Al(OH)_۳(s) + CaSO_۴(aq)$$

۱) ۷/۸ ، ۰/۰۵
۲) ۷/۸ ، ۰/۱
۳) ۳/۹ ، ۰/۰۵
۴) ۳/۹ ، ۰/۱

۱۲۳ کدام‌یک از عبارت‌های داده‌شده درست است؟

۱) هلیم را علاوه بر هوای مایع ازطریق تقطیر جزءبه‌جزء گاز طبیعی نیز می‌توان به دست آورد.

۲) فناوری جداسازی هلیم از گاز طبیعی در کشور ما وجود دارد.

۳) اکسیژن در هواکره به‌صورت $O_۲$ و در سنگ‌کره به‌صورت $H_۲O$ یافت می‌شود.

۴) اکسیژن در ساختار چربی‌ها برخلاف کربوهیدرات‌ها یافت نمی‌شود.

۱۲۴ ۱۰ مول گاز نیتروژن و ۳۰ مول گاز هیدروژن در شرایط بهینه واکنش هابر، با یکدیگر واکنش داده شده‌اند. حداکثر چند گرم آمونیاک، در ظرف واکنش تشکیل خواهد شد؟ $(N = ۱۴ \ , \ H = ۱ : g.mol^{-۱})$ (با کمی تغییر)

$$N_۲(g) + ۳H_۲(g) \underset{\text{دما و فشار بهینه}}{\overset{\text{کاتالیزگر}}{\rightleftarrows}} ۲NH_۳(g)$$

۱) ۹۵/۲
۲) ۱۴۸/۷۵
۳) ۱۷۰
۴) ۳۴۰

۱۲۵ مقدار گاز $SF_۴$ لازم برای تهیهٔ ۵۰ لیتر گاز HF را از واکنش چند گرم سدیم فلوئورید با گاز $SCl_۲$ کافی، می‌توان به دست آورد و در این فرآیند، چند گرم گاز $SO_۲$ تولید می‌شود؟ $(H = ۱ \ , \ O = ۱۶ \ , \ F = ۱۹ \ , \ Na = ۲۳ \ , \ S = ۳۲ : g.mol^{-۱})$ (جرم هر لیتر گاز HF، برابر با ۰/۸ گرم در نظر گرفته شود. گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید) (معادلهٔ واکنش‌ها موازنه شوند)

$$SCl_۲(g) + NaF(g) \rightarrow SF_۴(g) + S_۲Cl_۲(g) + NaCl(s)$$

$$SF_۴(g) + H_۲O(l) \rightarrow SO_۲(g) + HF(g)$$

۱) ۳۲ ، ۱۲۶
۲) ۴۲ ، ۱۲۶
۳) ۴۲ ، ۸۴
۴) ۳۲ ، ۸۴

۱۲۶ کدام گزینه درست است؟

۱) هوای مایع شامل گازهای هلیم، نیتروژن، اکسیژن و آرگون است.

۲) از سبک‌ترین گاز نجیب برای خنک کردن قطعات الکترونیکی استفاده می‌شود.

۳) اولین گازی که با گرم کردن هوای مایع جدا می‌شود، اکسیژن است.

۴) مقدار زیادی از هلیم در هوا است و مقدار کمی از آن در لایه‌های زیرین زمین وجود دارد.

www.alirezaafshar.org

۱۲۷ درختان با جذب $CO_2(g)$، می‌توانند آن را به قند گلوکز $(C_6H_{12}O_6)$ تبدیل کنند. اگر یک درخت، سالانه ۶۶ کیلوگرم گاز CO_2 جذب کند، چند کیلوگرم از این قند در آن ساخته می‌شود؟ $(O = 16 \ , \ C = 12 \ , \ H = 1 : g.mol^{-1})$

$$CO_2(g) + H_2O(l) \rightarrow C_6H_{12}O_6(aq) + O_2(g) \quad \text{(معادله موازنه شود)}$$

۱) ۴۵
۲) ۲۵
۳) ۱۸
۴) ۲۱

۱۲۸ شمار جفت‌الکترون پیوندی چه تعداد از ترکیبات زیر برابر شمار جفت‌الکترون پیوندی کربن دی‌اکسید است؟ $(_6C \ , \ _8O \ , \ _9F \ , \ _{16}S \ , \ _{17}Cl)$

- گوگرد دی‌اکسید
- کربن تتراکلرید
- گوگرد تری‌اکسید
- اکسیژن دی‌فلوئورید

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۴

۱۲۹ از واکنش ۰/۰۵ مول فلز موجود در گروه ۱۲ ودورهٔ ۴ جدول دوره‌ای عنصرها با مقدار کافی محلول سولفوریک اسید، ۸/۰۶۹ گرم نمک سولفات و مقداری گاز هیدروژن تولید می‌شود، جرم اتمی این فلز کدام است؟ $(O = 16 \ , \ S = 32 : g.mol^{-1})$ (با تغییر)

۱) ۶۵/۴
۲) ۶۹/۷
۳) ۱۱۲/۴
۴) ۱۱۴/۸

۱۳۰ برای تولید ۲۶/۵ گرم Na_2CO_3 به چند میلی‌لیتر گاز کربن دی‌اکسید در حضور مقدار کافی Na_2O_2 نیاز داریم؟ (چگالی گاز کربن دی‌اکسید برابر $1/1 g.L^{-1}$ است) $(Na = 23 \ , \ C = 12 \ , \ O = 16 : g.mol^{-1})$

$$2Na_2O_2(s) + 2CO_2(g) \rightarrow 2Na_2CO_3(s) + O_2(g)$$

۱) ۱۰
۲) ۵۰
۳) ۱۰۰۰۰
۴) ۵۰۰۰

۱۳۱ فرمول شیمیایی چند ترکیب یونی زیر درست است؟

- منیزیم نیترید: Mg_3N_2
- گالیم کلرید: $GaCl_2$
- مس (II) سولفید: Cu_2S
- کبالت (III) سولفات: $Co_2(SO_4)_3$
- باریم سیانید: $Ba(CN)_2$
- روی فسفات: $Zn_3(PO_4)_2$

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

۱۳۲ آمونیوم سولفات و آمونیوم نیترات در کدام موارد زیر، با یکدیگر تفاوت دارند؟

الف) عدد اکسایش اتم مرکزی آنیون

ب) شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول شیمیایی

پ) شمار اتم‌های نیتروژن در فرمول شیمیایی

ت) شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی در اتم مرکزی آنیون

۱) الف - ب - پ
۲) الف - ب
۳) الف - پ - ت
۴) الف - ت

۱۳۳ pH چند محلول زیر ۷ است؟

الف) محلول آب آهک
ب) آب گازدار
پ) محلول SO_3
ت) محلول CO_2

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۳۴ با فاصله گرفتن از سطح زمین به ازای هر ۱۰ کیلومتر ارتفاع، دما $45^\circ C$ کاهش می‌یابد. اگر در یک روز سرد زمستانی در کشور کانادا دما در سطح زمین $-22^\circ C$ باشد، دمای هوا در ارتفاع ۵۵۰۰ متری چند درجه خواهد بود؟

۱) $46/75^\circ C$
۲) $24/75^\circ C$
۳) $-46/75^\circ C$
۴) $-2/75^\circ C$

۱۳۵ در یک سلول الکترولیتی دارای مقدار کافی از $AgNO_3(aq)$ که نیم‌واکنش آندی آن اکسایش آب و نیم‌واکنش کاتدی، کاهش یون‌های $Ag^+(aq)$ است، اگر حجم الکترولیت برابر ۳ لیتر بوده و ۰/۳ مول الکترون از آن عبور کند، pH محلول باقی‌مانده و وزن نقرهٔ تولیدشده به‌تقریب، برابر چند گرم است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید. pH محلول اولیه را خنثی در نظر بگیرید. $Ag = 108\ g.mol^{-1}$)

$Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s)$ (معادله موازنه شود)

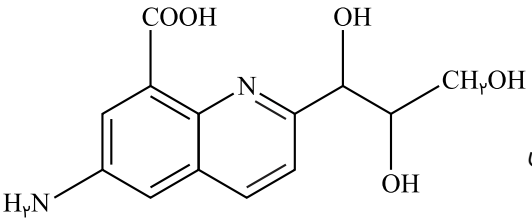
$H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + H^+(aq) + e^-$ (معادله موازنه شود)

۱) ۱ ، ۳۲/۴
۲) ۰/۵ ، ۱۰/۸
۳) ۱ ، ۱۰/۸
۴) ۰/۵ ، ۳۲/۴

۱۳۶ در واکنش $2NH_3(g) \rightarrow N_2(g) + 3H_2(g)$، اگر در شرایط معین، در مدت ۲۵ دقیقه، ۳ مول آمونیاک تجزیه شود، سرعت تشکیل گاز نیتروژن برابر چند میلی‌لیتر بر ثانیه در شرایط STP است؟

۱) ۱۱/۲
۲) ۲۲/۴
۳) ۳۳/۶
۴) ۴۴/۸

۱۳۷ دربارهٔ مولکول ترکیبی با ساختار زیر، کدام مطلب درست است؟ $(H = ۱ \ , \ N = ۱۴ \ , \ O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$



۱) شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی با شمار اتم‌های کربن در آن برابر است.

۲) تفاوت جرم اتم‌های نیتروژن و هیدروژن در آن، ۰/۱۷۵ جرم اتم‌های اکسیژن است.

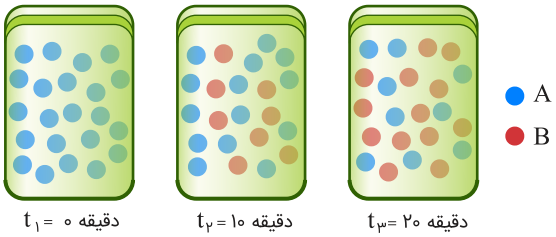
۳) شمار پیوندهای دوگانهٔ کربن- کربن در آن، ۵ برابر شمار گروه‌های کربوکسیل است.

۴) شمار پیوندهای یگانه کربن- کربن در آن، ۲ برابر شمار پیوندهای یگانه کربن- اکسیژن است.

۱۳۸ باتوجه‌به واکنش: $SO_۳(g) + H_۲O(l) \rightarrow H_۲SO_۴(aq) \ , \ \Delta H = -۲۲۸kJ$، در یک مخزن دارای ۱۰/۱۸ کیلوگرم آب، ۱۰ مول گاز $SO_۳$ با سرعت یکنواخت در مدت پنج دقیقه حل شده است. میانگین افزایش دمای مخزن در هر دقیقه، به‌تقریب چند $^\circ C$ است؟ (فرض شود گرمای واکنش، تنها صرف گرم شدن آب شده است) $(c_{آب} = ۴/۲ \, J.g^{-۱}.K^{-۱})$

۱) ۰/۵۴
۲) ۱/۰۸
۳) ۵/۴۲
۴) ۱۰/۶۶

۱۳۹ باتوجه‌به شکل زیر، که به واکنش فرضی $A \rightarrow B$، در یک ظرف ۲ لیتری مربوط است، سرعت متوسط واکنش در فاصلهٔ زمانی $t_۱$ و $t_۲$، تقریباً چند برابر سرعت متوسط واکنش در فاصلهٔ زمانی $t_۱$ و $t_۳$ است؟ (هر گوی هم‌ارز ۰/۰۲ مول از هر ماده است)



۱) ۱/۶۲
۲) ۱/۴
۳) ۱/۲۳
۴) ۱/۸

۱۴۰ تیغه‌ای از جنس فلز آلومینیوم را در ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول مس (II) سولفات وارد می‌کنیم. اگر واکنش پس از ۵ دقیقه به‌طور کامل پایان یابد و محلول بی‌رنگ شود، تغییر جرم تیغهٔ آلومینیومی برابر با ۸/۲۸ گرم خواهد بود. سرعت متوسط واکنش چند $mol.L^{-۱}.min^{-۱}$ است؟ (فرض کنید که تمام اتم‌های مس بر سطح تیغه می‌نشینند) $(Al = ۲۷ \ , \ Cu = ۶۴ : g.mol^{-۱})$

$$Al(s) + CuSO_۴(aq) \rightarrow Al_۲(SO_۴)_۳(aq) + Cu(s)$$

۱) ۰/۰۱۲
۲) ۰/۰۲۴
۳) ۰/۰۴
۴) ۰/۰۶

۱۴۱ مقایسهٔ گرمای حاصل از سوختن یک مول اتان، اتن، اتین و اتانول در کدام گزینه به‌درستی آمده است؟

۱) اتان > اتین > اتانول > اتن
۲) اتانول > اتین > اتن > اتان
۳) اتان > اتن > اتانول > اتین
۴) اتین > اتن > اتان > اتانول

۱۴۲ دو ظرف، اولی دارای ۲۰۰ گرم آب مقطر و دومی دارای ۲۵۰ گرم آب مقطر، هر دو در دمای $25^{\circ}C$ را در نظر بگیرید. چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ آن‌ها درست است؟

- گرمای ویژهٔ آب در دو ظرف، برابر است.
- میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های آب در دو ظرف، یکسان است.
- ظرفیت گرمایی آب در ظرف ۲، بیشتر از ظرفیت گرمایی آب در ظرف ۱ است.
- اگر گلولهٔ فلزی مشابه داغ با دمای یکسان را در هر ظرف وارد کنیم، دمای پایانی آب دو ظرف، برابر است.

۱) ۴ ۲) ۳

۳) ۲ ۴) ۱

۱۴۳ کدام گزینه نادرست است؟

۱) تغییر آنتالپی هر سامانه، هم‌ارز با مقدار گرمایی است که آن سامانه، در حجم ثابت با محیط پیرامون دادوستد می‌کند.

۲) برای توصیف یک نمونه ماده باید دما، فشار و مقدار آن نمونه ماده مشخص شود.

۳) مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل تک‌تک ذرات سازندهٔ یک ماده، هم‌ارز با محتوای انرژی یا آنتالپی آن ماده است.

۴) ذرات سازندهٔ ماده با یکدیگر برهم‌کنش دارند و افزون بر انرژی جنبشی، دارای انرژی پتانسیل نیز هستند.

۱۴۴ کدام گزینهٔ زیر درست است؟

۱) انجماد یک ماده مانند تبدیل جامد به گاز واکنشی گرماده است.

۲) در واکنش تجزیهٔ دی‌نیتروژن تترااکسید به نیتروژن دی‌اکسید علامت مثبت است.

۳) سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها در واکنش فتوسنتز از سطح انرژی فرآورده‌ها بیشتر است.

۴) پایداری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها در واکنش سوختن متان کمتر است.

۱۴۵ اگر درون یک لیتر محلول محتوی ۰/۰۳ مول مس (II) سولفات، تیغه‌ای از جنس روی قرار دهیم، محلول در مدت زمان ۲ ساعت بی‌رنگ می‌شود، باتوجه‌به اطلاعات داده‌شده چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟ $(Cu = ۶۴ \ , \ Zn = ۶۵ \ , \ S = ۳۲ \ , \ O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

الف) علت بی‌رنگ شدن محلول، تبدیل مس (II) سولفات به روی سولفات است.

ب) اگر ۰/۰۱۵ مول مس (II) سولفات را در ۰/۵ لیتر آب حل کنیم و سپس تیغه‌ای از جنس روی مشابه تیغهٔ ذکرشده در اطلاعات سوال در آن قرار دهیم، در مدت زمان ۴ ساعت بی‌رنگ می‌شود. (از جرم حل شونده صرف‌نظر شود)

پ) سرعت متوسط تولید مس، برابر $۲/۵ \times ۱۰^{-۴} \ mol.L^{-۱}.min^{-۱}$ است.

ت) واکنش‌پذیری فلز روی از مس بیشتر است.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴)

۱۴۶ در بررسی واکنش: $CH_۴(g) + H_۲O(g) \rightarrow CO(g) + ۳H_۲(g)$، داده‌هایی جدول زیر به دست آمده است. نسبت سرعت متوسط واکنش در ۵۰ ثانیهٔ سوم، به سرعت متوسط واکنش در ۴۰۰ ثانیهٔ پایانی ثبت‌شده در جدول، به‌تقریب کدام است؟

$t\,(s)$	۰	۵۰	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰	۳۰۰	۴۰۰	۷۰۰	۸۰۰
$[CH_۴]$ $mol.L^{-۱}$	۰/۱۰۰	۰/۰۹۰۵	۰/۰۸۲	۰/۰۷۴۱	۰/۰۶۲۱	۰/۰۵۴۹	۰/۰۴۳۰	۰/۰۲۱۰	۰/۰۱۷۰

۱) ۰/۲۳۴ ۲) ۰/۲۴۳

۳) ۲/۳۴ ۴) ۲/۴۳

۱۴۷ با توجه به واکنش‌های زیر:

الف) $A(g) + ۲B(g) \rightarrow C(g) \quad , \quad \Delta H^\circ = -۱۱۵\,kJ$

ب) $C(g) + D(g) + ۲B(g) \rightarrow ۲E(g) \quad , \quad \Delta H^\circ = +۵۲\,kJ$

پ) $۲D(g) \rightarrow A(g) + ۲E(g) \quad , \quad \Delta H^\circ = -۲۰\,kJ$

با گرمای آزادشده ضمن تشکیل یک مول $D(g)$ در واکنش: $۲A(g) + ۴E(g) \rightarrow ۲C(g) + ۳D(g)$، به تقریب چند گرم آب با دمای $۳۰^\circ C$ را می‌توان در فشار $۱\,atm$ به جوش آورد؟ $(c_{آب} = ۴/۲\,J.g^{-۱}.^\circ C^{-۱})$

۱) ۱۲۶/۷ ۲) ۱۶۶/۷

۳) ۲۶۸/۳ ۴) ۲۷۹/۳

۱۴۸ اگر با وارد کردن یک تیغهٔ روی در ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۱/۲۵ مولار مس (II) سولفات، پس از ۵۰ دقیقه واکنش پایان یافته باشد، تفاوت جرم تیغه پیش و پس از انجام واکنش برابر چند گرم و سرعت متوسط تشکیل کاتیون روی برابر چند مول بر لیتر بر دقیقه است؟ (فرض شود که همهٔ ذرات مس آزادشده بر سطح تیغهٔ روی نشسته است، $Cu = ۶۴ \ , \ Zn = ۶۵ : g.mol^{-۱}$) (با اندکی تغییر)

۱) ۰/۲۵ ، ۰/۰۵ ۲) ۰/۲۵ ، ۰/۰۲۵

۳) ۱۶/۲۵ ، ۰/۰۲۵ ۴) ۱۶/۲۵ ، ۰/۰۵

۱۴۹ طبق معادله‌های زیر با سوختن چند گرم هیدرازین گرمای لازم برای ذوب ۵۰۰ گرم یخ صفر درجه فراهم می‌شود؟ (برای ذوب هر گرم یخ صفر درجه ۳۳۶ ژول انرژی لازم است) $(N = ۱۴ \ , \ H = ۱ : g.mol^{-۱})$

سوختن هیدرازین : $N_۲H_۴ + O_۲ \rightarrow N_۲ + ۲H_۲O$

۱) $N_۲ + ۳H_۲ \rightarrow ۲NH_۳ \qquad \Delta H = -۹۲/۲\,kJ$

۲) $N_۲H_۴ + H_۲ \rightarrow ۲NH_۳ \qquad \Delta H = -۲۳۰/۶\,kJ$

۳) $۲H_۲ + O_۲ \rightarrow ۲H_۲O \qquad \Delta H = -۵۳۳/۶\,kJ$

۱) ۶ ۲) ۴

۳) ۱۶ ۴) ۸

۱۵۰ کدام گزینهٔ زیر نادرست است؟

۱) در یک واکنش گرماده انرژی سامانه کاهش می‌یابد و علامت Q در سمت راست واکنش است.

۲) در سوختن گلوکز سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها پایین‌تر از فرآورده‌ها است.

۳) در واکنش فتوسنتز پایداری واکنش‌دهنده‌ها از فرآورده‌ها بیشتر است.

۴) تغییر آنتالپی هر واکنش هم‌ارز با گرمایی است که در فشار ثابت با محیط پیرامون مبادله می‌شود.

۱۵۱ کدام مورد درست می‌باشد؟

۱) محلول فلزهای اصلی گروه ۱ و ۲ به رنگ‌های گوناگون دیده می‌شوند.

۲) اگر در محیطی نور مرئی نباشد، فقط مواد رنگی دیده نمی‌شوند.

۳) چشم ما پرتوهای الکترومغناطیسی از $۴۰۰nm$ تا $۷۰۰nm$ را می‌تواند ببیند.

۴) جسمی که به رنگ آبی دیده می‌شود همه رنگ‌ها را بازتاب می‌کند و فقط نور آبی را جذب می‌کند.

۱۵۲ نسبت تغییر عدد اکسایش از اتم‌های کربن در واکنش a به واکنش b کدام است؟

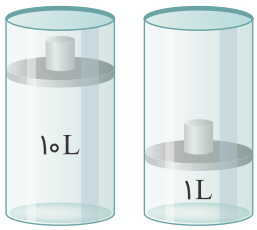
a) ترفتالیک اسید $\rightarrow$ پارازایلن

b) اتیلن گلیکول $\rightarrow$ اتن

۱) ۳ ۲) ۴

۳) ۶ ۴) ۲

۱۵۳ باتوجه‌به شکل که واکنش گازی $C \rightleftarrows ۲D$ با ۰/۲ مول D و ۰/۵ مول C در یک ظرف ۱۰ لیتری در حال تعادل هستند، اگر حجم ظرف را به ۱ لیتر کاهش دهیم، مقدار ثابت تعادل چه مقدار می‌شود؟



۱) ۰/۰۸

۲) ۰/۰۴

۳) ۰/۰۰۸

۴) ۰/۰۰۴

۱۵۴ دو مولکول $NCl_۳$ و $N_۲O_۴$ به ترتیب از راست به چپ ..... و ..... هستند. $(_۷N\ ,\ _{۱۶}O\ ,\ _{۱۷}Cl)$

۱) قطبی - قطبی ۲) قطبی - ناقطبی

۳) ناقطبی - ناقطبی ۴) ناقطبی - قطبی

۱۵۵ اگر نسبت ثابت تعادل واکنش اول به دوم برابر با ۱۶ و در لحظهٔ تعادل مقدار مول $E + F = 8$ باشد، مجموع مول‌های A و B کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱) $A(g) + B(g) \rightleftarrows C(g) + D(g) \quad k_1$

۲) $E(g) + F(g) \rightleftarrows C(g) + D(g) \quad k_2$

۱) ۱۰/۵ ۲) ۱۱

۳) ۱۱/۵ ۴) ۱۲

۱۵۶ کدام عبارت نادرست است؟

۱) مواد خام را می‌توان با استفاده از انرژی، آب، فناوری‌های شیمیایی و نیروی انسانی به‌طور مستقیم به فرآوردهٔ هدف تبدیل کرد.

۲) متانول و اتانول و اتیلن گلیکول ترکیب‌های آلی و از خانوادهٔ الکل‌ها هستند.

۳) بنزین و پلی‌اتن هر دو از فرآورده‌های نفتی بوده که حالت فیزیکی یکسان ندارند و از خانوادهٔ هیدروکربن‌ها هستند.

۴) فناوری همواره با ساخت یا استفاده از یک وسیله همراه است و به‌کارگیری فناوری سبب رشد و بهره‌وری اقتصاد یک کشور می‌شود.

۱۵۷ در یک آزمایشگاه ۳۴ کیلوگرم مجموع گازهای تولید شده از واکنش متان و آب را برای تولید متانول استفاده می‌کنند. اگر در بهترین حالت، بازدهٔ درصدی واکنش ۸۰٪ باشد، ۳۲ لیتر متانول تولید خواهد شد. محاسبه کنید درصد جرمی کربن مونوکسید در مخلوط گاز تولید شده ..... بوده و ..... گرم از گاز ..... بدون استفاده باقی خواهد ماند. (چگالی متانول $d = 0/8 g.mL^{-1}$ ، $(C = 12 , H = 1 , O = 16 : g.mol^{-1}$

۱) ۸۷٪، H_2، ۲۰۰۰ ۲) ۸۲٪، H_2، ۲۸۰۰

۳) ۸۷٪، CO، ۵۶۰۰ ۴) ۸۲٪، CO، صفر

۱۵۸ چند عبارت از عبارت‌های زیر نادرست است؟

الف) آب برخلاف کربن دی‌اکسید جزء مواد مولکولی است.

ب) سیلیس برخلاف عنصر سیلیسیم جزء جامد کووالانسی است.

ج) از سیلیسیم همانند کربن تاکنون یون تک‌اتمی در هیچ ترکیبی شناخته نشده است.

د) اتم سیلیسیم برخلاف اتم کربن با تشکیل پیوندهای اشتراکی به آرایش الکترونی هشت‌تایی نمی‌رسد.

هـ) دانه‌های درشت سنگ در تنور سنگکی، مقاومت گرمایی زیادی دارند، زیرا در ساختار آن شمار زیادی از اتم‌های سیلیسیم با اتصال به هم با پیوندهای اشتراکی متصل شده‌اند.

۱) ۵ ۲) ۴

۳) ۳ ۴) ۲

۱۵۹ از عنصرهای زیر، a مورد بیش از یک نوع کاتیون در ترکیب‌ها هستند، b مورد رسانای جریان الکتریکی، c مورد چکش‌خوارند و d مورد دارای جلا هستند. حاصل‌جمع $a+b+c+d$ کدام است؟

"آهن - گرافیت - منیزیم - مس - سیلیسیم"

۱) ۱۲
۲) ۱۳
۳) ۱۴
۴) ۱۵

۱۶۰ معادله‌های شیمیایی موازنه‌نشدهٔ زیر، تهیهٔ مادهٔ A را به دو روش نشان می‌دهد (در این واکنش‌ها X و Y پسماند و Z یک حلال صنعتی است). چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد این واکنش‌ها نادرست‌اند؟

I) $C_6H_6 + H_2SO_4 + NaOH \rightarrow A + X + Y$

II) $C_6H_6 + C_3H_6 + O_2 \rightarrow A + Z$

- در واکنش (II) اکثر اتم‌های مواد واکنش‌دهنده به مواد ارزشمند تبدیل شده‌اند.
- در واکنش (I) اگر هریک از مواد واکنش‌دهنده را به‌طور جداگانه با مقدار کافی آب مخلوط کنیم، یک محلول اسیدی، یک محلول بازی و یک مخلوط ناهمگن ایجاد می‌شود.
- اگر A، X و Y به ترتیب فِنُل (C_6H_6O)، سدیم سولفیت و آب باشد، در این صورت برای سه ماده در این واکنش نمی‌توانیم از واژهٔ فرمول مولکولی استفاده کنیم.
- اگر ضریب همهٔ مواد شرکت کننده در واکنش برابر با یک باشد، در این صورت فرمول شیمیایی مادهٔ Z با فرمول استون مطابقت دارد.

۱) ۴
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

۱۶۱ همه گزینه‌ها صحیح هستند به‌جز .....

۱) نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی در مولکول‌های ناقطبی با ساختار خطی کاملاً مشابه است.

۲) الکترون‌ها در مولکول I_2، به‌صورت یکنواخت و متقارن توزیع شده‌اند.

۳) حضور الکترون‌های پیوندی روی Cl در مولکول HCl نسبت به Br در مولکول HBr بیشتر است.

۴) گشتاور دوقطبی در اولین عضو از آلکین‌ها برابر صفر است.

۱۶۲ کدام‌یک از مطالب زیر در مورد بازیافت PET صحیح نیست؟

۱) می‌توان آن‌ها را به پرک تبدیل کرد و دوباره وارد چرخهٔ تولید PET نمود.

۲) می‌توان آن‌ها را به مونومرهای سازنده تبدیل و دوباره در تهیهٔ مواد پلاستیکی بهره برد.

۳) با استفاده از متانول می‌توان آن را به مونومرهای سازنده و مواد مفید دیگر تبدیل نمود.

۴) بازیافت شیمیایی آن علی‌رغم نیاز به دانش پیشرفته، سازگاری زیادی با اصول شیمی سبز دارد.

۱۶۳ مقداری مادهٔ A را در یک ظرف سر بسته قرار می‌دهیم تا تعادل گازی $A \rightleftarrows B + 2C$ برقرار شود. اگر در لحظهٔ تعادل غلظت B برابر با $0/01\,mol.L^{-1}$ باشد، غلظت تعادلی A کدام است؟ (ثابت تعادل واکنش در شرایط یاد شده $1/64 \times 10^{-6}\,mol^2.L^{-2}$ است)

۱) ۲/۴۴
۲) ۰/۴۱
۳) ۰/۲۱
۴) ۰/۱۱

۱۶۴ مقداری N_2O_5 را حرارت می‌دهیم تا مطابق با واکنش $2N_2O_5 \rightleftarrows 4NO_2(g) + O_2(g)$ تجزیه شود. چه تعداد از عبارت‌های زیر به‌درستی مطرح شده است؟

الف) شیب نمودار غلظت- زمان $NO_2(g)$ چهار برابر $O_2(g)$ است.

ب) با گذشت زمان سرعت متوسط تشکیل $O_2(g)$ کاهش می‌یابد.

پ) غلظت $O_2(g)$ در هر لحظه پس از شروع واکنش، نصف غلظت $N_2O_5(g)$ است.

ت) غلظت $NO_2(g)$ در هر لحظه پس از شروع واکنش، ۴ برابر غلظت $O_2(g)$ است.

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۶۵ ۵ مول نیتروژن و ۱۵ مول هیدروژن را در دمای معین وارد ظرف یک لیتری می‌کنیم تا تعادل $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftarrows 2NH_3(g)$ برقرار شود. هرگاه ۲۵ درصد مخلوط تعادلی را آمونیاک تشکیل دهد، ثابت تعادل واکنش در این دما به‌تقریب کدام است؟

۱) $6/6 \times 10^{-2}$
۲) $7/3 \times 10^{-3}$
۳) $1/48 \times 10^{-1}$
۴) $2/1 \times 10^{-3}$

استاد علیرضا افشار
”همایش ها“
@hamayesh_dr_afshar

www.alirezaafshar.org

حسابان

۱ گزینه ۴

$$\log_x^{(x^2+4)} = 1 + \log_x^5 \Rightarrow \log_x^{(x^2+4)} = \log_x^x + \log_x^5 \Rightarrow \log_x^{(x^2+4)} = \log_x^{5x}$$
$$\Rightarrow x^2 + 4 = 5x \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$$
$$\Rightarrow (x-4)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 & \text{غ.ق.ق} \\ x = 4 \end{cases}$$

حال مقدار لگاریتم ۴ در پایهٔ ۲ را حساب می کنیم:

$$\log_2^4 = \log_2^{2^2} = 2\log_2^2 = 2$$

۲ گزینه ۳

نقاط برخورد در ضابطهٔ توابع $f(x) = A(2)^{Bx}$ و $4y = 5x$ صدق می‌کند.

$$4y = 5x \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = \frac{5}{2} \Rightarrow (2, \frac{5}{2}) \\ x = 4 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow (4, 5) \end{cases}$$

$$f(x) = A(2)^{Bx} \Rightarrow \begin{cases} (2, \frac{5}{2}) : \frac{5}{2} = A(2)^{B\times 2} \Rightarrow 5 = 2A(2)^{2B} \\ (4, 5) : 5 = A(2)^{B\times 4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2A(2)^{2B} = A(2)^{4B} \Rightarrow 2^{2B+1} = 2^{4B} \Rightarrow 2B + 1 = 4B \Rightarrow B = \frac{1}{2}$$

$$5 = A(2)^{4B} \xrightarrow{B=\frac{1}{2}} 5 = A(2)^2 \Rightarrow A = \frac{5}{4} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{4}(2)^{\frac{x}{2}}$$

$$\frac{5}{4}(2)^{\frac{x}{2}} = 10 \Rightarrow (2)^{\frac{x}{2}} = 8 = 2^3 \Rightarrow \frac{x}{2} = 3 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow f^{-1}(10) = 6$$

۳ گزینه ۴

$$\log_{\frac{1}{3}}[x] = -4 \Rightarrow [x] = (\frac{1}{3})^{-4} = 3^4 = 81 \Rightarrow 81 \le x < 82$$

$$\Rightarrow \log_9 81 \le \log_9 x < \log_9 82$$
$$\Rightarrow 2 \le \log_9 x < \log_9 82 < 3 \Rightarrow [\log_9 x] = 2$$

۴ گزینه ۱

$f(5) = 0$ و $f(11) = -2$ است:

$$f(5) = a - \log_2^{(5-b)} = 0 \Rightarrow \log_2^{(5-b)} = a \Rightarrow 5 - b = 2^a \Rightarrow 2^a + b = 5$$
$$f(11) = a - \log_2^{(11-b)} = -2 \Rightarrow \log_2^{(11-b)} = a + 2$$

$$\Rightarrow 11 - b = 2^{a+2} \Rightarrow 4 \times 2^a + b = 11$$
$$\Rightarrow \begin{cases} 4 \times 2^a + b = 11 \\ 2^a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow (4-1) \times 2^a = 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^a = 2 \Rightarrow a = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow f(19) = 1 - \log_2^{(19-3)} = 1 - 4 = -3$$

۵ گزینه ۱

$$3^{1-x} = 2^x \Rightarrow \frac{3}{3^x} = 2^x \Rightarrow 6^x = 3 \xrightarrow{\text{از طرفین در مبنای ۶لگاریتم می‌گیریم}} x = \log_6 3$$

www.alirezaafshar.org

۶ گزینه ۲

گزینهٔ "۱":

$$\frac{۱}{\sqrt{۲}+۱}=\sqrt{۲}-۱\Rightarrow \sqrt{۳}^{\frac{۱}{\sqrt{۲}+۱}}=\sqrt{۳}^{\sqrt{۲}-۱}$$

گزینهٔ "۲":

$$(\sqrt{۲}-۱)^{x}>(\sqrt{۲}-۱)^{x^{۲}}\xrightarrow{۰<\sqrt{۲}-۱<۱} x<x^{۲}$$
$$\Rightarrow x^{۲}-x>۰\Rightarrow x<۰ \text{ یا } x>۱$$

گزینهٔ "۳": مثال نقض $x=۲$ دارد.

۷ گزینه ۱

$$۲^{x}=t\Rightarrow t^{۲}+۲t+۱=۰\Rightarrow (t+۱)^{۲}=۰\Rightarrow t=-۱$$
$$\Rightarrow \underbrace{۲^{x}}_{\text{مثبت}}=\underbrace{-۱}_{\text{منفی}}\Rightarrow \text{جواب ندارد}$$

۸ گزینه ۱

می‌دانیم $a^{\log_c^b}=b^{\log_c^a}$ پس:

$$۳^{\log_{۲}^{۳۶}}=۳۶^{\log_{۲}^{۳}}\Rightarrow \frac{۳^{\log_{۲}^{۳۶}}}{۳۶^{\log_{۲}^{۳}}}=\frac{۳۶^{\log_{۲}^{۳}}}{۳۶^{\log_{۲}^{۳}}}=۱$$

۹ گزینه ۲

$$۲-x\geq ۰\Rightarrow x\leq ۲\Rightarrow D_f=(-\infty,۲]$$
$$x^{۲}-۱۵x>۰\Rightarrow x(x-۱۵)>۰\Rightarrow D_g=(-\infty,۰)\cup(۱۵,+\infty)$$
$$D_{fog}=\{x|x\in D_g, g(x)\in D_f\}$$
$$=\left\{x|\underbrace{x\in(-\infty,۰)\cup(۱۵,+\infty)}_{(*)},\log(x^{۲}-۱۵x)\leq ۲\right\}$$
$$\log(x^{۲}-۱۵x)\leq \log_{۱۰}^{۱۰۰}\Rightarrow x^{۲}-۱۵x\leq ۱۰۰\Rightarrow x^{۲}-۱۵x-۱۰۰\leq ۰$$
$$\Rightarrow (x-۲۰)(x+۵)\leq ۰\Rightarrow x\in[-۵,۲۰]\ (**)$$

باید از (*) و (**) اشتراک گرفت؛ بنابراین مجموعهٔ جواب برابر است با:

$$\xrightarrow{(**),(*)} x\in[-۵,۰)\cup(۱۵,۲۰]$$

۱۰ گزینه ۴

$$\begin{cases}\log E_۱=۱۱/۸+۱/۵\times ۵\\ \log E_۲=۱۱/۸\times ۱/۵\times ۷\end{cases}\xrightarrow{-}\log\frac{E_۲}{E_۱}=۳\Rightarrow\frac{E_۲}{E_۱}=۱۰^{۳}=۱۰۰۰$$

۱۱ گزینه ۲

در تابع نمایی $y=a^{x}$ داریم:

$$a>۰,\ a\neq ۱$$

بنابراین فقط گزینهٔ "۲" قابل‌قبول است:

$$m=۲\Rightarrow y=۱^{x}\times\quad ,\quad m=۵\Rightarrow y=۴^{x}\ \checkmark$$
$$m=۱\Rightarrow y=۰^{x}\times\quad ,\quad m=\frac{۱}{۲}\Rightarrow y=(-\frac{۱}{۲})^{x}\times$$

۱۲ گزینه ۲

اول: برای به دست آوردن تابع وارون ابتدا سعی می‌کنیم x را برحسب y بنویسیم و سپس جای y و x را باهم عوض می‌کنیم.

$$y = \log_{۲}^{(\log x)} \Rightarrow ۲^y = \log x \Rightarrow x = ۱۰^{۲^y}$$

دوم:

$$f^{-۱}(x) = ۱۰^{۲^x}$$

۱۳ گزینه ۲

$$y = (\frac{۲}{۳})^{x} \xrightarrow{x=-۱} y = (\frac{۲}{۳})^{-۱} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow (-۱, \frac{۳}{۲}) \in f$$

۱۴ گزینه ۲

راه‌حل اول:

$$y = -۱ + \log_b^{(۲(x+\frac{a}{۲}))}$$

تابع به اندازهٔ $+\frac{۱}{۲}$ نسبت به نمودار $y = \log x$ انتقال افقی به سمت راست داشته است. پس:

$$\frac{a}{۲} = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow a = -۱$$
$$y = -۱ + \log_b^{(۲x-۱)}$$

به‌علاوه مقدار تابع در $x = ۲$ صفر است:

$$y(۲) = -۱ + \log_b^{۳} = ۰ \Rightarrow \log_b^{۳} = ۱ \Rightarrow b = ۳$$
$$y = -۱ + \log_{۳}^{(۲x-۱)} \xrightarrow{\text{برخورد با } y=۱} -۱ + \log_{۳}^{(۲x-۱)} = ۱$$
$$\Rightarrow \log_{۳}^{(۲x-۱)} = ۲ \Rightarrow ۲x - ۱ = ۹ \Rightarrow x = ۵$$

راه‌حل دوم: (برای به دست آوردن a و b)

$$y = -۱ + \log_b^{(۲x+a)}$$
$$\left.\begin{array}{l} ۲x + a > ۰ \Rightarrow x > -\frac{a}{۲} \\ \text{طبق نمودار} : x > \frac{۱}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow a = -۱$$
$$(۲, ۰) \Rightarrow -۱ + \log_b^{۳} = ۰ \Rightarrow b = ۳$$

۱۵ گزینه ۳

$$f^{-۱}(۳) = x \Rightarrow f(x) = ۳$$
$$\frac{۳^x + ۳^{-x}}{۲} = ۳ \Rightarrow ۳^x + ۳^{-x} = ۶ \xrightarrow{\times ۳^x} (۳^x)^۲ + ۱ = ۶(۳^x) \Rightarrow (۳^x)^۲ - ۶(۳^x) = -۱$$
$$\xrightarrow[\text{اضافه می‌کنیم}]{\text{به دو طرف ۹ واحد}} (۳^x)^۲ - ۶(۳^x) + ۹ = ۹ - ۱ \Rightarrow (۳^x - ۳)^۲ = ۸ \Rightarrow ۳^x - ۳ = \pm\sqrt{۸} \Rightarrow ۳^x = ۳ \pm \sqrt{۸}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \log_{۳}^{(۳+۲\sqrt{۲})} > ۰ \text{ ق.ق.غ} \\ x = \log_{۳}^{(۳-۲\sqrt{۲})} < ۰ \Rightarrow x = \log_{۳}^{(\sqrt{۲}-۱)^۲} = ۲\log_{۳}^{\sqrt{۲}-۱} = \log_{\frac{۱}{۹}}^{\sqrt{۲}-۱} \end{cases}$$

نکته: $\log_{b^n}^{a^m} = \frac{m}{n}\log_b^a$

۱۶ گزینه ۱

نکته: آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x)$ در بازهٔ $[a\ ,\ b]$ برابر است با:

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

آهنگ لحظه‌ای تابع f در نقطهٔ x_0، همان مشتق تابع f در x_0 است.

$$\text{آهنگ لحظه‌ای در } x_0 = f'(x_0)$$

پس در تابع $f(x)=\frac{4x-5}{x+1}$، آهنگ تغییر متوسط در بازهٔ $[2\ ,\ -\frac{2}{3}]$ برابر است با:

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(2)-f(\frac{-2}{3})}{2-(\frac{-2}{3})} = \frac{1-(-23)}{\frac{8}{3}} = \frac{24}{\frac{8}{3}} = 9$$

حال برای محاسبهٔ آهنگ لحظه‌ای، مشتق تابع f (تابع هموگرافیک) را به کمک قاعدهٔ مشتق حساب می‌کنیم. داریم:

$$f(x)=\frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f'(x)=\frac{ad-bc}{(cx+d)^2} \Rightarrow f(x)=\frac{4x-5}{x+1} \Rightarrow f'(x)=\frac{9}{(x+1)^2}$$

چون در متن مسئله، آهنگ متوسط در بازهٔ $[2, -\frac{2}{3}]$ برابر با آهنگ لحظه‌ای می‌باشد، پس کافی است مشتق تابع را برابر ۹ قرار دهیم. داریم:

$$f'(x)=9 \Rightarrow \frac{9}{(x+1)^2}=9 \Rightarrow (x+1)^2=1 \xrightarrow{\sqrt{}} \begin{cases} x=0 & \checkmark \\ x=-2 \not> -1 & \times \end{cases}$$

۱۷ گزینه ۳

تابع $h(x)=f^2(x)+g^2(x)$ را با دامنهٔ $[1\ ,\ 17]$ در نظر می‌گیریم:

$$h(x)=(\sqrt[4]{x-1})^2+(\sqrt{4-\sqrt{x-1}})^2=\sqrt{x-1}+4-\sqrt{x-1}=4$$

$$\Rightarrow f^2(x)+g^2(x)=4 \Rightarrow 2f(x)f'(x)+2g(x)g'(x)=0$$

$$\xrightarrow{x=10} f(10)f'(10)+g(10)g'(10)=0$$

۱۸ گزینه ۲

اگر دو تابع مختلف مشتق یکسان داشته باشند، باید در مقدار ثابت باهم تفاوت داشته باشند، پس با یک انتقال عمودی بر یکدیگر منطبق می‌شوند.

۱۹ گزینه ۳

مشتق چپ و راست در تمامی گزینه‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{گزینهٔ ۱}: f(x)=|\sin x|=\begin{cases}\sin x & ;x\geq 0\\ -\sin x & ;x<0\end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases}\cos x & ;x>0\\ -\cos x & ;x<0\end{cases} \Rightarrow f'_+(0)=1\ ,\ \ f'_-(0)=-1$$

چون حاصل‌ضرب شیب نیم‌مماس‌ها برابر با -1 است، پس زاویهٔ بین آن‌ها 90° است.

$$\text{گزینهٔ ۲}: f(x)=|\tan x|=\begin{cases}\tan x & ;x\geq 0\\ -\tan x & ;x<0\end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases}1+\tan^2 x & ;x>0\\ -1-\tan^2 x & ;x<0\end{cases}$$

$$\Rightarrow f'_+(0)=1\ ,\ \ f'_-(0)=-1 \Rightarrow f'_+(0)\times f'_-(0)=-1 \Rightarrow \alpha=90^\circ$$

$$\text{گزینهٔ ۳}: f'(x)=\begin{cases}2x-2 & ;x>0\\ 2x-\frac{1}{2} & ;x<0\end{cases} \Rightarrow f'_+(0)=-2\ ,\ \ f'_-(0)=\frac{-1}{2} \Rightarrow f'_+(0)\times f'_-(0)=1 \Rightarrow \alpha=90^\circ$$

$$\text{گزینهٔ ۴}: f(x)=\begin{cases}[x]-x & ;x>0\\ \sin x & ;x\leq 0\end{cases} \Rightarrow f'_+(0)=-1\ ,\ \ f'_-(0)=\cos x \xrightarrow{x=0} 1 \Rightarrow f'_+(0)\times f'_-(0)=-1 \Rightarrow \alpha=90^\circ$$

در اینجا برای محاسبهٔ $f'_+(0)$ برای $x>0$ داریم $f(x)=-x$، پس $f'_+(0)=-1$.

پس گزینهٔ "۳" درست است.

www.alirezaafshar.org

۲۰ گزینه ۱

نقطهٔ توخالی (سوراخ) ریشهٔ صورت و مخرج است.

$$\left.\begin{matrix} f(۳)=۰ \Rightarrow ۹+۳a+b=۰ \\ A(۲,۰) \in \text{تابع} \Rightarrow ۴+۲a+b=۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow a=-۵ \quad , \quad b=۶$$

$$f(x)=\frac{x^۲-۵x+۶}{x^۲-۲x-۳}=\frac{(x-۲)(x-۳)}{(x+۱)(x-۳)}=\frac{x-۲}{x+۱} \Rightarrow f'(x)=\frac{۳}{(x+۱)^۲}$$

$$f''(x)=\frac{-۶}{(x+۱)^۳} \Rightarrow f''(-۳)=\frac{-۶}{(-۲)^۳}=\frac{۳}{۴}$$

۲۱ گزینه ۱

$f(a)>۰ \ , \ f'(a)<۰ \Rightarrow f(a).f'(a)<۰$ ✓

$f(b)>۰ \ , \ f'(b)>۰ \Rightarrow f(b).f'(b)>۰$

$f(c)>۰ \ , \ f'(c)=۰ \Rightarrow f(c).f'(c)=۰$

$f(D)=۰ \ , \ f'(D)<۰ \Rightarrow f(D).f'(D)=۰$

$f(E)<۰ \ , \ f'(E)>۰ \Rightarrow f(E).f'(E)<۰$ ✓

$f(F)>۰ \ , \ f'(F)>۰ \Rightarrow f(F).f'(F)>۰$

۲۲ گزینه ۱

گام اول

الف) آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)$ روی بازه‌ای از $x_۱$ تا $x_۲$ چنین تعریف می‌شود:

$$\text{آهنگ متوسط تغییر}=\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{f(x_۲)-f(x_۱)}{x_۲-x_۱}$$

ب) آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f(x)$ در نقطهٔ $x=a$ برابر $f'(a)$ است.

گام دوم

باتوجه‌به قسمت الف از گام اول، آهنگ متوسط تغییر تابع از $x_۱=۲$ تا $x_۲=۳$ برابر است با:

$$\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{f(۳)-f(۲)}{۳-۲}=\frac{\frac{۳۶}{۹}-\frac{۳۶}{۴}}{۱}=\frac{۳۶}{۹}-\frac{۳۶}{۴}=۴-۹=-۵$$

برای به دست آوردن آهنگ لحظه‌ای در نقطهٔ $x=\sqrt[۳]{۱۲}$، ابتدا ضابطهٔ مشتق تابع را تعیین می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{۳۶}{x^۲} \Rightarrow f'(x)=\frac{۰ \times x^۲-۲x(۳۶)}{x^۴}=-\frac{۷۲x}{x^۴}=-\frac{۷۲}{x^۳}$$

$$x=\sqrt[۳]{۱۲} \text{ آهنگ آنی در } =f'\left(\sqrt[۳]{۱۲}\right)=-\frac{۷۲}{\left(\sqrt[۳]{۱۲}\right)^۳}=-\frac{۷۲}{۱۲}=-۶$$

اختلاف آهنگ متوسط و لحظه‌ای برابر است با:

$$\frac{\Delta f}{\Delta x}-f'\left(\sqrt[۳]{۱۲}\right)=-۵-(-۶)=۱$$

۲۳ گزینه ۱

خط $x = ۰$ مجانب قائم نمودار است؛ بنابراین $x = ۰$ باید ریشهٔ مخرج باشد؛ یعنی $b = ۰$. از طرفی نمودار تابع نسبت به مبدأ متقارن است، پس باید ضابطهٔ $f(x)$ به‌گونه‌ای باشد که رابطهٔ $f(-x) = -f(x)$ برقرار باشد؛ بنابراین لازم است $a = ۰$ باشد.

$$\Rightarrow f(x) = \frac{۱۲x^۲ - ۳۶}{x^۳} \Rightarrow f'(x) = \frac{۱۲(۹ - x^۲)}{x^۴}$$

فرض کنیم خط $y = tx + z$ بر دو نقطه از نمودار این تابع مماس باشد، یعنی مشتق تابع در این دو نقطه برابر با یکدیگر و برابر با شیب خط مماس (t) است. باتوجه‌به نمودار و ضابطهٔ تابع، واضح است که این دو نقطه نسبت به مبدأ مختصات باید متقارن باشند، یعنی نقاط $(\alpha, f(\alpha))$ و $(-\alpha, -f(\alpha))$. $(\alpha > ۰)$

$$f'(\alpha) = f'(-\alpha) = \frac{۱۲(۹ - \alpha^۲)}{\alpha^۴}$$

حال کافی است شیب خط گذرنده از این دو نقطه را با مشتق تابع در آن‌ها برابر قرار دهیم:

$$\text{شیب خط مماس} : \alpha = \frac{f(\alpha) - (-f(\alpha))}{\alpha - (-\alpha)} = \frac{f(\alpha)}{\alpha} = \frac{۱۲(\alpha^۲ - ۳)}{\alpha^۴}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۲(۹ - \alpha^۲)}{\alpha^۴} = \frac{۱۲(\alpha^۲ - ۳)}{\alpha^۴} \Rightarrow ۹ - \alpha^۲ = \alpha^۲ - ۳ \Rightarrow ۲\alpha^۲ = ۱۲ \Rightarrow \alpha = \sqrt{۶}$$

$$\Rightarrow \text{معادلهٔ خط مماس} : y - \sqrt{۶} = (x - \sqrt{۶}) \Rightarrow y = x \Rightarrow \text{عرض از مبدأ} = ۰$$

۲۴ گزینه ۴

این تابع در xهای صحیح $(x \neq ۰)$، فقط از راست پیوسته است؛ زیرا: $(a \in \mathbb{Z})$

$$\lim_{x \to a^+} f(x) = f(a) = a^۲$$

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = a^۲ - a$$

بنابراین در اعداد صحیح بازهٔ $(-۲, ۲)$ (غیر از صفر) ناپیوسته و مشتق‌ناپذیر است. اما در $x = ۰$ نیز مشتق‌ناپذیر است؛ زیرا:

$$f'_+(۰) = \lim_{x \to ۰^+} \frac{x[x]}{x} = ۰ \neq f'_-(۰) = \lim_{x \to ۰^-} \frac{x[x]}{x} = -۱$$

در ابتدا و انتهای بازه یعنی $x = -۲, x = ۲$ نیز مشتق‌ناپذیر است. بنابراین تابع در نقاط $-۲، -۱، ۰، ۱$ و ۲ مشتق‌ناپذیر است.

۲۵ گزینه ۳

$$f(x) - g(x) = \frac{(x^۵ - \sin^۵(\frac{\pi}{\sqrt{۲}}x))(x^۵ + \sin^۵(\frac{\pi}{\sqrt{۲}}x))}{x^۵ + \sin^۵(\frac{\pi}{\sqrt{۲}}x)} = x^۵ - \sin^۵(\frac{\pi}{\sqrt{۲}}x)$$

$$(f(x) - g(x))' = ۵x^۴ - \frac{\pi}{\sqrt{۲}}\cos(\frac{\pi}{\sqrt{۲}}x)(۵)\sin^۴(\frac{\pi}{\sqrt{۲}}x) \Rightarrow f'(\sqrt{۲}) - g'(\sqrt{۲}) = ۵(\sqrt{۲})^۴ - ۰ = ۵(\sqrt{۲})^۴$$

۲۶ گزینه ۳

ابتدا سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $[۰, ۴]$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{f(۴) - f(۰)}{۴ - ۰} = \frac{۵(۴)^۲ - ۲۰(۴) + ۱۲ - ۱۲}{۴} = ۰$$

حال باید ببینیم سرعت لحظه‌ای در کدام لحظه برابر با صفر است:

$$f'(t) = ۰ \Rightarrow ۱۰t - ۲۰ = ۰ \Rightarrow t = ۲s$$

۲۷ گزینه ۳

گام اول

$f'_+(1)$ یعنی مشتق راست تابع $f(x)$ در نقطهٔ $x=1$ و $f'_-(1)$ یعنی مشتق چپ تابع $f(x)$ در نقطهٔ $x=1$.

گام دوم

برای تعیین مشتق راست و چپ تابع در نقطهٔ $x=1$، ابتدا باید تکلیف قدر مطلق را روشن کنیم. ضابطهٔ تابع و مشتق آن را به ازای $x>1$ و $x<1$ تعیین می‌کنیم.

$$\begin{cases} x>1 \Rightarrow x-1>0 \Rightarrow |x-1|=x-1 \\ x<1 \Rightarrow x-1<0 \Rightarrow |x-1|=-x+1 \end{cases}$$

می‌دانیم $x\sqrt{x}=x^{\frac{3}{2}}$ پس:

$$\Rightarrow f(x)=\begin{cases} x^{\frac{3}{2}}+x-1 & ;x>1 \\ x^{\frac{3}{2}}-x+1 & ;x<1 \end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases} \frac{3}{2}\sqrt{x}+1 & ;x>1 \\ \frac{3}{2}\sqrt{x}-1 & ;x<1 \end{cases}$$

با جایگذاری $x=1$ در ضابطه‌های بالا و پایین تابع $f'(x)$، مقدار $f'_+(1)$ و $f'_-(1)$ را به دست می‌آوریم:

$$f'_+(1)=\frac{3}{2}\sqrt{1}+1=\frac{3}{2}+1=\frac{5}{2}$$

$$f'_-(1)=\frac{3}{2}\sqrt{1}-1=\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$$

بنابراین:

$$f'_+(1)+3f'_-(1)=\frac{5}{2}+\frac{3}{2}=\frac{8}{2}=4$$

۲۸ گزینه ۱

گام اول

الف) اگر u و v دو تابع برحسب x باشند و $y=\frac{u}{v}$، آنگاه داریم:

$$y'=\frac{u'v-v'u}{v^2}$$

ب) می‌دانیم $gof(x)=g(f(x))$ و $(gof)'(x)=g'(f(x))\cdot f'(x)$ است.

گام دوم

تابع $\frac{fof}{f^2}$ را مانند یک تابع کسری در نظر گرفته و مشتق آن را باتوجه‌به گام اول محاسبه می‌کنیم.

$$u=fof(x)=f(f(x))=\sin(\sin x) \quad \Rightarrow \quad u'=\cos x\cos(\sin x)$$

$$v=f^2=\sin^2 x \quad \Rightarrow \quad v'=2\sin x\cos x=\sin 2x$$

$$\Rightarrow \quad y'=\frac{(\cos x\cos(\sin x)\sin^2 x-\sin 2x(\sin(\sin x)))}{\sin^4 x}$$

$$\Rightarrow \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\cos\frac{\pi}{2}\cos 1\sin^2\frac{\pi}{2}-\sin\pi\sin 1}{\sin^4\frac{\pi}{2}}=\frac{0-0}{1}=0$$

۲۹ گزینه ۲

با میل کردن x به‌سمت ۳ مخرج کسر $\lim\limits_{x\to ۳}\dfrac{f(x)-۵}{x-۳}$ به‌سمت صفر میل می‌کند، اما موجود و متناهی بودن حاصل حد به این معنا است که صورت کسر هم به اجبار باید به‌سمت صفر میل کند؛ یعنی:

$$\lim_{x\to ۳} f(x)-۵=۰\Rightarrow \lim_{x\to ۳} f(x)=۵$$

باتوجه‌به پیوستگی f روی $\mathbb{R}$ می‌توان گفت:

$$\lim_{x\to ۳} f(x)=f(۳)=۵\Rightarrow \lim_{x\to ۳}\frac{f(x)-۵}{x-۳}=\lim_{x\to ۳}\frac{f(x)-f(۳)}{x-۳}=۴\Rightarrow f'(۳)=۴$$

نکته: می‌دانیم $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ در صورت وجود برابر با $f'(a)$ است.

اکنون معادلهٔ خط مماس بر تابع $y=g(x)$ در نقطه‌ای به طول ۳ را پیدا می‌کنیم. می‌دانیم معادلهٔ هر خط مماس به یک نقطه و شیب نیاز دارد. ازآنجایی‌که شیب خط مماس در نقطهٔ به طول ۳ برابر با مشتق تابع در این نقطه است، می‌توان نوشت:

$$\text{الف) } A(۳,g(۳))=\big(۳,f^{۲}(۳)\big)=(۳,۲۵)$$

$$\text{ب) } m_{\text{مماس}}=g'(۳)=\lim_{x\to ۳}\frac{g(x)-g(۳)}{x-۳}=\lim_{x\to ۳}\frac{f^{۲}(x)-۲۵}{x-۳}$$

$$=\lim_{x\to ۳}\frac{f(x)-۵}{x-۳}\times(f(x)+۵)=\lim_{x\to ۳}\frac{f(x)-f(۳)}{x-۳}\times\lim_{x\to ۳}(f(x)+۵)$$

$$=f'(۳)\times(۱۰)=۴۰$$

بنابراین معادلهٔ خط مماس به شکل زیر خواهد بود:

$$y-۲۵=۴۰(x-۳)\Rightarrow y=۴۰x-۹۵$$

۳۰ گزینه ۱

باتوجه‌به اینکه تابع پیوسته است، پس:

$$y'_{+}(۰)=[(x-۰)\sin x]'\big|_{x=۰}=۰$$

$$y'_{-}(۰)=[(x+۱)\sin x]'_{x=۰}=\cos x(x+۱)|_{x=۰}=۱$$

آمار و احتمال

۳۱ گزینه ۳

دستهٔ وسط، دستهٔ پنجم است. اگر فراوانی آن را با $f_۵$ و کل داده‌ها را با N نشان دهیم، بنا بر فرض مسئله:

$$\frac{f_۵}{N}=۰/۴\Rightarrow\frac{f_۵}{۲۱۵}=۰/۴\Rightarrow f_۵=۸۶$$

ازطرفی دیگر ۸ داده هم در دستهٔ چهارم قرار دارد. پس در کل $۲۱۵-(۸۶+۸)=۱۲۱$ داده می‌ماند. یعنی سهم دستهٔ ششم باید کوچک‌تر یا مساوی ۱۲۱ باشد. پس در بین فراوانی‌های گزینه‌ها، فقط ۱۱۹ می‌تواند فراوانی دستهٔ ششم باشد.

۳۲ گزینه ۲

$$\text{مجموع ۷ داده}=۷\times ۱۶=۱۱۲$$

$$\text{مجموع ۵ دادهٔ جدید}=۱۱۲-۱۵-۱۲=۸۵$$

$$\overline{x}_{\text{جدید}}=\frac{\text{مجموع ۵ دادهٔ جدید}}{۵}=\frac{۸۵}{۵}=۱۷$$

۳۳ گزینه ۴

ابتدا میانگین نمرات را حساب می‌کنیم:

$$\bar{x}=\frac{۶\times ۱۰+۹\times ۱۲+۱۰\times ۱۴+۱۲\times ۱۵+۸\times ۱۶+۵\times ۱۸}{۵۰}=\frac{۷۰۶}{۵۰}=۱۴/۱۲$$

میانهٔ داده‌ها برابر است با میانگین دو دادهٔ وسط، یعنی داده‌های ۲۵ ام و ۲۶ ام.

$$Q_۲=\frac{۱۴+۱۵}{۲}=۱۴/۵\Rightarrow Q_۲-\bar{x}=۱۴/۵-۱۴/۱۲=۰/۳۸$$

۳۴ گزینه ۳

ده دادهٔ اول را $x_1 , x_2 , \dots , x_{10}$ و بیست دادهٔ دوم را $y_1 , y_2 , \dots , y_{20}$ می‌نامیم. باتوجه‌به رابطهٔ محاسبهٔ انحراف معیار داریم: (میانگین گروه اول را $2p$ و میانگین گروه دوم را p در نظر می‌گیریم)

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2}{10} - (2p)^2} \Rightarrow 2\sqrt{3} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2}{10} - 4p^2} \Rightarrow 12 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2}{10} - 4p^2$$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 = 10(12 + 4p^2) = 120 + 40p^2$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_{20}^2}{20} - p^2} \Rightarrow 3 = \sqrt{\frac{y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_{20}^2}{20} - p^2} \Rightarrow 9 = \frac{y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_{20}^2}{20} - p^2$$

$$\Rightarrow y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_{20}^2 = 20(9 + p^2) = 180 + 20p^2$$

برای محاسبهٔ واریانس سی دادهٔ فوق، باید جمع مجذورات همهٔ داده‌ها را به دست آوریم و از رابطهٔ محاسبهٔ واریانس استفاده کنیم. بدیهی است که مقدار میانگین برای سی داده، $\frac{40p}{30} = \frac{4p}{3}$ می‌باشد:

$$\sigma_3^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 + y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_{20}^2}{30} - (\frac{4p}{3})^2 \Rightarrow \sigma_3^2 = \frac{(120 + 40p^2) + (180 + 20p^2)}{30} - (\frac{4p}{3})^2$$

$$\Rightarrow \sigma_3^2 = \frac{300 + 60p^2}{30} - \frac{16p^2}{9} = 10 + 2p^2 - \frac{16p^2}{9} = 10 + \frac{2p^2}{9}$$

۳۵ گزینه ۴

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم، سپس دادهٔ وسط را به عنوان میانه انتخاب می‌کنیم.

$$1/2 , 1/2 , 1/5 , 2 , 2/8 , 3/01 , 3/7 , 4/6 , 5$$

تعداد داده‌ها ۹تا است و میانه دادهٔ پنجم خواهد بود، یعنی $2/8$.

۳۶ گزینه ۲

در گروه اول $\overline{x_1} = 60$ و $\sigma_1 = 6$ و در گروه دوم $\overline{x_2} = 70$ و $\sigma_2 = 5$ است.
ضریب تغییرات هر دو گروه را محاسبه می‌کنیم:

$$CV_1 = \frac{\sigma_1}{\overline{x_1}} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10}$$
$$CV_2 = \frac{\sigma_2}{\overline{x_2}} = \frac{5}{70} = \frac{1}{14}$$
$$\frac{1}{14} < \frac{1}{10} \Rightarrow CV_2 < CV_1 \Rightarrow$$ گروه دوم عملکرد بهتری داشته است : به دلیل اینکه

۳۷ گزینه ۳

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$\underbrace{8, 10, 12, 13}, \underset{\text{میانه}}{\underset{\downarrow}{15}}, \underbrace{17, 18, 20, 22}$$

پس از مرتب کردن داده‌ها، مقداری که تعداد داده‌های بعد از آن با تعداد داده‌های قبل از آن برابر است، "میانه" می‌باشد.

$$\text{بعد از حذف میانه} = 15 \Rightarrow 8 , 10 , 12 , 13 , 17 , 18 , 20 , 22$$

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{8 + 10 + 12 + 13 + 17 + 18 + 20 + 22}{8} = \frac{120}{8} = 15$$

۳۸ گزینه ۴

نکته: واریانس داده‌ها را می‌توان از رابطهٔ $\sigma^2 = \frac{\Sigma x_i^2}{n} - (\frac{\Sigma x_i}{n})^2$ به دست آورد.
اگر طول اضلاع مربع‌ها را x_i درنظر بگیریم، باتوجه‌به فرض سؤال داریم:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0/2 \xrightarrow{\bar{x}=15} \sigma = 15 \times 0/2 = 3 \Rightarrow 9 = \frac{\Sigma x_i^2}{n} - 15^2 \Rightarrow \frac{\Sigma x_i^2}{n} = 234$$

ازآنجاکه مساحت مربع‌ها به‌صورت x_i^2 است، پس میانگین مساحت مربع‌ها برابر ۲۳۴ است.

۳۹ گزینه ۲

زاویهٔ موردنظر برابر است با: $۳۶۰^\circ \times$ فراوانی نسبی

مرکز دستهٔ موردنظر $۲۶/۵$ و درصد فراوانی نسبی آن x است.

$$x = ۱۰۰ - (۱۷ + ۲۰/۵ + ۲۲ + ۱۸) = ۲۲/۵$$

$$\text{زاویهٔ موردنظر} = \frac{۲۲/۵}{۱۰۰} \times ۳۶۰^\circ = ۸۱^\circ$$

۴۰ گزینه ۱

مُد، مقداری از متغیر است که بیشترین فراوانی را دارد. مد یکی از معیارهای گرایش به مرکز است. در این مسئله داده‌ای که بیشترین فراوانی و تکرار را دارد، ۱۴ می‌باشد.

۴۱ گزینه ۱

برای دامنهٔ تغییرات دو حالت وجود خواهد داشت.

حالت اول) a کوچک‌ترین داده و ۱۳ بزرگ‌ترین داده باشد؛ پس $a = ۱۳ - ۱۰ = ۳$ است. در این حالت واریانس را محاسبه می‌کنیم:

$$\overline{x} = \frac{۵ + ۱۲ + ۳ + ۸ + ۱۰ + ۱۳}{۶} = ۸/۵$$

$$\sigma^۲ = \frac{(۵ - ۸/۵)^۲ + (۱۲ - ۸/۵)^۲ + (۳ - ۸/۵)^۲ + (۸ - ۸/۵)^۲ + (۱۰ - ۸/۵)^۲ + (۱۳ - ۸/۵)^۲}{۶}$$

$$\Rightarrow \sigma^۲ = \frac{۷۷/۵}{۶} \Rightarrow \sigma^۲ \simeq ۱۲/۹۲$$

حالت دوم) a بزرگ‌ترین داده و ۵ کوچک‌ترین داده باشد؛ پس $a = ۱۰ + ۵ = ۱۵$ است. در این حالت نیز داریم:

$$\overline{x} = \frac{۵ + ۱۲ + ۱۵ + ۸ + ۱۰ + ۱۳}{۶} = ۱۰/۵$$

$$\sigma^۲ = \frac{(۵ - ۱۰/۵)^۲ + (۱۲ - ۱۰/۵)^۲ + (۱۵ - ۱۰/۵)^۲ + (۸ - ۱۰/۵)^۲ + (۱۰ - ۱۰/۵)^۲ + (۱۳ - ۱۰/۵)^۲}{۶}$$

$$\Rightarrow \sigma^۲ = \frac{۶۵/۵}{۶} \Rightarrow \sigma^۲ \simeq ۱۰/۹۲$$

بنابراین گزینهٔ "۱" درست است.

۴۲ گزینه ۱

$$\text{فراوانی نسبی دستهٔ وسط قبل از اضافه شدن} = \frac{۶}{۳ + ۴ + ۶ + ۵ + ۴} = \frac{۶}{۲۲} = \frac{۳}{۱۱}$$

$$\text{فراوانی نسبی دستهٔ وسط بعد از اضافه شدن دانش‌آموز جدید} = \frac{۶ + ۱}{۲۲ + ۱} = \frac{۷}{۲۳}$$

$$\text{تفاضل فراوانی نسبی} = \frac{۷}{۲۳} - \frac{۳}{۱۱} = \frac{۸}{۲۵۳}$$

یعنی فراوانی نسبی $\frac{۸}{۲۵۳}$ واحد اضافه می‌شود.

۴۳ گزینه ۱

می‌دانیم که اگر n داده یک دنبالهٔ حسابی با قدر نسبت d بسازند، آنگاه واریانس از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$\sigma^۲ = \frac{d^۲}{۱۲}(n^۲ - ۱)$$

$$\begin{cases} ۱, ۳, ۵, \ldots, ۹۹ \Rightarrow \text{تعداد داده‌ها} = \frac{۹۹ - ۱}{۲} + ۱ = ۵۰ \\ n = ۵۰,\ d = ۲ \end{cases}$$

داده‌ها یک دنبالهٔ حسابی با ۵۰ جمله و قدر نسبت ۲ می‌سازند، بنابراین:

$$\sigma^۲ = \frac{d^۲}{۱۲}(n^۲ - ۱) = \frac{۴}{۱۲}(۵۰^۲ - ۱) = \frac{۲۴۹۹}{۳} = ۸۳۳$$

www.alirezaafshar.org

۴۴ گزینه ۲

فراوانی	مرکز دسته	حدود دسته
۸	۱۰	$[9, 11)$
۱۱	۱۲	$[11, 13)$
۱۶	۱۴	$[13, 15)$
۱۴	۱۶	$[15, 17)$
۱۱	۱۸	$[17, 19]$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{۸ \times ۱۰ + ۱۱ \times ۱۲ + ۱۶ \times ۱۴ + ۱۴ \times ۱۶ + ۱۱ \times ۱۸}{۸ + ۱۱ + ۱۶ + ۱۴ + ۱۱} = \frac{۸۵۸}{۶۰} = ۱۴/۳$$

۴۵ گزینه ۱

$$\bar{x} = \frac{۶ + ۹ + ۶ + ۱۲ + ۹ + ۱۲}{۶} = \frac{۵۴}{۶} = ۹$$

$$\delta^۲ = \frac{۳^۲ + ۰^۲ + ۳^۲ + ۳^۲ + ۰^۲ + ۳^۲}{۶} = \frac{۳۶}{۶} = ۶ \Rightarrow \delta = \sqrt{۶}$$

$$CV = \frac{\delta}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{۶}}{۹} \simeq ۰/۲۷$$

ریاضیات گسسته

۴۶ گزینه ۱

اگر شروع به پر کردن خانه‌ها کنید، مشاهده می‌کنید که به‌صورت یکتا این کار صورت می‌گیرد.

۳	۲	۱
۲	۱	۳
۱	۳	۲

۴۷ گزینه ۳

$$k + ۱ = ۴ \Rightarrow k = ۳$$

$$n = \text{تعداد لانه‌ها} = ۷ \times ۴ = ۲۸$$

$$\text{حداقل افراد} = nk + ۱ = ۲۸ \times ۳ + ۱ = ۸۵$$

۴۸ گزینه ۳

ابتدا توجه می‌کنیم حاصل‌جمع ۳ عدد در صورتی ۱۰ می‌شود که دوتا ۴ و یک ۲ یا دوتا ۳ و یک ۴ داشته باشیم. همچنین قرار است هیچ دو تایی از یک سطر انتخاب نشوند. بنابراین تعداد حالات مطلوب عبارت‌اند از:

$$\binom{۴}{۲} \times \binom{۲}{۱} + \binom{۴}{۲} \times \binom{۲}{۱} = ۱۲ + ۱۲ = ۲۴$$

تعداد کل حالات هم که برابر است با:

$$\underset{\substack{\downarrow \\ \text{انتخاب} \\ \text{۳سطر از ۴ سطر}}}{\binom{۴}{۳}} \times \underset{\substack{\downarrow \\ \text{انتخاب} \\ \text{یک خانه}}}{۴^۳} = ۴^۴ = ۲^۸ = ۲۵۶$$

درنتیجه احتمال برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲۴}{۲۵۶} = \frac{۳}{۳۲}$$

۴۹ گزینه ۲

در گزینهٔ ۱ در ستون سوم دو بار عدد یک آمده و در گزینهٔ (۳) در ستون دوم دو تا یک دارد و در ستون سوم نیز دو بار سه آمده است. در گزینهٔ (۴) نیز در ستون اول دو بار ۳ آمده، پس جواب گزینهٔ (۲) است که در هیچ سطر یا ستونی عدد تکراری نیست.

۵۰ گزینه ۴

۶ جفت مهره وجود دارد و قرار است در یک ظرف مستطیلی‌شکل هر جفت روبه‌روی هم قرار گیرند، طبق اصل شمارش این عمل به $۶!$ حالت امکان‌پذیر است. ازطرفی برای جابه‌جایی مهره‌های همرنگ مقابل هم ۲ حالت وجود دارد، پس در کل $۲^۶$ حالت برای ۶ جفت مهره وجود دارد. درنتیجه جواب نهایی برابر است با:

$$۲^۶ \times ۶!$$

۵۱ گزینه ۴

$$\binom{۷}{۴}\binom{۴}{۲}+\binom{۷}{۵}\binom{۴}{۱}+\binom{۷}{۶}\binom{۴}{۰}=۲۱۰+۸۴+۷=۳۰۱$$

۵۲ گزینه ۲

باتوجه‌به تعریف مربع لاتین و اعداد داده‌شده خواهیم داشت:

بهترین راه برای به دست آوردن اعداد مجهول این است که ابتدا x، به دنبال آن z، در ادامه y و بقیهٔ پارامترها تعیین شوند.

$x=۳$	۱	۲
$y=۱$	$z=۲$	۳
$a=۲$	$b=۳$	$c=۱$

$a+z=۴$

۵۳ گزینه ۱

$$\begin{matrix} f(a) & f(b) & f(c) \\ ۱ & ۴ & ۵ \end{matrix} \Rightarrow ۱\times۴\times۵=۲۰$$

همهٔ توابع دارای $(a,۳)$ هستند، پس $f(a)$ فقط یک حالت دارد و همهٔ توابع $(b,۱)$ را ندارند یعنی می‌توانند $(b,۲)$ یا $(b,۳)$ یا $(b,۴)$ یا $(b,۵)$ داشته باشند، پس $f(b)$ دارای ۴ حالت است. از طرفی $f(c)$ محدودیتی ندارد و ۵ حالت ممکن را دارد.

۵۴ گزینه ۳

برای پاسخ به این مسئله، کافی است که تعداد توابع پوشا از مجموعهٔ چهارعضوی به مجموعهٔ سه‌عضوی را بیابیم.

تعداد توابع پوشا از یک مجموعهٔ mعضوی به یک مجموعهٔ سه‌عضوی، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید $(m \geq ۳)$:

$$۳^m-(۳\times۲^m-۳)$$

پس داریم:

$$m=۴ \Rightarrow ۳^۴-(۳\times۲^۴-۳)=۸۱-(۴۸-۳)=۳۶$$

۵۵ گزینه ۲

برای یافتن تعداد اعداد سه‌رقمی که هریک از رقم‌های ۳ و ۶ حداقل یک‌بار در آن‌ها ظاهر شده‌اند، می‌توان تعداد اعداد سه‌رقمی که فاقد رقم ۳ هستند و تعداد اعداد سه‌رقمی که فاقد رقم ۶ هستند را یافته و از تعداد کل اعداد سه‌رقمی کم کنیم.

اعداد سه‌رقمی فاقد رقم ۳ را مجموعهٔ A و اعداد سه‌رقمی فاقد رقم ۶ را مجموعهٔ B می‌نامیم. داریم:

$$|S|=۹۰۰$$

$$|A|=\underbrace{۸}_{\text{۰ و ۳ نباشد}}\times\underbrace{۹}_{\text{۳ نباشد}}\times\underbrace{۹}_{\text{۳ نباشد}}=۶۴۸$$

$$|B|=\underbrace{۸}_{\text{۰ و ۶ نباشد}}\times\underbrace{۹}_{\text{۶ نباشد}}\times\underbrace{۹}_{\text{۶ نباشد}}=۶۴۸$$

$$|A\cap B|=\underbrace{۷}_{\text{۰ و ۳ و ۶ نباشد}}\times\underbrace{۸}_{\text{۳ و ۶ نباشد}}\times\underbrace{۸}_{\text{۳ و ۶ نباشد}}=۴۴۸$$

اعداد سه‌رقمی که ارقام ۳ و ۶ حداقل یک‌بار ظاهر شده باشد همان اعضای مجموعهٔ $(A'\cap B')$ است، پس داریم:

$$(A'\cap B')=|(A\cup B)'|=|S|-|A\cup B|=|S|-(|A|+|B|-|A\cap B|)$$

$$=۹۰۰-(۶۴۸+۶۴۸-۴۴۸)=۹۰۰-۸۴۸=۵۲$$

۵۶ گزینه ۳

هریک از x_iها را به فرم $5^{m_i} \times 11^{n_i}$ در نظر می‌گیریم. می‌توان نوشت:

$$x_1 \times x_2 \times x_3 \times x_4 = 5^{m_1} \times 11^{n_1} \times 5^{m_2} \times 11^{n_2} \times 5^{m_3} \times 11^{n_3} \times 5^{m_4} \times 11^{n_4}$$

$$= 5^{m_1+m_2+m_3+m_4} \times 11^{n_1+n_2+n_3+n_4}$$

بنابراین تعداد جواب‌ها برابر تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی دستگاه زیر است:

$$\begin{cases} m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 1 \\ n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 3 \end{cases}$$

بنابراین تعداد جواب‌های معادلهٔ داده‌شده برابر است با:

$$\binom{4}{3} \times \binom{6}{3} = 4 \times 20 = 80$$

۵۷ گزینه ۲

بدترین شرایط ممکن این است که ۳ گوی سبز و ۳ گوی سفید و ۲ گوی قرمز برداریم که هنوز به شرایط موردنظر دست پیدا نکرده‌ایم اما اگر یک گوی دیگر برداریم این گوی یا سفید است یا قرمز که در این صورت یا بیش از ۳ گوی سفید در اختیار داریم و یا بیش از ۲ گوی قرمز، بنابراین حداقل باید ۹ گوی برداریم تا مطمئن باشیم بیش از ۳ گوی سفید یا بیش از دو گوی قرمز خارج شده است.

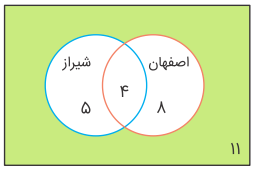
۵۸ گزینه ۱

قطعاً $f = 3$ و $d = 1$ است. حال معلوم است که $b = 2$ است و $c = 3$ و $e = 1$ و $a = 2$. پس جواب گزینهٔ ۱ است.

۲	۳	۱
۱	۲	۳
۳	۱	۲

۵۹ گزینه ۴

بهتر است از نمودار وِن استفاده کنیم:



بنابراین ۱۱ نفر به هیچ‌کدام از این دو شهر سفر نکرده‌اند.

۶۰ گزینه ۴

A: شهر رشت ایزوله باشد.

B: شهر تبریز ایزوله باشد.

C: شهر شیراز ایزوله باشد.

$$|A' \cap B' \cap C'| = |A \cup B \cup C|' = |S| - |A \cup B \cup C|$$
$$= |S| - (|A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|)$$
$$= 512 - (32 + 32 + 32 - 4 - 4 - 4 + 1) = 427$$

$|S|$: تعداد گراف‌های ۵ رأسی که یال TE (یال بین تهران و اصفهان) را داشته باشند.

$$|S| = 2^{\binom{P}{2}-1} = 2^{\binom{5}{2}-1} = 2^9 = 512$$

$$|A| = |B| = |C| = 2^{\binom{4}{2}-1} = 32$$

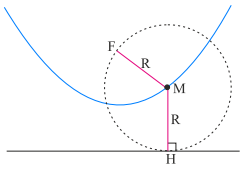
$$|A \cap B| = |A \cap C| = |B \cap C| = 2^{\binom{3}{2}-1} = 2^2 = 4$$

$$|A \cap B \cap C| = 2^{\binom{2}{2}-1} = 2^0 = 1$$

۶۱ گزینه ۴

نکته: همهٔ دایره‌هایی که مرکز آن‌ها روی سهمی باشد و از کانون سهمی بگذرند، بر خط هادی سهمی مماس‌اند.

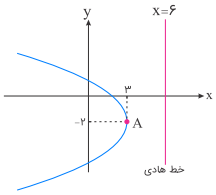
$$MF = MH = R \Rightarrow M \in \text{سهمی}$$



طبق نکتهٔ فوق، باید معادلهٔ خط هادی سهمی را بیابیم. برای این منظور ابتدا معادلهٔ سهمی را به فرم استاندارد تبدیل می‌کنیم:

$$y^۲ + ۴y = -۱۲x + ۳۲ \Rightarrow y^۲ + ۴y + ۴ = -۱۲x + ۳۲ + ۴$$
$$\Rightarrow (y+۲)^۲ = -۱۲(x-۳) \Rightarrow \begin{cases} A = (۳, -۲) \\ -۴a = -۱۲ \Rightarrow a = ۳ \end{cases}$$

سهمی افقی است و روبه‌چپ باز می‌شود.



برای یافتن معادلهٔ خط هادی باید از A سه واحد به‌سمت راست حرکت کنیم، پس داریم:

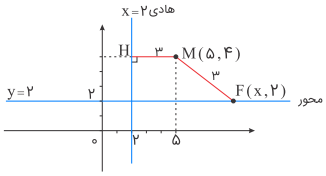
$$\text{خط هادی} : x = ۳ + ۳ = ۶$$

۶۲ گزینه ۳

اگر خط هادی سهمی موازی با محور xها باشد، آنگاه سهمی قائم است و سهمی قائم محور yها را فقط در یک نقطه قطع می‌کند، ولی سهمی قائم می‌تواند محور x را اصلاً قطع نکند یا بر آن مماس باشد. بنابراین فقط جملات "ب" و "پ" درست هستند.

۶۳ گزینه ۲

ابتدا شکل را رسم می‌کنیم. نقطهٔ $M(۵, ۴)$ روی سهمی قرار دارد، پس طبق تعریف سهمی داریم:



$$|MF| = |MH| \Rightarrow \sqrt{(x-۵)^۲ + (۲-۴)^۲} = ۳$$
$$\Rightarrow (x-۵)^۲ + ۴ = ۹ \Rightarrow (x-۵)^۲ = ۵$$
$$\Rightarrow x - ۵ = \pm\sqrt{۵} \Rightarrow \begin{cases} x = ۵ + \sqrt{۵} \\ x = ۵ - \sqrt{۵} \end{cases}$$

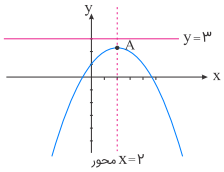
www.alirezaafshar.org

۶۴ گزینه ۳

ابتدا معادلهٔ سهمی را به فرم استاندارد تبدیل می‌کنیم:

$$x^۲ - ۴x = -۲y - m \Rightarrow x^۲ - ۴x + ۴ = -۲y - m + ۴$$

$$\Rightarrow (x-۲)^۲ = -۲(y + \frac{m-۴}{۲}) \Rightarrow \begin{cases} A = (۲, \frac{۴-m}{۲}) \\ -۴a = -۲ \Rightarrow a = \frac{۱}{۲} \end{cases}$$

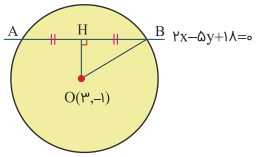


چون $x^۲$ داریم، سهمی قائم است. ازطرفی ضریب y در معادلهٔ استاندارد منفی است، پس دهانهٔ سهمی روبه‌پایین باز می‌شود. مطابق شکل برای یافتن معادلهٔ خط هادی کافی است از رأس سهمی به‌اندازهٔ $a = \frac{۱}{۲}$ به‌سمت بالا حرکت کنیم، پس داریم:

$$\begin{cases} y = \frac{۴-m}{۲} + \frac{۱}{۲} \\ y = ۳ \end{cases} \Rightarrow \frac{۵-m}{۲} = ۳ \Rightarrow ۵ - m = ۶ \Rightarrow m = -۱$$

۶۵ گزینه ۱

مرکز دایره را داریم، پس باید شعاع دایره را بیابیم. می‌دانیم اگر از مرکز دایره بر یک وتر عمود کنیم آن وتر را نصف می‌کند، پس داریم:



$$AH = HB = \frac{AB}{۲} = \frac{۶}{۲} = ۳$$

حال فاصلهٔ مرکز دایره از خط $۲x - ۵y + ۱۸ = ۰$ را محاسبه می‌کنیم:

$$OH = \frac{|۲ \times ۳ - ۵ \times (-۱) + ۱۸|}{\sqrt{۴ + ۲۵}} = \sqrt{۲۹}$$

اکنون در مثلث قائم‌الزاویهٔ OHB داریم:

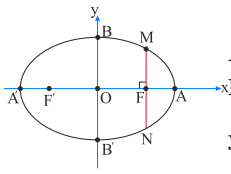
$$OB^۲ = OH^۲ + HB^۲ \Rightarrow R^۲ = (\sqrt{۲۹})^۲ + ۳^۲ = ۳۸ \Rightarrow R = \sqrt{۳۸}$$

۶۶ گزینه ۳

نکته: اگر مطابق شکل مرکز بیضی مبدأ مختصات و قطرهای AA' و BB' بر محورهای مختصات منطبق و F و F' کانون‌های بیضی باشند، خطی که در نقطهٔ F بر AA' عمود می‌شود بیضی را در نقاط M و N به مختصات زیر قطع می‌کند:

$$M = (c, \frac{b^۲}{a}), N = (c, \frac{-b^۲}{a})$$

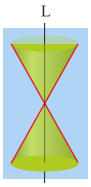
طبق نکتهٔ فوق داریم:



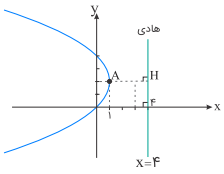
$$AA' = ۱۰ \Rightarrow ۲a = ۱۰ \Rightarrow a = ۵$$
$$BB' = ۶ \Rightarrow ۲b = ۶ \Rightarrow b = ۳$$
$$y_M = \frac{b^۲}{a} = \frac{۳^۲}{۵} = \frac{۹}{۵} = ۱/۸$$

۶۷ گزینه ۴

اگر صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی باشد، مقطع حاصل، دو خط متقاطع است.



۶۸ گزینه ۳



مطابق شکل سهمی افقی است و دهانهٔ آن روبه‌چپ باز می‌شود، پس داریم: $a = AH = ۳$

معادلهٔ سهمی : $(y-\beta)^۲ = -۴a(x-\alpha) \Rightarrow (y-۲)^۲ = -۱۲(x-۱)$

حال مختصات گزینه‌ها را در معادلهٔ سهمی قرار می‌دهیم. تنها مختصات گزینهٔ ۳ در معادله صدق می‌کند. زیرا:

$$(-۴-۲)^۲ = -۱۲(-۲-۱) \Rightarrow ۳۶ = ۳۶$$

۶۹ گزینه ۳

ابتدا معادلهٔ دایره را می‌نویسیم:

$$(x-۱)^۲ + (y+۲)^۲ = ۵$$

برای یافتن نقاط برخورد دایره با محور xها، در معادلهٔ دایره به‌جای y عدد صفر را قرار می‌دهیم:

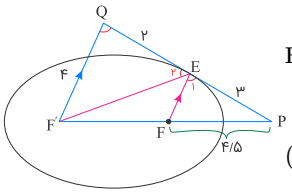
$$(x-۱)^۲ + (۰+۲)^۲ = ۵ \Rightarrow (x-۱)^۲ = ۱ \Rightarrow x-۱ = \pm ۱ \Rightarrow x = ۰, ۲$$

۷۰ گزینه ۳

$$AA' = ۳BB' \Rightarrow ۲a = ۳(۲b) \Rightarrow a = ۳b$$
$$e = \sqrt{۱ - \frac{b^۲}{a^۲}} = \sqrt{۱ - \frac{b^۲}{(۳b)^۲}} = \sqrt{۱ - \frac{۱}{۹}} = \frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$$

۷۱ گزینه ۱

ازآنجاکه PQ در نقطهٔ E بر بیضی مماس است، طبق خاصیت بازتابندگی در بیضی داریم:



$$\hat{E}_۱ = \hat{E}_۲ \quad (I)$$

از طرفی طبق قضیهٔ خط‌های موازی و مورب داریم:

$$(EF \,||\, QF' \text{ مورب } PQ) \Rightarrow \hat{E}_۱ = \hat{Q} \quad (II)$$
$$(I), (II) \Rightarrow \hat{E}_۲ = \hat{Q} \Rightarrow F'E = F'Q = ۴$$

حال طبق قضیهٔ تالس خواهیم داشت:

$$EF \,||\, QF' \Rightarrow \frac{EF}{QF'} = \frac{EP}{PQ} = \frac{FP}{PF'}$$
$$\Rightarrow \frac{EF}{۴} = \frac{۳}{۵} = \frac{۴/۵}{FF' + ۴/۵} \Rightarrow \begin{cases} EF = \frac{۱۲}{۵} = \frac{۲۴}{۱۰} = ۲/۴ \\ FF' = ۳ \end{cases}$$

بنابراین محیط مثلث EFF' به‌صورت زیر است:

$$\overset{\Delta}{EFF'} \text{ محیط} = EF + EF' + FF' = ۲/۴ + ۴ + ۳ = ۹/۴$$

۷۲ گزینه ۲

برای یافتن نقاط برخورد دایره و سهمی، مقدار $x^۲$ را از سهمی به دست آورده و در معادلهٔ دایره جایگزین می‌کنیم، پس داریم:

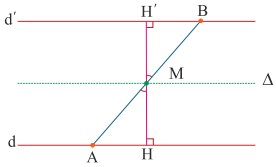
$$x^۲+۴=۴y \Rightarrow x^۲=۴y-۴ \Rightarrow (۴y-۴)+(y-۲)^۲=۹$$
$$\Rightarrow ۴y-۴+y^۲-۴y+۴=۹ \Rightarrow y^۲=۹ \Rightarrow y=\pm ۳$$

حال مقادیر y را در معادلهٔ سهمی قرار می‌دهیم تا مقادیر x به دست آیند:

$$x^۲=۴y-۴ \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{y=۳} x^۲=۱۲-۴ \Rightarrow x=\pm ۲\sqrt{۲} \Rightarrow \begin{cases} (۲\sqrt{۲},۳) \\ (-۲\sqrt{۲},۳) \end{cases} \\ \xrightarrow{y=-۳} x^۲=-۱۲-۴ \Rightarrow x^۲=-۱۶ \quad \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

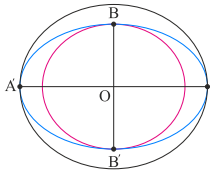
۷۳ گزینه ۱

طبق فرض نقطهٔ A روی d و نقطهٔ B روی خط d' قرار دارند. اگر M وسط پاره‌خط AB باشد، از M بر دو خط d و d' عمودی رسم می‌کنیم. آنگاه دو مثلث MAH و MBH' به حالت تساوی وتر و یک زاویهٔ حاده همنهشت‌اند؛ پس $MH=MH'$؛ یعنی نقطهٔ M از دو خط d و d' به یک‌فاصله است. می‌دانیم مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو خط موازی d و d' به یک‌فاصله باشند، خطی به‌موازات آن‌ها و وسط آن‌ها است؛ پس جواب مسئله یک خط است (خط Δ).



۷۴ گزینه ۳

مطابق شکل قطر بزرگ بیضی برابر با قطر دایرهٔ بزرگ‌تر و قطر کوچک بیضی برابر با قطر دایرهٔ کوچک‌تر است؛ پس داریم:



$$x^۲+y^۲+۴x-۲y+۴=۰ \Rightarrow O(-۲,۱), R=\sqrt{\frac{۱۶+۴-۱۶}{۴}}=۱$$
$$x^۲+y^۲+۴x-۲y+۱=۰ \Rightarrow O'(-۲,۱), R'=\sqrt{\frac{۱۶+۴-۴}{۴}}=۲$$
$$AA'=۲R' \Rightarrow ۲a=۴ \Rightarrow a=۲$$
$$BB'=۲R \Rightarrow ۲b=۲ \Rightarrow b=۱$$
$$a^۲=b^۲+c^۲ \Rightarrow ۴=۱+c^۲ \Rightarrow c=\sqrt{۳} \Rightarrow FF'=۲c=۲\sqrt{۳}$$

۷۵ گزینه ۴

فرض کنیم $C: x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$. می‌دانیم اگر معادلهٔ دو دایره را از هم کم کنیم، معادلهٔ وتر مشترک آن‌ها (یا مضربی از آن) به دست می‌آید. حال داریم:

$$\left.\begin{matrix} C: x^۲+y^۲+ax+by+c=۰ \\ C': x^۲+y^۲=۱۷ \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{از هم کم می‌کنیم}} \text{وتر مشترک}: ax+by=-c-۱۷$$

پس خط فوق باید بر خط $۲x-y=۳$ منطبق باشد، بنابراین:

$$\frac{a}{۲}=\frac{b}{-۱}=\frac{-c-۱۷}{۳} \xrightarrow{\text{کسرها را برابر k فرض می‌کنیم}} \begin{cases} a=۲k \\ b=-k \\ c=-۳k-۱۷ \end{cases} \quad (*)$$

چون نقطهٔ $(-۱,۶)$ روی دایرهٔ C قرار دارد، نتیجه می‌گیریم:

$$۶^۲+(-۱)^۲+۶a-b+c=۰ \Rightarrow ۶a-b+c=-۳۷$$
$$\xrightarrow{(*)} ۱۲k+k-۳k-۱۷=-۳۷ \Rightarrow ۱۰k=-۲۰$$
$$\Rightarrow k=-۲ \Rightarrow a=-۴ \ , \ b=۲ \ , \ c=-۱۱$$
$$\Rightarrow C: x^۲+y^۲-۴x+۲y-۱۱=۰$$
$$\Rightarrow R=\frac{\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}}{۲}=\frac{\sqrt{۱۶+۴+۴۴}}{۲}=۴$$

۷۶ گزینه ۲

نیروهای F، f_k و وزن بر روی جسم کار انجام می‌دهند. از قضیهٔ کار و انرژی کار نیروی اصطکاک را محاسبه می‌کنیم:

$$W_f + W_F + W_{mg} = \Delta K$$
$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow W_f + F\,d - \underbrace{\Delta U}_{mgh} = \underbrace{\Delta K}_{\frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)} \\ \sin 30^\circ = \dfrac{h}{d} \Rightarrow d = 4\,m \end{array}\right\} \Rightarrow W_f + 40 \times 4 - 2 \times 10 \times 2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2$$
$$\Rightarrow W_f = -160 + 25 + 40 = -95\,J$$

۷۷ گزینه ۴

$$K_A = K_B \Rightarrow \frac{1}{2}m_A v_A^2 = \frac{1}{2}m_B v_B^2 \Rightarrow \frac{v_B^2}{v_A^2} = \frac{m_A}{m_B} = 4 \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \pm 2$$

همان‌طور که در شکل مشخص است، سرعت جسم‌ها در خلاف جهت یکدیگر است. پس $\frac{v_B}{v_A} = -2$.

۷۸ گزینه ۳

$$f_k = \frac{1}{4}mg$$

مسافت طی‌شده روی سطح شیب‌دار ۲ برابر ارتفاع B از زمین است.

$$\frac{h}{d} = \sin 30^\circ \Rightarrow h = \frac{1}{2}d \Rightarrow d = 2h$$

در بالا رفتن: $(U_B + K_B) - (U_A + K_A) = W_{f_k}$

$$\Rightarrow mgh - \frac{1}{2}mv^2 = -f_k \times d \Rightarrow mgh - \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{4}mg \times 2h$$
$$\Rightarrow \frac{3}{2}mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 3gh = v^2 \Rightarrow 3 \times 10 \times h = 36 \Rightarrow h = 1/2\,m$$

در برگشت: $(U_A + K_A) - (U_B + K_B) = W_{f_k}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - mgh = -f_k \times d$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - mgh = -\frac{1}{4}mg \times 2h \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - mgh = -\frac{1}{2}mgh$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mgh \Rightarrow v^2 = 10 \times 1/2 = 12 \Rightarrow v = 2\sqrt{3}$$

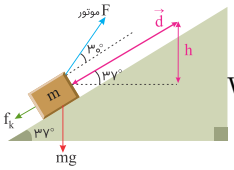
۷۹ گزینه ۲

بیشینهٔ کار یک نیرو هنگامی ایجاد می‌شود که نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت باشند، یعنی:

$$W = F\,d\cos\theta$$
$$\theta = 0 \Rightarrow \cos 0 = +1 \Rightarrow W_{max} = F\,d \times (+1) = 100$$
$$\Rightarrow F\,d = 100\,J$$
$$W' = F\,d\cos 60^\circ = 100 \times \frac{1}{2} = 50\,J$$

۸۰ گزینه ۴

ابتدا کار انجام شده توسط موتور را توسط قضیهٔ کار و انرژی جنبشی به دست می‌آوریم. سه نیروی وزن، اصطکاک و نیروی موتور روی جسم کار انجام می‌دهند؛ بنابراین:



$$W_{\text{موتور}} + W_{\text{اصطکاک}} + W_{mg} = K_۲ - K_۱$$
$$\xrightarrow{K_۲=K_۱} W_{\text{موتور}} + (f_k.d.\cos ۱۸۰^\circ) + (-mgh) = ۰$$
$$\xrightarrow{h=d\sin ۳۷^\circ} W_{\text{موتور}} + (-۱۰d) + (-۴۰(d\sin ۳۷^\circ)) = ۰$$
$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = ۱۰d + ۲۴d = ۳۴d$$

توان مفید موتور را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{t} = \frac{۳۴d}{t} \xrightarrow{\frac{d}{t}=V=۴\,m/s} P_{\text{مفید}} = ۳۴ \times ۴ = ۱۳۶\,W$$

درنهایت با استفاده از بازده، توان مصرفی موتور را به دست می‌آوریم:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مصرفی}}} \Rightarrow \frac{۴۰}{۱۰۰} = \frac{۱۳۶}{P_{\text{مصرفی}}} \Rightarrow P_{\text{مصرفی}} = ۳۴۰\,W$$

۸۱ گزینه ۱

$$v' = v - \frac{۲۰}{۱۰۰}v = \frac{۸۰}{۱۰۰}v$$
$$K' = \frac{۱}{۲}mv'^۲ \Rightarrow \frac{K'}{K} = (\frac{v'}{v})^۲ = (۰/۸)^۲ = ۰/۶۴$$
$$v'^۲ = ۰/۶۴v^۲ \Rightarrow K' = ۰/۶۴K \Rightarrow \Delta K = K' - K = ۰/۶۴K - K = -۰/۳۶K$$

۸۲ گزینه ۲

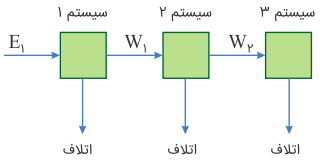
قضیه کار- انرژی : $W_t = \Delta k$

$$W_t = \frac{۱}{۲}m(V^۲ - V_۰^۲) = \frac{۱}{۲} \times ۰/۶(۰ - ۵^۲) = -۷/۵\,j$$

۸۳ گزینه ۲

$$P_{\text{الکتریکی}} = \frac{۸۴}{۱۰۰}P_{\text{انرژی پتانسیل}}$$
$$\Rightarrow P_{\text{الکتریکی}} = \frac{۸۴}{۱۰۰} \times (\frac{mgh}{t}) \Rightarrow P_{\text{الکتریکی}} = \frac{۸۴}{۱۰۰} \times (\frac{\rho V\, gh}{t})$$
$$\Rightarrow P_{\text{الکتریکی}} = \frac{۸۴}{۱۰۰} \times \frac{۱۰^۳ \times ۵ \times ۱۰^۴ \times ۱۰ \times ۱۲۰}{۶۰ \times ۶۰} = ۱۴ \times ۱۰^۶\,W \Rightarrow P = ۱۴\,MW$$

۸۴ گزینه ۲



$$\begin{cases} W_۱ = \frac{R_{a_۱}}{۱۰۰}E_۱ \\ W_۲ = \frac{\frac{R_{a_۱}}{۲}}{۱۰۰} \times \frac{R_{a_۱}}{۱۰۰}E_۱ \\ W_۳ = \frac{\frac{R_{a_۱}}{۲۲}}{۱۰۰} \times \frac{\frac{R_{a_۱}}{۲۱}}{۱۰۰} \times \frac{R_{a_۱}}{۱۰۰}E_۱ \end{cases} \cdots\cdots$$

$$\xrightarrow{\text{استقرا}} W_k = \frac{(R_{a_۱})^k}{(۱۰۰)^k} \times \frac{۱}{\frac{k(k-۱)}{۲}}E_۱ = (\frac{R_{a_۱}}{۱۰۰})^k \times \frac{۱}{\frac{k(k-۱)}{۲}}E_۱$$

راه آسان‌تر: اگر برایتان سخت است به‌صورت پارامتری، می‌توانید تا $W_۳$ را به‌صورت دستی حساب کنید و در همهٔ گزینه‌ها $k = ۳$ بگذارید ببینید کدام‌یک درست است.

www.alirezaafshar.org

۸۵ گزینه ۳

$E_۱ = E_۲$

$\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh = \frac{۱}{۲}mv_B^۲$

مبدأ سنجش ارتفاع را تپهٔ دوم در نظر می‌گیریم:

$v_۰^۲ + ۲gh = v_B^۲$

$۴۰۰ + ۲ \times ۱۰ \times ۲۵ = v_B^۲$

$v_B^۲ = ۹۰۰ \Rightarrow v_B = ۳۰ m/s$

۸۶ گزینه ۳

گام اول

الف) جسمی به جرم $۲kg$ را ← $m = ۲ kg$

ب) از پایین سطح شیب‌داری که با افق زاویهٔ ۳۰ درجه می‌سازد ← $\alpha = ۳۰$ درجه , $h_۰ = ۰$

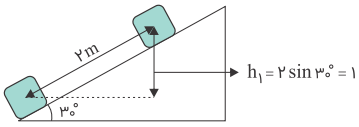
ج) با سرعت اولیهٔ $۵ m/s$ مماس با سطح روبه بالا پرتاب می‌کنیم ← $v_۰ = ۵ m/s$

د) جسم روی سطح به‌اندازهٔ $۲ m$ بالا می‌رود ← وقتی $۲ m$ بالا می‌رود آنگاه جسم متوقف می‌شود پس $v_۱ = ۰$

هـ) و سپس به همان نقطهٔ اول برمی‌گردد ← اندازهٔ کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت و در مسیر برگشت باهم برابر است.

و) کار نیروی اصطکاک در این مسیر رفت و برگشت چند ژول است؟ ← $W_{f\ \text{رفت و برگشت}} = ?$

گام دوم



با استفاده از قانون پایستگی انرژی، کار نیروی اصطکاک را در مسیر رفت به دست می‌آوریم:

$W_f = E_۱ - E_۰ = (\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱) - (\frac{۱}{۲}mv_۰^۲ + mgh_۰)$

$\xrightarrow{h_۱ = ۲ \times \sin ۳۰ = ۱ m} W_f = (۰ + ۲ \times ۱۰ \times ۱) - (\frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۵^۲ - ۰) \Rightarrow W_f = -۵ J$

ازآنجاکه کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت و برگشت را می‌خواهد، داریم:

$W_{f\ \text{رفت و برگشت}} = ۲ \times -۵ = -۱۰ J$

۸۷ گزینه ۱

ابتدا با استفاده از معادلهٔ پیوستگی، تندی خروج آب در قسمت B را به دست می‌آوریم:

$A_A v_A = A_B v_B \Rightarrow \pi(\frac{D_A}{۲})^۲ \times ۲ = \pi(\frac{D_B}{۲})^۲ v_B \Rightarrow ۲d_A^۲ = d_B^۲ \times v_B$

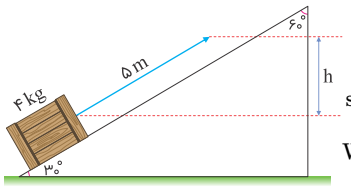
$\xrightarrow{d_B = \frac{۱}{۲}d_A} v_B = ۸ m/s$

با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی $۴ kg$ آب را به دست می‌آوریم:

$W = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times (۸^۲ - ۲^۲) = ۱۲۰ J$

۸۸ گزینه ۳

با توجه به شکل می‌توان نوشت:



$\sin ۳۰^\circ = \frac{h}{۵} \Rightarrow h = \frac{۵}{۲}m$

$W_{mg} = -mgh = -۴ \times ۱۰ \times \frac{۵}{۲} = -۱۰۰ J$

۸۹ گزینه ۱

از رابطهٔ $W = Fd$ استفاده می‌کنیم:

$$W = Fd = ۶۶ \times ۱۸ = ۱۱۸۸\,J$$

نکته: برای محاسبهٔ کار هر نیرو از رابطهٔ $W = Fd$ استفاده می‌کنیم و چون نیروی شخص به گاری را به ما داده و کار همین نیرو را هم از ما خواسته است، بود یا نبود اصطکاک، تأثیری در پاسخ ما ندارد. پس به سایر نیروها توجهی نمی‌کنیم.

۹۰ گزینه ۲

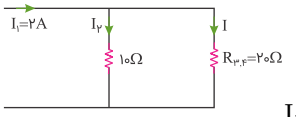
$$m = \rho V = ۱۰۰۰ \times ۰/۶ = ۶۰۰\,kg$$
$$W = mgh = ۶۰۰ \times ۱۰ \times ۲۰ = ۱۲۰۰۰۰ = ۱۲ \times ۱۰^۴\,J$$

$$P_{\text{مفید موتور}} = \frac{W}{t} = \frac{۱۲ \times ۱۰^۴}{۱} = ۱۲ \times ۱۰^۴\,W$$

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مصرفی}}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۸۰ = \frac{۱۲ \times ۱۰^۴}{P} \times ۱۰۰ \Rightarrow P$$
$$= ۱۲ \times ۱۰^۴ \times \frac{۵}{۴} = ۱۵ \times ۱۰^۴\,W = P = ۱۵۰\,kW$$

۹۱ گزینه ۴

گام اول: جریان عبوری از $R_۴$ را برابر با I می‌گیریم. در این صورت با تقسیم جریان و قاعدهٔ انشعاب، جریان عبوری از $R_۱$ را برحسب I به دست می‌آوریم.

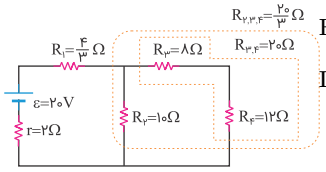


$$\frac{I_۲}{I} = \frac{R_۳ + R_۴}{R_۲} \Rightarrow \frac{I_۲}{I} = \frac{۸ + R_۴}{۱۰} \Rightarrow I_۲ = (\frac{۸ + R_۴}{۱۰})I$$
$$I_۱ = I_۲ + I = (\frac{۸ + R_۴}{۱۰})I + I = (\frac{۱۸ + R_۴}{۱۰})I$$

گام دوم: توان مقاومت $R_۴$ و $R_۱$ را با استفاده از $P = RI^۲$ به دست می‌آوریم و با یکدیگر برابر قرار می‌دهیم تا $R_۴$ به دست بیاید.

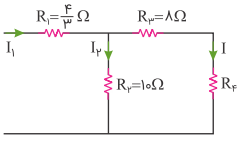
$$P_{R_۴} = P_{R_۱} \Rightarrow R_۴I^۲ = R_۱I_۱^۲ \xrightarrow{I_۱=(\frac{۸+R_۴}{۱۰})I} R_۴I^۲ = \frac{۴}{۳}(\frac{۱۸ + R_۴}{۱۰})^۲ I^۲$$
$$\Rightarrow ۳R_۴ = \frac{۴(۱۸^۲ + ۳۶R_۴ + R_۴^۲)}{۲۵} \Rightarrow ۷۵R_۴ = ۱۸^۲ + ۳۶R_۴ + R_۴^۲$$
$$\Rightarrow R_۴^۲ - ۳۹R_۴ + ۱۸^۲ = ۰ \Rightarrow R_۴ = ۱۲\,\Omega$$

گام سوم: جریان عبوری از باتری را به دست می‌آوریم:



$$R_{eq} = R_۱ + R_{۲۳۴} = \frac{۴}{۳} + \frac{۲۰}{۳} = \frac{۲۴}{۳} = ۸\,\Omega$$
$$I_{\text{باتری}} = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{۲۰}{۸ + ۲} = ۲\,A$$

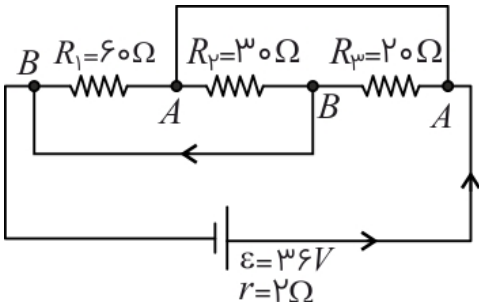
گام چهارم: جریان عبوری از $R_۲$ برابر است با:



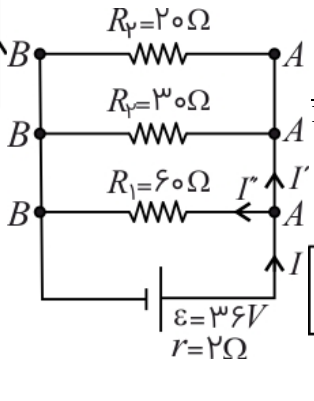
$$\begin{cases} \frac{I_۲}{I} = \frac{۲۰}{۱۰} = ۲ \\ I_۲ + I = ۲ \end{cases} \Rightarrow I_۲ = \frac{۴}{۳}\,A$$

۹۲ گزینه ۳

باتوجه‌به نقاط هم‌پتانسیل می‌توانیم مدار را به شکل ساده‌تری رسم کنیم.

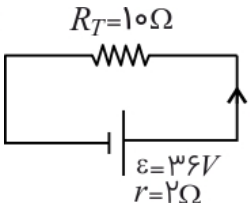


سه مقاومت باهم موازی هستند. ابتدا جریان کل مدار را محاسبه می‌کنیم سپس با استفاده از موازی بودن مقاومت‌ها $(V_۱ = V_۲)$ می‌توانیم جریان I' را محاسبه کنیم. مقاومت معادل مقاومت‌ها برابر است با:



$$\frac{۱}{R_T} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳} \Rightarrow \frac{۱}{R_T} = \frac{۱}{۲۰} + \frac{۱}{۳۰} + \frac{۱}{۶۰} \Rightarrow R_T = ۱۰\,\Omega$$

بنابراین جریان کل (I) برابر است با:



$$I\varepsilon - Ir - IR_T = ۰ \xrightarrow{R_T=۱۰\,\Omega} I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = \frac{۳۶}{۲+}$$

جریان I' از مقاومت‌های $R_۲, R_۳$ عبور می‌کند، مقاومت معادل آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{۱}{R_{۲,۳}} = \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳} \Rightarrow R_{۲,۳} = \frac{R_۲ R_۳}{R_۲ + R_۳} = \frac{۳۰ \times ۲۰}{۳۰ + ۲۰} = ۱۲\,\Omega$$

$R_{۲,۳}$ با $R_۱$ موازی است درنتیجه اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها یکسان است: $V_۱ = V_{۲,۳}$:

$$V_{۲,۳} = V_۱ \xrightarrow{R_{۲,۳}=۱۲\,\Omega} I' R_{۲,۳} = I'' R_۱ \Rightarrow I' \times ۱۲ = I'' \times ۶۰ \Rightarrow \frac{I'}{I''} = ۵$$

اکنون باتوجه‌به قانون گره در نقطهٔ A داریم:

$$I = I' + I'' \Rightarrow ۳ = I' + \frac{I'}{۵} \Rightarrow ۳ = \frac{۶}{۵} I' \Rightarrow I' = ۲/۵\,A$$

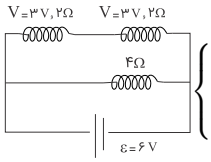
۹۳ گزینه ۱

ابتدا مقاومت‌های معادل $R_۱$ و $R_۲$ را به دست می‌آوریم. مقاومت‌های ۴ اهمی باهم موازی‌اند، مقاومت‌های ۳ و ۶ اهمی نیز باهم موازی‌اند. بنابراین:

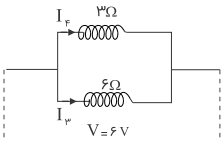
$$\frac{۱}{R_۱} = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۶} \Rightarrow R_۱ = ۲\Omega$$
$$\frac{۱}{R_۲} = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴} \Rightarrow R_۲ = ۲\Omega$$

مدار به‌صورت زیر درمی‌آید:

باتوجه‌به اینکه مقاومت‌های شاخهٔ بالا باهم مساوی هستند (۲Ω) و متصل به اختلاف پتانسیل $۶V$، می‌توانیم این نتیجه را بگیریم که اختلاف پتانسیل هرکدام از مقاومت‌ها برابر ۳ ولت است. پس اختلاف پتانسیل مقاومت $R_۱$ برابر با V است. بنابراین $I_۳$ برابر است با:

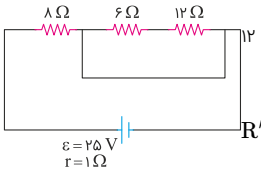


$$\begin{cases} V = RI_۳ \\ R = ۶\Omega \\ V = ۳V \end{cases} \Rightarrow ۳ = ۶I_۳ \Rightarrow I_۳ = \frac{۱}{۲}A$$



۹۴ گزینه ۲

وقتی کلید K باز است، مدار به‌صورت زیر ساده می‌شود:

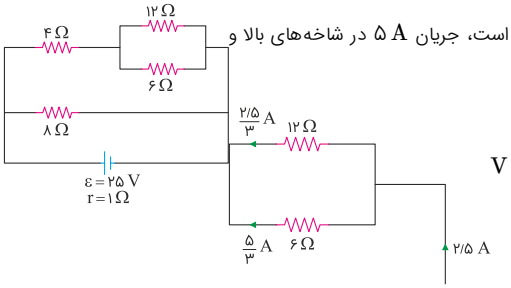


در این حالت دو سر مقاومت ۱۲ اهمی و ۶ اهمی اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شوند و جریانی از آن‌ها عبور نمی‌کند، پس اختلاف‌پتانسیل دو سر مقاومت ۱۲ اهمی برابر با صفر است. با بستن کلید K، مدار به‌صورت زیر ساده می‌شود:

$$R' = \frac{۱۲ \times ۶}{۱۲ + ۶} = ۴\,\Omega \qquad R'' = ۴ + ۴ = ۸\,\Omega$$

$$R_{eq} = \frac{۸ \times ۸}{۸ + ۸} = ۴\,\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{۲۵}{۱ + ۴} = ۵\,A$$



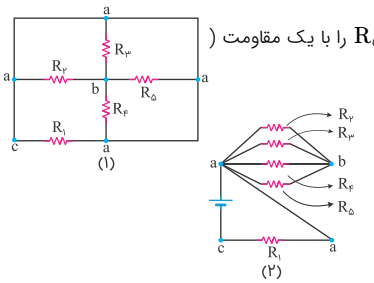
جریان در شاخه‌های موازی به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، بنابراین چون مقاومت معادل شاخهٔ بالا و پایین برابر است، جریان $۵\,A$ در شاخه‌های بالا و پایین به نسبت مساوی تقسیم می‌شود و با تقسیم جریان ۲/۵ آمپر بین مقاومت‌های ۱۲ و ۶ اهمی خواهیم داشت:

$$V = IR = \frac{۲/۵}{۳} \times ۱۲ = ۱۰\,V \qquad \Delta V = ۱۰ - ۰ = ۱۰\,V$$

۹۵ گزینه ۱

وقتی یک سیم سرتاسری در مدار دارید، حتماً از روش نقطه‌گذاری استفاده کنید. به‌این‌ترتیب که همهٔ نقاط روی سیم را با یک نماد مثل a نشان دهید. در شکل زیر (۱) فرض کرده‌ایم، مقاومت‌های داخل شبکه در نقطهٔ b به هم گره خورده‌اند.

اگر نقاط را ابتدا مشخص و مقاومت‌ها را بین آن‌ها رسم کنید، شکل (۲) حاصل می‌شود و برای سادگی، معادل مقاومت‌های $R_۲$، $R_۳$، $R_۴$ و $R_۵$ را با یک مقاومت ($R_{۲۳۴۵}$) در شکل (۳) نشان داده‌ایم.



یک سر این مقاومت روی هوا است و جریانی را از خود عبور نمی‌دهد. پس از هیچ‌کدام از مقاومت‌های $R_۲$، $R_۳$، $R_۴$ و $R_۵$ جریان عبور نمی‌کند و داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_۱} = \frac{۶}{۲۰} = ۰/۳\,A$$

۹۶ گزینه ۲

گام اول

الف) اگر توان تلف‌شده در مقاومت درونی مولد برابر ۸ وات باشد ← $P_r = ۸W$

ب) مقاومت R چند اهم است؟ ← $R = ?\,\Omega$

گام دوم

با استفاده از توان مقاومت داخلی جریان مدار محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} P = rI^۲ \\ r = ۲\,\Omega \\ P = ۸\,W \end{cases} \Rightarrow ۸ = ۲ \times I^۲ \Rightarrow I = ۲\,A$$

با استفاده از قاعده حلقه می‌توانیم مقاومت R را محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} \varepsilon - IR - Ir = ۰ \\ \varepsilon = ۱۲\,V \\ r = ۲\,\Omega \\ I = ۲\,A \end{cases} \Rightarrow ۱۲ - ۲ \times R - ۲ \times ۲ = ۰ \Rightarrow R = ۴\,\Omega$$

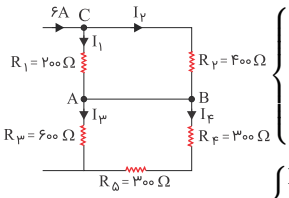
۹۷ گزینه ۲

در نمودار $I - V$ هر چه شیب بیشتر باشد مقاومت کمتر است ازطرفی اگر مقاومت‌ها را به‌صورت موازی به هم ببندیم مقاومت معادل کمتر از همهٔ مقاومت‌ها است پس باید شیب R_{eq} در نمودار $I - V$ از همه بیشتر باشد و شیب $R_۱$ از $R_۲$ بیشتر باشد پس گزینهٔ ۲ درست است.

۹۸ گزینه ۲

ابتدا جریان‌های $I_۱, I_۲, I_۳, I_۴$ را به دست می‌آوریم سپس قانون گره را در نقطهٔ A می‌نویسیم.

با استفاده از قانون گره در نقطهٔ C $(I_۱ + I_۲ = ۶A)$ و موازی بودن مقاومت‌های $R_۱$, $R_۲$ $(V_۱ = V_۲)$ داریم:



$$\begin{cases} V_۱ = V_۲ \\ V = RI \\ R_۱ = ۲۰۰\Omega \\ R_۲ = ۴۰۰\Omega \end{cases} \Rightarrow I_۱R_۱ = I_۲R_۲ \Rightarrow I_۱ \times ۲۰۰ = I_۲ \times ۴۰۰ \Rightarrow I_۱ = ۲I_۲$$

$$\begin{cases} I_۱ + I_۲ = ۶A \\ I_۱ = ۲I_۲ \end{cases} \Rightarrow ۲I_۲ + I_۲ = ۶ \Rightarrow I_۲ = ۲A \Rightarrow I_۱ = ۴A$$

مقاومت‌های $R_۴$, $R_۵$ باهم سری می‌باشند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

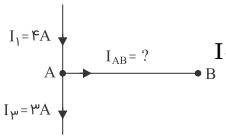
$$R_{۴,۵} = R_۴ + R_۵ = ۳۰۰ + ۳۰۰ = ۶۰۰\Omega$$

حالا مقاومت $R_{۴,۵}$, $R_۳$ باهم موازی می‌باشند $(V_{۴,۵} = V_۳)$ و باتوجه‌به پایستگی جریان $(I_۳ + I_۴ = ۶A)$می‌توانیم $I_۳$, $I_۴$ را به دست بیاوریم:

$$\begin{cases} V_{۴,۵} = V_۳ \\ V = RI \\ R_{۴,۵} = R_۳ = ۶۰۰\Omega \end{cases} \Rightarrow I_۴R_{۴,۵} = I_۳R_۳ \Rightarrow I_۴ = I_۳$$

$$\begin{cases} I = I_۳ + I_۴ \\ I = ۶ \end{cases} \Rightarrow ۶ = ۲I_۳ \Rightarrow I_۳ = I_۴ = ۳A$$

حالا کافی است قانون گره را در نقطهٔ A بنویسیم:



$$I_۱ = I_۳ + I_{AB} \Rightarrow ۴ = ۳ + I_{AB} \Rightarrow I_{AB} = ۱A$$

۹۹ گزینه ۳

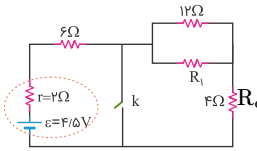
۱- با بستن کلید اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۶ اهمی دو برابر می‌شود یعنی جریان عبوری از مدار ۲ برابر می‌شود:

$$I_۲ = ۲I_۱$$

۲- با بستن کلید سمت راست مدار دچار اتصال کوتاه‌شده و جریانی از آن عبور نمی‌کند و جریان از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$I_۲ = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{۴/۵}{۲ + ۶} = \frac{۴/۵}{۸}$$

۳- در حالت اول برای مقاومت معادل مدار داریم:



$$R_{eq} = ۶ + ۴ + \frac{۱۲R_۱}{۱۲ + R_۱} = ۱۰ + \frac{۱۲R_۱}{۱۲ + R_۱}$$

۴- در حالت اول جریان نصف حالت دوم است پس داریم:

$$I_۱ = \frac{I_۲}{۲} = \frac{۴/۵}{۱۶} \quad , \quad I_۱ = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \Rightarrow \frac{۴/۵}{۱۶} = \frac{۴/۵}{۲ + ۱۰ + \frac{۱۲R_۱}{۱۲ + R_۱}}$$

$$\Rightarrow ۱۶ = ۱۲ + \frac{۱۲R_۱}{۱۲ + R_۱} \Rightarrow \cancel{۴} = \frac{\overset{۳}{\cancel{۱۲}}R_۱}{۱۲ + R_۱} \Rightarrow R_۱ = ۶\,\Omega$$

۱۰۰ گزینه ۳

ابتدا اندازهٔ بار الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$q = ne = ۱/۵ \times ۱۰^{۱۹} \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} = ۲/۴\ C$$

حال جریان الکتریکی گذرنده در سیم را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{۲/۴}{۶۰} = ۰/۰۴\ A$$

ازطرفی جهت جریان الکتریکی طبق قرارداد خلاف جهت شارش الکترون‌ها یعنی از B به A است.

۱۰۱ گزینه ۳

با تقسیم سیم یکنواخت ۱۲۰ اهمی به چهار قسمت مساوی، مقاومت هر قسمت $۳۰\,\Omega$ می‌شود ($R = \rho\frac{L}{A}$).

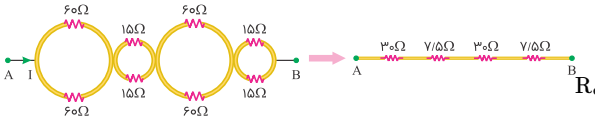
مقاومت بخش‌های کشیده شده، پس از کشیدن ۴ برابر می‌شود:

$$V = AL \Rightarrow V_۱ = V_۲ \Rightarrow A_۱L_۱ = A_۲L_۲ \xrightarrow{L_۲ = ۲L_۱} A_۲ = \frac{۱}{۲}A_۱$$

$$\text{درنهایت}: R \underset{\times ۴}{\downarrow} = \rho \frac{L}{A} \overset{\times ۲}{\uparrow} \underset{\times \frac{۱}{۲}}{\downarrow}$$

یعنی دو بخش ۳۰ اهمی و دو بخش ۱۲۰ اهمی خواهیم داشت که پس از تبدیل‌شدن به حلقه:

در این صورت مقاومت معادل کل مجموعه برابر می‌شود با:



$$R_{eq} = ۳۰ + ۷/۵ + ۳۰ + ۷/۵ = ۷۵\,\Omega$$

۱۰۲ گزینه ۴

$$\frac{P_{\text{اسمی}}}{P} = \frac{V^{۲}_{\text{اسمی}}}{V^{۲}} \Rightarrow \frac{۱۰۰}{P} = (\frac{۲۲۰}{۲۰۰})^{۲} \Rightarrow P = \frac{۱۰^{۴}}{۱۲۱}\,W = \frac{۱۰}{۱۲۱}\,kW$$

۱۰۳ گزینه ۲

بررسی سایر گزینه ها:

۱) رئوستا نوعی مقاومت متغیر است که از سیمی با مقاومت ویژهٔ نسبتاً زیاد ساخته شده است.

۳) در مواد جیوه و قلع با کاهش دما، مقاومت ویژه در دمای خاصی به‌صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند.

۴) مقاومت ویژهٔ یک ماده به ساختار اتمی و دمای آن بستگی دارد.

۱۰۴ گزینه ۴

باتوجه‌به رابطهٔ جریان در مدار تک‌حلقه داریم:

$$I = \frac{\sum \varepsilon - \sum \varepsilon'}{\sum R + \sum r} \xrightarrow{\varepsilon_۲ > \varepsilon_۱} I = \frac{\varepsilon_۲ - \varepsilon_۱}{R + ۲r}$$

بنابراین اختلاف‌پتانسیل دو سر مقاومت R برابر است با:

$$V = IR = \frac{\varepsilon_۲ - \varepsilon_۱}{R + ۲r}R = \varepsilon_۱ \Rightarrow \varepsilon_۲R - \varepsilon_۱R = \varepsilon_۱R + \varepsilon_۱(۲r)$$

$$\Rightarrow \varepsilon_۲R = ۲\varepsilon_۱(R + r) \Rightarrow \frac{\varepsilon_۱}{\varepsilon_۲} = \frac{R}{۲(R + r)}$$

www.alirezaafshar.org

۱۰۵ گزینه ۳

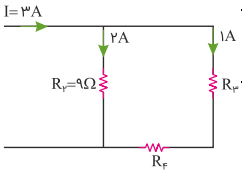
باتوجه‌به اینکه ولت‌سنج اختلاف‌پتانسیل دو سر مولد را نشان می‌دهد، می‌توان نوشت:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow ۲۷ = ۳۰ - I \times ۱ \Rightarrow I = ۳A$$

ازطرفی به کمک جریان کل مدار می‌توانیم مقاومت معادل مدار را به دست آوریم.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow ۳ = \frac{۳۰}{R_{eq} + ۱} \Rightarrow R_{eq} = ۹\Omega$$

$$R_{eq} = R_۱ + R_{۲,۳,۴} \Rightarrow ۹ = ۳ + R_{۲,۳,۴} \Rightarrow R_{۲,۳,۴} = ۶\Omega$$



$$\frac{۱}{R_{۳,۴}} + \frac{۱}{R_۲} = \frac{۱}{۶}$$

$$\frac{۱}{R_{۳,۴}} = \frac{۱}{۶} - \frac{۱}{۹} = \frac{۳}{۹ \times ۶} \Rightarrow R_{۳,۴} = ۱۸\Omega$$

چون توان مصرفی $R_۴$ داده شده، می‌توان مقدار این مقاومت را محاسبه نمود:

$$P = R_۴ I^۲ \Rightarrow ۶ = R_۴ \times ۱^۲ \Rightarrow R_۴ = ۶$$

$$R_۳ + R_۴ = ۱۸ \Rightarrow R_۳ = ۱۲\Omega$$

۱۰۶ گزینه ۳

نسبت سرعت نور در محیط‌های (۱) و (۲) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_۲}{v_۱} = \frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱} = \frac{۰/۸}{۰/۵} = ۱/۶ \Rightarrow v_۲ = ۱/۶ v_۱$$

از رابطهٔ $\text{تندی} = \frac{\text{مسافت طی‌شده}}{\text{زمان حرکت}}$، مدت‌زمان رسیدن پرتو از نقطهٔ A به A' را به دست می‌آوریم:

$$t = \frac{AO + OA'}{v_۱} = \frac{۲AO}{v_۱}$$

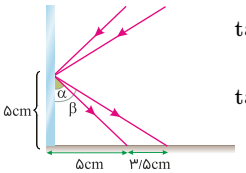
مدت‌زمان رسیدن پرتو از نقطهٔ A به O و O به B را به دست می‌آوریم:

$$t' = \frac{OA}{v_۱} + \frac{OB}{v_۲} = \frac{OA}{v_۱} + \frac{OB}{۱/۶ v_۱} = \frac{۱/۶OA + OB}{۱/۶ v_۱} = \frac{۲/۶OA}{۱/۶ v_۱}$$

حال نسبت $\frac{t'}{t}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{t'}{t} = \frac{\frac{۲/۶OA}{۱/۶ v_۱}}{\frac{۲OA}{v_۱}} = \frac{۲/۶}{۳/۲} = \frac{۱۳}{۱۶}$$

۱۰۷ گزینه ۴



$$\tan\alpha = \frac{۵}{۵} = ۱ \Rightarrow \alpha = ۴۵$$

$$\tan\beta = \frac{۸/۵}{۵} = ۱/۷ = \sqrt{۳} \Rightarrow \beta = ۶۰$$

پس پرتو باید به‌اندازه $\beta - \alpha$ یعنی ۱۵ درجه به‌صورت ساعتگرد بچرخد.

۱۰۸ گزینه ۴

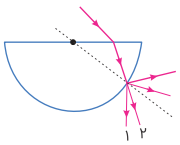
$$\lambda_۲ = ۱/۵\lambda_۱$$

$$\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱} = \frac{n_۱}{n_۲} \Rightarrow ۱/۵ = \frac{n_۱}{n_۲} \Rightarrow \frac{n_۲}{n_۱} = \frac{۲}{۳} \simeq ۰/۶۶ \Rightarrow n_۲ = ۰/۶۶ n_۱$$

پس ضریب شکست محیط (۲) حدوداً ۳۴ درصد کمتر از ضریب شکست محیط یک است.

۱۰۹ گزینه ۱

پرتو نور هنگام خروج از محیط غلیظ و ورود به محیط رقیق، از خط عمود دور می‌شود و همچنین خط عمود در نیم‌دایره شعاع آن است. پس گزینهٔ "۱" پاسخ است. دقت شود که پرتو خروجی ۲ مطابق شکل زیر اصلاً دچار شکست‌نشده پس اشتباه است.



۱۱۰ گزینه ۱

ابتدا باید زمان طی‌شده توسط پرتو را یک‌بار از A تا I و بار دیگر از I تا B به دست بیاوریم:

قسمت AI :

$$v_۱ = \frac{AI}{t_{AI}} \Rightarrow t_{AI} = \frac{L}{v_۱}$$

قسمت IB : در اینجا ابتدا باید سرعت در این محیط $(v_۲)$ را برحسب $v_۱$ به دست بیاوریم:

$$\frac{v_۲}{v_۱} = \frac{n_۱}{n_۲} \Rightarrow v_۲ = \frac{n_۱}{n_۲} v_۱$$

$$v_۲ = \frac{IB}{t_{IB}} \Rightarrow t_{IB} = \frac{IB}{v_۲} \Rightarrow t_{IB} = \frac{L\, n_۲}{n_۱ v_۱}$$

بنابراین زمان رسیدن نور از A تا B برابر است با:

$$t_{AB} = t_{AI} + t_{IB} \Rightarrow t_{AB} = \frac{L}{v_۱} + \frac{L\, n_۲}{n_۱ v_۱} = \frac{L}{v_۱}\left(۱ + \frac{n_۲}{n_۱}\right)$$

۱۱۱ گزینه ۲

گام اول

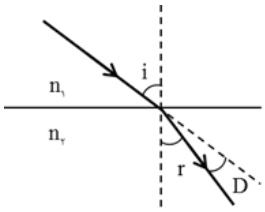
الف) زاویهٔ تابش $\hat{i} = ۴۵^\circ \leftarrow ۴۵^\circ$

ب) محیط شفافی به ضریب شکست $n_۲ = \sqrt{۲} \leftarrow \sqrt{۲}$

ج) چند درجه از راستای اولیه منحرف می‌شود؟ $\leftarrow D = \hat{i} - \hat{r} = ?$

گام دوم

باتوجه‌به اینکه ضریب شکست هوا برابر با ۱ است، می‌توانیم زاویهٔ شکست را با استفاده از قانون اسنل به دست آوریم:



$$n_۱ \sin\hat{i} = n_۲ \sin\hat{r} \;\Rightarrow\; ۱ \times \sin ۴۵^\circ = \sqrt{۲} \sin\hat{r} \;\Rightarrow\; \sin\hat{r} = \frac{۱}{۲} \;\Rightarrow\; \hat{r} = ۳۰^\circ$$

بنابراین زاویهٔ انحراف برابر است با:

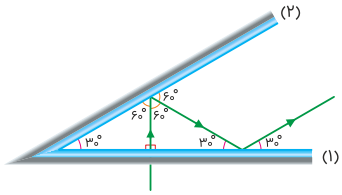
$$D = \hat{i} - \hat{r} \Rightarrow D = ۴۵ - ۳۰ = ۱۵^\circ$$

۱۱۲ گزینه ۳

پرتوهای بازتاب را رسم می‌کنیم:

پرتو بازتاب نهایی با آینهٔ (۱) زاویهٔ ۳۰ درجه می‌سازد و موازی آینهٔ (۲) است، پس بازتاب دیگری نخواهیم داشت.

www.alirezaafshar.org



۱۱۳ گزینه ۳

زاویهٔ جبهه‌های موج در هوا با مرز دو محیط از زاویه‌های جبهه‌ها در آب با مرز دو محیط کمتر است. پس تندی انتشار موج در هوا کمتر از تندی انتشار موج در آب است. امواج مکانیکی این ویژگی را دارند که تندی انتشارشان در آب بیشتر از هوا است. امواج مکانیکی در خلأ منتشر نمی‌شوند.

۱۱۴ گزینه ۱

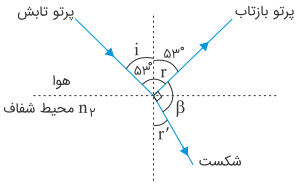
گام اول

الف) اگر پرتوهای بازتابش و شکست بر هم عمود باشند ← $\beta = ۹۰^\circ$

ب) ضریب شکست محیط چقدر است ← $n_۲ = ?$

گام دوم

زاویهٔ تابش و زاویهٔ بازتاب باهم برابرند، بنابراین:



$$\hat{i} = \hat{r} = ۵۳^\circ$$

طبق صورت سؤال پرتو بازتاب و شکست بر هم عمودند: $\beta = ۹۰^\circ$

مجموع زوایای یک نیم‌صفحه برابر ۱۸۰ است؛ بنابراین زاویهٔ شکست $(r")$ برابر است با:

$$r + \beta + r" = ۱۸۰ \Rightarrow ۵۳ + ۹۰ + r" = ۱۸۰ \Rightarrow r" = ۳۷^\circ$$

حال کافی است از قضیهٔ اسنل استفاده کنیم:

$$\begin{cases} n_۱ \sin \hat{i} = n_۲ \sin \hat{r"} \\ n_۱ = ۱ \end{cases} \Rightarrow ۱ \times ۰/۸ = n_۲ \times ۰/۶ \Rightarrow n_۲ = \frac{۴}{۳}$$

۱۱۵ گزینه ۲

صدای دانش‌آموز دچار پژواک می‌شود و در رفت‌وبرگشت $۲ \times ۱۳/۶ = ۲۷/۲\ m$ را می‌پیماید.

حال مدت‌زمان رسیدن پژواک صوت به دانش‌آموز را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x = vt \Rightarrow t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{۲۷/۲}{۳۴۰} = ۰/۰۸\ s$$

اما حداقل مدت‌زمانی که لازم است تا گوش صدای پژواک را تشخیص دهد $۰/۱\ s$ است پس دانش‌آموز پژواک صدای خود را نمی‌شنود.

۱۱۶ گزینه ۲

سرعت انتشار نور در هوا یا خلأ برابر با c و در محیط شفاف برابر با v است. رابطهٔ ضریب شکست مطلق محیط شفاف: $n = \frac{c}{v}$

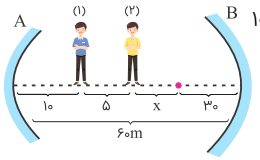
$$\left.\begin{array}{l} \text{زمان حرکت نور در هوا } t_۱ = \frac{L}{c} \\ \text{زمان حرکت نور در محیط } t_۲ = \frac{L}{v} \end{array}\right\} \Rightarrow t_۱ + t_۲ = \frac{L}{c} + \frac{L}{v} = \frac{L}{nv} + \frac{L}{v}$$

$$\Rightarrow t_۱ + t_۲ = \frac{L}{v}(\frac{۱}{n} + ۱) = \frac{L}{v}(\frac{n+۱}{n})$$

www.alirezaafshar.org

۱۱۷ گزینه ۲

با توجه به شکل زیر شخص دوم باید در کانون سطح B قرار بگیرد تا بازتاب شخص اول را به بهترین شکل بشنود پس داریم:



$$۱۰ + ۵ + x + ۳۰ = ۶۰ \Rightarrow x = ۱۵\,m$$

پس شخص دوم باید ۱۵ متر به سمت راست حرکت کند.

۱۱۸ گزینه ۲

گام اول

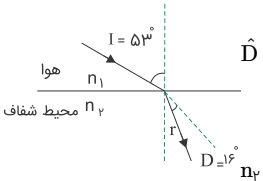
الف) پرتو نور تحت زاویهٔ ۵۳° از هوا وارد محیط شفافی می‌شود. $\leftarrow \hat{i} = ۵۳^\circ$

ب) ۱۶° منحرف می‌شود $\leftarrow \hat{D} = ۱۶^\circ$

ج) ضریب شکست محیط شفاف چقدر است؟ $\leftarrow n_۲ = ?$

گام دوم

ابتدا باید زاویهٔ شکست در محیط شفاف را محاسبه کنیم:



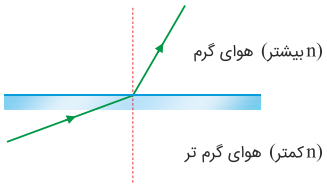
$$\hat{D} = \hat{i} - \hat{r} = ۱۶^\circ \Rightarrow ۵۳ - \hat{r} = ۱۶^\circ \Rightarrow \hat{r} = ۳۷^\circ$$

حال می‌توانیم ضریب شکست مادهٔ شفاف را به دست آوریم:

$$n_۲ = \frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} \Rightarrow n_۲ = \frac{\sin ۵۳^\circ}{\sin ۳۷^\circ} = \frac{۰/۸}{۰/۶} = \frac{۴}{۳}$$

۱۱۹ گزینه ۱

هوای نزدیک به سطح زمین، گرم‌تر از هوای بالای آن است و چگالی هوا با افزایش دما کاهش می‌یابد که این سبب کاهش ضریب شکست می‌شود. با دور شدن پرتوهای نور از سطح زمین، آن‌ها با ضریب شکست بزرگ‌تر روبه‌رو می‌شوند و به خط عمود نزدیک‌تر می‌شوند.



۱۲۰ گزینه ۴

دوره تناوب و بسامد از ویژگی‌های منبع تولید موج هستند و ثابت می‌مانند ولی تندی موج صوتی با ورود به محیطی رقیق‌تر کاهش می‌یابد و درنتیجه طول موج نیز به همان نسبت کاهش می‌یابد.

$$V_{\text{کاهش}} = \lambda_{\text{کاهش}} f_{\text{ثابت}}$$

شیمی

۱۲۱ گزینه ۱

$$۲NaNO_۳(s) \rightarrow ۲NaNO_۲(s) + O_۲(g)$$

$$?\,g\,NaNO_۳ = ۱۱/۲\,L\,O_۲ \times \frac{۱\,mol\,O_۲}{۲۲/۴\,L\,O_۲} \times \frac{۲\,mol\,NaNO_۳}{۱\,mol\,O_۲} \times \frac{۸۵\,g\,NaNO_۳}{۱\,mol\,NaNO_۳} = ۸۵\,g\,NaNO_۳$$

www.alirezaafshar.org

۱۲۲ گزینه ۲

بخش اول مسئله:

برای حل بخش اول مسئله نیازی به معادلهٔ واکنش وجود ندارد. فقط کافی است فرمول شیمیایی آلومینیم سولفات را بدانیم.

$$۱۷/۱\,g\,Al_۲(SO_۴)_۳ \times \frac{۱\,mol\,Al_۲(SO_۴)_۳}{۳۴۲\,g\,Al_۲(SO_۴)_۳} \times \frac{۲\,mol\,Al^{۳+}}{۱\,mol\,Al_۲(SO_۴)_۳} = ۰/۱\,mol\,Al^{۳+}$$

بخش دوم مسئله:

$$Al_۲(SO_۴)_۳(aq) + ۳Ca(OH)_۲(aq) \rightarrow ۲Al(OH)_۳(s) + ۳CaSO_۴(aq)$$

$$?\,g\,Al(OH)_۳(s) = ۱۷/۱\,g\,Al_۲(SO_۴)_۳ \times \frac{۱\,mol\,Al_۲(SO_۴)_۳}{۳۴۲\,g\,Al_۲(SO_۴)_۳} \times \frac{۲\,mol\,Al(OH)_۳}{۱\,mol\,Al_۲(SO_۴)_۳}$$
$$\times \frac{۷۸\,g\,Al(OH)_۳}{۱\,mol\,Al(OH)_۳} = ۷/۸\,g\,Al(OH)_۳$$

۱۲۳ گزینه ۱

باتوجه‌به کتاب درسی گزینهٔ "۱" درست است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۲: نادرست. فناوری جداسازی هلیم از گاز طبیعی در کشور ما وجود ندارد.

گزینهٔ ۳: نادرست. اکسیژن در سنگ‌کره به‌صورت ترکیب با دیگر عنصرها وجود دارد.

گزینهٔ ۴: نادرست. اکسیژن در ساختار چربی‌ها، کربوهیدرات‌ها، پروتئین‌ها یافت می‌شود.

۱۲۴ گزینه ۲

در فرآیند هابر در شرایط بهینه، ۲۸ درصد مخلوط تعادلی را آمونیاک تشکیل می‌دهد بنابراین:

	$N_۲$	+	$۳H_۲$	⇄	$۲NH_۳$
: مول اولیه	۱۰		۳۰		۰
: تغییر مول	$-x$		$-۳x$		$+۲x$
: مول در لحظهٔ تعادل	$۱۰-x$		$۳۰-۳x$		$۲x$

مجموع مول مواد موجود در ظرف : $۱۰ - x + ۳۰ - ۳x + ۲x = ۴۰ - ۲x$

درصد مولی آمونیاک : $\frac{۲x}{۴۰-۲x} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۲۸ = \frac{۲x}{۴۰-۲x} \Rightarrow ۱۲۸x = ۵۶۰ \Rightarrow x = ۴/۳۷۵$

$$mol\,NH_۳ = ۲x = ۲(۴/۳۷۵) = ۸/۷۵\,mol$$

$$۸/۷۵\,mol\,NH_۳ \times \frac{۱۷\,g\,NH_۳}{۱\,mol\,NH_۳} = ۱۴۸/۷۵\,g\,NH_۳$$

۱۲۵ گزینه ۴

واکنش اول را طی مراحل زیر موازنه می‌کنیم:

- برای موازنهٔ F به $SF_۴$ ضریب ۱ و به NaF ضریب ۴
- برای موازنهٔ Na به $NaCl$ ضریب ۴
- به $SiCl_۲$ ضریب A و به $S_۲Cl_۲$ ضریب b می‌دهیم.

$$aSCl_۲ + ۴NaF \rightarrow SF_۴ + bS_۲Cl_۲ + ۴NaCl$$

باتوجه‌به اتم‌های کلر در دو طرف معادله : $۲a = ۲b + ۴$

باتوجه‌به اتم‌های گوگرد در دو طرف معادله : $a = ۱ + ۲b$ $\Rightarrow a = ۳\ ,\ b = ۱$

معادلهٔ واکنش دوم نیز به روش وارسی به‌راحتی موازنه می‌شود.

$$۳SCl_۲ + ۴NaF \rightarrow SF_۴ + S_۲Cl_۲ + ۴NaCl$$
$$SF_۴ + ۲H_۲O \rightarrow SO_۲ + ۴HF$$

$$?\,g\,NaF = ۵۰\,L\,HF \times \frac{۰/۸\,g\,HF}{۱\,L\,HF} \times \frac{۱\,mol\,HF}{۲۰\,g\,HF} \times \frac{۱\,mol\,SiF_۴}{۴\,mol\,HF} \times \frac{۴\,mol\,NaF}{۱\,mol\,SiF_۴} \times \frac{۴۲\,g\,NaF}{۱\,mol\,NaF} = ۸۴\,g\,NaF$$

$$?\,g\,SO_۲ = ۵۰\,L\,HF \times \frac{۰/۸\,g\,HF}{۱\,L\,HF} \times \frac{۱\,mol\,HF}{۲۰\,g\,HF} \times \frac{۱\,mol\,SO_۲}{۴\,mol\,HF} \times \frac{۶۴\,g\,SO_۲}{۱\,mol\,SO_۲} = ۳۲\,g\,SO_۲$$

www.alirezaafshar.org

۱۲۶ گزینه ۲

از هلیم برای خنک کردن قطعات الکترونیکی مثل دستگاه MRI استفاده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: نادرست. هلیم در دمای $-۲۶۹^{\circ}C$ به مایع تبدیل می‌شود؛ پس در هوای مایع که دمایش $-۲۰۰^{\circ}C$ است هلیم وجود ندارد.

گزینهٔ ۳: نادرست. اولین گازی که از هوای مایع خارج می‌شود، نیتروژن است.

گزینهٔ ۴: نادرست. مقدار ناچیزی از هلیم در هوا و مقدار بیشتر آن در لایه‌های زیرین زمین است.

۱۲۷ گزینه ۱

ابتدا معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$۶CO_۲(g) + ۶H_۲O(l) \leftarrow C_۶H_{۱۲}O_۶(aq) + ۶O_۲(g)$$

روش اول: تناسب

$$\frac{\text{g } CO_۲}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{\text{g } C_۶H_{۱۲}O_۶}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} \Rightarrow \frac{۶۶ \times ۱۰^۳ \text{ g } CO_۲}{۶ \times ۴۴} = \frac{x \text{ g } C_۶H_{۱۲}O_۶}{۱ \times ۱۸۰} \Rightarrow x = ۴۵ \times ۱۰^۳ \text{ g} = ۴۵ \text{ kg}$$

روش دوم: کسر تبدیل

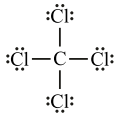
$$?\text{kg } C_۶H_{۱۲}O_۶ = ۶۶ \text{ kg } CO_۲ \times \frac{۱۰^۳ \text{ g}}{۱ \text{ kg}} \times \frac{۱ \text{ mol } CO_۲}{۴۴ \text{ g } CO_۲} \times \frac{۱ \text{ mol } C_۶H_{۱۲}O_۶}{۶ \text{ mol } CO_۲} \times \frac{۱۸۰ \text{ g}}{۱ \text{ mol } C_۶H_{۱۲}O_۶} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱۰^۳ \text{ g}} = ۴۵ \text{ kg}$$

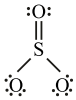
۱۲۸ گزینه ۳

$CO_۲$: $\ddot{O}=C=\ddot{O}$ ⇒ ۴ جفت‌الکترون پیوندی

بررسی ساختار لوویس ترکیبات:

$SO_۲$: ⇒ ۳ جفت‌الکترون پیوندی ×

$CCl_۴$:  ⇒ ۴ جفت‌الکترون پیوندی ✓

$SO_۳$:  ⇒ ۴ جفت‌الکترون پیوندی ✓

$OF_۲$: ⇒ ۲ جفت‌الکترون پیوندی ×

۱۲۹ گزینه ۱

عنصر موجود در دورهٔ ۴ و گروه ۱۲، فلز روی است. طبق اطلاعات سوال، معادلهٔ واکنش را می‌نویسیم:

$$Zn(s) + H_۲SO_۴(aq) \rightarrow ZnSO_۴(aq) + H_۲(g)$$

روش تناسب:

$$\frac{\text{مول ماده}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{گرم ماده}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} \Rightarrow \frac{۰/۰۵ \text{ mol Zn}}{۱} = \frac{۸/۰۶۹ \text{ g } ZnSO_۴}{x + ۹۶}$$

$$\Rightarrow x \simeq ۶۵/۴ \text{ g}$$

روش کسر تبدیل:

$$۰/۰۵ \text{ mol Zn} \times \frac{۱ \text{ mol } ZnSO_۴}{۱ \text{ mol Zn}} \times \frac{(x + ۹۶) \text{ g } ZnSO_۴}{۱ \text{ mol } ZnSO_۴} = ۸/۰۶۹ \text{ g}$$

$$\Rightarrow x \simeq ۶۵/۴ \text{ g}$$

۱۳۰ گزینه ۳

$$?\text{mL } CO_۲ = ۲۶/۵ \text{ g } Na_۲CO_۳ \times \frac{۱ \text{ mol } Na_۲CO_۳}{۱۰۶ \text{ g } Na_۲CO_۳} \times \frac{۲ \text{ mol } CO_۲}{۲ \text{ mol } Na_۲CO_۳} \times \frac{۴۴ \text{ g } CO_۲}{۱ \text{ mol } CO_۲}$$
$$\times \frac{۱ \text{ L } CO_۲}{۱/۱ \text{ g } CO_۲} \times \frac{۱۰۰۰ \text{ mL } CO_۲}{۱ \text{ L } CO_۲} = ۱۰۰۰۰ \text{ mL } CO_۲$$

www.alirezaafshar.org

۱۳۱ گزینه ۱

فرمول شیمیایی سه ترکیب، درست و سه ترکیب نادرست نوشته شده است.

ترکیب‌هایی که فرمول شیمیایی آن‌ها نادرست است، در زیر اصلاح شده‌اند:

مس (II) سولفید ← CuS

گالیم کلرید ← $GaCl_3$

کبالت (III) سولفات ← $\overset{*}{C}\underline{o}_2(SO_4)_3$

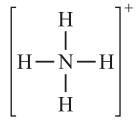
* توجه داشته باشید (در متن سوال، حرف دوم نماد شیمیایی کبالت را با حروف بزرگ نشان داده است) که نادرست می‌باشد.

۱۳۲ گزینه ۲

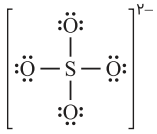
فرمول شیمیایی ترکیب‌ها: آمونیوم سولفات $(NH_4)_2SO_4$ ؛ آمونیوم نیترات NH_4NO_3

ساختار لوویس یون‌ها:

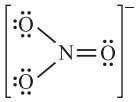
یون آمونیوم (NH_4^+):



یون سولفات (SO_4^{2-}):



یون نیترات (NO_3^-):



بررسی عبارت‌ها:

الف) عدد اکسایش اتم مرکزی در یون سولفات و یون نیترات یکسان نیست.

SO_4^{2-} (عدد اکسایش S) $-8=-2 \Rightarrow$ عدد اکسایش $S=+6$

NO_3^- (عدد اکسایش N) $-6=-1 \Rightarrow$ عدد اکسایش $N=+5$

ب) شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول شیمیایی آمونیوم سولفات برابر ۸ و در آمونیوم نیترات برابر ۴ است.

پ) شمار اتم‌های نیتروژن در فرمول شیمیایی آمونیوم سولفات برابر ۲ و در آمونیوم نیترات هم برابر ۲ است.

ت) شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی در یون سولفات برابر ۴ و در یون نیترات هم برابر ۴ است.

۱۳۳ گزینه ۳

بررسی موارد:

آب آهک ← بازی

آب گازدار ← اسیدی

محلول SO_3 ← اسیدی

محلول CO_2 ← اسیدی

۱۳۴ گزینه ۳

$$?\,\Delta\theta = 5500\,m \times \frac{1\,km}{1000\,m} \times \frac{-45\,^\circ C}{10\,km} = -24/75\,^\circ C$$

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow -24/75 = \theta_2 - (-22) \Rightarrow \theta_2 = -46/75^\circ C$$

www.alirezaafshar.org

۱۳۵ گزینه ۱

نیم‌واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:

$$\text{نیم‌واکنش کاهش}: Ag^{+}(aq) + e^{-} \rightarrow Ag(s)$$

$$\text{نیم‌واکنش اکسایش}: ۲H_۲O(l) \rightarrow O_۲(g) + ۴H^{+}(aq) + ۴e^{-}$$

در نیم‌واکنش اکسایش $H^{+}(aq)$ تولید می‌شود.

$$?\,mol\,H^{+} = ۰/۳\,mol\,e^{-} \times \frac{۴\,mol\,H^{+}}{۴\,mol\,e^{-}} = ۰/۳\,mol\,H^{+}$$

$$[H^{+}] = \frac{۰/۳\,mol}{۳\,L} = ۰/۱\,mol.L^{-۱}$$

$$pH = -\log[H^{+}] = -\log ۱۰^{-۱} \Rightarrow pH = ۱$$

با استفاده از نیم‌واکنش کاهش، جرم نقرهٔ تولیدشده را حساب می‌کنیم:

$$?\,g\,Ag = ۰/۳\,mol\,e^{-} \times \frac{۱\,mol\,Ag}{۱\,mol\,e^{-}} \times \frac{۱۰۸\,g\,Ag}{۱\,mol\,Ag} = ۳۲/۴\,g\,Ag$$

۱۳۶ گزینه ۲

معادلهٔ واکنش مورد نظر به صورت زیر است:

$$۲NH_۳\,(g) \rightarrow N_۲\,(g) + ۳H_۲\,(g)$$

$$\text{حجم آمونیاک مصرف‌شده} = ۳ \times ۲۲/۴\,L = ۳ \times ۲۲۴۰۰\,mL$$

$$\text{مدت زمان انجام واکنش} = ۲۵\,min = ۲۵ \times ۶۰ = ۱۵۰۰\,s$$

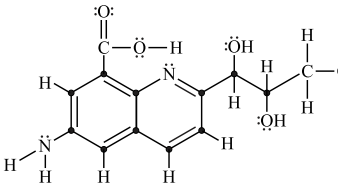
$$R_{NH_۳} = \frac{۳ \times ۲۲۴۰۰\,mL}{۱۵۰۰\,s} = ۴۴/۸\,mL.s^{-۱}$$

به‌ازای مصرف هر ۲ مول $NH_۳$، ۱ مول $N_۲$ تولید می‌شود، پس سرعت تولید $N_۲$ نیز نصف سرعت مصرف $NH_۳$ و برابر با $۲۲/۴\,mL.s^{-۱}$ است.

۱۳۷ گزینه ۲

در شکل زیر، ساختار ترکیب داده‌شده در صورت سوال، با جزئیات دقیق‌تر نمایش داده شده است:

در یک مول از این ترکیب، ۱۴ مول اتم اکسیژن، ۲ مول اتم نیتروژن و ۵ مول اتم اکسیژن وجود دارد؛ بنابراین:



$$۱۴\,mol\,H \times \frac{۱\,g}{۱\,mol\,H} = ۱۴\,g\,H$$

$$۲\,mol\,N \times \frac{۱۴\,g\,N}{۱\,mol\,N} = ۲۸\,g\,N$$

$$۵\,mol\,O \times \frac{۱۶\,g}{۱\,mol\,O} = ۸۰\,g\,O$$

$$\Rightarrow \frac{\text{تفاوت جرم اتم‌های N و H}}{\text{جرم اکسیژن}} = \frac{۲۸ - ۱۴}{۸۰} = ۰/۱۷۵$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: شمار اتم‌های کربن در این ترتیب برابر ۱۳ و شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در آن برابر ۱۲ است.

گزینهٔ ۳: در این ترکیب ۴ پیوند دوگانهٔ کربن- کربن و یک گروه کربوکسیل $(-COOH)$ وجود دارد.

گزینهٔ ۴: شمار پیوندهای یگانهٔ کربن- کربن در آن برابر ۹ و شمار پیوندهای یگانهٔ کربن- اکسیژن برابر ۴ است.

۱۳۸ گزینه ۴

گرمای آزادشده درنتیجهٔ واکنش برابر است با:

$$۱۰\,mol\,SO_۳ \times \frac{۲۲۸\,kJ}{۱\,mol\,SO_۳} \times \frac{۱۰۰۰\,J}{۱\,kJ} = ۲۲۸ \times ۱۰^{۴}\,J$$

این مقدار انرژی صرف بالا رفتن دمای ۱۰/۱۸ کیلوگرم یا ۱۰۱۸۰ گرم آب می‌شود.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{mc} = \frac{۲۲۸ \times ۱۰^{۴}}{۱۰۱۸۰ \times ۴/۲} \Rightarrow \Delta\theta = ۵۳/۳۲^{\circ}C$$

$$\text{افزایش دما در هر دقیقه} = \frac{۵۳/۳۲}{۵} = ۱۰/۶۶$$

۱۳۹ گزینه ۳

$$t_۱\begin{cases}۲۲\times ۰/۰۲=۰/۴۴\,mol\,A\\ ۰\,mol\,B\end{cases},\quad t_۲\begin{cases}۱۴\times ۰/۰۲=۰/۲۸\,mol\,A\\ ۸\times ۰/۰۲=۰/۱۶\,mol\,B\end{cases},\quad t_۳\begin{cases}۹\times ۰/۰۲=۰/۱۸\,mol\,A\\ ۱۳\times ۰/۰۲=۰/۲۶\,mol\,B\end{cases}$$

$$\begin{cases}\bar{R}_{t_۱-t_۲}=\dfrac{۰/۱۶\,mol}{۱۰\,min}=۰/۰۱۶\,mol.min^{-۱}\\ \bar{R}_{t_۱-t_۳}=\dfrac{۰/۲۶\,mol}{۲۰\,min}=۰/۰۱۳\,mol.min^{-۱}\end{cases}\xrightarrow{\frac{\bar{R}_{t_۱-t_۲}}{\bar{R}_{t_۱-t_۳}}}\frac{۰/۰۱۶}{۰/۰۱۳}\simeq ۱/۲۳$$

۱۴۰ گزینه ۴

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به‌صورت زیر است:

$$۲Al(s)+۳CuSO_۴(aq)\rightarrow Al_۲(SO_۴)_۳(aq)+۳Cu(s)$$

باتوجه‌به معادلهٔ واکنش، تغییر جرم تیغه به دلیل جدا شدن اتم‌های Al به شکل $Al^{۳+}$ و وارد شدن به محلول و رسوب کردن یون‌های $Cu^{۲+}$ به شکل اتم‌های Cu بر سطح تیغه است؛ پس تغییر جرم تیغه برابر است با:

$$(-۲\times ۲۷)+(۳\times ۶۴)=۱۳۸g$$

پس می‌توان نتیجه گرفت که $۱۳۸g$ تغییر جرم تیغه ناشی از شرکت کردن ۳ مول مس (II) سولفات در واکنش است؛ بنابراین مقدار مول مس (II) سولفات شرکت کرده در این واکنش برابر است با:

$$?\,mol\,CuSO_۴=۸/۲۸\,g\,\text{تغییر جرم}\times\frac{۳\,mol\,CuSO_۴}{۱۳۸\,g\,\text{تغییر جرم}}=۰/۱۸$$

$$R_{CuSO_۴}=\frac{۰/۱۸\,mol}{۰/۲۰۰\,L\times ۵\,min}=۰/۱۸$$

$$R_{\text{واکنش}}=\frac{R_{CuSO_۴}}{۳}=\frac{۰/۱۸}{۳}=۰/۰۶$$

۱۴۱ گزینه ۳

هرچه جرم مولی هیدروکربنی بیشتر باشد، آنتالپی سوختن یک مول از آن بیشتر خواهد بود. ازطرفی گرمای سوختن مولی الکل‌هایی که یک گروه OH دارند، از گرمای سوختن مولی آلکان‌های هم‌کربن آن‌ها کمتر است.

گرمای سوختن : اتان < اتن < اتانول < اتین

۱۴۲ گزینه ۲

عبارت‌های اول، دوم و سوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: درست. گرمای ویژه، مستقل از جرم است؛ بنابراین گرمای ویژهٔ آب در دو ظرف، برابر است.

عبارت دوم: درست. دمای آب در هر دو ظرف برابر است؛ بنابراین میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های آب در دو ظرف، یکسان خواهد بود.

عبارت سوم: درست. ظرفیت گرمایی (برخلاف ظرفیت گرمایی ویژه) تابع جرم است و هر چقدر جرم ماده بیشتر باشد، ظرفیت گرمایی آن نیز بیشتر خواهد بود.

عبارت چهارم: نادرست. ظرفیت گرمایی آب در ظرف ۲، بیشتر است؛ بنابراین تغییر دمای آب در ظرف ۲ (که در اثر شارش گرما از گلولهٔ فلزی داغ به آب انجام می‌شود) کمتر از تغییر دمای آب در ظرف ۱ خواهد بود.

۱۴۳ گزینه ۱

تغییر آنتالپی هر سامانه، هم‌ارز با مقدار گرمایی است که آن سامانه، در فشار ثابت با محیط دادوستد می‌کند.

www.alirezaafshar.org

۱۴۴ گزینه ۲

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: نادرست. تبدیل جامد به گاز واکنش گرماگیر است.

گزینهٔ ۲: درست.

$$N_۲O_۴(g) + Q \rightarrow ۲NO_۲(g) \quad Q > ۰$$

گزینهٔ ۳: نادرست.

$$۶CO_۲(g) + ۶H_۲O(l) \rightarrow C_۶H_{۱۲}O_۶(s) + ۶O_۲(g)$$

$\Rightarrow$ سطح انرژی واکنش‌دهنده $>$ سطح انرژی فرآورده $\Rightarrow$ گرماگیر

گزینهٔ ۴: نادرست.

$$CH_۴(g) + ۲O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) + ۲H_۲O(g)$$

$\Rightarrow$ پایداری واکنش‌دهنده $>$ پایداری فرآورده $\Rightarrow$ گرماده

۱۴۵ گزینه ۱

$$Zn(s) + CuSO_۴(aq) \rightarrow ZnSO_۴(aq) + Cu(s)$$

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست. محلول $CuSO_۴$ آبی‌رنگ (به دلیل دارا بودن یون‌های آبی‌رنگ $Cu^{۲+}$) و محلول $ZnSO_۴$ بی‌رنگ (به دلیل دارا بودن یون‌های بی‌رنگ $Zn^{۲+}$) است.

ب) نادرست. غلظت واکنش‌دهنده‌ها تغییر نکرده است، پس سرعت واکنش و به‌تبع مدت زمان انجام واکنش تغییر نمی‌کند.

$$\text{غلظت } CuSO_۴ \text{ در محلول (I)} = \frac{\text{mol حل‌شونده}}{\text{L محلول}} = \frac{۰/۰۳}{۱} = ۰/۰۳\ mol.L^{-۱}$$

$$\text{غلظت } CuSO_۴ \text{ در محلول (II)} = \frac{\text{mol حل‌شونده}}{\text{L محلول}} = \frac{۰/۰۱۵}{۰/۵} = ۰/۰۳\ mol.L^{-۱}$$

پ) درست.

$$\overline{R}_{CuSO_۴} = \overline{R}_{Cu} = \frac{\Delta M[CuSO_۴]}{t} = \frac{۰/۰۳\ mol}{۱L \times ۲\ h} \times \frac{۱\ h}{۶۰\ min} = ۰/۰۰۰۲۵\ \frac{mol}{L.\ min}$$

ت) درست.

۱۴۶ گزینه ۴

در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش، ضریب متان برابر با ۱ است؛ بنابراین سرعت مصرف این ماده با سرعت متوسط واکنش برابر خواهد بود.

$$\frac{\bar{R}_{۱۰۰-۱۵۰}}{\bar{R}_{۴۰۰-۸۰۰}} = \frac{\frac{\Delta[CH_۴]}{\Delta t}}{\frac{\Delta[CH_۴]}{\Delta t}} = \frac{\frac{۰/۰۷۴۱ - ۰/۰۸۲}{۵۰}}{\frac{۰/۰۱۷ - ۰/۰۴۳}{۴۰۰}} = \frac{\frac{-۰/۰۰۷۹}{۵۰}}{\frac{-۰/۰۲۶}{۴۰۰}}$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{R}_{۱۰۰-۱۵۰}}{\bar{R}_{۴۰۰-۸۰۰}} = ۲/۴۳$$

۱۴۷ گزینه ۲

سه معادلهٔ اول را باید طوری بنویسیم که از جمع آن‌ها معادله نهایی به دست آید. اگر معادله "ب" و "پ" را معکوس کنیم یا به عبارتی در "-۱" ضرب کنیم و با معادله "الف" جمع کنیم معادلهٔ نهایی به دست می‌آید.

$$+\begin{cases} A + ۲B \rightarrow C & \Delta H_۱ = -۱۱۵\ kJ \\ ۲E \rightarrow C + D + ۲B & \Delta H_۲ = -۵۲\ kJ \\ A + ۲E \rightarrow ۲D & \Delta H_۳ = ۲۰\ kJ \end{cases}$$

$$۲A + ۴E \rightarrow ۲C + ۳D \quad \Delta H = -۱۱۵ + (-۵۲) + ۲۰ = -۱۴۷ kJ$$

$۱۴۷\ kJ$ یا $۱۴۷۰۰۰\ J$ به ازای تولید ۳ مول D به‌دست می‌آید، پس به‌ازای هر مول D، $۴۹۰۰۰\ J$ گرما آزاد می‌شود که باید محاسبه کنیم این مقدار گرما چند گرم آب را از دمای $۳۰^\circ C$ به $۱۰۰^\circ C$ می‌رساند.

$$Q = mc\Delta T \Rightarrow ۴۹۰۰۰ = m \times ۴/۲ \times (۱۰۰ - ۳۰)$$

$$m = \frac{۴۹۰۰۰}{۴/۲ \times ۷۰} \Rightarrow m = ۱۶۶/۷\ g$$

www.alirezaafshar.org

۱۴۸ گزینه ۲

بخش اول مسئله:

$$Zn(s) + CuSO_۴(aq) \rightarrow ZnSO_۴(aq) + Cu(s)$$

برای به دست آوردن تفاوت جرم تیغه پیش و پس از انجام واکنش، باید حساب کنیم اولاً چند گرم از تیغهٔ روی وارد واکنش شده و مصرف می‌شود؛ ثانیاً چند گرم مس، تولید شده و بر سطح تیغهٔ روی می‌نشیند.

$$?\,g\,Zn = ۰/۲\,L\,CuSO_۴ \times \frac{۱/۲۵\,mol\,CuSO_۴}{۱\,L\,CuSO_۴} \times \frac{۱\,mol\,Zn}{۱\,mol\,CuSO_۴} \times \frac{۶۵\,g\,Zn}{۱\,mol\,Zn} = ۱۶/۲۵\,g \quad \text{(روی مصرف می‌شود)}$$

$$?\,g\,Cu = ۰/۲\,L\,CuSO_۴ \times \frac{۱/۲۵\,mol\,CuSO_۴}{۱\,L\,CuSO_۴} \times \frac{۱\,mol\,Cu}{۱\,mol\,CuSO_۴} \times \frac{۶۴\,g\,Cu}{۱\,mol\,Cu} = ۱۶\,g \quad \text{(مس تولید می‌شود)}$$

$$\Rightarrow \text{تغییر جرم تیغه} = ۱۶/۲۵ - ۱۶ = ۰/۲۵\,g$$

در واقع ۰/۲۵ گرم درمجموع از جرم طریقه کم می‌شود.

بخش دوم مسئله:

$$۰/۲\,L\,CuSO_۴ \times \frac{۱/۲۵\,mol\,CuSO_۴}{۱\,L\,CuSO_۴} \times \frac{۱\,mol\,ZnSO_۴}{۱\,mol\,CuSO_۴} \times \frac{۱\,mol\,Zn^{۲+}}{۱\,mol\,ZnSO_۴} = ۰/۲۵\,mol\,Zn^{۲+}$$

$$\Delta[Zn^{۲+}] = \frac{۰/۲۵\,mol}{۰/۲\,L} = ۱/۲۵\,mol.L^{-۱}$$

$$\overline{R}_{Zn^{۲+}} = \frac{\Delta[Zn^{۲+}]}{\Delta t} = \frac{۱/۲۵\,mol.L^{-۱}}{۵۰\,min} = ۰/۰۲۵\,mol.L^{-۱}.min^{-۱}$$

۱۴۹ گزینه ۴

ابتدا گرمای لازم برای ذوب ۵۰۰ گرم یخ : $۵۰۰\,g$ یخ $\times \frac{۳۳۶\,J}{۱\,g} = ۱۶۸۰۰۰\,J = ۱۶۸\,kJ$

محاسبهٔ ΔH واکنش سوختن هیدرازین با استفاده از قانون هس:

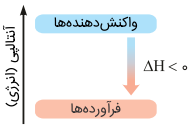
$$\left.\begin{array}{ll} ۱)\ (N_۲ + ۳H_۲ \rightarrow ۲NH_۳ & \Delta H = -۹۲/۲kJ) \times -۱ \\ ۲)\ (N_۲H_۴ + H_۲ \rightarrow ۲NH_۳ & \Delta H = -۲۳۰/۶kJ) \times ۱ \\ ۳)\ (۲H_۲ + O_۲ \rightarrow ۲H_۲O & \Delta H = -۵۳۳/۶kJ) \times ۱ \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}} = -۶۷۲\,kJ$$

$$\begin{array}{ll} ۶۷۲\,kJ & ۱\,mol\,N_۲H_۴ \\ ۱۶۸\,kJ & x\,mol\,N_۲H_۴ \end{array} \Rightarrow x = ۰/۲۵\,mol\,N_۲H_۴$$

$$۰/۲۵\,mol\,N_۲H_۴ \times \frac{۳۲\,g}{۱\,mol\,N_۲H_۴} = ۸\,g\,N_۲H_۴$$

۱۵۰ گزینه ۲

سوختن گلوکز واکنشی گرماده است.



۱۵۱ گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: محلول ترکیب‌های برخی فلزهای واسطه به رنگ‌های گوناگون دیده می‌شوند.

گزینهٔ ۲: اگر در محیطی نور مرئی نباشد، انسان نمی‌تواند پیرامون خود را ببیند.

گزینهٔ ۳: چشم ما قادر به دیدن طول موج‌های ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر از پرتوهای الکترومغناطیسی می‌باشد.

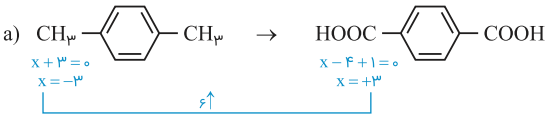
گزینهٔ ۴: جسمی که به رنگ آبی دیده می‌شود، همه رنگ‌ها را جذب و فقط نور آبی بازتاب می‌کند.

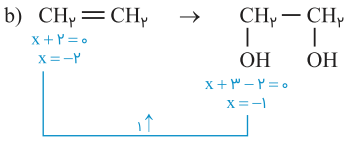
نکته آموزشی:

به طور کلی احساس و درک رنگ به دلیل نورهایی است که از محیط پیرامون به چشم ما می‌رسد. در واقع این نورها همان پرتوهای الکترومغناطیسی بوده که طول موج آن‌ها در گسترهٔ ۴۰۰nm تا ۷۰۰nm است و چشم ما آن‌ها را می‌بیند.

www.alirezaafshar.org

۱۵۲ گزینه ۳

a) 

b) 

$$\frac{\text{تغییر عدد اکسایش واکنش a}}{\text{تغییر عدد اکسایش واکنش b}} = \frac{۶}{۱} = ۶$$

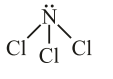
۱۵۳ گزینه ۳

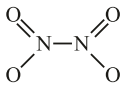
ثابت تعادل برابر است با:

$$K = \frac{[D]^۲}{[C]} = \frac{(\frac{۰/۲}{۱۰})^۲}{(\frac{۰/۵}{۱۰})} = ۰/۰۰۸\ mol.L^{-۱}$$

چون تغییر فشار مقدار ثابت تعادل را تغییر نمی‌دهد، لذا $K = ۰/۰۰۸$ است.

۱۵۴ گزینه ۲

$NCl_۳ \Rightarrow$  ⇒ قطبی

$N_۲O_۴ \Rightarrow$  ⇒ ناقطبی

۱۵۵ گزینه ۱

با معکوس کردن واکنش دوم داریم:

$$\begin{cases} A(g) + B(g) \rightleftarrows C(g) + D(g) & K_۱ \\ C(g) + D(g) \rightleftarrows E(g) + F(g) & \frac{۱}{K_۲} \end{cases}$$
$$A(g) + B(g) \rightleftarrows E(g) + F(g) \quad K_t$$

K_t ثابت تعادل واکنش کلی به‌دست‌آمده، حاصل‌ضرب $K_۱$ در $\frac{۱}{K_۲}$ خواهد بود؛ بدین‌صورت که:

$$K_۱ \times \frac{۱}{K_۲} = \frac{K_۱}{K_۲} = \frac{[C][D][E][F]}{[C][D][A][B]} = \frac{[E][F]}{[A][B]} = K_t$$

در لحظهٔ تعادل مجموع مول‌های $E + F = ۸$ است. باتوجه‌به اینکه در لحظهٔ تعادل مقدار مول $E = F = ۴$ است، داریم:

$$\frac{K_۱}{K_۲} = K_t = ۱۶ = \frac{[E][F]}{[A][B]} = \frac{[۴][۴]}{[A - ۴][B - ۴]}$$
$$[A - ۴] \times [B - ۴] = ۱$$

طبق معادلهٔ به‌دست‌آمده A و B می‌توانند اعداد زیر باشند:

$$A = B = ۵\ ,\ A = ۴/۵\ ,\ B = ۶\ ,\ A = ۶\ ,\ B = ۴/۵$$

بنابراین مجموع مول‌های A و B برابر است با ۱۰/۵ یا ۱۰.

www.alirezaafshar.org

۱۵۶ گزینه ۱

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: مواد خام ابتدا به مواد اولیهٔ مهم و پرکاربرد تبدیل می‌شوند و سپس این مواد اولیه به فرآوردهٔ هدف تبدیل می‌گردند. مواد خام به‌طور مستقیم به فرآوردهٔ هدف تبدیل نمی‌شوند.

گزینهٔ ۲: متانول و اتانول الکل‌های یک عاملی و اتیلن گلیکول الکل دوعاملی است.

گزینهٔ ۳: بنزین حالت فیزیکی مایع و فرمول $C_۸H_{۱۸}$ و پلی‌اتن به حالت جامد و فرمول $(-C_۲H_۴-)_n$ از خانوادهٔ هیدروکربن‌ها هستند.

گزینهٔ ۴: فناوری همواره با ساخت یا استفاده از یک وسیله همراه است. برای نمونه با استفاده از دانش مواد، دانش الکتریسیته و مغناطیس، وسایلی مانند تلفن، رایانهٔ همراه و بی‌سیم ساخته می‌شود.

۱۵۷ گزینه ۲

واکنش‌های تشریح شده در سؤال به‌صورت زیر است:

$$CH_۴(g) + H_۲O(g) \rightarrow CO(g) + ۳H_۲(g)$$

$$CO(g) + ۲H_۲(g) \rightarrow CH_۳OH(l)$$

$$\text{گرم متانول تولیدشده} = ۳۲\,L \times \frac{۱۰۰۰\,mL}{۱\,L} \times \frac{۰/۸\,g}{۱\,mL} = ۲۵۶۰۰\,g$$

باتوجه‌به بازدهٔ ۸۰ درصدی واکنش تهیهٔ متانول می‌توان گفت ۳۲۰۰۰ گرم مجموع مونوکسید کربن و هیدروژن در واکنش شرکت داشته‌اند.

در ادامه داریم:

$$CO + ۳H_۲ = ۳۴۰۰۰\,g$$

$$CO + ۲H_۲ = ۳۲۰۰۰\,g$$

باتوجه‌به ضرایب هیدروژن در دو واکنش می‌توان گفت اختلاف جرم مربوط به هیدروژن است. به عبارتی ۲۰۰۰ گرم معادل ۱۰۰۰ مول از گاز هیدروژن تولید شده در واکنش اول مصرف نمی‌شود؛ بنابراین مخلوط اولیه شامل ۶۰۰۰ گرم هیدروژن و ۲۸۰۰۰ گرم کربن مونوکسید خواهد بود. درصد جرمی CO برابر است با:

$$\frac{۲۸۰۰۰}{۳۴۰۰۰} \times ۱۰۰ = \%۸۲$$

مقدار گازهای اضافی‌مانده:

۲۰ درصد از مونوکسید کربن مصرف‌نشده در تهیهٔ متانول (چراکه بازدهٔ درصدی واکنش $\%۸۰$ بوده):

$$۲۸۰۰۰ \times ۰/۲ = ۵۶۰۰\,g$$

۲۰ درصد از هیدروژن مصرف نشده در تهیهٔ متانول + ۲۰۰۰ گرم دست‌نخورده از مخلوط اولیه:

$$۴۰۰۰ \times ۰/۲ + ۲۰۰۰ = ۲۸۰۰\,g$$

۱۵۸ گزینه ۲

الف) آب $(H_۲O)$ و کربن دی‌اکسید $(CO_۲)$ جزء مواد مولکولی هستند.

ب) سیلیس $(SiO_۲)$ همانند عنصر سیلیسیم جزء جامدهای کووالانسی هستند.

ج) از اتم سیلیسیم همانند کربن تاکنون یون تک‌اتمی در هیچ ترکیبی شناخته نشده است.

د) اتم سیلیسیم همانند اتم کربن با تشکیل پیوندهای اشتراکی به آرایش الکترونی هشت‌تایی می‌رسند.

هـ) دانه‌های درشت سنگ در تنور سنگکی، مقاومت گرمایی زیادی دارند، زیرا در ساختار آن شمار زیادی از اتم‌های O و Si با اتصال به هم $(Si - O - Si)$ با پیوندهای اشتراکی متصل شده‌اند.

۱۵۹ گزینه ۳

دو مورد بیش از یک نوع کاتیون در ترکیب‌ها دارند. (آهن و مس)

پنج مورد رسانایی الکتریکی دارند. (همهٔ موارد)

سه مورد چکش‌خوارند. (آهن، منیزیم، مس)

چهار مورد دارای جلا هستند. (آهن، منیزیم، مس، سیلیسیم)

$$a + b + c + d = ۲ + ۵ + ۳ + ۴ = ۱۴$$

www.alirezaafshar.org

۱۶۰ گزینه ۳

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: نادرست. در واکنش (II)، A فرآوردهٔ اصلی و Z یک حلال صنعتی است، بنابراین تمام اتم‌های مواد واکنش‌دهنده به مواد ارزشمند تبدیل شده‌اند.

عبارت دوم: درست. مواد واکنش‌دهنده در واکنش (I) عبارت‌اند از سدیم هیدروکسید $(NaOH)$ که محلول آن در آب خاصیت بازی دارد، سولفوریک اسید $(H_۲SO_۴)$ که محلول آن در آب خاصیت بازی دارد و بنزن $(C_۶H_۶)$ که یک مادهٔ ناقطبی است و در آب حل نمی‌شود، بنابراین تشکیل یک مخلوط ناهمگن می‌دهد.

عبارت سوم: نادرست. در واکنش (I)، سدیم هیدروکسید $(NaOH)$ و سدیم سولفیت $(Na_۲SO_۳)$ ترکیب یونی بوده و شبکهٔ بلوری آن‌ها فاقد مولکول است؛ بنابراین در معادلهٔ این واکنش مجموعاً ۲ ماده وجود دارد که نمی‌توانیم برای آن‌ها از واژهٔ فرمول مولکولی استفاده کنیم.

عبارت چهارم: درست.

$$C_۶H_۶ + C_۳H_۶ + O_۲ \rightarrow C_۶H_۶O + C_۳H_۶O$$

باتوجه‌به قانون پایستگی جرم، به‌آسانی می‌توان دریافت فرمول شیمیایی مادهٔ Z به‌صورت $C_۳H_۶O$ است که با فرمول استون مطابقت دارد.

۱۶۱ گزینه ۱

در مولکول‌های ناقطبی با ساختار خطی، بسته به اینکه اتم مرکزی خاصیت نافلزی بیشتری داشته باشد (مانند $C_۲H_۲$) و یا اینکه اتم‌های متصل‌شونده به اتم مرکزی خاصیت نافلزی بیشتری داشته باشند (مانند $CO_۲$)، نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی می‌تواند متفاوت باشد اگرچه در هر دو حالت به‌علت توزیع متقارن بار الکتریکی، گشتاور دوقطبی این مولکول‌ها برابر صفر است.

۱۶۲ گزینه ۱

تبدیل PET به پرک در ساخت پلاستیک‌های دیگر مورداستفاده قرار می‌گیرد نه خود PET. برای بازتولید PET نیاز به بازیابی شیمیایی به‌منظور تبدیل آن به مونومرهای اولیه است.

۱۶۳ گزینه ۱

ازآنجاکه تعادل با A شروع شده است، پس به ازای هر مول B تولیدشده، ۲ مول C تولید می‌شود؛ یعنی:

$$[B] = ۰/۰۱ \, mol.L^{-۱}$$

$$[C] = ۲[B] = ۲(۰/۰۱) = ۰/۰۲ \, mol.L^{-۱}$$

با قرار دادن در رابطهٔ ثابت تعادل خواهیم داشت:

$$K = \frac{[B][C]^۲}{[A]} \Rightarrow ۱/۶۴ \times ۱۰^{-۶} = \frac{(۰/۰۱)(۰/۰۲)^۲}{[A]} \Rightarrow [A] = ۲/۴۴ \, mol.L^{-۱}$$

۱۶۴ گزینه ۳

	$۲N_۲O_۵(g)$	$\rightleftarrows$	$۴N_۲O(g)$	$+$	$O_۲(g)$
مقدار اولیه	y		۰		۰
تغییرات	$-۲x$		$۴x$		x
مقدار نهایی	$y-۲x$		$۴x$		x

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست. شیب نمودار غلظت- زمان، همان سرعت واکنش است که می‌دانیم:

$$\overline{R}_{N_۲O} = ۴\overline{R}_{O_۲}$$

ب) درست. با گذشت زمان سرعت متوسط مصرف واکنش‌دهنده‌ها و سرعت تولید فرآورده‌ها کاهش می‌یابد.

پ) نادرست. باتوجه‌به جدول رسم‌شده، غلظت نهایی $O_۲(g)$ برابر x و غلظت $N_۲O_۵(g)$ برابر $y-۲x$ است که این دو مقدار لزوماً نصف یکدیگر نیستند.

ت) درست. باتوجه‌به جدول رسم‌شده، غلظت $O_۲(g)$ در هر لحظه پس از شروع واکنش برابر x و غلظت $N_۲O$ برابر $۴x$ است.

۱۶۵ گزینه ۲

	$N_۲(g)$	$+$	$۳H_۲(g)$	$\rightleftarrows$	$۲NH_۳(g)$
مول اولیه	۵		۱۵		۰
مول تعادلی	$۵-x$		$۱۵-۳x$		$۲x$

$$\text{درصد مولی آمونیاک} = \frac{۲۵}{۱۰۰} = \frac{۲x}{(۵-x)+(۱۵-۳x)+۲x} \Rightarrow \frac{۲۵}{۱۰۰} = \frac{۲x}{۲۰-۲x}$$

$$\Rightarrow ۲۰۰x = ۵۰۰ - ۵۰x \Rightarrow x = ۲$$

$$\text{غلظت‌های تعادلی} \begin{cases} [N_۲] = \frac{(۵-x)\,mol}{۱L} = \frac{۵-۲}{۱} = ۳ \, mol.L^{-۱} \\ [H_۲] = \frac{(۱۵-۳x)\,mol}{۱L} = \frac{۱۵-۶}{۱} = ۹ \, mol.L^{-۱} \\ [NH_۳] = \frac{۲x\,mol}{۱L} = \frac{۴}{۱} = ۴ \, mol.L^{-۱} \end{cases}$$

$$K = \frac{[NH_۳]^۲}{[N_۲][H_۲]^۳} = \frac{(۴)^۲}{(۳) \times (۹)^۳} \simeq ۷/۳ \times ۱۰^{-۳}$$