



حسابان

۱ معادله $4^x + 6^x - 10 \times 9^{x-1} = 0$ چند جواب دارد؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

۲ دامنه تابع $f(x) = \log_{(x-1)}\left(\frac{4x+3}{10-x}\right)$ کدام است؟

- (۱) $(\frac{1}{3}, 10) - \{1\}$
(۲) $(\frac{2}{3}, 10) - \{1\}$
(۳) $(1, \frac{4}{3})$
(۴) $(1, 10)$

۳ اگر $\log_x 6 = \frac{1}{3}$ باشد، $\log_3 \frac{x}{4}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) ۲
(۴) ۴

۴ کدام یک از نقاط زیر روی منحنی $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ قرار دارد؟

- (۱) $(1, \frac{3}{2})$
(۲) $(-1, \frac{3}{2})$
(۳) $(\sqrt{2}, \frac{2}{3})$
(۴) $(2, \frac{4}{3})$

۵ تابع $f(x+1) = \log_{\frac{1}{3}}(ax+b)$ فقط برای $x \in (-3, \infty)$ تعریف می‌شود. اگر $f(2) = 5$ باشد، دامنه $y = \sqrt{3 - f(x)}$ کدام است؟

- (۱) $(1, \infty)$
(۲) $[6, \infty)$
(۳) $[17, \infty)$
(۴) $[14, \infty)$

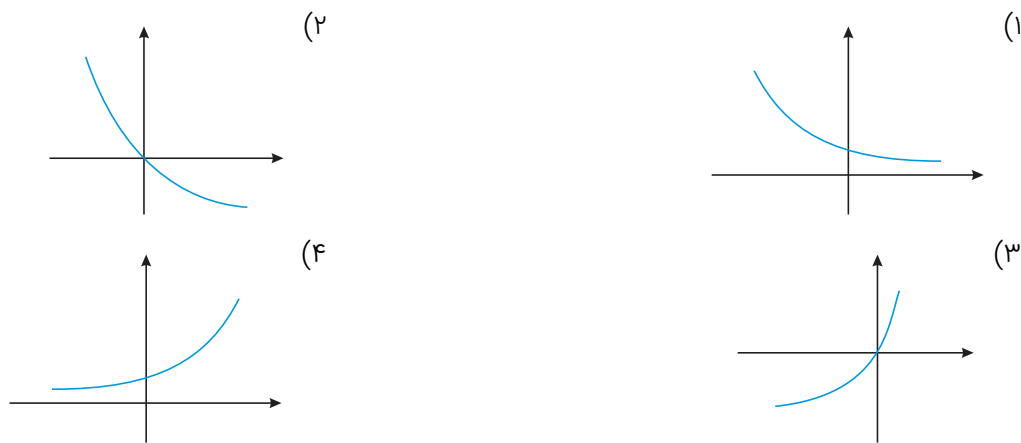
۶ اگر $\log_a^x = b$ و $\log_c^x = \frac{b}{3}$ آن‌گاه c کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{c}$
(۲) a^3
(۳) $\sqrt[3]{b}$
(۴) b^3



نمودار تابع $y = \left(\frac{1}{p}\right)^{-x}$ کدام است؟

۷



حاصلضرب جواب‌های معادله $\log_x^{x+1} - \log_{x+1}^x = 1$ کدام است؟

۸

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) $\sqrt{5}$
- (۴) $2\sqrt{5}$

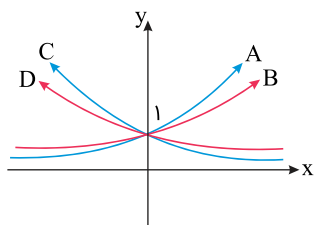
مجموعه جواب نامعادله $\log_{0.5} \frac{x+1}{x-1} > 3$ کدام است؟

۹

- (۱) $(-\frac{9}{\sqrt{5}}, -1)$
- (۲) $(-\frac{9}{\sqrt{5}}, 1)$
- (۳) $(-\infty, 1)$
- (۴) $(-\frac{9}{\sqrt{5}}, +\infty)$

نمودار توابع $y = 2^x$, $y = 3^x$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ در یک دستگاه مختصات رسم شده‌اند. A, B, C و D به ترتیب مربوط به کدام نمودار است؟

۱۰



- (۱) $2^x, 3^x, \left(\frac{1}{3}\right)^x, \left(\frac{1}{2}\right)^x$
- (۲) $3^x, 2^x, \left(\frac{1}{2}\right)^x, \left(\frac{1}{3}\right)^x$
- (۳) $\left(\frac{1}{3}\right)^x, 3^x, 2^x, \left(\frac{1}{2}\right)^x$
- (۴) $\left(\frac{1}{2}\right)^x, 2^x, \left(\frac{1}{3}\right)^x, 3^x$

معادله $x - \log x = 2$ دارای چند جواب حقیقی است؟

۱۱

- (۱) صفر
- (۲) یک
- (۳) دو
- (۴) بی‌شمار

حاصلضرب جواب‌های معادله $\log_2^x - 12 \log_{16}^x = 18$ کدام است؟

۱۲

- (۱) $\frac{1}{8}$
- (۲) ۸
- (۳) ۱۶
- (۴) $\frac{1}{16}$



۱۳ اگر $f(x) = 2^x$ و $f(a) = \frac{1}{4}$ و $f(b+a) = 1$ باشد، مقدار ab کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) -۲
(۳) ۴
(۴) -۴

۱۴ در شکل زیر محدوده a کدام است؟ ($\log 2 = 0.3$)

- (۱) $(-3/5, -3)$
(۲) $(-4, -3/5)$
(۳) $(3, 3/5)$
(۴) $(-1, 0)$

۱۵ اگر $\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{4}$ باشد، کدام نامساوی نادرست است؟

- (۱) $\sqrt{\sin x} > \sqrt{\cos x}$
(۲) $\sin^2 x < \cos^2 x$
(۳) $\tan x < 1$
(۴) $\cot x > 1$

۱۶ انرژی آزاد شده در زلزله ۷ ریشتری، چندبرابر انرژی آزاد شده در یک زلزله ۵ ریشتری است؟

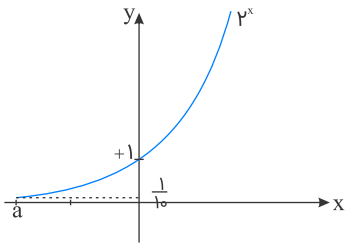
- (۱) ۲
(۲) ۱۰۰
(۳) ۳
(۴) ۱۰۰۰

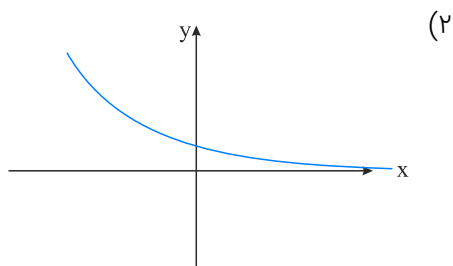
۱۷ اگر $\log_3^5 = a$ باشد، حاصل عبارت \log_{15}^{45} کدام است؟

- (۱) $\frac{a+3}{a+2}$
(۲) $\frac{a+3}{a+1}$
(۳) $\frac{a+1}{a}$
(۴) $\frac{a+2}{a+1}$

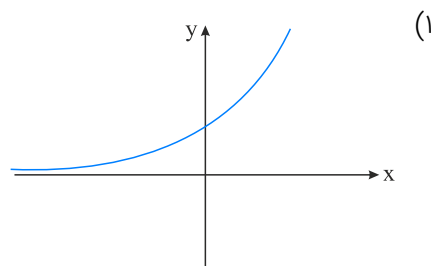
۱۸ برد تابع $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(\sqrt{x+9})$ برابر است با

- (۱) $[2, \infty)$
(۲) $[-2, \infty)$
(۳) \mathbb{R}
(۴) $(-\infty, -2]$

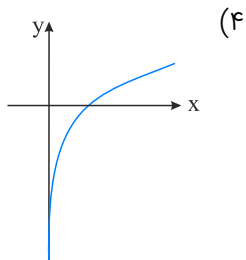




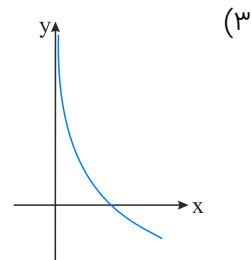
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

نمودار توابع $y = a^{x+1}$ و $y = b^{x+1}$ نسبت به محور y ها قرینه‌اند. کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟ ($a, b \neq 0$)

۲۰

$$b = \sqrt{2} \text{ و } a = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \quad (۲)$$

$$a = b \quad (۱)$$

(۴) چنین چیزی غیرممکن است.

$$ab = 1 \quad (۳)$$

آمار و احتمال

۲۱ در یک خانواده ۲ فرزندی، اگر بدانیم فرزند اول پسر است، با کدام احتمال دیگری دختر می‌باشد؟

۲۱

$$\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۳)$$

۲۲ خانواده‌ای سه فرزند دارد. یکی از فرزندان را انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه این فرزند، برادری بزرگ‌تر از خود داشته باشد، کدام است؟

۲۲

$$\frac{5}{12} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۱)$$

$$\frac{7}{12} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

۲۳ سکه و تاسی را همزمان پرتاب می‌کنیم. اگر تاس کمتر از ۵ ظاهر شده باشد، احتمال آن که سکه رو ظاهر شده باشد کدام است؟

۲۳

$$\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{8} \quad (۳)$$



احتمال فروش میوه‌های مرغوب در یک میوه‌فروشی $\frac{1}{3}$ و همین احتمال برای میوه‌های متوسط $\frac{1}{4}$ است. اگر میوه‌های مرغوب فروش روند، احتمال فروش میوه‌های متوسط $\frac{1}{4}$ افزایش می‌یابد. احتمال اینکه هیچ‌یک از این دو نوع میوه به فروش نرود، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
 (۲) $\frac{5}{12}$
 (۳) $\frac{7}{12}$
 (۴) $\frac{2}{3}$

درون کیسه‌ای ۳ کارت دو طرف سبز، ۲ کارت دو طرف قرمز و ۵ کارت یک طرف قرمز و یک طرف سبز وجود دارد. یک کارت را انتخاب می‌کنیم، اگر روی کارت که مشاهده می‌کنیم قرمز باشد، به چه احتمالی هر دو طرف کارت قرمز است؟

- (۱) $\frac{9}{20}$
 (۲) $\frac{2}{9}$
 (۳) $\frac{4}{9}$
 (۴) $\frac{2}{10}$

کیسه‌ای شامل ۱۰ مهره آبی و ۵ مهره قرمز است. مهره‌ای را به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر آبی باشد یک مهره قرمز در کیسه می‌اندازیم و اگر قرمز باشد یک مهره آبی در کیسه می‌اندازیم، سپس یک مهره را از کیسه انتخاب می‌کنیم. اگر هر دو مهره انتخابی هم‌رنگ باشند، احتمال آبی بودن آن‌ها کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{11}$
 (۲) $\frac{22}{45}$
 (۳) $\frac{23}{45}$
 (۴) $\frac{7}{11}$

در یک خانواده سه فرزندی، یکی از فرزندان پسر است با چه احتمالی دو فرزند دیگر دختر است؟

- (۱) $\frac{3}{8}$
 (۲) $\frac{3}{7}$
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) $\frac{2}{3}$

در کلاس یازدهم ریاضی مدرسه‌ای ۲۵ نفر تحصیل می‌کنند. معدل ترم اول هیچ‌کدام از آن‌ها یکسان نشده است. دو دانش‌آموز را به نوبت و به تصادف صدا می‌کنیم. اگر معدل نفر دوم کمتر از نفر اول باشد، احتمال اینکه نفر اول شاگرد اول کلاس باشد، چند درصد است؟

- (۱) ۸
 (۲) ۴
 (۳) ۵
 (۴) ۱

فوتبالیستی در صورت داشتن روحیه مناسب در هر پینالتی با احتمال $\frac{1}{8}$ گل می‌زند و در غیر این صورت (مثلاً اگر یک پینالتی را از دست بدهد، در پینالتی بعدی روحیه مناسبی ندارد) در شرایط روحی نامناسب با احتمال $\frac{1}{6}$ پینالتی را گل می‌کند. اگر هنگامی که برای ضربه اول قرار می‌گیرد روحیه مناسبی داشته باشد، احتمال اینکه از ۳ پینالتی متوالی فقط اولی و سومی را گل کند کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{98}$
 (۲) $\frac{1}{96}$
 (۳) $\frac{1}{48}$
 (۴) $\frac{1}{74}$

کارخانه‌ای به هنگام نصب دستگاه‌های جدید به احتمال $\frac{1}{4}$ به متخصصین جدید و به احتمال $\frac{1}{3}$ به کارگران جدید و به احتمال $\frac{1}{5}$ به متخصصین جدید یا کارگران جدید نیاز دارد. اگر این کارخانه به متخصصین جدید نیاز داشته باشد با کدام احتمال به کارگران جدید نیاز دارد؟

- (۱) $\frac{3}{35}$
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{3}{4}$
 (۴) $\frac{2}{5}$

در انداختن دو تاس با یکدیگر، اگر مجموع اعداد رو شده اول باشد، احتمال آنکه مجموع مربعات اعداد رو شده، مربع کامل باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{18}$
 (۲) $\frac{1}{9}$
 (۳) $\frac{1}{15}$
 (۴) $\frac{2}{15}$

فرض کنیم احتمال انتقال بیماری کرونا در بزرگسالان به مردان $\frac{1}{8}$ و به زنان $\frac{1}{6}$ باشد. فردی با یک بیمار بزرگسال کرونایی ملاقات می‌کند، احتمال مبتلا نشدن فرد به بیماری کرونا چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{7}$
 (۲) $\frac{1}{6}$
 (۳) $\frac{1}{4}$
 (۴) $\frac{1}{3}$

کارخانه‌ای دارای دو خط تولید است. ۴۵ درصد تولیدات را خط تولید A و ۵۵ درصد دیگر را خط تولید B تولید می‌کنند. اگر ۳۰ درصد تولیدات خط تولید A و ۴۰ درصد تولیدات خط تولید B نیاز به کنترل مجدد داشته باشند، احتمال اینکه یکی از محصولات این کارخانه را که انتخاب کرده‌ایم نیاز به کنترل مجدد داشته باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{423}$
 (۲) $\frac{1}{355}$
 (۳) $\frac{1}{375}$
 (۴) $\frac{1}{275}$

اگر $P(A) = \frac{1}{5}$ ، $P(B) = \frac{1}{4}$ و $P(A|B) = \frac{1}{1}$ باشد، آنگاه $P(A \cup B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{75}$
 (۲) $\frac{1}{85}$
 (۳) $\frac{1}{86}$
 (۴) $\frac{1}{9}$

در کلاسی که n دانشجوی پسر ($n > 5$) و ۵ دانشجوی دختر دارد، به تصادف دو دانشجو را یکی پس از دیگری انتخاب می‌کنیم. با احتمال $\frac{10}{21}$ دانشجویان انتخابی هم‌جنس نیستند. تعداد دانشجویان پسر، کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱۰
 (۲) ۷
 (۳) ۱۱
 (۴) ۱۶

احتمال انتقال نوعی بیماری والدین به فرزند پسر $\frac{1}{8}$ و به فرزند دختر $\frac{1}{14}$ است. با کدام احتمال فرزند آتی آنان سالم خواهد بود؟

- (۱) $\frac{1}{87}$
 (۲) $\frac{1}{88}$
 (۳) $\frac{1}{89}$
 (۴) $\frac{1}{91}$

دو تاس را باهم پرتاب می‌کنیم. اگر حاصل ضرب اعداد ظاهر شده مضرب ۳ باشد، احتمال آنکه حداقل یکی از اعداد ظاهر شده ۵ باشد، کدام است؟

$$\frac{3}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{10} \quad (۱)$$

$$\frac{2}{10} \quad (۳)$$

در کیسه‌ای ۵ مهره سفید و ۳ سیاه و در کیسه‌ای دیگر ۴ مهره سفید و ۲ سیاه داریم. تاسی را پرتاب می‌کنیم؛ اگر مضرب ۳ آمد، از کیسه اول و در غیراین صورت از کیسه دوم ۲ مهره برمی‌داریم. با کدام احتمال این ۲ مهره هم‌رنگ نیستند؟

$$\frac{593}{1260} \quad (۲)$$

$$\frac{167}{315} \quad (۴)$$

$$\frac{673}{1260} \quad (۱)$$

$$\frac{168}{315} \quad (۳)$$

خانواده‌ای سه فرزند دارد. می‌دانیم که فقط جنسیت دوتا از فرزندان یکی است. احتمال پسر بودن فرزند دیگر کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{8} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

احتمال موفقیت فردی در آزمون اول، ۳ برابر احتمال موفقیت او در آزمون دوم است. اگر این فرد در آزمون اول موفق شود، احتمال موفقیت او در آزمون دوم، ۲ برابر می‌شود. اگر احتمال موفقیت او در حداقل یکی از این دو آزمون $\frac{5}{8}$ باشد، احتمال موفقیت او در آزمون دوم کدام است؟



$$\frac{5}{12} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} \text{ یا } \frac{5}{12} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{5} \quad (۳)$$

هندسه

مطابق شکل دو روستای A و B در دو طرف رودخانه قرار دارند. می‌خواهیم پلی عمودی بر رودخانه بسازیم. برای نصب پل به صورتی که فاصله بین A و B کمترین مقدار باشد از کدام تبدیل استفاده می‌کنیم؟

A •



B •

(۱) انتقال

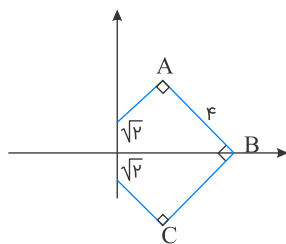
(۲) بازتاب محوری

(۳) تقارن

(۴) دوران

شکل زیر، قسمتی از یک مربع است. اگر آن را نسبت به محور y بازتاب کنیم، مساحت شکل حاصل چقدر است؟

۴۲



(۱) ۳۲

(۲) ۲۴

(۳) ۲۸

(۴) ۳۰

O و O' مرکز دو دایره به شعاع‌های ۳ و ۵ هستند. اگر $OO' = ۱۲$ ، فاصله مرکز تچانس معکوس این دو دایره از مرکز دایره بزرگ‌تر کدام است؟

۴۳

(۱) ۷

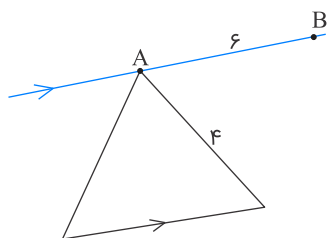
(۲) ۷/۵

(۳) ۸

(۴) ۸/۵

مثث زیر متساوی‌الاضلاع است. اگر بخواهیم از A به ضلع روبه‌روی آن و سپس به B برویم، طول کوتاه‌ترین مسیر چقدر است؟

۴۴



(۱) $\sqrt{۸۴}$

(۲) $\sqrt{۹۰}$

(۳) ۹

(۴) $\sqrt{۸۲}$

اگر T یک تبدیل ایزومتری (طولپا) باشد و F مجموعه تمام نقاط ثابت T باشد، کدام گزینه نمی‌تواند نشان‌دهنده تعداد اعضای F باشد؟

۴۵

(۱) صفر

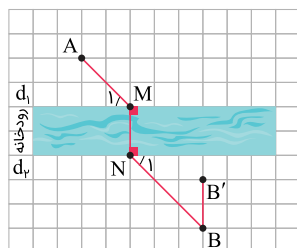
(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) بی‌شمار

باتوجه به شکل زیر، اگر فاصله نقطه A از خط d_1 برابر ۴ و فاصله نقطه B از خط d_2 برابر با ۶ و $\hat{M}_1 = ۳۰^\circ$ باشد، در این صورت فاصله نقطه A از نقطه B' چقدر است؟

۴۶



(۱) ۸

(۲) ۱۲

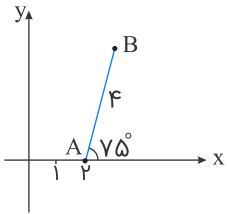
(۳) ۲۰

(۴) ۲۸



در شکل زیر، نقطه B را حول نقطه A چند درجه دوران دهیم تا تصویر B روی محور y ها قرار بگیرد؟

۴۷



(۱) 30°

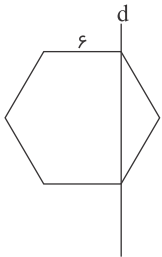
(۲) 45°

(۳) 60°

(۴) 90°

اگر شش ضلعی زیر را نسبت به d بازتاب کنیم، دو شش ضلعی در هم حاصل می‌شود. مساحت شکل حاصل کدام است؟ (شش ضلعی منتظم است)

۴۸



(۱) $63\sqrt{3}$

(۲) $\frac{63\sqrt{3}}{2}$

(۳) $45\sqrt{3}$

(۴) $90\sqrt{3}$

بازتاب خط $y = 2x - 1$ نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم کدام است؟

۴۹

(۲) $y = 2x + 1$

(۱) $y = -2x - 1$

(۴) $x = 2y + 1$

(۳) $x = 2y - 1$

در مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، رأس A را نسبت به نیمساز BD و تصویر آن را نسبت به نیمساز CD' بازتاب می‌کنیم. تصویر نهایی در کجا واقع می‌شود؟

۵۰

(۲) خارج مثلث

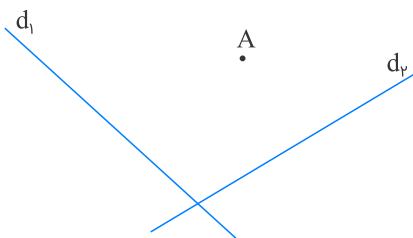
(۱) داخل مثلث

(۴) روی وتر مثلث

(۳) روی ساق مثلث

اگر بخواهیم مثلث متساوی‌الاضلاعی به رأس A طوری رسم کنیم که دو رأس دیگر آن بر d_1 و d_2 قرار گیرد، از کدام تبدیل استفاده می‌کنیم؟

۵۱



(۱) دوران

(۲) بازتاب محوری

(۳) تجانس

(۴) هیچ‌کدام

۵۲ در شکل زیر اگر از A به نقطه‌ای از خط d برویم و سپس به B برگردیم، طول کوتاه‌ترین مسیر باتوجه به اندازه‌های روی شکل کدام است؟



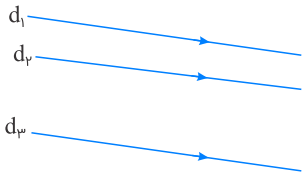
۷ (۱)

۸ (۲)

۹ (۳)

۱۰ (۴)

۵۳ سه خط d_1 ، d_2 و d_3 موازی‌اند. چند مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین می‌توان رسم کرد که رأس قائمه آن بر d_2 و رأس‌های دیگر آن بر d_1 و d_3 قرار بگیرند؟



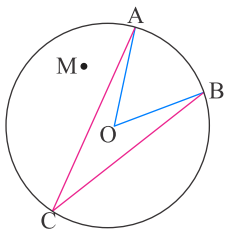
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

بی‌شمار (۴)

۵۴ اگر $C = 20^\circ$ باشد و M را نسبت به OA و سپس نسبت به OB بازتاب کنیم، زاویه دوران حاصل از دو بازتاب چند درجه خواهد بود؟



۴۰ (۱)

۸۰ (۲)

۶۰ (۳)

۴۵ (۴)

۵۵ کدام گزینه صحیح نیست؟

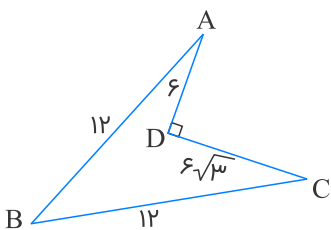
(۱) ترکیب دو بازتاب نسبت به یک محور، یک تبدیل همانی است.

(۲) انتقال همانی نقطه ثابت تبدیل دارد.

(۳) تجانس معکوس جهت شکل را حفظ می‌کند.

(۴) هر تبدیلی که اندازه زاویه را حفظ کند، طولی است.

۵۶ مطابق شکل بدون تغییر محیط، مساحت چهار ضلعی را افزایش دهیم، مقدار افزایش مساحت چقدر است؟



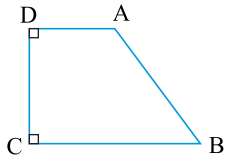
۵۴√۳ (۱)

۳۶√۳ (۲)

۱۷√۳ (۳)

۷۲√۳ (۴)

۵۷ در ذوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ ، $AD = 3$ ، $CD = 16$ و $BC = 5$. نقطه M روی ساق CD متحرک می‌باشد. کمترین مقدار $MA + MB$ کدام است؟



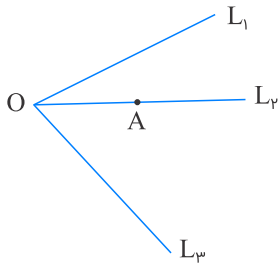
(۱) $2\sqrt{19}$

(۲) ۲۰

(۳) ۲۸۱

(۴) $8\sqrt{5}$

۵۸ مطابق شکل چند خط از A می‌توان رسم کرد که L_1 و L_3 را در B و C قطع کند و $AB = AC$ باشد؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) بی‌شمار

۵۹ دایره $C(O, R)$ و پاره خط AB در یک صفحه مفروض‌اند. برای رسم وترى در دایره C که موازی و مساوی AB باشد، کدام تبدیل به کار می‌رود؟ ($|AB| \leq R$)

(۲) تجانس

(۱) انتقال

(۴) بازتاب

(۳) دوران

۶۰ در مثلث ABC می‌دانیم $\hat{A} = 45^\circ$ و طول میانه AM برابر ۶ می‌باشد. اگر محل هم‌رسی میانه‌های مثلث باشد و G' و G'' به ترتیب بازتاب G نسبت به اضلاع AB و AC ، مساحت مثلث $AG'G''$ کدام است؟

(۲) $\frac{9}{2}\sqrt{2}$

(۱) ۸

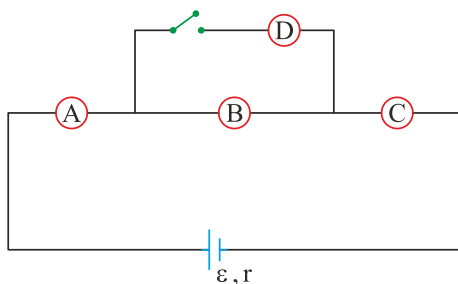
(۴) $12\sqrt{2}$

(۳) ۱۸



فیزیک

۶۱ در شکل زیر تمام لامپ‌ها روشن است. اگر لامپ D خاموش شود، روشنایی لامپ‌های دیگر نسبت به حالت اول چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) B کمتر و C و A بیشتر می‌شود.

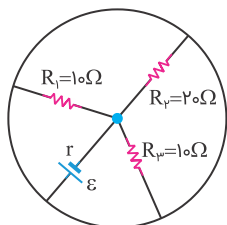
(۲) B بیشتر و C و A کمتر می‌شود.

(۳) روشنایی هر سه لامپ کمتر می‌شود.

(۴) روشنایی هر سه لامپ بیشتر می‌شود.

در شکل زیر، اگر جریان الکتریکی عبوری از مقاومت R_2 برابر با ۲ آمپر باشد، جریانی که از مولد عبور می‌کند برابر با چند آمپر است؟

۶۲



۱۰ (۱)

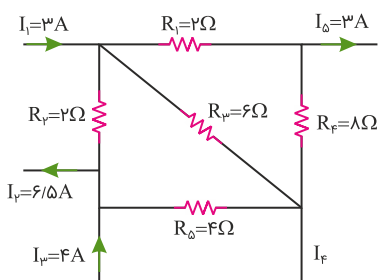
۴ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

در مدار شکل زیر که بخشی از یک مدار بزرگتر است، اندازه و جهت جریان I_F کدام است؟

۶۳



(۱) $2/5 A$ ، روبه بالا

(۲) $2/5 A$ ، روبه پایین

(۳) $1/5 A$ ، روبه بالا

(۴) $1/5 A$ ، روبه پایین

مقاومت LDR چیست؟

۶۴

(۱) نوعی مقاومت حساس به نور است که با افزایش شدت نور مقاومت آن کاهش می‌یابد.

(۲) نوعی دیود است که به‌عنوان دماسنج استفاده می‌شود.

(۳) نوعی مقاومت وابسته به دما است که در دماسنج‌ها استفاده می‌شود.

(۴) نوعی دیود است که به‌عنوان یک‌سو کننده در مدار استفاده می‌شود.

نیرو محرکه یک باتری $1/5$ ولت است. این باتری روی بار الکتریکی مثبت ۶ میکروکولن، میکروژول کار انجام می‌دهد تا آن را از پایانه به ببرد.

۶۵

(۲) ۹ - منفی - مثبت

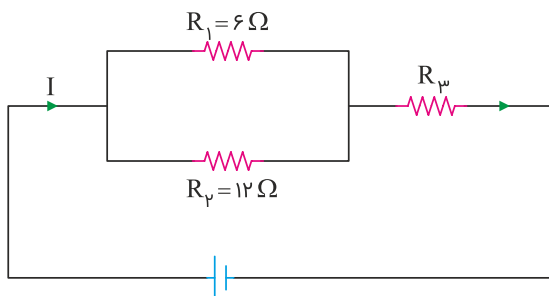
(۱) ۹ - مثبت - منفی

(۴) ۴ - منفی - مثبت

(۳) ۴ - مثبت - منفی

شکل زیر یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد. اگر توان مصرفی مقاومت R_3 ، ۶ برابر توان مصرفی مقاومت R_2 باشد، چند اهم است؟

۶۶



۱۸ (۱)

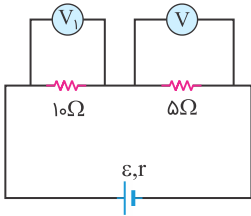
۱۲ (۲)

۸ (۳)

۶ (۴)

در مدار شکل زیر اگر $V_1 = 20\text{ V}$ باشد، ولت متر V چند ولت را نشان می‌دهد؟

۶۷



(۱) ۴۰

(۲) ۳۰

(۳) ۲۰

(۴) ۱۰

کدام یک از عبارات‌های زیر صحیح‌اند؟

۶۸

(الف) مقاومت دیودها در برابر سوی جریان که ایجاد کرده‌اند بسیار زیاد است.

(ب) مقاومت نوری، نوعی مقاومت است که با افزایش شدت نور از مقاومت آن کاسته می‌شود.

(پ) ترمیستورها انتخاب خوبی به‌عنوان حسگر دما هستند.

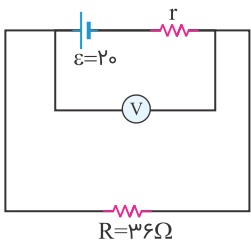
(ت) در مقاومت‌های کربنی حلقه تلورانس عموماً به رنگ‌های آبی و قرمز است.

(۱) ب - پ (۲) پ - ت

(۳) ت - ب (۴) الف - ت

نیروی محرکه یک باتری ۲۰ ولت است. وقتی دو سر این باتری را به دو سر یک مقاومت ۳۶ اهمی متصل می‌کنیم، اختلاف پتانسیل دو سر این مقاومت ۱۸ ولت می‌شود. در این حالت توان تلف‌شده در مقاومت درونی باتری چند وات است؟

۶۹



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۱/۵

(۴) ۵/۰

در مورد دیود نور گسیل (LED) چند مورد از عبارات زیر نادرست است؟

۷۰

(الف) LED از قانون اهم پیروی نمی‌کند.

(ب) نمودار جریان برحسب اختلاف پتانسیل دو سر LED به صورت خط راست نیست.

(پ) هرچه اختلاف پتانسیل دو سر LED افزایش یابد، مقاومت آن کاهش می‌یابد.

(ت) اختلاف پتانسیل دو سر LED با جریان گذرنده از آن نسبت مستقیم دارد.

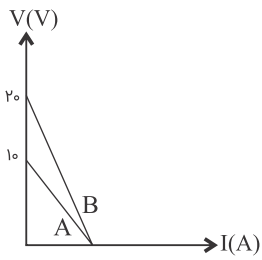
(ث) عبور جریان از LED بستگی به نوع بستن پایانه‌های آن به اختلاف پتانسیل دارد.

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

نمودار تغییر ولتاژ دو سر مولدهای A و B بر حسب شدت جریانی که از آنها می‌گذرد، مطابق شکل زیر است. مقاومت درونی مولد B چند برابر مقاومت درونی مولد A است؟

۷۱



۱ (۱)

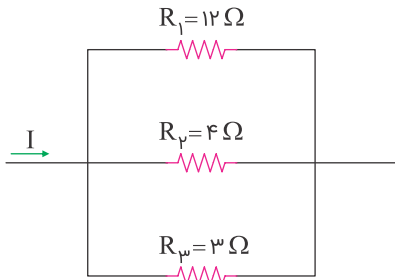
۲ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۳)

۱۰ (۴)

شکل زیر، قسمتی از یک مدار را نشان می‌دهد. اگر توان مصرفی در مقاومت R_1 برابر 3 W باشد، جریان الکتریکی I چند آمپر است؟

۷۲



۶ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

کاربرد کدامیک از قطعه‌های الکترونیکی زیر به‌عنوان قطعه اصلی درست نوشته شده است؟

۷۳

الف) ترمیستور مورد استفاده در زنگ خطر آتش

ب) دیود نورگسیل مورد استفاده در تابلوهای تبلیغاتی

پ) LDR مورد استفاده در دمپا

ت) LED مورد استفاده در چشم‌های الکترونیکی

۲) پ و ب

۱) پ و ت

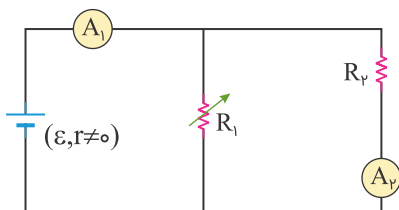
۴) الف و ت

۳) الف و ب



در مدار شکل زیر، اگر مقاومت رئوسا افزایش یابد، اعدادی که آمپرسنج‌های A_1 و A_2 نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

۷۴



۱) افزایش - افزایش

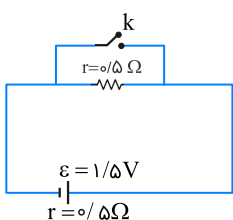
۲) کاهش - کاهش

۳) افزایش - کاهش

۴) کاهش - افزایش

در مدار زیر، ابتدا کلید باز است. در صورتی که کلید بسته شود، اختلاف پتانسیل دو سر مولد چند ولت کاهش می‌یابد؟

۷۵



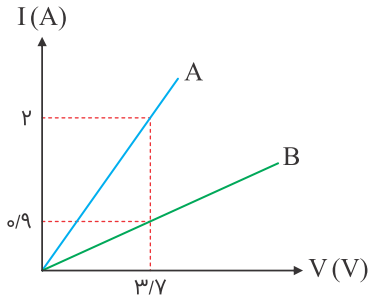
۱) صفر

۲) $0/5$

۳) $0/75$

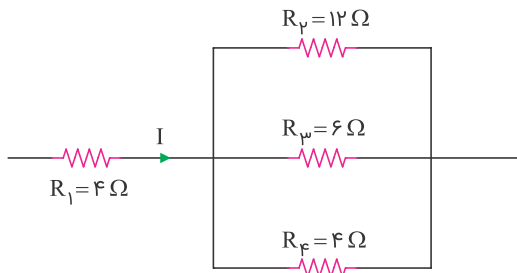
۴) $1/5$

نمودار شدت جریان عبوری از دو سیم مسی هم جنس A و B بر حسب اختلاف پتانسیل به صورت زیر است. اگر قطر سیم مسی A دو برابر قطر سیم مسی B باشد، طول سیم A چند برابر طول سیم B است؟



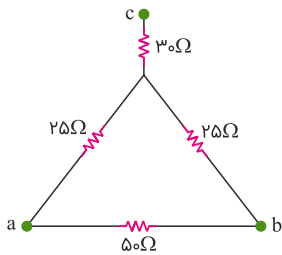
- (۱) $\frac{80}{9}$
- (۲) $\frac{40}{9}$
- (۳) $5/9$
- (۴) $1/8$

در مدار زیر، نسبت بیشترین توان مصرفی مدار به کمترین توان مصرفی کدام است؟



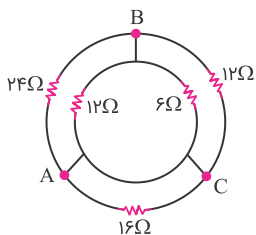
- (۱) ۱۶
- (۲) ۴
- (۳) ۱۲
- (۴) ۶

در مدار شکل زیر، مقاومت معادل بین دو نقطه a و b چند اهم است؟



- (۱) ۵۵
- (۲) ۲۵
- (۳) $\frac{100}{3}$
- (۴) $\frac{50}{3}$

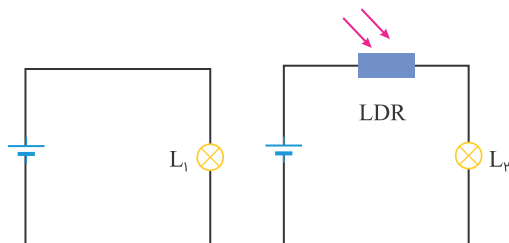
در مدار زیر، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B، چند اهم با مقاومت معادل بین دو نقطه C و A تفاوت دارد؟



- (۱) $4 \frac{1}{3}$
- (۲) $5 \frac{1}{3}$
- (۳) $7 \frac{1}{3}$
- (۴) $8 \frac{1}{3}$

در مدار شکل زیر با نزدیک کردن لامپ L_1 به LDR، شدت نور لامپ L_2 چگونه تغییر می‌کند؟

۸۰



(۱) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

(۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(۳) کاهش می‌یابد.

(۴) افزایش می‌یابد.

شیمی

چه تعداد از تغییرات زیر سبب افزایش سرعت واکنش $Mg(s) + 2H^+(aq) \rightarrow Mg^{2+}(aq) + H_2(g)$ می‌شود؟

۸۱

(الف) اضافه کردن آب به ظرف واکنش

(ب) افزایش دمای محلول اسید در آغاز واکنش

(پ) استفاده از پودر منیزیم به جای نوار منیزیم

(ت) افزایش غلظت H^+ در محلول

(ث) افزایش فشار

(۲) ۴

(۱) ۵

(۴) ۲

(۳) ۳

در بین مواد زیر کمترین گرمای حاصل از سوختن ۱ مول از آن‌ها مختص به کدام ماده است؟

۸۲

(۲) اتن

(۱) اتان

(۴) اتانول

(۳) اتین

محلول هیدروژن پراکسید در دمای اتاق درحالی‌که افزودن دو قطره محلول سرعت واکنش را به‌طور چشم‌گیری افزایش می‌دهد و گاز تولید می‌شود.

۸۳

(۱) تجزیه نمی‌شود - پتاسیم برمید - اکسیژن

(۲) تجزیه نمی‌شود - پتاسیم یدید - هیدروژن

(۳) به کندی تجزیه می‌شود - پتاسیم برمید - هیدروژن

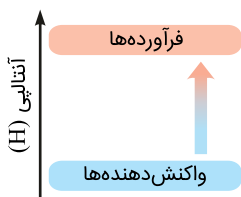
(۴) به کندی تجزیه می‌شود - پتاسیم یدید - اکسیژن



کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) از دانه سویا می‌توان سوخت سبز استخراج نمود.
- (۲) گاز متان به گاز مرداب معروف است.
- (۳) در ساختار گرماسنج لیوانی به همزن نیازی نداریم.
- (۴) گروه عاملی، آرایش منظمی از اتم‌ها است که به مولکول آلی دارای آن، خواص فیزیکی و شیمیایی منحصر به فردی می‌بخشد.

- باتوجه به نمودار داده شده، کدام یک از عبارت‌های زیر درست هستند؟
- (الف) در این نوع واکنش واکنش‌پذیری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کمتر است.
- (ب) علامت Q در این نوع واکنش مثبت است.
- (پ) نمودار داده شده می‌تواند متعلق به واکنش تبدیل گاز اکسیژن به گاز اوزون باشد.
- (ت) در این نوع واکنش‌ها نماد Q در سمت راست واکنش قرار می‌گیرد.



- (۱) الف - پ
- (۲) پ - ت
- (۳) ب - پ
- (۴) الف - ت

- با انجام یک آزمایش در یک گرماسنج دارای ۹۰۰ گرم آب، دمای آب به اندازه 2°C بالاتر می‌رود. اگر در شرایط یکسان، از ۴۶۰ گرم اتانول با دمای 20°C به جای آب استفاده شود، دمای پایانی گرماسنج به چند درجه سلسیوس می‌رسد؟
($c_{\text{H}_2\text{O}} = 75$, $c_{\text{اتانول}} = 110 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$, $\text{O} = 16$, $\text{C} = 12$, $\text{H} = 1 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$)

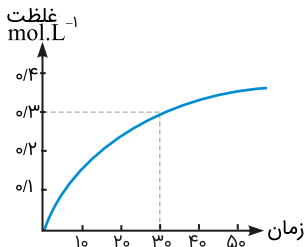
$$26/8 \quad (2)$$

$$24/2 \quad (1)$$

$$33/6 \quad (4)$$

$$28/6 \quad (3)$$

- واکنشی به صورت $2A(aq) \rightarrow 2B(l) + C(g)$ صورت می‌گیرد. اگر نمودار زیر متعلق به یکی از فرآورده‌ها باشد، در فاصله زمانی صفر تا ۳۰ ثانیه چند مول A مصرف شده است؟ (حجم ظرف واکنش ۲ لیتر فرض شود)



$$0/6 \quad (1)$$

$$1/2 \quad (2)$$

$$0/3 \quad (3)$$

$$0/9 \quad (4)$$

کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟ ($H = 1, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) گرماسنج لیوانی برای اندازه‌گیری گرمای واکنش در حجم ثابت به کار می‌رود که هم‌ارز با آنتالپی واکنش است.

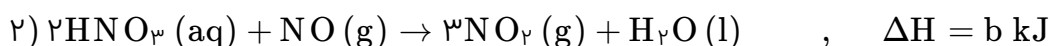
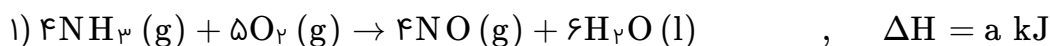
(۲) سوختگی حاصل از ریختن ۱۰۰ گرم آب $100^\circ C$ روی پوست، با سوختگی حاصل از ۱۰۰ گرم روغن زیتون با دمای $100^\circ C$ یکسان است.

(۳) اگر ظرفیت گرمایی ویژه آب $4/184 J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}$ باشد، برای افزایش دمای ۲ مول آب به اندازه $2^\circ C$ به ۷۲ کالری گرما نیاز است.

(۴) گرما را می‌توان هم‌ارز انرژی گرمایی دانست که به علت تفاوت در انرژی گرمایی جاری می‌شود.

نیتریک اسید به صورت صنعتی از اکسایش آمونیاک تهیه می‌شود. مقدار گرمای مبادله شده با یکای kJ برای تهیه هر مول نیتریک اسید با استفاده از واکنش: $NH_3(g) + 2O_2(g) \rightarrow HNO_3(aq) + H_2O(l)$ ، کدام است؟

۸۹



$$\frac{a + 2b + 3c}{2} \quad (2) \qquad \frac{a - b - 3c}{2} \quad (1)$$

$$\frac{a - 2b - 3c}{4} \quad (4) \qquad \frac{-a + b + 3c}{4} \quad (3)$$

همه گزینه‌های زیر درست هستند، به جز

۹۰

(۱) بوی غذای گرم آسان‌تر و سریع‌تر از غذای سرد به مشام می‌رسد.

(۲) جنب‌وجوش مولکول‌ها در حالت فیزیکی مایع از گاز کمتر و از جامد بیشتر است.

(۳) در ساختار مولکول‌های روغن، پیوند دوگانه بیشتری به نسبت چربی‌ها وجود دارد.

(۴) روغن برخلاف چربی جزء ترکیبات آلی به شمار می‌رود.

اگر آنتالپی فروپاشی شبکه $NaCl$ ، $800 kJ \cdot mol^{-1}$ باشد، گرمای آزاد شده به ازای تشکیل 234 گرم $NaCl$ از یون‌های سازنده حدوداً چند کیلوگرم آب $68^\circ C$ را می‌توان به جوش آورد؟ ($c_{H_2O} = 4/2 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$) ($Na = 23, Cl = 35/5 : g \cdot mol^{-1}$)

۹۱



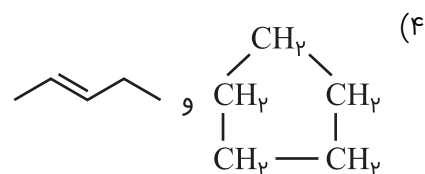
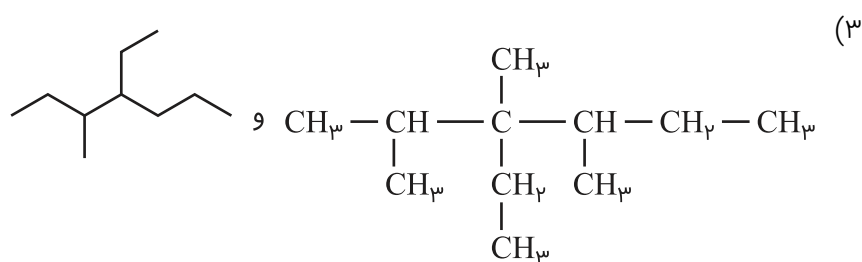
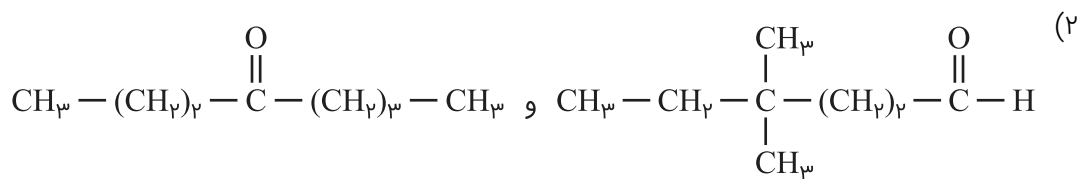
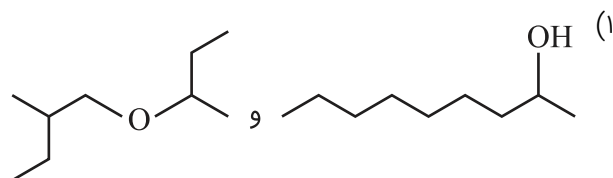
(۲) $23/8$

(۴) $32/8$

(۱) $23/8 \times 10^3$

(۳) $32/8 \times 10^3$

ترکیب‌های رسم‌شده در کدام گزینه، با هم ایزومر نیستند؟



کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) متان از تجزیه گیاهان به وسیله باکتری‌های بی‌هوازی در زیر آب تولید می‌شود.

(۲) ΔH واکنش تولید CO(g) را نمی‌توان به روش تجربی تعیین کرد.

(۳) با گرماسنج لیوانی می‌توان ΔH فرآیند تمامی واکنش‌ها را محاسبه کرد.

(۴) گرمای یک واکنش معین به راهی که برای انجام آن در پیش گرفته می‌شود، وابسته نیست.

۹۴ اگر واکنش $\text{N}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow \text{N}_2\text{H}_4(\text{g}), \Delta H = -96 \text{ kJ}$ در یک ظرف ۲ لیتری انجام گردد، در مدت زمان ۲۰ ثانیه در این واکنش، N_2H_4 با سرعت $0.1 \text{ mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$ تولید می‌گردد. مقدار گرمای آزادشده چند کیلوژول است؟

(۱) ۹۶ (۲) ۱۹۲

(۳) ۲۸۸ (۴) ۳۸۴

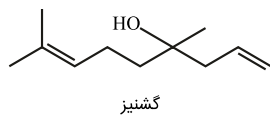
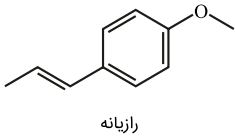
۹۵ با توجه به واکنش: $\text{SO}_3(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{H}_2\text{SO}_4(\text{aq}), \Delta H = -228 \text{ kJ}$ ، در یک مخزن دارای ۱۰/۱۸ کیلوگرم آب، ۱۰ مول گاز SO_3 با سرعت یکنواخت در مدت پنج دقیقه حل شده است. میانگین افزایش دمای مخزن در هر دقیقه، به تقریب چند $^\circ\text{C}$ است؟ (فرض شود گرمای واکنش، تنها صرف گرم شدن آب شده است) ($c_{\text{آب}} = 4/2 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$)

(۱) ۰/۵۴ (۲) ۱/۰۸

(۳) ۵/۴۲ (۴) ۱۰/۶۶

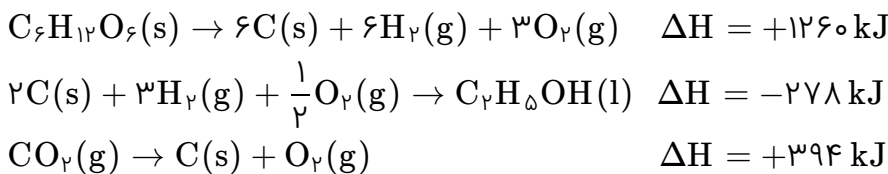
- (۱) راه‌های گوناگون دیگری برای تأمین انرژی بدن به جز گوارش غذا (چربی‌ها و قندها) وجود دارد.
- (۲) مصرف پتاسیم برای پیشگیری و ترمیم پوکی استخوان، بسیار مفید است.
- (۳) تبدیل ماده به انرژی، تنها منبع حیات‌بخش انرژی در زمین است.
- (۴) سرانه مصرف مواد غذایی در کشورهای مختلف، یکسان است.

باتوجه به فرمول شیمیایی دو ماده آلی موجود در گشنیز و رازیانه، کدام گزینه نادرست است؟



- (۱) عمده بوی گشنیز به دلیل وجود گروه هیدروکسیل در آن است.
- (۲) فرمول شیمیایی ماده موجود در رازیانه دارای ۹ اتم کربن است و با اکسیژن پیوند یگانه دارند.
- (۳) تعداد پیوندهای (C - C) در فرمول شیمیایی ماده موجود در گشنیز بیشتر از رازیانه است.
- (۴) ماده موجود در گشنیز هم‌خانواده با اتانول است.

باتوجه به واکنش‌های گرمایشی زیر:



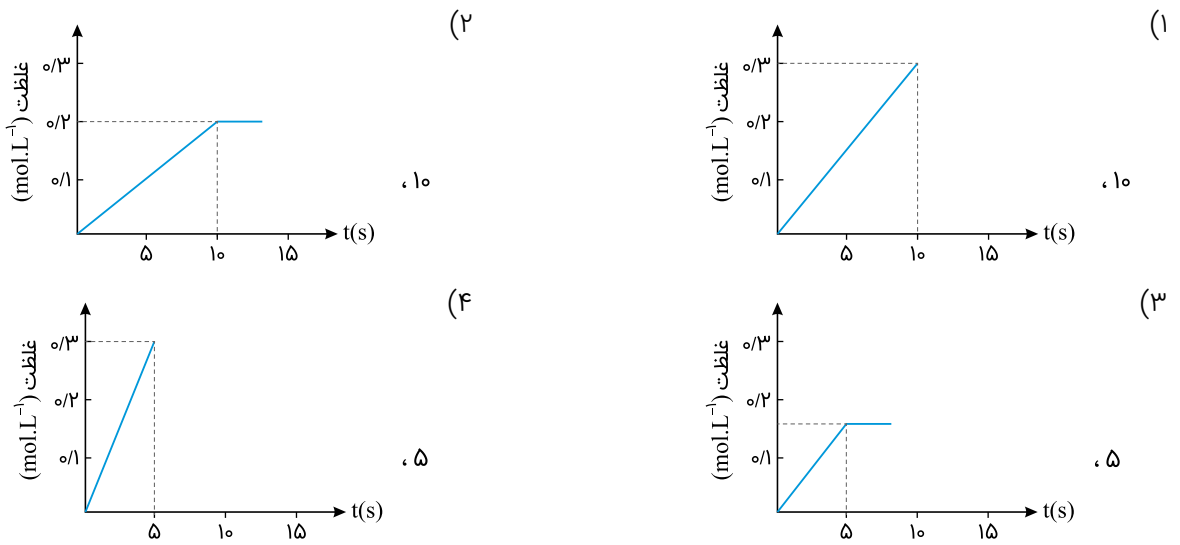
ΔH واکنش $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(\text{s}) \rightarrow 2\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}(\text{l}) + 2\text{CO}_2(\text{g})$ ، برابر چند کیلوژول است و با آزاد شدن ۲۱۰ کیلوژول انرژی گرمایی در این واکنش، چند گرم گلوکز به اتانول تبدیل می‌شود؟ ($\text{H} = 1$, $\text{C} = 12$, $\text{O} = 16$: $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)

- | | |
|---------------|---------------|
| (۲) ۵۴۰ ، -۸۴ | (۱) ۴۵۰ ، -۸۴ |
| (۴) ۵۴۰ ، -۹۲ | (۳) ۴۵۰ ، -۹۲ |

همه عبارت‌های زیر درست هستند؛ به جز

- (۱) آهن (III) کلرید همانند آهن (III) هیدروکسید در آب مقطر نامحلول است.
- (۲) در واکنش $\text{NH}_3(\text{g}) + \text{HCl}(\text{aq}) \rightarrow \text{NH}_4\text{Cl}(\text{aq})$ ، افزودن آب مقطر برخلاف کاهش ظرف واکنش، سرعت واکنش را کاهش می‌دهد.
- (۳) مولکول بنزوئیک اسید و بنزالدهید، در تعداد پیوندهای دوگانه فقط شبیه هم هستند.
- (۴) دو ظرف آب با میانگین تندی و انرژی جنبشی یکسان و جرم متفاوت، قطعاً انرژی گرمایی متفاوتی دارند.

اگر ۱ مول $KClO_3$ در گرما و در مجاورت کاتالیزگر در یک ظرف ۵ لیتری، با سرعت ثابت 0.1 mol.s^{-1} مطابق واکنش:
 $2KClO_3(s) \rightarrow 2KCl(s) + 3O_2(g)$ تجزیه شود، واکنش پس از چند ثانیه کامل می‌شود و نمودار تغییرات غلظت مولار O_2 نسبت به زمان، به کدام صورت است؟



مرکز مشاوره تحصیلی
 علیرضا افشار



استاد علیرضا افشار

”همایش ها“

@hamayesh_dr_afshar



گزینه ۲

۱

$$(2^x)^2 + 3^x \times 2^x - 10 \times \frac{9^x}{9} = 0 \Rightarrow (2^x)^2 + 3^x \times 2^x - \frac{10}{9}(3^x)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2^x = a > 0 \\ 3^x = b > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 + ab - \frac{10}{9}b^2 = 0 \Rightarrow (a + \frac{5}{3}b)(a - \frac{2}{3}b) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{3}b \text{ غ.ق.ق} \\ a = \frac{2}{3}b \end{cases}$$

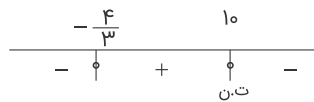
$$\Rightarrow 2^x = \frac{2}{3} \times 3^x \Rightarrow \frac{2^x}{3^x} = \frac{2}{3} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \text{معادله یک جواب دارد}$$

گزینه ۱

۲

شرایط دامنه را بررسی می‌کنیم:

$$1) \frac{4x+3}{10-x} > 0$$



$$x \in \left(-\frac{4}{3}, 10\right)$$

$$2) 2x-1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2}$$

$$3) 2x-1 \neq 1 \Rightarrow x \neq 1$$



بنابراین:

$$D_f = (1) \cap (2) \cap (3) = \left(\frac{1}{2}, 10\right) - \{1\}$$

گزینه ۳

۳

$$\log_x 6 = \frac{1}{2} \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} = 6 \Rightarrow \sqrt{x} = 6 \Rightarrow x = 36$$

$$\Rightarrow \log_3 \frac{x}{4} = \log_3 \frac{36}{4} = \log_3 9 = 2$$

گزینه ۲

۴

$$y = \left(\frac{2}{3}\right)^x \xrightarrow{x=-1} y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2} \Rightarrow \left(-1, \frac{3}{2}\right) \in f$$

از اینکه دامنه $f(x+1) = \log_{\frac{1}{p}}(ax+b)$ با $(-3, \infty)$ برابر است نتیجه می‌گیریم که $a > 0$ و $-3a + b = 0$ است، در نتیجه $b = 3a$ است. از طرفی $f(2) = 5$ ، یعنی:

$$x = 1 \Rightarrow f(2) = \log_{\frac{1}{p}}(a+b) = 5 \Rightarrow a + b = \left(\frac{1}{p}\right)^5 = \frac{1}{3p}$$

$$\xrightarrow{b=3a} 4a = \frac{1}{3p} \Rightarrow a = \frac{1}{12p}, b = \frac{3}{12p}$$

نتیجه اینکه $f(x+1) = \log_{\frac{1}{p}}\left(\frac{x+3}{12}\right)$ بنا بر این دامنه $y = \sqrt{3-f(x)}$ معادل با حل نامعادله زیر است.

$$3 - f(x) \geq 0 \Rightarrow 3 \geq f(x) = \log_{\frac{1}{p}}\left(\frac{x+3}{12}\right) \xrightarrow{\frac{1}{p} < 1} \left(\frac{1}{p}\right)^3 \leq \frac{x+3}{12}$$

$$= \frac{1}{p} \leq \frac{x+3}{12} \Rightarrow 12 \leq x$$

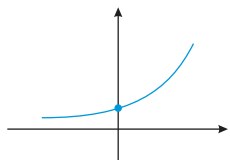
$$\log_c^x = \frac{b}{p} \Rightarrow p \log_c^x = b \Rightarrow \log_{c^{\frac{1}{p}}}^x = b$$

از طرفی می‌دانیم $\log_a^x = b$ پس:

$$\log_{\sqrt[p]{c}}^x = \log_a^x \Rightarrow \sqrt[p]{c} = a \Rightarrow c = a^p$$

$$y = \left(\frac{1}{p}\right)^{-x} = (p^{-1})^{-x} = p^x$$

نمودار تابع $y = p^x$ را رسم می‌کنیم:



بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

$$\log_x^{x+1} - 2 \log_{x+1}^x = 1; x \in (0, +\infty) - \{1\} \quad (*)$$

با تغییر متغیر $T = \log_x^{x+1}$ ، داریم:

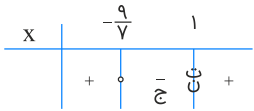
$$\log_{x+1}^x = \frac{1}{T} \Rightarrow T - \frac{2}{T} = 1 \Rightarrow T^2 - T - 2 = (T-2)(T+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T = \log_x^{x+1} = 2 \Rightarrow x+1 = x^2 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \xrightarrow{(*)} x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ T = \log_x^{x+1} = -1 \Rightarrow x+1 = \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0 \xrightarrow{(*)} x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل ضرب جواب‌ها} = \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) = \frac{4}{4} = 1$$

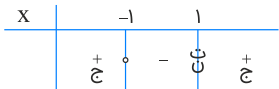
$$\log_{\frac{1}{5}} \frac{x+1}{x-1} > 3 \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{5} \Rightarrow \log_{\frac{1}{5}} \frac{x+1}{x-1} > \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{125} \Rightarrow \frac{x+1}{x-1} < \frac{1}{125}$$

$$\Rightarrow \frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{125} < 0 \Rightarrow \frac{125x + 125 - x + 1}{125(x-1)} < 0 \Rightarrow \frac{124x + 126}{125(x-1)} < 0$$



$$\Rightarrow -\frac{9}{5} < x < 1 \quad (1)$$

$$\frac{x+1}{x-1} > 0$$



$$\Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} -\frac{9}{5} < x < -1 \Rightarrow x \in \left(-\frac{9}{5}, -1\right)$$

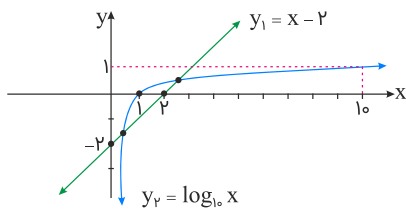


در توابع نمایی $y = a^x$ ، اگر $a > 1$ باشد نمودار حالت افزایشی دارد و اگر $0 < a < 1$ باشد نمودار حالت کاهشی دارد. بنابراین A و B مربوط به توابع 3^x و 2^x و C و D مربوط به توابع $\left(\frac{1}{3}\right)^x$ و $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ می‌باشند. اما در هر دو حالت $a > 1$ و $0 < a < 1$ هرچه مقدار a بیشتر شود به‌ازای x‌های مثبت، نمودار بالاتر می‌رود و به‌ازای x‌های منفی نمودار پایین‌تر می‌رود. بنابراین با توجه به توضیحات بالا نتیجه می‌گیریم که:

$$A : 3^x, \quad B : 2^x$$

$$C : \left(\frac{1}{3}\right)^x, \quad D : \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

از روش هندسی کمک می‌گیریم:



$$\underbrace{x - 2}_{y_1} = \underbrace{\log_{10} x}_{y_2}$$

همان‌طور که دیده می‌شود، نمودارها یکدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند؛ پس معادله $y_1 = y_2$ دارای دو جواب حقیقی است.

$$\begin{aligned}
 (\log_{\sqrt{2}}^x)^{\sqrt{2}} - 12 \log_{\sqrt{2}}^x &= 18 \Rightarrow (\log_{\sqrt{2}}^x)^{\sqrt{2}} - 12 \log_{\sqrt{2}}^x = 18 \\
 (\log_{\sqrt{2}}^x)^{\sqrt{2}} - 3 \log_{\sqrt{2}}^x &= 18 \Rightarrow \text{فرض می‌کنیم: } \log_{\sqrt{2}}^x = t \\
 \Rightarrow t^{\sqrt{2}} - 3t - 18 &= 0 \Rightarrow (t - 6)(t + 3) = 0 \Rightarrow t = 6, t = -3 \\
 \Rightarrow \begin{cases} \log_{\sqrt{2}}^x = 6 \Rightarrow x = 2^6 = 64 \\ \log_{\sqrt{2}}^x = -3 \Rightarrow x = 2^{-3} = \frac{1}{8} \end{cases}
 \end{aligned}$$

بنابراین جواب‌های معادله، $x = \frac{1}{8}$ و $x = 64$ است که حاصلضرب آن‌ها برابر $\frac{1}{8} \times 64 = 8$ است.

داریم:

$$\begin{aligned}
 f(a) = 2^a = \frac{1}{2} &\Rightarrow 2^a = 2^{-1} \Rightarrow a = -1 \quad (1) \\
 f(b+a) = 2^{b+a} = 1 &\Rightarrow 2^{b+a} = 2^0 \Rightarrow b+a = 0 \xrightarrow{(1)} b = 1 \quad (2) \\
 \xrightarrow{(1),(2)} ab &= (-1)(1) = -1
 \end{aligned}$$

$$2^x = \frac{1}{10}$$

از طرفین \log می‌گیریم.

$$\log 2^x = \log \frac{1}{10} = \log(10)^{-1} = -1$$

$$x \log 2 = -1 \xrightarrow{\log 2 = 0.3} 0.3x = -1 \Rightarrow x = \frac{-1}{0.3} = -3.33$$

می‌دانیم در $x = \frac{\pi}{4}$ مقدار تانژانت برابر ۱ است و سینوس و کسینوس برابر است. در بازه $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4})$ هم مقدار تانژانت کمتر از ۱ و مثبت است. پس:

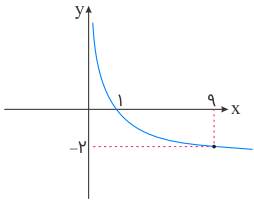
$$0 < \tan x < 1 \Rightarrow 0 < \frac{\sin x}{\cos x} < 1 \Rightarrow \sin x < \cos x \xrightarrow{\sin x, \cos x > 0} \sqrt{\sin x} < \sqrt{\cos x}$$

بقیه گزینه‌ها صحیح هستند.

$$\begin{cases} \log E_1 = 11/8 + 1/5 \times 5 \\ \log E_2 = 11/8 \times 1/5 \times 7 \end{cases} \rightarrow \log \frac{E_2}{E_1} = 3 \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = 10^3 = 1000$$

$$\begin{aligned}
 \log_{15}^{45} &= \log_{15}^3 + \log_{15}^{15} = \log_{15}^3 + 1 = \frac{1}{\log_{15}^3} + 1 \\
 &= \frac{1}{\log_3^5 + \log_3^3} + 1 = \frac{1}{a+1} + 1 = \frac{a+2}{a+1}
 \end{aligned}$$

دقت کنید که $\sqrt{x} \geq 0$. در واقع برد \sqrt{x} بازه $[0, \infty)$ است، بنابراین برد تابع $y = (\sqrt{x} + 9)$ برابر $[9, \infty)$ است. پس در واقع باید برد تابع $y = \log_p^{(T)}$ را محاسبه کنیم که به کمک رسم نمودار $y = \log_p^{(T)}$ به راحتی قابل محاسبه است:



$$R_f = (-\infty, -2]$$

\log_p^{\wedge} یک عدد بین ۱ و ۲ است؛ پس $\log_p^{\wedge} > 1$ است. در نتیجه، $y = (\log_p^{\wedge})^x$ یک تابع نمایی صعودی خواهد بود.

فرض کنید $f(x) = a^{x+1}$ و $g(x) = b^{x+1}$. معنی اینکه نمودار $y = f(x)$ و $y = g(x)$ نسبت به محور y قرینه است، این است که:

$$\begin{aligned} f(-x) = g(x) &\Rightarrow a^{-x+1} = b^{x+1} \Rightarrow \frac{a^1}{a^x} = b^1 \times b^x \\ &\Rightarrow \frac{a}{b} = a^x b^x \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right) = (ab)^x \end{aligned}$$

این یعنی به ازای هر عدد حقیقی x ، باید $(ab)^x$ مقداری ثابت باشد. این فقط زمانی رخ می‌دهد که $ab = 1$ باشد. اگر $ab = 1$ باشد، نتیجه می‌گیریم که:

$$\frac{a}{b} = (ab)^x \Rightarrow \frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a = b \xrightarrow{ab=1} \begin{cases} a = b = 1 \\ \text{یا} \\ a = b = -1 \end{cases}$$

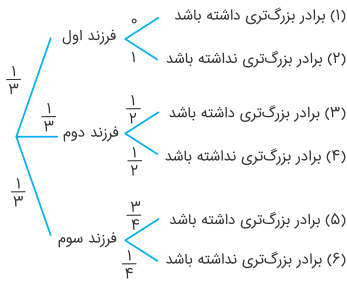
که چون در تعریف تابع نمایی پایه مثبت و مخالف یک است، هیچ کدام را نمی‌پذیریم.

آمار و احتمال

فضای نمونه‌ای جدید را می‌سازیم. سپس احتمال مطلوب را در این فضای نمونه‌ای به دست می‌آوریم.

$$S' = \{(پ, پ), (د, پ)\} \Rightarrow P = \frac{1}{3}$$





$$P = P((1)) + P((3)) + P((5))$$

$$= \frac{1}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = 0 + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

راه حل اول:

$$S' = \{(1, R), (1, P), (2, R), (2, P), (3, R), (3, P), (4, R), (4, P)\}$$

$$A = \{(1, R), (2, R), (3, R), (4, R)\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S')} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

راه حل دوم:

$$S = \{(1, R), (1, P), (2, R), (2, P), (3, R), (3, P), (4, R), (4, P), (5, R), (5, P), (6, R), (6, P)\}$$

$$A = \{\text{سکه رو بیاید}\} = \{(1, R), (2, R), \dots, (6, R)\}$$

$$B = \{\text{تاس کمتر از ۵}\} = \{(1, R), (1, P), (2, R), (2, P), (3, R), (3, P), (4, R), (4, P)\}$$

$$A \cap B = \{(1, R), (2, R), (3, R), (4, R)\}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{4}{12}, \quad P(B) = \frac{8}{12}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{12}}{\frac{8}{12}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

احتمال اینکه هیچیک از این دو نوع میوه به فروش نرود، متمم آن است که حداقل یکی از آن‌ها به فروش رود:

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$$

از طرفی می‌دانیم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A) = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{1}{4}$$

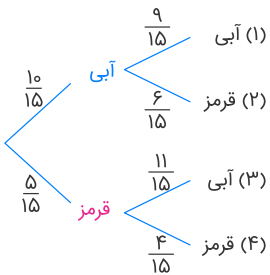
$$P(A \cap B) = P(B|A) \times P(A) = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

A: پیشامد آن که یک روی کارت قرمز باشد.
B: پیشامد آن که هر دو روی کارت قرمز باشد.

کارت‌ها ۲۰ رو دارند که ۹ روی آن‌ها قرمز است پس به احتمال $\frac{9}{20}$ روی کارت بیرون آمده قرمز است پس: $P(A) = \frac{9}{20}$
همچنین ۱۰ کارت داریم که دو تا از آن‌ها دو رو قرمز هستند پس: $P(B) = \frac{2}{10}$
همچنین اگر B رخ دهد قطعاً A هم رخ می‌دهد، یعنی $P(A|B) = 1$ پس داریم:

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{10} \times 1}{\frac{9}{20}} = \frac{4}{9}$$



طبق قانون بیز، احتمال خواسته شده برابر است با:

$$P = \frac{P(\text{شاخه ۱})}{P(\text{شاخه ۱}) + P(\text{شاخه ۴})} = \frac{\frac{10}{15} \times \frac{9}{15}}{\frac{10}{15} \times \frac{9}{15} + \frac{5}{15} \times \frac{4}{15}} = \frac{9}{11}$$

در این سوال شرط مسئله یک پسر بودن است پس فضای نمونه کاهش یافته ۷ عضو خواهد داشت یعنی حالت "سه دختری" حذف می‌شود. برای آنکه دو فرزند دیگر دختر باشد سه حالت {پ د د، د پ د، د د پ} مطلوب است پس:

$$P(A) = \frac{3}{7}$$

فرض کنیم A، پیشامد شاگرد اول بودن دانش‌آموز اول و B، پیشامد کمتر بودن معدل دانش‌آموز دوم از دانش‌آموز اول باشد. داریم:

$$P(A) = \frac{1}{25}, \quad P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{25}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{25} \Rightarrow \frac{2}{25} \times 100\% = 8\%$$

نکته: اگر قرار باشد هم نفر اول بالاترین معدل را داشته باشد و هم نفر دوم معدلی کمتر از اولی، کافی است فقط نفر اول بالاترین معدل را داشته باشد. چراکه خودبه‌خود بخش دوم نیز رخ خواهد داد.

فرض کنید A_1, A_2, A_3 به ترتیب پیشامد گل شدن ضربه اول، دوم و سوم باشد. پس:

$$P(A_1 \cap A_2' \cap A_3) = P(A_1) P(A_2'|A_1) P(A_3|(A_1 \cap A_2')) \\ = 0/8 \times 0/2 \times 0/6 = 0/96$$

A: کارخانه به متخصصین جدید نیاز داشته باشد.

B: کارخانه به کارگران جدید نیاز داشته باشد.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0/5 = 0/4 + 0/3 - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0/2$$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0/2}{0/4} = \frac{1}{2}$$

چون مسئله از نوع احتمال هم‌شانس است، پس می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

فرض کنیم A پیشامد این باشد که مجموع مربعات اعداد روشده مربع کامل باشند، B نیز پیشامد اینکه مجموع اعداد روشده اول باشد.

می‌دانیم که $5^2 = 25 = 4^2 + 3^2$ ، پس:

$$A \cap B = \{(3, 4), (4, 3)\}$$

$$B = \{(1, 1), (1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 3), (5, 2), (5, 6), (6, 1), (6, 5)\}$$

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{2}{15}$$

اگر احتمال مبتلا شدن را $P(K)$ در نظر بگیریم:

$$P(K) = \underbrace{P(M)}_{\substack{\downarrow \\ \text{احتمال} \\ \text{مرد بودن}}} \times \underbrace{P(K|M)}_{\substack{\downarrow \\ \text{مبتلا به شرط} \\ \text{مرد بودن}}} + \underbrace{P(Z)}_{\substack{\downarrow \\ \text{احتمال} \\ \text{زن بودن}}} \times \underbrace{P(K|Z)}_{\substack{\downarrow \\ \text{مبتلا به شرط} \\ \text{زن بودن}}}$$

$$P(K) = \frac{1}{2} \times 0/8 + \frac{1}{2} \times 0/6 = \frac{1}{2} \times 1/4 = 0/4$$

$$P(K') = 1 - P(K) = 0/3$$

فرض کنید Y پیشامد این باشد که محصول انتخاب شده از خط تولید A باشد و بالطبع Y' پیشامد این است که محصول انتخاب شده از خط تولید B باشد. همچنین فرض کنید X پیشامد نیاز به کنترل داشتن محصول انتخابی باشد در این صورت طبق قانون احتمال کل:

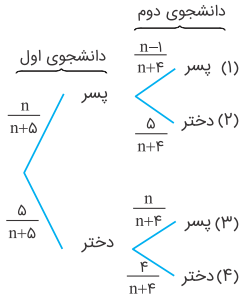
$$P(X) = P(Y)P(X|Y) + P(Y')P(X|Y') = 0/45 \times 0/3 + 0/55 \times 0/4$$

$$= 0/135 + 0/22 = 0/355$$

برای محاسبه $P(A \cup B)$ به $P(A \cap B)$ نیاز است. پس:
برای محاسبه به نیاز است. بنابراین:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow 0/1 = \frac{P(A \cap B)}{0/4} \Rightarrow P(A \cap B) = 0/04$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/5 + 0/4 - 0/04 = 0/86$$



$$P = P(\text{شاخه } (2)) + P(\text{شاخه } (3))$$

$$\Rightarrow \frac{10}{21} = \frac{n}{n+5} \times \frac{5}{n+4} + \frac{5}{n+5} \times \frac{n}{n+4} = \frac{10n}{n^2 + 9n + 20}$$

$$\Rightarrow n^2 + 9n + 20 = 21n \Rightarrow n^2 - 12n + 20 = 0 \Rightarrow n = \begin{cases} 2 & \text{غ.ق.ق} \\ 10 & \text{ق.ق} \end{cases}$$

احتمال سالم بودن برای فرزند پسر $0/92 = 1 - 0/08$ و برای فرزند دختر $0/86 = 1 - 0/14$ است. می‌دانیم احتمال پسر بودن $\frac{1}{4}$ و احتمال دختر بودن $\frac{1}{4}$ است پس خواهیم داشت:

$$P = \frac{1}{4}(0/92) + \frac{1}{4}(0/86) = 0/46 + 0/43 = 0/89$$

از راه متعم می‌رویم. نباید تاس‌ها ۳ و ۶ بیایند، بنابراین فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$4 \times 4 = 16$$

۱۶ - تعداد کل حالات = حاصل ضرب اعداد مضرب ۳ باشد

$$= 36 - 16 = 20$$

A: حداقل یکی از اعداد ۵ باشد:

$$A = \{(3, 5), (5, 3), (6, 5), (5, 6)\}$$

پس داریم:

$$P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

تاس

دو مهره از کیسه اول هم‌رنگ نباشند $\frac{2}{6}$ (مضرب ۳)

دو مهره از کیسه دوم هم‌رنگ نباشند $\frac{4}{6}$ (مضرب ۳ نباشد)

$$P = \frac{2}{6} \times \frac{\binom{5}{1} \binom{3}{1}}{\binom{8}{2}} + \frac{4}{6} \times \frac{\binom{4}{1} \binom{2}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{1}{3} \times \frac{5 \times 3}{28} + \frac{2}{3} \times \frac{4 \times 2}{15}$$

$$= \frac{5}{28} + \frac{16}{45} = \frac{225 + 448}{1260} = \frac{673}{1260}$$



$$S = \{(د, د, د), (د, د, پ), (د, پ, د), (د, پ, پ), (پ, د, د), (پ, د, پ), (پ, د, پ), (پ, پ, د), (پ, پ, پ)\}$$

به دلیل آنکه می‌دانیم جنسیت دوتا از فرزندان یکی است، بنابراین فضای نمونه‌ای کاهش یافته می‌شود:

$$S' = \{(د, د, پ), (د, پ, د), (د, پ, پ), (پ, د, د), (پ, د, پ), (پ, د, پ), (پ, پ, د), (پ, پ, پ)\}$$

$$A = \{(د, د, پ), (د, پ, د), (پ, د, د)\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S')} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

پیشامد موفقیت در آزمون اول را A و پیشامد موفقیت در آزمون دوم را B می‌نامیم. داریم:

$$\begin{cases} P(B) = x \\ P(A) = 3x \end{cases}$$

از طرفی:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow 2x = \frac{P(A \cap B)}{3x} \Rightarrow P(A \cap B) = 6x^2$$

حال داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{5}{8} = 3x + x - 6x^2$$

$$\Rightarrow \frac{5}{8} = 4x - 6x^2 \Rightarrow 5 = 32x - 48x^2$$

$$\Rightarrow 48x^2 - 32x + 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 32x + 240 = 0 \Rightarrow x = 12, 20$$

پس جواب‌های واقعی این معادله، $x = \frac{20}{48} = \frac{5}{12}$ و $x = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$ است، یعنی:

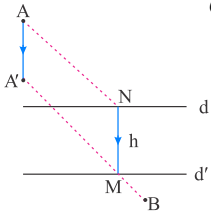
$$P(B) = \frac{1}{4} \text{ یا } \frac{5}{12}$$

اما دقت کنید اگر $P(B) = \frac{5}{12}$ باشد، در این صورت $P(A) = 3P(B) = \frac{15}{12}$ که غیرقابل قبول است (احتمال بیشتر از یک نیست). پس فقط $P(B) = \frac{1}{4}$ درست است.

گزینه ۱

۴۱

اگر عرض رودخانه h باشد، A را با بردار $\vec{AA'} = h$ انتقال می‌دهیم. $A'B$ خط d' را در M قطع می‌کند. MN پل موردنظر است زیرا $AA'MN$ متوازی‌الاضلاع می‌باشد و مسیر $ANMB$ همان مسیر $AA'B$ است. این مسیر کوتاه‌ترین می‌باشد. بنابراین از انتقال استفاده می‌کنیم.

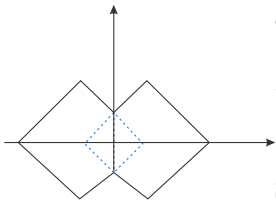


گزینه ۳

۴۲

$$\text{ضلع مربع کوچک} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2\sqrt{2} = 2$$

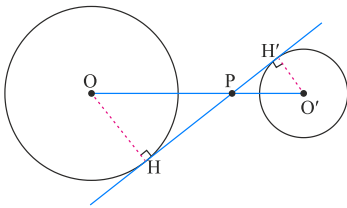
برای حساب کردن مساحت شکل حاصل می‌توانیم مساحت دو مربع بزرگ را باهم جمع کنیم و یک بار مساحت مربع کوچک را که دو بار حساب کرده‌ایم از آن کم کنیم.



$$S = 4^2 \times 2 - 2^2 = 32 - 4 = 28$$

گزینه ۲

۴۳



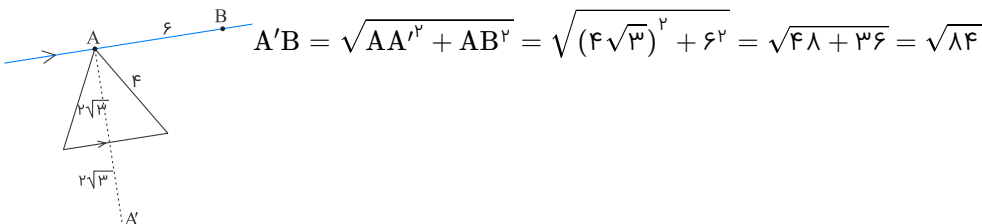
باتوجه به مقادیر $R = 5$ ، $R' = 3$ و $d = 12$ ، نتیجه می‌گیریم دو دایره متخارج‌اند. پس مرکز تجانس معکوس دو دایره محل برخورد مماس مشترک داخلی و خط‌المركزین است. طبق تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\begin{aligned} OH \parallel O'H' &\Rightarrow \frac{OP}{O'P} = \frac{OH}{O'H'} \Rightarrow \frac{OP}{OO' - OP} = \frac{R}{R'} \\ &\Rightarrow \frac{OP}{12 - OP} = \frac{5}{3} \Rightarrow OP = 7/5 \end{aligned}$$

گزینه ۱

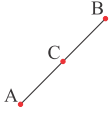
۴۴

A را نسبت به ضلع روبه‌رویش بازتاب می‌کنیم و آن نقطه را A' می‌نامیم. حال فاصله A' را تا B حساب می‌کنیم.



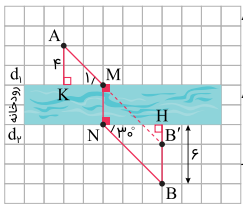
$$A'B = \sqrt{AA'^2 + AB^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 6^2} = \sqrt{48 + 36} = \sqrt{84}$$

می‌دانیم تبدیل بازتاب، بی‌شمار نقطه ثابت دارد (نقاط محور بازتاب). پس گزینه ۴ قابل قبول است.
 می‌دانیم تبدیل انتقال، هیچ بی‌شمار (انتقال با بردار صفر) نقطه ثابت دارد و همین‌طور تبدیل دوران فقط یک نقطه ثابت دارد (مرکز دوران) یا بی‌شمار. پس گزینه‌های ۱ و ۲ نیز قابل قبول هستند. به روش حذف گزینه دیدیم که گزینه قابل قبول مسئله، گزینه ۲ است.
 حال ثابت می‌کنیم که تبدیل ایزومتري اگر دو نقطه ثابت داشته باشد، آنگاه تمام نقاط روی خط گذرنده از آن دو نقطه در واقع نقاط ثابت تبدیل هستند. پس تبدیل بی‌شمار نقطه ثابت دارد.
 فرض کنیم $T(C) = C'$ ، A و B نقاط ثابت T باشند و C بین A و B باشد. از آنجا که T ایزومتري و A و B نقاط ثابت است، داریم:



$$AC' + BC' = AC + BC = AB$$

پس $C = C'$ و به همین روش می‌توان برای نقاط خارج پاره خط AB که روی خط AB قرار دارند، نیز ثابت کنیم که نقاط ثابت تبدیل هستند. در نتیجه یک تبدیل ایزومتري یا نقطه ثابت ندارد یا یک نقطه ثابت و یا بی‌شمار نقطه ثابت دارد.



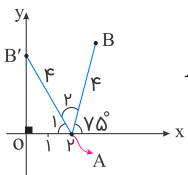
$$\Delta AKM : \sin 30^\circ = \frac{4}{AM} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{AM} \Rightarrow AM = 8$$

$$\Delta NHB : \sin 30^\circ = \frac{6}{NB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{6}{NB} \Rightarrow NB = 12$$

$$AB' = AM + MB' = AM + NB = 8 + 12 = 20$$

در مثلث قائم‌الزاویه ضلع روبه‌رو به زاویه 30° نصف وتر است.

$$OA = \frac{1}{2} AB' \Rightarrow \hat{B}' = 30^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = 60^\circ$$

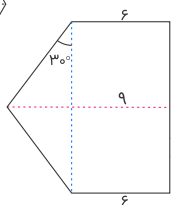
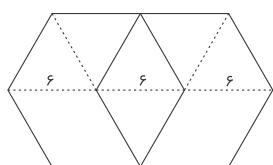


$$\hat{A}_2 = 180 - 75 - 60 = 45^\circ$$

حال زاویه دوران یا همان A_2 را به دست می‌آوریم.



می‌توانیم شکل حاصل را دو دوزنقه روی هم در نظر بگیریم. قاعده بالای دوزنقه برابر با ۱۲ و قاعده پایین باتوجه به شکل زیر برابر با ۱۸ است:



$$h = \sin 60^\circ \times 6 = 3\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S = \frac{18 + 12}{2} \times 3\sqrt{3} = 45\sqrt{3}$$

همچنین ارتفاع دوزنقه برابر است با

حال مساحت دو دوزنقه را می‌خواهیم:

$$S \times 2 = 45\sqrt{3} \times 2 = 90\sqrt{3}$$

گزینه ۳

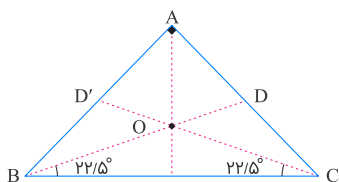
۴۹

برای بازتاب یک خط نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم (خط $y = x$)، کافی است جای متغیر x و y را عوض کنیم. پس معادله خط، $x = 2y - 1$ است.

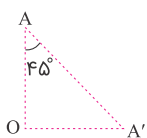
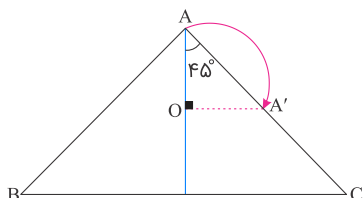
گزینه ۳

۵۰

باتوجه به شکل زیر، $\hat{D}OC = 22/5 + 22/5 = 45^\circ$ ؛ پس زاویه بین دو نیمساز BD و CD' برابر 45° است.



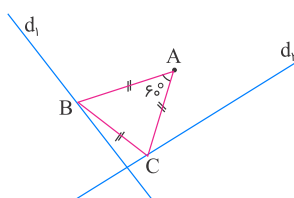
می‌دانیم ترکیب دو بازتاب با محورهایی که زاویه θ می‌سازند، دورانی است به مرکز تلاقی محورها و زاویه 2θ . پس ترکیب این دو بازتاب، دوران نقطه A به مرکز O و زاویه 90° می‌باشد. چون $\hat{O}AC = 45^\circ$ و $\hat{O}AA' = 45^\circ$ است؛ پس تصویر A روی ساق مثلث می‌افتد.



گزینه ۱

۵۱

مطابق شکل اگر ABC پاسخ مسئله باشد، داریم: $BC = AB = AC$



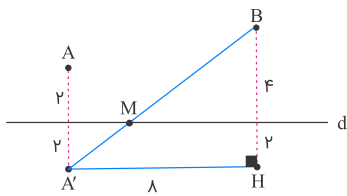
مشخص است که C دوران یافته B به مرکز A و زاویه 60° است. پس برای یافتن C ، d_1 را به مرکز A و زاویه 60° دوران d_2 می‌دهیم تا d_1 را در C قطع کند. به همین ترتیب با دوران C به مرکز A و زاویه -60° ، نقطه B به دست می‌آید.

گزینه ۴

۵۲

$$A'B^2 = A'H^2 + BH^2 = 1^2 + 6^2 = 100 \Rightarrow A'B = 10$$

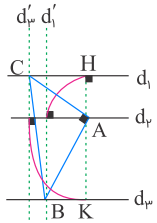
$$\Rightarrow AM + MB = 10$$



گزینه ۴

۵۳

d'_1 دوران یافته d_1 به مرکز A و زاویه 90° است و d_3 را در B قطع می‌کند. d'_3 دوران یافته d_3 به مرکز A و زاویه -90° است و d_1 را در C قطع می‌کند. مثلث ABC پاسخ مسئله است. بی‌شمار نقطه مثل A می‌توان یافت، پس مسئله بی‌شمار جواب دارد.



گزینه ۲

۵۴

اگر $C = 20^\circ$ ، پس $AOB = 40^\circ$. همچنین می‌دانیم که دو بازتاب متوالی نسبت خط‌های متقاطع، دورانی با زاویه‌ای دو برابر زاویه بین دو خط می‌سازند؛ پس زاویه دوران برابر است با:

$$40 \times 2 = 80^\circ$$

گزینه ۴

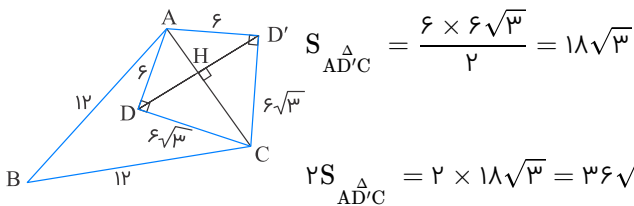
۵۵

گزینه‌های "۱"، "۲"، "۳" صحیح هستند، اما گزینه "۴" صحیح نیست. به‌عنوان مثال تجانس اندازه زاویه را حفظ می‌کند ولی لزوماً طولی نیست. دقت کنیم عکس این قضیه صحیح است.

گزینه ۲

۵۶

اگر بخواهیم بدون تغییر محیط، مساحت چهار ضلعی را افزایش دهیم باید بازتاب D را نسبت به محور AC به دست آوریم. بنابراین محیط چهار ضلعی جدید با محیط $ABCD$ برابر است و مساحت آن از مساحت $ABCD$ بیشتر می‌باشد. به این ترتیب داریم:



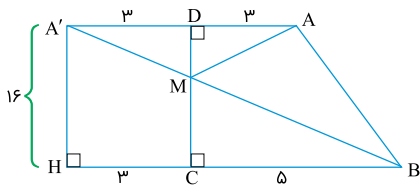
افزایش مساحت برابر است با:

گزینه ۴

۵۷

بنابر مسئله هرون، بازتاب A را نسبت به ساق CD به دست می‌آوریم (A' در شکل). محل برخورد BA' با ساق CD را M می‌نامیم و این نقطه‌ای است که $MA + MB = A'B$ مینیمم می‌شود. دقت کنید که در این حالت $MA + MB = A'B$. بنا بر قضیه فیثاغورس در مثلث $A'HB$:

$$A'B = \sqrt{A'H^2 + BH^2} = \sqrt{16^2 + 8^2} = 18\sqrt{5}$$

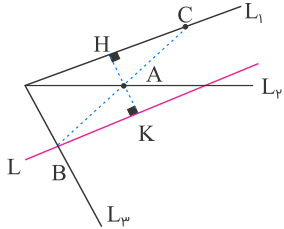


گزینه ۱

۵۸

AH عمود بر L_1 و $AH = AK$ است. L_1 با L_2 موازی می‌باشد و L_3 را در B قطع می‌کند.

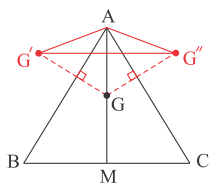
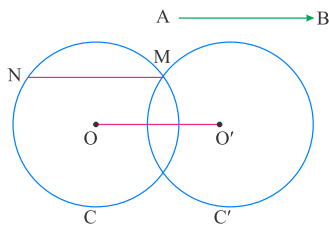
امتداد AB ، L_1 را در C قطع می‌کند. از همنهشتی $\triangle AHC$ و $\triangle ABK$ می‌توان نتیجه گرفت که $AB = AC$ است. چون فاصله A تا L_1 ثابت است، پس تنها پاره‌خط BC جواب مسئله می‌باشد.



گزینه ۱

۵۹

دایره $C(O, R)$ را تحت بردار AB منتقل می‌کنیم تا به دایره C' برسیم. دایره C' را در نقطه M قطع می‌کند. از M موازی و مساوی AB حرکت می‌کنیم تا به نقطه N روی دایره C برسیم. در این صورت MN وتر موردنظر است:



$$AG' = AG = AG''$$

$$G'AG'' = 2\hat{A} = 90^\circ$$

$$AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \times 6 = 4$$

$$\Rightarrow S_{\triangle AG'G''} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$



گزینه ۱

۶۰

می‌دانیم:

و همین‌طور:

از طرف دیگر طبق خواص میانه می‌دانیم:

گزینه ۲

۶۱

لامپ D به طور موازی با لامپ B در مدار قرار دارد و با حذف لامپ D، R_{eq} افزایش می‌یابد. طبق رابطه $I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}}$ جریان در شاخه اصلی مدار کاهش می‌یابد. طبق رابطه $V = \varepsilon - Ir$ ولتاژ مولد افزایش می‌یابد.

$$P_A = R_A I^2 \xrightarrow{\text{کاهش } I} P_A \text{ کاهش}$$

$$P_C = R_C I^2 \xrightarrow{\text{کاهش } I} P_C \text{ کاهش}$$

$$V_{\text{باتری}} = V_A + V_B + V_C \Rightarrow P_B = \frac{V_B^2}{R} \xrightarrow{V_B \text{ افزایش}} P_B \text{ افزایش}$$

گزینه ۱

۶۲

هر سه مقاومت به صورت موازی به یکدیگر بسته شده‌اند؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$V = V_1 = V_2 = V_3 \Rightarrow I_2 R_2 = I_1 R_1 = I_3 R_3$$

$$\Rightarrow 2 \times 2 = I_1 \times 10 = I_3 \times 10 \Rightarrow I_1 = I_3 = 4 \text{ A}$$

$$I_{\text{کل}} = I_1 + I_2 + I_3 = 4 + 2 + 4 = 10 \text{ A}$$

گزینه ۱

۶۳

باید توجه داشت که اگرچه ظاهراً مدار پیچیده است، اما برای تعیین جهت و بزرگی جریان I_4 ، نیاز به تعیین جریان عبوری از مقاومت‌های R_1 و R_2 و ... نیست؛ بلکه تنها با استفاده از قاعده انشعاب، می‌توان جهت و بزرگی جریان مجهول را یافت. طبق قاعده انشعاب، مجموع جریان‌های ورودی به این بخش از مدار، باید برابر با مجموع جریان‌های خروجی از این قسمت باشد:

$$(I_1 + I_2) = 7 \text{ A} \quad (\text{مجموع جریان‌های ورودی})$$

$$(I_2 + I_5) = 9/5 \text{ A} \quad (\text{مجموع جریان‌های خروجی})$$

پس جریان I_4 می‌بایست ورودی باشد، یعنی جهت آن روبه‌بالا است.

$$I_2 + I_5 = 9/5 \text{ A}$$

$$I_4 = 9/5 - 7 = 2/5 \text{ A}$$

گزینه ۱

۶۴

گزینه ۱ صحیح است.

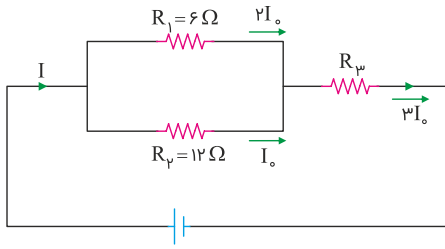
گزینه ۲

۶۵

$$\varepsilon = \frac{\Delta W}{\Delta q} \Rightarrow \Delta W = 1/5 \times 6 \times 10^{-6} = 9 \times 10^{-6} \text{ J}$$

نیروی محرکه با انجام کار، بار مثبت را از پایانه منفی به پایانه مثبت منتقل می‌کند.

اگر جریان گذرنده از R_2 را I_0 فرض کنیم جریان گذرنده از بقیه مقاومت‌ها همانند شکل خواهند بود:



$$P_3 = 6P_2 \Rightarrow R_3(3I_0)^2 = 6 \times R_2 \times (I_0)^2$$

$$R_3 \times 9I_0^2 = 6 \times 12 \times I_0^2 \Rightarrow R_3 = 8 \Omega$$

از کل مدار جریان I می‌گذرد، بنابراین:

$$I_1 = I_2 \Rightarrow \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{V_2}{20} = \frac{5}{10} \Rightarrow V_2 = 10 V$$

بررسی موارد نادرست:

الف) مقاومت دیودها در سوی جریان بسیار کم است.
ت) نوار چهارم مقاومت‌های کربنی عموماً به رنگ طلایی و نقره‌ای دیده می‌شود.

برای مقاومت R می‌توانیم بنویسیم:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{18}{36} = 0.5 A$$

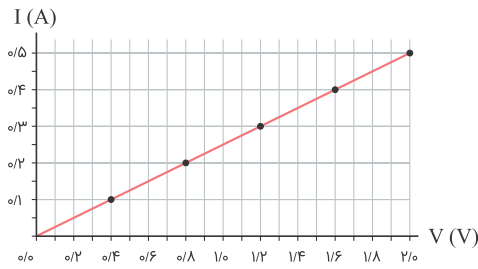
اختلاف پتانسیل دو سر باتری و مقاومت بیرونی با هم برابر است؛ بنابراین:

$$V = \varepsilon - Ir \quad \frac{V=18V}{\varepsilon=20V} \rightarrow 18 = 20 - 0.5r$$

$$\Rightarrow 0.5r = 2 \Rightarrow r = 4 \Omega \Rightarrow P \text{ تلف شده} = rI^2 = 4 \times (0.5)^2 = 1 W$$

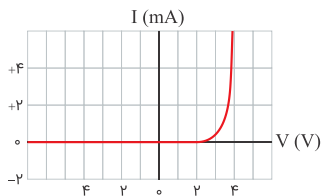


نکته: فلزات و بسیاری از رساناهای غیرفلزی از قانون اهم پیروی می‌کنند یعنی جریان گذرنده از آن‌ها با اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها رابطه مستقیم دارد و نمودار $I - V$ آن‌ها به صورت خط راست است.



نمودار جریان برحسب اختلاف پتانسیل نشان می‌دهد که برای این رسانای اهمی، جریان به طور مستقیم با ولتاژ افزایش می‌یابد.

ولی برخی وسایل مثل LED غیر اهمی هستند یعنی از قانون اهم پیروی نمی‌کنند و نمودار $I - V$ آن‌ها خطی نیست یا به عبارت ساده‌تر I و V نسبت مستقیم ندارند. مطابق شکل هر چه اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها افزایش می‌یابد شیب نمودار نیز که معرف $\frac{1}{R}$ است افزایش می‌یابد پس مقاومت کاهش می‌یابد. ضمناً در ولتاژهای منفی (یعنی اگر پایانه‌های LED برعکس بسته شود) جریانی از آن عبور نمی‌کند.



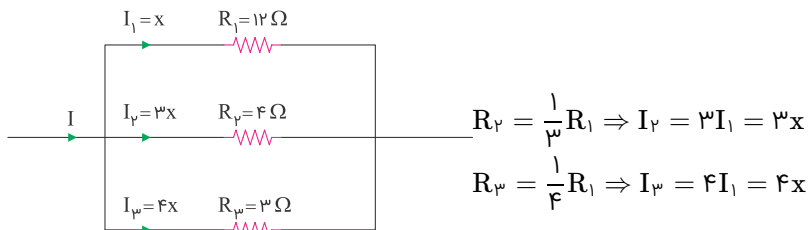
نمودار جریان برحسب اختلاف پتانسیل برای یک دیود نورگسیل

باتوجه به مطالب ذکر شده فقط عبارت (ت) نادرست است.

می‌دانیم در نمودار V برحسب I ، (دوسر مولد) طول از مبدأ برابر $\frac{\mathcal{E}}{r}$ است، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_B &= 20V, \mathcal{E}_A = 10V \\ \frac{\mathcal{E}_B}{r_B} &= \frac{\mathcal{E}_A}{r_A} \Rightarrow \frac{20}{r_B} = \frac{10}{r_A} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = 2 \end{aligned}$$

برای تعیین جریان هر شاخه باید از قاعده تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی استفاده کنیم. پس جریان مقاومت بزرگتر را برابر x قرار می‌دهیم. حال مقاومت‌های موازی با این مقاومت، به همان نسبت که مقاومت کوچکتری دارند، جریان بزرگتری خواهند داشت:



بنابراین باتوجه‌به اینکه توان مصرفی مقاومت R_1 برابر $3W$ است، داریم:

$$P_{12\Omega} = 3W \Rightarrow R_1 I_1^2 = 3W \Rightarrow 12x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{جذر}} x = \frac{1}{2} A$$

حال با استفاده از قاعده انشعاب، جریان I را تعیین می‌کنیم:

$$I = x + 3x + 4x = 8x \xrightarrow{x=\frac{1}{2} A} I = 8 \times \frac{1}{2} = 4 A$$

ترمیستور مقاومتی است که بر اثر تغییرات دما به صورت محسوسی تغییر می‌کند پس می‌تواند به‌عنوان زنگ خطر آتش مورد استفاده قرار گیرد. دیود نور گسیل نیز در تابلوهای تبلیغاتی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

با افزایش مقاومت رثوستا، مقاومت معادل افزایش یافته و در نتیجه جریان کل مدار کم می‌شود، پس آمپرسنج A_1 عدد کوچکتر را نشان می‌دهد. از رابطه $V = \varepsilon - rI$ با کاهش جریان اختلاف پتانسیل دو سر مولد و در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 ، افزایش می‌یابد و از رابطه $V = RI$ چون مقاومت R_2 ثابت و ولتاژ دو سرش زیاد شده پس جریان این مقاومت زیاد شده و آمپرسنج A_2 جریان بزرگتری را نشان می‌دهد.



حالت اول) کلید باز است.
طبق قاعده حلقه، جریان برابر است با:

$$\begin{array}{|c} \hline R = \frac{\circ}{\omega} \Omega \\ \hline \varepsilon = \frac{1}{\omega} V \\ \hline r = \frac{\circ}{\omega} \Omega \\ \hline \end{array} \quad \varepsilon - I_1 r - I_1 R = \circ \Rightarrow I_1 = \frac{1/\omega}{\circ/\omega + \circ/\omega} = 1/\omega A$$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر است با:

$$V_1 = \varepsilon - I_1 r \Rightarrow V_1 = 1/\omega - 1/\omega \times \circ/\omega = \circ/\gamma\omega V$$

حالت دوم) با بستن کلید مقاومت R اتصال کوتاه می‌شود، بنابراین جریان برابر است با:

$$\begin{array}{|c} \hline \varepsilon = 1/\omega \\ \hline \end{array} \quad \varepsilon - I_2 r = \circ \Rightarrow 1/\omega - I_2 \times \circ/\omega = \circ \Rightarrow I_2 = 3 A$$

$$V_2 = \varepsilon - I_2 r \Rightarrow V_2 = 1/\omega - 3 \times \circ/\omega = \circ$$

بنابراین تغییرات اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر است با:

$$\begin{cases} \Delta V = V_1 - V_2 \\ V_1 = \circ/\gamma\omega V \\ V_2 = \circ \end{cases} \Rightarrow \Delta V = \circ/\gamma\omega - \circ = \circ/\gamma\omega V$$

در رساناهای اهمی، در دمای ثابت جریان الکتریکی رابطه خطی با اختلاف پتانسیل دارد.

$$I = \frac{1}{R} V$$

در نتیجه شیب خط نمودار (I - V) بیانگر $\frac{1}{R}$ است.

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{m_B}{m_A} = \frac{\left(\frac{\circ/9}{3/\gamma}\right)}{\left(\frac{2}{3/\gamma}\right)} = \frac{9}{20}$$

$$\text{می‌دانیم: } R = \rho \frac{L}{A}$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{\rho_A = \rho_B} \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{9}{20} = \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{36}{20} = 1/8$$

باتوجه به اینکه در مدارهای موازی، جریان‌ها به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شوند، می‌توان نوشت:

$$I_1 = I, \quad I_2 = \frac{I}{6}, \quad I_3 = \frac{I}{3}, \quad I_4 = \frac{I}{2}$$

حال با استفاده از رابطه $P = RI^2$ داریم:

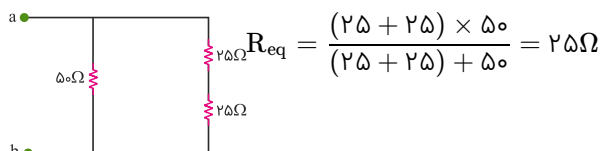
$$P_1 = R_1 I_1^2 = 4I^2, \quad P_2 = R_2 I_2^2 = 12 \times \frac{I^2}{36} = \frac{I^2}{3}, \quad P_3 = R_3 I_3^2 = 6 \times \frac{I^2}{9} = \frac{2I^2}{3}$$

$$P_4 = R_4 I_4^2 = 4 \times \frac{I^2}{4} = I^2$$

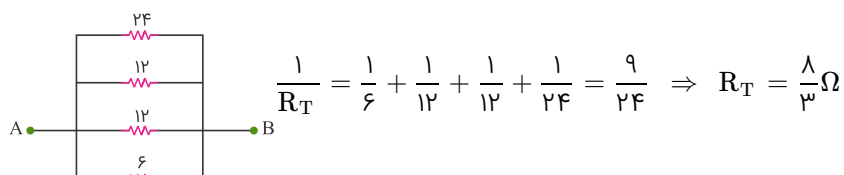
بنابراین بیشترین توان متعلق به مقاومت R_1 و کمترین توان متعلق به مقاومت R_2 است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{4I^2}{\frac{I^2}{3}} = 12$$

مقاومت 30Ω تأثیری در محاسبه مقاومت معادل ندارد؛ زیرا یک سر آن آزاد است. شکل ساده‌شده مدار را می‌توان به صورت زیر رسم و محاسبه کرد.



دو نقطه A و C بر روی یک سیم قرار دارند پس هر مقاومت دیگری که دو سر آن A و C باشند، اتصال کوتاه می‌شوند. پس مقاومت معادل بین A و C برابر صفر است. برای محاسبه مقاومت معادل A و B مدار را ساده می‌کنیم.



مقاومت LDR با افزایش نور تابیده‌شده به آن کاهش می‌یابد. در نتیجه با کاهش مقاومت مدار شدت جریان عبوری از لامپ L_2 افزایش یافته و نور آن بیشتر می‌شود.

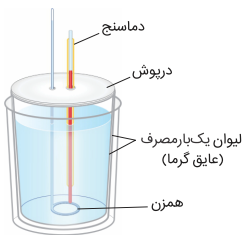
تغییرات "ب"، "پ" و "ت" منجر به افزایش سرعت واکنش می‌شود. در اثر تغییر "الف" غلظت اسید کاهش یافته، در نتیجه این تغییر منجر به کاهش سرعت واکنش می‌شود. از آنجاکه در این واکنش، واکنش‌دهنده‌ای با حالت گازی نداریم، تغییر "ث" تأثیری بر سرعت واکنش ندارد.

هرچه جرم مولی هیدروکربنی بیشتر باشد، آنتالپی سوختن ۱ مول از آن‌ها بیشتر است. از طرفی گرمای سوختن مولی و الکل‌هایی که ۱ گروه OH دارند، از گرمای سوختن مولی آلکان‌های هم‌کربن آن‌ها کمتر است.

اتین > اتانول > اتن > اتان : گرمای سوختن

محلول هیدروژن پراکسید در دمای اتاق به کندی تجزیه شده و گاز اکسیژن تولید می‌کند، درحالی‌که افزودن دو قطره از محلول پتاسیم یدید، سرعت واکنش را به‌طور چشم‌گیری افزایش می‌دهد.

باتوجه‌به شکل زیر در ساختار گرماسنج لیوانی به همزن نیاز داریم.



نمودار بیانگر فرآیندهای گرماگیر است چون سطح آنتالپی در این نوع واکنش‌ها افزایش می‌یابد. در این واکنش‌ها فرآورده‌ها واکنش‌پذیری بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها دارند همچنین علامت Q مثبت است و در سمت چپ واکنش قرار می‌گیرد.

$$900 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} = 50 \text{ mol H}_2\text{O}$$

$$460 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH} \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}{46 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 10 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}$$

ابتدا مقدار گرمایی را که ۹۰۰ گرم آب باید دریافت کند تا دمای آن به اندازه 2°C بالاتر برود، حساب می‌کنیم:

$$q_{\text{H}_2\text{O}} = n_{\text{H}_2\text{O}} \Delta T \Rightarrow q_{\text{H}_2\text{O}} = 50 \times 75 \times 2 = 7500 \text{ J}$$

اکنون حساب می‌کنیم اگر به‌جای آب، ۴۶۰ گرم اتانول (معادل ۱۰ مول) با دمای اولیه 20°C ، این مقدار گرما را دریافت کند، دمای آن چند درجه سلسیوس تغییر می‌کند:

$$q = n_{\text{اتانول}} \Delta T \Rightarrow 7500 = 10 \times 110 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = 6/8^\circ\text{C}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 \Rightarrow 6/8 = T_2 - 20 \Rightarrow T_2 = 26/8$$

بنابراین دمای پایانی گرماسنج به $26/8^\circ\text{C}$ می‌رسد.



برای شرکت‌کننده‌ها در فاز گاز و محلول، می‌توان سرعت متوسط مصرف یا تولید را افزون بر یکای مول بر زمان با یکای مول بر لیتر بر زمان نیز گزارش کرد، پس نمودار داده‌شده برای ماده C، که به حالت گاز تولید شده است، می‌باشد.

$$\bar{R}_C = \frac{\Delta[C]}{\Delta t} = \frac{0/3 - 0}{30} = 0/01 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\bar{R}_A = 2\bar{R}_C = 0/02 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\bar{R}_A = -\frac{\Delta n}{L \times \Delta t} \Rightarrow 0/02 = -\frac{\Delta n}{2 \times 30} \Rightarrow \Delta n_{(0-30)} = -1/2$$

علامت منفی نشان‌دهنده مصرف شدن ماده A است.

$$m = 2 \text{ mol} \times \frac{18 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 36 \text{ g}$$

$$Q = mc\Delta\theta = 36 \times 4/184 \times 2 = 72 \times 4/184 \text{ kJ}$$

$$Q = 72 \times 4/184 \text{ J} \times \frac{1 \text{ cal}}{4/184 \text{ J}} = 72 \text{ cal}$$

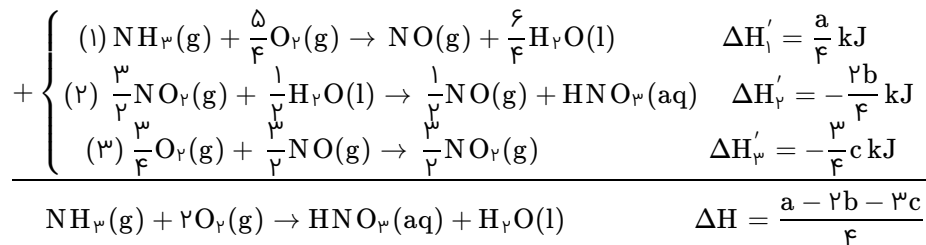
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: گرماسنج لیوانی برای اندازه‌گیری گرمای واکنش در فشار ثابت به کار می‌رود که هم‌ارز با آنتالپی واکنش است.

گزینه ۲: سوختگی حاصل از ریختن ۱۰۰ گرم آب ۱۰۰°C روی پوست، بیشتر از ۱۰۰ گرم روغن زیتون با دمای ۱۰۰°C است، زیرا ظرفیت گرمایی ویژه آب بیشتر از روغن زیتون است.

گزینه ۴: گرما را می‌توان هم‌ارز انرژی گرمایی دانست که به علت تفاوت در دما جاری می‌شود.

بر اساس قانون هس، ΔH معادله واکنش تهیه نیتریک اسید را می‌توان از جمع جبری معادلات ارائه شده بدست آورد. برای این منظور معادله (۱) را بر ۴ تقسیم کرده، معادله ۲ را معکوس کرده بر ۲ تقسیم می‌کنیم معادله (۳) را معکوس کرده و در $\frac{3}{4}$ ضرب می‌کنیم. سپس هر سه معادله را با هم جمع می‌کنیم:



روغن و چربی هر دو از جمله ترکیب‌های آلی هستند.

ابتدا انرژی آزادشده NaCl را به دست می‌آوریم:

$$234 \text{ g NaCl} \times \frac{1 \text{ mol NaCl}}{58/5 \text{ g}} \times \frac{800 \text{ kJ}}{1 \text{ mol NaCl}} = 3200 \text{ kJ}$$

حالا جرم آب را به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 3200 \text{ kJ} = m \text{ kg} \times 4/2 \times 32 \Rightarrow m = 23/8 \text{ kg}$$

برای ایزومر بودن باید فرمول مولکولی یکسان و ساختار متفاوت داشت که در گزینه "۳" فرمول مولکولها $C_{11}H_{24}$ و $C_{10}H_{22}$ است که فرمول مولکولی یکسان ندارند.

گرماسنج لیوانی برای تعیین ΔH فرآیندهای انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند، مناسب است.

$$\bar{R}_{N_2H_4} = 0/1 \frac{\text{mol}}{\text{L.s}} = \frac{\Delta n(N_2H_4)}{V \cdot \Delta t} = \frac{\Delta n}{2 \times 20} \Rightarrow \Delta n(N_2H_4) = 4 \text{ mol}$$

مشاهده می‌شود که باتوجه به واکنش داده شده با تولید ۱ مول N_2H_4 ، ۹۶ kJ گرما مبادله می‌شود. حال باتوجه به محاسبات بالا با یک تناسب می‌توان مقدار گرمای آزاد شده حین تولید ۴ مول N_2H_4 را محاسبه نمود.

$$\begin{array}{c} \text{mol تولیدی } N_2H_4 \\ 1 \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{c} \Delta H \\ 96 \\ x \end{array} \Rightarrow \frac{4 \times 96}{1} = 384 \text{ kJ}$$

گرما مبادله می‌شود

گرمای آزاد شده در نتیجه واکنش برابر است با:

$$10 \text{ mol } SO_3 \times \frac{228 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } SO_3} \times \frac{1000 \text{ J}}{1 \text{ kJ}} = 228 \times 10^4 \text{ J}$$

این مقدار انرژی صرف بالا رفتن دمای ۱۰/۱۸ کیلوگرم یا ۱۰۱۸۰ گرم آب می‌شود.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{mc} = \frac{228 \times 10^4}{10180 \times 4/2} \Rightarrow \Delta\theta = 53/32^\circ\text{C}$$

$$\text{افزایش دما در هر دقیقه} = \frac{53/32}{5} = 10/66$$

درواقع خورشید تنها منبع حیات بخش انرژی است که انرژی گرمایی و نورانی آن به دلیل تبدیل ماده به انرژی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: بدون شرح!

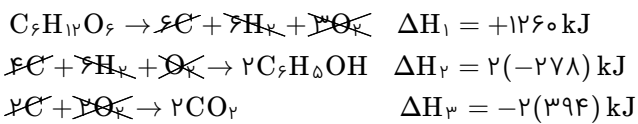
گزینه ۲: مصرف کلسیم نه پتاسیم!

گزینه ۴: به دلیل تفاوت در عادت‌های غذایی، سرانه مصرف مواد غذایی در کشورهای مختلف یکسان نیست.

فرمول شیمیایی ماده موجود در رازیانه ۱۰ اتم کربن دارد و فرمول شیمیایی آن $C_{10}H_{12}O$ است.

بخش اول مسئله:

واکنش اول بدون تغییر، واکنش دوم ضرب در ۲ و وارونه واکنش سوم ضرب در ۲:

واکنش کلی: $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \rightarrow 2\text{C}_6\text{H}_5\text{OH} + 2\text{CO}_2$

$$\Delta H_{\text{واکنش کلی}} = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 = 1260 - 556 - 788 = -84 \text{ kJ}$$

بخش دوم مسئله:

$$? \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 = 210 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{184 \text{ kJ}} \times \frac{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} = 450 \text{ g (گلوکز)}$$

آهن (III) کلرید در آب محلول می‌باشد، اما آهن (III) هیدروکسید در آب نامحلول است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: درست. افزودن آب مقطر برخلاف کاهش حجم ظرف باعث کاهش غلظت مواد شده و در نتیجه باعث کاهش سرعت واکنش می‌شود.

گزینه ۳: درست. بنزوتیک اسید "شکل ۱" و بنزالدهید "شکل ۲" هر دو دارای ۴ پیوند دوگانه هستند.

گزینه ۴: درست.

بخش اول مسئله:

یک مول KClO_3 ($n_1 = 1$) طبق فرض سوال به طور کامل تجزیه شده و مقدار آن به صفر می‌رسد. ($n_2 = 0$)

$$\bar{R}_{\text{KClO}_3} = -\frac{\Delta n}{\Delta t} = -\frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow 0/1 \text{ mol.s}^{-1} = -\frac{0 - 1}{\Delta t(\text{s})} \Rightarrow \Delta t = 10 \text{ s}$$

تا اینجا، گزینه‌های "۳" و "۴" حذف می‌شود.

بخش دوم مسئله:

باتوجه به معادله موازنه شده واکنش و بر اساس مقدار KClO_3 مصرف شده، مقدار گاز اکسیژن تولید شده را بر حسب مول به دست می‌آوریم:

$$? \text{ mol O}_2 = 1 \text{ mol KClO}_3 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol KClO}_3} = 1/2 \text{ mol O}_2$$

حجم ظرف واکنش برابر ۵ لیتر است، بنابراین غلظت گاز اکسیژن تولید شده برابر $1/3 \text{ mol.L}^{-1}$ خواهد بود.

$$[\text{O}_2] = \frac{\text{mol O}_2}{V(\text{L})} = \frac{1/2 \text{ mol}}{5 \text{ L}} = 1/10 \text{ mol.L}^{-1}$$

طبق محاسبات انجام شده، غلیظ O_2 در لحظه شروع واکنش برابر صفر و پس از کامل شدن واکنش (در مدت ۱۰ ثانیه) به $1/10 \text{ mol.L}^{-1}$ می‌رسد؛ بنابراین فقط نمودار مربوط به گزینه "۱" می‌تواند درست باشد.