



۱ مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $y = \frac{1}{3}x + 2$ و $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ کدام است؟

۹ (۲)

۸ (۱)

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۲ وقتی $0 < x < 1$ است، حاصل $|2x - 1| + |2 - x|$ کدام گزینه خواهد بود؟

۲x (۲)

 $-3x + 3$ (۱)

۴ (۴)

 $x + 1$ (۳)

۳ مجموعه جواب نامعادله $|2x^2 - 5x + 4| < 1$ به فرم (a, b) می‌باشد، در این صورت ba کدام است؟

۱ (۲)

۱/۵ (۱)

۲/۵ (۴)

۲ (۳)

۴ مختصات نقطه وسط یک پاره خط که $A(-1, 6)$ و $B(5, 8)$ دو سر آن هستند $(\frac{a+b}{6}, c)$ می‌باشد. $a + b + c$ کدام گزینه است؟

۱۳ (۲)

۹ (۱)

۱۶ (۴)

۱۹ (۳)

۵ نقاط $A(2, 3)$ و $B(-1, -5)$ روی محیط یک دایره واقع هستند. معادله قطری از دایره که بر پاره خط AB عمود است، برابر کدام گزینه می‌باشد؟

 $8y + 3x = -6$ (۲) $16y + 6x = -13$ (۱) $8y + 3x = -13$ (۴) $16y + 6x = -6$ (۳)

۶ نقطه $A(3, -1)$ وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط به معادله $2y - x = 5$ می‌باشد. مساحت این مربع کدام است؟

۴۵ (۲)

۴۰ (۱)

۸۰ (۴)

۷۵ (۳)



نقطه A روی خط $y = 2x$ که مجموع فاصله‌های آن تا مبدأ مختصات و نقطه $B(2, 4)$ برابر ۵ باشد مفروض است، طول مثبت نقطه A کدام است؟

- (۱) $2 + \sqrt{5}$
 (۲) $2 + 3\sqrt{5}$
 (۳) $\frac{2 + 3\sqrt{5}}{2}$
 (۴) $\frac{2 + \sqrt{5}}{2}$

اگر دو ضلع مجاور مستطیلی $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - ay = -1 \end{cases}$ باشند و نقطه $A(-1, 1)$ یکی از رئوس مستطیل باشند، قطر مستطیل چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{2}$
 (۲) ۲
 (۳) ۴
 (۴) ۳

مساحت مثلث ABC با رأس‌های $A(3, 0)$ و $B(-5, 1)$ و $C(7, 6)$ چقدر است؟

- (۱) ۲۶
 (۲) ۴۰
 (۳) ۳۲
 (۴) ۳۶

در مستطیل ABCD، معادله دو ضلع AB و BC به ترتیب به صورت $y = x$ و $y = ax + b$ و رأس $D(2, 6)$ است. اگر مساحت مستطیل ۱۲ باشد، مقدار b کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۴
 (۲) ۶
 (۳) ۱۰
 (۴) ۱۴

خطی افقی (غیرمنطبق بر محور طول‌ها) تابع درجه دوم $y = x^2 + 2x$ را در دو نقطه قطع کرده است. اگر مبدأ مختصات را به نقاط برخورد این خط و سهمی وصل کنیم به طوری که این دو خط بر هم عمود باشند، عرض نقاط برخورد خط و سهمی کدام است؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

در بازه (a, b) ، نمودار تابع $y = \sqrt{x+3}$ ، در بالای نمودار تابع $f(x) = |x-1| - 2$ قرار دارد. بیشترین مقدار $(b-a)$ کدام است؟

- (۱) ۶
 (۲) ۷
 (۳) ۸
 (۴) ۹

نقطه $A(7, 6)$ رأس یک متوازی‌الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط به معادلات $2y - 3x = 11$ و $3y + 4x = 8$ می‌باشند. مختصات وسط قطر آن کدام است؟

- (۱) $(1, 5)$
 (۲) $(3, 4)$
 (۳) $(3, 5)$
 (۴) $(4, 3)$

۱۴ اگر رابطه $|x + y + z| \leq |x| + |y| + |z|$ به رابطه تساوی تبدیل شود الزاماً سه عدد غیرصفر x و y و z چگونه اند؟

- (۱) مساوی هم
(۲) هم علامت
(۳) مثبت
(۴) منفی

۱۵ اگر مختصات دو سر قطر یک دایره $A(3, 2)$ و $B(-2, 4)$ باشد، مساحت دایره کدام است؟

- (۱) 7π
(۲) $7/5\pi$
(۳) $7/25\pi$
(۴) $7/75\pi$

۱۶ حاصل عبارت $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$ کدام است؟

- (۱) ۳
(۲) $3/5$
(۳) ۴
(۴) $4/5$

۱۷ از نقطه $N(-6, 8)$ واقع بر دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات O خطی بر محور y ها عمود می‌کنیم و محل برخورد را B می‌نامیم. مجموع محیط و مساحت مثلث OBN کدام است؟

- (۱) ۳۶
(۲) ۴۸
(۳) ۵۲
(۴) ۶۰

۱۸ خط $3x = 4y - 5$ و دایره C به مرکز $O(3, 2)$ یک نقطه مشترک دارند. عدد مساحت این دایره چند برابر عدد محیط آن است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$
(۲) $5/6$
(۳) $1/2$
(۴) $10/3$



۱۹ در چه صورتی معادله $|x - \alpha| = x - \beta$ جواب دارد؟

- (۱) $\alpha \leq \beta$
(۲) $\alpha \geq \beta$
(۳) $\alpha < \beta$
(۴) $\alpha > \beta$

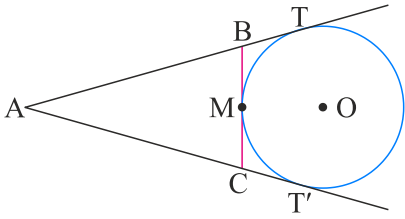
۲۰ اگر قرینه نقطه $A(3, -a)$ نسبت به نقطه $B(a, 2)$ بر روی خط $y = x + 5$ قرار گیرد، اندازه پاره خط AB چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{15}$
(۲) $\sqrt{17}$
(۳) $\sqrt{19}$
(۴) $\sqrt{13}$

۲۱ در دایره‌ای به قطر ۱۲ واحد، فاصله مرکز دایره از وتر AB برابر ۲ واحد است. نقطه C در امتداد AB به فاصله $CB = 2\sqrt{2}$ انتخاب شده است. طول قطعه مماسی که از C بر دایره رسم می‌شود، کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{10}$
(۲) $3\sqrt{5}$
(۳) ۷
(۴) $5\sqrt{2}$

۲۲ در شکل زیر، دو مماس از نقطه A بر دایره‌ای به شعاع ۹ رسم شده است. اگر فاصله A تا مرکز دایره برابر ۱۵ باشد، محیط مثلث ABC کدام است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۳۶

(۳) ۲۴

(۴) ۴۸

۲۳ در مثلثی به اضلاع ۱۴، ۹ و ۷ واحد فاصله رأس زاویه کوچکتر مثلث از نقطه تماس دایره محاطی داخلی آن کدام است؟

(۲) ۸

(۱) ۹

(۴) ۶

(۳) ۷

۲۴ در یک مثلث قائم‌الزاویه، شعاع دایره محاطی داخلی و دایره محاطی به شعاع بزرگ‌ترین دایره محاطی خارجی چقدر است؟

(۲) ۲۵

(۱) ۴۰

(۴) ۵۶

(۳) ۳۴

۲۵ دو مماس عمود بر هم بر دایره‌ای به شعاع $۱۲\sqrt{۲}$ در نقطه M متقاطع‌اند. فاصله M از مرکز دایره کدام است؟

(۲) ۱۸

(۱) ۲۴

(۴) ۱۶

(۳) ۳۳

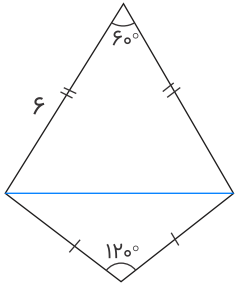
۲۶ یک ذوزنقه متساوی‌الساقین با قاعده‌هایی به اندازه ۹ و ۱۶ واحد، بر دایره‌ای محیط شده است. فاصله نزدیک‌ترین نقاط دایره، تا یک رأس قاعده کوچک ذوزنقه، کدام است؟

(۲) $\sqrt{۳}$ (۱) $\frac{۳}{۲}$ (۴) $\frac{۵}{۲}$

(۳) ۲

۲۷ نقطه M خارج دایره (O, ۴) به فاصله ۱۰ از مرکز دایره قرار دارد. دایره‌ای به قطر OM رسم می‌کنیم تا دایره را در T و T' قطع کند، فاصله O از TT' چقدر است؟

(۲) $\frac{۱}{۲}$ (۱) $\frac{۵}{۴}$ (۴) $\frac{۵}{۸}$ (۳) $\frac{۱}{۶}$ 



$$\begin{aligned} & \frac{6}{\sqrt{2\sqrt{3}+3}} \quad (1) \\ & \sqrt{\frac{36+24\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} \quad (2) \\ & \sqrt{\frac{16+24\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})^2}} \quad (3) \\ & 2 \quad (4) \end{aligned}$$

در یک شش ضلعی منتظم به ضلع a مساحت بین دایره‌های محیطی و محاطی آن چند برابر مساحت شش ضلعی است؟

$$\begin{aligned} & \frac{\pi\sqrt{3}}{9} \quad (2) & \frac{\pi\sqrt{3}}{18} \quad (1) \\ & \frac{2\pi\sqrt{3}}{9} \quad (4) & \frac{\pi\sqrt{3}}{3} \quad (3) \end{aligned}$$

اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های ۱۴ و ۶ واحد برابر ۱۵ واحد است. خط‌المركزین این دو دایره چند واحد است؟

$$\begin{aligned} & 7\sqrt{6} \quad (2) & 12\sqrt{2} \quad (1) \\ & 18 \quad (4) & 17 \quad (3) \end{aligned}$$

اگر $A_n = [n-1, n+1]$ ، آنگاه مجموعه $\bigcup_{n=1}^4 A_n - \bigcap_{n=1}^3 A_n$ با کدام مجموعه برابر است؟

$$\begin{aligned} & \{x : 0 \leq x \leq 5\} \quad (2) & \{x : 1 \leq x \leq 5\} \quad (1) \\ & \{x : 1 \leq x \leq 5, x \neq 2\} \quad (4) & \{x : 0 \leq x \leq 5, x \neq 2\} \quad (3) \end{aligned}$$

اگر $A = \{x, 3, 4\}$ ، $B = \{2, x+y, 2x\}$ و $A \times B = B \times A$ ، آنگاه حاصل xy کدام است؟

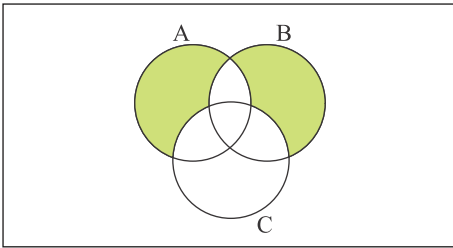
$$\begin{aligned} & 2 \quad (2) & 1 \quad (1) \\ & 4 \quad (4) & 3 \quad (3) \end{aligned}$$

اگر A مجموعه اعداد اول یک‌رقمی و B مجموعه اعداد فرد یک‌رقمی باشد، مجموعه $(A \times B) \cap (B \times A)$ چند عضوی است؟

$$\begin{aligned} & 4 \quad (2) & 1 \quad (1) \\ & 16 \quad (4) & 9 \quad (3) \end{aligned}$$

اگر A, B و C سه مجموعه با شرط $A \subseteq B \cup C$ باشند، کدام گزینه الزاماً درست است؟

$$\begin{aligned} & C \times A \subseteq B^2 \cap C^2 \quad (2) & A \times B \subseteq A \times C \quad (1) \\ & A^2 \subseteq B^2 \cup C^2 \quad (4) & A^2 \subseteq A \times (B \cup C) \quad (3) \end{aligned}$$



(۱) $(A \cup B) - C$

(۲) $(A - C) \cup (B - C)$

(۳) $((A \cup B) - (A \cap B)) - C$

(۴) $((A \cup B) - (A \cap B)) \cap ((A \cup C) - (A \cap C))$

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $2^k + 3$ عضو، چند برابر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $2^k - 1$ عضو است؟

(۱) ۴

(۲) ۸

(۳) ۱۶

(۴) ۳۲

اگر A, B, C سه مجموعه غیرتهی با شرط $A \subseteq B \subseteq C$ باشند، آنگاه کدام رابطه نادرست است؟

(۱) $A \cup B \subseteq C$

(۲) $B' \subseteq A' \cup C$

(۳) $A' \subseteq B' \cap C$

(۴) $A - B' \subseteq B - C'$

اگر $A = \{-1, 3\}$ و $B = [-1, 3]$ ، محیط نمودار $(A \times B) \cup (B \times A)$ چقدر است؟

(۱) ۲۵

(۲) ۱۲

(۳) ۹

(۴) ۱۶

اگر A, B, C سه مجموعه باشند و $(A - B) - C = \emptyset$ ، کدام گزینه درست است؟

(۱) $A = \emptyset$

(۲) $A \subseteq B$

(۳) $A \subseteq B \cup C$

(۴) $A \subseteq C$

اگر $A = \{1, \{1\}, \{1, 2\}, \{2\}, 2\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R}; x^2 + 2 = 3x\}$ آنگاه تعداد زیرمجموعه‌های غیرتهی مجموعه $A - B$ کدام است؟ (با تغییر)

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۷

(۴) ۱۴

اختلاف پتانسیل الکتریکی پایانه‌های باتری یک خودرو برابر ۱۵ ولت است. اگر بار الکتریکی ۲ کولن از پایانه مثبت تا پایانه منفی باتری جابه‌جا شود، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند ژول خواهد شد؟

(۱) +۱۲

(۲) -۱۲

(۳) +۳۰

(۴) -۳۰



۴۲ بین دو صفحه موازی که به فاصله 2 cm از هم قرار دارند، اختلاف پتانسیل الکتریکی 500 ولت ایجاد کرده‌ایم. اگر یک ذره آلفا بین این دو صفحه قرار گیرد، نیروی الکتریکی وارد بر آن چند نیوتن خواهد شد؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19}\text{ C}$)

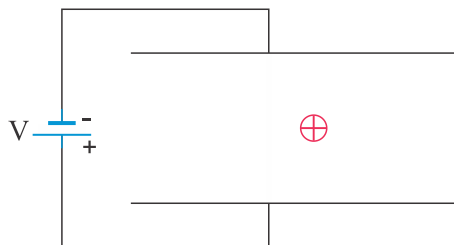
(۲) 8×10^{-15}

(۱) 8×10^{-13}

(۴) 4×10^{-15}

(۳) 4×10^{-13}

۴۳ در شکل زیر دو صفحه رسانای موازی در فاصله 4 mm از یکدیگر قرار دارند و به اختلاف پتانسیل V متصل شده‌اند. ذره‌ای با بار الکتریکی $5\text{ }\mu\text{C}$ و به جرم $0/4$ گرم بین دو صفحه معلق است. V برحسب ولت کدام است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)



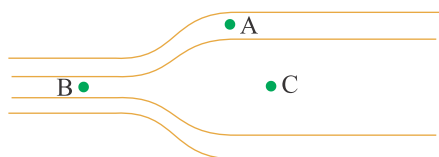
(۱) $4/2$

(۲) $3/2$

(۳) $2/4$

(۴) $2/3$

۴۴ در شکل زیر تعدادی از خط‌های میدان الکتریکی در ناحیه‌ای از فضا رسم شده است. کدام گزینه درباره اندازه میدان الکتریکی در نقاط A ، B و C درست است؟



(۱) $E_B > E_A = E_C$

(۲) $E_C > E_B = E_A$

(۳) $E_A > E_B > E_C$

(۴) $E_B > E_A > E_C$

۴۵ نسبت چگالی سطحی بار الکتریکی دو کره 1 به 4 است. اگر بار کره اول برابر $3q$ و بار کره دوم برابر $q/5$ باشد، نسبت قطر کره اول به قطر کره دوم کدام است؟

(۲) $\frac{\sqrt{5}}{6}$

(۱) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

(۴) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

(۳) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

۴۶ چه تعداد از جملات زیر درست است؟

(الف) میدان الکتریکی خالص درون رساناها و نارساناها صفر است.

(ب) پتانسیل الکتریکی در نقاط نوک‌تیز سطح جسم رسانای باردار از نقاط دیگر آن بیشتر است.

(پ) شخصی که در داخل اتومبیل یا هواپیما است، معمولاً از خطر آذرخش در آمان می‌ماند.

(ت) بار الکتریکی اضافی داده‌شده به یک رسانا فقط روی سطح خارجی آن توزیع می‌شود.

(ث) بنا به آزمایش فاراده، تراکم بار الکتریکی در نقاط نوک‌تیز سطح جسم رسانای باردار، از نقاط دیگر آن بیشتر است.

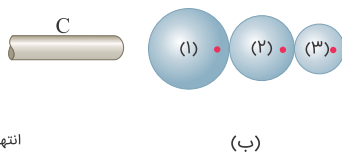
(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

شکل (الف) جدول سری تریپوالکتریک چهار جسم نارسای A, B, C, D را نشان می‌دهد اگر جسم C را با جسم B مالش داده و مطابق شکل (ب) به ۳ کره فلزی که به هم چسبیده و خنثی هستند نزدیک کنیم بار نقاط (۱) و (۲) و (۳) به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



(۱) مثبت، منفی، مثبت

(۲) خنثی، خنثی، منفی

(۳) مثبت، خنثی، منفی

(۴) خنثی، خنثی، مثبت

ذره‌ای باردار به جرم 2×10^{-18} گرم و با بار الکتریکی -4 میکروکولن در میدان الکتریکی قائم و رو به بالایی که بزرگی آن 10^{13} N/C باشد، چگونه شتاب می‌گیرد؟

(۱) 30 m/s^2 به سمت پایین

(۲) 30 m/s^2 به سمت بالا

(۳) 10 m/s^2 به سمت پایین

(۴) 10 m/s^2 به سمت بالا

دو گلوله باردار مشابه به شعاع 1 cm و بار q که فاصله مرکزهایشان از هم یک متر است، یکدیگر را با نیروی $1/8 \text{ N}$ می‌رانند. چگالی سطحی بار روی هر یک از این گلوله‌ها چند میکروکولن بر مترمربع است؟ ($k = 9 \times 10^9$ و $\pi = 3$)

(۱) $0/1$

(۲) 25×10^3

(۳) 10^5

(۴) 25×10^{-3}

روی ذره‌ای به جرم g ، بار الکتریکی q قرار داده‌ایم. وقتی این ذره در میدان الکتریکی یکنواخت 500 V/m قرار می‌گیرد، اندازه نیروی وارد بر آن از طرف میدان الکتریکی، برابر با وزن آن می‌شود. بار q چند کولن است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

(۱) 5×10^{-5}

(۲) 2×10^{-5}

(۳) 5×10^{-2}

(۴) 2×10^{-2}

بر یک قطره روغن بسیار کوچک به جرم $16 \times 10^{-12} \text{ g}$ ، دو الکترون قرار دارد. این قطره میان صفحه‌های یک خازن مسطح به فاصله 4 cm از یکدیگر به حالت تعادل قرار دارد. اختلاف پتانسیل الکتریکی بین صفحه‌های خازن چند کیلوولت است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$, $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

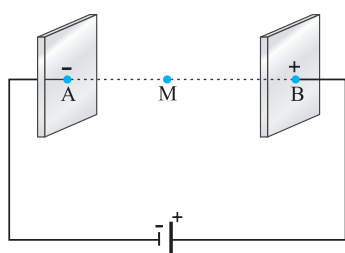
(۱) 2×10^4

(۲) 20

(۳) 2×10^3

(۴) 200

در شکل زیر، میدان الکتریکی بین دو صفحه یکنواخت است. الکترونی از صفحه منفی می‌رود و در نقطه B به صفحه مقابل می‌رسد. تندی الکترون در نقطه B چند برابر تندی آن در نقطه M (وسط فاصله AB) است؟



(۱) $2\sqrt{2}$

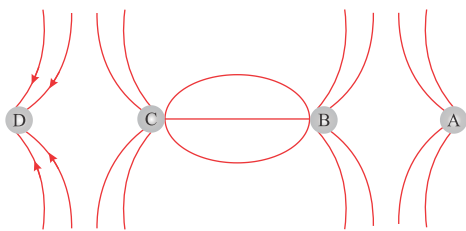
(۲) $\sqrt{2}$

(۳) 2

(۴) 4

با توجه به خطوط میدان الکتریکی شکل زیر، کدام گزینه علامت بارهای نقطه‌ای A و B و C را به ترتیب از راست به چپ درست نشان می‌دهد؟

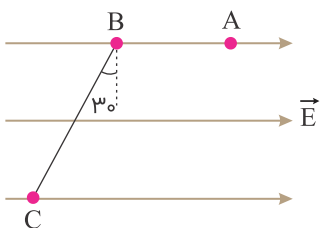
۵۳



- (۱) مثبت - مثبت - منفی
- (۲) مثبت - منفی - مثبت
- (۳) منفی - مثبت - مثبت
- (۴) منفی - منفی - مثبت

در شکل زیر میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} وجود دارد، اگر اختلاف پتانسیل دو نقطه A تا B برابر 40 ولت باشد، اندازه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار $q = 15 \text{ mC}$ در جابه‌جایی از A تا C چند ژول است؟ ($BC = 60 \text{ cm}$, $AB = 20 \text{ cm}$)

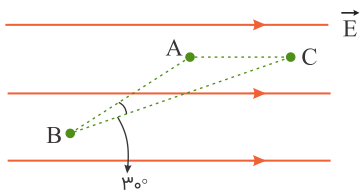
۵۴



- (۱) $1/5$
- (۲) 3
- (۳) 30
- (۴) 15

در شکل زیر بار الکتریکی $q = -30 \mu\text{C}$ از نقطه B به پتانسیل الکتریکی 120 ولت به نقطه A رفته و سپس به نقطه C می‌رود. انرژی پتانسیل الکتریکی آن در کل مسیر BAC، 6 mJ تغییر می‌کند. پتانسیل الکتریکی نقطه C چند ولت است؟

۵۵



- (۱) 320
- (۲) -80
- (۳) 220
- (۴) -20

در یک میدان الکتریکی بار $q = -2 \mu\text{C}$ از نقطه A تا B جابه‌جا می‌شود. اگر انرژی پتانسیل الکتریکی آن در نقاط A و B به ترتیب 4 mJ ، 6 mJ باشد و پتانسیل نقطه A برابر 20 V باشد، پتانسیل نقطه B چند ولت است؟

۵۶

- (۱) 80
- (۲) -80
- (۳) -120
- (۴) 120

در یک میدان الکتریکی به بزرگی 800 (N/C) که جهت آن قائم و رو به پایین است، ذره باردار به جرم 40 گرم معلق و به حال سکون است. اندازه و نوع بار این ذره باردار کدام است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

۵۷

- (۱) $0/25 \text{ mC}$
- (۲) $-0/5 \text{ mC}$
- (۳) $-0/25 \text{ mC}$
- (۴) $0/5 \text{ mC}$

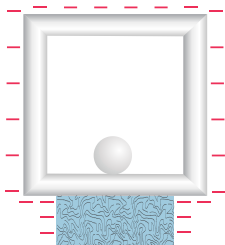


گلوله‌ای با بار الکتریکی $+2$ میکروکولن را با دست خود در یک میدان الکتریکی از نقطه (۱) به نقطه (۲) جابه‌جا کرده‌ایم. اگر در این جابه‌جایی، کاری که ما بر روی بار انجام داده‌ایم، 5 میلی ژول باشد، اختلاف پتانسیل $V_2 - V_1$ چند ولت است؟

(۱) 2500 (۲) کمتر از 2500

(۳) بیشتر از 2500 (۴) هر سه گزینه می‌تواند درست باشد.

در شکل زیر، اگر بار الکتریکی سطح خارجی جعبه فلزی منفی باشد، بار الکتریکی سطح داخلی جعبه و سطح کره فلزی واقع در آن به ترتیب کدام است؟



(۱) هر دو مثبت

(۲) هر دو منفی

(۳) منفی - مثبت

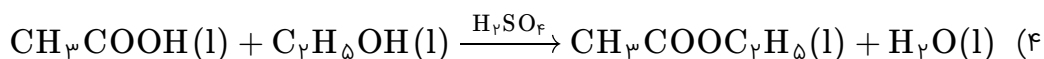
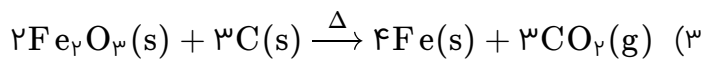
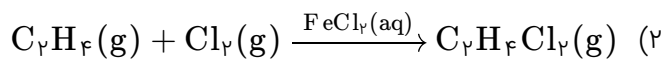
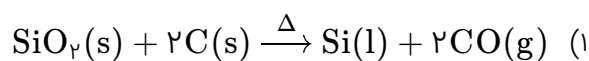
(۴) هر دو خنثی

دو کره فلزی یکسان A و B به شعاع‌های 5 cm دارای بارهای الکتریکی $q_A = 20 \mu C$ و $q_B = -4 \mu C$ را به هم تماس داده و از هم جدا می‌کنیم. چگالی سطحی بار کره A چند میکروکولن بر مترمربع کاهش می‌یابد؟ ($\pi = 3$)

(۱) 150 (۲) 300

(۳) 400 (۴) 800

احتمال انجام کدام واکنش در شرایط مشخص شده، کمتر است؟



کدام گزینه زیر نادرست است؟

(۱) بازیافت فلزات باعث کاهش ردیای کربن دی‌اکسید و از بین رفتن گونه‌های زیستی بیشتری می‌شود.

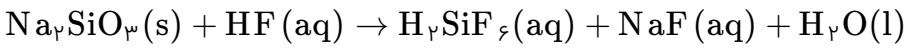
(۲) فلزها منابعی تجدیدناپذیرند.

(۳) آهنک مصرف فلزات بیشتر از آهنک بازگشت آن‌ها به طبیعت است.

(۴) برای پالایش طلا استفاده از گیاهان مقرون‌به‌صرفه است.



باتوجه به واکنش زیر، به ازای مصرف ۳/۰ مول HF، چند گرم NaF تولید و به تقریب چند گرم Na_2SiO_3 با خلوص ۸۰ درصد مصرف می‌شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید، g.mol^{-1} : O = ۱۶، F = ۱۹، Na = ۲۳، Si = ۲۸) (معادله واکنش موازنه شود)



(۲) ۳/۱۵، ۷/۵

(۱) ۳/۱۵، ۵/۷

(۴) ۳/۶۵، ۷/۵

(۳) ۳/۶۵، ۵/۷

کدام یک از ترکیب‌های آهن‌دار در آب محلول است؟

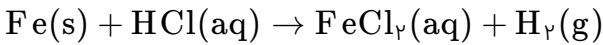
(۲) آهن (II) کلرید

(۱) آهن (III) اکسید

(۴) آهن (III) هیدروکسید

(۳) آهن (II) هیدروکسید

مطابق واکنش زیر، چند میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید با غلظت 0.15 mol.L^{-1} برای واکنش کامل با $1/75$ گرم آهن با خلوص ۹۶ درصد لازم است؟ (ناخالصی با اسید واکنش نمی‌دهد؛ $\text{Fe} = 56 \text{ g.mol}^{-1}$) (معادله واکنش موازنه شود) (با کمی تغییر)



(۲) ۶۰۰

(۱) ۸۰۰

(۴) ۲۰۰

(۳) ۴۰۰

اگر ۴۰ گرم NaCl با خلوص ۸۰٪ را با ۵۰ گرم سدیم کلرید با خلوص ۶۰٪ مخلوط کنیم، درصد خلوص نمک خوراکی در مخلوط نهایی برابر با چند درصد است؟

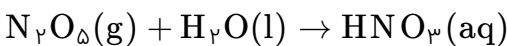
(۲) ۶۸/۸

(۱) ۷۰

(۴) ۶۴/۳

(۳) ۷۲/۳

$7/2$ گرم $\text{N}_2\text{O}_5(g)$ ناخالص به درون نیم لیتر آب مقطر وارد شده است. اگر غلظت محلول نیتریک اسید تشکیل شده به 0.2 مول بر لیتر برسد، درصد خلوص N_2O_5 ، کدام است؟ از تغییر حجم صرف‌نظر و معادله موازنه شود ($\text{O} = 16$ ، $\text{N} = 14$ ، $\text{H} = 1$: g.mol^{-1})



(۲) ۷۱

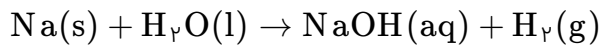
(۱) ۶۵

(۴) ۸۱

(۳) ۷۵



۶۸ اگر مطابق با واکنش موازنه‌نشده زیر، از واکنش ۵۰ درصد سدیم، ۱۰ میلی‌لیتر محلولی از سدیم هیدروکسید با غلظت ۲ مولار حاصل شود، مقدار سدیم مصرفی اولیه چند گرم بوده است؟ ($\text{Na} = ۲۳$, $\text{O} = ۱۶$, $\text{H} = ۱$: $\text{g.mol}^{-۱}$)



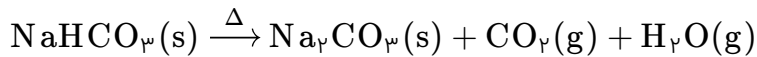
(۱) ۰/۷۸

(۲) ۰/۴۶

(۳) ۰/۲۳

(۴) ۰/۹۲

۶۹ از تجزیه ۳۳۶۰۰ گرم سدیم هیدروژن کربنات، ۸۰ درصد خالص، ۱/۴۴ لیتر بخار آب با فرض چگالی $۱ \text{ g.cm}^{-۳}$ حاصل می‌شود. بازده درصدی واکنش کدام است؟ ($\text{Na} = ۲۳$, $\text{H} = ۱$, $\text{O} = ۱۶$, $\text{C} = ۱۲$: $\text{g.mol}^{-۱}$) (واکنش موازنه نشده است)



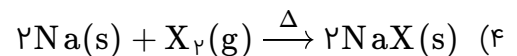
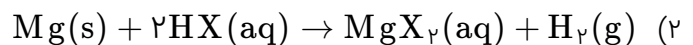
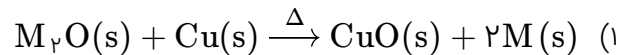
(۱) ۵۰

(۲) ۶۰

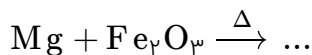
(۳) ۷۰

(۴) ۸۰

۷۰ کدام واکنش، انجام‌ناپذیر است؟ (M : فلز اصلی، X : نافلز)



۷۱ از واکنش ۸۰ گرم Fe_2O_3 با خلوص ۹۰ درصد با منیزیم کافی در شرایط مناسب، چند گرم آهن تولید می‌شود؟ ($\text{Fe} = ۵۶$, $\text{O} = ۱۶$, $\text{Mg} = ۲۴$: $\text{g.mol}^{-۱}$)



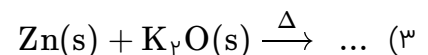
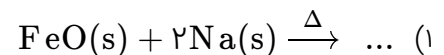
(۱) ۵۰/۴

(۲) ۱۰۰/۸

(۳) ۱۲۰/۲

(۴) منیزیم با Fe_2O_3 واکنش نمی‌دهد.

۷۲ کدام واکنش به طور طبیعی انجام می‌شود؟



۷۳ مقدار کافی از نمک آهن (III) کلرید به ۱۳۵ گرم محلول سدیم هیدروکسید اضافه می‌کنیم و مشاهده می‌کنیم که ۴۲/۸ گرم آن رسوب قرمز رنگ تولید می‌شود. اگر بازده درصدی این واکنش ۸۰ درصد باشد، چند گرم آب در محلول سدیم هیدروکسید وجود داشته است؟ ($\text{H} = ۱$, $\text{O} = ۱۶$, $\text{Na} = ۲۳$, $\text{Fe} = ۵۶$: $\text{g.mol}^{-۱}$)

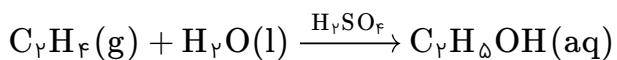
(۱) ۶۰

(۲) ۸۵

(۳) ۱۰۰

(۴) ۷۵

در یک واحد صنعتی تولید اتانول در هر ثانیه، ۱۴۰۰ گرم گاز اتن در شرایط مناسب وارد مخزنی از آب و اسید می‌شود. در صورتی که بازده این فرآیند ۸۰ درصد باشد، تولید اتانول در این واحد، به تقریب برابر با چند تن در هر ساعت است؟
($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)



۸/۲۸ (۲)

۱۰/۶۰ (۱)

۴/۲۸ (۴)

۶/۶۲ (۳)

از تجزیه ۱۶/۲۵ گرم سدیم آزید با خلوص ۸۰ درصد ۹ لیتر گاز نیتروژن با چگالی $0.7 g.L^{-1}$ حاصل می‌گردد. بازده درصدی واکنش کدام است؟ ($Na = 23, N = 14 : g.mol^{-1}$)



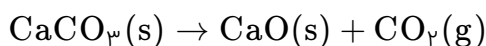
۷۵ (۲)

۶۵ (۱)

۹۰ (۴)

۸۰ (۳)

اگر از واکنش تجزیه ۱۰۰ گرم کلسیم کربنات ۹۰ درصد خالص، ۳۵/۲ گرم ماده جامد باقی بماند، بازده درصد واکنش کدام است؟ ($Ca = 40, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)



۶۵ (۲)

۷۰ (۱)

۵۰ (۴)

۶۰ (۳)

در گروه‌های ۱۴ الی ۱۷ جدول تناوبی از بالا به پایین افزایش می‌یابد و در گروه ۱۷ از پایین به بالا، با گاز افزایش می‌یابد.

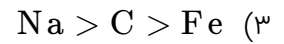
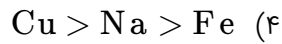
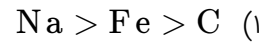
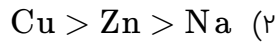
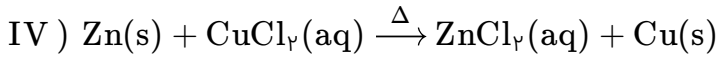
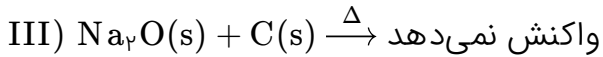
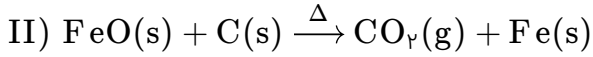
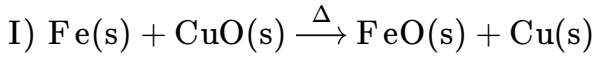
(۱) شعاع اتمی - تمایل به واکنش‌پذیری - اکسیژن

(۲) خاصیت فلزی - تمایل به واکنش‌پذیری - هیدروژن

(۳) خاصیت فلزی - عدم تمایل به واکنش‌پذیری - هیدروژن

(۴) شعاع اتمی - عدم تمایل به واکنش‌پذیری - اکسیژن





چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) هرچه واکنش‌پذیری فلزی بیشتر باشد، استخراج آن فلز دشوارتر است.

ب) حالت فیزیکی آهن حاصل از واکنش Fe_2O_3 به ترتیب با آلومینیم و با کربن با یکدیگر مشابه است.

پ) برای ساخت فولاد، برای استخراج آهن موردنیاز از کربن استفاده می‌کنند.

ت) غلظت بیشتر گونه‌های فلزی موجود در کف اقیانوس نسبت به ذخایر زمینی، بهره‌برداری از این منابع را نوید می‌دهد.

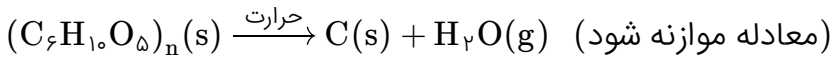
۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

اگر ۵۰ درصد وزن تنه یک درخت را سلولز $(C_6H_{10}O_5)_n$ تشکیل دهد، چند کیلوگرم زغال با خلوص ۹۰ درصد از حرارت دادن یک تنه درخت با جرم ۸۱ کیلوگرم می‌توان به دست آورد؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)



۲۰ (۲)

۱۶/۲ (۱)

۴۲ (۴)

۴۰ (۳)





استاد علیرضا افشار

”همایش ها“

@hamayesh_dr_afshar



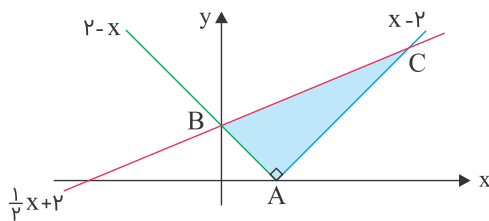
گزینه ۴

۱

$$y_1 = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$$

$$y_2 = \frac{1}{2}x + 2$$

$$|x-2| = \begin{cases} x-2 & ; x \geq 2 \\ -x+2 & ; x < 2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} A = (2, 0) \\ x-2 = \frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow \frac{1}{2}x = 4 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow C = (8, 6) \\ 2-x = \frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow \frac{3}{2}x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow B = (0, 2) \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(0-2)^2 + (2-0)^2} = 2\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(8-2)^2 + (6-0)^2} = 6\sqrt{2}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{2\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}}{2} = 12$$



گزینه ۱

۲

$$-1 < x < 0 \Rightarrow |2x-1| + |2-x| = -(2x-1) + (2-x) = -2x+1+2-x = -3x+3$$

$$|2x^2 - 5x + 4| < 1 \Rightarrow -1 < 2x^2 - 5x + 4 < 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 4 < 1 \\ 2x^2 - 5x + 4 > -1 \end{cases}$$

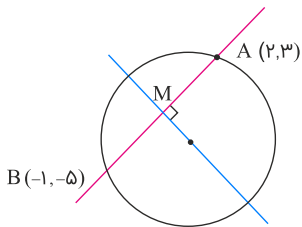
$$\Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 < 0 \Rightarrow 1 < x < \frac{3}{2} \quad (\text{I}) \\ 2x^2 - 5x + 5 > 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow x \in \mathbb{R} \quad (\text{II}) \end{cases}$$

$$(\text{I}) \cap (\text{II}) \Rightarrow 1 < x < \frac{3}{2} \Rightarrow x \in (1, \frac{3}{2}) \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow ba = \frac{3}{2}$$

$$\left. \begin{matrix} A(-1, 6) \\ B(5, 8) \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{نقطهٔ وسط پاره خط}} x_m = \frac{-1+5}{2} = 2, y_m = \frac{6+8}{2} = 7$$

$$(2, 7) = \left(\frac{a+b}{6}, c \right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{a+b}{6} = 2 \Rightarrow a+b = 12 \\ c = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b + c = 12 + 7 = 19$$



مطابق شکل قطری از دایره که بر پاره خط AB عمود است همان عمود منصف پاره خط AB می‌شود.
(اثبات این نکته خطی ساده و راحت به کمک تساوی مثلث‌ها است)

$$AB \text{ شیب پاره خط } m_{AB} = \frac{3 - (-5)}{2 - (-1)} = \frac{8}{3} \Rightarrow \text{شیب قطر دایره} = -\frac{3}{8}$$

$$AB \text{ نقطهٔ M وسط پاره خط } M = \frac{A+B}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2} \\ y_M = \frac{3-5}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \end{cases}$$

قطر دایره از نقطهٔ M می‌گذرد و شیب آن $-\frac{3}{8}$ است:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y + 1 = -\frac{3}{8}\left(x - \frac{1}{2}\right) \xrightarrow{\times 16} 16y + 16 = -6x + 3 \Rightarrow 16y + 6x = -13$$

فاصله نقطه A را از خط راست به دست می‌آوریم. فاصله به دست آمده نصف اندازه ضلع مربع است.

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow d = \frac{|-3 - 2 - 5|}{\sqrt{5}} = \frac{2 + 3 + 5}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}}$$

$$d = \frac{a}{2} \Rightarrow a = 2d = \frac{20}{\sqrt{5}} \Rightarrow S = a^2 = \left(\frac{20}{\sqrt{5}}\right)^2 = 80$$

نقطه A را با مختصات $A(a, 2a)$ در نظر می‌گیریم:

$$|AB| + |AO| = 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{(a-2)^2 + (2a-4)^2} + \sqrt{a^2 + (2a)^2} = 5$$

$$\Rightarrow |a-2|\sqrt{5} + |a|\sqrt{5} = 5 \Rightarrow |a-2| + |a| = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow a = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2} \xrightarrow{a > 0} a = \frac{2 + \sqrt{5}}{2}$$

دو ضلع مجاور مستطیل بر هم عمودند:

$$\begin{cases} L_1 : 2x + y = 3 \\ L_2 : x - ay = -1 \end{cases} \quad L_1 \perp L_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} \times (-2) = -1 \Rightarrow a = 2$$

حال دو ضلع را قطع می‌دهیم:

$$\begin{cases} L_1 : 2x + y = 3 \\ L_2 : x - 2y = -1 \end{cases} \Rightarrow B(1, 1)$$

نقطه A روی هیچ‌کدام از خطوط داده شده مسئله قرار ندارد، پس A رأس مقابل B خواهد بود. فاصله A از B را محاسبه می‌کنیم، تا قطر مستطیل به دست آید.

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{(1+1)^2 + (1-1)^2} = 2$$



راه اول: در مثلث ABC، فاصله رأس A را از خطی که از B و C می‌گذرد را به دست می‌آوریم که همان ارتفاع مثلث است.

$$B(-5, 1), C(7, 6) \Rightarrow m = \frac{6-1}{7+5} = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow BC: y-1 = \frac{5}{12}(x+5)$$

$$\Rightarrow 12y - 12 = 5x + 25$$

$$\Rightarrow 12y - 5x - 37 = 0 \text{ (معادله خط BC)}$$

$$BC \text{ از } A \text{ فاصله: } |AH| = \frac{|12(0) - 5(3) - 37|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = \frac{52}{13} = 4$$

$$|BC| = \sqrt{25 + 144} = 13$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} (4) (13) = 26$$

راه دوم:

نکته: به کمک مختصات رئوس، مساحت قابل محاسبه است.

$$S = \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$$

$$S = \frac{1}{2} \times |3(1-6) - 5(6-0) + 7(0-1)| = \frac{1}{2} \times 52 = 26$$

دو ضلع AB و BC بر هم عمودند، پس شیب BC، قرینه معکوس شیب AB است.

$$m_{BC} = \frac{-1}{m_{AB}} = \frac{-1}{1} = -1 \Rightarrow BC: y = -x + b$$

فاصله رأس D را از دو ضلع AB و BC حساب می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} AB: y - x = 0 \\ D = (2, 6) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{فاصله } D \text{ تا } AB = \frac{|6-2|}{\sqrt{1+1}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

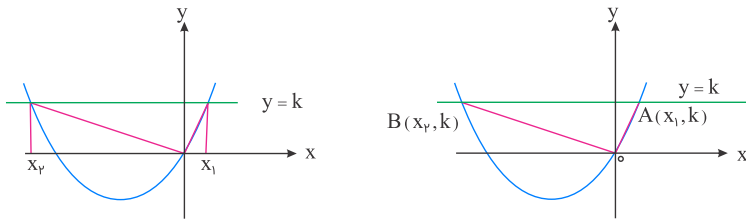
$$\left. \begin{array}{l} BC: y + x - b = 0 \\ D = (2, 6) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{فاصله } D \text{ تا } BC = \frac{|6+2-b|}{\sqrt{1+1}} = \frac{|\lambda-b|}{\sqrt{2}}$$

مساحت مستطیل ۱۲ است، پس:

$$\text{طول} \times \text{عرض} = 12 \Rightarrow 2\sqrt{2} \times \frac{|\lambda-b|}{\sqrt{2}} = 12 \Rightarrow 2|\lambda-b| = 12$$

$$\Rightarrow |\lambda-b| = 6 \Rightarrow \begin{cases} \lambda-b = 6 \Rightarrow b = 2 \\ \lambda-b = -6 \Rightarrow b = 14 \end{cases}$$

ابتدا خط و سهمی را قطع می‌دهیم: $x^2 + 2x = k$
 معادله تلاقی خط و سهمی $(*)$ $x^2 + 2x - k = 0$ است. x_1 و x_2 ریشه‌های این معادله‌اند.



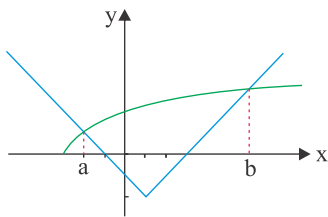
$$\left. \begin{aligned} m_{OA} &= \frac{k}{x_1} \\ m_{OB} &= \frac{k}{x_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_{OA} \cdot m_{OB} = -1 \Rightarrow \frac{k}{x_1} \cdot \frac{k}{x_2} = -1$$

$$k^2 = -x_1 x_2 \xrightarrow[\text{در معادله}]{x_1 x_2 = \frac{c}{a}} k^2 = -(-k)$$

$$k^2 = k \Rightarrow k^2 - k = 0 \Rightarrow k(k-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ k = 1 \end{cases} \xrightarrow{k=0} k = 1$$



$$|x-1| - 2 < \sqrt{x+3}$$



نامعادله را به روش هندسی حل می‌کنیم:

باتوجه به شکل، در بازه (a, b) نامعادله برقرار است و بیشترین مقدار $b - a$ زمانی اتفاق می‌افتد که a و b محل تقاطع دو نمودار باشند.

$$a: |x-1| - 2 = \sqrt{x+3} \xrightarrow[\text{شاخه سمت چپ}]{x < 1} -x + 1 - 2 = \sqrt{x+3}$$

$$\Rightarrow (-x-1)^2 = x+3 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \xrightarrow{x < 1} x = -2 \Rightarrow a = -2$$

$$b: |x-1| - 2 = \sqrt{x+3} \xrightarrow[\text{شاخه سمت راست}]{x \geq 1} x - 1 - 2 = \sqrt{x+3}$$

$$\Rightarrow (x-3)^2 = x+3 \Rightarrow x^2 - 7x + 6 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-6) = 0 \xrightarrow{x > 1} x = 6 \Rightarrow b = 6$$

بنابراین جواب نامعادله بازه $(-2, 6)$ است و بیشترین مقدار $b - a$ برابر ۸ است.

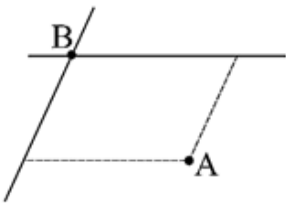
اگر M ، نقطهٔ وسط دو نقطهٔ $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ باشد آنگاه داریم:

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y_M = \frac{y_1 + y_2}{2} \end{cases}$$

مختصات نقطهٔ $A(7, 6)$ در ضابطهٔ هیچ‌یک از دو خط صدق نمی‌کند:

$$2(6) - 3(7) = 11 \quad , \quad 3(6) + 4(7) \neq 8$$

بنابراین نقطهٔ برخورد دو خط قطعاً رأس روبه‌رو به رأس A در متوازی‌الاضلاع است.



مختصات نقطهٔ برخورد دو خط را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 2y - 3x = 11 \\ 3y + 4x = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8y - 12x = 44 \\ 9y + 12x = 24 \end{cases} \xrightarrow{+} 17y = 68 \Rightarrow y = 4$$

$$2y - 3x = 11 \xrightarrow{y=4} 8 - 3x = 11 \Rightarrow -3x = 3 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow B(-1, 4)$$

اکنون باتوجه‌به گام اول، مختصات وسط قطر AB برابر است با:

$$\begin{aligned} x_M &= \frac{7 + (-1)}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ y_M &= \frac{6 + 4}{2} = \frac{10}{2} = 5 \end{aligned} \Rightarrow M(3, 5)$$

طبق نامساوی مثلثی داریم: اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، آنگاه $|a + b| \leq |a| + |b|$ و تساوی در صورتی برقرار است که $ab \geq 0$ باشد. یعنی باید a و b هر دو هم علامت باشند تا تساوی برقرار شود. حال اگر این مطلب را به رابطهٔ $|x + y + z| \leq |x| + |y| + |z|$ تعمیم دهیم و با توجه به این که x و y و z سه عدد غیر صفرند، باید x و y و z هم علامت باشند تا تساوی برقرار شود. (البته جواب سؤال را با عددگذاری و امتحان گزینه‌ها هم می‌توانستیم به دست آوریم.)

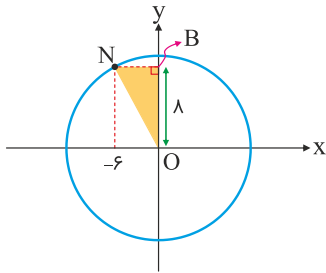
$$AB = \sqrt{(3+2)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$$

$$r = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{29}}{2} \Rightarrow S_{\text{دایره}} = \pi r^2 = \pi \times \left(\frac{\sqrt{29}}{2}\right)^2 = \frac{29\pi}{4} = 7/25\pi$$

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{7-4\sqrt{3}} &= \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = |2-\sqrt{3}| = 2-\sqrt{3} \\ \sqrt{4+2\sqrt{3}} &= \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} = |\sqrt{3}+1| = \sqrt{3}+1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2-\sqrt{3} + \sqrt{3}+1 = 3$$

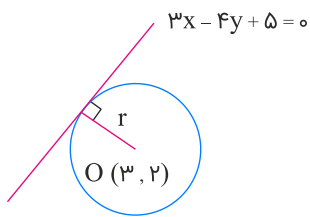
اگر مساحت S و محیط P باشد:

$$S = \frac{1}{2} (\lambda) (\epsilon) = 24$$



$$P = |NB| + |OB| + |NO| = \epsilon + \lambda + 10 = 24$$

$$S + P = 48$$

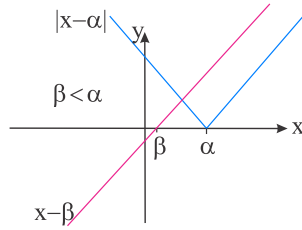
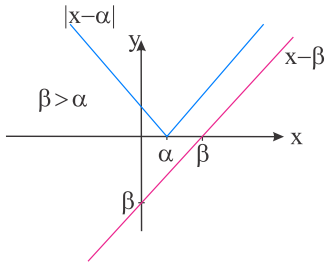


$$r = \frac{|9 - 8 + 5|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|6|}{\sqrt{25}} = \frac{6}{5} = 1/2$$

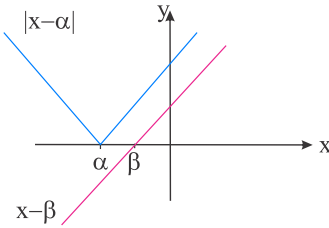
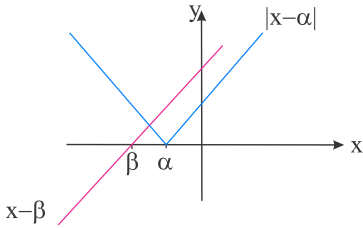
$$\frac{S_{\text{دایره}}}{P_{\text{دایره}}} = \frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{r}{2} = \frac{1/2}{2} = 0/6$$



اول: نمودارهای $y = x - \beta$ و $y = |x - \alpha|$ را رسم می‌کنیم.



دوم: مطابق شکل فوق اگر $\beta > \alpha$ باشد، معادله جواب ندارد. اگر $\alpha = \beta$ باشد، معادله بی‌شمار جواب دارد و اگر $\beta < \alpha$ باشد، دو تابع یکدیگر را در یک نقطه قطع می‌کنند. توجه کنید در حالتی هم که $\beta < 0$ ، α باشند، برای $\beta \leq \alpha$ معادله جواب دارد.



قرینه نقطه $A(3, -a)$ نسبت به نقطه $B(a, 2)$ برابر $(2a - 3, 2 \times 2 + a)$ است، پس:

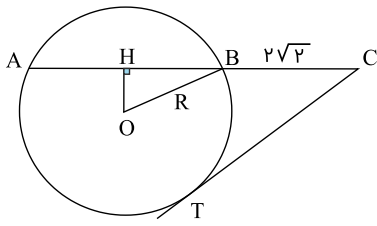
$$(2a - 3, 4 + a) \in (y = x + 5) \Rightarrow 4 + a = 2a - 3 + 5$$

$$\Rightarrow a = 2 \Rightarrow A(3, -2), B(2, 2)$$

$$\Rightarrow |AB| = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$$



شکل مربوط به تست را رسم می کنیم:



OB اندازه شعاع دایره است. ($OB = 6$) با استفاده از قضیه فیثاغورس اندازه BH را تعیین می کنیم. BH نصف AB است. AB را هم محاسبه می کنیم، سپس با استفاده از روابط طولی در دایره، اندازه مماس CT را به دست می آوریم.

$$\begin{aligned} \triangle OHB : OH^2 + HB^2 &= OB^2 \Rightarrow 2^2 + HB^2 = 6^2 \Rightarrow \\ 4 + HB^2 &= 36 \Rightarrow HB^2 = 32 \Rightarrow HB = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \\ AB &= 2BH = 2 \times 4\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \end{aligned}$$

حالا اندازه مماس CT را به دست می آوریم:

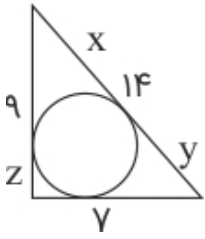
$$\begin{aligned} CT^2 &= CB \times CA = 2\sqrt{2}(2\sqrt{2} + 8\sqrt{2}) \\ &= 2\sqrt{2} \times 10\sqrt{2} = 40 \Rightarrow CT = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

$$AT^2 = AO^2 - R^2 = 225 - 81 = 144 \Rightarrow AT = 12 = AT'$$

می دانیم:

محیط:

$$\begin{aligned} AB + AC + BC &= AB + AC + (BM + MC) \\ &= AB + AC + BT + CT' = AT + AT' = 12 + 12 = 24 \end{aligned}$$



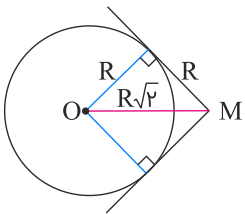
باتوجه به شکل و داده‌های سوال محیط مثلث برابر است با ۳۰ و داریم: $x + y + z = \frac{14 + 9 + 7}{2} = 15$
از طرفی $y + z = 7$ در نتیجه: $x = 8$

نکته: در مثلث قائم‌الزاویه اگر a وتر، شعاع بزرگ‌ترین دایره محاطی خارجی و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد، آنگاه:

$$r_a = r + a$$

در مثلث قائم‌الزاویه، شعاع دایره محاطی نصف وتر است؛ پس طول وتر در این مثلث برابر ۳۴ می‌باشد.

$$r_a = r + a \Rightarrow r_a = 34 + 6 = 40$$

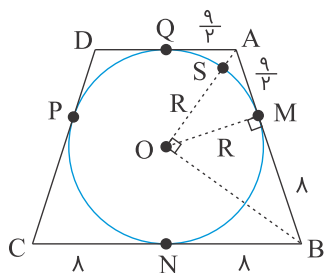


باتوجه به اینکه فاصله نقطه M از مرکز دایره برابر $R\sqrt{2}$ است، داریم:

$$\begin{cases} OM = R\sqrt{2} \\ R = 12\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow OM = 12\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 24$$



می‌دانیم طول مماس‌هایی که از یک نقطه بر یک دایره رسم می‌شوند، یکسان است؛ پس $AM = AQ = \frac{9}{2}$ و $BM = BN = \lambda$. از طرف دیگر نیمسازهای زاویه‌های A و B برهم عمودند، پس $\hat{AOB} = 90^\circ$ و در مثلث قائم‌الزاویه AOB طبق روابط طولی، داریم:



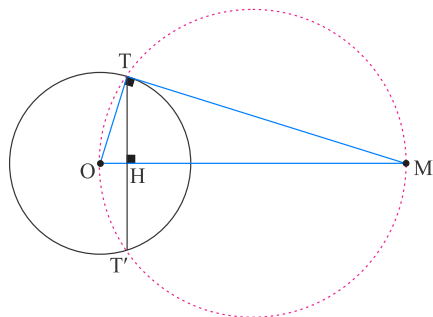
$$OM^2 = AM \cdot MB \Rightarrow R^2 = \left(\frac{9}{2}\right)(\lambda) = 36 \Rightarrow R = 6$$

$$OA^2 = AM \cdot AB = \left(\frac{9}{2}\right)\left(\frac{25}{2}\right) \Rightarrow OA = \frac{3 \times 5}{2} = \frac{15}{2}$$

نزدیک‌ترین نقطه دایره محاطی به رأس A ، نقطه S است و داریم:

$$SA = OA - OS = \frac{15}{2} - 6 = \frac{3}{2}$$

شکل مسئله را رسم می‌کنیم:



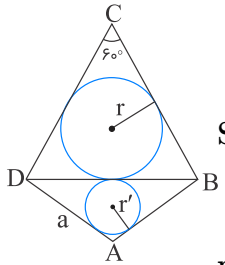
زاویه \hat{OTM} چون روبروی قطر OM می‌باشد پس قائمه است؛ یعنی MT بر دایره مماس است. در مثلث قائم‌الزاویه \hat{OTM} روابط طولی را می‌نویسیم:

$$OT^2 = OH \times OM \Rightarrow 4^2 = OH \times 10 \Rightarrow OH = 1/6$$

شعاع دایرهٔ محاطی مثلث متساوی‌اضلاع برابر است با:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \times 36}{9} = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}a = 6 \Rightarrow a = AB = AD = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$



در مثلث متساوی‌الساقین با زاویهٔ 120° درجه رابطهٔ زیر برقرار است.

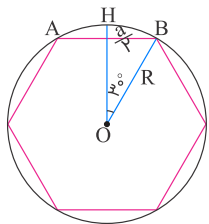
$$S' = \frac{1}{2} AD \times AB \times \sin 120^\circ = \frac{1}{2} (2\sqrt{3})^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$r' = \frac{S'}{P'} = \frac{(2\sqrt{3})^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{2 \times (2\sqrt{3} + 3)} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3} + 3}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{d^2 - (r - r')^2} &= \sqrt{\left(\underbrace{\sqrt{3}}_x + \underbrace{\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3} + 3}}_y\right)^2 - \left(\underbrace{\sqrt{3}}_x - \underbrace{\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3} + 3}}_y\right)^2} = \sqrt{4(\sqrt{3}) \left(\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3} + 3}\right)} \\ &= \frac{6}{\sqrt{2\sqrt{3} + 3}} \end{aligned}$$

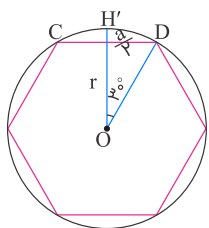


در مثلث $\triangle OBH$ داریم:



$$\sin 30^\circ = \frac{BH}{R} \Rightarrow R = a$$

در مثلث $\triangle ODH'$ داریم:



$$\tan 30^\circ = \frac{DH'}{r} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\frac{a}{2}}{r} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

مساحت بین دو دایره برابر است با:

$$\pi R^2 - \pi r^2 = \pi a^2 - \pi \times \frac{3}{4}a^2 = \frac{1}{4}\pi a^2$$

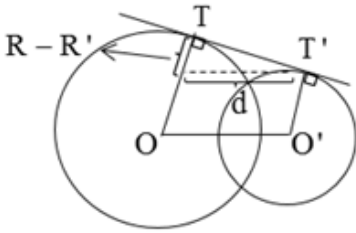
از طرفی مساحت شش ضلعی برابر است با مساحت شش مثلث متساوی الاضلاع:

$$S_{\text{شش ضلعی}} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$$

$$\frac{S_{\text{محصور}}}{S_{\text{شش ضلعی}}} = \frac{\frac{1}{4}\pi a^2}{\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2} = \frac{\pi}{6\sqrt{3}} = \frac{\pi\sqrt{3}}{18}$$



الف) مماس مشترک خارجی دو دایره را TT' و طول خط‌المركزین را d در نظر می‌گیریم.



ب) با استفاده از رابطه فیثاغورس اندازه $OO' = d$ یا همان طول خط‌المركزین دو دایره را تعیین می‌کنیم. (دقت کنید فارغ از این که دو دایره نسبت به هم چه وضعیتی داشته باشند، رابطه فیثاغورسی که برای حل تست از آن استفاده می‌کنیم همواره برقرار است.)

$$(TT')^2 + (R - R')^2 = d^2 \Rightarrow 15^2 + (14 - 6)^2 = d^2$$

$$\Rightarrow 225 + 64 = d^2 \Rightarrow d^2 = 289 \Rightarrow d = \sqrt{289} = 17$$

بنابراین طول خط‌المركزین دو دایره برابر ۱۷ است.

الف) $\bigcup_{n=1}^4 A_n$ یعنی اجتماع مجموعه‌های A_1 تا A_4 .

ب) $\bigcap_{n=1}^3 A_n$ یعنی اشتراک مجموعه‌های A_1 تا A_3 .

با توجه به تعریف A_n در صورت تست، مجموعه‌های A_1 تا A_4 را به صورت بازه‌ای می‌نویسیم، سپس دو مجموعه $\bigcup_{n=1}^4 A_n$ و $\bigcap_{n=1}^3 A_n$ را مشخص می‌کنیم و در نهایت تفاضل این دو مجموعه را تعیین می‌کنیم.

$$A_n = [n - 1, n + 1]$$

$$A_1 = [0, 2], A_2 = [1, 3], A_3 = [2, 4], A_4 = [3, 5]$$

$$\bigcup_{n=1}^4 A_n = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 = [0, 5]$$

$$\bigcap_{n=1}^3 A_n = A_1 \cap A_2 \cap A_3 = \{2\}$$

پس مجموعه $\bigcup_{n=1}^4 A_n - \bigcap_{n=1}^3 A_n$ به صورت زیر می‌شود:

$$\bigcup_{n=1}^4 A_n - \bigcap_{n=1}^3 A_n = [0, 5] - \{2\} = \{x : 0 \leq x \leq 5, x \neq 2\}$$

از تساوی $A \times B = B \times A$ و ناتهی بودن مجموعه‌های A و B نتیجه می‌شود دو مجموعه برابرند. پس:

$$A = B \Rightarrow \{x, ۳, ۴\} = \{۲, x + y, ۲x\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۲ \\ x + y = ۳ \\ ۲x = ۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲ \\ y = ۱ \end{cases} \Rightarrow xy = ۲$$

نکته: اگر A, B, C, D مجموعه‌های متناهی و ناتهی باشند، آنگاه:

$$(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$$

$$A = \{۲, ۳, ۵, ۷\} \Rightarrow A \cap B = \{۳, ۵, ۷\} \Rightarrow n(A \cap B) = ۳$$

$$B = \{۱, ۳, ۵, ۷, ۹\} \Rightarrow n[(A \times B) \cap (B \times A)] = (n(A \cap B))^۲ = ۳^۲ = ۹$$

برای درستی گزینه ۱ لازم است $B \subseteq C$ باشد که از فرض چنین نتیجه‌ای به دست نمی‌آید.

گزینه ۲ با فرض $A = \{۱\}$, $B = \{ \}$ و $C = \{۱, ۲\}$ نقض می‌شود، زیرا:

$$B^۲ = \emptyset \Rightarrow B^۲ \cap C^۲ = \emptyset, \quad C \times A \neq \emptyset$$

گزینه ۴ با فرض $A = \{۱, ۲, ۳\}$, $B = \{۱\}$ و $C = \{۲, ۳\}$ نقض می‌شود، زیرا $A^۲$ دارای ۹ زوج مرتب است ولی $B^۲$ و $C^۲$ در مجموع دارای ۵ زوج مرتب هستند.

نکته:

$$B \subseteq C \Rightarrow A \times B \subseteq A \times C$$

بنابراین با استفاده از نکته داریم:

$$A \subseteq B \cup C$$

$$A^۲ = A \times A \subseteq A \times (B \cup C)$$

پاسخ گزینه ۳ است.

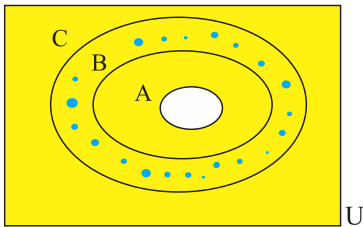
$$\frac{۲^{۲k+۳}}{۲^{۲k-۱}} = ۲^{(۲k+۳)-(۲k-۱)} = ۲^۴ = ۱۶$$

در گزینه "۱" می‌دانیم $A \cup B = B$ (چون $A \subseteq B$) و در نتیجه $B \subseteq C$ درست است. می‌دانیم $A \subseteq B$ ، در نتیجه $B' \subseteq A'$ می‌باشد و گزینه "۲" قطعاً درست است. در گزینه "۴" داریم:

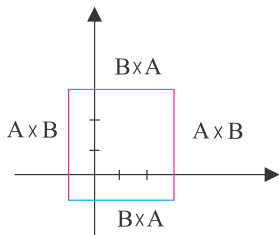
$$\begin{aligned} A - B' &= A \cap B = A \\ B - C' &= B \cap C = B \Rightarrow A \subseteq B \quad \checkmark \end{aligned}$$

اما در گزینه "۳" یعنی $A' \subseteq B' \cap C$ داریم: $A' \subseteq C - B$ که درست نیست. روی شکل ببینید. در اصل $B' \cap C \subseteq A'$ است.

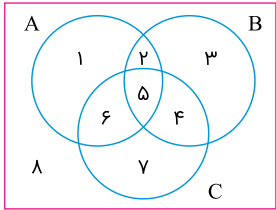
زرد: A' ، آبی: $C - B$



نمودار $A \times B$ شامل دو پاره‌خط قائم است و نمودار $B \times A$ از دو پاره‌خط افقی تشکیل شده است، در شکل زیر، $A \times B$ و $B \times A$ در یک دستگاه رسم شده‌اند و از اجتماع آن‌ها مربعی به ضلع ۴ به دست آمده است. محیط این مربع ۱۶ است.

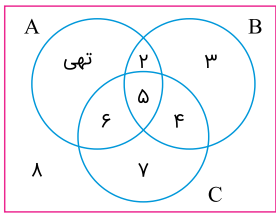


با شماره‌گذاری مجموعه‌ها می‌توان نوشت:



$$(A - B) - C = \{1, 6\} - C = \{1\} = \emptyset$$

اکنون نمودار جدید را در نظر می‌گیریم:



بنابراین:

$$A \subseteq B \cup C$$

گام اول

الف) اول اعضای مجموعه B را مشخص می‌کنیم. اعضای این مجموعه ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - 3x + 2 = 0$ هستند.
ب) مجموعه $A - B$ را مشخص می‌کنیم. می‌دانیم اگر این مجموعه n عضو داشته باشد، تعداد زیرمجموعه‌های غیرتهی آن برابر است با $2^n - 1$. (از تعداد کل زیر مجموعه‌ها، مجموعه تهی حذف می‌شود)

گام دوم

مشخص کردن مجموعه B با اعضای تشکیل‌دهنده آن:

$$x^2 + 2 = 3x \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 1, x = 2 \Rightarrow B = \{1, 2\}$$

مجموعه $A - B$ را به دست می‌آوریم و تعداد زیرمجموعه‌های غیرتهی آن را مشخص می‌کنیم:

$$A - B = \{\{1\}, \{1, 2\}, \{2\}\} \Rightarrow n(A - B) = 3$$

پس تعداد زیرمجموعه‌های غیرتهی $A - B$ برابر است با: $2^3 - 1 = 8 - 1 = 7$

باتوجه به اینکه در سؤال، بار الکتریکی از پایانه مثبت به سمت پایانه منفی باتری جابه‌جا می‌شود، پس پتانسیل کاهش می‌یابد.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} \Rightarrow -15 = \frac{\Delta U}{2} \Rightarrow \Delta U = -30 \text{ J}$$

گام اول

الف) دو صفحه موازی به فاصله ۲cm از هم قرار دارند $\leftarrow d = ۲\text{cm} = ۰/۰۲\text{m}$
 ب) اختلاف پتانسیل الکتریکی ۵۰۰V ولت ایجاد کرده‌ایم $\leftarrow \Delta V = ۵۰۰\text{V}$
 ج) اگر یک ذره آلفا بین این دو صفحه قرار گیرد $\leftarrow n = ۲$
 د) نیروی الکتریکی وارد بر آن چند نیوتن خواهد شد؟ $\leftarrow F = ?$

گام دوم

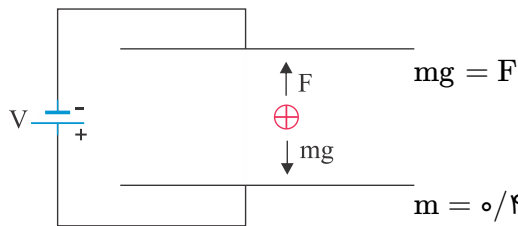
ابتدا با استفاده از رابطه $q = ne$ ، مقدار بار الکتریکی ذره آلفا را حساب کرده و سپس به کمک روابط $E = \frac{\Delta V}{d}$ و $F = Eq$ خواهیم داشت:

$$q = ne \Rightarrow q = ۲ \times 1/6 \times 10^{-19} = ۳/۲ \times 10^{-19} \text{C}$$

$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow E = \frac{۵۰۰}{۰/۰۲} = ۲۵۰۰۰ \text{N/m}$$

$$F = Eq \Rightarrow F = ۲۵۰۰۰ \times ۳/۲ \times 10^{-19} = ۸ \times 10^{-15} \text{N}$$

چون ذره بین دو صفحه معلق است؛ پس برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است:



در میدان الکتریکی یکنواخت $F = Eq$ ؛ پس: $mg = Eq$. لذا:

$$m = ۰/۴ \text{g} = ۰/۴ \times 10^{-۳} \text{kg} = ۴ \times 10^{-۴} \text{kg}$$

$$mg = Eq \Rightarrow ۴ \times 10^{-۴} \times ۱۰ = E \times ۵ \times 10^{-۶} \Rightarrow E = \frac{۴ \times 10^{-۳}}{۵ \times 10^{-۶}} = ۸ \times 10^۲ \text{N/C}$$

میدان الکتریکی بین دو صفحه رسانای موازی که در فاصله d از یکدیگر قرار دارند و به اختلاف پتانسیل V وصل هستند، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$d = ۴ \text{mm} = ۴ \times 10^{-۳} \text{m}$$

$$V = Ed \Rightarrow V = (۸ \times 10^۲) \times (۴ \times 10^{-۳}) = ۳/۲ \text{V}$$

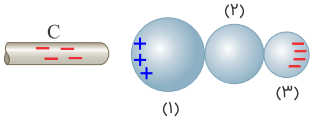
بیشترین تراکم خطوط میدان در نقطه B و کمترین تراکم خطوط میدان در نقطه C است؛ بنابراین: $E_B > E_A > E_C$

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \left(\frac{q_1}{q_2}\right) \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right) \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{۳q}{۵} \times \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = \frac{1}{f} \times \frac{۵}{۹} = \frac{۵}{۳۶}$$

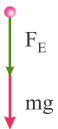
$$\Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{\sqrt{۵}}{۶} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{۶}{\sqrt{۵}} = \frac{۶\sqrt{۵}}{۵}$$

جملات (پ) و (ت) درست است.
 در جمله (الف)، میدان الکتریکی خالص فقط درون رساناها صفر است.
 در جمله (ب)، پتانسیل الکتریکی در تمام نقاط سطح جسم رسانا با یکدیگر برابر است.
 در جمله (ث)، بنا به آزمایش فاراده، بار الکتریکی اضافی داده شده به یک رسانا روی سطح خارجی آن توزیع می شود.

با توجه به جدول سری داده شده در اثر مالش C با B بار C منفی می شود و اگر آن را به کره ها نزدیک کنیم بار نقاط ۱ و ۲ خنثی و بار نقطه ۳ منفی می شود.



اگر جهت میدان قائم و رو به بالا باشد پس نیرویی که به بار منفی وارد می کند قائم و رو به پایین خواهد بود. بنابراین داریم:



$$F_E + mg = ma \Rightarrow a = \frac{F_E + mg}{m}$$

$$\Rightarrow a = \frac{(4 \times 10^{-6} \times 10^{+3}) + (0.2 \times 10^{-3} \times 10)}{0.2 \times 10^{-3}} = \frac{6 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-4}} = 30 \text{ m/s}^2$$

از آنجایی که جهت برآیند نیرو به سمت پایین است، جهت بردار شتاب نیز به سمت پایین خواهد بود.

$$F = k \frac{q^2}{r^2} \Rightarrow \lambda / l = 9 \times 10^9 \frac{q^2}{10^{-4}} \Rightarrow q^2 = 9 \times 10^{-10} \Rightarrow q = 3 \times 10^{-5} \text{ C}$$

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{3 \times 10^{-5} \text{ C}}{4\pi R^2} = \frac{3 \times 10^{-5} \text{ C}}{4 \times 3 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = \frac{10^{-1} \text{ C}}{4 \text{ m}^2} = \frac{10^5 \mu\text{C}}{4 \text{ m}^2} = 25 \times 10^3 \mu\text{C/m}^2$$



گام اول

الف) ذره ای به جرم $1g \leftarrow m = 10^{-3} kg$ ب) میدان الکتریکی یکنواخت $E = 500 V/m \leftarrow E = 500 V/m$ ج) اندازه نیروی وارد بر آن از طرف میدان الکتریکی، برابر با وزن آن می شود. $mg = F$ ناشی از میداند) بار q چند کولن است؟ $q = ? C$

گام دوم

با توجه به اینکه اندازه نیروی وارد بر ذره از طرف میدان الکتریکی، برابر با وزن آن است، کافی است این تساوی را نوشته ($mg = F$ ناشی از میدان) و بار q را به دست آوریم:

$$Eq = mg \Rightarrow q = \frac{mg}{E} = \frac{10^{-3} \times 10}{500} = 2 \times 10^{-5} C$$

گزینه ۲

$$Eq = mg \Rightarrow E \times 2 \times 1/6 \times 10^{-19} = 16 \times 10^{-17} \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow E = \frac{10^6}{2} N/C$$

$$\Delta V = Ed \Rightarrow \Delta V = \frac{10^6}{2} \times 4 \times 10^{-2} = 2 \times 10^4 V = 20 kV$$

گزینه ۲

برای حل تست‌های ترکیبی حرکت‌شناسی و الکتریسیته ساکن معمولاً از قضیه کار-انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم. مطابق این قضیه، کار برآیند نیروهای وارد بر یک جسم برابر تغییر انرژی جنبشی آن است.

$$W_{کل} = \Delta K$$

در مرحله اول:

کار نیروی الکتریکی F_E در جابه‌جایی بار q و به اندازه d در راستای خطوط میدان از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$W_E = F_E d \cos \theta = |q| E d \cos \theta$$

اگر بار به خودی خود رها شود و در جهت نیروی الکتریکی به حرکت درآید، آنگاه:

$$\theta = 0 \Rightarrow \cos \theta = 1 \Rightarrow W_E = |q| E d$$

و در نهایت بر اساس رابطه‌های بالا داریم:

$$\begin{cases} W_{AB} = K_B - K_A \Rightarrow |q| E(\overline{AB}) = \frac{1}{2} m v_B^2 \\ W_{AM} = K_M - K_A \Rightarrow |q| E(\overline{AM}) = \frac{1}{2} m v_M^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{AM}} = \left(\frac{v_B}{v_M} \right)^2$$

$$\Rightarrow 2 = \left(\frac{v_B}{v_M} \right)^2 \Rightarrow \frac{v_B}{v_M} = \sqrt{2}$$

گزینه ۱

با توجه به شکل سؤال، بار D منفی و بار C همانم D می‌باشد، پس بار C هم منفی است. بار B و C ناهمنام هستند پس بار B مثبت خواهد بود. بار A و B نیز همانم هستند پس بار A مثبت است.

مطابق شکل داریم:

$$\Delta V_{BC} = \Delta V_{BD}$$

$$BC = 60 \text{ cm} \Rightarrow BD = BC \sin 30^\circ = 30 \text{ cm}$$

$$|\Delta V_{AB}| = Ed_{AB} \Rightarrow 40 = E \times 20 \times 10^{-2} \Rightarrow E = 200 \text{ N/C}$$

$$|\Delta V_{BD}| = Ed_{BD} \Rightarrow 200 \times 30 \times 10^{-2} = 60 \text{ V}$$

$$\Rightarrow |\Delta V_{AD}| = 40 + 60 = 100 \text{ V}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow 100 = \frac{\Delta U}{15 \times 10^{-3}} \Rightarrow \Delta V = 1/5 \text{ J}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow U_C - U_B = q(V_C - V_B)$$

با حرکت در مسیر BAC، ذره باردار منفی q به سمت پتانسیل‌های کمتر رفته و این یعنی در جهت غیر خودبه‌خودی حرکت کرده است. پس U افزایش یافته است.

$$6 \times 10^{-3} = -30 \times 10^{-6} (V_C - 120) \Rightarrow V_C = -80$$

دقت کنید این که مسیر حرکت چگونه باشد، اهمیتی ندارد و فقط دو نقطه B و C مهم هستند.

گام اول

$$\begin{cases} U_A = 0/4 \text{ mJ} \\ U_B = 0/6 \text{ mJ} \end{cases} \leftarrow \begin{matrix} \text{الف) انرژی پتانسیل الکتریکی بار } q \text{ در نقطه } A \text{ و } B \text{ به ترتیب } 0/4 \text{ mJ} \text{ و } 0/6 \text{ mJ} \text{ است} \\ \text{ب) پتانسیل نقطه } A \text{ برابر } 20 \text{ V} \text{ باشد} \\ \text{ج) پتانسیل نقطه } B \text{ چند ولت است؟} \end{matrix}$$

$$V_A = 20 \text{ V} \leftarrow$$

$$V_B = ? \text{ V} \leftarrow$$

گام دوم

ابتدا تغییرات انرژی درونی را محاسبه می‌کنیم:

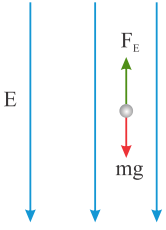
$$\Delta U = U_B - U_A = 0/6 - 0/4 = 0/2 \text{ mJ} = 2 \times 10^{-4} \text{ J}$$

سپس با استفاده از رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ ، پتانسیل نقطه B را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \Delta V = \frac{\Delta U}{q} \\ q = -2 \times 10^{-6} \text{ C} \end{cases} \Rightarrow V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_B - 20 = \frac{2 \times 10^{-4}}{-2 \times 10^{-6}} \Rightarrow V_B = -80 \text{ V}$$



جهت نیروی الکتریکی باید با جهت نیروی وزن جسم مخالفت کند و هم‌اندازه با آن باشد تا ذره به حال سکون باشد.



$$F_E = mg \Rightarrow |q|E = mg \Rightarrow |q| = \frac{0.04 \times 10}{800} = 0.0005 \text{ C} = 0.5 \text{ mC}$$

جهت نیروی الکتریکی رو به بالا و جهت میدان الکتریکی رو به پایین است پس بار q منفی است.

$$\Delta K = W_{\text{الکتریکی}} + W_{\text{خارجی}} \Rightarrow W_{\text{الکتریکی}} = \Delta K - W_{\text{خارجی}}$$

$$\Delta V = -\frac{\Delta K - W_{\text{خارجی}}}{q_0} \Rightarrow \Delta V = \frac{W_{\text{خارجی}} - \Delta K}{q_0} = \frac{5 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-6}} - \frac{\Delta K}{q_0} = 2500 - \frac{\Delta K}{q_0}$$

اگر انرژی جنبشی بار در این جابه‌جایی افزایش یافته باشد، ΔK مثبت است و اختلاف پتانسیل دونقطه کمتر از ۲۵۰۰ ولت می‌شود. اما اگر انرژی جنبشی بار کاهش یافته باشد، ΔK منفی است و در این صورت عبارت $-\frac{\Delta K}{q_0}$ مثبت می‌شود و اختلاف پتانسیل دونقطه، بیش از ۲۵۰۰ ولت است. بدیهی است، اگر ΔK برابر صفر باشد، اختلاف پتانسیل دونقطه برابر ۲۵۰۰ ولت بوده است.

گوی فلزی جزء سامانه کل جعبه می‌شود و انگار که گوی و جعبه یک جسم رسانا هستند که میدان الکتریکی در داخل رسانا صفر بوده و بار الکتریکی فقط روی سطح خارجی رسانا قرار می‌گیرد به همین دلیل بار روی گوی و سطح داخلی جعبه صفر است. پس گوی و سطح داخلی جعبه خنثی هستند.

$$q' = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{16}{2} = 8 \mu\text{C}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 = \frac{q_A}{A} \\ \sigma_2 = \frac{q'}{A} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1 = \frac{q' - q_A}{A}$$

$$= \frac{8 - 20}{4 \times 3 \times (0.05)^2} = 400 \mu\text{C}/\text{m}^2$$



بر اساس تمرین دوره‌ای مربوط به فصل سوم کتاب شیمی یازدهم (سؤال ۵)، کاتالیزگر به کاررفته در این واکنش (واکنش گاز اتن با گاز کلر)، FeCl_3 جامد است نه FeCl_2 محلول در آب!!
 از آنجاکه واکنش‌دهنده‌ها گازی شکل هستند، حالت فیزیکی کاتالیزگر باید جامد باشد تا با جذب سطحی واکنش‌دهنده‌ها بتواند نقش کاتالیزی خود را ایفا کند.

باز یافت فلزات باعث حفظ گونه‌های زیستی بیشتری می‌شود.



پاسخ بخش اول مسئله:

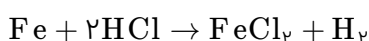
$$? \text{ g NaF} = \frac{2}{3} \text{ mol HF} \times \frac{2 \text{ mol NaF}}{8 \text{ mol HF}} \times \frac{42 \text{ g NaF}}{1 \text{ mol NaF}} = 3/15 \text{ g NaF}$$

پاسخ بخش دوم. مسئله:

$$? \text{ g Na}_2\text{SiO}_3 \text{ (ناخالص)} = \frac{2}{3} \text{ mol HF} \times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{SiO}_3}{8 \text{ mol HF}} \times \frac{122 \text{ g Na}_2\text{SiO}_3}{1 \text{ mol Na}_2\text{SiO}_3} \\ \times \frac{100 \text{ g Na}_2\text{SiO}_3 \text{ (ناخالص)}}{80 \text{ g Na}_2\text{SiO}_3} \simeq 5/7 \text{ g Na}_2\text{SiO}_3 \text{ (ناخالص)}$$

FeCl_2 در آب حل می‌شود ولی سه ترکیب Fe_2O_3 ، $\text{Fe}(\text{OH})_2$ و $\text{Fe}(\text{OH})_3$ در آب نامحلول هستند.

معادله واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$? \text{ ml HCl} = 1/75 \text{ g Fe خالص} \times \frac{96 \text{ g Fe خالص}}{100 \text{ g Fe خالص}} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe خالص}} \times$$

$$\frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol Fe}} \times \frac{1 \text{ L HCl}}{2/15 \text{ mol HCl}} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L HCl}} = 400 \text{ mL}$$



جرم NaCl خالص در هر ماده برابر است با:

$$\text{خالص } 32 \text{ g NaCl} = \frac{\text{خالص } 80 \text{ g}}{\text{ناخالص } 100 \text{ g}} \times \text{ناخالص } 40 \text{ g NaCl} \text{ : ماده (۱)}$$

$$\text{خالص } 30 \text{ g NaCl} = \frac{\text{خالص } 60 \text{ g}}{\text{ناخالص } 100 \text{ g}} \times \text{ناخالص } 50 \text{ g NaCl} \text{ : ماده (۲)}$$

بنابراین درصد خلوص نهایی برابر است با:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم خالص کل}}{\text{جرم ناخالص کل}} \times 100 = \frac{32 + 30}{40 + 50} \times 100 = \frac{62}{90} \times 100 = \%68.8$$

باتوجه به معادله موازنه شده واکنش، مقدار N_2O_5 خالص مصرف شده را حساب می‌کنیم.
روش اول (کسر تبدیل):

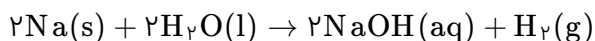
$$?g N_2O_5 = 0.5 \text{ L} \text{ محلول} \times \frac{0.2 \text{ mol HNO}_3}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_5}{2 \text{ mol HNO}_3} \times \frac{108 \text{ g } N_2O_5}{1 \text{ mol } N_2O_5} = 5.4 \text{ g } N_2O_5$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{مقدار خالص}}{\text{مقدار ناخالص}} \times 100 = \frac{5.4}{7.2} \times 100 = \%75$$

روش دوم (تناسب):

$$\frac{\text{شمار مول } HNO_3}{\text{ضریب}} = \frac{\text{درصد خلوص} \times \text{مقدار ناخالص } N_2O_5}{\text{جرم مولی } N_2O_5 \times \text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{7.2 \times \frac{P}{100}}{1 \times 108} = \frac{0.2 \times 0.5}{2} \Rightarrow P = \%75$$



$$?g Na = 10 \text{ mL NaOH} \times \frac{1 \text{ L NaOH}}{1000 \text{ mL NaOH}} \times \frac{2 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ L NaOH}} \times \frac{2 \text{ mol Na}}{2 \text{ mol NaOH}} \\ \times \frac{\%100 Na}{\%50 Na} \times \frac{23 \text{ g Na}}{1 \text{ mol Na}} = 0.92 \text{ g Na}$$



$$?L H_2O = 33600 \text{ g NaHCO}_3 \text{ ناخالص} \times \frac{80 \text{ g NaHCO}_3 \text{ خالص}}{100 \text{ g NaHCO}_3 \text{ ناخالص}} \\ \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol H}_2O}{2 \text{ mol NaHCO}_3} \times \frac{18 \text{ g H}_2O}{1 \text{ mol H}_2O} \times \frac{1 \text{ cm}^3}{1 \text{ g H}_2O} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ cm}^3} = 2.88 \text{ L H}_2O$$

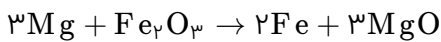
$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{1.44}{2.88} \times 100 = \%50$$

طبق فرض سوال، عنصر M یک فلز اصلی از جدول دوره‌ای است. از طرف دیگر فرمول اکسید این عنصر (M_۲O) نشان می‌دهد که عنصر M یک فلز یک ظرفیتی از گروه اول (فلزهای قلیایی) است. از آنجا که فلزهای قلیایی واکنش‌پذیری بیشتری نسبت به عنصرهای واسطه (مانند مس) دارند؛ بنابراین در واکنش مربوط به گزینه ۱، فلز مس نمی‌تواند جایگزین فلز سدیم در اکسید این ترکیب شده و آن را آزاد کند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: HX، فرمول عمومی هیدروهالیک اسید (HF، HCl، HBr و HI) است. فلزهایی با E° منفی (مانند Mg)، ضمن واکنش با اسیدها جایگزین هیدروژن اسید شده و آن را به صورت گاز هیدروژن آزاد می‌کنند.

گزینه ۳: M یک فلز قلیایی است. فلزهای قلیایی به شدت با آب واکنش داده، هیدروکسید فلز و گاز هیدروژن تولید می‌کنند. گزینه ۴: در معادله داده شده، NaX، هالید فلز سدیم (مانند NaCl و NaBr) و X_۲ عنصر هالوژن است (مانند Cl_۲ و Br_۲) فلزهای قلیایی (به‌عنوان واکنش‌پذیرترین فلزها) با هالوژن‌ها (به‌عنوان واکنش‌پذیرترین نافلزها)، واکنش داده و هالید فلز قلیایی تولید می‌کنند.

واکنش‌پذیری Mg از Fe بیشتر است، پس واکنش به صورت خودبه‌خودی انجام می‌شود.



$$? g Fe = ۸۰ g Fe_۲O_۳ \times \frac{\text{خالص } ۹۰ g Fe_۲O_۳}{\text{ناخالص } ۱۶۰ g Fe_۲O_۳} \times \frac{۱ mol Fe_۲O_۳}{۱۶۰ g Fe_۲O_۳} \times \frac{۲ mol Fe}{۱ mol Fe_۲O_۳}$$

$$\times \frac{۵۶ g Fe}{۱ mol Fe} = ۵۰/۴ g Fe$$

واکنشی در جهت داده شده به‌طور طبیعی انجام می‌شود که با واکنش‌پذیری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کمتر باشد. در واکنش اول واکنش‌پذیری Fe < Na است و واکنش انجام می‌شود، اما در واکنش‌های:

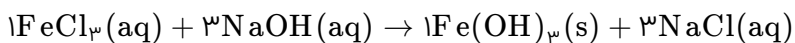
واکنش ۲: واکنش‌پذیری Fe < C

واکنش ۳: واکنش‌پذیری Zn < K

واکنش ۴: واکنش‌پذیری Au < Fe

پس واکنش‌های ۲، ۳ و ۴ در جهت طبیعی پیش نمی‌روند.

معادله موازنه شده واکنش:



$$\text{مقدار فرآورده عملی} = \frac{\text{مقدار فرآورده نظری}}{\text{مقدار فرآورده نظری}} \times ۱۰۰ = \text{بازده درصدی}$$

$$\Rightarrow ۸۰ = \frac{۴۲/۸}{\text{مقدار فرآورده نظری}} \times ۱۰۰ \Rightarrow \text{مقدار فرآورده نظری} = ۵۳/۵ g$$

$$? g NaOH : ۵۳/۵ g Fe(OH)_۳ \times \frac{۱ mol Fe(OH)_۳}{۱۰۷ g Fe(OH)_۳} \times \frac{۳ mol NaOH}{۱ mol Fe(OH)_۳} \times \frac{۴۰ g NaOH}{۱ mol NaOH} = ۶۰ g NaOH$$

$$۷۵ g = \text{جرم حل شونده} - \text{جرم محلول} \Rightarrow ۱۳۵ - ۶۰ = ۷۵ g$$

$$\begin{aligned} \text{اتانول تولیدشده در یک ثانیه} &= 1400 \text{ g C}_7\text{H}_8 \times \frac{1 \text{ mol C}_7\text{H}_8}{98 \text{ g C}_7\text{H}_8} \times \frac{1 \text{ mol C}_7\text{H}_8\text{OH}}{1 \text{ mol C}_7\text{H}_8} \times \frac{122 \text{ g C}_7\text{H}_8\text{OH}}{1 \text{ mol C}_7\text{H}_8\text{OH}} \\ &\times \frac{1 \text{ ton C}_7\text{H}_8\text{OH}}{10^6 \text{ g C}_7\text{H}_8\text{OH}} \times \frac{100}{100} = 1/84 \times 10^{-3} \text{ ton C}_7\text{H}_8\text{OH} \end{aligned}$$

$$\text{اتانول تولیدشده در یک ساعت} = 1 \text{ h} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \times \frac{1/84 \times 10^{-3} \text{ ton}}{1 \text{ s}} = 6/624 \text{ ton C}_7\text{H}_8\text{OH}$$

$$\begin{aligned} ? \text{ L N}_2 &= 16/25 \text{ g NaN}_3 \times \frac{100 \text{ g NaN}_3 \text{ خالص}}{100 \text{ g NaN}_3 \text{ ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol NaN}_3}{65 \text{ g NaN}_3} \times \frac{3 \text{ mol N}_2}{2 \text{ mol NaN}_3} \\ &\times \frac{28 \text{ g N}_2}{1 \text{ mol N}_2} \times \frac{1 \text{ L N}_2}{0.7 \text{ g N}_2} = 12 \text{ L N}_2 \end{aligned}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{9}{12} \times 100 = 75$$

ابتدا باتوجه به درصد خلوص کلسیم کربنات، مقدار گرم ناخالصی آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{10}{100} \times 100 \text{ g CaCO}_3 = 10 \text{ g CaCO}_3 \text{ ناخالصی} \Rightarrow \text{این ۱۰ گرم وارد واکنش نمی‌شود}$$

بنابراین به اندازه $100 - 10 = 90 \text{ g CaCO}_3$ کلسیم اکسید جامد از واکنش در عمل تولید می‌گردد. حال به محاسبه مقدار نظری کلسیم اکسید می‌پردازیم:

$$\begin{aligned} ? \text{ g CaO} &= 100 \text{ g CaCO}_3 \times \frac{90 \text{ g CaCO}_3 \text{ خالص}}{100 \text{ g CaCO}_3 \text{ ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{1 \text{ mol CaCO}_3} \\ &\times \frac{56 \text{ g CaO}}{1 \text{ mol CaO}} = 50/4 \text{ g CaO} \end{aligned}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{25/2}{50/4} \times 100 = 50$$

در گروه‌های ۱۴ الی ۱۷ جدول تناوبی از بالا به پایین خاصیت فلزی افزایش می‌یابد و در گروه ۱۷ از پایین به بالا، تمایل به واکنش‌پذیری با گاز هیدروژن افزایش می‌یابد.

اگر واکنش به طور طبیعی انجام شود، واکنش‌پذیری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کمتر است.

در واکنش (I): واکنش‌پذیری: $\text{Fe} > \text{Cu}$

در واکنش (II): واکنش‌پذیری: $\text{C} > \text{Fe}$

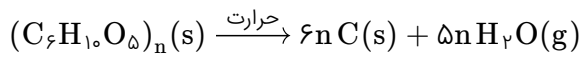
در واکنش (III): واکنش‌پذیری: $\text{Na} > \text{C}$

در واکنش (IV): واکنش‌پذیری: $\text{Zn} > \text{Cu}$

بررسی عبارت نادرست:

(ب) حالت فیزیکی آهن حاصل از واکنش Fe_2O_3 به ترتیب با آلومینیم و کربن به صورت مایع و جامد است.

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



$$? \text{ kg } C(s) = 81 \text{ kg سلولز} \times \frac{50}{100} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ mol سلولز}}{162 \text{ ng سلولز}} \times \frac{6 n \text{ mol } C}{1 \text{ mol سلولز}}$$

$$\times \frac{12 \text{ g } C}{1 \text{ mol } C} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} \times \frac{100}{90} = 20 \text{ kg } C$$

