www.alirezaafshar.org

حسابان

۱ اگر $\log ۲ + \log ۳ + \log ۴ = a$ باشد، حاصل $\frac{۳\log ۶ + ۲\log ۸}{\log ۲۴۰۰}$ کدام است؟

۱) $\frac{۳a}{a+۲}$
۲) $\frac{۲a}{a-۲}$
۳) $\frac{۳a}{a-۲}$
۴) $\frac{a-۳}{۳a}$

۲ جواب معادلهٔ $۳\log ۲x + ۴ = ۱۶$ یک عدد چند رقمی است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

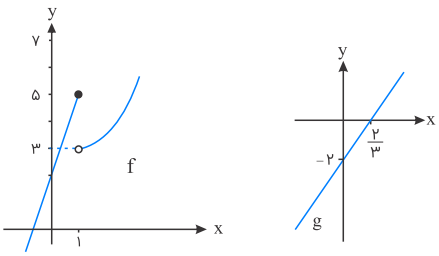
۳ حاصل $\log_a^{(\sqrt{۲}+۱)(۷-۴\sqrt{۳})} + ۱$ به ازای $a = ۲ - \sqrt{۳}$، برابر کدام است؟

۱) $\left(\log_a^{(۲+۲\sqrt{۲}-\sqrt{۶}-\sqrt{۳})}\right)^۲$
۲) $\log_a^{(۳+۲\sqrt{۲}-\sqrt{۶}-\sqrt{۳})}$
۳) ۱
۴) $\log_a^{(۳+\sqrt{۲}-\sqrt{۶})}$

۴ با فرض $x \geq ۲ \;;\; f(x) = x^۲ - ۴x + ۹$ و $g(x) = \frac{۳-x}{۲}$، حاصل $(f^{-۱}og^{-۱})(-۹)$، کدام است؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

۵ اگر نمودار f و g به‌صورت زیر باشد، مقدار تابع f به ازای $g(۱)$ کدام است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۵

۶ اگر دامنهٔ تابع $f(۲x-۱)$ برابر با $\left[-\frac{۱}{۳}, ۲\right]$ باشد، در این صورت دامنهٔ $f([x])$ کدام است؟ ([ ]نماد جزء صحیح است)

۱) $[-۱, ۴)$
۲) $[-۲, ۳]$
۳) $[-۱, ۳]$
۴) $[-۲, ۴)$

www.alirezaafshar.org

۷ اگر $g(x) = x - ۱$ و $f(x) = x$ باشد، آنگاه دامنهٔ تابع $\frac{f}{g}$ کدام است؟

۱) $\mathbb{R}$

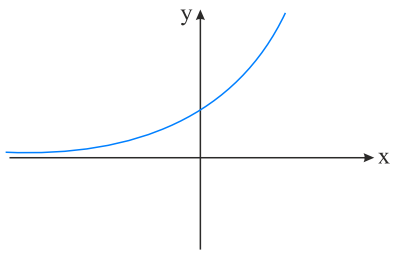
۲) $\mathbb{R} - \{۱\}$

۳) $\mathbb{R} - \{۰\}$

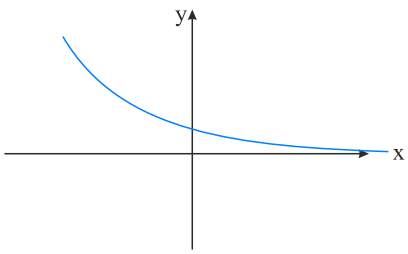
۴) $\mathbb{R} - \{۰ , ۱\}$

۸ نمودار تابع $f(x) = \left(\log_{\frac{۸}{۳}}\right)^x$، کدام است؟

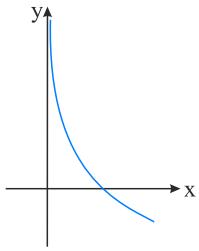
۱)



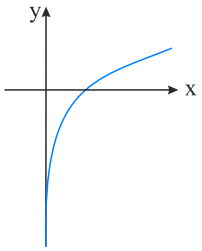
۲)



۳)



۴)



۹ دامنهٔ تابع $f(x) = \sqrt{x^۲ - [x]}$ برابر با کدام گزینه است؟

۱) $\mathbb{R} - \{۰, ۱\}$

۲) $\mathbb{R}$

۳) $\mathbb{R} - [۰, ۱]$

۴) $(۱, +\infty)$

۱۰ جواب نامعادلهٔ $\frac{۶}{[x]} \geq ۲$ کدام است؟

۱) $۱ \leq x < ۴$

۲) $۱ < x \leq ۴$

۳) $۲ < x \leq ۳$

۴) $۲ < x < ۳$

۱۱ نمودار تابع $f(x) = ۳[\frac{x}{۳}] - ۱$ در بازهٔ $(۳ , -۶]$ از چند پاره‌خط با طول یکسان تشکیل شده است؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۹

۱۲ ضابطهٔ وارون تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq ۰ \\ -\sqrt{-x} & ; x < ۰ \end{cases}$ کدام است؟

۱) $-x^۲$

۲) $x^۲$

۳) $x|x|$

۴) $-x|x|$

۱۳ کدام گزینه درست است؟

۱) $\sqrt{۳}^{\frac{۱}{\sqrt{۳}+۱}} > \sqrt{۳}^{\sqrt{۲}-۱}$

۲) $(\frac{۱}{\sqrt{۲}+۱})^{x} > (\sqrt{۲}-۱)^{x^{۲}} \Rightarrow x > ۱$ یا $x < ۰$

۳) $(\frac{۱}{x})^{\frac{x}{۲}} > x^{\frac{-x}{۳}} \Rightarrow ۰ < x < ۱$

۴) هیچ‌کدام

۱۴ در تابع خطی f داریم $f(۲) = ۵$ و $f(۷) = ۱۲$، مقدار $f^{-۱}(۱۹)$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۳

۳) ۱۴ ۴) ۱۵

۱۵ معادلهٔ $\left[\frac{۳}{۲}x\right] = \frac{۲}{۳x}$ در بازهٔ $[۰, ۵]$ چند جواب دارد؟

۱) ۴ ۲) ۵

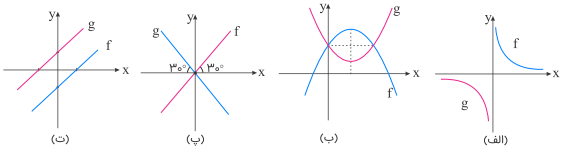
۳) ۶ ۴) ۷

۱۶ از رابطهٔ $\log(۴x-۱) = \log(x+۱) + \log(۲x-۵)$، مقدار لگاریتم $(۲x+۱)$ در پایهٔ ۳، کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱

۳) ۱/۵ ۴) ۲

۱۷ در چه تعداد از نمودارهای زیر $(f+g)(x) = ۰$ است؟



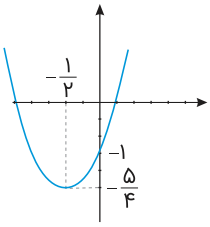
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) صفر

۱۸ $gof(x) = x^{۴} - x^{۲} - ۱$ و نمودار تابع g یک سهمی به شکل زیر است. ضابطهٔ تابع $f(x)$ کدام است؟



۱) $x^{۲}$

۲) $-x^{۲}$

۳) $-x^{۲} - ۱$

۴) $x^{۲} + ۱$

www.alirezaafshar.org

۱۹ تابع $g(x) = -x^۲ + ۴x - ۳$ و وارون تابع $f(x) = |x - ۲| + \sqrt{۱ - x}$در چند نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۲۰ معکوس تابع $f(x) = \frac{۲^x}{۱ + ۲^x}$ کدام است؟

۱) $y = \log(\frac{x}{۱ - x})$
۲) $y = \log(\frac{x}{x - ۱})$
۳) $y = \log_۲(\frac{x}{۱ - x})$
۴) $y = \log_۲(\frac{x}{x - ۱})$

۲۱ تابع $f = \{(۲, ۱), (۳, ۲), (۴, ۵), (۱, ۷)\}$ و $g = \{(۱, ۲), (۳, ۱), (a, ۳), (b, ۱)\}$ مفروض‌اند. اگر $(۴, ۲) \in fog$ و $(۴, ۱) \in gof$ باشند، دوتایی (a, b) کدام است؟

۱) $(۳, ۴)$
۲) $(۴, ۳)$
۳) $(۴, ۵)$
۴) $(۵, ۴)$

۲۲ از معادلات $۲^x \times ۸^y = ۴$ و $\log x = \log ۲ + \log y$، مقدار x کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۵}$
۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۳}{۵}$
۴) $\frac{۴}{۵}$

۲۳ اگر $(fog)(x) = x^۲ + ۲x + ۴$ و $f(x) = x^۲ - ۴x + ۷$ باشد، حاصل‌جمع دو ضابطهٔ ممکن برای $g(x)$ کدام است؟

۱) ۴
۲) ۲
۳) -۲
۴) -۴

۲۴ اگر $\log_۳ ۲ = a$ و $\log_۵ ۳ = b$ باشد، حاصل عبارت $\log_{۳۰} \sqrt{۲۷}$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}(\frac{b}{ab + b + ۱})$
۲) $\frac{۲}{۳}(\frac{b}{ab + b + ۱})$
۳) $\frac{۳}{۲}(\frac{a}{ab + a + ۱})$
۴) $\frac{۲}{۳}(\frac{a}{ab + a + ۱})$

۲۵ اگر $\frac{۴\sqrt{۲۴۳}}{۲\sqrt{۲۷}} = ۸^x$ باشد، x کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۳}$
۲) $۳\sqrt{۳}$
۳) $۵\sqrt{۳}$
۴) $۷\sqrt{۳}$

۲۶ اگر رابطهٔ $f = \{(۳ , ۲), (a , ۵), (۳ , a^۲ - a), (b , ۲), (-۱ , ۴)\}$ تابع یک‌به‌یک باشد، $a + b$ کدام است؟

۱) ۲
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۳

۲۷ کدام‌یک از نقاط زیر روی منحنی $y = (\frac{۲}{۳})^{x}$ قرار دارد؟

۱) $(۱, \frac{۳}{۲})$
۲) $(-۱, \frac{۳}{۲})$
۳) $(\sqrt{۲}, \frac{۲}{۳})$
۴) $(۲, \frac{۴}{۳})$

۲۸ کدام‌یک از گزینه‌های زیر، معرف یک تابع گویا نیست؟

۱) $y = \frac{۴x + ۱}{۲x - ۳}$
۲) $y = \frac{۲x}{\sqrt[۳]{۷x^{۳}} + ۱}$
۳) $y = \frac{۵x + ۱}{\sqrt{۷x} + ۲}$
۴) $y = ۳$

۲۹ نمودار تابع‌های $f(x) = \log_{a^{۲}}^{x}$ و $g(x) = \log_{(۲a+۸)}^{\frac{۱}{x}}$ نسبت به محور xها قرینه‌اند. a کدام است؟

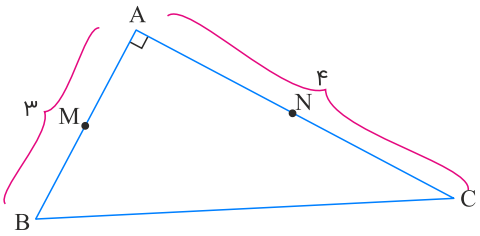
۱) $a = -۲$ یا $a = ۴$
۲) $a = ۴$
۳) $a = -۴$ یا $a = ۲$
۴) $a = ۲$

۳۰ معادلهٔ $x^{۲} = ۲^{x}$ چند ریشه دارد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

هندسه

۳۱ مطابق شکل M و N وسط‌های AB و AC هستند. نقطهٔ P روی BC به‌طوری قرار گرفته که محیط MNP کمترین مقدار است. مساحت مثلث MNP کدام می‌باشد؟



۱) $\frac{۳}{۲}$
۲) ۶
۳) ۹
۴) ۴

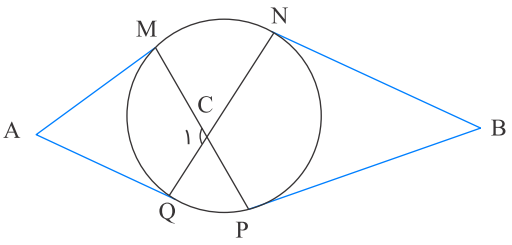
۳۲ نقطه $A(۱, ۴)$ و $B(۲, ۰)$ مفروض‌اند. اندازه کوتاه‌ترین مسیر حرکت از نقطه A به B، به‌طوری‌که از A شروع به حرکت کنیم و پس از برخورد با محور yها به نقطه B برسیم، کدام است؟

۱) ۵
۲) ۳
۳) ۶
۴) ۴

۳۳ ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین به قاعده‌های ۹ و ۱۶ واحد بر یک دایره محیط شده است. طول شعاع دایره، کدام است؟

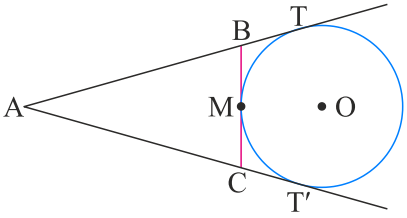
۱) ۵
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۴

۳۴ در شکل زیر زاویهٔ $\hat{A}$ دو برابر زاویهٔ $\hat{B}$ است. اگر زاویهٔ $\hat{C}_1$، ۳۰ درجه از $\hat{B}$ بزرگ‌تر باشد، کدام گزینه صحیح نیست؟



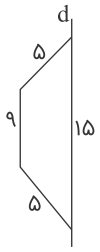
۱) $A + B = ۱۸۰^\circ$
۲) $MQ \| NP$
۳) $A - B = ۶۰^\circ$
۴) $MP \perp NQ$

۳۵ در شکل زیر، دو مماس از نقطه A بر دایره‌ای به شعاع ۹ رسم شده است. اگر فاصله A تا مرکز دایره برابر ۱۵ باشد، محیط مثلث ABC کدام است؟



۱) ۱۲
۲) ۳۶
۳) ۲۴
۴) ۴۸

۳۶ اگر شکل را نسبت به قاعدهٔ بزرگ‌تر بازتاب کنیم، مساحت شش ضلعی که پس از بازتاب در طرف چپ و راست خط قرار دارد چند است؟

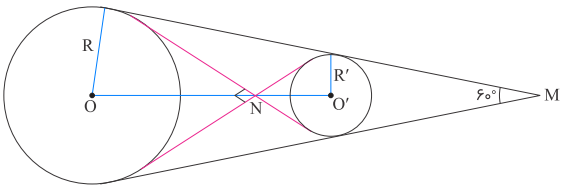


۱) ۹۶
۲) ۷۲
۳) ۶۰
۴) ۱۰۸

۳۷ بازتاب خط $y = ۲x - ۱$ نسبت به نیمساز ناحیهٔ اول و سوم کدام است؟

۱) $y = -۲x - ۱$
۲) $y = ۲x + ۱$
۳) $x = ۲y - ۱$
۴) $x = ۲y + ۱$

۳۸ مماس مشترک‌های داخلی دو دایره بر هم عمودند و زاویهٔ بین مماس مشترک‌های خارجی ۶۰° است. شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر چندبرابر طول خط‌المرکزین است؟



۱) $\frac{\sqrt{۲}-۱}{۲}$

۲) $\frac{\sqrt{۲}-۱}{۴}$

۳) $\frac{\sqrt{۲}+۱}{۲}$

۴) $\frac{\sqrt{۲}+۱}{۴}$

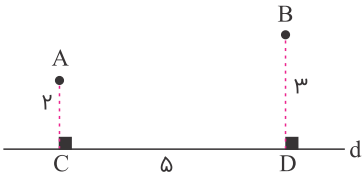
۳۹ کدام شکل مرکز تقارن ندارد؟

۱) مستطیل
۲) لوزی
۳) مثلث متساوی‌الاضلاع
۴) بیست ضلعی منتظم

۴۰ سه نقطهٔ $A(۲\ ,\ ۱)$، $B(۱\ ,\ -۱)$ و $C(۴\ ,\ a+۱)$ نسبت به یک بازتاب ثابت مانده‌اند، مقدار a کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۴۱ مطابق شکل $CD = ۵$ است. نقطهٔ M روی d قرار دارد، به‌طوری‌که مسیر AMB کوتاه‌ترین مسیر می‌باشد. طول این مسیر کدام است؟



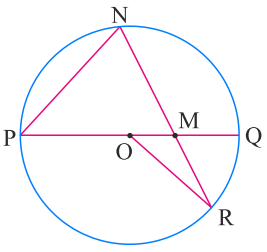
۱) $\sqrt{۴۰}$

۲) $۵\sqrt{۲}$

۳) $\sqrt{۴۱}$

۴) $\sqrt{۶۱}$

۴۲ در شکل زیر، نقطهٔ O مرکز دایره است. اگر $\hat{P} = ۴۰^\circ$ و $\overset{\frown}{RQ} = ۵۰^\circ$ باشد، زاویهٔ RMQ کدام است؟



۱) ۶۰°

۲) ۶۵°

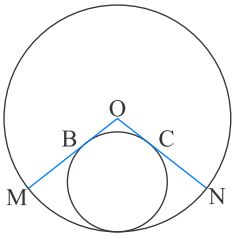
۳) ۷۰°

۴) ۷۵°

۴۳ در دو دایرهٔ متداخل مرکز تجانس مستقیم .....

۱) خارج دایرهٔ کوچک‌تر و داخل دایرهٔ بزرگ‌تر است.
۲) داخل دو دایره است.
۳) روی دایرهٔ کوچک‌تر است.
۴) خارج دو دایره است.

۴۴ در شکل زیر اگر $\overset{\frown}{MN} = ۱۰۰^\circ$، اندازهٔ کمان BC کدام است؟



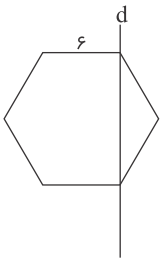
۱) ۷۵°

۲) ۹۰°

۳) ۸۰°

۴) ۸۵°

۴۵ اگر شش ضلعی زیر را نسبت به d بازتاب کنیم، دو شش ضلعی در هم حاصل می‌شود. مساحت شکل حاصل کدام است؟ (شش ضلعی منتظم است)



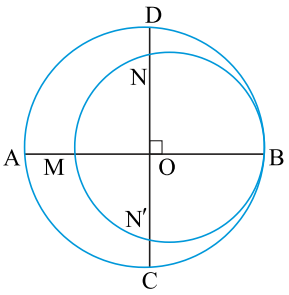
۱) $۶۳\sqrt{۳}$

۲) $\frac{۶۳\sqrt{۳}}{۲}$

۳) $۴۵\sqrt{۳}$

۴) $۹۰\sqrt{۳}$

۴۶ در شکل زیر، دو دایره بر هم مماس و دو قطر AB و CD از دایره بزرگ‌تر بر هم عمودند. اگر $AM = ۱۶$ و $ND = ۱۰$، شعاع دایره کوچک‌تر کدام است؟



۱) ۱۵

۲) ۱۷

۳) ۲۱

۴) ۲۴

۴۷ یک ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین با قاعده‌هایی به‌اندازهٔ ۹ و ۱۶ واحد، بر دایره‌ای محیط شده است. فاصلهٔ نزدیک‌ترین نقاط دایره، تا یک رأس قاعدهٔ کوچک ذوزنقه، کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$

۲) $\sqrt{۳}$

۳) ۲

۴) $\frac{۵}{۲}$

۴۸ در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC ($\hat{A} = ۹۰^\circ$) ارتفاع AH، ضلع BC را به دو پاره‌خط به طول‌های ۴ و ۹ واحد تقسیم کرده است. اگر بازتاب نقطهٔ H نسبت به AB و AC را به‌ترتیب P و Q بنامیم، طول PQ کدام است؟

۱) ۱۴

۲) ۱۱

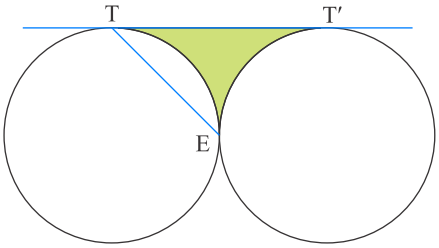
۳) ۱۲

۴) ۱۳

۴۹ دایرهٔ $C(O, ۳)$ و $C(O', ۲a - ۱)$ تصویر یکدیگر تحت انتقال به طول بردار a هستند. اندازهٔ وترمشترک دو دایره کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$
۲) ۳
۳) $۴\sqrt{۲}$
۴) ۲

۵۰ در شکل زیر دو دایره به شعاع‌های برابر مماس خارج هستند. اگر $TE = ۴$ سانتی‌متر باشد، مساحت قسمت رنگی چند است؟

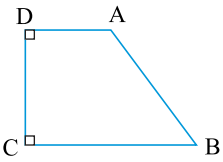


۱) $۸\sqrt{۲} - ۳\pi$
۲) $۱۶ - ۴\pi$
۳) $۴\sqrt{۲} - \pi$
۴) $۲\sqrt{۲} + ۳\pi$

۵۱ دو دایرهٔ متقاطع به شعاع‌های ۲ و ۹ مفروض‌اند. اگر شعاع‌های گذرنده از نقطهٔ تقاطع، بر هم عمود باشند، طول مماس مشترک دو دایره، کدام است؟

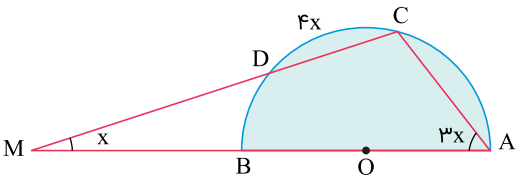
۱) ۵/۷
۲) ۶
۳) ۵/۵
۴) ۶/۴

۵۲ در ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ $ABCD$، $AD = ۳$، $CD = ۱۶$ و $BC = ۵$. نقطهٔ M روی ساق CD متحرک می‌باشد. کمترین مقدار $MA + MB$ کدام است؟



۱) $۲\sqrt{۸۹}$
۲) ۲۰
۳) ۲۸۱
۴) $۸\sqrt{۵}$

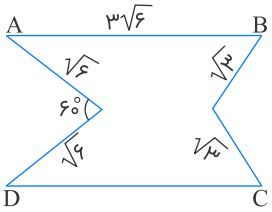
۵۳ در شکل زیر، AB قطر دایره است. باتوجه‌به اندازه‌های مشخص‌شده، اندازهٔ کمان AC کدام است؟



۱) ۶۰°
۲) ۴۵°
۳) ۷۲°
۴) ۸۰°

www.alirezaafshar.org

۵۴ در شکل زیر، چهار ضلعی $ABCD$ مستطیل است. می‌خواهیم بدون تغییر محیط، مساحت شش ضلعی را افزایش دهیم. بیشترین مساحت شکل جدید کدام است؟



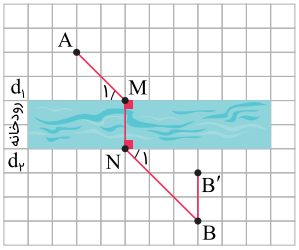
۱) ۲۱

۲) $۹(\frac{\sqrt{۳}}{۴}+۲)$

۳) $۲۱+۳\sqrt{۳}$

۴) $\frac{۳\sqrt{۳}+۳۹}{۲}$

۵۵ باتوجه‌به شکل زیر، اگر فاصلهٔ نقطهٔ A از خط $d_۱$ برابر ۴ و فاصلهٔ نقطهٔ B از خط $d_۲$ برابر با ۶ و $\hat{M}_۱ = ۳۰^\circ$ باشد، در این صورت فاصلهٔ نقطهٔ A از نقطهٔ B' چقدر است؟



۱) ۸

۲) ۱۲

۳) ۲۰

۴) ۲۸

۵۶ اضلاع زاویهٔ قائمهٔ مثلث ABC $(\hat{A}=۹۰^\circ)$ بر یک دایره مماس‌اند و وتر مثلث بر یکی از قطرها منطبق است. اگر $AB=۳$ و $AC=۶$، شعاع دایره کدام است؟

۱) ۲

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) $\sqrt{۳}$

۴) ۱

۵۷ نقطهٔ M درون زاویهٔ xOy قرار دارد. می‌خواهیم A و B را بر Ox و Oy بیابیم که محیط $\overset{\Delta}{MAB}$ کمترین مقدار باشد. کدام تبدیل استفاده می‌شود؟ (زاویهٔ xoy حاده است)

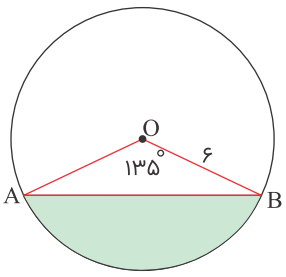
۱) انتقال

۲) دوران

۳) بازتاب محوری

۴) هیچ‌کدام

۵۸ مساحت قسمت رنگی در شکل زیر، کدام است؟



۱) $\frac{۱۳/۵\pi - ۹\sqrt{۲}}{۲}$

۲) $۱۳/۵\pi - \frac{۹\sqrt{۲}}{۲}$

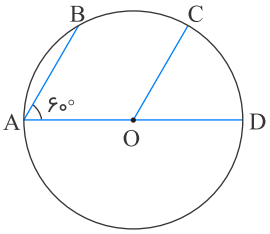
۳) $۱۳/۵\pi - ۹\sqrt{۲}$

۴) $\frac{۱۳/۵\pi}{۲} - ۹\sqrt{۲}$

۵۹ دایرهٔ $C(O,R)$ و پاره‌خط AB در صفحه مفروض‌اند. در دایرهٔ C وتری موازی و مساوی AB رسم می‌کنیم. حداکثر چند وتر می‌توان یافت؟ $(|AB| \leq R)$

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۴
۴) بی‌شمار

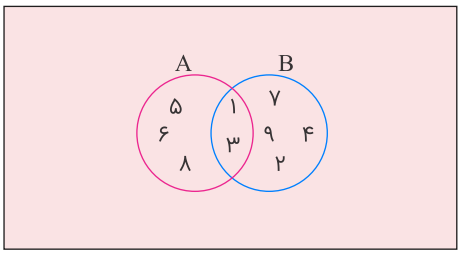
۶۰ در شکل زیر، $AB||OC$ است. زاویهٔ ACO کدام است؟



۱) ۲۰
۲) ۳۰
۳) ۲۵
۴) ۴۵

آمار و احتمال

۶۱ باتوجه‌به نمودار ون، اجتماع مجموعه‌های $A \cap (A-B)'$ و $B \cap (B-A)'$ چند زیرمجموعه دارد؟



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۱۶

۶۲ اگر $p : (۵ > ۳)$، $q : (x^۲ + ۲ = ۰)$ و r گزاره‌ای دلخواه باشند، ارزش چند گزاره درست است؟

الف) $p \vee \sim q$ ب) $(r \vee \sim r) \vee q$ ج) $(\sim p \vee r) \vee q$

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) هیچ‌کدام درست نیست.

۶۳ کدام‌یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) $A \times \varnothing = \varnothing \times A = \varnothing$
۲) اگر $A \times B = \varnothing$، آنگاه $A = \varnothing$ و $B = \varnothing$.
۳) اگر $A \times B = B \times A$، آنگاه $A = B$ یا $B = \varnothing$ یا $A = \varnothing$.
۴) اگر $A \times B \neq \varnothing$، آنگاه $A \neq \varnothing$ و $B \neq \varnothing$.

۶۴ کدام رابطه نادرست است؟

۱) $\{a\} \in \{۱, a, \{a, \{a\}\}\}$

۲) $\varnothing \subseteq \{\{a\}, ۱, \{۱, a\}\}$

۳) $\{\varnothing, \{\varnothing\}\} \in \{\varnothing, \{\varnothing, \varnothing, \{\varnothing\}\}\}$

۴) $\{a, b\} \subseteq \{۱, a, b, \{a, ۱\}\}$

۶۵ نقیض کدام‌یک از سورهای زیر درست است؟

۱) $\nexists x \in \mathbb{W}; x^۳ + ۱ < x$

۲) $\forall x \in \mathbb{N}; ۲^x \geq x^۲$

۳) $\exists x \in \mathbb{R}; x^۴ + ۱ \neq ۰$

۴) $\forall x \in \mathbb{Z}; \frac{۴x^۲ - ۱}{۲x - ۱} = ۲x + ۱$

۶۶ حاصل هم‌ارزی زیر کدام است؟

$$q \vee \sim (p \vee \sim q) = ?$$

۱) p

۲) q

۳) $\sim p$

۴) $\sim q$

۶۷ گزارهٔ $\sim p \Rightarrow (p \wedge F) \vee (\sim q \vee T)$ هم‌ارز کدام گزینه است؟

۱) T

۲) F

۳) $\sim p$

۴) $\sim q$

۶۸ اگر $A = \{۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$ و $A \cap B = \{۲, ۳\}$ و مجموعهٔ $(A - B) \times (B - A)$ دارای ۶ عضو باشد، تعداد عضوهای مجموعهٔ B کدام است؟

۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

۶۹ در ترکیب فصلی پنج گزاره، تعداد حالات درست آن‌ها کدام است؟

۱) ۱۵

۲) ۱۶

۳) ۳۱

۴) ۳۲

۷۰ کدام‌یک از گزاره‌های زیر با گزارهٔ $p \Rightarrow (\sim q \wedge r)$ هم‌ارزش است؟

۱) $(\sim q \wedge r) \vee \sim p$

۲) $(\sim q \vee r) \wedge \sim p$

۳) $\sim ((q \vee r) \wedge p))$

۴) $p \wedge (\sim q \vee r)$

۷۱ اگر $A = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$، $B = \{\{۱\}, ۳, ۵\}$ و $C = \{۳, ۴, ۵, \{\varnothing\}\}$ باشد، کدام رابطه درست است؟

۱) $B \subseteq A$

۲) $\{۱\} \subseteq B$

۳) $\{\varnothing\} \subseteq C$

۴) $\{\{\varnothing\}\} \subseteq C$

۷۲ اگر $p \vee q$ نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

۱) اگر r درست باشد، "$\sim p \Rightarrow r$" درست است.
۲) $p \wedge r$ همواره نادرست است.
۳) $p \vee r$ همواره درست است.
۴) $r \wedge q \Rightarrow p$ همواره درست است.

۷۳ کدام عبارت همواره نادرست است؟

۱) $p \vee p$
۲) $p \wedge p$
۳) $p \vee \sim p$
۴) $p \wedge \sim p$

۷۴ از جعبه‌ای که در آن ۵ سیب قرمز سالم، ۴ سیب زرد سالم و یک سیب ناسالم وجود دارد، سه سیب به تصادف برمی‌داریم. چقدر احتمال دارد که هم سیب قرمز سالم و هم زرد سالم و هم سیب ناسالم برداریم؟

۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۱۲}$
۴) $\frac{۱}{۶}$

۷۵ نمایش گزارهٔ "مربع هر عدد فرد به‌صورت $۸q + ۱$ است" به زبان ریاضی کدام است؟ (O مجموعهٔ اعداد فرد)

۱) $\forall x \in O\ ;\ x = ۸q + ۱$
۲) $\exists x \in O\ ;\ x = ۸q + ۱$
۳) $\forall x \in O\ ;\ x^۲ = ۸q + ۱$
۴) $\exists x \in O\ ;\ x^۲ = ۸q + ۱$

۷۶ اگر $A_n = [-\frac{۱}{n}, ۲ + \frac{۱}{n})$ آنگاه $A_۱ \cup A_۲ \cup \ldots \cup A_{۱۰۰}$ کدام است؟

۱) $[-۱, ۳)$
۲) $[-\frac{۱}{۱۰۰}, ۳]$
۳) $[-\frac{۱}{۱۰۰}, \frac{۲۰۱}{۱۰۰}]$
۴) $[-۱, \frac{۲۰۱}{۱۰۰}]$

۷۷ اگر $A = \{x | -۳ < ۲x - ۱ < ۷\}$ و $B = \{x | x \in \mathbb{Z}, |x| \leq a\}$ و مجموعهٔ $(A \times B) \cap (B \times A)$، ۱۶ عضوی باشد، کمترین مقدار a کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۷۸ کدام گزینه نادرست است؟

۱) $p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$
۲) $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Leftrightarrow \sim q) \equiv (\sim p \Leftrightarrow q)$
۳) $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv (\sim p \Leftrightarrow \sim q)$
۴) $(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

www.alirezaafshar.org

۷۹ مجموعهٔ عددهای صحیح به سه زیرمجموعهٔ $A = \{۳k + ۱ | k \in \mathbb{Z}\}$، $B = \{۳k - ۱ | k \in \mathbb{Z}\}$ و C افراز شده است. کدام گزینه نادرست می‌باشد؟

۱) $۴۰ \in A$
۲) $۶۲ \in B$
۳) $۷۶ \in C$
۴) $۹۸ \in B$

۸۰ کدام‌یک از مجموعه‌های زیر، هم عضو و هم زیرمجموعهٔ مجموعهٔ $A = \{a, \{a\}, \{a, b\}\}$ است؟

۱) $\{b\}$
۲) $\{a\}$
۳) $\{a, b\}$
۴) $\{\{a, b\}\}$

۸۱ برای سه مجموعهٔ A و B و C اگر $A \cup (B - C) \subseteq B \cap (C \cup A')$ باشد، کدام نتیجه‌گیری درست است؟

۱) $B \subseteq A \cup C$
۲) $A \subseteq B \cap C$
۳) $B = \varnothing$
۴) $B \cap C = \varnothing$

۸۲ متمم مجموعهٔ $[(A \cup B) - A'] \cup [B' \cap (A \cup B)]$ برابر کدام گزینه است؟

۱) $\varnothing$
۲) U
۳) A'
۴) B'

۸۳ تاسی سالم را سه بار پرتاب می‌کنیم و اعداد روشده را به ترتیب جای ضرایب a، b و c در معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^۲ - bx - c = ۰$ قرار می‌دهیم. با کدام احتمال یکی از ریشه‌های معادله -۲ است؟

۱) $\frac{۱}{۲۱۶}$
۲) $\frac{۳}{۲۱۶}$
۳) $\frac{۱۱}{۲۱۶}$
۴) $\frac{۵}{۲۱۶}$

۸۴ اگر گزارهٔ $p \wedge (\sim q \vee r)$ درست باشد، ارزش گزارهٔ $(p \vee \sim q) \wedge \sim r$ کدام است؟

۱) T
۲) F
۳) گاهی نادرست و گاهی درست است.
۴) با گزارهٔ p هم‌ارز است.

۸۵ در جای خالی چه عبارتی قرار دهیم تا گزارهٔ زیر، ارزش درست داشته باشد؟
"شرط ..... برای آنکه $ab = ۰$ باشد، آن است که $a = ۰$ و $b = ۰$"

۱) لازم
۲) کافی
۳) لازم و کافی
۴) با هیچ‌یک از کلمات گزینه‌های "۱"، "۲" و "۳" ارزش این گزاره درست نمی‌شود.

۸۶ چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست می‌باشند؟

الف) $(p\wedge\sim p)\Rightarrow q$

ب) $(p\wedge(p\Rightarrow q))\Rightarrow q$

ج) $(p\wedge(p\Rightarrow q)\Rightarrow(q\Leftrightarrow q)$

۱) ۳ ۲) ۲

۳) ۱ ۴) صفر

۸۷ چند مورد از هم‌ارزی‌های زیر درست هستند؟

آ) $p\wedge(p\vee q)\equiv q$ ب) $\sim(\sim p\vee q)\equiv p\wedge\sim q$

پ) $p\vee(\sim p\wedge q)\equiv p\vee q$ ت) $p\vee(p\wedge\sim q)\equiv p$

۱) ۴ ۲) ۳

۳) ۱ ۴) ۲

۸۸ جدول ارزش تعدادی گزاره ۶۴ خانه دارد. تعداد این گزاره‌ها کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶

۳) ۸ ۴) ۱۶

۸۹ اگر ..... باشد، ارزش گزارهٔ $p\Rightarrow(q\wedge r)$ همواره درست است.

۱) p درست ۲) q و r درست

۳) p و q درست ۴) r درست و q نادرست

۹۰ اگر ارزش گزارهٔ $p\vee q$ نادرست باشد، عبارت زیر با کدام گزینه هم‌ارز است؟

$$[(\sim p\wedge q)\vee(p\vee F)]$$

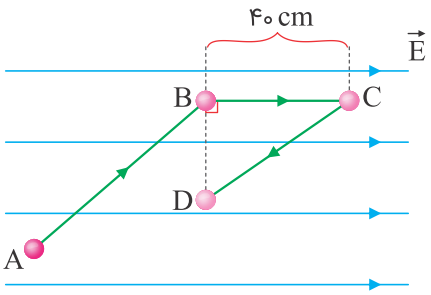
(T گزارهٔ همیشه درست و F گزارهٔ همیشه نادرست است.)

۱) T ۲) $\sim p$

۳) F ۴) q

www.alirezaafshar.org

۹۱ بار الکتریکی $q = +۴\ \mu C$ را درون میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $۱۰^۲\ N/C$ در مسیر نشان داده شده از A به B، سپس از B به C و درنهایت از C به D می‌بریم. اگر تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار در جابه‌جایی از A تا B برابر $۰/۴\ mJ$ باشد، $\frac{V_A - V_B}{V_D - V_C}$ کدام است؟



۱) ۰/۵

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۲/۵

۹۲ یک خازن تخت به یک باتری متصل است، پس از مدتی فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن را دو برابر می‌کنیم. کدام موارد زیر درست است؟

الف) میدان الکتریکی میان صفحه‌های خازن نصف می‌شود.

ب) اختلاف‌پتانسیل میان صفحه‌های خازن نصف می‌شود.

پ) ظرفیت خازن دو برابر می‌شود.

ت) بار روی صفحه‌های خازن نصف می‌شود.

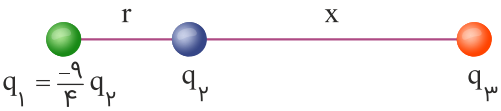
۱) الف - ت

۲) الف - ب

۳) ب - ت

۴) پ - ت

۹۳ در شکل زیر برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی صفر است. نسبت‌های $\frac{x}{r}$ و $\frac{q_۳}{q_۲}$ از راست به چپ کدام است؟



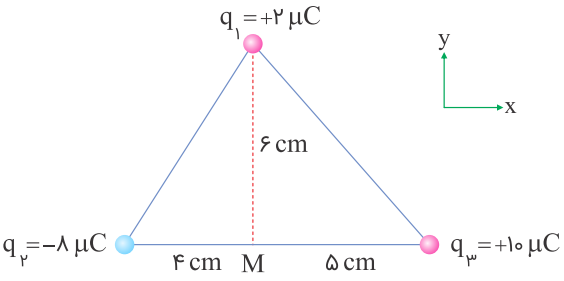
۱) $-۹\ ،\ ۲$

۲) $۹\ ،\ ۲$

۳) $-۹\ ،\ \frac{۳}{۲}$

۴) $۹\ ،\ \frac{۳}{۲}$

۹۴ مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی در نقاط مشخص‌شده قرار دارند. بردار میدان الکتریکی در نقطهٔ M در SI کدام است؟ ($k = ۹ \times ۱۰^۹\ (\frac{N.m^۲}{C^۲})$)



۱) $(۰/۹\vec{i} - ۰/۵\vec{j}) \times ۱۰^۷$

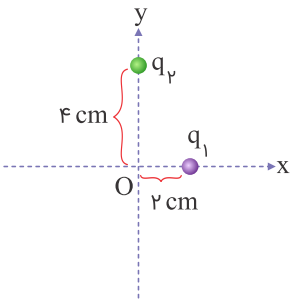
۲) $(۰/۹\vec{i} + ۰/۵\vec{j}) \times ۱۰^۷$

۳) $(-۸/۱\vec{i} - ۰/۵\vec{j}) \times ۱۰^۷$

۴) $(-۸/۱\vec{i} + ۰/۵\vec{j}) \times ۱۰^۷$

www.alirezaafshar.org

۹۵ در شکل زیر اگر بردار میدان الکتریکی در نقطهٔ O به‌صورت $\vec{E} = ۲۲۵۰۰(-\vec{i}+\vec{j})\,N/C$ باشد، $q_۱$ و $q_۲$ برحسب نانوکولن به‌ترتیب از راست به چپ کدام گزینه‌اند؟ $(k = ۹\times ۱۰^۹\,N.m^۲/C^۲)$



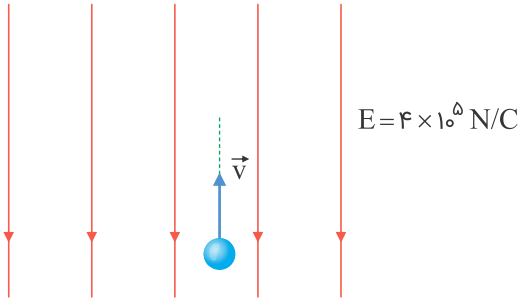
۱) -۱ و $+۴$

۲) $+۱$ و -۴

۳) -۲ و $+۸$

۴) $+۲$ و -۸

۹۶ مطابق شکل ذرهٔ بارداری به جرم $۲۰\,mg$ و بار $-۲\,nC$ در میدان الکتریکی یکنواخت با سرعت $۵\,m/s$ در خلاف جهت میدان پرتاب شده است. تندی ذرهٔ باردار پس از $۳۰\,cm$ جابه‌جایی از نقطهٔ پرتاب در خلاف جهت میدان به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟ ($g = ۱۰\,N/kg$ و از مقاومت هوا صرف‌نظر شود)



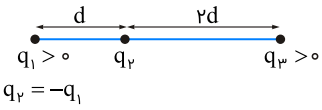
۱) ۱

۲) ۷

۳) $\sqrt{۱۳}$

۴) $\sqrt{۴۳}$

۹۷ سه بار نقطه‌ای مطابق شکل زیر ثابت شده‌اند. اگر برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۱$ هم‌اندازهٔ برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۲$ باشد، $\frac{q_۳}{q_۱}$ کدام است؟



۱) $\frac{۸}{۱۳}$

۲) $\frac{۱۳}{۸}$

۳) $\frac{۱۳}{۷۲}$

۴) $\frac{۷۲}{۱۳}$

۹۸ در پدیدهٔ ابررسانایی، مقاومت ویژهٔ جسم با کاهش دما:

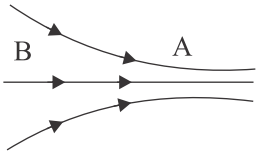
۱) با شیب ثابتی به صفر می‌رسد و در دماهای پایین‌تر نیز صفر می‌ماند.

۲) کاهش می‌یابد و در دمای خاصی، ناگهان به مقدار زیادی افزایش می‌یابد.

۳) در دمای خاصی به‌صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند و با ادامهٔ کاهش دما، دوباره افزایش می‌یابد.

۴) در دمای خاصی به‌صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند و در دماهای پایین‌تر، همچنان صفر می‌ماند.

۹۹ شکل مقابل، خط‌های میدان الکتریکی را در قسمتی از فضا نشان می‌دهد. در مقایسه میدان و پتانسیل الکتریکی نقاط B و A ، کدام رابطه درست است؟



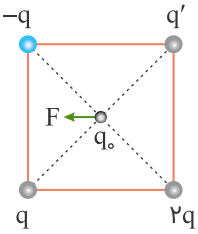
۱) $V_B > V_A$ و $E_B < E_A$

۲) $V_B > V_A$ و $E_B > E_A$

۳) $V_B < V_A$ و $E_B < E_A$

۴) $V_B < V_A$ و $E_B > E_A$

۱۰۰ در شکل زیر، با توجه به نیروی الکتریکی وارد بر q_0، بار q' کدام است؟ (q_0 در مرکز مربع است)



۱) $۴q$

۲) $-۳q$

۳) $-۴q$

۴) $۳q$

۱۰۱ دو گوی فلزی با بارهای الکتریکی مثبت دارای بارهای q_1 و $q_2 = ۴۰q_1$ می‌باشند. اگر این دو گوی را در فاصلهٔ $۶\ cm$ از یکدیگر قرار دهیم، نیروی الکتریکی $۴۰۰\ N$ را به همدیگر وارد می‌کنند. q_1 چند میکروکولن است؟
($k = ۹ \times ۱۰^۹\ N.m^۲/C^۲$)

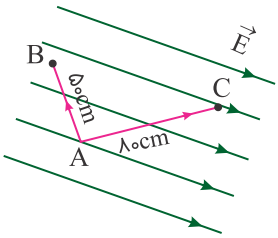
۱) ۴×۱۰^{-۶}

۲) ۴

۳) ۲

۴) ۲×۱۰^{-۶}

۱۰۲ بار $q = -۲\ mC$ را یک بار از A تا B و بار دیگر از A تا C جابه‌جا می‌کنیم. اگر اندازهٔ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار در مسیر AB برابر با $۳\ J$ و در مسیر AC برابر با $۲\ J$ باشد، اختلاف‌پتانسیل الکتریکی بین دو نقطهٔ B و C ($V_B - V_C$) چند کیلوولت است؟



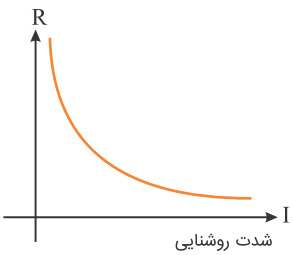
۱) $-۲/۵$

۲) $+۲/۵$

۳) -۵

۴) $+۵$

۱۰۳ نمودار زیر مربوط به کدام‌یک از مقاومت‌های خاص زیر است؟



۱) NTC

۲) PTC

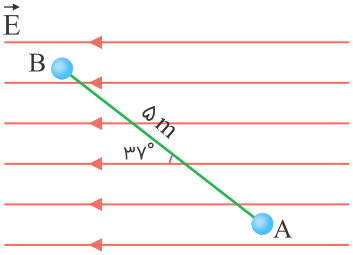
۳) LED

۴) LDR

۱۰۴ دو بار الکتریکی نقطه ای q_1 و $q_2 = -8q_1$ در فاصلهٔ یک سانتی متری از یکدیگر قرار دارند و به یکدیگر نیروی جاذبهٔ ۱/۸ نیوتونی را وارد می کنند. q_1 چند نانو کولن است؟ $\left(k = 9 \times 10^9\ N.m^2/C^2\right)$

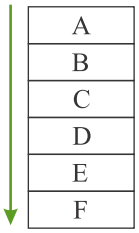
۱) ۴۵
۲) ۲۵
۳) ۲۰
۴) ۵۰

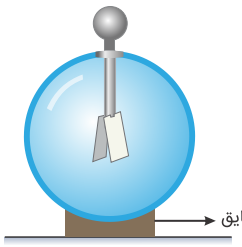
۱۰۵ مطابق شکل زیر بار الکتریکی $q = -3\ \mu c$ درون میدان الکتریکی یکنواختی با بزرگی $10^5\ V/m$ از نقطهٔ A به نقطه B منتقل می‌شود. کار نیروی الکتریکی در این انتقال چند ژول است؟ $\left(\sin 37^\circ = 0/6\right)$



۱) ۱/۲
۲) ۱/۵
۳) −۱/۲
۴) −۱/۵

۱۰۶ باتوجه‌به سری تریبوالکتریک و الکتروسکوپ خنثی رسم شده، چند مورد از موارد زیر صحیح است؟





الف) اگر مادهٔ B را به D مالش دهیم، با انتقال پروتون ها از D به B، در این صورت B بار مثبت و D بار منفی خواهد یافت.

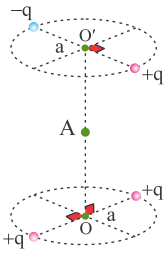
ب) مادهٔ A را به E مالش می دهیم و آن را به کلاهک الکتروسکوپ خنثی نزدیک می کنیم، پره ها از هم دور می شوند زیرا بار همنام مثبت خواهند یافت.

ج) مادهٔ A را به E مالش می دهیم و توسط آن به روش القای الکتریکی الکتروسکوپ را باردار می کنیم. در این صورت اگر انگشت خود را به سر الکتروسکوپ بزنیم از دست ما الکترون به الکتروسکوپ منتقل‌شده و آن را خنثی می کند.

د) با مالش B و D و تماس دادن D به کلاهک الکتروسکوپ، آن را باردار کرده ایم، حال اگر C را به E مالیده و به کلاهک آن نزدیک کنیم، پره ها از هم دورتر خواهند شد.

۱) ۳
۲) ۲
۳) ۱
۴) ۴

۱۰۷ چهار بار نقطه‌ای مطابق شکل زیر، روی محیط دو دایرهٔ هم‌محور و هم‌شعاع که به فاصلهٔ $۲a$ از یکدیگر قرار گرفته‌اند، واقع شده‌اند. میدان الکتریکی برآیند در نقطهٔ A (درست وسط حدفاصل مرکز دو دایره) کدام است؟



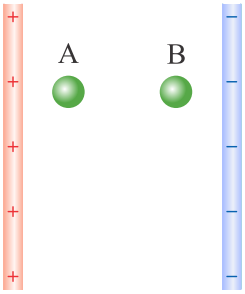
۱) $\frac{۲kq}{a^۲}$

۲) $\frac{\sqrt{۲}kq}{۲a^۲}$

۳) $\frac{۲\sqrt{۲}kq}{a^۲}$

۴) $\frac{kq}{a^۲}$

۱۰۸ مطابق شکل زیر، بین دو صفحهٔ موازی باردار با بارهای هم‌اندازه و ناهمنام یک الکترون و یک پروتون را در نقاط A و B قرار می‌دهیم. کدام گزینه صحیح است؟



۱) نیروی وارده به الکترون در نقطهٔ A و نیروی وارده به پروتون در نقطهٔ B بیشتر از نقطهٔ دیگر است.

۲) نیروی وارده به الکترون در نقطهٔ B و نیروی وارده به پروتون در نقطهٔ A بیشتر از نقطهٔ دیگر است.

۳) نیروی وارده به پروتون و الکترون در هر دو نقطه هم‌اندازه و هم‌جهت است.

۴) نیروی وارده به پروتون و الکترون در هر دو نقطه هم‌اندازه ولی قرینهٔ نقطهٔ دیگر است.

۱۰۹ ظرفیت خازنی $۱۲\,\mu F$ و اختلاف‌پتانسیل الکتریکی بین دو صفحهٔ آن $۱\,V$ است. اگر $-۶\mu C$ بار الکتریکی را از صفحهٔ منفی آن به صفحهٔ مثبت انتقال دهیم، انرژی ذخیره‌شده در آن $۲۸/۵\,\mu J$ کاهش می‌یابد. $۱\,V$ چند ولت است؟

۱) ۵

۲) ۱۰

۳) ۱۵

۴) ۲۰

۱۱۰ دو کرهٔ فلزی یکسان A و B به شعاع‌های $۵\,cm$ دارای بارهای الکتریکی $q_A = ۲۰\,\mu C$ و $q_B = -۴\,\mu C$ را به هم تماس داده و از هم جدا می‌کنیم. چگالی سطحی بار کرهٔ A چند میکروکولن بر مترمربع کاهش می‌یابد؟ $(\pi = ۳)$

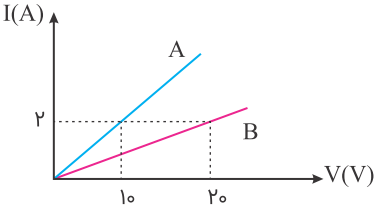
۱) ۱۵۰

۲) ۳۰۰

۳) ۴۰۰

۴) ۸۰۰

۱۱۱ نمودار شدت جریان عبوری از دو مقاومت A و B برحسب اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت A و B مطابق شکل زیر است. مقاومت A چند برابر مقاومت B است؟



۱) ۲

۲) ۵

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) $\frac{۱}{۵}$

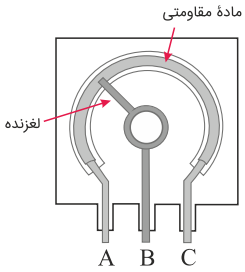
۱۱۲ چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

آ) با افزایش ضخامت یک سیم رسانای فلزی در دمای ثابت، مقاومت ویژهٔ آن کاهش می‌یابد.

ب) با کاهش دمای جیوه، مقاومت ویژهٔ آن در دمای خاصی به‌صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند.

پ) در شکل زیر اگر ورودی به A و خروجی به C وصل شود، با حرکت لغزنده در جهت ساعتگرد مقاومت افزایش می‌یابد.

ت) اندازهٔ سرعت سوق در یک رسانای فلزی بسیار کم است.



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۱۳ خازنی را پس از شارژ شدن از مولد جدا می‌کنیم و نسبت بار به مساحتی که بار روی آن توزیع شده برابر $۴۸ \times ۱۰^{-۸}\ \mathrm{C/m^۲}$ است. دی‌الکتریک اولیه بین صفحات خازن ضریبی برابر $\kappa = ۲$ داشته و سپس دی‌الکتریکی با ضریب ثابت $\kappa = ۶$ را بین صفحات خازن قرار می‌دهیم. میدان الکتریکی بین صفحات خازن چند $\mathrm{N/C}$ کاهش می‌یابد؟ $(\varepsilon_۰ = ۸ \times ۱۰^{-۱۲}\ \mathrm{C^۲/N\,m^۲})$

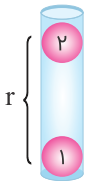
۱) ۲×۱۰^{۴}

۲) ۲×۱۰^{۳}

۳) ۵×۱۰^{۳}

۴) ۵×۱۰^{۴}

۱۱۴ مطابق شکل زیر دو گلوله کوچک و مشابه با بارهای همنام داخل یک استوانه عایق در فاصله r از یکدیگر هستند. اگر جرم و بار الکتریکی گلوله اول را ٪۲۵ کاهش و جرم و بار الکتریکی گلوله دوم را ۲۰ درصد افزایش دهیم، فاصله بین دو گلوله در انتها چند برابر خواهد شد؟



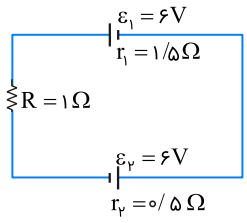
۱) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$

۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۳) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۵}$

۴) $\frac{۵\sqrt{۳}}{۶}$

۱۱۵ در مدار زیر، اختلاف‌پتانسیل الکتریکی دو سر مولد $\varepsilon_۱$ چند ولت است؟



۱) صفر

۲) ۳

۳) ۶

۴) ۱۲

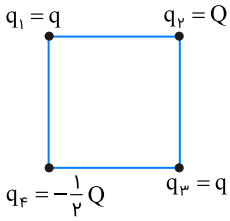
۱۱۶ دو کرهٔ رسانای کوچک و مشابه با بارهای $+۴\,pC$ و $+۲۰\,pC$ در فاصلهٔ مشخصی از هم قرارگرفته‌اند. چند عدد الکترون از یکی از کره‌ها به دیگری منتقل شود تا نیروی بین کره‌ها حداکثر شود؟ $(e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\,C)$

۱) ۵×۱۰^{۹}
۲) ۵×۱۰^{۷}
۳) ۲×۱۰^{۹}
۴) ۲×۱۰^{۷}

۱۱۷ دو کرهٔ رسانای کوچک هم‌شکل و هم‌اندازه با بارهای الکتریکی $q_۱ = -۵\,\mu C$ و $q_۲ = +۱۵\,\mu C$ در فاصلهٔ یک متری از یکدیگر قرار دارند. اگر این دو بار را به یکدیگر تماس داده و سپس در فاصلهٔ ۴ متری از هم قرار دهیم، اندازهٔ نیروی الکتروستاتیکی بین این دو بار چند برابر حالت اول می‌شود؟

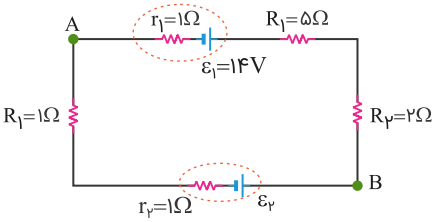
۱) $\frac{۱}{۴۸}$
۲) ۴۸
۳) $\frac{۱}{۱۲}$
۴) ۱۲

۱۱۸ چهار ذرهٔ باردار در رأس‌های یک مربع قرار دارند. برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار $q_۲$ صفر است. $\frac{Q}{q}$ کدام است؟



۱) $۲\sqrt{۲}$
۲) $۴\sqrt{۲}$
۳) $-۲\sqrt{۲}$
۴) $-۴\sqrt{۲}$

۱۱۹ در مدار شکل زیر، اختلاف‌پتانسیل بین دونقطهٔ A و B برابر $V_A - V_B = -۷/۶\,V$ است. نیروی محرکهٔ $\varepsilon_۲$ چند ولت است؟



۱) ۶
۲) ۸
۳) ۱۶
۴) ۲۰

۱۲۰ دو ذره با بارهای الکتریکی $q_۱ = ۴\,\mu C$ و $q_۲ = ۶۴\,\mu C$ به ترتیب در سانتی‌مترهای ۳ و ۱۲ یک خط‌کش چوبی ثابت شده‌اند. در میلی‌متر چندم خط‌کش باید بار $q = ۲\mu C$ را قرار دهیم تا برآیند نیروهای وارد بر آن صفر شود؟

۱) ۴/۸
۲) ۴۸
۳) ۱۰/۲
۴) ۱۰۲

شیمی

۱۲۱ کدام مطلب زیر، نادرست است؟ $(H = ۱ \ , \ C = ۱۲ : g.mol^{-۱})$

۱) نام آلکانی با فرمول $(C_۲H_۵)_۳CH$، ۳- اتیل‌پنتان و همپار هپتان است.

۲) سیکلوپنتان همپار پنتن است و نسبت شمار اتم‌های کربن به هیدروژن در آن، ۱ به ۲ است.

۳) بنزن یک هیدروکربن سیرنشده است و در واکنش کامل با هیدروژن، به سیکلوهگزان مبدل می‌شود.

۴) تفاوت جرم مولی ششمین عضو خانوادهٔ آلکین‌ها با جرم مولی ششمین عضو خانوادهٔ آلکان‌ها، برابر با ۱۴ گرم است.

۱۲۲ مقدار ΔH محاسبه‌شدهٔ واکنش زیر به نسبت ΔH داده‌شده تقریباً چند درصد خطا دارد؟

$$N \equiv N(g) + ۲H_۲(g) \rightarrow H_۲N - NH_۲(g) \quad \Delta H = +۹۱ kJ$$

پیوند	$N \equiv N$	$H - H$	$N - H$	$N - N$
$\Delta H_{\text{پیوند}} (kJ.mol^{-۱})$	۹۴۴	۴۳۶	۳۸۸	۱۶۱

۱) ۵ ۲) ۸

۳) ۱۰ ۴) ۱۳

۱۲۳ کدام گزینه عبارتی نادرست است؟

۱) شبکهٔ بلوری آرایش سه‌بعدی ذرات را فقط در یک حالت فیزیکی نمایش می‌دهد.

۲) فرمول شیمیایی در هر ترکیب برابر با ساده‌ترین نسبت کاتیون به آنیون سازندهٔ آن است.

۳) اختلاف شعاع اتم کلر با یون آن بیشتر از اختلاف شعاع اتم فلوئور با یون پایدار آن است.

۴) در گروه دوم و ردیف دوم بزرگ‌ترین شعاع یون پایدار مربوط به عنصری است که بزرگ‌ترین شعاع اتمی را هم دارد.

۱۲۴ مراحل انجام یک واکنش کلی عبارت است از:

۱) $۲NO(g) \rightarrow N_۲O_۲(g)$

۲) $۲H_۲(g) \rightarrow ۴H(g)$

۳) $N_۲O_۲(g) + H(g) \rightarrow N_۲O(g) + HO(g)$

۴) $۲HO(g) + ۲H(g) \rightarrow ۲H_۲O(g)$

۵) $H(g) + N_۲O(g) \rightarrow HO(g) + N_۲(g)$

ΔH این واکنش کلی برابر چند کیلوژول است؟ (آنتالپی پیوندهای $N \equiv N$، $H - H$، $N = O$ و میانگین آنتالپی پیوند $H - O$ به ترتیب برابر ۹۴۴، ۴۳۶، ۶۰۷ و ۴۶۳ کیلوژول است)

۱) -۲۱۶ ۲) +۲۱۶

۳) +۷۱۰ ۴) -۷۱۰

www.alirezaafshar.org

۱۲۵ چند مورد از موارد زیر درست هستند؟

الف) مواد معدنی بیشترین سهم مصرف در آینده را به خود اختصاص داده‌اند.

ب) بیشترین رشد مصرف مواد نسبت به قبل مربوط به فلزات است.

پ) استفاده از سوخت‌های فسیلی به مرور زمان کاهش می‌یابد.

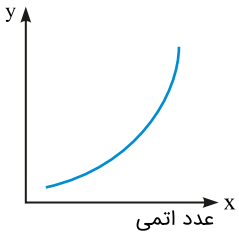
ت) به‌تقریب جرم کل مواد در کرهٔ زمین ثابت است.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۴ ۴) ۳

۱۲۶ چه تعداد از ویژگی‌های زیر پیرامون گروه هالوژن‌ها می‌تواند جایگزین y در محور عمودی نمودار زیر شود؟

- دمای لازم برای واکنش با گاز هیدروژن
- شمار لایه‌های الکترونی
- تمایل به از دست دادن الکترون
- شعاع اتمی
- واکنش‌پذیری
- نقطهٔ جوش هالوژن‌ها



۱) ۶

۲) ۵

۳) ۳

۴) ۲

۱۲۷ کدام مقایسهٔ زیر بین میانگین آنتالپی دو پیوند داده‌شده درست است؟

۱) $C = C > C \equiv C$ ۲) $N - H < O - H$

۳) $H - F < H - Cl$ ۴) $I - I > Br - Br$

۱۲۸ باتوجه‌به واکنش زیر، آنتالپی پیوند $C - Cl$ برحسب کیلوژول کدام است؟

پیوند	$C - O$	$H - Cl$	$O - H$
آنتالپی پیوند $(kJ.mol^{-1})$	۳۸۰	۴۳۱	۴۳۶

$$CH_3OH(g) + HCl(g) \rightarrow CH_3Cl(g) + H_2O(g) \ , \ \Delta H = -10\,kJ$$

۱) ۳۶۵ ۲) ۴۰۵

۳) ۳۸۵ ۴) ۳۵۸

۱۲۹ در چه تعداد از واکنش‌های زیر، واکنش‌پذیری فرآورده‌های حاصل از واکنش‌دهنده‌ها کمتر است؟

الف) $FeO(s) + Na(s) \xrightarrow{\Delta} \dots$

ب) $FeO(s) + Cu(s) \xrightarrow{\Delta} \dots$

پ) $Na_2O(s) + C(s) \xrightarrow{\Delta} \dots$

ت) $FeO(s) + C(s) \xrightarrow{\Delta} \dots$

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۱۳۰ چند میلی‌لیتر آب مقطر با دمای $9^\circ C$ باید به ۷۵ میلی‌لیتر آب مقطر با دمای $35^\circ C$ اضافه شود تا دمای پایانی سامانه، به $19^\circ C$ برسد و برای افزایش دمای مخلوط حاصل از $19^\circ C$ به $44^\circ C$، چند کیلوژول گرما لازم است؟ (از تبادل گرما با محیط چشم‌پوشی شود، $c = 4/2\ J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$)

۱) ۱۶۰ ، ۱۲/۶۲۵ ۲) ۱۶۰ ، ۲۰/۴۷۵

۳) ۱۲۰ ، ۱۲/۶۲۵ ۴) ۱۲۰ ، ۲۰/۴۷۵

۱۳۱ چه تعداد از واکنش‌های زیر به‌طور خودبه‌خودی انجام می‌شود؟

الف) واکنش عنصری که ۵ الکترون با ویژگی $l = 0$ دارد با اکسید دومین فلز قلیایی خاکی

ب) واکنش عنصری که تعداد الکترون‌های لایهٔ سوم آن ۵ برابر تعداد الکترون‌های لایهٔ چهارم آن است با زنگ آهن

پ) واکنش سولفات کاتیونی با آرایش $[Ar]3d^9$ با آخرین فلز دورهٔ سوم جدول دوره‌ای عنصرها

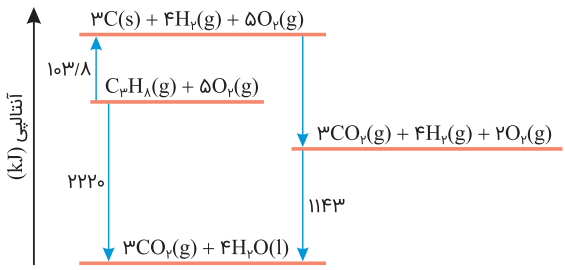
ت) واکنش گرافیت با اکسید اولین شبه‌فلز گروه ۱۴ جدول دوره‌ای عنصرها

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۱۳۲ باتوجه‌به نمودار داده‌شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

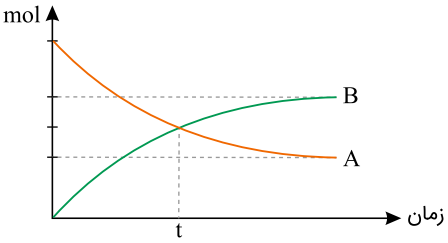
- آنتالپی تهیهٔ یک مول آب از عنصرهای گازی سازندهٔ آن، برابر $1143\ kJ$ است.
- انرژی آزادشده از اکسایش یک مول کربن و تشکیل گاز CO_2، برابر $393/6\ kJ$ است.
- انرژی آزادشده از سوختن یک مول پروپان در دمای $120^\circ C$ و فشار ۱ اتمسفر، برابر $2220\ kJ$ است.
- این نمودار، تغییرات انرژی یک واکنش سه‌مرحله‌ای را نشان می‌دهد که آنتالپی آن، برابر $-2220\ kJ$ است.
- از نمودار می‌توان دریافت که فرآوردهٔ حاصل از اکسایش هیدروژن، پایدارتر از فرآوردهٔ حاصل از اکسایش کربن است.



۱) ۲ ۲) ۳

۳) ۴ ۴) ۵

۱۳۳ سرعت متوسط واکنش $۳B \rightarrow ۲A$ برابر با $۰/۲\ mol.s^{-۱}$ است، اگر واکنش با ۱۰ مول A شروع شود، t کدام است؟



۱) ۵

۲) ۸

۳) ۱۰

۴) ۱۵

۱۳۴ ۰/۰۴ گرم هیدروژن در مجاورت کاتالیزگر به ۰/۸۴ گرم آلکن افزوده می‌شود و آن را به آلکان تبدیل می‌نماید. از سوختن آلکان حاصل چند مول کربن دی‌اکسید حاصل می‌شود؟ (تمامی واکنش‌دهنده‌ها استفاده می‌شوند) $(C = ۱۲\ ,\ H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۰/۰۳

۲) ۰/۰۴

۳) ۰/۰۵

۴) ۰/۰۶

۱۳۵ طی واکنش سوختن ۱ مول پروپن مقدار $۱۰۲۹\ kJ.mol^{-۱}$ گرما آزاد می‌شود. اگر مخلوطی از گازهای پروپن و اکسیژن به حجم ۳۰/۸ لیتر در شرایط STP باهم به‌طور کامل واکنش دهند و چیزی از آن‌ها باقی نماند، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟

۱) ۳۰۲/۵

۲) ۲۵۷/۲۵

۳) ۱۲۷/۷۶

۴) ۴۱۱/۲

استاد علیرضا افشار
"سوال و جواب"
@soal_javab_ostad_afshar

۱۳۶ کدام گزینهٔ زیر نادرست است؟

۱) خصلت فلزی Mg بیشتر از Al و کمتر از Na است.

۲) رسانایی الکتریکی Si کمتر از Al و بیشتر از فسفر است.

۳) درخشندگی عنصر فسفر بیشتر از Si و کمتر از گوگرد است.

۴) تمایل به از دست دادن الکترون Al کمتر از Mg و بیشتر از فسفر است.

۱۳۷ کدام گزینه درست است؟

۱) موز و گوجه‌فرنگی رسیده گاز اتیلن مصرف می‌کنند.

۲) آلکان‌ها به دلیل سیرشده بودن برخلاف آلکن‌ها واکنش‌ناپذیرند.

۳) ۳- اتیل- ۲، ۵، ۵- تری‌متیل هگزان نامی نادرست برای یک هیدروکربن است.

۴) توانایی اتم کربن در تشکیل انواع پیوندهای یگانه، دوگانه و سه‌گانه در هیدروکربن‌های مختلف مانند هیدروژن سیانید و اتن موجب تشکیل میلیون‌ها ترکیب کربن‌دار شده است.

۱۳۸ ΔH واکنش سنتز ۱ مول آمونیاک از گازهای هیدروژن و نیتروژن باتوجه‌به جدول زیر کدام است؟

مواد	$N-H$	$H-H$	$N\equiv N$
آنتالپی پیوند $(kJ.mol^{-1})$	۳۹۱	۴۳۵	۹۴۵

۱) -۹۶
۲) -۴۸
۳) +۹۶
۴) +۴۸

۱۳۹ کدام‌یک از ترکیب‌های آهن‌دار در آب محلول است؟

۱) آهن (III) اکسید
۲) آهن (II) کلرید
۳) آهن (II) هیدروکسید
۴) آهن (III) هیدروکسید

۱۴۰ کدام‌یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

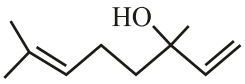
۱) اتم کربن برای رسیدن به آرایش هشت‌تایی پایدار تنها می‌تواند چهار پیوند اشتراکی یگانه تشکیل دهد.

۲) کمتر از ۱۳۰۰ میلیون لیتر نفت خام مصرفی دنیا برای تولید الیاف، پارچه، شوینده‌ها، رنگ و پلاستیک و ... به کار می‌رود.

۳) عنصر کربن در دورهٔ دوم و گروه چهاردهم جدول تناوبی جای دارد.

۴) اتم کربن در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ خود دارای ۴ الکترون است.

۱۴۱ مخلوطی از بنزآلدهید و یک ترکیب با ساختار زیر درون یک ظرف دربسته به‌طور کامل سوزانده می‌شود. اگر میزان آب حاصل برابر با ۷/۸ مول و CO_2 تولیدشده برابر با ۹/۴ مول باشد، درصد مولی بنزآلدهید در این مخلوط کدام است؟ (از سوختن هر دو ترکیب، $CO_2(g)$ و $H_2O(l)$، تشکیل می‌شود، $H=1\ ,\ C=12\ ,\ O=16 : g.mol^{-1}$)



۱) ۱۵
۲) ۲۰
۳) ۲۵
۴) ۳۰

۱۴۲ پس از تجزیهٔ ۵۰۰ گرم کلسیم کربنات ۸۰ درصد خالص، چند گرم مادهٔ جامد در ظرف باقی می‌ماند درصورتی‌که بازدهٔ درصدی واکنش ۷۵ درصد باشد؟ $(Ca=40\ ,\ C=12\ ,\ O=16 : g.mol^{-1})$

$$CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$$

۱) ۱۳۲
۲) ۱۶۸
۳) ۳۶۸
۴) ۳۳۲

۱۴۳ عنصر X با $_{35}Y$ هم‌گروه و با $_{12}Z$ هم‌دوره است. چه تعداد از عبارت‌های زیر پیرامون عنصر X درست می‌باشد؟

الف) جزو عناصر دستهٔ p است.

ب) در دمای اتاق به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

پ) شمار الکترون با $l = 2$ در آن برابر ۱۰ است.

ت) جریان برق و گرما را از خود عبور نمی‌دهد.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۱۴۴ چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

الف) حل مشکل حمل‌ونقل و ساخت داروهای تازه ازجمله کاربردهای نفت خام است.

ب) در آلکان شاخه‌دار، هر کربن به سه یا چهار اتم کربن دیگر متصل است.

پ) اگر ساختار هیدروکربن‌ها متفاوت باشد، رفتار آن‌ها باهم متفاوت خواهد بود.

ت) سوخت اکثر فندک‌ها، گاز پروپان است که تحت‌فشار پر شده‌اند.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

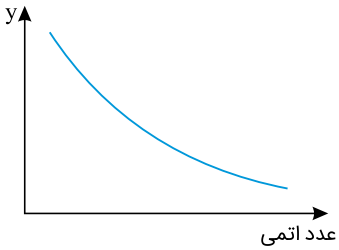
۱۴۵ اگر در نمودار داده‌شده محور xها را عدد اتمی در نظر بگیریم، محور y چه تعداد از موارد زیر می‌تواند باشد؟

الف) واکنش‌پذیری فلزات گروه اول جدول تناوبی

ب) شعاع اتمی در یک دوره

پ) دمای لازم برای واکنش هالوژن‌ها با گاز هیدروژن

ت) خصلت نافلزی در یک دوره



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۴۶ اگر آنتالپی سوختن گازهای پروپین و اتین به ترتیب برابر ۱۹۳۸- و ۱۳۰۰- کیلوژول بر مول باشد از سوختن $2/16\ g$ گرم گاز ۱- بوتین چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ $(H = 1\ ,\ C = 12 : g.mol^{-1})$

۱) ۱۰۱/۱۴ ۲) ۱۰۳/۰۴

۳) ۱۱۲/۱۶ ۴) ۱۱۴/۱۸

www.alirezaafshar.org

۱۴۷ کدام گزینهٔ زیر علت مناسبی برای تغییرات شعاع اتمی عناصر در یک گروه از جدول تناوبی نیست؟

۱) تعداد پروتون‌های هستهٔ عناصر

۲) شمار سطوح انرژی

۳) تعداد لایه‌های الکترونی

۴) احتمال وجود الکترون‌ها در لایه‌ها و زیرلایه‌های درونی

۱۴۸ یک قطعه سیم مسی در ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۴ مولار نقره نیترات قرار داده شده است. اگر سرعت متوسط واکنش برابر $۰/۱۵\,mol.min^{-۱}$ باشد، چند ثانیه زمان لازم است تا غلظت مس (II) نیترات به ۰/۱ مول بر لیتر برسد و اگر $Ag(s)$ تنها بر روی قطعهٔ مس بنشیند، جرم این قطعه در این لحظه، چند گرم تغییر می‌کند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید) $(Cu = ۶۴\ ,\ Ag = ۱۰۸ : g.mol^{-۱})$

$$Cu(s) + ۲AgNO_۳\,(aq) \rightarrow Cu(NO_۳)_۲\,(aq) + ۲Ag(s)$$

۱) ۸۰ ، ۳/۰۴

۲) ۸۰ ، ۰/۸۸

۳) ۴۰۰ ، ۳/۰۴

۴) ۴۰۰ ، ۰/۸۸

۱۴۹ از دیدگاه انرژی، ..... شامل یک فرآیند جذب انرژی از بدن و یک فرآیند گوارش است که .....

۱) نوشیدن شیر داغ، هر دو فرآیند گرماده هستند.

۲) خوردن بستنی، هر دو فرآیند گرماگیر هستند.

۳) نوشیدن شیر داغ، فرآیند گوارش یک فرآیند هم‌دمای گرماگیر است.

۴) خوردن بستنی، فرآیند گوارش یک فرآیند هم‌دما و همراه با آزاد شدن انرژی است.

۱۵۰ عنصر X در دورهٔ سوم و گروه هفدهم جدول تناوبی جای دارد. چه تعداد از موارد زیر پیرامون عنصر X درست است؟

الف) در دمای اتاق عنصری به حالت مایع است.

ب) هم گروه با $_{۳۴}Se$ است.

پ) در اثر ضربه خرد می‌شود.

ت) عدد اتمی آن برابر ۳۵ است.

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

استاد علیرضا افشار
”همایش ها“
@hamayesh_dr_afshar

www.alirezaafshar.org

حسابان

۱ گزینه ۱

$$\log ۲ + \log ۳ + \log ۴ = a \Rightarrow \log ۲۴ = a$$

$$\frac{۳\log ۶ + ۲\log ۸}{\log ۲۴۰۰} = \frac{\log ۶^{۳} + \log ۸^{۲}}{\log ۲۴ + \log ۱۰۰} = \frac{\log(۳ \times ۲^{۳})(۳ \times ۲^{۳})(۳ \times ۲^{۳})}{\log ۲۴ + ۲}$$

$$= \frac{\log ۲۴^{۳}}{\log ۲۴ + ۲} = \frac{۳\log ۲۴}{\log ۲۴ + ۲} = \frac{۳a}{a + ۲}$$

۲ گزینه ۳

$$۴ + ۳\log ۲x = ۱۶ \Rightarrow ۳\log ۲x = ۱۲ \Rightarrow \log ۲x = ۴$$

$$\Rightarrow ۲x = ۱۰^{۴} = ۱۰۰۰۰ \Rightarrow x = \frac{۱۰۰۰۰}{۲} = ۵۰۰۰$$

جواب این معادله برابر $x = ۵۰۰۰$ است که یک عدد چهار رقمی است.

۳ گزینه ۱

$$\log_a^{(\sqrt{۲}+۱)} \times \log_a^{(\sqrt{۲}+۱)(۷-۴\sqrt{۳})} + ۱ = \log_a^{(\sqrt{۲}+۱)} \left(\log_a^{(\sqrt{۲}+۱)} + \log_a^{(۷-۴\sqrt{۳})} \right) + ۱$$

حالا باتوجه‌به اینکه $۷ - ۴\sqrt{۳} = (۲ - \sqrt{۳})^{۲} = a^{۲}$، داریم:

$$\log_a^{(\sqrt{۲}+۱)} \left(\log_a^{(\sqrt{۲}+۱)} + \log_a^{a^{۲}} \right) + ۱$$

$$= \log_a^{(\sqrt{۲}+۱)} \left(\log_a^{(\sqrt{۲}+۱)} + ۲ \right) + ۱ = \left(\log_a^{(\sqrt{۲}+۱)} \right)^{۲} + ۲ \left(\log_a^{(\sqrt{۲}+۱)} \right) + ۱$$

عبارت اخیر نیز اتحاد اول است:

$$\left(\log_a^{(\sqrt{۲}+۱)} + ۱ \right)^{۲} = \left(\log_a^{(\sqrt{۲}+۱)} + ۱\log_a^{a} \right)^{۲} = \left(\log_a^{a(\sqrt{۲}+۱)} \right)^{۲}$$

$$= \left(\log_a^{(۲-\sqrt{۳})(\sqrt{۲}+۱)} \right)^{۲} = \left(\log_a^{(۲+۲\sqrt{۲}-\sqrt{۶}-\sqrt{۳})} \right)^{۲}$$

۴ گزینه ۴

داریم $(f^{-1}og^{-1})(-9)=f^{-1}(g^{-1}(-9))$. ابتدا $g^{-1}(-9)$ را می‌یابیم. فرض می‌کنیم $g^{-1}(-9)=a$ باشد، پس $g(a)=-9$ و داریم:

$$g(x)=\frac{3-x}{2}\Rightarrow g(a)=\frac{3-a}{2}=-9\Rightarrow 3-a=-18\Rightarrow a=21$$

پس کافی است $f^{-1}(21)$ را حساب کنیم. فرض می‌کنیم $f^{-1}(21)=b$ باشد، پس $f(b)=21$ است و داریم:

$$f(x)=x^2-4x+9\Rightarrow f(b)=b^2-4b+9=21\Rightarrow b^2-4b-12=0$$
$$\Rightarrow (b-6)(b+2)=0\xrightarrow{b\geq 2} b=6$$

پس $(f^{-1}og^{-1})(-9)=6$ است.

۵ گزینه ۴

کافی است با داشتن ۲ نقطه از خط $g(x)$ معادلهٔ آن را بنویسیم که $g(x)=3x-2$ می‌شود و $g(1)=1$. می‌بینیم تابع f به ازای ورودی $x=g(1)=1$ عدد ۵ را گزارش می‌کند.

۶ گزینه ۱

دامنهٔ $f(2x-1)$ برابر با $\left[-\frac{1}{3},2\right]$ است، پس:

$$-\frac{1}{3}\leq x\leq 2\Rightarrow -\frac{2}{3}\leq 2x\leq 4\Rightarrow -\frac{5}{3}\leq 2x-1\leq 3$$

پس عبارت داخل f باید در فاصلهٔ $\left[-\frac{5}{3},3\right]$ باشد:

$$-\frac{5}{3}\leq [x]\leq 3\Rightarrow -1\leq x<4$$

۷ گزینه ۲

$$D_{\frac{f}{g}}=D_f\cap D_g-\{x|g(x)=0\}\Rightarrow g(x)=0\Rightarrow x-1=0\Rightarrow x=1$$

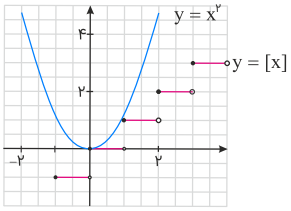
$$\left.\begin{matrix}D_f=\mathbb{R}\\ D_g=\mathbb{R}\end{matrix}\right\}\Rightarrow D_{\frac{f}{g}}=\mathbb{R}\cap\mathbb{R}-\{1\}=\mathbb{R}-\{1\}$$

۸ گزینه ۱

$\log_3^8$ یک عدد بین ۱ و ۲ است؛ پس $\log_3^8>1$ است. درنتیجه، $y=\left(\log_3^8\right)^x$ یک تابع نمایی صعودی خواهد بود.

۹ گزینه ۲

نمودار توابع $y = x^۲$ و $y = [x]$ را رسم کرده‌ایم. این دو تابع در نقاط $x = ۰$ و $x = ۱$ برابرند:



$$f(x) = \sqrt{x^۲ - [x]} \Rightarrow D_f = x^۲ - [x] \geq ۰ \Rightarrow x^۲ \geq [x]$$

جاهایی را می‌خواهیم که نمودار $x^۲$ بالای $[x]$ یا با آن برابر باشد مطابق شکل در نقاط $x = ۰$ و $x = ۱$، دو نمودار با هم برابرند و در دیگر نقاط، نمودار $x^۲$ بالای $[x]$ قرار دارد. بنابراین دامنه تابع برابر با $\mathbb{R}$ است.

به‌راحتی با عددگذاری هم می‌توانید تست را حل کنید.

۱۰ گزینه ۱

اول: اگر $x < ۰$ باشد، آنگاه $[x] \leq -۱$ است. پس عبارت $\frac{۶}{[x]}$ عددی منفی خواهد بود و جواب قابل‌قبول نیست.

دوم: با شرط $x > ۰$ سؤال را حل می‌کنیم. اول شرط دامنه را بررسی می‌کنیم. مخرج $\frac{۶}{[x]}$ نباید صفر باشد، پس:

$$[x] = ۰ \Rightarrow ۰ \leq x < ۱$$

بنابراین x در بازهٔ $[۰, ۱)$ نباید باشد.

سوم: با شرط $x > ۰$ $([x] = ۰)$ می‌توانیم طرفین نامعادله را در $[x]$ ضرب کنیم. داریم:

$$\frac{۶}{[x]} \geq ۲ \Rightarrow ۲[x] \geq ۶ \Rightarrow [x] \leq ۳ \Rightarrow x < ۴$$

چهارم: باتوجه‌به بازه‌های به دست آمده در قسمت اول تا سوم مجموعهٔ جواب نامعادله بازهٔ $۱ \leq x < ۴$ است.

۱۱ گزینه ۲

$$-۶ \leq x < ۳ \Rightarrow -۲ \leq \frac{x}{۳} < ۱$$

تعداد پاره‌خط‌ها: $۱ - (-۲) = ۳$

۱۲ گزینه ۳

گام اول

می‌دانیم اگر نقطهٔ $A(\alpha, \beta)$ در ضابطهٔ تابع صدق کند، نقطهٔ به مختصات $A'(\beta, \alpha)$ در ضابطهٔ وارون تابع صدق می‌کند.

گام دوم

$$x = ۴ \Rightarrow f(۴) = \sqrt{۴} = ۲ \Rightarrow (۴, ۲) \in f \Rightarrow (۲, ۴) \in f^{-۱}$$

با استفاده از این نقطه گزینه‌های ۱ و ۴ نمی‌توانند جواب تست باشند.

$$x = -۴ \Rightarrow f(-۴) = -\sqrt{۴} = -۲ \Rightarrow (-۴, -۲) \in f \Rightarrow (-۲, -۴) \in f^{-۱}$$

باتوجه‌به این دو مثال ضابطهٔ وارون تابع به صورت $f^{-۱}(x) = x|x|$ خواهد بود.

۱۳ گزینه ۲

گزینهٔ "۱":

$$\frac{۱}{\sqrt{۲}+۱}=\sqrt{۲}-۱\Rightarrow \sqrt{۳}^{\frac{۱}{\sqrt{۲}+۱}}=\sqrt{۳}^{\sqrt{۲}-۱}$$

گزینهٔ "۲":

$$(\sqrt{۲}-۱)^{x}>(\sqrt{۲}-۱)^{x^{۲}} \xrightarrow{۰<\sqrt{۲}-۱<۱} x<x^{۲}$$
$$\Rightarrow x^{۲}-x>۰\Rightarrow x<۰ \text{ یا } x>۱$$

گزینهٔ "۳": مثال نقض $x=۲$ دارد.

۱۴ گزینه ۱

هر تابع خطی به‌صورت $f(x)=ax+b$ است. پس خواهیم داشت:

$$\begin{cases} f(۲)=۲a+b \\ f(۷)=۷a+b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۲a+b=۵ \\ ۷a+b=۱۲ \end{cases} \Rightarrow a=\frac{۷}{۵} \quad , \quad b=\frac{۱۱}{۵}$$

پس تابع خطی به‌صورت $f(x)=\frac{۱}{۵}(۷x+۱۱)$ است.

$$f^{-۱}(۱۹)=x \quad \Rightarrow \quad f(x)=۱۹ \quad \Rightarrow \quad \frac{۱}{۵}(۷x+۱۱)=۱۹ \quad \Rightarrow \quad x=۱۲$$

۱۵ گزینه ۴

طبق معادلهٔ سؤال $x\neq ۰$ است، حال باید داشته باشیم:

$$\left[\frac{۳}{۲}x\right]=\frac{۳x}{۲}$$

اگر $[a]=a$ باشد $a\in\mathbb{Z}$ است. پس:

$$\frac{۳}{۲}x\in\mathbb{Z}\Rightarrow \frac{۳}{۲}x=k \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} x=\frac{۲}{۳}k$$
$$۰\leq\frac{۲}{۳}k\leq ۵ \xrightarrow{\times\frac{۳}{۲}} ۰\leq k\leq ۷/۵ \xrightarrow{k\neq ۰} ۰<k\leq ۷/۵$$

پس k می‌تواند اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ ، ۶ و ۷ باشد. دقت کنید که اگر $k=۰$ باشد $x=۰$ است و مخرج کسر معادلهٔ اولیه را صفر می‌کند.

۱۶ گزینه ۴

$$\log(۲x-۵)+\log(x+۱)=\log(۴x-۱)\Rightarrow \log(۲x-۵)(x+۱)=\log(۴x-۱)$$
$$\Rightarrow ۲x^{۲}+۲x-۵x-۵=۴x-۱\Rightarrow ۲x^{۲}-۷x-۴=۰$$
$$\Rightarrow x=\frac{۷\pm\sqrt{۴۹+۳۲}}{۴}=\frac{۷\pm ۹}{۴}\Rightarrow \begin{cases} x=۴ & (\text{ق.ق}) \\ x=-\frac{۱}{۲} & (\text{غ.ق.ق}) \end{cases}$$
$$\log_{۳}^{(۲x+۱)}=\log_{۳}^{(۲\times ۴+۱)}=\log_{۳}^{۹}=۲$$

۱۷ گزینه ۱

فقط در مورد "پ"، به ازای همهٔ مقادیر x، تمام مقادیر f و g قرینهٔ یکدیگر هستند.

۱۸ گزینه ۲

باتوجه‌به نمودار داده‌شده نمودار g به‌صورت $g(x)=a(x+\frac{۱}{۲})^{۲}-\frac{۵}{۴}$ است، باتوجه‌به اینکه $g(۰)=-۱$ است مقدار a برابر ۱ به دست می‌آید. پس:

$$g(x)=(x+\frac{۱}{۲})^{۲}-\frac{۵}{۴}=x^{۲}+x-۱$$

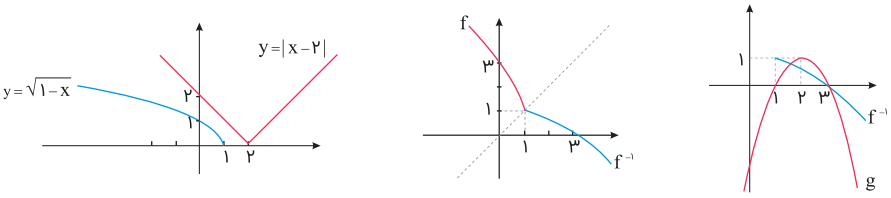
حال داریم:

$$\begin{cases} gof(x)=f^{۲}(x)+f(x)-۱ \\ gof(x)=x^{۴}-x^{۲}-۱ \end{cases} \Rightarrow f^{۲}(x)+f(x)-۱=x^{۴}-x^{۲}-۱$$

$$\Rightarrow f^{۲}(x)+f(x)-x^{۴}+x^{۲}=۰$$
$$\Rightarrow (f(x)+x^{۲})(f(x)-x^{۲}+۱)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x)=-x^{۲} \\ f(x)=x^{۲}-۱ \end{cases}$$

۱۹ گزینه ۳



مطابق شکل توابع $f^{-۱}$ و g در دو نقطه متقاطع‌اند.

۲۰ گزینه ۳

$$y=\frac{۲^{x}}{۱+۲^{x}} \Rightarrow y(۱+۲^{x})=۲^{x} \Rightarrow y+y۲^{x}-۲^{x}=۰$$

$$\Rightarrow ۲^{x}(y-۱)=-y \Rightarrow ۲^{x}=\frac{-y}{y-۱}=\frac{y}{۱-y}$$

از طرفین عبارت فوق لگاریتم در مبنای ۲ می‌گیریم:

$$۲^{x}=\frac{y}{۱-y} \Rightarrow \log_{۲}۲^{x}=\log_{۲}(\frac{y}{۱-y}) \Rightarrow x=\log_{۲}(\frac{y}{۱-y})$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=\log_{۲}(\frac{x}{۱-x})$$

۲۱ گزینه ۳

گام اول

دو فرض در مسئله در نظر گرفته شده است، یعنی اینکه $(۴,۲) \in fog$ و $(۴,۱) \in gof$ است. $(۴,۲) \in fog$ است، یعنی $f(g(۴)) = ۲$ و $(۴,۱) \in gof$ است. یعنی $g(f(۴)) = ۱$. حال این دو شرط را بررسی می کنیم.

گام دوم

تعیین a و b با استفاده از دو شرط $f(g(۴)) = ۲$ و $g(f(۴)) = ۱$:

$$f(g(۴)) = ۲ \xrightarrow{f(۳)=۲} g(۴) = ۳ \xrightarrow{(a,۳)\in g} a = ۴$$
$$g(f(۴)) = ۱ \xrightarrow{f(۴)=۵} g(۵) = ۱ \xrightarrow{(b,۱)\in g} b = ۵$$

پس دوتایی مرتب (a, b) به صورت $(۴, ۵)$ درمی‌آید.

۲۲ گزینه ۴

دو معادلهٔ نمایی و لگاریتمی داده‌شده را ساده می‌کنیم. سپس با تشکیل یک دستگاه، مقادیر x و y را به دست می‌آوریم.

برای حل از دو ویژگی $\log a + \log b = \log ab$ و $a^n \times a^m = a^{m+n}$ استفاده می‌کنیم.

$$\begin{cases} ۲^x \times ۸^y = ۴ \Rightarrow ۲^x \times (۲^۳)^y = ۲^۲ \Rightarrow ۲^x \times ۲^{۳y} = ۲^۲ \Rightarrow x + ۳y = ۲ \\ \log x = \log ۲ + \log y \Rightarrow \log x = \log ۲y \Rightarrow x = ۲y \end{cases}$$
$$\Rightarrow ۲y + ۳y = ۲ \Rightarrow ۵y = ۲ \Rightarrow y = \frac{۲}{۵} \xrightarrow{x=۲y} x = \frac{۴}{۵}$$

۲۳ گزینه ۱

$$f(x) = x^۲ + ۲x + ۴ \Rightarrow (g(x))^۲ - ۴g(x) + ۷ = x^۲ + ۲x + ۴$$
$$\Rightarrow (g(x))^۲ - ۴g(x) + ۴ = x^۲ + ۲x + ۱$$
$$\Rightarrow (g(x) - ۲)^۲ = (x + ۱)^۲$$
$$\Rightarrow \begin{cases} g(x) - ۲ = x + ۱ \\ g(x) - ۲ = -x - ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} g(x) = x + ۳ \\ g(x) = ۱ - x \end{cases}$$

مجموع مقادیر ممکن برای $g(x)$ برابر ۴ است.

۲۴ گزینه ۱

$$\log_{۳۰}^{\sqrt{۲۷}} = \log_{۳۰}^{۳^{\frac{۳}{۲}}} = \frac{۳}{۲}\log_{۳۰}^{۳} = \frac{۳}{۲} \times \frac{۱}{\log_{۳}^{۳۰}} = \frac{۳}{۲}\left(\frac{۱}{\cancel{\log_{۳}^{۳}}^{۱} + \log_{۳}^{۱۰}}\right)$$
$$= \frac{۳}{۲}\left(\frac{۱}{۱ + \log_{۳}^{۲} + \log_{۳}^{۵}}\right) = \frac{۳}{۲}\left(\frac{۱}{۱ + a + \frac{۱}{b}}\right) = \frac{۳}{۲}\left(\frac{b}{ab + b + ۱}\right)$$

۲۵ گزینه ۳

عبارت را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\frac{۴^{\sqrt{۲۴۳}}}{۲^{\sqrt{۲۷}}} = ۸^x \Rightarrow \frac{۴^{\sqrt{۳۵}}}{۲^{\sqrt{۳۳}}} = (۲^۳)^x \Rightarrow \frac{(۲^۲)^{\sqrt{۳۵}}}{۲^{\sqrt{۳۳}}} = ۲^{۳x}$$
$$\Rightarrow \frac{۲^{۲\sqrt{۳۵}}}{۲^{\sqrt{۳۳}}} = ۲^{۳x} \Rightarrow ۲^{۲\sqrt{۳۵} - \sqrt{۳۳}} = ۲^{۳x} \Rightarrow ۲^{۲ \times ۳^۲\sqrt{۳} - ۳\sqrt{۳}} = ۲^{۳x}$$
$$\Rightarrow ۲^{۱۸\sqrt{۳} - ۳\sqrt{۳}} = ۲^{۳x} \Rightarrow ۲^{۱۵\sqrt{۳}} = ۲^{۳x} \Rightarrow ۳x = ۱۵\sqrt{۳} \Rightarrow x = ۵\sqrt{۳}$$

www.alirezaafshar.org

۲۶ گزینه ۲

$$a^۲ - a = ۲ \Rightarrow a^۲ - a - ۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = -۱ \\ a = ۲ \end{cases}$$

$$a = -۱ : f = \{(۳ , ۲), (-۱ , ۵), (b , ۲), (-۱ , ۴)\}$$

رابطه تابع نیست. (غیرقابل‌قبول)

$$a = ۲ : f = \{(۳ , ۲), (۲ , ۵), (b , ۲), (-۱ , ۴)\}$$

رابطه تابع است. (قابل‌قبول)

$$\Rightarrow b = ۳$$

رابطه تابع یک‌به‌یک است (قابل‌قبول).

۲۷ گزینه ۲

$$y = (\frac{۲}{۳})^{x} \xrightarrow{x=-۱} y = (\frac{۲}{۳})^{-۱} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow (-۱, \frac{۳}{۲}) \in f$$

۲۸ گزینه ۳

تابع گویا، تابعی کسری است که در صورت و مخرج کسر آن، توابع چندجمله‌ای قرار می‌گیرند (البته مخرج کسر نباید صفر باشد.) و می‌دانیم در یک تابع چندجمله‌ای، درجهٔ جملات همگی عضو اعداد حسابی $(\mathbb{W})$ هستند.

در گزینه "۱"، صورت و مخرج، هر دو چندجمله‌ای از درجهٔ ۱ هستند.

در گزینه "۲"، بعد از نوشتن $\sqrt[۳]{۷x^۳} = \sqrt[۳]{۷}x$، باز هم صورت و مخرج هر دو، چندجمله‌ای از درجهٔ ۱ می‌شوند.

در گزینه "۳"، در صورت، یک چندجمله‌ای از درجهٔ ۱ داریم. اما در مخرج کسر بعد از نوشتن $\sqrt{۷x} = \sqrt{۷}x^{\frac{۱}{۲}}$، از آن‌جا که $\frac{۱}{۲} \notin \mathbb{W}$ پس همین گزینه جواب تست است. ضمناً دقت کنید که گزینه "۴" را می‌توان به‌صورت $y = ۳ = \frac{۳}{۱}$ نوشت که در آن، هم صورت و هم مخرج، چندجمله‌ای از درجهٔ صفر محسوب می‌شوند.

۲۹ گزینه ۱

چون $y = f(x)$ و $y = g(x)$ نسبت به محور xها قرینه‌اند، پس $g(x) = -f(x)$. بنابراین:

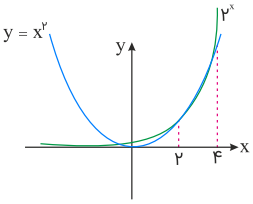
$$\log_{(۲a+۸)}^{\frac{۱}{x}} = -\log_{a^۲}^{x} \Rightarrow \log_{(۲a+۸)}^{x^{-۱}} = -\log_{a^۲}^{x}$$
$$\Rightarrow -\log_{(۲a+۸)}^{x} = -\log_{a^۲}^{x} \Rightarrow \log_{(۲a+۸)}^{x} = \log_{a^۲}^{x}$$
$$\Rightarrow a^۲ = ۲a + ۸ \Rightarrow a^۲ - ۲a - ۸ = ۰ \Rightarrow (a - ۴)(a + ۲) = ۰ \Rightarrow a = ۴ \text{ یا } a = -۲$$

که هر دو قابل‌قبول‌اند زیرا:

$$a = ۴ : f(x) = \log_{۱۶}^{x} \quad ; \quad g(x) = \log_{۱۶}^{\frac{۱}{x}} = -\log_{۱۶}^{x}$$
$$a = -۲ : f(x) = \log_{۴}^{x} \quad ; \quad g(x) = \log_{۴}^{\frac{۱}{x}} = -\log_{۴}^{x}$$

۳۰ گزینه ۳

با عددگذاری به‌راحتی می‌توانید بفهمید که دو تابع در نقاط $x=۲$ و $x=۴$ همدیگر را قطع می‌کنند. باتوجه‌به شکل دو تابع یکدیگر را در سه نقطه قطع می‌کنند. به شکل زیر توجه کنید:

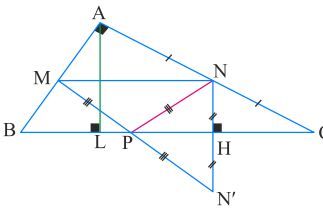


در بازهٔ $x \in (۲,۴)$ تابع $y=۲^x$ زیر تابع $y=x^۲$ قرار دارد و در بازهٔ $(۴,+\infty)$ تابع $y=۲^x$ بالای $y=x^۲$ قرار دارد.

هندسه

۳۱ گزینه ۱

بازتاب N را نسبت به BC، N' می‌نامیم. MN'، BC را در P قطع می‌کند.



$$MN+PN+MP=MN+PN'+MP=MN+MN'$$

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow MN=\frac{BC}{۲},\ BC^۲=۳^۲+۴^۲$$

$$\Rightarrow BC=۵\Rightarrow MN=\frac{۵}{۲}$$

$$AL=\frac{AB\times AC}{BC}=\frac{۱۲}{۵}$$

$$\overset{\Delta}{ALC}:\ AC\text{وسط}N\ ,\ H=۹۰^\circ\Rightarrow NH=\frac{AL}{۲}=\frac{۶}{۵}$$

$$NN'=۲NH=۲\times\frac{۶}{۵}=\frac{۱۲}{۵}\ ,\ M\hat{N}N'=۹۰^\circ$$

$$\Rightarrow S_{\overset{\Delta}{MNN'}}=\frac{۱}{۲}MN\times NN'=\frac{۱}{۲}\times\frac{۵}{۲}\times\frac{۱۲}{۵}=۳$$

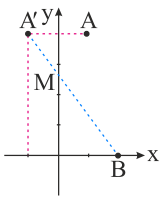
$$S_{\overset{\Delta}{MNP}}=\frac{۱}{۲}S_{\overset{\Delta}{MNN'}}=\frac{۱}{۲}\times۳=\frac{۳}{۲}$$

۳۲ گزینه ۱

قرینه A نسبت به محور y را نقطه A' می‌نامیم:

$$A(۱, ۴) \to A'(-۱, ۴)$$

از A' به B وصل می‌کنیم طبق قضیه هرون طول کوتاه‌ترین مسیر مذکور برابر است با طول مسیر $MA + MB$. که طبق ویژگی‌های بازتاب داریم: $MA = MA'$

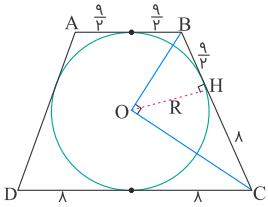


پس:

$$MA + MB = MA' + MB = A'B = \sqrt{(۲ + ۱)^۲ + (۰ - ۴)^۲}$$

$$= \sqrt{۹ + ۱۶} = \sqrt{۲۵} = ۵$$

۳۳ گزینه ۲

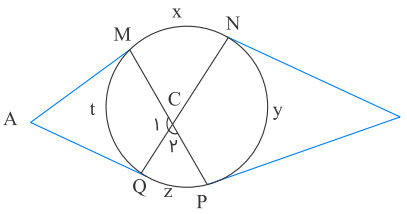


می‌دانیم نیمسازهای زاویه‌های مجاور به هر ساق ذوزنقه، بر هم عمودند. حال طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ OBC داریم:

$$OH^۲ = BH.HC \Rightarrow R^۲ = (\frac{۹}{۲})(۸) = ۳۶ \Rightarrow R = ۶$$

۳۴ گزینه ۲

از نام‌گذاری زیر استفاده می‌کنیم:



$$\hat{A} = ۲\hat{B} = \frac{x+y+z-t}{۲} \Rightarrow x+y+z-t = ۴\hat{B}$$
$$\hat{B} = \frac{x+t+z-y}{۲} \Rightarrow x+t+z-y = ۲\hat{B}$$

رابطه‌های به‌دست‌آمده را باهم جمع می‌کنیم.

$$۴\hat{B} + ۲\hat{B} = ۲x + ۲z \Rightarrow ۳\hat{B} = x+z \qquad (۱)$$

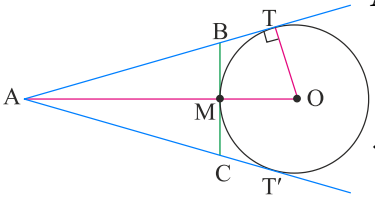
ازطرفی:

$$\left.\begin{array}{l} \hat{C}_۱ = ۳۰ + \hat{B} \Rightarrow \hat{C}_۲ = ۱۸۰ - (B+۳۰) = ۱۵۰ - \hat{B} \\ \hat{C}_۲ = \frac{x+z}{۲} \xrightarrow{(۱)} \hat{C}_۲ = \frac{۳\hat{B}}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{۳\hat{B}}{۲} = ۱۵۰ - \hat{B} \Rightarrow \hat{B} = ۶۰^\circ, \hat{A} = ۱۲۰^\circ$$

زاویهٔ $C_۱$، ۳۰ درجه از B بزرگ‌تر است، پس $C = ۹۰^\circ$؛ یعنی $MP \perp NQ$. همچنین $A - B = ۱۲۰ - ۶۰ = ۶۰^\circ$ و $A + B = ۱۲۰ + ۶۰ = ۱۸۰^\circ$.
فقط گزینهٔ ۲ قابل استدلال نیست.

۳۵ گزینه ۳

$$AT^۲ = AO^۲ - R^۲ = ۲۲۵ - ۸۱ = ۱۴۴ \Rightarrow AT = ۱۲ = AT'$$



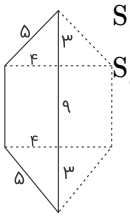
می‌دانیم:

$$\begin{cases} BT = BM \\ CT' = CM \end{cases}$$

محیط:

$$AB + AC + BC = AB + AC + (BM + MC)$$
$$= AB + AC + BT + CT' = AT + AT' = ۱۲ + ۱۲ = ۲۴$$

۳۶ گزینه ۱



$$S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{۹+۱۵}{۲} \times ۴ = ۱۲ \times ۴ = ۴۸$$
$$S_{\text{شش ضلعی}} = ۴۸ \times ۲ = ۹۶$$

۳۷ گزینه ۳

برای بازتاب یک خط نسبت به نیمساز ناحیهٔ اول و سوم (خط $y = x$)، کافی است جای متغیر x و y را عوض کنیم. پس معادلهٔ خط، $x = ۲y - ۱$ است.

۳۸ گزینه ۴

نکته: اگر زاویهٔ بین مماس مشترک‌های داخلی N باشد، داریم: $\sin\frac{N}{۲}=\frac{R+R'}{OO'}$ و اگر زاویهٔ بین مماس مشترک‌های خارجی M باشد، داریم:

$$\sin\frac{M}{۲}=\frac{R-R'}{OO'}$$

زاویهٔ بین مماس مشترک‌های داخلی ۹۰° است، پس:

$$\sin ۴۵=\frac{R+R'}{OO'}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

زاویهٔ بین مماس مشترک‌های خارجی ۶۰° است، پس:

$$\sin ۳۰=\frac{R-R'}{OO'}=\frac{۱}{۲}$$

$$\begin{cases}R+R'=\frac{\sqrt{۲}}{۲}OO'\\ R-R'=\frac{۱}{۲}OO'\end{cases}\xrightarrow{+}۲R=\frac{\sqrt{۲}+۱}{۲}OO'\Rightarrow R=\frac{\sqrt{۲}+۱}{۴}OO'$$

۳۹ گزینه ۳

لوزی و مستطیل مرکز تقارن دارند.

همچنین ۲۰ضلعی منتظم به دلیل زوج‌بودن تعداد اضلاعش مرکز تقارن دارد. ولی مثلث متساوی‌الاضلاع $(n=۳)$ ضلعی منتظم دارای مرکز تقارن نیست.

۴۰ گزینه ۴

می‌دانیم نقاط ثابت یک تبدیل بازتاب نقاط روی محور بازتاب هستند. پس نقطهٔ C باید روی خط AB باشد که در واقع محور بازتاب است:

$$\begin{cases}A(۲,۱)\\ B(۱,-۱)\end{cases}\Rightarrow m_{AB}=۲\Rightarrow AB\text{ معادلهٔ }: y-۱=۲(x-۲)$$

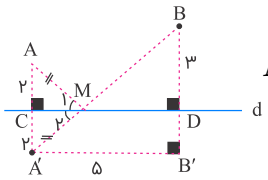
$$\Rightarrow y=۲x-۳$$

$$C\text{ جایگذاری}\Rightarrow a+۱=۸-۳\Rightarrow a=۴$$

۴۱ گزینه ۲

مطابق شکل کوتاه‌ترین مسیر AMB است. بازتاب A نسبت به d، A' می‌باشد.

به این ترتیب مسیر AMB، همان $A'B$ است. داریم:



$$A'B^۲=۵^۲+۵^۲\Rightarrow A'B=\sqrt{۵۰}\Rightarrow A'B=۵\sqrt{۲}$$

۴۲ گزینه ۴

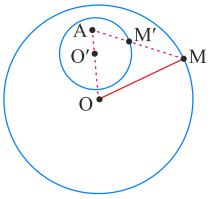
زاویهٔ خواسته‌شده، زاویهٔ بین دو وتر درون دایره و محدود به کمان‌های RQ (معلوم) و PN (مجهول) است:

$$\hat{P}=\frac{\overset{\frown}{NQ}}{۲}\xrightarrow{\hat{P}=۴۰^\circ}\overset{\frown}{NQ}=۸۰^\circ$$

$$\xrightarrow{\text{قطر }PQ}\overset{\frown}{PN}=۱۸۰^\circ-۸۰^\circ=۱۰۰^\circ$$

$$\Rightarrow R\hat{M}Q=\frac{\overset{\frown}{RQ}+\overset{\frown}{PN}}{۲}=\frac{۵۰^\circ+۱۰۰^\circ}{۲}=۷۵^\circ$$

۴۳ گزینه ۲



برای تعیین مرکز تجانس مستقیم، دو شعاع موازی از دو دایره یعنی OM و $O'M'$ را رسم می‌کنیم. محل برخورد خط واصل M و M' و همچنین امتداد خط‌المرکزین دو دایره، مرکز تجانس مستقیم است (نقطهٔ A). حال ثابت می‌کنیم این نقطه درون دایرهٔ کوچک‌تر است، یعنی حکم مسئله اثبات $O'A < R'$ است.

$$OM||O'M' \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{O'A}{OA} = \frac{O'M'}{OM} \Rightarrow \frac{O'A}{O'A + OO'} = \frac{R'}{R}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{O'A}{O'A + OO' - O'A} = \frac{R'}{R - R'}$$

$$\Rightarrow \frac{O'A}{OO'} = \frac{R'}{R - R'} \Rightarrow \frac{O'A}{R'} = \frac{OO'}{R - R'}$$

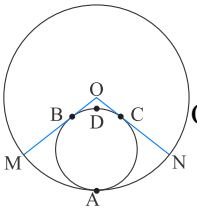
چون دو دایره متداخل‌اند، پس $OO' < R - R'$. بنابراین کسر $\frac{O'A}{R'}$ هم کوچک‌تر از واحد است، یعنی $O'A < R'$؛ پس A درون دایرهٔ کوچک‌تر است.

۴۴ گزینه ۳

اولاً در دایرهٔ بزرگ داریم:

$$\hat{O} \text{ مرکزی است} \Rightarrow \hat{O} = \overset{\frown}{MN} = ۱۰۰^\circ$$

حال باتوجه‌به اینکه OB و OC بر دایرهٔ کوچک مماس‌اند، داریم:



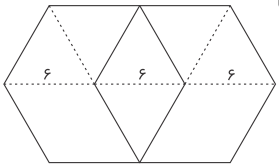
$$\hat{O} = \frac{۱}{۲}(\overset{\frown}{BAC} - \overset{\frown}{BDC}) \xrightarrow{\hat{O}=۱۰۰^\circ} \overset{\frown}{BAC} - \overset{\frown}{BDC} = ۲۰۰^\circ$$

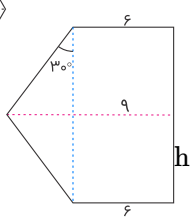
در ادامه، چون $\overset{\frown}{BAC} + \overset{\frown}{BDC} = ۳۶۰^\circ$، داریم:

$$\begin{cases} \overset{\frown}{BAC} - \overset{\frown}{BDC} = ۲۰۰^\circ \\ \overset{\frown}{BAC} + \overset{\frown}{BDC} = ۳۶۰^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overset{\frown}{BAC} = ۲۸۰^\circ \\ \overset{\frown}{BDC} = ۸۰^\circ \end{cases}$$

۴۵ گزینه ۴

می‌توانیم شکل حاصل را دو ذوزنقه روی هم در نظر بگیریم. قاعدهٔ بالای ذوزنقه برابر با ۱۲ و قاعدهٔ پایین باتوجه‌به شکل زیر برابر با ۱۸ است:





همچنین ارتفاع ذوزنقه برابر است با

$$h = \sin ۶۰ \times ۶ = ۳\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow S = \frac{۱۸ + ۱۲}{۲} \times ۳\sqrt{۳} = ۴۵\sqrt{۳}$$

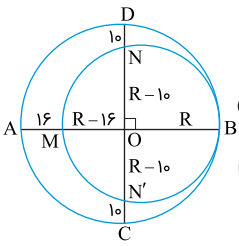
حال مساحت دو ذوزنقه را می‌خواهیم:

$$S \times ۲ = ۴۵\sqrt{۳} \times ۲ = ۹۰\sqrt{۳}$$

۴۶ گزینه ۲

از نمادگذاری شکل زیر استفاده می‌کنیم که در آن R اندازه شعاع دایره بزرگ‌تر است، به دست می‌آید: $OM = R - ۱۶\ ,\ OB = R$

اکنون بنابر روابط طولی:



$$ON \times ON' = OM \times OB$$

$$(R - ۱۰)^۲ = (R - ۱۶) \times R$$

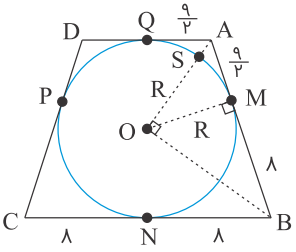
$$\Rightarrow R^۲ - ۲۰R + ۱۰۰ = R^۲ - ۱۶R \Rightarrow ۴R = ۱۰۰$$

یعنی $R = ۲۵$. با فرض اینکه r شعاع دایره کوچک‌تر است، به دست می‌آید:

$$۲r = ۲R - ۱۶ = ۵۰ - ۱۶ = ۳۴ \Rightarrow r = ۱۷$$

۴۷ گزینه ۱

می‌دانیم طول مماس‌هایی که از یک نقطه بر یک دایره رسم می‌شوند، یکسان است؛ پس $AM = AQ = \frac{۹}{۲}$ و $BM = BN = ۸$. ازطرف‌دیگر نیمسازهای زاویه‌های A و B برهم عمودند، پس $A\hat{O}B = ۹۰^\circ$ و در مثلث قائم‌الزاویهٔ AOB طبق روابط طولی، داریم:



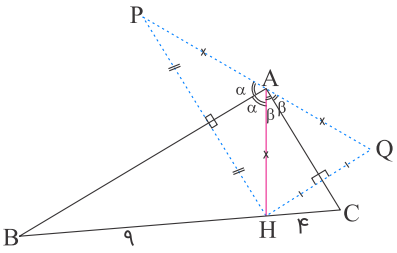
$$OM^۲ = AM.MB \Rightarrow R^۲ = (\frac{۹}{۲})(۸) = ۳۶ \Rightarrow R = ۶$$

$$OA^۲ = AM.AB = (\frac{۹}{۲})(\frac{۲۵}{۲}) \Rightarrow OA = \frac{۳ \times ۵}{۲} = \frac{۱۵}{۲}$$

نزدیک‌ترین نقطهٔ دایرهٔ محاطی به رأس A، نقطهٔ S است و داریم:

$$SA = OA - OS = \frac{۱۵}{۲} - ۶ = \frac{۳}{۲}$$

۴۸ گزینه ۳



اولاً باتوجه‌به شکل، داریم:

$$P\hat{A}Q = ۲\alpha + ۲\beta = ۲(\alpha+\beta) \xrightarrow{\alpha+\beta=۹۰^\circ} P\hat{A}Q = ۱۸۰^\circ$$

پس سه نقطهٔ P، A و Q روی یک خط قرار دارند. درنتیجه $PQ = ۲AH$. حال طول AH را با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC می‌یابیم:

$$AH^۲ = BH.HC = ۳۶ \Rightarrow AH = ۶ \Rightarrow PQ = ۱۲$$

۴۹ گزینه ۳

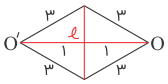
ازآنجاکه دو دایره تصویر هم تحت انتقال هستند، پس شعاع آن‌ها برابر است:

$$۲a - ۱ = ۳ \Rightarrow a = ۲$$

ازآنجاکه انتقال به اندازهٔ a انجام شده است، پس:

$$d = OO' = ۲$$

می‌دانیم اگر دو دایره هم‌اندازه باشند، OO' و وترمشترک قطرهای یک لوزی به طول ضلع شعاع دایره می‌باشند.

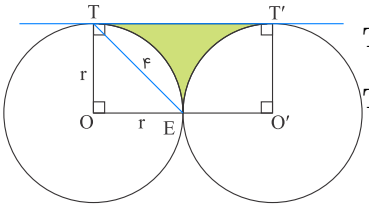


اگر طول وترمشترک را ℓ بنامیم، داریم:

$$\frac{\ell}{۲} = \sqrt{۳^۲ - ۱^۲} = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲} \Rightarrow \ell = ۴\sqrt{۲}$$

۵۰ گزینه ۲

شعاع دو دایره را r در نظر می‌گیریم. از دو نقطهٔ T و T' به مرکز دو دایره وصل می‌کنیم. باتوجه‌به شکل، چهار ضلعی $TT'O'O$ مستطیل است. داریم:



$$\overset{\Delta}{TOE} : r^۲ + r^۲ = ۴^۲ \Rightarrow ۲r^۲ = ۱۶ \Rightarrow r = ۲\sqrt{۲}$$

$$TT' = ۲r = ۴\sqrt{۲}$$

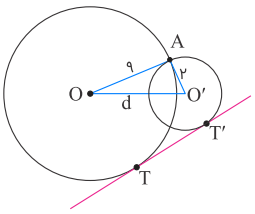
حال برای به دست آوردن مساحت قسمت رنگی، نصف مساحت دایره را از مساحت مستطیل کم می‌کنیم:

$$S_{\text{مستطیل}} = ۴\sqrt{۲} \times ۲\sqrt{۲} = ۱۶$$

$$S_{\text{دایره}} = \pi r^۲ = ۸\pi$$

$$S_{\text{رنگی}} = S_{\text{مستطیل}} - \frac{۱}{۲}(S_{\text{دایره}}) = ۱۶ - ۴\pi$$

۵۱ گزینه ۲



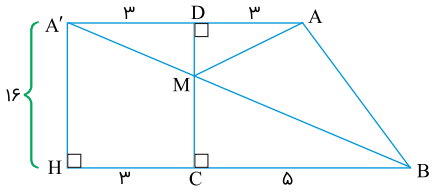
$$\overset{\Delta}{OAO'} : \hat{A} = ۹۰^\circ \Rightarrow d^۲ = ۹^۲ + ۲^۲ = ۸۵$$

$$\text{طول مماس مشترک } TT' = \sqrt{d^۲ - (R - R')^۲} = \sqrt{۸۵ - (۹ - ۲)^۲} = \sqrt{۳۶} = ۶$$

۵۲ گزینه ۴

بنابر مسئلهٔ هرون، بازتاب A را نسبت به ساق CD به دست می‌آوریم (A' در شکل). محل برخورد BA' با ساق CD را M می‌نامیم و این نقطه‌ای است که $MA + MB$ مینیمم می‌شود. دقت کنید که در این حالت $MA + MB = A'B$. بنا بر قضیهٔ فیثاغورس در مثلث $A'HB$:

$$A'B = \sqrt{A'H^۲ + BH^۲} = \sqrt{۱۶^۲ + ۸^۲} = ۸\sqrt{۵}$$



۵۳ گزینه ۳

زاویهٔ CAB محاطی است، بنابراین:

$$C\hat{A}B = \frac{\overset{\frown}{CDB}}{۲} \Rightarrow ۳x = \frac{۴x + \overset{\frown}{BD}}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{BD} = ۲x$$

زاویهٔ CMA زاویهٔ بین امتداد دو وتر است، پس:

$$C\hat{M}A = \frac{\overset{\frown}{AC} - \overset{\frown}{BD}}{۲} \Rightarrow x = \frac{\overset{\frown}{AC} - ۲x}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{AC} = ۴x$$

ازطرف‌دیگر چون AB قطر دایره است، پس:

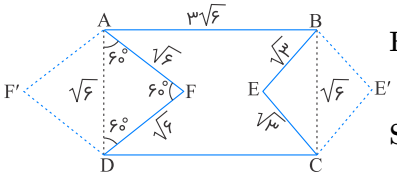
$$\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{DB} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۴x + ۴x + ۲x = ۱۸۰^\circ \Rightarrow x = ۱۸^\circ$$

درنهایت می‌توان نوشت:

$$\overset{\frown}{AC} = ۴x = ۴ \times ۱۸^\circ = ۷۲^\circ$$

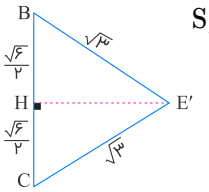
۵۴ گزینه ۴

برای افزایش مساحت بدون آنکه محیط تغییر پیدا کند، رئوس E و F را به ترتیب نسبت به محورهای BC و AD بازتاب می‌دهیم. حال مساحت مثلث‌های BCE' و ADF' را می‌یابیم.

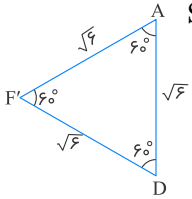


$$E'H^۲ + (\frac{\sqrt{۶}}{۲})^۲ = \left(\sqrt{۳}\right)^۲ \Rightarrow E'H = \sqrt{\frac{۳}{۲}}$$

$$S_{\overset{\triangle}{BCE'}} = \frac{۱}{۲} \times \sqrt{۶} \times \sqrt{\frac{۳}{۲}} = \frac{۳}{۲}$$



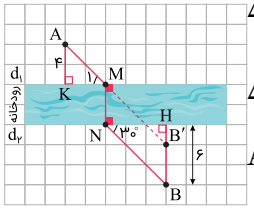
$$S_{AF'D} = \frac{۱}{۲} \times \sqrt{۶} \times \sqrt{۶} \times \underbrace{\sin ۶۰^\circ}_{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$$



$$S_{\text{جدید}} = S_{ABCD} + S_{\overset{\triangle}{BCE'}} + S_{\overset{\triangle}{AF'D}} = ۳\sqrt{۶} \times \sqrt{۶} + \frac{۳}{۲} + \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$$

$$= \frac{۳\sqrt{۳} + ۳۹}{۲}$$

۵۵ گزینه ۳



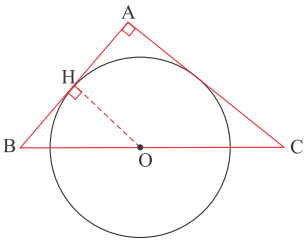
$$\Delta AKM: \sin ۳۰^\circ = \frac{۴}{AM} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۴}{AM} \Rightarrow AM = ۸$$

$$\Delta NHB: \sin ۳۰^\circ = \frac{۶}{NB} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۶}{NB} \Rightarrow NB = ۱۲$$

$$AB' = AM + MB' = AM + NB = ۸ + ۱۲ = ۲۰$$

۵۶ گزینه ۱

از مرکز دایره به نقطهٔ تماس با AB وصل می‌کنیم.



پس $OH \perp AB$، بنابراین:

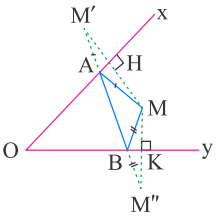
$$OH \perp AB \ , \ AC \perp AB \Rightarrow OH \| AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OH}{AC} = \frac{BH}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{۶} = \frac{۳ - R}{۳} \Rightarrow ۳R = ۱۸ - ۶R \Rightarrow R = ۲$$

تذکر: اگر از O به نقطهٔ تماس دایره با AC نیز وصل کنیم چهار ضلعی حاصل مربع است بنابراین $AH = R$ است و داریم: $BH = AB - AH = ۳ - R$.

۵۷ گزینه ۳

مطابق شکل، بازتاب M نسبت به Ox و Oy به ترتیب M' و M'' است.



$M'M''$ اضلاع زاویه را در A و B قطع می‌کنند. محیط MAB کمترین مقدار است، زیرا:

$$\begin{cases} MA = AM' \\ MB = M''B \end{cases} \Rightarrow MA + MB + AB = M'A + M''B + AB = M'M''$$

۵۸ گزینه ۳

باید مساحت مثلث OAB را از مساحت قطاع AOB کم کنیم:

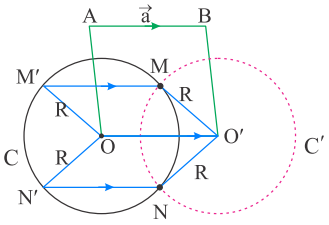
$$S_{\text{قطاع}} = \frac{\pi \times ۶^۲ \times ۱۳۵^\circ}{۳۶۰^\circ} = ۱۳/۵\pi$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۶ \times \sin ۱۳۵^\circ = \frac{۱}{۲} \times ۳۶ \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۹\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow S_{\text{رنگی}} = S_{\text{قطاع}} - S_{\text{مثلث}} = ۱۳/۵\pi - ۹\sqrt{۲}$$

۵۹ گزینه ۲

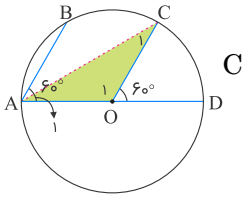
مطابق شکل دایرهٔ C را با بردار $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ انتقال می‌دهیم تا دایره‌ای به مرکز O' و شعاع R به دست آید.



حداکثر نقاط محل برخورد دو دایره نقاط M و N است و MM' و NN' وترهای موازی با AB و به طول a می‌باشند.

۶۰ گزینه ۲

مطابق شکل $AB||OC$ و AD مورب است؛ پس $C\hat{O}D = ۶۰$ می‌باشد.



$$C\hat{O}D = ۶۰^\circ \Rightarrow \hat{O}_۱ = ۱۲۰^\circ \Rightarrow \hat{C}_۱ = \hat{A}_۱ = ۳۰^\circ \Rightarrow A\hat{O}C = ۳۰^\circ$$

چون $OA = OC$ و شعاع هستند، مثلث AOC متساوی‌الساقین است.

آمار و احتمال

۶۱ گزینه ۲

$$A - B = \{۵, ۶, ۸\} \Rightarrow (A - B)' = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۷, ۹\}$$
$$A \cap (A - B)' = \{۱, ۳\}$$
$$B - A = \{۲, ۴, ۷, ۹\} \Rightarrow (B - A)' = \{۱, ۳, ۵, ۶, ۸\}$$
$$B \cap (B - A)' = \{۱, ۳\}$$
$$\Rightarrow [A \cap (A - B)'] \cup [B \cap (B - A)'] = \{۱, ۳\}$$

بنابراین تعداد زیرمجموعه‌هایش برابر با $۲^۲ = ۴$ خواهد بود.

۶۲ گزینه ۲

ارزش p درست و ارزش q نادرست است، درنتیجه "الف" درست است.

ضمناً می‌دانیم r هرچه باشد، $r \vee \sim r$ همواره درست است و ترکیب فصلی آن با هر گزارهٔ دیگر درست است. بنابراین "ب" درست است.

اما در حالت "ج" چون r مشخص نیست و $\sim p$ گزاره‌ای نادرست است، پس ارزش $p \vee r \sim$ مشخص نیست و چون q نادرست است، لذا ارزش گزارهٔ "ج" مشخص نمی‌شود.

بنابراین تنها دو گزارهٔ "الف" و "ب" درست است.

۶۳ گزینه ۲

گزینهٔ "۱": درست است.

$$A \times \varnothing = \varnothing \times A = \varnothing$$

گزینهٔ "۲": نادرست است.

$$A \times B = \varnothing \Rightarrow A = \varnothing \text{ یا } B = \varnothing$$

مثال نقض: $A \times B = \varnothing \quad , \quad B = \varnothing \quad , \quad A = \{۱, ۲, ۳\}$

گزینهٔ "۳": درست است.

$$A \times B = B \times A \Rightarrow A = B \text{ یا } A = \varnothing \text{ یا } B = \varnothing$$

گزینهٔ "۴": درست است.

$$A \times B \neq \varnothing \Rightarrow A \, , \, B \neq \varnothing$$

۶۴ گزینه ۱

در بحث عضو، باید عیناً عبارت سمت چپ داخل مجموعه باشد که در گزینهٔ "۱" شاهد این نکته نیستم ولی در گزینهٔ "۳" این اتفاق افتاده است. نکتهٔ مهم در گزینهٔ "۳" این است که عضو تکراری یک‌بار حساب می‌شود.

در گزینهٔ "۲"، $\varnothing$ زیرمجموعهٔ تمامی مجموعه‌ها است و نکتهٔ مهم در زیرمجموعه باید اعضای سمت چپ عیناً داخل مجموعه باشند که در گزینهٔ "۴" کاملاً مشخص است.

۶۵ گزینه ۲

هر سوری که نادرست باشد، ارزش نقیض آن درست خواهد بود. سور گزینهٔ (۲) نادرست است؛ زیرا برای آن می‌توانیم مثال نقض $x = ۳$ را در نظر بگیریم:

$$x = ۳ \Rightarrow ۲^{۳} \not\geq ۳^{۲} \quad \times$$

۶۶ گزینه ۲

$$q \vee \underbrace{\sim (p \vee \sim q)}_{\text{دمورگان}} \equiv q \vee \underbrace{(\sim p \wedge q)}_{\text{جابه‌جا می‌کنیم}} \equiv q \vee (q \wedge \sim p) \equiv q$$

۶۷ گزینه ۱

$$\sim p \Rightarrow (p \wedge F) \vee (\sim q \vee T) \equiv \sim p \Rightarrow F \vee T \equiv \sim p \Rightarrow T \equiv T$$

۶۸ گزینه ۲

گام اول

الف) از تفاضل مجموعه‌ها روابط زیر را می‌دانیم:

$$A - B = A - (A \cap B) \Rightarrow |A - B| = |A| - |A \cap B|$$
$$B - A = B - (A \cap B) \Rightarrow |B - A| = |B| - |A \cap B|$$

ب) در فرض تست $|A| = ۵$ و $|A \cap B| = ۲$ است اما $|B|$ مشخص نشده است. $|B|$ را برابر

$$|B - A| + |A \cap B|$$

در نظر گرفته و با به دست آوردن $|B - A|$، تعداد عضوهای مجموعهٔ B را نیز مشخص می‌کنیم.

گام دوم

$$|(A - B) \times (B - A)| = |A - B| \times |B - A| = ۶$$
$$\Rightarrow (|A| - |A \cap B|) \times |B - A| = ۶ \Rightarrow (۵ - ۲)\,|B - A| = ۶ \Rightarrow |B - A| = ۲$$

تعداد اعضای مجموعهٔ B برابر است با:

$$|B| = |B - A| + |A \cap B| = ۲ + ۲ = ۴$$

۶۹ گزینه ۳

ترکیب فصلی پنج گزاره فقط در یک حالت نادرست است که همهٔ گزاره‌ها نادرست باشند، پس:

$$n = ۵ \Rightarrow ۲^{۵} - ۱ = ۳۲ - ۱ = ۳۱$$

۷۰ گزینه ۱

می‌دانیم گزارهٔ شرطی با عکس نقیضش هم‌ارزش است. همچنین می‌دانیم $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

$$(p \Rightarrow (\sim q \wedge r)) \equiv (\sim (\sim q \wedge r) \Rightarrow \sim p)$$
$$\equiv ((q \vee \sim r) \Rightarrow \sim p) \equiv \sim (q \vee \sim r) \vee \sim p \equiv (\sim q \wedge r) \vee \sim p$$

۷۱ گزینه ۴

گزینهٔ "۱": نادرست است؛ زیرا عضو $\{۱\}$ در مجموعهٔ B مشابه با عضو ۱ در مجموعهٔ A نیست.
گزینهٔ "۲": نادرست است. اگر در این گزینه $\{\{۱\}\}$ به‌جای $\{۱\}$ قرار داشت، رابطه درست بود.
در گزینهٔ "۳": نادرست است. مانند گزینهٔ "۲"، اگر $\{\{\varnothing\}\}$ به‌جای $\{\varnothing\}$ قرار داشت، رابطه برقرار بود.
گزینهٔ "۴": درست است.

۷۲ گزینه ۳

$$p \vee q \equiv F \Rightarrow \begin{cases} p \equiv F \Rightarrow \sim p \equiv T \\ q \equiv F \Rightarrow \sim q \equiv T \end{cases}$$

گزینهٔ ۱ : $(\sim p \Rightarrow r) \equiv (T \Rightarrow T) \equiv T$

درنتیجه گزینهٔ "۱" درست است.

گزینهٔ ۲ : $p \wedge r \equiv F \wedge r \equiv F$

درنتیجه گزینهٔ "۲" درست است.

گزینهٔ ۳ : $p \vee r \equiv F \vee r$

ارزش گزاره به r بستگی دارد؛ بنابراین نادرست است.

گزینهٔ ۴ : $(r \wedge q) \Rightarrow p \equiv (r \wedge F) \Rightarrow F \equiv F \Rightarrow F \equiv T$

درنتیجه گزینهٔ "۴" درست است.

۷۳ گزینه ۴

$$p \wedge \sim p \equiv F$$

۷۴ گزینه ۴

$$P(A) = \frac{\binom{۵}{۱}\binom{۴}{۱}\binom{۱}{۱}}{\binom{۱۰}{۳}} = \frac{۵ \times ۴}{\frac{۱۰!}{۷!۳!}} = \frac{۵ \times ۴}{\frac{۱۰ \times ۹ \times ۸}{۳!}} = \frac{۱}{۶}$$

۷۵ گزینه ۳

به دلیل آمدن (هر) باید از سور عمومی $(\forall)$ استفاده کنیم. چون گفته شده مربع هر عدد فرد، پس باید $x^۲ = ۸q + ۱$ باشد.

۷۶ گزینه ۱

$$\left.\begin{array}{c} A_۱ = [-۱, ۳) \\ A_۲ = [-\frac{۱}{۲}, \frac{۵}{۲}) \\ A_۳ = [-\frac{۱}{۳}, \frac{۷}{۳}) \\ \vdots \\ A_{۱۰۰} = [-\frac{۱}{۱۰۰}, \frac{۲۰۱}{۱۰۰}) \end{array}\right\} \Rightarrow A_۱ \cup A_۲ \cup \ldots \cup A_{۱۰۰} = [-۱, ۳)$$

۷۷ گزینه ۳

ابتدا اعضای مجموعهٔ A را می‌نویسیم:

$$-۳ < ۲x - ۱ < ۷ \Rightarrow -۲ < ۲x < ۸ \Rightarrow -۱ < x < ۴$$

بنابراین مجموعهٔ A به‌صورت بازهٔ مقابل است: $A = (-۱, ۴)$

می‌دانیم:

$$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A)$$
$$\Rightarrow n((A \times B) \cap (B \times A)) = n((A \cap B))^۲$$

اشتراک مجموعه‌های A و B حتماً عضوهایی صحیح دارد، زیرا اعضای B همگی عضو $\mathbb{Z}$ هستند. داریم:

$$(n(A \cap B))^۲ = ۱۶ \Rightarrow n(A \cap B) = ۴$$

بنابراین باید ۴ عدد صحیح مشترک وجود داشته باشد.

حال اگر $a = ۳$ و $a = ۴$ انتخاب شود، اشتراک دو مجموعهٔ A و B به‌صورت $\{۰, ۱, ۲, ۳\}$ خواهد بود.

ازآنجاکه کمترین مقدار a را می‌خواهیم، گزینهٔ "۳" صحیح است.

۷۸ گزینه ۳

می‌دانیم که:

۱) $p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$

۲) $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv (\sim p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Leftrightarrow \sim q)$

۳) $(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

۷۹ گزینه ۳

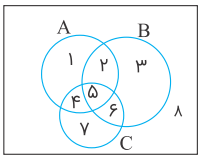
$$۷۶ = (۳ \times ۲۵) + ۱ \Rightarrow ۷۶ \in A$$

۸۰ گزینه ۲

$$\begin{cases} \{a\} \in A \\ a \in A \Rightarrow \{a\} \subseteq A \end{cases}$$

۸۱ گزینه ۲

برای سه مجموعهٔ A و B و C در حالت کلی نمودار ون رسم می‌کنیم، بنابراین مجموعهٔ مرجع به ۸ ناحیهٔ مجزا تقسیم می‌شود و می‌توان نوشت:



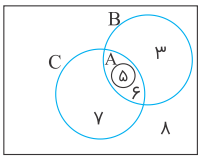
$$A \cup (B - C) = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$$

$$B \cap (C \cup A') = \{۳, ۵, ۶\}$$

$$\xrightarrow{\text{باید}} \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\} \subseteq \{۳, ۵, ۶\}$$

$$\Rightarrow \{۱, ۲, ۴\} = \varnothing$$

بنابراین نمودار درست برای سه مجموعه به صورت زیر است و رابطهٔ $A \subseteq B \cap C$ برقرار است.



۸۲ گزینه ۳

$$[[(A \cup B) \cap A] \cup [B' \cap (A \cup B)]]' = [(A \cup (A \cap B')]' = [A]' = A'$$

۸۳ گزینه ۱

$$x = -۲ \xrightarrow{\text{در معادله قرار می‌دهیم}} ۴a + ۲b - c = ۰$$

$$\Rightarrow c = ۴a + ۲b = ۲(۲a + b) \Rightarrow c = ۲k$$

$c \Rightarrow c = ۲$ یا ۴ یا ۶ مضربی از ۲ است.

$$c = ۲ \Rightarrow ۲ = ۲(۲a + b) \Rightarrow ۲a + b = ۱$$

غیرممکن است، چون a و b اعداد روی تاس هستند.

$c = ۴ \Rightarrow ۴ = ۲(۲a + b) \Rightarrow ۲ = ۲a + b \Rightarrow$ جواب ندارد.

$$c = ۶ \Rightarrow ۶ = ۲(۲a + b) \Rightarrow ۳ = ۲a + b \Rightarrow \begin{cases} a = ۱ \\ b = ۱ \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = ۱ \\ b = ۱ \\ c = ۶ \end{cases} \Rightarrow n(A) = ۱ \quad , \quad n(S) = ۶^۳ = ۲۱۶ \Rightarrow P(A) = \frac{۱}{۲۱۶}$$

۸۴ گزینه ۳

ارزش $p \wedge (\sim q \vee r)$ درست است؛ پس هم p درست می‌باشد و هم $\sim q \vee r$. برای آنکه $\sim q \vee r$ درست باشد، ممکن است ۳ حالت زیر رخ دهد:
۱) ممکن است $q \sim$ درست و r هم درست باشد:

$$(p \vee \sim q) \wedge \sim r \equiv (T \vee T) \wedge F \equiv F$$

۲) ممکن است $q \sim$ درست و r نادرست باشد:

$$(p \vee \sim q) \wedge \sim r \equiv (T \vee T) \wedge T \equiv T$$

۳) ممکن است $q \sim$ نادرست و r درست باشد:

$$(p \vee \sim q) \wedge \sim r \equiv (T \vee F) \wedge F \equiv F$$

پس ارزش گزارهٔ $(p \vee \sim q) \wedge \sim r$ گاهی درست و گاهی نادرست است.

۸۵ گزینه ۲

می‌دانیم از $a \times b = ۰$ و $b = ۰$ می‌توانیم نتیجه بگیریم که $a = ۰$.
ولی از $a \times b = ۰$ نمی‌توانیم نتیجه بگیریم که $a = ۰$ و $b = ۰$، چون ممکن است فقط a یا فقط b صفر باشد. پس باید گفت شرط کافی برای آنکه $ab = ۰$ باشد، آن است که $a = ۰$ و $b = ۰$.

۸۶ گزینه ۱

الف) $((p \wedge \sim p) \Rightarrow q) \equiv (F \Rightarrow q) \equiv T$

ب) $(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q \equiv \sim (p \wedge (\sim p \vee q)) \vee q$

$[\equiv \sim ((p \wedge \sim p) \vee (p \wedge q)) \vee q \equiv \sim (p \wedge q) \vee q \equiv \sim p \vee \sim q \vee q \equiv T$

ج) $((p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow (q \Leftrightarrow q)) \equiv ((p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow T) \equiv T$

۸۷ گزینه ۲

فقط مورد "آ" نادرست است:
قانون جذب: $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

۸۸ گزینه ۱

نکته: تعداد خانه‌های جدول ارزش n گزاره به‌صورت $۲^n \times n$ است!
بنابراین:

$$۲^n \times n = ۶۴ \Rightarrow n = ۴$$

(البته با امتحان کردن گزینه‌ها به‌راحتی می‌توان $n = ۴$ را یافت)!

۸۹ گزینه ۲

اگر r و q هر دو درست باشند، ترکیب عطفی درست است و ارزش گزاره همواره درست خواهد بود.
بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ ۱: p درست است؛ بنابراین اگر $q \wedge r$ درست باشد، ارزش گزاره درست است، در غیر این صورت ارزش گزاره نادرست می‌باشد.
گزینهٔ ۳: اگر p و q درست باشند، ارزش گزاره به ارزش r وابسته است.
گزینهٔ ۴: r درست و q نادرست است؛ بنابراین $q \wedge r$ نادرست می‌باشد. پس ارزش گزاره به ارزش p وابسته است.

۹۰ گزینه ۳

می‌دانیم ارزش گزارهٔ $(p \vee F)$ بستگی به ارزش p دارد.

$$(p \vee F) \equiv p$$

$$(\sim p \wedge q) \vee p \equiv p \vee (\sim p \wedge q)$$

از خاصیت توزیع‌پذیری استفاده می‌کنیم:

$$(\sim p \wedge q) \vee (p \vee F) \equiv (\sim p \wedge q) \vee p$$
$$\equiv (\sim p \vee p) \wedge (q \vee p) \equiv T \wedge (q \vee p) \equiv T \wedge F \equiv F$$

فیزیک

۹۱ گزینه ۴

ابتدا اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطهٔ A و B را با استفاده از رابطهٔ $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ به دست می‌آوریم. چون بار مثبت در جهت میدان جابه‌جا شده است، انرژی پتانسیل الکتریکی بار کاهش می‌یابد.

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-۰/۴ \times ۱۰^{-۳}}{+۴ \times ۱۰^{-۶}} = -۱۰۰\,V \Rightarrow V_A - V_B = +۱۰۰\,V$$

اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ B و C هم‌اندازه با اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ C و D است زیرا اندازهٔ جابه‌جایی در هر دو مسیر در راستای میدان باهم برابر است. پس:

$$|\Delta V_{C,D}| = |\Delta V_{B,C}| = |E d_{BC}| = ۱۰^۲ \times ۰/۴ = ۴۰\,V \xrightarrow{V_D > V_C} V_D - V_C = ۴۰\,V$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{V_A - V_B}{V_D - V_C} = \frac{۱۰۰}{۴۰} = ۲/۵$$

۹۲ گزینه ۱

خازن متصل به باتری است، پس داریم: $\Delta V = \text{ثابت}$

الف) $E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow$ با دو برابر شدن فاصله بین صفحات خازن میدان الکتریکی نصف می‌شود.

ب) $\Delta V = \text{ثابت} \Rightarrow$ به دلیل متصل بودن خازن به باتری، اختلاف‌پتانسیل بین صفحات ثابت است.

پ) $C = \kappa\varepsilon_۰ \frac{A}{d} \Rightarrow$ با دو برابر شدن فاصله بین صفحات خازن، ظرفیت خازن نصف می‌شود.

ت) $Q = CV \Rightarrow$ با نصف شدن ظرفیت خازن، بار ذخیره‌شده روی صفحات خازن نیز نصف می‌شود.

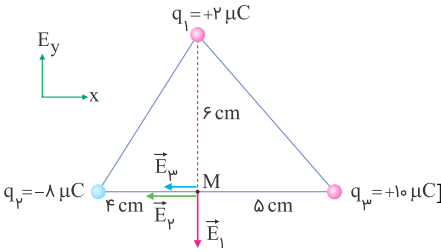
۹۳ گزینه ۱

چون برآیند نیروهای وارد بر بار $q_۱$ صفر است، نیرویی که از طرف بارهای $q_۲$ و $q_۳$ به آن وارد می‌شود، باید در خلاف جهت یکدیگر و باهم هم‌اندازه باشد، بنابراین $q_۲$ و $q_۳$ ناهمنام هستند. (رد گزینهٔ "۲" و "۴") همچنین برآیند نیروهای وارد بر بار $q_۳$ صفر است، پس داریم:

$$F_{۱۳} = F_{۲۳} \Rightarrow \frac{k|q_۱||q_۳|}{(r+x)^۲} = \frac{k|q_۲||q_۳|}{x^۲} \xrightarrow{|q_۱| = \frac{۹}{۴}|q_۲|} \frac{\frac{۹}{۴}}{(r+x)^۲} = \frac{۱}{x^۲} \Rightarrow \frac{x}{r} = ۲$$

۹۴ گزینه ۳

با محاسبهٔ میدان‌های الکتریکی حاصل از سه بار الکتریکی داریم:

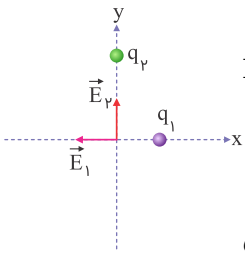


$$E_1=\frac{k|q_1|}{r_1^2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}}{36\times10^{-4}}=0/5\times10^7\,N/C$$
$$E_2=\frac{k|q_2|}{r_2^2}=9\times10^9\times\frac{8\times10^{-6}}{16\times10^{-4}}=4/5\times10^7\,N/C$$
$$E_3=\frac{k|q_3|}{r_3^2}=9\times10^9\times\frac{10\times10^{-6}}{25\times10^{-4}}=3/6\times10^7\,N/C$$

$$\vec{E}_x=-(4/5\times10^7+3/6\times10^7)\vec{i}=-8/1\times10^7\vec{i}\,N/C$$
$$\vec{E}_y=-0/5\times10^7\vec{j}\,N/C\Rightarrow\vec{E}=-8/1\times10^7\vec{i}-0/5\times10^7\vec{j}=(-8/1\vec{i}-0/5\vec{j})\times10^7\,N/C$$

۹۵ گزینه ۲

بردارهای میدان الکتریکی حاصل از هریک از بارهای q_1 و q_2 مطابق شکل زیر است:



$$\vec{E}=22500(-\vec{i}+\vec{j})=-22500\vec{i}+22500\vec{j}$$
$$\Rightarrow\begin{cases}\vec{E}_1=-22500\vec{i}\\ \vec{E}_2=22500\vec{j}\end{cases}$$

چون میدان الکتریکی بار q_1 به سمت خارج q_1 است، پس q_1 مثبت و چون میدان الکتریکی بار q_2 به سمت داخل q_2 است، پس q_2 منفی است.

حال با استفاده از رابطهٔ محاسبهٔ اندازهٔ میدان الکتریکی، اندازهٔ بارها را به دست می آوریم:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow\begin{cases}22500=\dfrac{9\times10^9\times|q_1|}{(2\times10^{-2})^2}\Rightarrow|q_1|=1\times10^{-9}\,C=1\,nC\\ 22500=\dfrac{9\times10^9\times|q_2|}{(4\times10^{-2})^2}\Rightarrow|q_2|=4\times10^{-9}\,C=4\,nC\end{cases}$$

۹۶ گزینه ۴

به ذرهٔ باردار دو نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد می‌شود. نیروی وزن به سمت پایین و نیروی الکتریکی به سمت بالا به ذرهٔ باردار وارد می‌شود. برآیند این دو نیرو برابر است با:

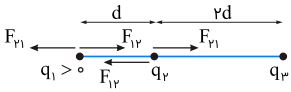
$$\begin{cases} F_E = E|q| = ۴ \times ۱۰^۵ \times ۲ \times ۱۰^{-۹} = ۸ \times ۱۰^{-۴}\,N \\ mg = (۲۰ \times ۱۰^{-۶}) \times ۱۰ = ۲ \times ۱۰^{-۴}\,N \end{cases}$$
$$\Rightarrow F_{net} = F_E - mg = ۶ \times ۱۰^{-۴}\,N$$

پس برآیند نیروهای وارد بر ذره برابر $۶ \times ۱۰^{-۴}\,N$ و جهت آن به سمت بالا است. طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی، کار این نیرو را برابر تغییرات انرژی جنبشی ذره قرار می‌دهیم:

$$W_t = K_۲ - K_۱ \Rightarrow F_{net} d\cos\theta = \frac{۱}{۲}m(v^۲ - v_۰^۲) \Rightarrow ۶ \times ۱۰^{-۴} \times ۰/۳ \times \cancel{\cos ۰^{۱}} =$$
$$\frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱۰^{-۵} \times (v^۲ - ۵^۲) \Rightarrow ۱۸ = v^۲ - ۵^۲ \Rightarrow v^۲ = ۴۳ \Rightarrow v = \sqrt{۴۳}\,m/s$$

۹۷ گزینه ۴

برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۱$ هم‌اندازهٔ برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر $q_۲$ است، بنابراین داریم:



$$\begin{cases} F_{۳۱} = k\frac{q_۱q_۳}{(۳d)^۲} = k\frac{q_۱q_۳}{۹d^۲} \\ F_{۲۱} = k\frac{q_۱q_۲}{d^۲} = k\frac{q_۱^۲}{d^۲} \end{cases} \Rightarrow F_{T_۱} = |F_{۲۱} - F_{۳۱}| = k\frac{q_۱}{d^۲}\left|q_۱ - \frac{q_۳}{۹}\right|$$

$$\begin{cases} F_{۱۲} = k\frac{q_۱q_۲}{d^۲} = k\frac{q_۱^۲}{d^۲} \\ F_{۳۲} = k\frac{q_۲q_۳}{(۲d)^۲} = k\frac{q_۱q_۳}{۴d^۲} \end{cases} \Rightarrow F_{T_۲} = |F_{۱۲} - F_{۳۲}| = k\frac{q_۱}{d^۲}\left|q_۱ - \frac{q_۳}{۴}\right|$$

$$F_{T_۱} = F_{T_۲} \Rightarrow k\frac{q_۱}{d}\left|q_۱ - \frac{q_۳}{۹}\right| = k\frac{q_۱}{d}\left|q_۱ - \frac{q_۳}{۴}\right| \Rightarrow q_۱ - \frac{q_۳}{۹} = \frac{q_۳}{۴} - q_۱ \Rightarrow ۲q_۱ = \frac{۱۳}{۳۶}q_۳ \Rightarrow \frac{q_۳}{q_۱} = \frac{۷۲}{۱۳}$$

۹۸ گزینه ۴

گزینهٔ ۴ درست است.

۹۹ گزینه ۱

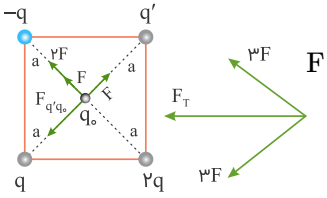
هرجا تراکم خطوط میدان الکتریکی بیشتر باشد شدت میدان الکتریکی در آن جا بیشتر است بنابراین: $E_B < E_A$

هرگاه در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد: $V_A < V_B$

۱۰۰ گزینه ۱

فاصلهٔ تمام بارهای موجود، تا مرکز مربع برابر است. فرض می‌کنیم q_0 مثبت باشد. (علامت q_0 را می‌توان دلخواه انتخاب کرد) با توجه به اندازه‌های روی شکل اگر نیرویی که بار $-q$ بر q_0 وارد می‌کند F باشد، نیرویی که بار $2q$ بر q_0 وارد می‌کند $2F$ است.

اگر بار q بار q_0 را دفع کند پس q' نیز باید q_0 را دفع کند تا جهت برآیند نیروها ↙ شود. پس q' مثبت است.



$$F_{q'q_0} - F_{qq_0} = 3F \Rightarrow F_{q'q_0} - F = 3F \Rightarrow F_{q'q_0} = 4F \Rightarrow q' = 4q$$

۱۰۱ گزینه ۳

با استفاده از قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow 400 = 9 \times 10^9 \times \frac{(q_1)(40q_1)}{36 \times 10^{-4}}$$
$$\Rightarrow {q_1}^2 = 4 \times 10^{-12} \Rightarrow q_1 = 2 \times 10^{-6}\,C \text{ یا } 2\,\mu C$$

۱۰۲ گزینه ۲

انرژی پتانسیل الکتریکی بار در نقطهٔ A را U_A در نظر می‌گیریم. چون بار منفی است با حرکت در مسیر AB که در خلاف جهت میدان است، انرژی پتانسیل الکتریکی بار کاهش و با حرکت در مسیر AC که در جهت میدان است، انرژی پتانسیل الکتریکی بار افزایش می‌یابد؛ بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی بار در نقاط B و C برابر است با:

$$\begin{cases} \Delta U_{AB} = U_B - U_A \Rightarrow -3 = U_B - U_A \Rightarrow U_B = U_A - 3 \\ \Delta U_{AC} = U_C - U_A \Rightarrow +2 = U_C - U_A \Rightarrow U_C = U_A + 2 \end{cases}$$

گام دوم: باتوجه‌به نتایج گام اول، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار در جابه‌جایی فرضی از B تا C برابر است با:

$$U_B - U_C = (U_A - 3) - (U_A + 2) = -5\,J$$

گام سوم: با استفاده از رابطهٔ $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$، اختلاف‌پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_B - V_C = \frac{U_B - U_C}{q} \Rightarrow V_B - V_C = \frac{-5}{-2 \times 10^{-3}}$$
$$\Rightarrow V_B - V_C = 2500\,V = 2/5\,kV$$

۱۰۳ گزینه ۴

در LDR با افزایش شدت روشنایی مقاومت الکتریکی کاهش می‌یابد.

۱۰۴ گزینه ۴

با استفاده از قانون کولن می توان نوشت:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 18 \times 10^{-1} = 9 \times 10^9 \times \frac{8{q_1}^2}{10^{-4}}$$
$$\Rightarrow {q_1}^2 = 25 \times 10^{-16} \Rightarrow q_1 = 5 \times 10^{-8} = 50\,nC$$

۱۰۵ گزینه ۳

ابتدا فاصله افقی A تا B را به دست می آوریم:

$$\cos ۳۷^\circ = \frac{d}{۵} \Rightarrow d = ۴\ m$$

باتوجه‌به این که هر چه در جهت میدان الکتریکی پیشروی کنیم، پتانسیل الکتریکی کاهش می یابد می‌توان گفت:

$$V_B < V_A \Rightarrow V_B - V_A < ۰ \quad (۱)$$

ازطرفی داریم:

$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow ۱۰^۵ = \frac{\Delta V}{۴} \Rightarrow \Delta V = ۴ \times ۱۰^۵ V \xrightarrow{(۱)} \Delta V = -۴ \times ۱۰^۵ V$$

و درنهایت

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow -۴ \times ۱۰^۵ = \frac{\Delta U}{-۳ \times ۱۰^{-۶}} \Rightarrow \Delta U = ۱/۲\ J \xrightarrow{\Delta U = -W} W = -۱/۲\ J$$

۱۰۶ گزینه ۳

تشریح گزینه‌ها:

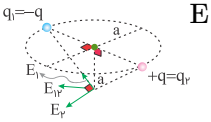
الف) پروتون قابلیت انتقال و جابه جایی ندارد. (نادرست)

ب) با مالش A به E، A دارای بار مثبت خواهد شد. با نزدیک کردن مادهٔ A به الکتروسکوپ، الکترون‌های تیغه‌ها به سمت کلاهک کشیده می‌شوند و تیغه‌های مثبت و همنام، یکدیگر را دفع می‌کنند. (درست)

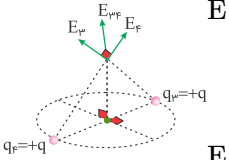
ج) طبق بررسی مورد (ب)، مادهٔ A دارای بار مثبت می‌شود. در روش القا همواره علامت بار القاشونده خلاف القاگر خواهد بود. در این صورت بار الکتروسکوپ منفی خواهد شد و با تماس با دست، الکتروسکوپ نه‌تنها الکترونی دریافت نمی‌کند، بلکه از دست هم می‌دهد. (نادرست)

د) با مالش B و D، D دارای بار منفی خواهد شد و با تماس دادن آن به الکتروسکوپ، الکتروسکوپ هم بار منفی به خود می‌گیرد. اگر پس از مالش C به E (C دارای بار مثبت می‌شود) آن را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک کنیم، از بار منفی تیغه‌ها کاسته می‌شود و تیغه‌ها به هم نزدیک خواهند شد. (نادرست)

۱۰۷ گزینه ۴



$$E_۱ = E_۲ = \frac{kq}{۲a^۲} \Rightarrow E_{۱۲} = \sqrt{۲} \times \frac{kq}{۲a^۲}$$



$$E_۳ = E_۴ = \frac{kq}{۲a^۲} \Rightarrow E_{۳۴} = \sqrt{۲} \times \frac{kq}{۲a^۲}$$

با توجه به آنچه مشاهده می‌کنید میدان‌های $E_{۱۲}$ و $E_{۳۴}$ نیز بر یکدیگر عمودند:

$$E_{۱۲۳۴} = \sqrt{۲}(\sqrt{۲} \times \frac{kq}{۲a^۲}) = \frac{kq}{a^۲}$$

۱۰۸ گزینه ۴

واضح است که در میدان الکتریکی یکنواخت چون میدان در تمام نقاط یکسان است، پس اندازهٔ نیرو نیز در تمام نقاط باهم برابر است:

$$F = Eq$$

ولی چون الکترون و پروتون علامت‌هایی مخالف دارند، پس نیروی وارد بر آن‌ها دارای جهاتی مخالف است.

۱۰۹ گزینه ۱

گام اول: بار اولیهٔ خازن را برحسب میکروکولن $Q_۱$ در نظر می‌گیریم. با انتقال بار $-۶\,\mu C$ از صفحهٔ منفی به صفحهٔ مثبت بار خازن به $Q_۲ = Q_۱ - ۶$ می‌رسد.

گام دوم: انرژی خازن در هر دو حالت را برحسب Q و C به دست می‌آوریم و اختلاف این دو انرژی را برابر با $۲۸/۵\,\mu J$ قرار می‌دهیم؛ بنابراین:

$$\begin{cases} U_۱ = \frac{Q_۱^۲}{۲C} = \frac{Q_۱^۲}{۲\times ۱۲} = \frac{Q_۱^۲}{۲۴}\,(\mu J) \\ U_۲ = \frac{Q_۲^۲}{۲C} = \frac{(Q_۱-۶)^۲}{۲C} = \frac{(Q_۱-۶)^۲}{۲۴}\,(\mu J) \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_۱ - U_۲ = ۲۸/۵ \Rightarrow \frac{Q_۱^۲}{۲۴} - \frac{(Q_۱-۶)^۲}{۲۴} = ۲۸/۵$$

$$\frac{Q_۱^۲ - (Q_۱^۲ - ۱۲Q_۱ + ۳۶)}{۲۴} = ۲۸/۵\,\mu J$$

$$\Rightarrow \frac{۱۲Q_۱ - ۳۶}{۲۴} = ۲۸/۵ \Rightarrow \frac{۱۲(Q_۱-۳)}{۲۴} = ۲۸/۵$$

$$\Rightarrow \frac{Q_۱ - ۳}{۲} = ۲۸/۵ \Rightarrow Q_۱ = ۶۰\,\mu C$$

گام سوم: حالا از رابطهٔ $C = \frac{Q}{V}$، مقدار $V_۱$ را به دست می‌آوریم:

$$C = \frac{Q_۱}{V_۱} \Rightarrow ۱۲ = \frac{۶۰}{V_۱} \Rightarrow V_۱ = ۵V$$

توجه کنید: در رابطهٔ $U = \frac{Q^۲}{۲C}$، اگر Q و C را به ترتیب برحسب μC و μF قرار دهیم، U برحسب میکروژول به دست می‌آید.

۱۱۰ گزینه ۳

بار کره‌ها پس از اتصال $q' = \frac{q_A + q_B}{۲} = \frac{۱۶}{۲} = ۸\,\mu C$

$$\left.\begin{array}{l} \text{چگالی سطحی اولیه } \sigma_۱ = \frac{q_A}{A} \\ \text{چگالی سطحی ثانویه } \sigma_۲ = \frac{q'}{A} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\sigma = \sigma_۲ - \sigma_۱ = \frac{q' - q_A}{\underbrace{A}_{۴\pi r^۲}}$$

$$= \frac{۸ - ۲۰}{۴ \times ۳ \times (۰/۰۵)^۲} = ۴۰۰\,\mu C/m^۲$$

۱۱۱ گزینه ۳

قانون اهم : $R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\frac{V_A}{I_A}}{\frac{V_B}{I_B}} = \frac{\frac{۱۰}{۲}}{\frac{۲۰}{۲}} = \frac{۱۰}{۲۰} = \frac{۱}{۲}$

۱۱۲ گزینه ۲

آ) مقاومت ویژهٔ رسانای فلزی در دمای ثابت مقدار ثابتی است که به مشخصات فیزیکی ماده وابسته است. (نادرست)

ب) در موادی مانند جیوه و قلع خاصیت ابر رسانایی در دمای پایین رخ می‌دهد. (درست)

پ) باتوجه‌به شکل درصورتی‌که خروجی به نقطهٔ B متصل شود با تغییر مکان لغزنده مقاومت تغییر می‌کند. درصورتی‌که خروجی به نقطهٔ C وصل شود، با حرکت لغزنده مقاومت تغییر نمی‌کند.

ت) در یک رسانای فلزی، اندازهٔ سرعت سوق بسیار کم و از مرتبهٔ بزرگی $۱۰^{-۵}\,m/s$ یا $۱۰^{-۴}\,m/s$ است.

۱۱۳ گزینه ۱

اگر خازن شارژ شده‌ای از مولد جدا شود، بار الکتریکی ذخیره شده در آن ثابت می‌ماند.

$$\left.\begin{array}{l}\text{میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ رسانا (خازن)}: E=\dfrac{V}{d}\\ \text{ظرفیت خازن}: \begin{cases}C=\dfrac{q}{V}\\ C=\dfrac{\kappa\varepsilon_{\circ}A}{d}\end{cases}\end{array}\right\}\xrightarrow{V=\frac{q}{C}} E=\frac{q}{C.d}\Rightarrow E=\frac{q}{\kappa\varepsilon_{\circ}A}$$

باتوجه‌به صورت سؤال متوجه می‌شویم ضریب دی‌الکتریک قرار گرفته بین صفحات ۳ برابر شده است ($\frac{\kappa_۲}{\kappa_۱}=\frac{۶}{۲}=۳$) و ازآنجایی‌که طبق رابطهٔ ($E=\frac{q}{\kappa\varepsilon_{\circ}A}$)، E و κ رابطهٔ عکس دارند، پس میدان بین صفحات خازن $\frac{۱}{۳}$ برابر می‌شود:

$$E_۲=\frac{۱}{۳}E_۱\Rightarrow \Delta E=\frac{۱}{۳}E_۱-E_۱=-\frac{۲}{۳}E_۱$$

یعنی میدان بین صفحات به‌اندازهٔ $\frac{۲}{۳}$ میدان اولیه کاهش یافته است:

$$\Delta E=-\frac{۲}{۳}\left(\frac{q}{\kappa_۱\varepsilon_{\circ}A}\right)=-\frac{۲}{۳}\times\frac{۴۸\times۱۰^{-۸}}{۲\times۸\times۱۰^{-۱۲}}=۲\times۱۰^{۴}\ (N/C)$$

۱۱۴ گزینه ۲

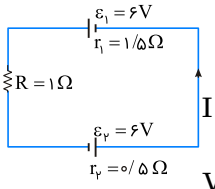
برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر گلوله دوم برابر صفر است. پس نیروی الکتریکی بین دو گلوله باید با وزن گلوله دوم برابر باشد.

$$F=m_۲g\Rightarrow\frac{kq_۱q_۲}{r^۲}=m_۲g\Rightarrow\frac{q'_۱}{q_۱}\times\frac{q'_۲}{q_۲}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^۲=\frac{m'_۲}{m_۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۷۵}{۱۰۰}\times\frac{۱۲۰}{۱۰۰}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^۲=\frac{۱۲۰}{۱۰۰}\Rightarrow\frac{r}{r'}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

۱۱۵ گزینه ۱

ابتدا جریان مدار را به دست آورده و سپس اختلاف‌پتانسیل الکتریکی دو سر مولد $\varepsilon_۱$ را محاسبه می‌کنیم:



$$I=\frac{\varepsilon_۱+\varepsilon_۲}{R+r_۱+r_۲}=\frac{۶+۶}{۱+۱/۵+۰/۵}=\frac{۱۲}{۳}=۴\ A$$

$$V_{\ ۱}=\varepsilon_۱-Ir_۱=۶-۴\times۱/۵=۰$$

۱۱۶ گزینه ۲

برای آنکه نیروی بین کره‌ها حداکثر شود باید بار آن‌ها هم‌اندازه شود پس بار آن‌ها باید برابر با میانگین بار دو کره شود:

$$q'=\frac{q_۱+q_۲}{۲}=\frac{۴+۲۰}{۲}=۱۲\ pC$$

پس باید تعدادی الکترون از کرهٔ دارای بار $+۴\ pC$ کنده‌شده و به دیگری اضافه شود تا بار کرهٔ دیگر از $+۲۰\ pC$ به $+۱۲\ pC$ برسد یعنی $+۸\ pC$ تغییر یابد.

$$q=ne\Rightarrow۸\times۱۰^{-۱۲}=n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\Rightarrow n=\frac{۸\times۱۰^{-۱۲}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۵\times۱۰^{۷}$$

۱۱۷ گزینه ۱

طبق قانون پایستگی بار الکتریکی : $q'_۱ = q'_۲ = \frac{q_۱ + q_۲}{۲} = \frac{۱۵ - ۵}{۲} = ۵\,\mu C$

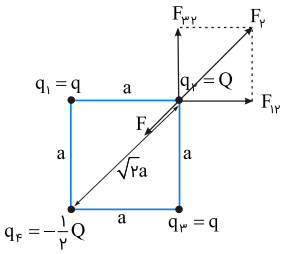
$$\left.\begin{array}{l} \text{نیروی بین دو بار در حالت اول} : F = k\frac{q_۱ q_۲}{d^۲} \\ \text{نیروی بین دو بار در حالت دوم} : F' = k\frac{q'_۱ q'_۲}{d'^۲} \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{q'_۱ q'_۲}{q_۱ q_۲} \times \frac{d^۲}{d'^۲} = \frac{۵ \times ۵}{۱۵ \times ۵} \times \frac{۱}{(۴)^۲} = \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۱۶} = \frac{۱}{۴۸}$$

۱۱۸ گزینه ۲

باتوجه‌به بردارهای نیرو و اینکه برآیند نیروهای وارد بر بار $q_۲$ صفر است، داریم:

(دقت شود برای اینکه برآیند نیروهای وارد بر بار $q_۲$ صفر شود، باید بارهای q و Q همنام باشند تا مطابق شکل این اتفاق بیفتد)



$$\begin{cases} F_{۱۲} = \frac{kq_۱ q_۲}{r_{۱۲}^۲} = \frac{kqQ}{a^۲} \\ F_{۳۲} = \frac{kq_۳ q_۲}{r_{۳۲}^۲} = \frac{kqQ}{a^۲} \end{cases} \Rightarrow F_۲ = \sqrt{۲}\frac{kqQ}{a^۲}$$

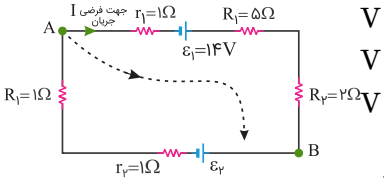
$$F_{۴۲} = \frac{kq_۴ q_۲}{r_{۴۲}^۲} = \frac{k\frac{۱}{۲}QQ}{۲a^۲} = \frac{۱}{۴}\frac{kQ^۲}{a^۲}$$

برآیند نیروهای وارد بر بار $q_۲$ صفر است $\Rightarrow F_۲ = F_{۴۲} \Rightarrow \sqrt{۲}\frac{kqQ}{a^۲} = \frac{۱}{۴}\frac{kQ^۲}{a^۲}$

$$\Rightarrow \frac{Q}{q} = ۴\sqrt{۲}$$

۱۱۹ گزینه ۱

گام اول: ابتدا از نقطهٔ A در مسیر نشان داده‌شده به نقطهٔ B می‌رسیم تا جریان مدار را به دست آوریم:



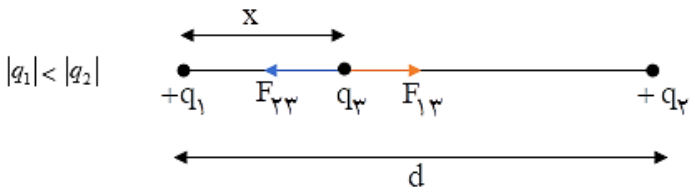
$$V_A - (r_۱ + R_۱ + R_۲)I + \varepsilon_۱ = V_B$$
$$V_A - (۱ + ۵ + ۲)I + ۱۴ = V_B$$
$$V_A - V_B = ۸I - ۱۴$$
$$-۷/۶ = ۸I - ۱۴ \Rightarrow I = \frac{۶/۴}{۸} = ۰/۸\,A$$

گام دوم: باتوجه‌به اینکه I، مقداری مثبت به دست آمد، جهت جریان فرضی برای I درست است. طبق رابطهٔ جریان برای مدار تک حلقه، $\varepsilon_۲$ برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon_۱ - \varepsilon_۲}{R_{eq} + r_۱ + r_۲} \Rightarrow ۰/۸ = \frac{۱۴ - \varepsilon_۲}{۱۰} \Rightarrow \varepsilon_۲ = ۶\,V$$

۱۲۰ گزینه ۲

می‌دانیم: اگر دو ذره دارای بارهای همنام باشند، آنگاه در نقطه‌ای روی خط واصل دو ذره و نزدیک به بار کوچک‌تر، برآیند نیروهای وارد بر بار سوم صفر است.
بنابراین برای این سؤال مطابق شکل زیر خواهیم داشت:



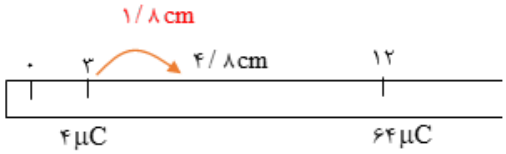
ازآنجاکه برآیند نیروهای وارد بر q_3 باید صفر باشد:

$$F_{23} = F_{13} \Rightarrow k\frac{q_2 q_3}{(d-x)^2} = k\frac{q_1 q_3}{x^2} \Rightarrow \frac{q_2}{(d-x)^2} = \frac{q_1}{x^2}$$

* توجه کنید همواره باری که اندازه‌اش کوچک‌تر است، صورت کسری می‌باشد که مخرج آن x^2 است.

$$\Rightarrow \frac{64}{(9-x)^2} = \frac{4}{x^2} \Rightarrow$$

$$\frac{4}{(9-x)} = \frac{1}{x} \Rightarrow 4x = 9 - x \Rightarrow 5x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{5} = 1/8\,cm$$



یعنی در میلی‌متر چهل و هشتم خط‌کش، برآیند نیروهای وارد بر بار $q = 2\,\mu C$ صفر است.

www.alirezaafshar.org

۱۲۱ گزینه ۴

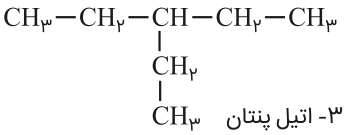
C_7H_{12} : ششمین عضو خانوادهٔ آلکین‌ها $\Rightarrow$ جرم مولی $= 7(12) + 12 = 96\ g.mol^{-1}$

C_6H_{14} : ششمین عضو خانوادهٔ آلکان‌ها $\Rightarrow$ جرم مولی $= 6(12) + 14 = 86\ g.mol^{-1}$

تفاوت جرم مولی این دو هیدروکربن برابر با ۱۰ گرم است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱:

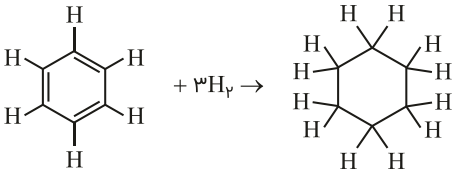


۳- اتیل پنتان

فرمول مولکولی ۳- اتیل‌پنتان و هپتان C_7H_{14} است و همپار هستند.

گزینهٔ ۲: فرمول مولکولی هر دو ترکیب سیکلوپنتان و پنتن C_5H_{10} است، بنابراین همپار هستند. در ضمن نسبت شمار اتم‌های کربن به هیدروژن در آن‌ها ۱ به ۲ است.

گزینهٔ ۳:



بنزن سیکلوهگزان

۱۲۲ گزینه ۴

$$\Delta H_{(\text{واکنش})} = \begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی پیوند}\\ \text{در مواد واکنش‌دهنده}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی پیوند}\\ \text{در مواد فرآورده}\end{bmatrix}$$

$$\Delta H_{(\text{واکنش})} = [۹۴۴ + ۲(۴۳۶)] - [۱۶۱ + ۴(۳۸۸)] = ۱۰۳\ kJ$$

$$\text{درصد خطا} = \left|\frac{\text{تفاوت } \Delta H \text{ تئوری با } \Delta H \text{ تجربی}}{\Delta H \text{ تجربی}}\right| \times ۱۰۰ = \left|\frac{۱۰۳ - ۹۱}{۹۱}\right| \times ۱۰۰ = ۱۳/۱۸ \simeq \%۱۳$$

۱۲۳ گزینه ۲

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: درست. این شبکه آرایش سه‌بعدی و منظم اتم‌ها و مولکول‌ها و یون‌ها را فقط در حالت جامد نمایش می‌دهد.

گزینهٔ ۲: نادرست. این تعریف فقط برای فرمول شیمیایی در ترکیب‌های یونی درست است.

گزینهٔ ۳: درست. این اختلاف در کلر ۸۲ nm و در فلوئور ۶۲ nm است.

گزینهٔ ۴: درست. در گروه دوم بیشترین شعاع مربوط به آخرین عنصر و در ردیف دوم هم اولین عنصر بیشترین شعاع را دارد.

۱۲۴ گزینه ۴

ابتدا با استفاده از معادله‌های شیمیایی داده‌شده که مربوط به مراحل انجام یک واکنش کلی هستند؛ معادلهٔ کلی واکنش مربوطه را به دست می‌آوریم.

توجه: ازآنجاکه معادله‌های داده‌شده، مراحل انجام یک واکنش هستند؛ برای رسیدن به معادلهٔ کلی واکنش فقط کافی است بدون هیچ تغییری، معادله‌های یادشده را باهم جمع کرده و مواد مشابه در دو طرف معادله‌ها را ساده کنیم.

۱) $2NO(g) \rightarrow \cancel{N_2O_2(g)}$

۲) $2H_2(g) \rightarrow \cancel{4H(g)}$

۳) $\cancel{N_2O_2(g)} + \cancel{H(g)} \rightarrow + \cancel{HO(g)}$

۴) $\cancel{2OH(g)} + \cancel{2H(g)} \rightarrow 2H_2O(g)$

۵) $\cancel{H(g)} + \rightarrow \cancel{HO(g)} + N_2(g)$

معادلهٔ کلی : $2NO(g) + 2H_2(g) \rightarrow N_2(g) + 2H_2O(g)$

اکنون با استفاده از آنتالپی پیوندهای داده‌شده، ΔH واکنش کلی را از رابطهٔ زیر به دست می‌آوریم:

$$\Delta H = \begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی پیوند}\\ \text{در مواد واکنش‌دهنده}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی پیوند}\\ \text{در مواد فرآورده}\end{bmatrix}$$

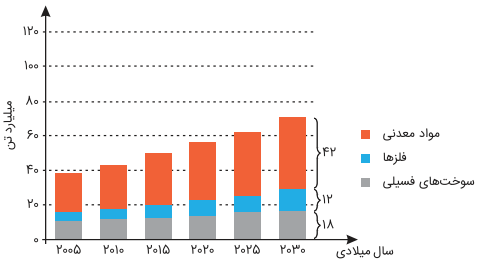
$$\Rightarrow \Delta H = [2\Delta H_{(N=O)} + 2\Delta H_{(H-H)}] - [\Delta H_{(N\equiv N)} + 4\Delta H_{(O-H)}]$$

$$\Rightarrow \Delta H = [(2 \times 607) + 2(436)] - [944 + 4(463)] \Rightarrow \Delta H = -710\,kJ$$

۱۲۵ گزینه ۲

بررسی نادرستی عبارت "پ" :

باتوجه‌به شکل، استفاده از سوخت‌های فسیلی با رشد بسیار کمی روبه‌افزایش است.



بررسی نادرستی عبارت "ب" :

بیشترین رشد مصرف مربوط به مواد معدنی است.

۱۲۶ گزینه ۲

با افزایش عدد اتمی در گروه هالوژن‌ها تمامی ویژگی‌های مطرح‌شده به‌جز واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد. می‌دانیم مقایسهٔ عناصر واکنش‌پذیری هالوژن‌ها به‌صورت $I < Br < Cl < F$ است.

۱۲۷ گزینه ۲

افزایش مرتبهٔ پیوند میان دو اتم معین باعث افزایش آنتالپی پیوند می‌شود. ازطرفی هرچه شعاع اتمی، اتم‌های درگیر دو پیوند کوچک‌تر باشد، طول پیوند کوتاه‌تر و انرژی یا آنتالپی پیوند بیشتر است، پس گزینه‌های نادرست باید به‌صورت زیر باشند:

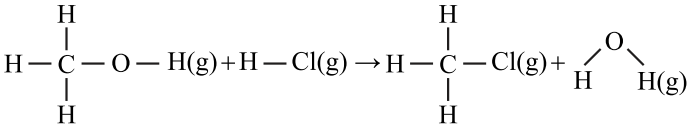
گزینهٔ ۱: $C \equiv C > C = C$

گزینهٔ ۳: $H - F > H - Cl$

گزینهٔ ۴: $Br - Br > I - I$

۱۲۸ گزینه ۳

واکنش به‌صورت زیر است:



$$\Delta H = [۳ \times \cancel{\Delta H_{(C-H)}} + \Delta H_{(C-O)} + \cancel{\Delta H_{(O-H)}} + \Delta H_{(H-Cl)}]$$
$$\Rightarrow -[۳ \times \cancel{\Delta H_{(C-H)}} + \Delta H_{(C-Cl)} + \cancel{۲} \times \Delta H_{(O-H)}]$$
$$\Rightarrow -۱۰ = [۳۸۰ + ۴۳۱] - [x + (۴۳۶)] \Rightarrow x = ۸۱۱ - ۴۳۶ + ۱۰ = ۳۸۵$$
$$\Rightarrow \Delta H_{(C-Cl)} = +۳۸۵\,kJ.mol^{-۱}$$

۱۲۹ گزینه ۲

باتوجه‌به اینکه واکنش‌پذیری $Cu < Fe < C < Na$ است، واکنش‌های "الف" و "ت" به‌صورت طبیعی انجام‌پذیرند و واکنش‌پذیری مواد فرآورده کمتر از مواد واکنش‌دهنده است.

۱۳۰ گزینه ۴

بخش اول مسئله:

در هنگام مخلوط کردن این دو نمونه آب، انرژی گرمایی از آب با دمای بالاتر (آب گرم‌تر) به آب با دمای پایین‌تر (آب سردتر) جاری می‌شود؛ تا زمانی‌که مخلوط به دمای تعادلی برسد. ازآنجاکه مقدار گرمایی که آب گرم‌تر از دست می‌دهد با گرمایی که آب هوا سردتر دریافت می‌کند، برابر است؛ می‌توان نوشت:

$$|Q_{\text{آب گرم‌تر}}| = |Q_{\text{آب سردتر}}| \Rightarrow |\underbrace{m_۱c_۱\overbrace{(\theta_۲ - \theta_۱)}^{\Delta\theta<۰}}_{\text{آب گرم‌تر}}| = |\underbrace{m_۲c_۲\overbrace{(\theta_۲ - \theta_۱)}^{\Delta\theta>۰}}_{\text{آب سردتر}}|$$
$$\Rightarrow m_۱c_۱(\theta_۱ - \theta_۲) = m_۲c_۲(\theta_۲ - \theta_۱) \Rightarrow ۷۵ \times ۴/۲(۳۵ - ۱۹) = m_۲ \times ۴/۲(۱۹ - ۹)$$
$$\Rightarrow m_۲ = ۱۲۰\,g \xrightarrow{g\,H_۲O = mL\,H_۲O} \text{حجم آب سردتر} = ۱۲۰\,mL$$

توجه: چگالی آب $۱\,g.mL^{-۱}$ است؛ بنابراین حجم آب را برحسب میلی‌لیتر با جرم آن برحسب گرم، برابر در نظر می‌گیریم.

بخش دوم مسئله:

$$\text{حجم مخلوط نهایی} = ۱۲۰\,mL + ۷۵\,mL = ۱۹۵\,mL \xrightarrow{g\,H_۲O = mL\,H_۲O} m = ۱۹۵\,g$$
$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = ۱۹۵ \times ۴/۲ \times (۴۴ - ۱۹) = ۲۰۴۷۵\,J = ۲۰/۴۷۵\,kJ$$

۱۳۱ گزینه ۴

همهٔ واکنش‌های داده‌شده به‌طور خودبه‌خودی انجام می‌شوند.

الف) واکنش‌پذیری : $Na > Mg \Rightarrow ۲Na + MgO \rightarrow Na_۲O + Mg$

$_{۱۱}Na$ با آرایش $۱s^۲\ ۲s^۲۲p^۶\ ۳s^۱$، ۵ الکترون با $l = ۰$ داشته و دومین فلز قلیایی خاکی Mg است.

ب) واکنش‌پذیری : $Ti > Fe \Rightarrow ۳Ti + ۲Fe_۲O_۳ \rightarrow ۳TiO_۲ + ۴Fe$

در $_{۲۲}Ti$ با آرایش $۱s^۲\ ۲s^۲۲p^۶\ ۳s^۲۳p^۶۳d^۲\ ۴s^۲$، تعداد الکترون‌های لایهٔ سوم ۵ برابر لایهٔ چهارم است.

پ) واکنش‌پذیری : $Al > Cu \Rightarrow Al + CuSO_۴ \rightarrow Al_۲(SO_۴)_۳ + Cu$

$_{۲۹}Cu^{۲+}$کاتیونی با آرایش $[Ar]۳d^۹$ بوده و Al آخرین فلز دورهٔ سوم است.

ت) واکنش‌پذیری : $C > Si \Rightarrow C + SiO_۲ \rightarrow CO_۲ + Si$

اولین شبه‌فلز گروه ۱۴، Si است.

۱۳۲ گزینه ۱

عبارت‌های دوم و چهارم درست‌اند.

نمودار داده‌شده، تغییرات انرژی واکنش سوختن گاز پروپان را نشان می‌دهد. مطابق نمودار این واکنش در سه مرحله صورت می‌گیرد:

مرحلهٔ اول: تجزیهٔ گاز پروپان به کربن و گاز هیدروژن:

$$C_۳H_۸(g) \rightarrow ۳C(s) + ۴H_۲(g)$$

این مرحله، گرماگیر بوده و ΔH آن برابر ۱۰۳/۸+ کیلوژول است $(\Delta H_۱ = +۱۰۳/۸\,kJ)$.

مرحلهٔ دوم: اکسایش کربن و تبدیل آن به گاز کربن دی‌اکسید:

$$۳C(s) + ۳O_۲(g) \rightarrow ۳CO_۲(g)$$

این مرحله گرماده بوده و ΔH آن برابر ۱۱۸۰/۸- کیلوژول است $\Delta H_۲ = -(۲۲۲۰ + ۱۰۳/۸ - ۱۱۴۳) = -۱۱۸۰/۸\,kJ$.

مرحلهٔ سوم: اکسایش گاز هیدروژن و تبدیل آن به بخار آب:

$$۴H_۲(g) + ۲O_۲(g) \rightarrow ۴H_۲O(l)$$

این مرحله گرماده بوده و ΔH آن برابر ۱۱۴۳- کیلوژول است $(\Delta H_۳ = -۱۱۴۳\,kJ)$.

ضمناً مطابق نمودار، ΔH واکنش کلی سوختن پروپان برابر ۲۲۲۰- کیلوژول است $(\Delta H = -۲۲۲۰\,kJ)$.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: نادرست. ΔH مرحلهٔ سوم این واکنش، مربوط به تشکیل ۴ مول از واکنش عنصرهای گازی سازندهٔ آن ($H_۲$ و $O_۲$) می‌باشد؛ بنابراین آنتالپی تشکیل یک مول آب برابر است با:

$$\Delta H = \frac{۱}{۴}(-۱۱۴۳\,kJ) = -۲۸۵/۷۵\,kJ.mol^{-۱}$$

عبارت دوم: درست. ΔH مرحلهٔ دوم این واکنش، مربوط به اکسایش ۳ مول کربن و تشکیل گاز $CO_۲$ می‌باشد؛ بنابراین انرژی آزادشده از اکسایش یک مول کربن برابر است با:

$$۱\,mol\,C \times \frac{۱۱۸۰/۸\,kJ}{۳\,mol\,C} = ۳۹۳/۶\,kJ$$

عبارت سوم: نادرست. توجه داشته باشید که آنتالپی سوختن یک ماده، در دمای $۲۵^\circ C$ و فشار یک اتمسفر گزارش می‌شود.

عبارت چهارم: درست. (توضیحات در ابتدای پاسخ، به‌طور کامل گفته شد)

عبارت پنجم: نادرست. $CO_۲$ تولیدشده در مرحلهٔ دوم واکنش و $H_۲O$ تولیدشده در مرحلهٔ سوم واکنش که به ترتیب فرآورده‌های حاصل از اکسایش کربن و هیدروژن هستند، در شرایط یکسانی از نظر دما قرار ندارند؛ بنابراین مقایسهٔ سطح انرژی این دو ماده و درنتیجه پایداری آن‌ها بر اساس نمودار داده‌شده ممکن نیست.

۱۳۳ گزینه ۳

در زمان t، مول دو واکنش باهم برابر می‌شود، پس داریم:

	$۲A$	$\rightarrow$	$۳B$
مقدار اولیه	۱۰		۰
تغییرات	$-۲x$		$۳x$
مقدار نهایی	$۱۰-۲x$		$۳x$

$۱۰ - ۲x = ۳x \Rightarrow ۱۰ = ۵x \Rightarrow x = ۲ \Rightarrow$ مول تولیدی $B = ۳x = ۳ \times ۲ = ۶\,mol$

$$\begin{cases} \overline{R}_{\text{واکنش}} = \dfrac{\overline{R}_B}{۳} \Rightarrow \overline{R}_B = ۰/۲ \times ۳ = ۰/۶\,mol.s^{-۱} \\ \overline{R}_B = \dfrac{\Delta molB}{\Delta t} \Rightarrow ۰/۶ = \dfrac{۶}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = ۱۰\,s \Rightarrow t - ۰ = ۱۰ \Rightarrow t = ۱۰\,s \end{cases}$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۳۴ گزینه ۴

$$C_nH_{۲n} + H_۲ \rightarrow C_nH_{۲n+۲}$$

$$\text{mol}\, H_۲ = \text{mol}\, C_nH_{۲n} \Rightarrow \frac{۰/۰۴\ \text{g}\, H_۲}{۲\ \text{g.mol}^{-۱}\, H_۲} = \frac{۰/۸۴\ \text{g}\, C_nH_{۲n}}{۱۲n + ۲n\ \text{g.mol}^{-۱}\, C_nH_{۲n}} \Rightarrow n = ۳$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{آلکان} : C_۳H_۸ \\ \text{آلکن} : C_۳H \end{cases}$$

$$C_۳H_۸ + ۵O_۲ \rightarrow ۳CO_۲ + ۴H_۲O$$

$$?\,\text{mol}\, CO_۲ = ۰/۸۴\ \text{g}\, C_۳H_۶ \times \frac{۱\,\text{mol}\, C_۳H_۶}{۴۲\ \text{g}\, C_۳H_۶} \times \frac{۱\,\text{mol}\, C_۳H_۸}{۱\,\text{mol}\, C_۳H_۶} \times \frac{۳\,\text{mol}\, CO_۲}{۱\,\text{mol}\, C_۳H_۸} = ۰/۰۶\,\text{mol}\, CO_۲$$

۱۳۵ گزینه ۲

$$C_۳H_۶(g) + \frac{۹}{۲}O_۲(g) \rightarrow ۳CO_۲(g) + ۳H_۲O(g)$$

$$?\,\text{kJ} = ۳۰/۸\,\text{L گاز} \times \frac{۱\,\text{mol گاز}}{۲۲/۴\,\text{L گاز}} \times \frac{۱۰۲۹\,\text{kJ}}{۵/۵\,\text{mol گاز}} = ۲۵۷/۲۵\,\text{kJ}$$

۱۳۶ گزینه ۳

فسفر و گوگرد نافلزند و سطح آن‌ها کدر می‌باشد، درحالی‌که Si شبه‌فلز است و سطح درخشانی دارد.

۱۳۷ گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: نادرست. موز و گوجه‌فرنگی رسیده گاز اتن آزاد می‌کنند.

گزینهٔ ۲: نادرست. آلکان‌ها تمایل چندانی به انجام واکنش‌های شیمیایی ندارند، اما واکنش‌ناپذیر نیستند. به‌عنوان‌مثال آلکان‌ها در واکنش سوختن شرکت می‌کنند.

گزینهٔ ۳: درست. نام ذکرشده نادرست است و نام درست به‌صورت ۴- اتیل ۲، ۲، ۵- تری‌متیل هگزان می‌باشد.

گزینهٔ ۴: نادرست. هیدروژن سیانید به فرمول HCN هیدروکربن نیست. (زیرا دارای اتمی به‌غیراز هیدروژن و کربن است)

۱۳۸ گزینه ۲

$$N \equiv N + ۳H - H \rightarrow ۲\ \begin{matrix} H & & H \\ & N & \\ & | & \\ & H & \end{matrix}$$

$$\text{آنتالپی واکنش} = \begin{bmatrix} \text{مجموع آنتالپی پیوند} \\ \text{در مواد واکنش‌دهنده} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \text{مجموع آنتالپی پیوند} \\ \text{در مواد فرآورده} \end{bmatrix}$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [۹۴۵ + ۳(۴۳۵)] - [۲(۳ \times ۳۹۱)] = -۹۶\,\text{kJ}$$

$$?\,\text{kJ} = ۱\,\text{mol}\, NH_۳ \times \frac{-۹۶\,\text{kJ}}{۲\,\text{mol}\, NH_۳} = -۴۸\,\text{kJ}$$

۱۳۹ گزینه ۲

$FeCl_۲$ در آب حل می‌شود ولی سه ترکیب $Fe_۲O_۳$، $Fe(OH)_۲$ و $Fe(OH)_۳$ در آب نامحلول هستند.

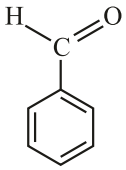
۱۴۰ گزینه ۱

اتم کربن به ۴ حالت متفاوت می‌تواند با چهار پیوند اشتراکی به پایداری برسد.

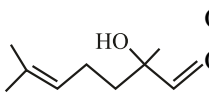
www.alirezaafshar.org

۱۴۱ گزینه ۲

معادلهٔ سوختن هر دو ترکیب را می‌نویسیم:



بنزآلدهید $(C_۷H_۶O)$



$C_{۱۰}H_{۱۸}O$

$$C_۷H_۶O + ۸O_۲ \rightarrow ۷CO_۲ + ۳H_۲O$$
$$C_{۱۰}H_{۱۸}O + ۱۴O_۲ \rightarrow ۱۰CO_۲ + ۹H_۲O$$

مقدار بنزآلدهید را x مول و ترکیب دیگر را y مول در نظر می‌گیریم.

$$\text{تولیدشده از سوختن بنزآلدهید } CO_۲ = x\,mol\,C_۷H_۶O \times \frac{۷\,mol\,CO_۲}{۱\,mol\,C_۷H_۶O} = ۷x\,mol\,CO_۲$$

$$\text{تولیدشده از سوختن ترکیب دیگر } CO_۲ = y\,mol\,C_{۱۰}H_{۱۸}O \times \frac{۱۰\,mol\,CO_۲}{۱\,mol\,C_{۱۰}H_{۱۸}O} = ۱۰y\,mol\,CO_۲$$

$$\text{تولیدشده از سوختن بنزآلدهید } H_۲O = x\,mol\,C_۷H_۶O \times \frac{۳\,mol\,H_۲O}{۱\,mol\,C_۷H_۶O} = ۳x\,mol\,H_۲O$$

$$\text{تولیدشده از سوختن ترکیب دیگر } H_۲O = y\,mol\,C_{۱۰}H_{۱۸}O \times \frac{۹\,mol\,C_{۱۰}H_{۱۸}O}{۱\,mol\,C_{۱۰}H_{۱۸}O} = ۹y\,mol\,H_۲O$$

$$\begin{cases} ۷x + ۱۰y = ۹/۴ \\ ۳x + ۹y = ۷/۸ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۳(۷x + ۱۰y = ۹/۴) \\ ۷(۳x + ۹y = ۷/۸) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۲۱x - ۳۰y = -۲۸/۲ \\ ۲۱x + ۶۳y = ۵۴/۶ \end{cases}$$
$$\Rightarrow ۳۳y = ۲۶/۴ \Rightarrow y = ۰/۸\,mol$$

تعداد مول ترکیب دوم ۰/۸ است.

$$۷x + ۱۰y = ۹/۴ \Rightarrow ۷x + ۱۰(۰/۸) = ۹/۴ \Rightarrow ۷x = ۱/۴ \Rightarrow x = ۰/۲\,mol$$

تعداد مول بنزآلدهید ۰/۲ است.

$$\text{درصد مولی بنزآلدهید} = \frac{۰/۲}{۰/۲ + ۰/۸} \times ۱۰۰ = \%۲۰$$

۱۴۲ گزینه ۳

برای حل این سؤال می‌توانیم اول جرم گاز تولیدشده را حساب کنیم و بعد، جرم گاز را از جرم کل اولیه کم کنیم.

جرم گاز تولیدشده:

$$۱CaCO_۳ \sim ۱CO_۲$$
$$\frac{\cancel{۵۰۰} \times \frac{۸\cancel{۰}}{۱\cancel{۰۰}}}{\frac{\cancel{۱۰۰}^{۱۰}}{۱} \times ۱} \times \frac{\cancel{۷۵}^{۳}}{\frac{\cancel{۱۰۰}}{۴}} = \frac{x}{۴۴ \times ۱} \Rightarrow x = \frac{۴۴ \times ۳ \times \cancel{۸}}{\cancel{۲ \times ۴}} = ۱۳۲\,g\,CO_۲$$

حال جرم جامد باقی‌مانده برابر می‌شود با:

$$۵۰۰\,g - ۱۳۲\,g = ۳۶۸\,g$$

۱۴۳ گزینه ۳

عنصر X باتوجه‌به اطلاعات داده‌شده، $_{۱۷}Cl$ است که تمامی عبارت‌ها به‌جز عبارت "پ" پیرامون آن درست هستند.

$$_{۱۷}Cl : ۱s^۲\ ۲s^۲۲p^۶\ ۳s^۲۳p^۵ \Rightarrow l = ۲\ (d \text{ زیرلایهٔ}) \text{ با الکترون شمار} = ۰$$

www.alirezaafshar.org

۱۴۴ گزینه ۲

عبارت‌های "ب" و "ت" نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) در آلکان‌های شاخه‌دار، بعضی از کربن‌ها به سه یا چهار اتم کربن دیگر متصل است.

ت) سوخت اکثر فندک‌ها، بوتان است.

۱۴۵ گزینه ۱

بررسی عبارت‌ها:

الف) در یک گروه فلزات با افزایش عدد اتمی از بالا به پایین، واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد. (نادرست)

ب) در یک دوره شعاع اتمی با افزایش عدد اتمی کاهش می‌یابد. (درست)

پ) با افزایش عدد اتمی در گروه هالوژن‌ها دمای لازم برای واکنش با گاز هیدروژن افزایش می‌یابد. (نادرست)

ت) با افزایش عدد اتمی در یک دوره از جدول تناوبی خصلت نافلزی افزایش می‌یابد. (نادرست)

۱۴۶ گزینه ۲

ابتدا تفاوت آنتالپی سوختن پروپین (C_3H_4) و اتین (C_2H_2) را به دست می‌آوریم.

$$\text{تفاوت آنتالپی سوختن پروپین و اتین} = (-۱۹۳۸) - (-۱۳۰۰) = -۶۳۸\,kJ.mol^{-1}$$

می‌توان نتیجه گرفت که در آلکین‌ها به ازای افزایش هر گروه CH_2، آنتالپی سوختن به‌اندازهٔ $-۶۳۸\,kJ$ منفی‌تر می‌شود. حالا آنتالپی سوختن بوتین به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$C_2H_6 \text{ آنتالپی سوختن} = C_3H_4 \text{ آنتالپی سوختن} + (-۶۳۸\,kJ) = -۲۵۷۶\,kJ.mol^{-1}$$

گرمای حاصل از سوختن ۲/۱۶ گرم ۱- بوتین:

$$۲/۱۶\,g\,C_4H_6 \times \frac{۱\,mol\,C_4H_6}{۵۴\,g\,C_4H_6} \times \frac{۲۵۷۶\,kJ}{۱\,mol\,C_4H_6} = ۱۰۳/۰۴\,kJ$$

۱۴۷ گزینه ۱

تغییرات شمار پروتون‌های هستهٔ عناصر دلیل مناسبی برای کاهش یا افزایش شعاع اتمی نیست، زیرا برای مثال تعداد پروتون‌های هسته در یک گروه از پایین به بالا کاهش می‌یابد؛ اما این دلیل مناسبی برای کاهش شعاع اتمی یک گروه از پایین به بالا نیست چون در یک دوره هم از راست به چپ شمار پروتون‌های هسته کاهش می‌یابد ولی شعاع اتمی در یک دوره از راست به چپ افزایش می‌یابد.

www.alirezaafshar.org

۱۴۸ گزینه ۱

معادلهٔ مربوط به واکنش انجام‌شده را می‌نویسیم:

$$Cu(s) + ۲AgNO_۳\,(aq) \rightarrow Cu(NO_۳)_۲\,(aq) + ۲Ag(s)$$

ابتدا تعداد مول‌های مس (II) نیترات را در ۲۰۰ میلی‌لیتر $(۰/۲\,L)$ از این محلول به‌دست می‌آوریم:

$$۰/۲\,L\,Cu(NO_۳)_۲\,(aq) \times \frac{۰/۱\,mol\,Cu(NO_۳)_۲}{۱\,L\,Cu(NO_۳)_۲\,(aq)} = ۰/۰۲\,mol\,Cu(NO_۳)_۲$$

$$\begin{cases} \Delta n\,Cu(NO_۳)_۲ = ۰/۰۲\,mol \\ \bar{R}_{Cu(NO_۳)_۲} = \bar{R}_{\text{متوسط واکنش}} = \dfrac{\Delta n\,Cu(NO_۳)_۲}{\Delta t} \Rightarrow ۰/۱۵\,\dfrac{mol}{min} = \dfrac{۰/۰۲\,(mol)}{\Delta t\,(min)} \Rightarrow \Delta t = \dfrac{۴}{۳}min = ۸۰\,s \end{cases}$$

برای محاسبهٔ تغییر جرم قطعهٔ مس، از یک طرف باید مقدار مس مصرف‌شده و از طرف دیگر باید مقدار نقرهٔ تولیدشده را (که بر روی قطعهٔ مس می‌نشیند) حساب کنیم:

روش اول (کسر تبدیل):

$$?\,g\,Cu = ۰/۰۲\,mol\,Cu(NO_۳)_۲ \times \frac{۱\,mol\,Cu}{۱\,mol\,Cu(NO_۳)_۲} \times \frac{۶۴\,g\,Cu}{۱\,mol\,Cu} = ۱/۲۸\,g\,Cu$$

$$?\,g\,Ag = ۰/۰۲\,mol\,Cu(NO_۳)_۲ \times \frac{۲\,mol\,Ag}{۱\,mol\,Cu(NO_۳)_۲} \times \frac{۱۰۸\,g\,Ag}{۱\,mol\,Ag} = ۴/۳۲\,g\,Ag$$

$$\text{تغییر جرم قطعهٔ مس} = \text{جرم نقرهٔ اضافه‌شده به تیغه} - \text{جرم مصرف‌شده}$$

$$\Rightarrow \text{تغییر جرم قطعهٔ مس} = ۴/۳۲ - ۱/۲۸ = ۳/۰۴\,g$$

روش دوم (تناسب):

مطابق معادلهٔ واکنش، به‌ازای مصرف یک مول Cu (که معادل ۶۴ گرم مس است)، دو مول Ag (که معادل $۲ \times ۱۰۸ = ۲۱۶$ گرم نقره است) تولیدشده و مطابق فرض سؤال بر روی قطعهٔ مس می‌نشیند بنابراین تغییر جرم قطعهٔ مس به‌ازای مصرف هر یک مول مس برابر است با:

$$\text{تغییر جرم قطعهٔ مس} = ۲۱۶ - ۶۴ = ۱۵۲\,g$$

از طرف دیگر تغییر مول فلز مس و تغییر مول مس (II) نیترات باهم برابر است (چون ضرایب استوکیومتری آن‌ها باهم برابر است)، بنابراین با یک تناسب ساده تغییر جرم تیغهٔ مس را به‌ازای مصرف ۰/۰۲ مول فلز مس به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۰/۰۲\,mol\,Cu}{۱\,mol\,Cu} = \frac{x\,g\,(\text{تغییر جرم تیغه})}{۱۵۲\,g} \Rightarrow x = ۳/۰۴\,g$$

۱۴۹ گزینه ۴

نوشیدن شیر داغ سبب می‌شود که انرژی به بدن منتقل شده و از درون احساس گرمی کنیم؛ پس این مرحله همراه با آزاد شدن انرژی و گرماده است، ولی خوردن بستنی سبب می‌شود که از درون احساس سرما کنیم؛ زیرا بستنی از دمای زیر صفر به دمای $۳۷^\circ C$ می‌رسد.

توجه داشته باشید که فرآیند گوارش مواد غذایی یک فرآیند هم‌دمای گرماده است.

پس گزینهٔ "۴" درست است.

۱۵۰ گزینه ۱

عنصر X همان $_{۱۷}Cl$ است.

بررسی سایر عبارت‌ها:

الف) این عنصر در دمای اتاق، گازی‌شکل است. (نادرست)

ب) عنصر $_{۳۲}Se$ در گروه شانزدهم جدول تناوبی جای دارد. (نادرست)

ت) عدد اتمی آن برابر ۱۷ است. (نادرست)