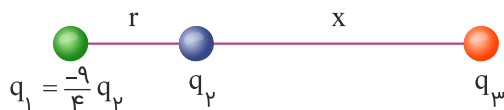




۱ در شکل زیر برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی صفر است. نسبت‌های $\frac{x}{r}$ و $\frac{q_3}{q_2}$ از راست به چپ کدام است؟



(۱) $-۹, ۲$

(۲) $۹, ۲$

(۳) $-۹, \frac{۳}{۲}$

(۴) $۹, \frac{۳}{۲}$

۲ اگر بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای ۳ میکروکولنی در فاصله ۵ میلی‌متری از آن برابر E_1 و در فاصله ۵ سانتی‌متر از آن برابر E_2 باشد، $\frac{E_1}{E_2}$ کدام است؟

(۲) $۰/۱$

(۱) $۰/۰۰۱$

(۴) ۱۰۰

(۳) ۱۰

۳ در شکل زیر، بارهای q_1 و q_2 در نقاط A و B ثابت شده‌اند و میدان الکتریکی در نقطه M برابر \vec{E} است. اگر بار q_1 به نقطه B و بار q_2 به نقطه A منتقل شوند، میدان الکتریکی در نقطه M برابر $۲\vec{E}$ می‌شود. $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟



(۱) $-\frac{۴}{۳}$

(۲) $-\frac{۳}{۲}$

(۳) $-\frac{۴}{۳}$

(۴) $-\frac{۳}{۲}$

۴ بارهای الکتریکی دو گوی رسانای مشابه A و B به ترتیب -۴ nC و $+۱۲ \text{ nC}$ است. تعداد الکترون‌های گوی B، است. از تعداد الکترون‌های گوی A است. ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

(۲) کمتر - $۱۰^{۱۱}$

(۱) بیشتر - $۱۰^{۱۱}$

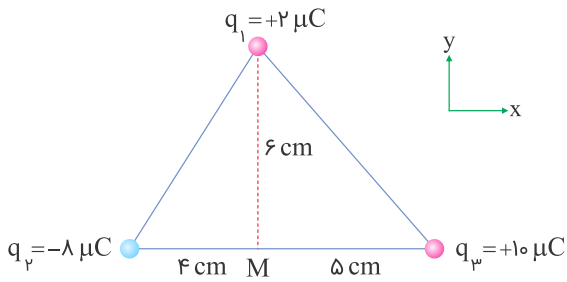
(۴) کمتر - ۵×۱۰^{۱۰}

(۳) بیشتر - ۵×۱۰^{۱۰}

۵

مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی در نقاط مشخص شده قرار دارند. بردار میدان الکتریکی در نقطه M در SI کدام است؟

$$(k = 9 \times 10^9 \left(\frac{N \cdot m^2}{C^2} \right))$$



(۱) $(0/9\vec{i} - 0/5\vec{j}) \times 10^7$

(۲) $(0/9\vec{i} + 0/5\vec{j}) \times 10^7$

(۳) $(-8/1\vec{i} - 0/5\vec{j}) \times 10^7$

(۴) $(-8/1\vec{i} + 0/5\vec{j}) \times 10^7$

۶

دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 2 \mu C$ و $q_2 = -2 \mu C$ به فاصله ۲ از یکدیگر قرار دارند. اگر نصف یکی از بارها را برداریم و به دیگری اضافه کنیم و دو بار را به فاصله $\frac{r}{4}$ از هم قرار می‌دهیم. اندازه نیرویی که دو بار به یکدیگر وارد می‌کنند، در مقایسه با حالت قبل چندبرابر می‌شود؟

(۱) ۱ (۲) ۳

(۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{16}$

۷

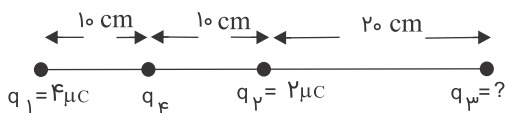
میدان الکتریکی از بار الکتریکی نقطه‌ای $2 \mu C$ در فاصله یک متری آن، چند نیوتون بر کولن است؟ $K = 9 \times 10^9 N m^2 / C^2$

(۱) 2×10^3 (۲) 2×10^6

(۳) $1/8 \times 10^4$ (۴) $1/8 \times 10^5$

۸

در شکل، برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_4 برابر صفر است. بار q_3 چند میکروکولن است؟



(۱) ۱۸

(۲) ۸

(۳) -۸

(۴) -۱۸

۹

در شکل زیر اگر اندازه بار $+2q$ یازده برابر شود، اندازه میدان برآیند در نقطه O وسط خط واصل این دو بار نسبت به حالت قبل چندبرابر می‌شود؟



(۱) ۱۰

(۲) ۳

(۳) ۸

(۴) ۲۲



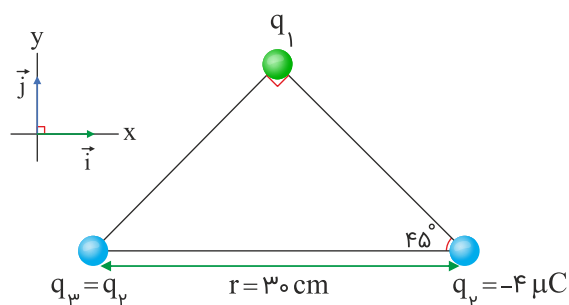
۱۰ دو بار الکتریکی نقطه‌ای همنام q_1 و q_2 ($|q_2| < |q_1|$) در فاصله d از یکدیگر قرار گرفته‌اند. اندازه برآیند میدان آن‌ها در فاصله x از بار q_2 مساوی صفر است. اگر فاصله دو بار را نصف کنیم، در فاصله x' از بار q_2 اندازه برآیند مجدداً صفر می‌شود. x' چندبرابر x است؟

- (۱) ۱
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۴) $\frac{1}{4}$

۱۱ ذره‌ای با بار الکتریکی $q = 5 \mu\text{C}$ و جرم 2 g در یک میدان الکتریکی یکنواخت به صورت معلق ساکن مانده است. اندازه میدان الکتریکی چند نیوتن بر کولن و به کدام سمت است؟

- (۱) پایین، 4×10^4
(۲) بالا، 10^4
(۳) بالا، 4×10^4
(۴) پایین، 10^4

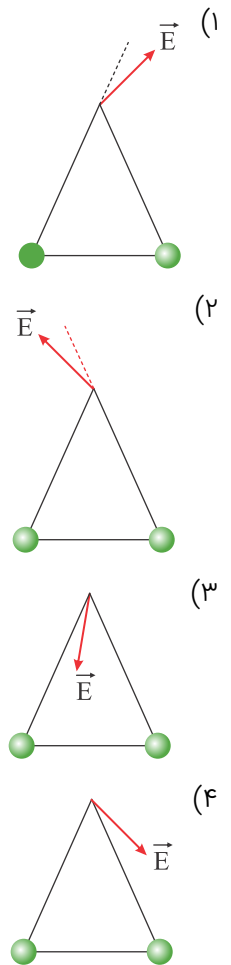
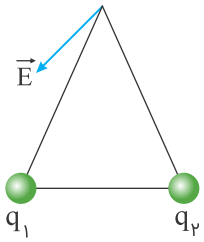
۱۲ سه بار الکتریکی مطابق شکل زیر روی رأس‌های یک مثلث قائم‌الزاویه قرار گرفته‌اند. اگر برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 در SI به صورت $\vec{F} = (-0.2)\vec{i} + (1/4)\vec{j}$ باشد، میدان الکتریکی بار q_1 در محل بار q_2 ، در SI کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$)



- (۱) $(7\vec{i} - 7\vec{j}) \times 10^5$
(۲) $(3/5\vec{i} - 3/5\vec{j}) \times 10^5$
(۳) $(-7\vec{i} + 7\vec{j}) \times 10^5$
(۴) $(-3/5\vec{i} + 3/5\vec{j}) \times 10^5$



در دو رأس یک مثلث متساوی‌الساقین بارهای q_1 و q_2 واقع شده‌اند و بردار میدان الکتریکی در رأس سوم مثلث مطابق شکل است. اگر علامت هر دو بار q_1 و q_2 قرینه شده و جای آن‌ها را باهم عوض کنیم، بردار میدان الکتریکی برآیند به کدام وضعیت درخواهد آمد؟



۱۴ چه تعداد الکترون باید به یک کره خنثی بدهیم تا بار الکتریکی آن $-8 \mu\text{C}$ شود؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

(۲) 5×10^{12}

(۱) 5×10^{13}

(۴) 5×10^{21}

(۳) 5×10^9

۱۵ دو بار الکتریکی q_1 و q_2 از فاصله r به هم نیروی F را وارد می‌کنند و اگر فاصله بارها از هم نصف شود، نیروی بین آن‌ها 60 N افزایش می‌یابد. دو بار از فاصله $2r$ به هم چه نیرویی را وارد خواهند کرد؟

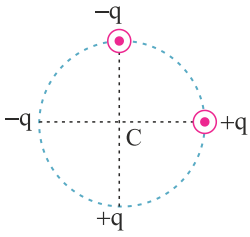
(۲) 10 N

(۱) 20 N

(۴) 1 N

(۳) 5 N

اگر بار نقطه‌ای q روی محیط دایره‌ای به شعاع R قرار گیرد، شدت میدان الکتریکی حاصل از آن در مرکز دایره برابر با E_1 می‌شود. اندازه شدت میدان در مرکز دایره برابر است با:



(۱) $2\sqrt{2}E_1$

(۲) $4E_1$

(۳) $\frac{3}{2}E_1$

(۴) صفر

دو بار نقطه‌ای همنام با بارهای یکسان Q در فاصله d به هم نیروی الکتریکی F وارد می‌کنند چند درصد از بار یکی کم و به دیگری اضافه کنیم تا وقتی در فاصله $2d$ از هم قرار می‌گیرند به هم نیروی $\frac{15}{64}F$ وارد کنند؟

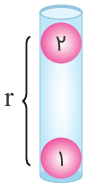
(۲) ۲۰

(۱) ۵

(۴) ۲۵

(۳) ۴۰

مطابق شکل زیر دو گلوله کوچک و مشابه با بارهای همنام داخل یک استوانه عایق در فاصله r از یکدیگر هستند. اگر جرم و بار الکتریکی گلوله اول را 25% کاهش و جرم و بار الکتریکی گلوله دوم را 20% درصد افزایش دهیم، فاصله بین دو گلوله در انتها چند برابر خواهد شد؟



(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(۳) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

(۴) $\frac{5\sqrt{3}}{6}$

دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله r از یکدیگر قرار دارند و به یکدیگر نیروی الکتریکی F را وارد می‌کنند. اگر اندازه یکی از بارها و فاصله بین آن‌ها را 4 برابر کنیم، نیروی الکتریکی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟

(۲) $\frac{1}{4}$

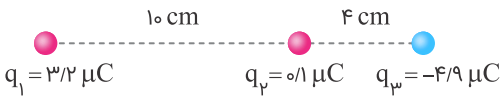
(۱) ۴

(۴) ۱

(۳) ۲



در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در یک راستا قرار گرفته‌اند. چند الکترون به بار q_p اضافه کنیم، تا نیروی خالص وارد بر q_1 برابر صفر شود؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



$$(1) \quad 1/5 \times 10^{14}$$

$$(2) \quad 1/5 \times 10^{13}$$

$$(3) \quad 2 \times 10^{14}$$

$$(4) \quad 2 \times 10^{13}$$

چه تعداد از عبارت‌های زیر راجع به اولین سری از عنصرهای واسطه درست است؟
الف) اغلب کاتیون‌های آن‌ها به آرایش گاز نجیب نمی‌رسند.

ب) مجموع $n + l$ الکترون‌های بیرونی‌ترین زیرلایهٔ اولین فلزی که زیرلایهٔ $l = 2$ در آن پر می‌شود برابر ۴ است.

پ) نسبت تعداد عنصرهایی که زیرلایهٔ $4s$ آن‌ها کاملاً پر است به تعداد عنصرهایی که زیرلایهٔ $3d$ آن‌ها نیمه‌پر است برابر ۴ می‌باشد.

ت) آرایش کاتیون ۳ بار مثبت ششمین عنصر آن‌ها به $3d^6$ ختم می‌شود.

$$(1) \quad 1$$

$$(2) \quad 2$$

$$(4) \quad 4$$

$$(3) \quad 3$$

در دورهٔ سوم جدول عنصر رسانای جریان برق بوده و عنصر در اثر ضربه خرد می‌شوند. (به جز Ar)

$$(2) \quad 3, 4$$

$$(1) \quad 3, 3$$

$$(4) \quad 4, 4$$

$$(3) \quad 3, 4$$

باتوجه به جدول زیر:

عنصر	A	B	C	D	E	F
شمارهٔ دوره	۵	۳	۳	۳	۴	۴
شمارهٔ گروه	۱۷	۱۷	۱۶	۲	۲	۱۳

در کدام گزینه، در مقابل عبارت نوشته شده، عنصر به درستی معرفی نشده است؟

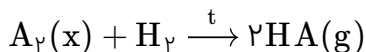
(۱) عنصری که آخرین زیرلایهٔ آن به p^6 ختم می‌شود $\Leftarrow C$

(۲) فلزی که بیشترین فعالیت فلزی را دارد $\Leftarrow E$

(۳) نافلزی که بیشترین فعالیت نافلزی را دارد $\Leftarrow B$

(۴) عنصری که خصلت فلزی دارد و تراز فرعی $3d$ آن پر است $\Leftarrow D$





الف) اگر A_2 هالوژنی باشد که حتی در دمای $-200^\circ C$ به سرعت واکنش دهد، تمایل A به تشکیل آنیون کمتر از بقیه هالوژن‌ها است.

ب) اگر t برابر با $25^\circ C$ باشد و واکنش انجام نشود، آنگاه x به صورت I یا s است.

پ) اگر x جامد باشد، در این صورت A شعاع بیشتری نسبت به Br دارد.

ت) اگر A_2 هالوژنی باشد که در واکنش با فلز سدیم نور زردرنگ تولید می‌کند، آنگاه $t > 200^\circ C$ است.

ث) اگر x به صورت g باشد، آنگاه تمام هالوژن‌ها می‌توانند در واکنش با هیدروژن شرکت کنند.

(۱) ۲ (۲) ۳

(۳) ۴ (۴) ۱

چند مورد از موارد زیر درست است؟

- در تمام عنصرهایی که در یک گروه جای گرفته‌اند، آرایش الکترونی لایه ظرفیت مشابه است.

- عدم توزیع یکسان عناصر در جهان باعث پیدایش تجارت جهانی شده است.

- عنصرها در جدول دوره‌ای بر اساس بنیادی‌ترین ویژگی آن‌ها، یعنی عدد اتمی (A) چیده شده‌اند.

- کلر همانند شبه‌فلز دوره سوم جدول دوره‌ای می‌تواند با دریافت الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب هم‌دوره خود یعنی آرگون برسد.

(۱) ۱ (۲) ۳

(۳) ۲ (۴) صفر

کدام گزینه درست است؟

(۱) اکثر مواد مصنوعی همانند تمام مواد طبیعی از زمین به دست می‌آیند.

(۲) برقراری ارتباط میان داده‌ها و یافتن الگو و روندها مهم‌ترین گام در پیشرفت علم است.

(۳) بنیادی‌ترین ویژگی عناصر، عدد جرمی است.

(۴) گرما دادن و افزودن مواد به یکدیگر همواره سبب بهبود خواص آن‌ها می‌شود.

کدام گزینه نادرست است؟

(۱) همه مواد و فناوری‌های مورداستفاده ما از موادی ساخته شده‌اند که به نوعی منشأ آن‌ها ذخیره زمین است.

(۲) منابع شیمیایی به طور یکسان در جهان توزیع نشده‌اند.

(۳) میزان استخراج سالانه فلزها از کره زمین نسبت به استخراج سوخت‌های فسیلی بیشتر است.

(۴) باتوجه به چرخه مواد می‌توان گفت به تقریب جرم کل مواد در کره زمین ثابت است.

(۱) میزان استخراج سوخت‌های فسیلی بیشتر از فلزها و کمتر از مواد معدنی است.

(۲) همواره گرما دادن به مواد برخلاف افزودن آن‌ها به یکدیگر باعث بهبود خواص می‌شود.

(۳) طلا در دسته مواد طبیعی قرار می‌گیرد.

(۴) در ساخت و تولید هر وسیله، به تقرب جرم کل کره زمین ثابت می‌ماند.

باتوجه به داده‌های جدول زیر، کدام مطالب درست است؟ (عنصرهای X ، E ، D و A در دوره چهارم جدول تناوبی جای دارند)

یون‌ها				ویژگی‌ها	ردیف
A^-	${}_{29}D^{2+}$	${}_{33}E^{3-}$	X^{3+}		
۸	۱۷	۸	۱۴	شمار الکترون‌های آخرین لایه اشغال شده	۱
۱۰	b	a	۶	شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی $l = 2$	۲
۲/۲۵	۲	۲/۲۵	۲	نسبت شعاع الکترون‌های دارای عدد کوانتومی $l = 1$ به $l = 0$	۳

- عدد اتمی عنصر A ، برابر مجموع عددهای ردیف دوم جدول است.

- تفاوت عدد اتمی عنصر X با فلز قلیایی هم‌دوره‌اش، برابر ۸ است.

- عنصر E در واکنش با عنصر M ، ترکیبی با فرمول شیمیایی ME تشکیل می‌دهد.

- بار کاتیون D در ترکیب‌هایش، همانند بار کاتیون عنصر ۳۱ جدول تناوبی در ترکیب‌هایش است.

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

عنصر X از دوره سوم جدول تناوبی عنصرها در واکنش با گاز کلر ترکیبی به فرمول XCl_4 تولید می‌کند که در ساختار آن تمام

اتم‌ها از قاعده هشت‌تایی پیروی می‌کنند. کدام مطلب در مورد عنصر X درست است؟

(الف) عنصر X در بیرونی‌ترین زیرلایه خود دارای ۲ الکترون با اعداد کوانتومی $n = 3$ و $l = 1$ است.

(ب) همانند عنصری با عدد اتمی ۶، توانایی تشکیل یون تک‌اتمی را ندارد.

(پ) فاقد رسانایی الکتریکی است.

(ت) اختلاف عدد اتمی آن با آخرین عنصر دسته p در دوره چهارم جدول تناوبی برابر با ۲۴ است.

(۱) الف - ت (۲) الف - ب

(۳) پ - ت (۴) ب - پ

عصر A در دوره سوم و گروه پنزدهم جدول تناوبی جای دارد. در ترکیب یونی BA اگر کاتیون و آنیون هم‌الکترون باشند، شمار الکترون‌های زیرلایه $l = 0$ در اتم B کدام است؟

۳۱

- (۱) ۶
(۲) ۷
(۳) ۸
(۴) ۹

همه گزینه‌های زیر درست هستند؛ به جز

۳۲

- (۱) جدول دوره‌های عنصرها شامل ۷ دوره و ۱۸ گروه است.
(۲) تعیین شماره گروه و دوره یک عنصر در جدول تناوبی، کمک شایانی به پیش‌بینی خواص و رفتار آن خواهد کرد.
(۳) عناصر در جدول دوره‌های عنصرها، بر اساس رفتار آن‌ها، به سه دسته فلز، نافلز و شبه‌فلز تقسیم شده‌اند.
(۴) عنصرهایی که شمار الکترون‌های بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی اتم آن‌ها برابر است، در یک گروه از جدول دوره‌های عناصر جای گرفته‌اند.

کدام مطلب در مورد کاتیون فلز واسطه در ترکیب NiSO_4 درست است؟ (عنصر Ni در دوره چهارم و گروه ۱۰ قرار دارد)

(الف) شمار الکترون‌ها در بیرونی‌ترین زیرلایه آن برابر با ۲ است.
(ب) آرایش الکترونی کاتیون Ga^{3+} شبیه به آرایش الکترونی کاتیون این ترکیب است.
(پ) مجموع شمار الکترون‌ها در لایه‌های دوم و سوم آن برابر است.
(ت) بار الکتریکی آن با بار الکتریکی کاتیون فلزی با عدد اتمی ۳۸ برابر است.

۳۳

- (۱) الف - ت - پ
(۲) ب - ت
(۳) ت
(۴) ب - پ

کدام عبارت درست است؟

۳۴

- (۱) عناصر دسته d از تناوب سوم آغاز می‌شوند.
(۲) در عناصر دسته d موجود و تناوب چهارم زیرلایه d^۴ در حال پر شدن است.
(۳) در گروه‌های اول و دوم هیچ زیرلایه d پرشده‌ای وجود ندارد.
(۴) در بین فلزهای واسطه تناوب چهارم دو عنصر زیرلایه d نیمه‌پر دارند.

چه تعداد از عبارت‌های زیر درست‌اند؟

۳۵

- به تقریب جرم کل مواد در کره زمین ثابت می‌ماند.
- پیشرفت صنعت الکترونیک بر اجزایی مبتنی است که از مواردی به نام ابررسانا ساخته می‌شوند.
- تمام قطعه‌های دوچرخه از فرآوری مواد معدنی موجود در زمین به دست می‌آیند.
- هرچه میزان بهره‌برداری از منابع یک کشور بیشتر باشد، آن کشور توسعه‌یافته‌تر است.
- از بین سرامیک، شیشه، فلز آهن، پنبه، نشاسته، بنزین، نایلون و سنگ فیروزه، ۳ ماده، طبیعی و بقیه مصنوعی هستند.

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

عناصر "ژرمانیم" و "قلع" در چه تعداد از ویژگی‌های زیر مشترک هستند؟
 الف) به اشتراک گذاشتن الکترون هنگام واکنش
 ب) دوره یکسان در جدول تناوبی عناصر
 پ) خرد نشدن در اثر ضربه
 ت) رسانایی الکتریکی بالا

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴



کدام گزینه ترتیب عنصرهای زیر را به درستی نشان می‌دهد؟
 الف) تنها نافلزی که رسانایی الکتریکی دارد.
 ب) دارای سطح براق بوده و در شرایط مناسب الکترون از دست می‌دهد.
 پ) رسانای کم جریان برق، درخشان و شکننده است.
 ت) در شرایط مناسب الکترون می‌گیرد و سطح درخشان ندارد.

- (۱) P b, C, Cl, Si
 (۲) Cl, Si, P b, C
 (۳) Cl, C, P b, Si
 (۴) P b, Si, Cl, C

چند مورد از مطالب زیر در مورد جدول دوره‌ای مندلیف درست است؟
 - عناصری که در یک گروه قرار دارند، خواص شیمیایی مشابه و عناصر موجود در یک دوره خواص فیزیکی مشابهی دارند.
 - در هر خانه از جدول اطلاعاتی نظیر نماد شیمیایی عنصر، عدد اتمی و عدد جرمی درج شده است.
 - خواص فلزی و خواص نافلزی به ترتیب با شعاع اتمی رابطه مستقیم و عکس دارند.
 - در جدول، زیرلایه $3f$ در عناصر فلزی ۵۷ - ۷۰ در حال پر شدن است.
 - در دوره چهارم جدول، ۵ عنصر فلزی تک‌ظرفیتی وجود دارد.
 - در دوره چهارم فلزاتی که در آخرین لایه الکترونی خود ۱ الکترون دارند، دارای ظرفیت $+1$ هستند.

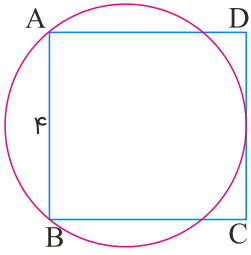
- (۱) ۲
 (۲) ۴
 (۳) ۵
 (۴) ۶

در دوره سوم جدول اختلاف شعاع اتمی به ترتیب بین کدام دو عنصر متوالی از بقیه بیشتر و کدام دو عنصر از بقیه کمتر است؟

- (۱) $17\text{Cl}, 16\text{S} - 13\text{Al}, 14\text{Si}$
 (۲) $17\text{Cl}, 16\text{S} - 11\text{Na}, 12\text{Mg}$
 (۳) $17\text{Cl}, 16\text{S} - 13\text{Al}, 14\text{Si}$
 (۴) $12\text{Mg}, 11\text{Na} - 17\text{Cl}, 16\text{S}$

کدام گزینه درست است؟

- (۱) استکان شیشه‌ای از خاک چینی و ظرف غذا از شن و ماسه ساخته می‌شود.
 (۲) پیشرفت صنعت الکترونیک بر اجزایی مبتنی است که از فولاد ساخته می‌شوند.
 (۳) گرما دادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر سبب تغییر خواص آن‌ها می‌شود.
 (۴) زمین انباری از ذخایر ارزشمند است که به طور یکنواخت توزیع شده‌اند.



(۱) ۲/۵

(۲) ۵

(۳) ۳

(۴) ۶

۴۲ اگر از نقطه A مماسی به طول $۲\sqrt{6}$ بر دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۵ رسم کنیم، بیشترین فاصله نقاط دایره تا نقطه A چقدر است؟

(۲) ۹

(۱) ۷

(۴) ۱۵

(۳) ۱۲

۴۳ اضلاع زاویه قائمه مثلث ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) بر یک دایره مماس‌اند و وتر مثلث بر یکی از قطرهای منطبق است. اگر $AB = ۳$ و $AC = ۶$ شعاع دایره کدام است؟

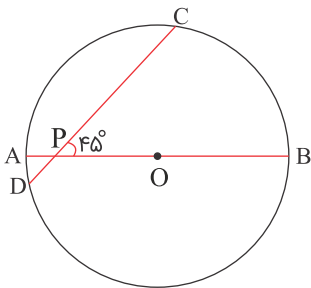
(۲) $\frac{۳}{۲}$

(۱) ۲

(۴) ۱

(۳) $\sqrt{۳}$

۴۴ مطابق شکل، وتر CD با قطر AB در P متقاطع‌اند و باهم زاویه ۴۵° می‌سازند. اگر $PC = ۷$ و $PD = ۱$ باشد، شعاع دایره چقدر است؟



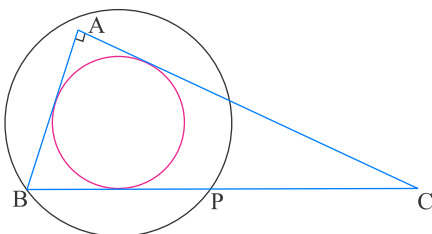
(۱) ۶

(۲) $۲\sqrt{6}$

(۳) $۲\sqrt{۵}$

(۴) ۵

۴۵ در شکل زیر دو دایره هم‌مرکزند و $AB = ۱۶$ و $AC = ۳۰$ است. طول پاره‌خط CP کدام است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۱۸

(۳) ۲۸

(۴) ۱۴

۴۶ یک مستطیل و یک دایره حداکثر چند نقطه برخورد می‌توانند داشته باشند؟

(۲) ۶

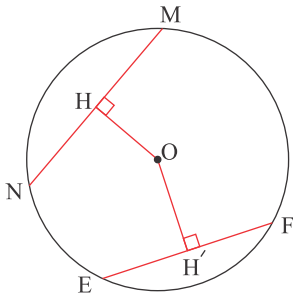
(۱) ۴

(۴) ۱۰

(۳) ۸

در شکل زیر $MN > EF$ است. اگر $OH = 2x + 3$ و $OH' = 3x - 1$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۴۷



(۱) $2 < x < 4$

(۲) $x > 4$

(۳) $x < 4$

(۴) $x < 2$

کدام گزینه نادرست است؟

۴۸

(۱) اگر در یک دایره فاصله‌های دو وتر از مرکز دایره برابر باشد، طول این دو وتر یکسان است.

(۲) از بین دو وتر در یک دایره، وتری بزرگتر است که از مرکز دایره دورتر باشد.

(۳) تمام وترهایی که طول یکسانی دارند فاصله آن‌ها از مرکز دایره با هم برابر است.

(۴) کمان‌های نظیر وترهای مساوی در یک دایره باهم برابرند.

کمترین و بیشترین فاصله نقطه A از دایره $C(O, R)$ برابر ۵ و ۹ است. طول شعاع دایره کدام است؟ (A بیرون دایره قرار دارد)

۴۹

(۲) ۲

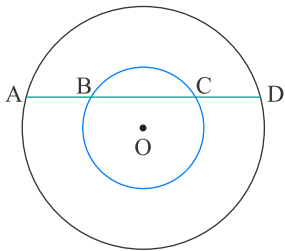
(۱) ۷

(۴) ۴

(۳) ۵

در شکل زیر دایره‌ها هم‌مرکز می‌باشند و شعاع یکی از آن‌ها یک واحد از دیگری بزرگتر است. اگر $\frac{AD}{3} = \frac{BC}{2} = 4$ باشد، مجموع شعاع دو دایره چقدر است؟

۵۰



(۱) ۱۶

(۲) ۲۴

(۳) ۱۲

(۴) ۲۰

ارزش کدام گزینه نادرست است؟

۵۱

(۲) $\exists x \in \mathbb{R} : \frac{x - \sqrt{3}}{4} = 0$

(۱) $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 - 2x + 1 = 0$

(۴) $\forall x \in \mathbb{Z} : x^2 \geq x$

(۳) $\forall x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2$

اگر $A = \{2, 3, 4\}$ کدام مجموعه در رابطه $\forall x \in B \Rightarrow x \in A$ صدق می‌کند؟

۵۲

(۲) $B = \{3, 4, 5\}$

(۱) $B = \{2, 3\}$

(۴) $B = \{4, 6\}$

(۳) $B = \{1, 2, 3\}$

چند مجموعه فردعضوی مثل X وجود دارد که $\{1, 2, \dots, 10\} \supseteq X \supseteq \{1, 2, 3\}$ باشد؟

۵۳

- (۱) ۳۲
(۲) ۶۴
(۳) ۳۱
(۴) ۶۳

اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند در کدام حالت ارزش گزاره، $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$ نادرست است؟

۵۴

- (۱) p و q هر دو نادرست باشند.
(۲) p و q هر دو درست باشند.
(۳) p درست و q نادرست باشد.
(۴) p نادرست و q درست باشد.

جدول ارزشی کدامیک از گزاره‌های زیر با جدول ارزشی گزاره $(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r)$ ، یکسان نیست؟

۵۵

- (۱) $p \Rightarrow (q \vee r)$
(۲) $(p \wedge q) \vee r$
(۳) $\sim p \vee q \vee r$
(۴) $(p \Rightarrow q) \vee r$

کدام گزینه صحیح است؟ (A حداقل ۳ عضوی است.)

۵۶

- (۱) اگر از مجموعه A ، ۳ عضو کم کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن بر ۸ تقسیم می‌شود.
(۲) اگر به مجموعه A ، ۲ عضو اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۲ برابر می‌شود.
(۳) اگر از مجموعه A ، ۳ عضو کم کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۸ واحد کم می‌شود.
(۴) اگر به مجموعه A ، ۲ عضو اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۴ واحد اضافه می‌شود.

اگر ارزش گزاره $(p \Leftrightarrow s) \Rightarrow (p \wedge q) \Rightarrow q$ نادرست باشد، ارزش گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow q$ کدام است؟

۵۷

- (۱) T
(۲) F
(۳) با p هم‌ارز است.
(۴) نامشخص است.

چند مورد از گزاره‌های زیر درست است؟

۵۸

- (الف) $\emptyset = \{\emptyset\}$
(ب) $\emptyset \in \{\emptyset\}$
(پ) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$
(ت) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} = \{\{\emptyset\}\}$
(ث) $\{\emptyset\} \subseteq \{\emptyset\}$

- (۱) ۳
(۲) ۱
(۳) صفر
(۴) ۴

اگر $A = \{1, 2\}$ ، $B = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ و $C = \{\{1, 2, \{1, 2\}\}, 1\}$ باشند، کدام بیان در مورد این مجموعه‌ها نادرست است؟

۵۹

- (۱) $B \subset C$
(۲) $A \in B$
(۳) $A \subset B$
(۴) $B \in C$

۶۰ اگر p گزاره "امروز جمعه است" و q گزاره "باران نمی‌بارد" باشد بیان توصیفی گزاره $p \Rightarrow q \sim$ کدام است؟

- (۱) اگر امروز جمعه است در نتیجه باران نمی‌بارد.
 (۲) باران می‌بارد در نتیجه امروز جمعه نیست.
 (۳) اگر باران می‌بارد آنگاه امروز جمعه است.
 (۴) باران می‌بارد و امروز جمعه نیست.

۶۱ جملات دوم و چهارم دنباله $a_n = \frac{3}{2}(-2)^n$ ، جملات اول و دوم یک دنباله حسابی هستند. مجموع جملاتی از این دنباله حسابی که از ۲۰۰ کمتر باشد کدام است؟

- (۱) ۸۷۰
 (۲) ۱۰۵۶
 (۳) ۱۲۶۰
 (۴) ۱۰۵۵

۶۲ اگر مجموعه جواب نامعادله $\sqrt{3x+4} > 2|x-1| - x$ بازه (a, b) باشد، طول وسط این بازه کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$
 (۲) ۳
 (۳) $\frac{7}{2}$
 (۴) ۴

۶۳ به ازای چه مقادیری از a معادله $\frac{a}{x-2} - \frac{y+x}{x^2-2x} = \frac{x+3}{x}$ جواب حقیقی ندارد؟

- (۱) $(0, 4)$
 (۲) $(-2, 2)$
 (۳) $(-2, 4)$
 (۴) $(-1, 1)$

۶۴ اگر برد تابع $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$ به صورت $[a, +\infty)$ باشد، محور تقارن تابع $g(x) = ax^2 + 3x - 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{4}$
 (۲) $-\frac{9}{4}$
 (۳) $-\frac{9}{8}$
 (۴) $\frac{9}{8}$

۶۵ به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله درجه دوم $x^2 + (m-2)x + m + 1 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی مثبت است؟

- (۱) $-1 < m < 0$
 (۲) $m < 0$
 (۳) $2 < m < 8$
 (۴) $m > 8$

۶۶ نمودار سهمی $f(x) = (ax+9)(-2x+6)$ بر محور x ها مماس است. مقدار عددی a کدام است؟

- (۱) ۳
 (۲) -۳
 (۳) ۶
 (۴) -۶

۶۷ معادله $\frac{3x^2+1}{|x^3+1|} = \frac{2}{|x+1|} + \frac{1}{x^2-x+1}$ چند جواب حقیقی دارد؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴



۶۸ در یک دنباله عددی، جمله n ام به صورت $a_n = \frac{3}{2}n - 5$ است. مجموع ۱۵ جمله اول این دنباله، کدام است؟

- (۱) ۹۰
(۲) ۱۰۵
(۳) ۱۲۰
(۴) ۱۳۵

۶۹ مجموع n جمله اول از دنباله حسابی $2, 0, 2, \dots$ کدام است؟

- (۱) $n^2 - 2n$
(۲) $n^2 - n$
(۳) $n^2 - 3n$
(۴) $n^2 + n$

۷۰ بین اعداد ۸ و ۷۴، پنج واسطه حسابی درج کرده‌ایم. مجموع ۷ جمله حاصل کدام است؟

- (۱) ۲۶۳
(۲) ۲۷۷
(۳) ۲۸۷
(۴) ۲۹۴

۷۱ معادله $\sqrt{x^2 - 4x + 3} + 2\sqrt{x^2 - 7x + 6} = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- (۱) هیچ
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

۷۲ نمودار تابع $|x - 2| - 1$ را حداقل چند واحد به سمت چپ منتقل کنیم تا طول نقاط تلاقی نمودار حاصل با محور x ها نامثبت باشد؟

- (۱) ۴
(۲) ۳
(۳) ۲
(۴) ۱

۷۳ در یک دنباله هندسی صعودی به صورت $\dots, b, 9, a, 4$ ، مجموع شش جمله اول کدام است؟

- (۱) $81 \frac{3}{8}$
(۲) $81 \frac{7}{8}$
(۳) $82 \frac{3}{8}$
(۴) $83 \frac{1}{8}$

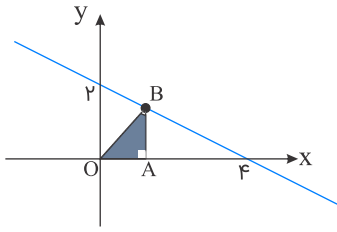
۷۴ به ازای کدام مقدار a معادله $|3x^2 + ax - 2| = 5$ دقیقاً سه جواب دارد؟

- (۱) ± 2
(۲) ± 4
(۳) ± 6
(۴) ± 8

۷۵ اگر $x_1 = \sqrt{3} + 17$ و $x_2 = -\sqrt{3} - 11$ ریشه‌های معادله درجه دوم $y = f(x)$ باشند، محور تقارن نمودار تابع $f(x)$ کدام طول را دارد؟

- (۱) ۶
(۲) ۳
(۳) ۱۲
(۴) -۶

از بین تمام مثلث های قائم الزاویه ای که مطابق شکل بین محورهای مختصات و خط ثابت d قرار دارند، بیشترین مساحت کدام است؟



(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۳

(۴) ۴

۷۷ اگر $f(x) = 2x^{\frac{3}{4}} - 3x^{\frac{5}{4}} + 1$ باشد، آنگاه حاصل ضرب ریشه های معادله $f(x) = 0$ به صورت 2^k است. k کدام است؟

(۱) -۱

(۳) $\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

۷۸ اگر α و β ریشه های معادله درجه دوم $x^2 + x = 1$ باشند، حاصل $\frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha\beta}$ کدام می تواند باشد؟

(۱) ۳

(۲) $\sqrt{5} + 1$ (۳) $-\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۷۹ اگر بدانیم معادله $|ax^2 + 3x - 2| = 3$ فقط یک جواب دارد، مقادیر a کدام است؟

(۱) $\frac{9}{20}$ و $-\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{9}{20}$ و $\frac{9}{4}$ (۳) $-\frac{9}{20}$ و $\frac{9}{4}$ (۴) \emptyset

۸۰ یازده کیلوگرم رنگ با غلظت ۴۰ درصد با چهار کیلوگرم رنگ از همان نوع با غلظت ۷۰ درصد مخلوط شده اند. با تبخیر چند کیلوگرم آن، غلظت محلول به ۵۰ درصد می رسد؟

(۱) ۰/۴

(۲) ۰/۵

(۳) ۰/۶

(۴) ۰/۸





استاد علیرضا افشار

”همایش ها“

@hamayesh_dr_afshar



گزینه ۱

۱

چون برآیند نیروهای وارد بر بار q_1 صفر است، نیرویی که از طرف بارهای q_2 و q_3 به آن وارد می‌شود، باید در خلاف جهت یکدیگر و باهم هم‌اندازه باشد، بنابراین q_2 و q_3 ناهمنام هستند. (رد گزینه "۲" و "۴") همچنین برآیند نیروهای وارد بر بار q_3 صفر است، پس داریم:

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{(r+x)^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{x^2} \xrightarrow{|q_1|=\frac{9}{4}|q_2|} \frac{\frac{9}{4}}{(r+x)^2} = \frac{1}{x^2} \Rightarrow \frac{x}{r} = 2$$

گزینه ۴

۲

$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \left(\frac{\Delta cm}{\Delta mm}\right)^2 = 10^2 = 100$$

گزینه ۴

۳

میدان حاصل از بار q_1 را با \vec{E}_1 و میدان حاصل از بار q_2 را با \vec{E}_2 نشان می‌دهیم:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad (I)$$

طبق رابطه $E = k \frac{q}{r^2}$ ، بزرگی میدان حاصل از بار q در هر نقطه با مجذور فاصله آن نقطه از بار نسبت عکس دارد. بنابراین وقتی q_1 در نقطه B قرار می‌گیرد، فاصله‌اش از نقطه M نصف و بزرگی میدان آن در نقطه M ، ۴ برابر می‌شود.

$$\frac{E'_1}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r'_1}\right)^2 = \left(\frac{r}{2r}\right)^2 \Rightarrow E'_1 = 4E_1$$

به همین ترتیب، وقتی بار q_2 در نقطه A قرار می‌گیرد، بزرگی میدان آن $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود.

$$\frac{E'_2}{E_2} = \left(\frac{r_2}{r'_2}\right)^2 = \left(\frac{r}{4r}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow E'_2 = \frac{1}{4}E_2$$

اگر بخواهیم بردارها را در حالت‌های اولیه و ثانویه باهم مقایسه کنیم، باید به این موضوع توجه کنیم که با جابه‌جایی هر بار میدان حاصل از آن در نقطه M تغییر جهت می‌دهد؛ پس:

$$\vec{E}'_1 = -4\vec{E}_1, \quad \vec{E}'_2 = -\frac{1}{4}\vec{E}_2$$

$$\vec{E}' = \vec{E}'_1 + \vec{E}'_2 = 2\vec{E} \Rightarrow -4\vec{E}_1 - \frac{1}{4}\vec{E}_2 = 2\vec{E} \Rightarrow \vec{E} = -2\vec{E}_1 - \frac{1}{8}\vec{E}_2 \quad (II)$$

$$(I), (II) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -2\vec{E}_1 - \frac{1}{8}\vec{E}_2 \Rightarrow 3\vec{E}_1 = -\frac{9}{8}\vec{E}_2 \Rightarrow \vec{E}_1 = -\frac{3}{8}\vec{E}_2$$

چون \vec{E}_1 و \vec{E}_2 در خلاف جهت یکدیگرند، بارهای q_1 و q_2 همنام هستند و $q_1 q_2 > 0$ است (اگر بارها در یک طرف M بودند، میدان‌هایشان هم‌جهت می‌شد)

$$\frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{q_1}{q_2}\right) \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{8} = \left(\frac{q_1}{q_2}\right) \times \left(\frac{r}{4r}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{q_1}{q_2} \times \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{3}{2}$$

نوع بار گوی A منفی و نوع بار گوی B مثبت است بنابراین تعداد الکترون‌های گوی B کمتر از تعداد الکترون‌های گوی A است. بنابراین گزینه‌های ۱ و ۳ نمی‌توانند درست باشند.

ابتدا تعداد الکترون‌هایی که گوی A بیشتر از حالت خنثی دارد را به دست می‌آوریم:

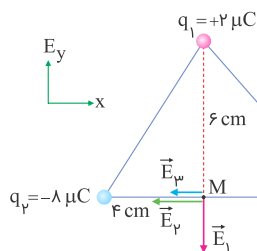
$$n_A = \frac{q_A}{e} = \frac{4 \times 10^{-9}}{1/6 \times 10^{-19}} = 2/5 \times 10^{10}$$

سپس تعداد الکترون‌هایی که گوی B کمتر از حالت خنثی دارد را محاسبه می‌کنیم:

$$n_B = \frac{q_B}{e} = \frac{12 \times 10^{-9}}{1/6 \times 10^{-19}} = 7/5 \times 10^{10}$$

گوی A، $2/5 \times 10^{10}$ الکترون نسبت به حالت خنثی بیشتر دارد و گوی B، $7/5 \times 10^{10}$ الکترون کمتر از حالت خنثی دارد پس گوی B نسبت به A $10^{11} = 10 \times 10^{10}$ الکترون کمتر دارد.

با محاسبه میدان‌های الکتریکی حاصل از سه بار الکتریکی داریم:



$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{36 \times 10^{-4}} = 0/5 \times 10^7 \text{ N/C}$$

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{8 \times 10^{-6}}{16 \times 10^{-4}} = 4/5 \times 10^7 \text{ N/C}$$

$$E_3 = \frac{k|q_3|}{r_3^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-6}}{25 \times 10^{-4}} = 3/6 \times 10^7 \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_x = -(4/5 \times 10^7 + 3/6 \times 10^7) \vec{i} = -8/1 \times 10^7 \vec{i} \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_y = -0/5 \times 10^7 \vec{j} \text{ N/C} \Rightarrow \vec{E} = -8/1 \times 10^7 \vec{i} - 0/5 \times 10^7 \vec{j} = (-8/1 \vec{i} - 0/5 \vec{j}) \times 10^7 \text{ N/C}$$



گام اول

(الف) نصف یکی از بارها را برداریم و به دیگری اضافه کنیم $\leftarrow q'_1 = q_1 - \frac{q_1}{2}$ و $q'_2 = q_2 + \frac{q_1}{2}$
 (ب) دو بار را به فاصله $\frac{r}{2}$ از هم قرار می دهیم $\leftarrow r' = \frac{r}{2}$

(ج) اندازه نیرویی که دو بار به یکدیگر وارد می کنند، در مقایسه با حالت قبل چند برابر می شود؟ $\leftarrow \frac{F_2}{F_1} = ?$

گام دوم

نیرویی را که دو بار به هم وارد می کنند، در هر دو حالت به دست می آوریم:
در حالت اول:

$$\begin{cases} F_1 = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \\ q_1 = 2 \mu C \\ q_2 = -2 \mu C \end{cases} \Rightarrow F_1 = \frac{k \times 2 \times (-2)}{r^2} = -\frac{4k}{r^2}$$

در حالت دوم:

$$\begin{cases} F_2 = k \frac{q'_1 q'_2}{(r')^2} \\ q'_1 = q_1 - \frac{q_1}{2} = 2 - 1 = 1 \mu C \\ q'_2 = q_2 + \frac{q_1}{2} = -2 + 1 = -1 \mu C \end{cases} \Rightarrow F_2 = \frac{k q'_1 q'_2}{(r')^2} = \frac{k \times 1 \times (-1)}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = -\frac{4k}{r^2}$$

در نتیجه نسبت $\frac{F_2}{F_1}$ برابر است با:

$$\frac{F_2}{F_1} = 1$$

گام اول

(الف) بار الکتریکی نقطه‌ای $20 \mu C \leftarrow q = 20 \mu C$
 (ب) در فاصله یک متری $\leftarrow r = 1 m$

(ج) میدان الکتریکی چند نیوتون بر کولن است؟ $\leftarrow E = ? N/C$

گام دوم

کافی است رابطه میدان الکتریکی برای بار نقطه‌ای را بنویسیم:

$$\begin{cases} E = k \frac{q}{r^2} \\ K = 9 \times 10^9 N m^2 / C^2 \end{cases} \Rightarrow E = \frac{9 \times 10^9 \times 20 \times 10^{-6}}{1} = 1/8 \times 10^5 N/C$$

گام اول

الف) برآیند نیروهای وارد بر بار q_f برابر صفر است $\leftarrow \vec{F}_{1,f} + \vec{F}_{2,f} + \vec{F}_{3,f} = 0$
 ب) بار q_3 چند میکروکولن است؟ $\leftarrow q_3 = ? \mu C$

گام دوم

راه حل اول:

طبق شکل برای تعیین جهت نیروی الکتریکی ناشی از بار q_3 وارد بر بار q_f ، اندازه نیروهای F_{1f} و F_{2f} را مقایسه می‌کنیم.

$$\begin{array}{c}
 \leftarrow 10 \text{ cm} \quad \leftarrow 10 \text{ cm} \quad \leftarrow 20 \text{ cm} \\
 \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\
 q_1 = 4 \mu C \quad q_f \quad q_2 = 2 \mu C \quad q_3 = ? \\
 \leftarrow 30 \text{ cm}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 |F_{1f}| = \left| k \frac{q_1 q_f}{r_{1f}^2} \right| = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times q_f}{(10^{-1})^2} = 3/6 \times 10^6 \times q_f \text{ (N/C)} \\
 |F_{2f}| = \left| k \frac{q_2 q_f}{r_{2f}^2} \right| = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times q_f}{(10^{-1})^2} = 1/8 \times 10^6 \times q_f \text{ (N/C)}
 \end{array} \right. \Rightarrow |E_1| > |E_2|$$

طبق نتایج به دست آمده، جهت نیروی الکتریکی ناشی از بار q_3 هم‌جهت با F_{2f} باید باشد تا بردار F_{1f} را خنثی کند. بنابراین بار q_3 مثبت است و اندازه آن برابر است با:

$$\begin{array}{c}
 \leftarrow F_2 \\
 \leftarrow F_3 \\
 \leftarrow F_1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 F_{3f} + F_{2f} = F_{1f} \Rightarrow F_{3f} + 1/8 \times 10^6 \times q_f = 3/6 \times 10^6 \times q_f \\
 \Rightarrow F_{3f} = 1/8 \times 10^6 \times q_f
 \end{array}$$

در نتیجه بار q_3 برابر است با:

$$|F_{3f}| = \left| k \frac{q_3 q_f}{r_{3f}^2} \right| \Rightarrow 1/8 \times 10^6 \times q_f = \frac{9 \times 10^9 \times q_3 \times q_f}{(30 \times 10^{-1})^2} \\
 \Rightarrow q_3 = 1/8 \times 10^{-5} = 12.5 \mu C$$

راه حل دوم:

می‌توان از طریق مقایسه میدان‌ها نیز به پاسخ رسید:

کافی است طبق شکل برای تعیین جهت بردار ناشی از میدان الکتریکی بار q_3 ، اندازه میدان‌های E_1 و E_2 را محاسبه و مقایسه می‌کنیم.

$$\begin{array}{c}
 \leftarrow 10 \text{ cm} \quad \leftarrow 10 \text{ cm} \quad \leftarrow 20 \text{ cm} \\
 \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\
 q_1 = 4 \mu C \quad q_f \quad q_2 = 2 \mu C \quad q_3 = ? \\
 \leftarrow 30 \text{ cm}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 |E_1| = \left| k \frac{q_1}{r_1^2} \right| = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{(10^{-1})^2} = 3/6 \times 10^6 \text{ N/C} \\
 |E_2| = \left| k \frac{q_2}{r_2^2} \right| = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{(10^{-1})^2} = 1/8 \times 10^6 \text{ N/C}
 \end{array} \right. \Rightarrow |E_1| > |E_2|$$

طبق نتایج به دست آمده، جهت میدان ناشی از بار q_3 هم‌جهت با E_2 باید باشد تا بردار E_1 را خنثی کند. بنابراین بار q_3 مثبت است و اندازه آن برابر است با:


$$\begin{array}{c}
 \leftarrow E_2 \\
 \leftarrow E_3 \\
 \leftarrow E_1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 E_3 + E_2 = E_1 \Rightarrow E_3 + 1/8 \times 10^6 = 3/6 \times 10^6 \Rightarrow E_3 = 1/8 \times 10^6
 \end{array}$$

در نتیجه بار q_3 برابر است با:

$$|E_3| = \left| k \frac{q_3}{r_3^2} \right| \Rightarrow 1/8 \times 10^6 = \frac{9 \times 10^9 \times q_3}{(30 \times 10^{-1})^2} \\
 \Rightarrow q_3 = 1/8 \times 10^{-5} = 12.5 \mu C$$

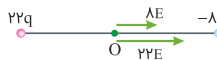


در حالت اول برآیند میدان را نسبت به اندازه بارها در مرکز خط واصل به دست می‌آوریم. توجه کنید چون فاصله بارها تا مرکز برابر است، بنابراین می‌توانیم میدان بار $۲q$ را $۲E$ و میدان بار λq را λE در نظر بگیریم:



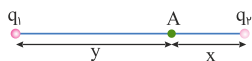
$$E_T = \lambda E + 2E = 10E$$

در حالت دوم بار $۲q$ را یازده برابر می‌کنیم و میدان برآیند را در مرکز خط واصل متناسب با اندازه بارها به دست می‌آوریم:



$$E'_T = \lambda E + 22E = 30E \Rightarrow \frac{E'_T}{E_T} = \frac{30E}{10E} = 3$$

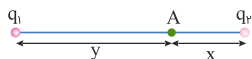
حالت اول:



برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو ذره در نقطه A صفر است یعنی این دو بار هم‌علامت هستند، پس داریم:

$$E_t = 0 \Rightarrow \frac{k q_1}{(d-x)^2} = \frac{k q_2}{x^2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \left(\frac{d-x}{x}\right)^2 \quad (1)$$

حالت دوم:



برآیند میدان‌ها در نقطه A' برابر صفر است، پس داریم:

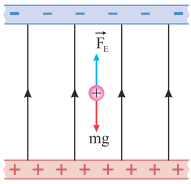
$$E'_t = 0 \Rightarrow \frac{k q_1}{\left(\frac{d}{2} - x'\right)^2} = \frac{k q_2}{x'^2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \left(\frac{\frac{d}{2} - x'}{x'}\right)^2 \quad (2)$$

$$\frac{dx}{x} \xrightarrow{\text{از برابر قرار دادن (1) و (2) داریم}} \left(\frac{dx}{x}\right)^2 = \left(\frac{\frac{d}{2} - x'}{x'}\right)^2 \Rightarrow \left|\frac{d-x}{x}\right| = \left|\frac{\frac{d}{2} - x'}{x'}\right|$$

$$\Rightarrow \left(\frac{d-x}{x}\right) = \frac{\frac{d}{2} - x'}{x'} \Rightarrow x' = \frac{1}{2}x$$



جهت نیروی وزن همواره روبه پایین است؛ بنابراین نیروی وارد از طرف میدان الکتریکی باید روبه بالا و هم‌اندازه با نیروی وزن باشد تا بتواند نیروی وزن را خنثی کند. چون بار ذره مثبت است، نیروی الکتریکی هم‌جهت با خطوط میدان به آن وارد می‌شود؛ یعنی جهت میدان روبه بالا است.



$$F_T = 0 \Rightarrow F_E = mg \Rightarrow E |q| = mg$$

$$\Rightarrow E = \frac{mg}{|q|} = \frac{2 \times 10^{-3} \times 10}{0.5 \times 10^{-6}} = 4 \times 10^6 \text{ N/C}$$

ابتدا نیروی الکتریکی که بار q_2 به بار q_3 وارد می‌کند را به دست می‌آوریم. چون دو بار همنام هستند، یکدیگر را دفع می‌کنند و نیروی q_2 بر بار q_3 خلاف جهت محور x است.

$$\vec{F}_{23} = k \frac{|q_2| |q_3|}{(r_{23})^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 4 \times 10^{-12}}{(3 \times 10^{-1})^2} = 1/6 \text{ N} \Rightarrow \vec{F}_{23} = (-1/6 \text{ N}) \vec{i}$$

با توجه به نیروی خالص وارد بر بار q_3 ، نیروی وارد بر بار q_3 از طرف بار q_1 را به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_{\text{net}(3)} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} \Rightarrow -0.2 \vec{i} + 1/4 \vec{j} = \vec{F}_{13} + (-1/6 \vec{i})$$

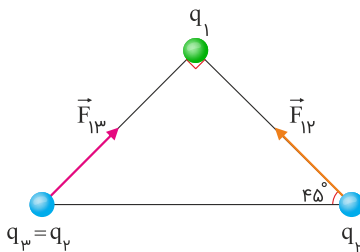
$$\Rightarrow \vec{F}_{13} = 1/4 \vec{i} + 1/4 \vec{j}$$

با توجه به تقارن شکل، نیروی الکتریکی وارد بر بار q_2 از طرف بار q_1 را به دست می‌آوریم:

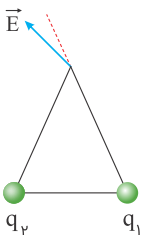
$$\vec{F}_{13} = 1/4 \vec{i} + 1/4 \vec{j} \xrightarrow[\text{به تقارن}]{\text{با توجه}} \vec{F}_{12} = -1/4 \vec{i} + 1/4 \vec{j}$$

میدان الکتریکی بار q_1 در محل بار q_2 را با استفاده از $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ به دست می‌آوریم:

$$\vec{E}_1 = \frac{\vec{F}_{12}}{q_2} = \frac{-1/4 \vec{i} + 1/4 \vec{j}}{-4 \times 10^{-6}} = ((-3/5) \vec{i} + (3/5) \vec{j}) \times 10^5$$



از شکل سؤال مشخص است که بار q_1 دارای علامت منفی و بار q_2 دارای علامت مثبت است. ضمناً چون بردار میدان به راستای خط واصل q_1 تا رأس سوم مثلث نزدیک‌تر است، پس اندازه q_1 بزرگ‌تر خواهد بود. در نتیجه با تغییر علامت هر دو بار و تعویض جای آن‌ها، بردار میدان برآیند به شکل زیر درخواهد آمد:



با استفاده از رابطه $q = \pm ne$ می‌توان نوشت:

$$q = \pm ne \Rightarrow -\lambda \times 10^{-6} = -n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 5 \times 10^{13}$$

ابتدا نیروها در دو حالت اول را محاسبه و از هم کم می‌کنیم:

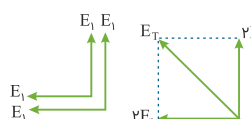
$$\left. \begin{aligned} F &= k \frac{q_1 q_2}{r^2} \\ F + \epsilon_0 &= k \frac{q_1 q_2}{\left(\frac{r}{\epsilon_0}\right)^2} = \epsilon_0 k \frac{q_1 q_2}{r^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow k \frac{q_1 q_2}{r^2} + \epsilon_0 = \epsilon_0 k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 = \epsilon_0 k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 2.0 \text{ N}$$

با داشتن نسبت $k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ نیروی بین دو بار از فاصله $2r$ را محاسبه می‌کنیم:

$$F' = k \frac{q_1 q_2}{(2r)^2} = \frac{1}{4} k \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4} \times 2.0 = 0.5 \text{ N}$$

باتوجه به علامت بارها، میدان حاصل از هر بار را در نقطه O رسم می‌کنیم.



$$E_T = \sqrt{(2E_1)^2 + (2E_1)^2} = 2E_1 \sqrt{1+1} = 2\sqrt{2}E_1$$

$$\text{در حالت اول: } F = \frac{kQ^2}{d^2}$$

$$\text{در حالت دوم: } \frac{15}{64} F = \frac{k(Q-x)(Q+x)}{4d^2} \Rightarrow \frac{15}{64} = \frac{Q^2 - x^2}{4Q^2}$$

$$\frac{15}{16} = 1 - \frac{x^2}{Q^2} \Rightarrow \frac{x^2}{Q^2} = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{x}{Q} = \frac{1}{4} = 25\%$$

برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر گلوله دوم برابر صفر است. پس نیروی الکتریکی بین دو گلوله باید با وزن گلوله دوم برابر باشد.

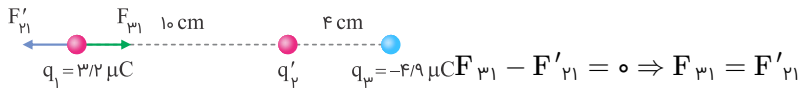
$$F = m_2 g \Rightarrow \frac{kq_1 q_2}{r^2} = m_2 g \Rightarrow \frac{q'_1}{q_1} \times \frac{q'_2}{q_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \frac{m'_2}{m_2}$$

$$\Rightarrow \frac{75}{100} \times \frac{120}{100} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \frac{120}{100} \Rightarrow \frac{r}{r'} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

با استفاده از قانون کولن می‌توان نوشت:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{q'_1 q'_2}{q_1 q_2} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{4 q_1 q_2}{q_1 q_2} \times \left(\frac{r_1}{4r_1}\right)^2 = 4 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$$

باتوجه به شکل، برای صفر شدن نیروی خالص وارد بر بار q_1 داریم:



بنابراین با استفاده از رابطه قانون کولن یعنی $F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$ داریم:

$$F'_{q1} = F_{q1} \Rightarrow \frac{k|q_2'q_1|}{10^2} = \frac{k|q_3q_1|}{(10+4)^2} \Rightarrow \frac{|q_2'|}{100} = \frac{|q_3|}{196}$$

$$\Rightarrow |q_2'| = \frac{4/9}{196} \times 100 = 2/5 \mu C$$

بنابراین میزان تغییرات بار q_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$|\Delta q| = |q_2' - q_2| = |2/5 - 0/1| = 2/5 \mu C$$

در نهایت با استفاده از رابطه $n = \frac{|\Delta q|}{e}$ تعداد بارهای اضافه شده به q_2 را به شکل زیر محاسبه می‌کنیم:

$$n = \frac{|\Delta q|}{e} = \frac{2/5 \times 10^{-6}}{1/6 \times 10^{-19}} = 1/5 \times 10^{13}$$

عبارت‌های "الف"، "ب" و "پ" درست هستند.

بررسی عبارت نادرست:

(ت) ششمین عنصر، Fe است که آرایش Fe^{3+} به $3d^5$ ختم می‌شود.

در دوره سوم ۴ عنصر Na ، Mg ، Al و Si (شبه‌فلز) رسانایی الکتریکی دارند و ۴ عنصر Si (شبه‌فلز) و P ، S ، Cl (به جز Ar) در اثر ضربه خرد می‌شوند. (خاصیت چکش‌خواری عنصرها در حالت جامد مورد بررسی قرار می‌گیرد)

عنصرهای F ، E و D فلز هستند. عنصری می‌تواند تراز فرعی $3d$ آن پر باشد که در دوره چهارم یا بالاتر باشد؛ پس عنصر D حذف می‌شود و عنصر E هم چون در دوره چهارم و گروه دوم قرار دارد، هنوز $3d$ آن پر نشده است و عنصر E هم حذف می‌گردد و جواب عنصر F است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: درست. عنصری که آخرین زیرلایه آن به p^4 ختم می‌شود در گروه شانزدهم قرار دارد، زیرا لایه ظرفیت آن به $ns^2 np^4$ ختم می‌شود و تنها عنصری که در گروه ۱۶ قرار دارد عنصر B است.

گزینه ۲: درست. بین فلزهای F ، E و D ، عنصر E فعالیت فلزی بیشتری دارد، زیرا شعاع آن بزرگتر از D است. همچنین E و F در یک دوره قرار دارند اما شعاع E از F بزرگتر است. (هرچه در فلزها شعاع بزرگتر باشد فعالیت فلزی آن بیشتر است)

گزینه ۳: درست. بین نافلزهای A ، B و C ، فعالیت نافلزی B بیشتر است؛ زیرا شعاع B از A و C کوچکتر است. (هرچه در نافلزها شعاع کوچکتر باشد فعالیت نافلزی آن بیشتر است)

الف) نادرست. فلوئور هالوژنی است که حتی در دمای 200°C - به سرعت واکنش می‌دهد و این هالوژن فعالیت شیمیایی بیشتر و در نتیجه بیشترین تمایل به تشکیل آنیون را دارد.

ب) درست. در دمای 25°C برم و ید با گاز هیدروژن واکنش نمی‌دهند؛ که به ترتیب، حالت فیزیکی آن‌ها مایع و جامد است.

پ) درست. در بین هالوژن‌ها I_2 و At_2 جامد هستند که هر دو شعاع اتمی بزرگ‌تری نسبت به اتم Br دارند.

ت) نادرست. گاز کلر در واکنش با فلز سدیم به شدت واکنش می‌دهد و نور زرد رنگ تولید می‌کند و در پی آن NaCl تولید می‌شود. گاز کلر در دمای اتاق با H_2 واکنش می‌دهد. (البته تولید نور زرد مربوط به سدیم است و ربطی به نوع هالوژن ندارد)

ث) نادرست. انجام واکنش هالوژن با هیدروژن به دما بستگی دارد و گازی بودن شرط انجام واکنش نیست.

عبارت دوم درست است.
بررسی سایر عبارت‌ها:
عبارت اول: نادرست. هلیوم با اینکه در گروه ۱۸ جدول قرار گرفته است، اما آرایش الکترونی لایه ظرفیت آن با دیگر گازهای نجیب متفاوت است.
عبارت سوم: نادرست. نماد عدد اتمی Z است.
عبارت چهارم: نادرست. شبه‌فلز دوره سوم عنصر سیلیسیم است که الکترون را فقط به اشتراک می‌گذارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینه ۱: نادرست. تمام مواد مصنوعی و طبیعی از زمین به دست می‌آیند.
گزینه ۳: نادرست. بنیادی‌ترین ویژگی اتم‌ها عدد اتمی است.
گزینه ۴: نادرست. همواره خیر، بعضی اوقات.

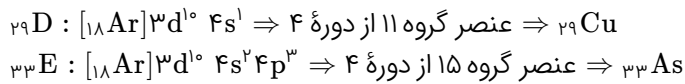
باتوجه به نمودار کتاب درسی، میزان استخراج سالانه سوخت‌های فسیلی نسبت به استخراج فلزها بیشتر است.
گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ جمله‌های درست هستند.

گرما دادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر سبب تغییر و گاهی بهبود خواص می‌شود.

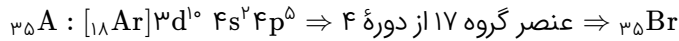


عبارت‌های اول، دوم و سوم درست هستند.

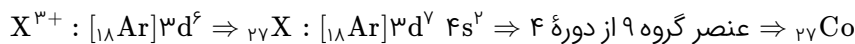
آرایش اتم خنثی D و E را به راحتی از روی عدد اتمی آن می‌توانیم بنویسیم:



شمار الکترون‌های لایه آخر در یون A^- نشان می‌دهد این عنصر در حالت خنثی، در لایه ظرفیت خود ۷ الکترون داشته است (عنصر گروه ۱۷ از دوره ۴) و در نهایت با گرفتن یک الکترون به آرایش هشت‌تایی پایدار رسیده است؛ بنابراین آرایش الکترونی اتم A به صورت زیر خواهد بود:

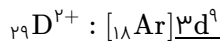
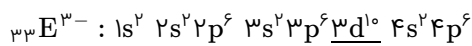


کاتیون‌های فلزهای واسطه (به جز یون اسکندیم) دوره ۴، همگی به زیرلایه $3d$ ختم می‌شوند و زیرلایه $4s$ در آن‌ها، از الکترون خالی شده است. از آنجاکه مطابق جدول داده‌شده، یون X^{3+} ، ۶ الکترون در زیرلایه $3d$ دارد؛ بنابراین آرایش الکترونی اتم X به صورت زیر خواهد بود:



بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: درست. $l = 2$ ، عدد کوانتومی فرعی مربوط به زیرلایه d است. در یون ${}_{33}\text{E}^{3-}$ و ${}_{29}\text{D}^{2+}$ به ترتیب ۱۰ و ۹ الکترون در زیرلایه $3d$ وجود دارد؛ بنابراین a و b در سطر دوم جدول داده‌شده، به ترتیب برابر ۱۰ و ۹ خواهد بود.



$${}_{33}\text{E}^{3-} : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6$$

$${}_{29}\text{D}^{2+} : [{}_{18}\text{Ar}]3d^9$$

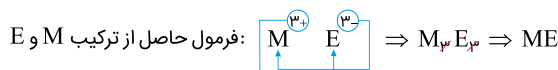
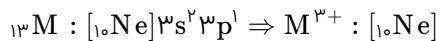
$$35 = 6 + 10 + 9 + 10 = \text{مجموع عددهای ردیف دوم جدول ارائه‌شده در سوال}$$

بنابراین مجموع عددهای ردیف دوم جدول با عدد اتمی عنصر A ($Z = 35$) برابر است.

عبارت دوم: درست. عدد اتمی عنصر X از دوره ۴ برابر ۲۷ و عدد اتمی فلز قلیایی همین دوره، برابر ۱۹ است (۱۹K).

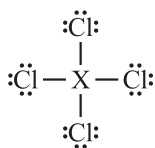
$$27 - 19 = 8 \text{ : تفاوت عدد اتمی}$$

عبارت سوم: درست. عنصر ${}_{13}\text{M}$ ، همان عنصر Al است که با از دست دادن ۳ الکترون و تشکیل یون Al^{3+} به آرایش پایدار گاز نجیب می‌رسد.

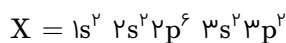


عبارت چهارم: نادرست. عنصر ${}_{29}\text{D}$ ، همان فلز مس است. این عنصر در ترکیب‌ها به صورت کاتیون Cu^+ و Cu^{2+} وجود دارد. عنصری با عدد اتمی ۳۱، همان فلز گالیم است که در گروه ۱۳ قرار داشته و مانند آلومینیم فقط می‌تواند یون سه بار مثبت تشکیل دهد. ملاحظه می‌کنید که هیچ‌کدام از این فلزها، یونی با بار یکسان ایجاد نمی‌کنند.



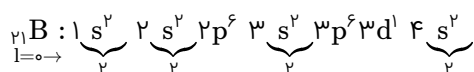


عنصر X در لایه ظرفیت خود دارای ۴ الکترون است.
الف) درست. عنصر X دارای ۲ الکترون در زیرلایه ۳p با اعداد کوانتومی $n = 3$ و $l = 1$ است.



ب) درست. عنصری با عدد اتمی ۶، کربن است (C). هم کربن و هم سیلیسیم یون تک‌اتمی پایدار تشکیل نمی‌دهند.
پ) نادرست. عنصر X یا همان سیلیسیم رسانایی الکتریکی کمی دارد.
ت) نادرست. عدد اتمی آخرین عنصر دسته p در دوره چهارم یا همان گاز نجیب Kr برابر با ۳۶ است که اختلاف عدد اتمی آن با X برابر با ۲۲ است.

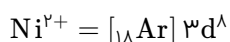
باتوجه به جایگاه گفته شده برای عنصر A این عنصر همان P₁₅ است که یون پایدار این عنصر P^{3-} ، ۱۸ الکترون دارد، پس کاتیون داده شده نیز باید ۱۸ الکترون داشته باشد؛ یعنی B^{3+} ، بنابراین عنصر B دارای ۲۱ الکترون است. حال داریم:



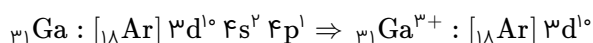
پس عنصر B در مجموع ۸ الکترون با $l = 0$ دارد.

عنصرهایی که شمار الکترون‌های بیرونی‌ترین لایه الکترونی اتم آن‌ها برابر است، در یک گروه از جدول دوره‌ای عناصر جای گرفته‌اند.

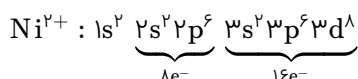
کاتیون نیکل در NiSO_4 به صورت Ni^{2+} است.



الف) نادرست. شمار الکترون‌ها در بیرونی‌ترین زیرلایه کاتیون Ni^{2+} برابر با ۸ است.
ب) نادرست.

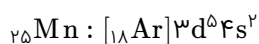


پ) نادرست.



ت) درست. عنصری با عدد اتمی ۳۸ یک فلز قلیایی خاکی از گروه دوم جدول تناوبی است. این عنصرها تنها یک نوع کاتیون با بار الکتریکی "+۲" دارند.

دو عنصر Mn_{25} و Cr_{24} دارای آرایش با d نیمه‌پر هستند.



عبارت اول و پنجم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: درست. موادی که از طبیعت به دست می‌آوریم، مجدداً به طبیعت بازمی‌گردند و جرم کل مواد موجود در کره زمین به تقریب ثابت می‌ماند (مقدار بسیار جزئی از ماده طی واکنش‌های هسته‌ای به انرژی تبدیل می‌شود).

عبارت دوم: نادرست. پیشرفت صنعت الکترونیک بر اجزایی مبتنی است که از موادی به نام نیمه‌رساناها ساخته می‌شوند.

عبارت سوم: نادرست. قطعه‌های دوچرخه از فرآوری مواد معدنی و مواد نفتی موجود در زمین به دست می‌آیند.

عبارت چهارم: نادرست. اگرچه میزان بهره‌برداری از منابع یک کشور می‌تواند با توسعه‌یافتگی آن کشور رابطه داشته باشد اما توسعه‌یافتگی یک کشور مشروط به تحقق شرایط دیگری نیز است؛ مانند پیشرفت تکنولوژی، مدیریت منابع انسانی و ...

عبارت پنجم: درست. پنبه، نشاسته و سنگ فیروزه مواد طبیعی و بقیه موارد ماده مصنوعی هستند.

تفاوت‌ها: قلع رسانایی الکتریکی بالایی دارد. برخلاف ژرمانیم که رسانایی الکتریکی کمی دارد. قلع در واکنش با دیگر اتم‌ها، الکترون از دست می‌دهد درحالی‌که ژرمانیم الکترون به اشتراک می‌گذارد. قلع در دوره پنجم و ژرمانیم در دوره چهارم قرار دارد.

شباهت: هر دو در اثر ضربه خرد نمی‌شود.

الف) تنها نافلزی که رسانایی الکتریکی دارد $C \Leftarrow$

ب) دارای سطح براق بوده و در شرایط مناسب الکترون از دست می‌دهد $Pb \Leftarrow$

پ) رسانای کم جریان برق، درخشان و شکننده است $Si \Leftarrow$

ت) در شرایط مناسب الکترون می‌گیرد و سطح درخشان ندارد $Cl \Leftarrow$

بررسی عبارت‌ها:

- نادرست. قسمت اول جمله صحیح است. در دوره شباهت فیزیکی بین عناصر وجود ندارد.

- نادرست. در هر خانه از جدول نماد شیمیایی عنصر، عدد اتمی و جرم اتمی میانگین درج شده است.

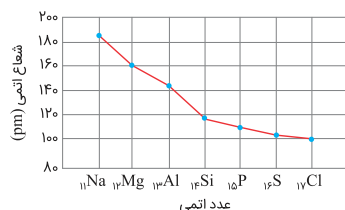
- درست.

- نادرست. زیرلایه $3f$ نمی‌تواند وجود داشته باشد. اولین زیرلایه f با عدد کوانتمی اصلی 4 ($4f$) از دوره ششم شروع به پر شدن می‌کند.

- درست. K^+ ، Ca^{2+} ، Sc^{3+} ، Zn^{2+} و Ga^{3+} .

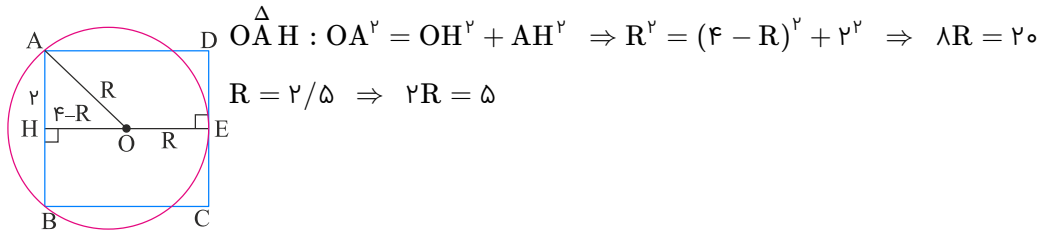
- نادرست. کروم در لایه $4s$ خود یک الکترون داشته ولی ظرفیت $1+$ ندارد.

باتوجه به نمودار زیر، بین Cl و S کمترین اختلاف و بین Si و Al بیشترین اختلاف وجود دارد.

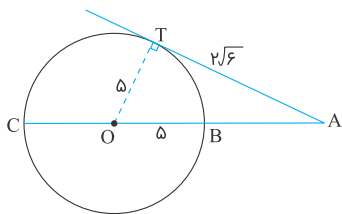


بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه ۱: نادرست. استکان شیشه‌ای از شن و ماسه و ظروف از خاک چینی درست می‌شوند.
 گزینه ۲: نادرست. پیشرفت صنعت الکترونیک به دلیل مواد نیمه‌رسانا بود.
 گزینه ۴: نادرست. زمین انباری از ذخایر ارزشمند است که به طور یکنواخت توزیع نشده‌اند.

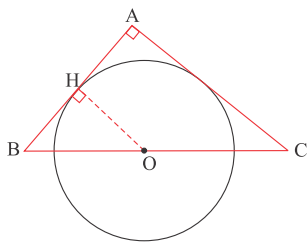


دورترین نقطه دایره از نقطه A، نقطه C است. با به دست آوردن طول AO می‌توانیم طول CA را محاسبه کنیم:



$$OA^2 = OT^2 + AT^2 = 25 + 24 = 49 \Rightarrow OA = 7 \Rightarrow CA = 5 + 7 = 12$$

از مرکز دایره به نقطه تماس با AB وصل می‌کنیم.



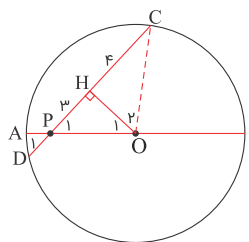
پس $OH \perp AB$ ، بنابراین:

$$OH \perp AB, AC \perp AB \Rightarrow OH \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OH}{AC} = \frac{BH}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{6} = \frac{3-R}{3} \Rightarrow 3R = 18 - 6R \Rightarrow R = 2$$

تذکر: اگر از O به نقطه تماس دایره با AC نیز وصل کنیم چهار ضلعی حاصل مربع است بنابراین $AH = R$ است و داریم: $BH = AB - AH = 3 - R$

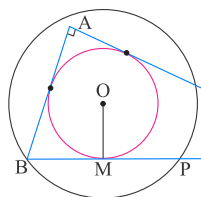
باید از رابطه فیثاغورس در یک مثلث قائم‌الزاویه استفاده کنیم، پس عمود OH را بر وتر CD رسم می‌کنیم.



$$CD = DP + PC = 1 + 7 = 8 \xrightarrow{OH \perp DC} HC = DH = 4$$

$$\Rightarrow PH = 3 \xrightarrow{\hat{H} = 90^\circ, \hat{P}_1 = 45^\circ} \hat{O}_1 = \hat{P}_1 = 45^\circ \Rightarrow OH = PH = 3$$

$$\Rightarrow OC^2 = CH^2 + OH^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow OC = R = 5$$

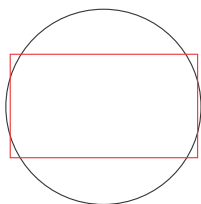


$$BC = \sqrt{30^2 + 16^2} = 2\sqrt{15^2 + 8^2} = 34$$

خطی عمود بر BP است که از مرکز رسم شده پس $BM = MP$ می‌دانیم
 $BM = P - AC = 40 - 30 = 10$ (P نصف محیط مثلث ABC است)، پس:

$$CBP = 2BM = 20 \Rightarrow CP = BC - BP = 34 - 20 = 14$$

یک دایره هر ضلع مستطیل را حداکثر در ۲ نقطه قطع می‌کند، بنابراین در مجموع حداکثر می‌توانند ۸ نقطه برخورد داشته باشند.



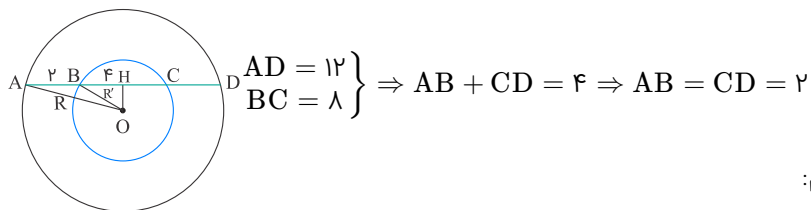
$$MN > EF \Rightarrow OH < OH' \Rightarrow 2x + 3 < 3x - 1 \Rightarrow x > 4$$

$$\begin{cases} OA - R = 5 \\ OA + R = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OA = 7 \\ R = 2 \end{cases}$$

در شکل زیر باتوجه به اینکه OH وترهای BC و AD را نصف می‌کند، خواهیم داشت:

$$AB = CD$$

بنابراین:



حال در مثلث‌های $\triangle OAH$ و $\triangle OBH$ رابطه فیثاغورس را می‌نویسیم:

$$\triangle OAH : R^2 = AH^2 + OH^2 \Rightarrow R^2 = ۳۶ + OH^2$$

$$\triangle OBH : R'^2 = BH^2 + OH^2 \Rightarrow R'^2 = ۱۶ + OH^2$$

رابطه‌ها را از هم کم می‌کنیم:

$$R^2 - R'^2 = ۲۰ \Rightarrow (R + R')(R - R') = ۲۰$$

طبق فرض مسئله $R - R' = ۱$ ، پس $R + R' = ۲۰$.

گزینه ۳

۵۱

گزینه "۳"، به ازای $x = ۲$ برقرار نمی‌باشد.

گزینه ۱

۵۲

رابطه داده شده در صورت سؤال، تعریف زیرمجموعه بودن است؛ بنابراین باید گزینه‌ای را انتخاب کنیم که $B \subseteq A$ باشد، پس گزینه ۱ درست است.

گزینه ۲

۵۳

۱، ۲ و ۳ حتماً عضو X هستند. X می‌تواند خود مجموعه $\{۱, ۲, ۳\}$ باشد. همچنین X می‌تواند ۵ عضوی، ۷ عضوی و یا ۹ عضوی باشد. اگر بخواهد ۵ عضوی باشد، باید دو عدد از $\{۴, ۵, \dots, ۱۰\}$ انتخاب کنیم تا با $\{۱, ۲, ۳\}$ جمعاً ۵ عضو شود، همچنین برای ۷ عضوی، ۴ عضو و برای ۹ عضوی، ۶ عضو. پس همواره داریم:

$$\binom{۷}{۲} + \binom{۷}{۴} + \binom{۷}{۶} + ۱ = ۲۱ + ۳۵ + ۷ + ۱ = ۶۴$$



جدول ارزش گذاری ترکیب شرطی و دو شرطی به صورت زیر است:

p	q	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د	د
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	ن	د	د

باتوجه به این جدول ارزش گذاری، گزاره داده شده را تشکیل می دهیم:

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow q$	$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	د	د	د

مطابق جدول تنها در حالتی که p دارای ارزش نادرست و q دارای ارزش درست باشد گزاره داده شده دارای ارزش نادرست است.

با فرض $p \equiv q \equiv r \equiv F$ ارزش گزاره مورد نظر و ارزش هریک از گزینه ها را تعیین می کنیم.
 با فرض اینکه p و q هر دو نادرست باشند، ارزش گزاره $(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r)$ به انتقای مقدم درست است.
 گزینه ۱: با فرض اینکه p نادرست است، ارزش گزاره $p \Rightarrow (q \vee r)$ به انتقای مقدم درست است.
 گزینه ۲: با فرض اینکه هر سه گزاره p, q, r نادرست باشند ارزش گزاره $(p \wedge q) \vee r$ نادرست است.
 گزینه ۳: با فرض اینکه p نادرست است، $(\sim p)$ درست است پس ارزش گزاره $\sim p \vee q \vee r$ نیز درست است.
 گزینه ۴: با فرض اینکه p نادرست است $(p \Rightarrow q)$ به انتقای مقدم درست است و ارزش $(p \Rightarrow q) \vee r$ نیز درست است.
 فقط ارزش گزاره ۲ با ارزش گزاره مورد نظر یکسان نیست.

نکته: اگر از مجموعه A، k عضو کم کنیم، تعداد زیرمجموعه ها بر 2^k تقسیم و اگر به مجموعه A، k عضو اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه ها در 2^k ضرب می شود.

گزینه ۱: درست است. ($k = 3$)

گزینه ۲: نادرست است، زیرا در 2^2 یعنی ۴ ضرب می شود و ۴ برابر می شود.

گزینه ۳: نادرست است.

گزینه ۴: نادرست است.

از نادرستی $(p \Leftrightarrow s) \Rightarrow q$ نتیجه می‌گیریم که q درست و s و p نادرست است که s و p می‌توانند درست یا نادرست باشند.

$$(p \wedge q) \Rightarrow q \equiv (p \wedge T) \Rightarrow T$$

$$(p \wedge T) \equiv \begin{cases} \xrightarrow{p \equiv T} T \\ \xrightarrow{p \equiv F} F \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} T \Rightarrow T \equiv T \\ F \Rightarrow T \equiv T \end{matrix}$$

بنابراین نتیجه می‌گیریم که چه p درست باشد چه نادرست، در هر صورت ارزش گزاره درست است:

$$(p \wedge q) \Rightarrow q \equiv T$$

موارد ب، پ و ث درست است.

ب) \emptyset دقیقاً عضو $\{\emptyset\}$ است. ($\emptyset \in \{\emptyset\}$)

پ) تهی زیرمجموعه هر مجموعه‌ای است. ($\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$)

ث) هر مجموعه، زیرمجموعه خودش است. ($\{\emptyset\} \subseteq \{\emptyset\}$)

B زیرمجموعه C نیست؛ زیرا $2 \in B$ ولی $2 \notin C$.

درستی سایر گزینه‌ها واضح است.

اول: جمله دوم و چهارم دنباله a_n را به دست می‌آوریم:

$$a_2 = \frac{3}{4}(-2)^2 = 6, \quad a_4 = \frac{3}{4}(-2)^4 = 24$$

اگر ۶ و ۲۴ جملات اول و دوم یک دنباله حسابی باشند، آنگاه قدر نسبت این دنباله حسابی برابر $18 = 24 - 6 = d$ خواهد بود. بنابراین می‌توانیم جمله عمومی این دنباله را پیدا کنیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 6 + (n-1) \times 18$$

دوم: مجموع جملات کمتر از ۲۰۰ را می‌خواهیم. پس ابتدا تعداد جملات کمتر از ۲۰۰ را پیدا می‌کنیم:

$$a_n < 200 \Rightarrow 6 + 18(n-1) < 200 \Rightarrow 18(n-1) < 194$$

$$\Rightarrow n-1 < \frac{194}{18} \simeq 10.7 \Rightarrow n < 11.7 \Rightarrow n = 1, 2, 3, \dots, 11$$

سوم: بنابراین مجموع ۱۱ جمله اول را می‌خواهیم. داریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$\Rightarrow S_{11} = \frac{11}{2}(2 \times 6 + 10 \times 18) = 11(96) = 1056$$

گام اول

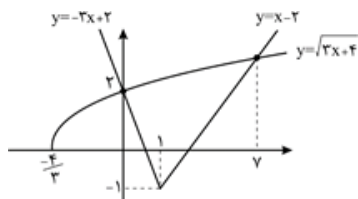
هر عبارت شامل قدر مطلق را می‌توان به ازای مقادیر بزرگ‌تر از ریشه قدر مطلق و مقادیر کوچک‌تر از آن به‌طور جداگانه بررسی کرد.

گام دوم

روش اول:

منحنی مربوط به دو تابع $y = \sqrt{3x+4}$ و $y = 2|x-1| - x$ را رسم می‌کنیم. مجموعه جواب ناحیه‌ای است که نمودار تابع $y = \sqrt{3x+4}$ بالای نمودار تابع $y = 2|x-1| - x$ قرار می‌گیرد. باتوجه به گام اول، ابتدا وضعیت قدر مطلق را مشخص می‌کنیم، داریم:

$$y = 2|x-1| - x = \begin{cases} 2(x-1) - x & ; x \geq 1 \\ 2(-x+1) - x & ; x < 1 \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} x-2 & ; x \geq 1 \\ -3x+2 & ; x < 1 \end{cases}$$



همان‌طور که از روی نمودار مشخص است مجموعه جواب نامعادله داده شده بازه $(0, 7)$ است و طول وسط آن $\frac{7}{3}$ می‌شود.

روش دوم:

عبارت رادیکالی $\sqrt{3x+4}$ روی بازه $[-\frac{4}{3}, +\infty)$ تعریف شده و $x=1$ ریشه عبارت درون قدر مطلق است، بنابراین مجموعه جواب نامعادله را در دو حالت $x \geq 1$ و $-\frac{4}{3} \leq x < 1$ به دست می‌آوریم:

$$x \geq 1: |x-1| = x-1 \Rightarrow \sqrt{3x+4} > 2(x-1) - x \Rightarrow \sqrt{3x+4} > x-2$$

در بازه $[1, 2)$ این رابطه همواره برقرار است؛ زیرا روی این بازه $x-2 < 0$ و $\sqrt{3x+4} > 0$ است. به ازای $x \geq 2$ دو طرف نامساوی مثبت است بنابراین می‌توان دو طرف را به توان دو رساند، پس داریم:

$$\begin{aligned} 3x+4 &> (x-2)^2 \Rightarrow 3x+4 > x^2 - 4x + 4 \Rightarrow x^2 - 7x < 0 \\ \Rightarrow x(x-7) < 0 &\Rightarrow 0 < x < 7 \xrightarrow{x \geq 1} 1 \leq x < 7 \text{ (I)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x < 1: |x-1| = -(x-1) = -x+1 &\Rightarrow \sqrt{3x+4} > 2(-x+1) - x \\ \Rightarrow \sqrt{3x+4} > -2x+2-x &\Rightarrow \sqrt{3x+4} > -3x+2 \end{aligned}$$

در محدوده $-\frac{4}{3} \leq x \leq 0$ نامعادله $\sqrt{3x+4} > -3x+2$ برقرار نیست پس جواب نامعادله را در محدوده $0 < x < 1$ بررسی می‌کنیم. باتوجه به اینکه به ازای $0 < x < 1$ ، $|\sqrt{3x+4}| > |-3x+2|$ است پس می‌توان دو طرف نامساوی را به توان دو رساند:

$$\begin{aligned} 3x+4 &> (2-3x)^2 \Rightarrow 3x+4 > 9x^2 - 12x + 4 \Rightarrow 9x^2 - 15x < 0 \\ \Rightarrow 3x(3x-5) < 0 &\Rightarrow 0 < x < \frac{5}{3} \xrightarrow{0 < x < 1} 0 < x < 1 \text{ (II)} \end{aligned}$$

اجتماع دو بازه (I) و (II)، بازه $0 < x < 7$ می‌شود که طول وسط این بازه برابر $\frac{7}{3}$ است.

ابتدا مخارج مشترک می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \frac{a}{x-2} - \frac{y+x}{x^2-2x} &= \frac{x+3}{x} \Rightarrow \frac{a}{x-2} - \frac{y+x}{x^2-2x} - \frac{x+3}{x} = 0 \\ \Rightarrow \frac{a(x) - y - x - (x+3)(x-2)}{x(x-2)} &= 0 \Rightarrow -x^2 - 2x + ax - 1 = 0 \\ \Rightarrow x^2 + 2x - ax + 1 &= 0 \Rightarrow x^2 + (2-a)x + 1 = 0 \end{aligned}$$

برای اینکه معادله جواب نداشته باشد، باید:

$$\begin{aligned} \Delta < 0 &\Rightarrow (2-a)^2 - 4(1)(1) = 4 - 4a + a^2 - 4 < 0 \\ \Rightarrow a^2 - 4a < 0 &\Rightarrow a(a-4) < 0 \Rightarrow 0 < a < 4 \end{aligned}$$

برد تابع $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$ به صورت $[-\frac{\Delta}{4a}, +\infty)$ است.

$$-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{4 - 4(3)(-1)}{4(3)} = -\frac{16}{12} = -\frac{4}{3}$$

بنابراین $a = -\frac{4}{3}$ است. پس ضابطه $g(x)$ را پیدا می‌کنیم:

$$g(x) = -\frac{4}{3}x^2 + 3x - 1 \Rightarrow \text{محور تقارن: } -\frac{b}{2a} = \frac{-3}{2(-\frac{4}{3})} = \frac{9}{8}$$

شرط آنکه معادله درجه دومی، ۲ ریشه حقیقی مثبت داشته باشد این است که $\Delta > 0$ ، $S = \frac{-b}{a} > 0$ و $P = \frac{c}{a} > 0$ باشند.

$$x^2 + (m-2)x + m + 1 = 0$$

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-(m-2)}{1} > 0 \Rightarrow m-2 < 0 \Rightarrow m < 2$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{m+1}{1} > 0 \Rightarrow m > -1$$

از اشتراک دو شرط بالا $-1 < m < 2$ به دست می‌آید و گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ حذف می‌شوند؛ پس اصلاً نیازی به بررسی $\Delta > 0$ نیست ولی ما شرط $\Delta > 0$ را هم بررسی می‌کنیم:

$$\Delta > 0 \Rightarrow (m-2)^2 - 4(m+1) > 0 \Rightarrow m^2 - 4m + 4 - 4m - 4 > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 8m > 0 \Rightarrow \begin{cases} m > 8 \\ \text{یا} \\ m < 0 \end{cases}$$

از اشتراک $-1 < m < 2$ با شرط بالا به این نتیجه می‌رسیم: $-1 < m < 0$ برای آنکه نمودار سهمی $y = f(x)$ بر محور x ها مماس باشد، باید معادله $f(x) = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد، یعنی باید ریشه هر دو پیرانتز یکسان باشد.

$$\begin{cases} ax + 9 = 0 \Rightarrow x = \frac{-9}{a} \\ -2x + 6 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases} \Rightarrow 3 = \frac{-9}{a} \Rightarrow a = -3$$

$$\frac{3x^2 + 1}{|x^3 + 1|} = \frac{2}{|x + 1|} + \frac{1}{x^2 - x + 1} \Rightarrow \frac{3x^2 + 1}{|x^3 + 1|} = \frac{2(x^2 - x + 1) + |x + 1|}{|x + 1| \times (x^2 - x + 1)}$$

توجه کنید که در عبارت $x^2 - x + 1$ چون $\Delta < 0$ است، پس این عبارت همواره مثبت می‌باشد، یعنی:

$$|x + 1| \times (x^2 - x + 1) = |x + 1| \times |x^2 - x + 1| = |x^3 + 1|$$

مخرج عبارت‌های طرفین تساوی برابر است، پس صورت‌ها هم باید برابر باشد:

$$3x^2 + 1 = 2x^2 - 2x + 2 + |x + 1| \Rightarrow x^2 + 2x - 1 - |x + 1| = 0$$

$$1) x \geq -1 \Rightarrow x^2 + 2x - 1 - x - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \quad \checkmark \\ x = -2 \quad \times \end{cases}$$

$$2) x < -1 \Rightarrow x^2 + 2x - 1 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \quad \times \\ x = -3 \quad \checkmark \end{cases}$$

بنابراین معادله دو ریشه دارد و هر دو قابل قبول‌اند، چون هیچ کدام مخرج‌ها را صفر نمی‌کنند.

برای محاسبه مجموع n جمله اول در یک تصاعد عددی از رابطه $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ استفاده می‌کنیم. در این سؤال با محاسبه a_1 و a_{15} از روی جمله عمومی دنباله، مقدار S_{15} را به آسانی محاسبه می‌کنیم.

$$a_n = \frac{3}{2}n - 5 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{3}{2} - 5 = -\frac{7}{2} \\ a_{15} = \frac{3}{2}(15) - 5 = \frac{45}{2} - \frac{10}{2} = \frac{35}{2} \end{cases}$$

پس S_{15} برابر است با:

$$S_{15} = \frac{15}{2} \left(-\frac{7}{2} + \frac{35}{2} \right) = \frac{15}{2} \times \frac{28}{2} = 7 \times 15 = 105$$

در دنباله حسابی $\dots, 2, 0, -2$ با جمله اول $a = -2$ و قدر نسبت $d = 2$ ، مجموع n جمله اول چنین است:

$$S = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] \Rightarrow S = \frac{n}{2} [-4 + 2(n-1)] \Rightarrow S = n^2 - 3n$$

نیازی به پیدا کردن قدر نسبت (اختلاف مشترک) ندارید. کافی است از رابطه $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ مجموع جملات این دنباله را به دست آورید:

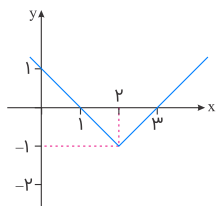
$$S_7 = \frac{7}{2}(\lambda + 7\lambda) = \frac{7}{2}(8\lambda) = 28\lambda$$

تساوی وقتی برقرار است که داخل هر رادیکال مساوی صفر باشد. آنگاه جواب مشترک آن‌ها جواب معادله خواهد بود.

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = 1, x = 3$$

که تنها $x = 1$ در رادیکال دوم صدق می‌کند، پس این معادله فقط یک ریشه حقیقی ($x = 1$) دارد.

نمودار تابع $f(x) = |x - 2| - 1$ در شکل زیر رسم شده است:



این تابع محور طول‌ها را در دو نقطه قطع می‌کند که طول آن‌ها به این صورت به دست می‌آید:

$$y = 0 \Rightarrow |x - 2| - 1 = 0 \Rightarrow |x - 2| = 1 \Rightarrow x - 2 = \pm 1 \Rightarrow x = 3 \text{ یا } x = 1$$

بنابراین اگر تابع را حداقل ۳ واحد به سمت چپ منتقل کنیم، نقاط تلاقی نامثبت می‌شوند.

گام اول

در یک دنباله هندسی صعودی، اگر جمله اول دنباله مثبت باشد، قدر نسبت (نسبت مشترک) دنباله باید بزرگ‌تر از ۱ باشد: یعنی $q > 1$

گام دوم

$$a_3 = a_1 q^2 \xrightarrow{\substack{a_3=9 \\ a_1=4}} 9 = 4q^2 \Rightarrow q^2 = \frac{9}{4} \xrightarrow{q>1} q = \frac{3}{2}$$

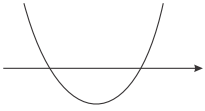
(به ازای $q = \frac{3}{2}$ دنباله به یک دنباله نوسانی تبدیل شده و دیگر صعودی نیست.)

مجموع شش جمله اول این دنباله هندسی صعودی برابر است با:

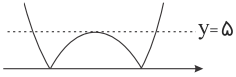
$$\begin{aligned} S_6 &= \frac{a_1(1 - q^6)}{1 - q} = \frac{4 \left(1 - \left(\frac{3}{2}\right)^6\right)}{1 - \frac{3}{2}} = \frac{4 \left(1 - \frac{729}{64}\right)}{-\frac{1}{2}} \\ &= 8 \left(\frac{729}{64} - 1\right) = 8 \left(\frac{665}{64}\right) = \frac{665}{8} = 83 \frac{1}{8} \end{aligned}$$



شکل تقریبی $3x^2 + ax - 2$ به صورت زیر است:



پس نمودار $|3x^2 + ax - 2|$ به صورت زیر است:



برای اینکه معادله $|3x^2 + ax - 2| = 5$ دارای سه جواب باشد، باید در معادله $3x^2 + ax - 2$ (مقدار مینیمم) برابر با -5 باشد که وقتی از تابع قدر مطلق می‌گیریم $+5$ شود.

$$\frac{-\Delta}{4(3)} = -5 \Rightarrow \Delta = 60$$

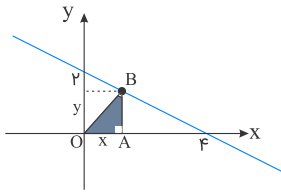
$$\Rightarrow a^2 + 24 = 60 \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = \pm 6$$

$$x_1 + x_2 = \sqrt{3} + 17 - \sqrt{3} - 11 = 6$$

می‌دانیم $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 6$ است و معادله محور تقارن تابع درجه دوم به صورت $x = -\frac{b}{2a}$ می‌باشد. اگر $-\frac{b}{a}$ برابر ۶ باشد، آنگاه $-\frac{b}{2a}$ برابر ۳ خواهد بود.

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

معادله خط به صورت زیر است:



$$y = -\frac{1}{4}x + 2$$

پس:

$$S = \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}x(-\frac{1}{4}x + 2) \Rightarrow S(x) = -\frac{1}{8}x^2 + x$$

$$a = -\frac{1}{8} < 0 \Rightarrow \text{دارد ماکزیمم} \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 2$$

$$\text{Max } S = S(-\frac{b}{2a}) = S(2) = 1$$

اگر $x^{\frac{1}{3}} = t$ فرض کنیم، داریم:

$$2x^{\frac{1}{3}} - 3x^{\frac{2}{3}} + 1 = 0 \Rightarrow 2t - 3t^2 + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$x^{\frac{1}{3}} = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$x^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = (\frac{1}{3})^3 = \frac{1}{27}$$

$$\text{حاصل ضرب جوابها: } 1 \times \frac{1}{27} = \frac{1}{27} \Rightarrow k = -\frac{4}{27}$$

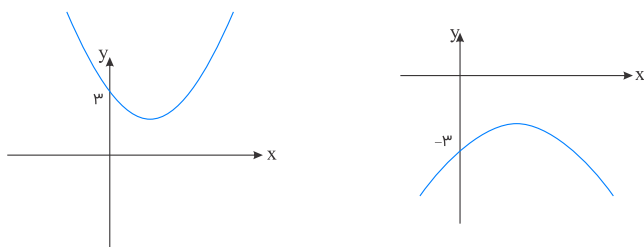
$$x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = -1, P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -1$$

$$d = |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{\Delta}}{1} \Rightarrow \alpha - \beta = \pm\sqrt{\Delta}$$

$$\frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha - \beta)(\alpha + \beta)}{-1} = \frac{\pm\sqrt{\Delta}(-1)}{-1} = \pm\sqrt{\Delta}$$

فقط $-\sqrt{\Delta}$ در گزینه‌ها است.

حالت (۱)



$$a > 0 \Rightarrow -\frac{\Delta}{4a} = 3 \Rightarrow \Delta = -12a \Rightarrow 9 + 4a = -12a \Rightarrow a = -\frac{9}{16}$$

غیرقابل قبول چون باید $a > 0$ باشد

حالت (۲)

$$a < 0 \Rightarrow -\frac{\Delta}{4a} = -3 \Rightarrow \Delta = 12a$$

$$\Rightarrow 9 + 4a = 12a \Rightarrow a = \frac{9}{8}$$

غیرقابل قبول چون باید $a < 0$ باشد

پس مقداری برای a وجود ندارد که معادله فوق فقط ۱ جواب داشته باشد.

گزینه ۳

۸۰

فرض کنید x مقدار تبخیر برحسب کیلوگرم باشد. ابتدا محاسبه می‌کنیم که چند کیلوگرم رنگ خالص داریم:

$$\text{کیلوگرم رنگ خالص} = 11 \times 40\% + 4 \times 70\% = 7/2$$

بنابراین در $11 + 4 = 15$ کیلوگرم رنگ موجود، $7/2$ کیلوگرم رنگ خالص وجود دارد، اگر x میزان تبخیر باشد، آنگاه:

$$\frac{7/2}{15 - x} = 50\% = \frac{50}{100}$$

$$\Rightarrow 720 = 750 - 50x \Rightarrow x = 0/6 \text{ کیلوگرم}$$

