



حسابان

۱ کدام یک از توابع زیر وارون پذیرند؟

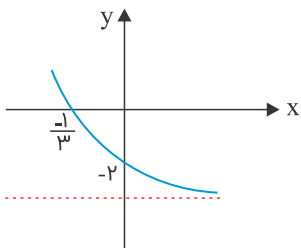
$$g = \{(1, 2), (3, 4), (5, 2)\} \quad (2)$$

$$f = \{(3, 2), (4, 2), (5, 2)\} \quad (1)$$

$$h = \{(4, 1), (5, 2), (6, 1)\} \quad (4)$$

$$k = \{(1, 1), (2, 5), (3, 6)\} \quad (3)$$

۲ شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -4 + 2^{ax+b}$ است. $f(-\frac{5}{3})$ کدام است؟



$$(1) \quad 54$$

$$(2) \quad 60$$

$$(3) \quad 48$$

$$(4) \quad 28$$



۳ اگر $\log_3^5 = a$ باشد، حاصل عبارت \log_{15}^{45} کدام است؟

$$(2) \quad \frac{a+3}{a+1}$$

$$(1) \quad \frac{a+3}{a+2}$$

$$(4) \quad \frac{a+2}{a+1}$$

$$(3) \quad \frac{a+1}{a}$$

$$a+1$$

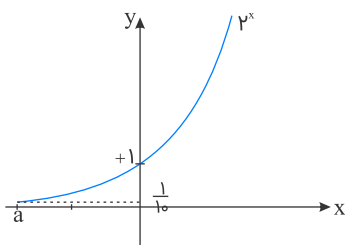
۴ در شکل زیر محدوده a کدام است؟ ($\log 2 = 0/3$)

$$(1) \quad (-3/5, -3)$$

$$(2) \quad (-4, -3/5)$$

$$(3) \quad (3, 3/5)$$

$$(4) \quad (-1, 0)$$



۵ اگر $f = \{(1, 4), (2, 3), (3, 4)\}$ و $g = \{(1, -4), (3, 1)\}$ ، آنگاه $\frac{1}{g-1}$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\left\{ \left(1, \frac{1}{\lambda} \right) \right\}$
 (۲) $\left\{ \left(3, \frac{1}{-\lambda} \right) \right\}$
 (۳) $\left\{ \left(3, \frac{1}{\lambda} \right) \right\}$
 (۴) $\left\{ \left(1, -\frac{1}{\lambda} \right) \right\}$

۶ قرینه تابع خطی $y = ax + 3$ نسبت به خط $y = x$ محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع می‌کند. a کدام است؟

- (۱) -۱
 (۲) ۱
 (۳) $-\frac{3}{2}$
 (۴) ۳

۷ اگر $(fog)(x) = x^2 + 2x + 4$ و $f(x) = x^2 - 4x + 7$ باشد، حاصل جمع دو ضابطه ممکن برای $g(x)$ کدام است؟

- (۱) ۴
 (۲) ۲
 (۳) -۲
 (۴) -۴

۸ اگر خروجی از ماشین شکل زیر $\frac{4}{3}$ باشد، مقدار ورودی کدام است؟

$$\text{خروجی} \rightarrow \frac{x}{\sqrt{x}+1} \rightarrow 2x - 2 \rightarrow \text{ورودی}$$

- (۱) $\frac{11}{9}$
 (۲) $\frac{7}{2}$
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۹ اگر $\log_{\delta}^x = \frac{1}{3}$ آن‌گاه حاصل $\log_{\sqrt{32}}^{(x^3+3)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{6}{5}$
 (۲) $\frac{3}{5}$
 (۳) $\frac{2}{5}$
 (۴) $\frac{4}{5}$

۱۰ اگر $f(x) = 3x + 2$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ باشد، ضابطه $(f^{-1}og)(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{x-1}+2}{3}$
 (۲) $\frac{\sqrt{x+1}+2}{3}$
 (۳) $\frac{\sqrt{x-2}-1}{3}$
 (۴) $\frac{\sqrt{x-1}-2}{3}$

۱۱ اگر $f = \{(0, 1), (1, -1), (2, 0), (-1, 2)\}$ و $g(x) = \frac{2x-1}{3}$ باشد، در این صورت به ازای کدام مقدار a ، $f^{-1}(g^{-1}(a)) = 0$ است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
 (۲) ۱
 (۳) $\frac{7}{2}$
 (۴) ۲



دامنه تابع $y = \sqrt{\log_{0.4}(2x - 6) + 2}$ شامل چند عدد طبیعی است؟

۱۲

- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) بی‌شمار

ضابطه وارون تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$ کدام است؟

۱۳

- (۱) $-x^2$
(۲) x^2
(۳) $x|x|$
(۴) $-x|x|$

اگر $f = \{(-1, 0), (1, 2), (3, -1), (4, 3)\}$ و ضابطه تابع g به صورت $g(x) = x^2 - 2x$ باشد. در این صورت، حاصل ضرب عضوهای برد تابع $\frac{g-1}{f+1}$ کدام است؟

۱۴

- (۱) صفر
(۲) $-\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{4}{3}$
(۴) $-\frac{7}{3}$

اگر a و b ریشه‌های معادله $5x^2 - 10x + 2 = 0$ باشند، $\log a + \log b - \log(a + b)$ کدام است؟

۱۵

- (۱) $-\log 5$
(۲) -1
(۳) صفر
(۴) $\log 5 - \log 2$

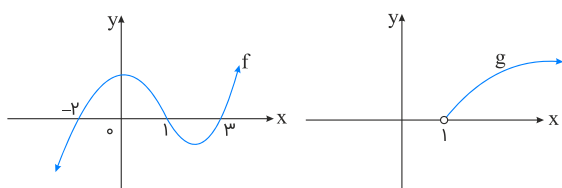
دامنه تابع $f(x) = \log_{x-1}^{9-x^2}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱۶

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

باتوجه به شکل‌های زیر، دامنه تابع $\frac{\sqrt{f}}{g}$ کدام است؟

۱۷



- (۱) $[1, +\infty) - \{1\}$
(۲) $[3, +\infty)$
(۳) $(3, +\infty)$
(۴) $(1, +\infty) - \{1\}$

اگر $\log 5 = a$ باشد، $\log 20$ کدام است؟

۱۸

- (۱) $-a$
(۲) a
(۳) $2 - a$
(۴) $2 + a$

۱۹ اگر $f(x) = \sqrt{x+|x|}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2 - 4x}$ ، دامنه تابع $g \circ f$ کدام است؟

- (۱) $(0, 4) \cup (4, +\infty)$
 (۲) $\mathbb{R} - \{0, 4\}$
 (۳) $\mathbb{R} - \{0\}$
 (۴) $(0, \infty)$

۲۰ دامنه تابع $f(x) = \log_{(1-x)}(x^2 - 5x + 6)$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 1)$
 (۲) $(-\infty, 1) - \{0\}$
 (۳) $(-\infty, 1]$
 (۴) $(-\infty, 1] - \{0\}$

هندسه

۲۱ دو خط $d: 3x - 2y = 4$ و $d': 4x + 6y = 5$ بازتاب یکدیگرند. اندازه زاویه محور بازتاب با خط d کدام است؟

- (۱) 30°
 (۲) 60°
 (۳) 45°
 (۴) 90°

۲۲ چهار نقطه $A(1, 10)$ ، $B(9, -9)$ ، $M(a, 4)$ و $N(a, 0)$ را در صفحه مختصات، در نظر بگیرید. کمترین اندازه خط شکسته $AMNB$ ، کدام است؟

- (۱) ۲۱
 (۲) ۲۰
 (۳) ۱۹
 (۴) ۱۸

۲۳ مطابق شکل دو روستای A و B در دو طرف رودخانه قرار دارند. می‌خواهیم پلی عمودی بر رودخانه بسازیم. برای نصب پل به صورتی که فاصله بین A و B کمترین مقدار باشد از کدام تبدیل استفاده می‌کنیم؟

A •



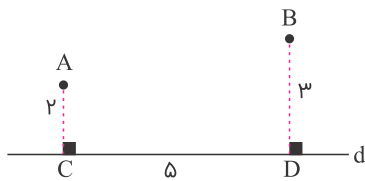
B •

(۱) انتقال
 (۲) بازتاب محوری
 (۳) تقارن
 (۴) دوران

۲۴ تبدیل طولپای T سه نقطه $(0, 0)$ ، $(0, 1)$ و $(1, 1)$ را ثابت نگه می‌دارد. عرض از مبدأ تصویر خط $y = 2x - 1$ تحت تبدیل T کدام است؟

- (۱) -۱
 (۲) صفر
 (۳) ۱
 (۴) $-\frac{1}{2}$

۲۵ مطابق شکل $CD = 5$ است. نقطه M روی d قرار دارد، به طوری که مسیر AMB کوتاه‌ترین مسیر می‌باشد. طول این مسیر کدام است؟



(۱) $\sqrt{40}$

(۲) $5\sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{41}$

(۴) $\sqrt{61}$

۲۶ A' از دوران 120° درجه حول O به وجود آمده است. اگر $AA' = 12\sqrt{3}$ ، آنگاه OA چند است؟

A●



(۱) ۱۲

(۲) $12\sqrt{3}$

(۳) $6\sqrt{3}$

(۴) $8\sqrt{3}$

۲۷ دو دایره متقاطع که شعاع‌های آن‌ها مساوی هم هستند، چند محور بازتاب دارند؟

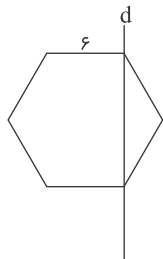
(۲) ۲

(۴) ۴

(۱) ۱

(۳) ۳

۲۸ اگر شش ضلعی زیر را نسبت به d بازتاب کنیم، دو شش ضلعی در هم حاصل می‌شود. مساحت شکل حاصل کدام است؟ (شش ضلعی منتظم است)



(۱) $63\sqrt{3}$

(۲) $\frac{63\sqrt{3}}{2}$

(۳) $45\sqrt{3}$

(۴) $90\sqrt{3}$

۲۹ اگر دو نقطه $A(1, -1)$ و $B(3, 1)$ تصویر یکدیگر نسبت به خط D باشند، معادله خط D کدام است؟

(۲) $y = -x + 2$

(۴) $y = x + 2$

(۱) $y = x - 2$

(۳) $y = -x$

۳۰ دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۳ و خط‌المركزین ۸ مجانس هم هستند. فاصله مرکز تجانس مستقیم از مرکز دایره بزرگ‌تر کدام است؟

(۲) ۱۶

(۴) ۲۴

(۱) ۱۲

(۳) ۱۸

۳۱

شهرهای A و B به فاصله $\sqrt{178}$ از هم و به فاصله ۶ و ۹ کیلومتر از یک رودخانه هستند و در یک سمت رودخانه قرار دارند. می‌خواهیم کوتاه‌ترین مسیر، بین این دو شهر را بسازیم به طوری که مقداری از آن ساحلی باشد. چه مقدار از مسیر ساحلی باشد تا طول کل مسیر ۲۲ km شود؟



(۲) ۶

(۱) ۷

(۴) ۳

(۳) ۵

۳۲

کدام گزینه نادرست است؟

(۱) بازتاب شیب خط را حفظ نمی‌کند.

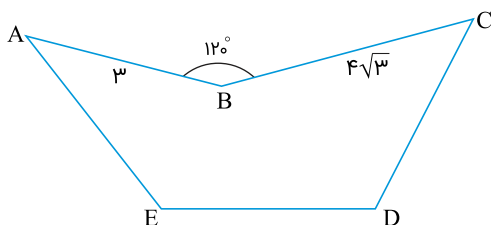
(۲) بازتاب جهت شکل را حفظ می‌کند.

(۳) بازتاب تبدیلی ایزومتر است.

(۴) محور بازتاب، عمودمنصف پاره‌خطی است که هر نقطه را به نقطه تصویرش وصل می‌کند.

۳۳

زمینی به شکل زیر داریم. می‌خواهیم بدون آنکه محیط این زمین تغییر کند مساحتش را افزایش دهیم؛ میزان افزایش مساحت کدام است؟



(۱) $6\sqrt{3}$

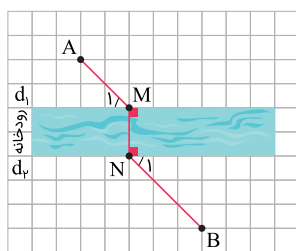
(۲) $12\sqrt{3}$

(۳) ۹

(۴) ۱۸

۳۴

باتوجه به شکل زیر، اگر AMNB کوتاه‌ترین مسیر و $\hat{N}_1 = 30^\circ$ باشد، اندازه زاویه \hat{M}_1 چقدر است؟



(۱) 30°

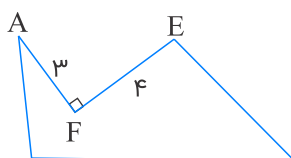
(۲) 45°

(۳) 60°

(۴) 75°

۳۵

در شکل زیر، به کمک کدام تبدیل می‌توان با ثابت نگه داشتن محیط آن، مساحت را افزایش داد و مقدار افزایش مساحت چقدر است؟



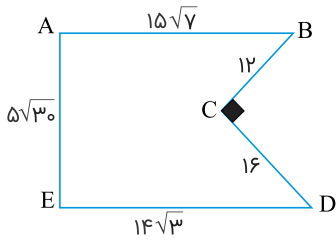
(۱) دوران - ۶

(۲) بازتاب - ۱۲

(۳) دوران - ۱۸

(۴) بازتاب - ۲۴

۳۶ اگر در شکل زیر بخواهیم بدون تغییر محیط و با استفاده از تبدیل بازتاب، مساحت را افزایش دهیم، مساحت جدید چقدر نسبت به مساحت اولیه بیشتر است؟



(۱) ۹۶

(۲) ۱۹۲

(۳) ۴۸

(۴) ۲۴

۳۷ خط d را حول O به اندازه ۱۲۰° دوران می‌دهیم تا خط d' به دست بیاید. اگر فاصله O تا خط d برابر ۶ باشد، فاصله O تا محل برخورد دو خط d و d' کدام است؟

(۲) $۳\sqrt{۳}$

(۱) ۸

(۴) $۴\sqrt{۳}$

(۳) ۱۲

۳۸ بازتاب خط $x - 2y = 4$ نسبت به نقطه $(2, a)$ ، خط $x - 2y + 6 = 0$ است. a کدام است؟

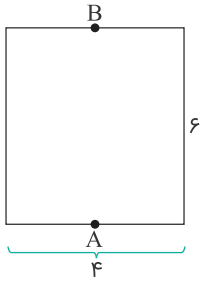
(۲) $\frac{۳}{۲}$

(۱) ۱

(۴) $\frac{۵}{۲}$

(۳) ۲

۳۹ A و B وسط اضلاع مستطیل هستند. اگر بخواهیم از A به B برویم به طوری که از هر دو ضلع بزرگتر مستطیل نیز بگذریم، چه مسافتی را باید بپیماییم؟ (می‌خواهیم کوتاه‌ترین مسیر باشد)



(۱) ۱۰

(۲) ۶

(۳) ۱۲

(۴) $۴ + ۲\sqrt{۱۳}$

۴۰ در کدام تبدیل ممکن است تبدیل یافته یک خط، بر آن عمود شود؟

(۲) تجانس

(۱) بازتاب مرکزی

(۴) انتقال

(۳) دوران

۴۱ از هریک از کلمات "SARASA" و "ASRAR" یک حرف به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه حروف انتخاب شده یکسان باشند، کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{15}$
 (۲) $\frac{1}{3}$
 (۳) $\frac{1}{15}$
 (۴) $\frac{1}{6}$

۴۲ دو تاس را باهم می‌ریزیم با کدام احتمال مجموع دو عدد روشده بیشتر از ۹ است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$
 (۲) $\frac{1}{6}$
 (۳) $\frac{1}{9}$
 (۴) $\frac{5}{36}$

۴۳ دو کیسه یکسان داریم. کیسه اول شامل ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و کیسه دوم شامل ۴ مهره سفید و ۴ مهره سیاه است. کیسه‌ای را به تصادف انتخاب کرده و مهره‌ای خارج می‌کنیم. احتمال آنکه مهره خارج شده سفید باشد چقدر است؟

- (۱) $\frac{9}{8}$
 (۲) $\frac{9}{16}$
 (۳) $\frac{5}{8}$
 (۴) $\frac{3}{8}$

۴۴ در ظرفی چهار مهره آبی و سه مهره قرمز وجود دارد، دو مهره به‌طور متوالی و با جایگذاری خارج می‌کنیم. احتمال اینکه دو مهره هم‌رنگ باشند، کدام است؟

- (۱) $\frac{17}{49}$
 (۲) $\frac{23}{49}$
 (۳) $\frac{25}{49}$
 (۴) $\frac{27}{49}$

۴۵ در یک شهر صنعتی ۶۰ درصد جمعیت مرد و ۴۰ درصد آن زن هستند. اگر ۱۸ درصد مردان و ۱۲ درصد زنان تحصیلات دانشگاهی داشته باشند، چند درصد این جمعیت تحصیلات دانشگاهی دارند؟

- (۱) $\frac{15}{2}$
 (۲) $\frac{15}{6}$
 (۳) $\frac{15}{8}$
 (۴) $\frac{16}{2}$

۴۶ یک تاس و یک سکه را باهم پرتاب می‌کنیم. پیشامدهای A و B چگونه‌اند؟
 A: تاس عددی فرد بیاید.
 B: سکه پشت و تاس کوچک‌تر از ۵ باشد.

- (۱) سازگار و مستقل
 (۲) ناسازگار و مستقل
 (۳) سازگار و وابسته
 (۴) ناسازگار و وابسته



۴۷ اگر A و B دو پیشامد از یک فضای نمونه‌ای باشند، در کدام حالت $P(B - A) = P(B) - P(A)$ درست است؟

(۱) $A \subset B$ (۲) همواره

(۳) $A \cap B = \emptyset$ (۴) $P(A) < P(B)$

۴۸ دو تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر عددهایی که تاس‌ها نشان می‌دهند برابر نبودند، آن‌ها را باهم جمع می‌کنیم و اگر عددهای تاس‌های روشده برابر بودند، تاس دیگری پرتاب می‌کنیم و سه عددی که تاس‌ها نشان می‌دهند باهم جمع می‌کنیم. احتمال اینکه مجموعی که به دست می‌آید برابر ۳ باشد، چقدر است؟

(۱) $\frac{13}{216}$ (۲) $\frac{12}{216}$
(۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{18}$

۴۹ از کیسه‌ای که دارای چهار مهرهٔ یکسان (شامل دو سفید و دو قرمز) است، دو مهره یکی پس از دیگری (بدون جایگذاری) انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه فقط یکی از مهره‌ها سفید باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$
(۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۵۰ در یک خانواده سه فرزندی، می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است. با کدام احتمال دو فرزند دیگر، دختر است؟

(۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{3}{7}$
(۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{5}{8}$

۵۱ در ظرف اول ۳ مهرهٔ آبی و ۶ مهرهٔ قرمز و در ظرف دوم ۴ مهرهٔ آبی و ۵ مهرهٔ قرمز قرار دارند. دو تاس پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد روشده بیشتر از ۹ باشد، به تصادف از ظرف اول یک مهره خارج کرده در ظرف دوم می‌اندازیم. در غیر این صورت از ظرف دوم یک مهره برداشته و به ظرف اول اضافه می‌کنیم. اکنون یک مهره از ظرف با مهرهٔ بیشتر انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه مهره قرمز باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{157}{270}$ (۲) $\frac{165}{270}$
(۳) $\frac{173}{270}$ (۴) $\frac{180}{270}$

۵۲ اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، به طوری که $P(A) = \frac{1}{2}$ و $P(B|A) = \frac{1}{5}$ ، آنگاه $P(A \cap B')$ کدام است؟

(۱) $0/4$ (۲) $0/6$
(۳) $0/2$ (۴) $0/3$

۵۳ یک تاس و یک سکه را پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه تاس مضرب ۳ و سکه رو بیاید، چند برابر احتمال این است که تاس مضرب ۳ یا سکه رو بیاید؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۵۴ فرض کنید ۶ جفت کفش را درون یک صندوق ریخته‌ایم. فضای نمونه‌ای انتخاب ۲ لنگه کفش از صندوق، کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) \binom{۱۲}{۲} & (۲) ۲! \binom{۱۲}{۲} \\ (۳) \frac{۴۹}{۹۹} & (۴) ۲! \binom{۶}{۱} \end{array}$$

۵۵ در ظرف A، ۵ مهره قرمز و ۳ مهره آبی و در ظرف B، ۴ مهره قرمز و ۶ مهره آبی موجود است. ۲ مهره از A و ۳ مهره از B به تصادف خارج می‌کنیم و در ظرف خالی C قرار می‌دهیم. اکنون مهره‌ای از ظرف C خارج می‌کنیم. احتمال اینکه این مهره قرمز باشد چقدر است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) \frac{۴۹}{۱۰۰} & (۲) \frac{۲۶}{۱۰۰} \\ (۳) \frac{۲۳}{۴۰} & (۴) \frac{۱۲}{۵۰} \end{array}$$

۵۶ در کلاسی ۱۰ دانشجوی پسر و ۵ دانشجوی دختر وجود دارد. به تصادف سه دانشجو را یکی پس از دیگری انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه فقط دو دانشجوی اول هم‌جنس باشند، کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) \frac{۲۰}{۲۷۳} & (۲) \frac{۱۵}{۹۱} \\ (۳) \frac{۵}{۲۱} & (۴) \frac{۶۰}{۹۱} \end{array}$$

۵۷ احتمال اینکه تیم‌های ایران و عراق در یک مسابقه شرکت کنند، به ترتیب ۷/۰ و ۴/۰ است. احتمال شرکت ایران به شرط شرکت عراق ۶/۰ می‌باشد. احتمال شرکت ایران به شرط شرکت عراق، کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) \frac{۲۳}{۳۰} & (۲) \frac{۳۲}{۳۰} \\ (۳) \frac{۴۱}{۵۰} & (۴) \frac{۴۳}{۵۰} \end{array}$$

۵۸ اگر $P(A \cup B) = ۴P(A \cap B)$ ، حاصل $\frac{P(A) + P(B)}{P(A \cup B) - ۳P(A \cap B)}$ کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) ۳ & (۲) ۴ \\ (۳) ۵ & (۴) ۷ \end{array}$$

۵۹ در جعبه A دو مهره قرمز و سه مهره آبی و در جعبه B سه مهره قرمز و تعدادی مهره آبی داریم. از یکی از جعبه‌ها به تصادف مهره‌ای خارج می‌کنیم و با احتمال $\frac{۱۳}{۲۰}$ این مهره آبی است. تعداد کل مهره‌های آبی در جعبه‌های A و B کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) ۷ & (۲) ۸ \\ (۳) ۹ & (۴) ۱۰ \end{array}$$

۶۰ دو تاس متمایز را باهم پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم هر دو عدد روبرو شده فرد است، احتمال اینکه مجموع آن‌ها ۶ باشد، چقدر است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) \frac{۲}{۹} & (۲) \frac{۱}{۳} \\ (۳) \frac{۵}{۹} & (۴) \frac{۲}{۳} \end{array}$$

۶۱ طول سیم مسی B، $\frac{1}{4}$ برابر طول سیم مسی A و قطر مقطع سیم مسی A، 3 برابر قطر مقطع سیم مسی B است. اگر مقاومت سیم مسی B برابر 36Ω باشد، مقاومت سیم A چند اهم است؟

- (۱) ۸۱
(۲) ۱
(۳) ۱۶
(۴) ۴۸

۶۲ یک مفتول مسی به شعاع a دارای یک پوشش آلومینیومی به ضخامت b است. مقاومت ویژه آلومینیوم و مس به ترتیب $2/7 \times 10^{-8}$ و $1/7 \times 10^{-8}$ اهم متر است. اگر جریان ثابتی از این سیم عبور کند، رابطه بین r و a چگونه باشد تا جریان الکتریکی عبوری از دو فلز برابر شود؟

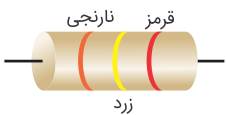
$$b = \sqrt{10}a \quad (۲) \qquad b = \left(\sqrt{\frac{44}{17}} - 1\right)a \quad (۱)$$

$$b = \sqrt{\frac{10}{13}}a \quad (۴) \qquad b = \left(\sqrt{\frac{44}{17}} + 1\right)a \quad (۳)$$

۶۳ مقاومت الکتریکی سیمی 3Ω است. $\frac{4}{5}$ سیم را بریده و کنار می‌گذاریم و $\frac{1}{5}$ باقی‌مانده را از دستگاهی عبور می‌دهیم تا آن را بکنواخت نازک کرده و طولش را به طول سیم اولیه برساند. با ثابت ماندن دما، مقاومت سیم جدید چند اهم می‌شود؟

- (۱) ۱۵
(۲) ۱۲
(۳) $\frac{3}{5}$
(۴) $\frac{3}{4}$

۶۴ اگر مقاومت کربنی شکل زیر را در یک مدار الکتریکی که جریان 2 mA از آن می‌گذرد قرار دهیم، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت چند ولت می‌شود؟ (نارنجی = ۳، زرد = ۴، قرمز = ۲)



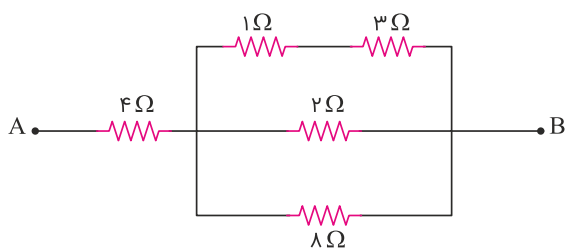
- (۱) ۸/۶
(۲) ۴/۸
(۳) ۶/۸
(۴) ۶/۴

۶۵ مقاومت الکتریکی رسانای اهمی A، ۶ برابر مقاومت الکتریکی رسانای اهمی B است. اگر A را به اختلاف پتانسیل 32 V و رسانای B را به اختلاف پتانسیل 16 V وصل کنیم، نسبت جریان الکتریکی عبوری از رسانای A به جریان الکتریکی عبوری از رسانای B کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$
(۲) ۳
(۳) ۶
(۴) $\frac{1}{3}$

شکل زیر قسمتی از یک مدار الکتریکی است. اگر توان مصرفی مقاومت ۳ اهمی ۱۲ وات باشد، اختلاف پتانسیل مقاومت ۴ اهمی چند ولت است؟

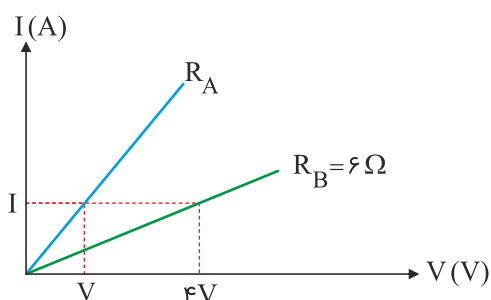
۶۶



- (۱) ۱۲
- (۲) ۲۸
- (۳) ۲۴
- (۴) ۶۴

شکل زیر نمودار جریان عبوری از دو رسانای مجزای A و B را بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها نشان می‌دهد. مقاومت A چند اهم است؟ (دما ثابت و یکسان است)

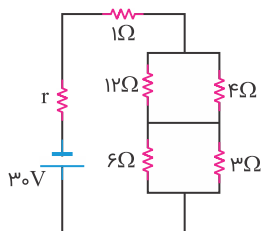
۶۷



- (۱) ۹
- (۲) ۱/۵
- (۳) ۴
- (۴) ۳

در مدار شکل زیر، توان خروجی از باتری بیشینه است. توان تلف شده در باتری چند وات است؟

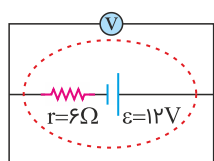
۶۸



- (۱) ۳۷/۵
- (۲) ۱۷
- (۳) ۱۵
- (۴) ۲۱/۲۵

در مدار زیر، ولت‌سنج چند ولت را نشان می‌دهد؟

۶۹

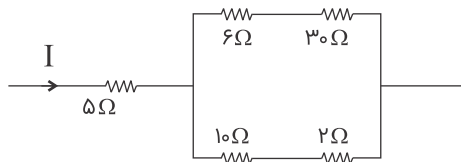


- (۱) صفر
- (۲) ۲
- (۳) ۶
- (۴) ۱۲



در مدار زیر، توان مصرفی مقاومت ۱۰ اهمی چندبرابر توان مصرفی مقاومت ۵ اهمی است؟

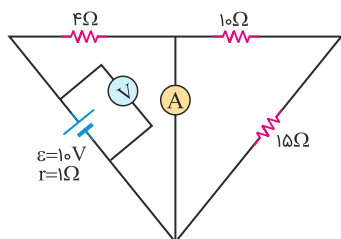
۷۰



- (۱) $\frac{9}{8}$
- (۲) $\frac{3}{2}$
- (۳) $\frac{8}{9}$
- (۴) $\frac{2}{3}$

در مدار شکل زیر اگر آمپرسنج و ولتسنج ایده‌آل باشند، عددی که هر یک نشان می‌دهند چه مقدار است؟

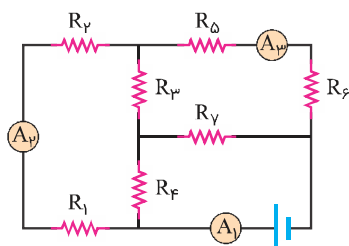
۷۱



- (۱) $\frac{26}{3}V - \frac{4}{3}A$
- (۲) $6V - 4A$
- (۳) $8V - 2A$
- (۴) $\frac{29}{3}V - \frac{1}{3}A$

در مدار زیر، آمپرسنج‌های A_1 ، A_2 و A_3 به ترتیب جریان‌های $20A$ ، $12A$ و $9A$ را نشان می‌دهند. از مقاومت R_7 جریان چند آمپر عبور می‌کند؟

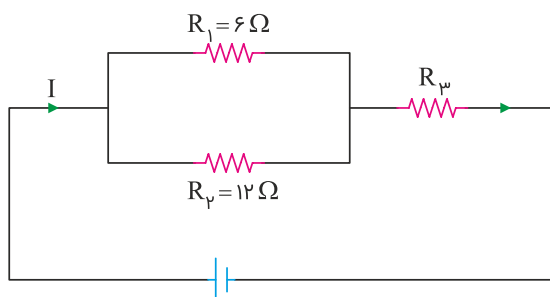
۷۲



- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۸
- (۴) ۱۱

شکل زیر یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد. اگر توان مصرفی مقاومت R_3 ، ۶ برابر توان مصرفی مقاومت R_2 باشد، چند اهم است؟

۷۳



- (۱) ۱۸
- (۲) ۱۲
- (۳) ۸
- (۴) ۶

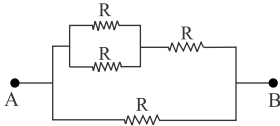
آمپر-ساعت نوعی از باتری‌های قلمی $800mAh$ است. اگر این باتری جریان ثابت $40\mu A$ را فراهم سازد، چند دقیقه طول می‌کشد تا به طور کامل تخلیه شود؟

۷۴

- (۱) $1/2 \times 10^6$
- (۲) $1/2 \times 10^5$
- (۳) 2×10^4
- (۴) 2×10^3

در شکل زیر، اگر مقاومت الکتریکی بین دو نقطه A و B برابر 3Ω باشد، چند اهم است؟

۷۵



(۱) ۲

(۲) ۵

(۳) ۷

(۴) ۶

کدام گزینه نادرست است؟

۷۶

(۱) مقاومت ویژه رساناهای فلزی با افزایش دما، افزایش می‌یابد.

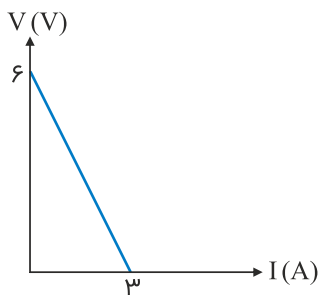
(۲) مقاومت ویژه یک ماده به ساختار اتمی و دمای آن بستگی دارد.

(۳) اگر به یک رسانا و یک نیم‌رسانا به یک اندازه گرما دهیم، با اعمال اختلاف پتانسیل ثابت به دو سر آن‌ها، جریان هر دو کاهش می‌یابد.

(۴) مقاومت یک رسانای فلزی در حالتی که جریان از آن عبور می‌کند، بیشتر از حالتی است که جریان از آن عبور نمی‌کند.

نمودار اختلاف پتانسیل دو سر یک مولد بر حسب جریان عبوری از آن مطابق شکل است. اگر دو سر این مولد را به مقاومت ۳ اهمی متصل کنیم، اختلاف پتانسیل دو سر مولد چند ولت می‌شود؟

۷۷

(۱) $1/2$ (۲) $2/8$ (۳) $2/6$ (۴) $3/6$

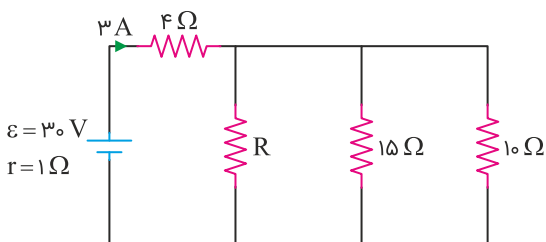
ابعاد یک مکعب مستطیل فلزی ۲، ۳ و ۴ سانتی‌متر است. این مکعب مستطیل را می‌توان از هر یک از دو وجه موازی آن در مدار قرار داد. نسبت کوچک‌ترین مقاومت به بزرگ‌ترین مقاومت آن چند است؟

۷۸

(۲) $\frac{1}{6}$ (۱) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{12}$

در شکل زیر، در مقاومت R در هر دقیقه چند ژول انرژی مصرف می‌شود؟

۷۹



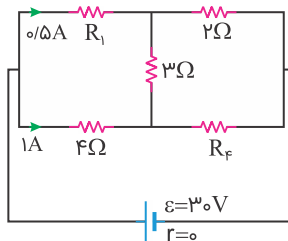
(۱) ۷/۵

(۲) ۴۵۰

(۳) ۱۸۰۰

(۴) ۱۲۰





(۱) $10\ \Omega$

(۲) $15\ \Omega$

(۳) $30\ \Omega$

(۴) $20\ \Omega$

شیمی

کدام گزینه درست است؟

۸۱

(۱) در دما و فشار یکسان، الماس نسبت به گرافیت از پایداری بیشتری برخوردار است.

(۲) گرمای 2 m گرم آب 80 درجه سانتی‌گراد از m گرم آب 40 درجه سانتی‌گراد بیشتر است.

(۳) گرمای آزادشده از یک واکنش در دمای ثابت، به طور عمده وابسته به تفاوت انرژی گرمایی مواد واکنش‌دهنده و فرآورده است.

(۴) میانگین انرژی جنبشی ذرات سازنده یک ماده رابطه مستقیم با دمای آن ماده دارد.

اگر دمای 10 گرم از یک قطعه فلز خالص بر اثر جذب $117/5$ ژول گرما به اندازه 50°C بالاتر رود، این فلز کدام است؟ (ظرفیت گرمایی ویژه سرب، نقره، نیکل و آلومینیم را بر حسب $\text{J}\cdot\text{g}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$ برابر با $12/9 \times 10^{-2}$, $23/5 \times 10^{-2}$, $3/4 \times 10^{-1}$, $9/02 \times 10^{-1}$ در نظر بگیرید)

۸۲

(۱) سرب

(۲) آلومینیم

(۳) نیکل

(۴) نقره

چه تعداد از موارد زیر باعث کاهش سرعت واکنش آلومینیم با محلول هیدروکلریک اسید می‌شود؟

۸۳

(الف) قرار دادن ظرف واکنش در مخلوط آب و یخ

(ب) افزودن آب به مواد واکنش‌دهنده

(پ) استفاده از قطعه آلومینیم به جای براده‌های آلومینیم

(ت) کاهش فشار

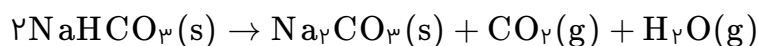
(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

مطابق واکنش زیر، اگر در تجزیه گرمایی یک نمونه سدیم هیدروژن کربنات خالص، پس از گذشت ۱۰ دقیقه، ۴/۲ گرم از آن باقی مانده و ۰/۲ مول آب تشکیل شده باشد، سرعت مصرف سدیم هیدروژن کربنات، برابر چند مول بر دقیقه است و با همین سرعت متوسط، چند ثانیه دیگر واکنش کامل می شود؟ ($H = 1$, $C = 12$, $O = 16$, $Na = 23$: $g \cdot mol^{-1}$) (با کمی تغییر)



$$(2) \quad 75, 2 \times 10^{-2}$$

$$(1) \quad 75, 4 \times 10^{-2}$$

$$(4) \quad 60, 2 \times 10^{-2}$$

$$(3) \quad 60, 4 \times 10^{-2}$$

اگر آنتالپی سوختن ۱ مول از ۳ ماده (گرافیت، $C(s)$ ، گاز H_2 و گاز متان به ترتیب از راست به چپ برابر با $-393/5$ ، -286 و -890 کیلوژول باشد، از واکنش ۶ گرم کربن طبق واکنش $C(s) + 2H_2(g) \rightarrow CH_4(g)$ (گرافیت) چند کیلوژول گرما تولید می شود؟

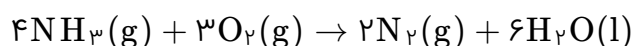
$$(2) \quad -37/75$$

$$(1) \quad -75/5$$

$$(4) \quad -50/35$$

$$(3) \quad -151$$

آنتالپی واکنش زیر کدام است؟



پیوند	N - H	O = O	N ≡ N	H - O
میانگین آنتالپی ($kJ \cdot mol^{-1}$)	۳۹۱	۴۹۵	۹۴۵	۴۶۳

$$(2) \quad -617$$

$$(1) \quad 203$$

$$(4) \quad 1509$$

$$(3) \quad -1269$$

باتوجه به شکل زیر پاسخ سؤالات مطرح شده در کدام گزینه آمده است؟ (فرض کنید مقدار آب و روغن زیتون یکسان است)
الف) اگر گرمای یکسان به هر دو ماده آب و روغن زیتون داده شود، دمای کدامیک کمتر افزایش می یابد؟
ب) نیروهای بین مولکولی در کدامیک قوی تر است؟



۲۰۰g روغن زیتون (۷۵°C) → ۱۷۰۰J → ۲۰۰g روغن زیتون (۲۵°C)



۲۰۰g آب (۷۵°C) → ۴۱۸۰J → ۲۰۰g آب (۲۵°C)

(۱) آب - روغن زیتون

(۲) روغن زیتون - روغن زیتون

(۳) آب - آب

(۴) روغن زیتون - آب

باتوجه به جدول زیر، ΔH واکنش تولید یک مول اتانول از واکنش گاز اتن در مجاورت آب و سولفوریک اسید کدام است؟

۸۸

پیوند	C = C	C - H	H - O	C - C	C - O
آنتالپی پیوند ($\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$)	۶۱۴	۴۱۵	۴۶۳	۳۴۸	۳۸۰

(۱) ۶۶

(۲) -۶۶

(۳) -۹۴

(۴) ۹۴

کدام موارد درست هستند؟

۸۹

- (الف) ویژگی بنیادی همه واکنش‌ها دادوستد گرما و نور با محیط پیرامون است.
 (ب) در اثر تخمیر بی‌هوازی ترکیب آلی تولیدشده در واکنش فتوسنتز، کربن دی‌اکسید و الکی دوکربنه تولید می‌شود.
 (پ) واکنش تولید آمونیاک از N_2H_4 همانند N_2 گرماده است.
 (ت) زغال کک تنها واکنش‌دهنده در استخراج آهن است.

(۱) الف - ب

(۲) ب - پ

(۳) الف - پ

(۴) ب - ت

کدام گزینه نادرست است؟

۹۰

- (۱) انرژی گرمایی یک ماده، به دما و مقدار آن بستگی دارد.
 (۲) بیان دما برای یک نمونه ماده و تغییر دما برای یک فرآیند به کار می‌روند.
 (۳) مواد فقط در حالت‌های فیزیکی گاز و مایع دارای حرکات جنبشی نامنظم هستند.
 (۴) دما برخلاف انرژی گرمایی به مقدار ماده بستگی ندارد.

کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۹۱

- (۱) استیک اسید در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد.
 (۲) شعله آتش موجب سوختن گرد آهن موجود در کپسول چینی می‌شود.
 (۳) افزودن قطعه‌ای سدیم کلرید به محلول نقره نیترات باعث تشکیل سریع رسوب سفیدرنگ می‌شود.
 (۴) واکنش تجزیه سلولز کاغذ بسیار آرام‌تر از زنگ زدن اشیاء آهنی در هوای مرطوب است.

در بین مواد زیر کمترین گرمای حاصل از سوختن ۱ مول از آن‌ها مختص به کدام ماده است؟

۹۲

(۱) اتان

(۲) اتن

(۳) اتین

(۴) اتانول



چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- اندازه‌گیری آنتالپی بسیاری از واکنش‌ها به روش گرماسنجی، امکان‌پذیر نیست.
- تأمین شرایط بهینه، برای انجام واکنش تهیه متان از هیدروژن و کربن، آسان است.
- واکنشی که با ΔH وابسته به خود بیان شود، واکنش استوکیومتری نامیده می‌شود.
- محاسبه گرمای بسیاری از واکنش‌های مرحله‌ای یا واکنش‌هایی که به دشواری انجام می‌شوند، بر پایه قانون هس، امکان‌پذیر است.

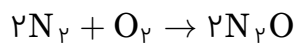
- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

باتوجه به واکنش‌های زیر، ΔH واکنش: $C_2H_4(g) + F_2(g) \rightarrow CF_4(g) + HF(g)$ ، پس از موازنه، چند کیلوژول است؟

- الف) $2C(s, \text{گرافیت}) + 2H_2(g) \rightarrow C_2H_4(g)$, $\Delta H = -52 \text{ kJ}$
 ب) $2HF(g) \rightarrow F_2(g) + H_2(g)$, $\Delta H = +537 \text{ kJ}$
 ج) $CF_4(g) \rightarrow C(s, \text{گرافیت}) + 2F_2(g)$, $\Delta H = +680 \text{ kJ}$

- (۱) -۳۵۶۰
(۲) -۳۴۵۶
(۳) -۲۳۸۲
(۴) -۷۳۶

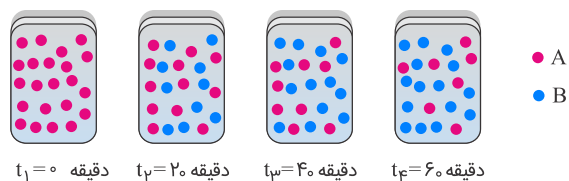
باتوجه به واکنش‌های داده شده، ΔH واکنشی که زیر آن خط کشیده شده، چند کیلوژول است؟



- الف) $C(s, \text{گرافیت}) + N_2O \rightarrow CO + N_2$ $\Delta H_1 = -193$
 ب) $C(s, \text{گرافیت}) + O_2 \rightarrow CO_2$ $\Delta H_2 = -394$
 پ) $2CO_2 \rightarrow 2CO + O_2$ $\Delta H_3 = +566$

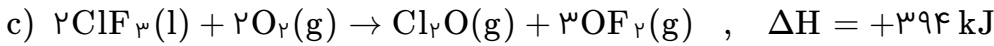
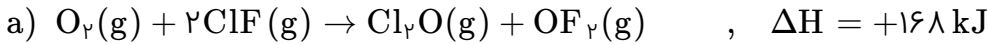
- (۱) ۱۶۴
(۲) ۱۴۴
(۳) ۱۱۹
(۴) ۲۱

با توجه به شکل زیر، که به واکنش فرضی $A \rightarrow B$ در یک ظرف چهار لیتری مربوط است، سرعت متوسط واکنش در فاصله زمانی t_2 تا t_3 چند $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ و چند برابر سرعت متوسط آن در فاصله زمانی t_3 تا t_4 است؟ (هر گوی هم‌ارز ۰/۰۵ مول از هر ماده است)



$t_1=0$ دقیقه $t_2=20$ دقیقه $t_3=40$ دقیقه $t_4=60$ دقیقه

- (۱) $1/5, 7/5 \times 10^{-3}$
 (۲) $1/5, 1/875 \times 10^{-3}$
 (۳) $3, 1/875 \times 10^{-3}$
 (۴) $3, 7/5 \times 10^{-3}$



ΔH واکنش تولید $\text{ClF}_3(\text{l})$ از گازهای ClF و F_2 ، برابر چند کیلوژول است؟

$$(1) \quad -135 \quad (2) \quad -270$$

$$(3) \quad +518 \quad (4) \quad +259$$

هرگاه به 20°C گرم از بخار آب، اتانول، سدیم کلرید و اکسیژن که ظرفیت گرمایی ویژه هریک از آن‌ها به ترتیب 2 ، $2/5$ ، $1/85$ و $92/0$ ژول بر گرم بر درجه سلسیوس است، 100 ژول گرما داده شود، مقایسه تغییر دمای آن‌ها کدام است؟

(۱) اکسیژن < اتانول < بخار آب < سدیم کلرید

(۲) اتانول < اکسیژن < بخار آب < سدیم کلرید

(۳) اتانول > اکسیژن > سدیم کلرید > بخار آب

(۴) اتانول > بخار آب > اکسیژن > سدیم کلرید

کدام مقایسه به درستی صورت گرفته است؟ ($\text{H} = 1$ ، $\text{C} = 12$: $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)

(۱) آنتالپی سوختن: $\text{C}_2\text{H}_2 > \text{C}_2\text{H}_5\text{OH} > \text{C}_2\text{H}_4 > \text{C}_2\text{H}_6$

(۲) ارزش سوختن: $\text{CH}_3\text{OH} > \text{C}_2\text{H}_5\text{OH} > \text{C}_3\text{H}_5\text{OH} > \text{C}_4\text{H}_5\text{OH}$

(۳) سرعت واکنش: انفجار > تجزیه سلولز کاغذ > تشکیل سریع نقره کلرید > زنگ زدگی آهن

(۴) گرمای آزاد شده حاصل از سوختن: 1 مول پروپان > 48 گرم متان > 2 مول اتان > 2 مول پروپن

چند میلی‌لیتر آب مقطر با دمای 9°C باید به 75 میلی‌لیتر آب مقطر با دمای 35°C اضافه شود تا دمای پایانی سامانه، به 19°C برسد و برای افزایش دمای مخلوط حاصل از 19°C به 44°C ، چند کیلوژول گرما لازم است؟ (از تبادل گرما با محیط چشم‌پوشی شود، $c = 4/2 \text{ J}\cdot\text{g}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$)

$$(1) \quad 12/625, 160 \quad (2) \quad 20/475, 160$$

$$(3) \quad 12/625, 120 \quad (4) \quad 20/475, 120$$



استاد علیرضا افشار

”همایش ها“

@hamayesh_dr_afshar



حسابان

گزینه ۳

۱

تابعی وارون‌پذیر است که یک‌به‌یک باشد. در حالت زوج مرتب نیز تابعی یک‌به‌یک است که مولفهٔ دوم یکسان نداشته باشد.

گزینه ۲

۲

باتوجه به شکل، دو نقطهٔ $(-\frac{1}{3}, 0)$ و $(0, -2)$ در تابع f صدق می‌کنند. بنابراین:

$$(0, -2) : f(0) = -2 \Rightarrow -4 + 2^b = -2 \Rightarrow 2^b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$(-\frac{1}{3}, 0) : f(-\frac{1}{3}) = 0 \Rightarrow -4 + 2^{-\frac{1}{3}a+1} = 0 \Rightarrow 2^{-\frac{1}{3}a+1} = 4 = 2^2$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3}a + 1 = 2 \Rightarrow -\frac{1}{3}a = 1 \Rightarrow a = -3$$

با جایگذاری مقادیر a و b در تابع f داریم:

$$f(x) = -4 + 2^{-3x+1}$$

$$f(-\frac{5}{3}) = -4 + 2^{-3 \times (-\frac{5}{3})+1} = -4 + 2^{5+1} = -4 + 2^6 = 60$$

گزینه ۴

۳

$$\begin{aligned} \log_{15}^{45} &= \log_{15}^3 + \log_{15}^{15} = \log_{15}^3 + 1 = \frac{1}{\log_3^{15}} + 1 \\ &= \frac{1}{\log_3^5 + \log_3^3} + 1 = \frac{1}{a+1} + 1 = \frac{a+2}{a+1} \end{aligned}$$



$$2^x = \frac{1}{10}$$

از طرفین log می‌گیریم.

$$\log 2^x = \log \frac{1}{10} = \log (10)^{-1} = -1$$

$$x \log 2 = -1 \xrightarrow{\log 2 = 0.3} 0.3x = -1 \Rightarrow x = \frac{-1}{0.3} = -\frac{10}{3}$$

چون $D_{f-g} = \{1, 3\}$ ، پس ۱ و ۳ حتماً در دامنه g هستند. همچنین ممکن است دامنه g شامل عضوهای دیگری هم باشد.

$$(1, -4) \in f - g \Rightarrow (f - g)(1) = -4$$

$$\Rightarrow f(1) - g(1) = -4 \Rightarrow 4 - g(1) = -4 \Rightarrow g(1) = 8$$

$$(3, 1) \in f - g \Rightarrow (f - g)(3) = 1$$

$$\Rightarrow f(3) - g(3) = 1 \Rightarrow 4 - g(3) = 1 \Rightarrow g(3) = 3$$

$$\Rightarrow g = \{(1, 8), (3, 3)\} \Rightarrow \frac{1}{g-8} = \left\{ \left(1, \frac{1}{8-8}\right), \left(3, \frac{1}{3-8}\right) \right\} = \left\{ \left(3, -\frac{1}{5}\right) \right\}$$

تعریف نشده

قرینه $y = ax + 3$ نسبت به خط $y = x$ همان وارون تابع $y = ax + 3$ است.

$$ax = y - 3 \Rightarrow x = \frac{y}{a} - \frac{3}{a} \Rightarrow y = \frac{x}{a} - \frac{3}{a}$$

طبق صورت سؤال عرض از مبدأ وارون تابع برابر با ۲ است:

$$-\frac{3}{a} = 2 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

$$f(x) = x^2 + 2x + 4 \Rightarrow (g(x))^2 - 4g(x) + 7 = x^2 + 2x + 4$$

$$\Rightarrow (g(x))^2 - 4g(x) + 4 = x^2 + 2x + 1$$

$$\Rightarrow (g(x) - 2)^2 = (x + 1)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} g(x) - 2 = x + 1 \\ g(x) - 2 = -x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} g(x) = x + 3 \\ g(x) = 1 - x \end{cases}$$

مجموع مقادیر ممکن برای $g(x)$ برابر ۴ است.

به شکل ماشین داده شده خوب دقت کنید:

$$\text{ورودی} \rightarrow 2x - 2 \rightarrow \frac{x}{\sqrt{x} + 1} \rightarrow \text{خروجی}$$

متغیر ورودی را x در نظر می‌گیریم. وارد دستگاهی می‌شود که این متغیر را دو برابر کرده و از آن دو واحد کم می‌کند. ما این دستگاه را $f(x)$ فرض می‌کنیم. دستگاه بعدی را هم $g(x)$ در نظر می‌گیریم. بنابراین شکل دستگاه را به صورت زیر تکمیل می‌کنیم:

$$\underbrace{\text{ورودی}}_x \rightarrow \underbrace{2x - 2}_{f(x)} \rightarrow \underbrace{\frac{x}{\sqrt{x} + 1}}_{g(x)} \rightarrow \underbrace{\text{خروجی}}_{g(f(x))}$$

خروجی به ازای متغیر ورودی x برابر $\frac{4}{3}$ شده است، یعنی $g(f(x)) = \frac{4}{3}$ است.

حالا با داشتن $f(x)$ و $g(x)$ می‌توانیم $g(f(x))$ را تعیین کرده و در نهایت مقدار x را محاسبه کنیم:

$$f(x) = 2x - 2, \quad g(x) = \frac{x}{\sqrt{x} + 1}$$

$$g(f(x)) = \frac{f(x)}{\sqrt{f(x)} + 1} = \frac{2x - 2}{\sqrt{2x - 2} + 1} = \frac{4}{3} \Rightarrow 3(2x - 2) = 4\sqrt{2x - 2} + 4$$

$$\xrightarrow{\sqrt{2x-2}=t} 3t^2 = 4t + 4 \Rightarrow 3t^2 - 4t - 4 = 0 \Rightarrow (3t + 2)(t - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow \sqrt{2x - 2} = 2 \Rightarrow 2x - 2 = 4 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \\ t = -\frac{2}{3} \Rightarrow \sqrt{2x - 2} = -\frac{2}{3} \quad \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

بنابراین ورودی این ماشین $x = 3$ به دست آمد.

$$\log_5^x = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$$

$$\log_{\sqrt{3^2}}^{(x^3+3)} = \log_{\sqrt{45}}^{((\sqrt[3]{5})^3+3)} = \log_{\sqrt{45}}^8 = \log_{\sqrt{45}}^{2^3} = \frac{3}{\sqrt{45}} \log_{\sqrt{45}}^2 = \frac{6}{5}$$



$$f(x) = y = 3x + 2 \Rightarrow y - 2 = 3x$$

$$\Rightarrow x = \frac{y - 2}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x - 2}{3}$$

$$(f^{-1} \circ g)(x) = f^{-1}(\sqrt{x-1}) = \frac{\sqrt{x-1} - 2}{3}$$

باتوجه به اینکه $f^{-1}(g^{-1}(a)) = 0$ داریم:

$$f^{-1}(*) = 0 \Rightarrow (*, 0) \in f^{-1} \Rightarrow (0, *) \in f \Rightarrow f(0) = 1 = *$$

می‌دانیم $g^{-1}(a) = *$ در نتیجه:

$$g^{-1}(a) = * = 1 \Rightarrow (a, 1) \in g^{-1}$$

$$\Rightarrow (1, a) \in g \Rightarrow g(1) = \frac{2(1) - 1}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$2x - 6 > 0 \Rightarrow x > 3 \quad (1)$$

$$\log_{0.4}(2x - 6) + 2 \geq 0 \Rightarrow \log_{0.4}(2x - 6) \geq -2 \Rightarrow 2x - 6 \leq (0.4)^{-2}$$

$$\Rightarrow 2x - 6 \leq \left(\frac{5}{2}\right)^2 \Rightarrow 2x \leq \frac{25}{4} + 6 = \frac{49}{4} \Rightarrow x \leq \frac{49}{8} \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow 3 < x \leq \frac{49}{8} \Rightarrow D_f = \left(3, \frac{49}{8}\right]$$

اعداد طبیعی این بازه عبارت‌اند از: $\{4, 5, 6\}$

گام اول

می‌دانیم اگر نقطه $A(\alpha, \beta)$ در ضابطه تابع صدق کند، نقطه $A'(\beta, \alpha)$ در ضابطه وارون تابع صدق می‌کند.

گام دوم

$$x = 4 \Rightarrow f(4) = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow (4, 2) \in f \Rightarrow (2, 4) \in f^{-1}$$

با استفاده از این نقطه گزینه‌های ۱ و ۴ نمی‌توانند جواب تست باشند.

$$x = -4 \Rightarrow f(-4) = -\sqrt{4} = -2 \Rightarrow (-4, -2) \in f \Rightarrow (-2, -4) \in f^{-1}$$

باتوجه به این دو مثال ضابطه وارون تابع به صورت $f^{-1}(x) = x|x|$ خواهد بود.

$$f + 1 = \{(-1, 1), (1, 3), (3, 0), (4, 4)\}$$

$$\left(\frac{g-1}{f+1}\right)(-1) = \frac{2}{1} = 2, \quad \left(\frac{g-1}{f+1}\right)(1) = \frac{-2}{3}$$

$$\left(\frac{g-1}{f+1}\right)(3) = \frac{2}{0} \quad \times, \quad \left(\frac{g-1}{f+1}\right)(4) = \frac{7}{4}$$

$$\text{حاصل ضرب مقادیر برد تابع} : 2 \times \frac{-2}{3} \times \frac{7}{4} = -\frac{7}{3}$$

حاصل ضرب و مجموع ریشه‌های معادله $ab = \frac{2}{5}$ و $a + b = 2$ هستند. بنابراین داریم:

$$\log a + \log b - \log(a + b) = \log ab - \log(a + b) = \log \frac{2}{5} - \log 2$$

$$= \log 2 - \log 5 - \log 2 = -\log 5$$

$$9 - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 9 \Rightarrow -3 < x < 3 \quad \text{(I)}$$

$$x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1 \quad \text{(II)}$$

$$x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2 \quad \text{(III)}$$

$$\xrightarrow{\text{I} \cap \text{II} \cap \text{III}} (1, 2) \cup (2, 3)$$

این مجموعه عدد صحیح ندارد.

$$\begin{cases} D_{\sqrt{f}} : x \in [-2, 1] \cup [3, +\infty) \\ D_g : x \in (1, +\infty) \end{cases} \Rightarrow D_{\sqrt{f}} \cap D_g = [3, +\infty)$$

$$D_{\frac{\sqrt{f}}{g}} = D_{\sqrt{f}} \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} = [3, +\infty) - \emptyset = [3, +\infty)$$

$$\log 20 = \log(2 \times 10) = \log 2 + \log 10 = \log 2 + 1$$

می‌دانیم بین لگاریتم اعداد ۲ و ۵ رابطه زیر برقرار است:

$$\log 2 = 1 - \log 5 \Rightarrow \log 2 = 1 - a$$

$$\log 20 = \log 2 + 1 = 1 - a + 1 = 2 - a$$

طبق تعریف، دامنه تابع $g \circ f$ از رابطه زیر به دست می آید:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

بنابراین لازم است برای حل تست دامنه تعریف دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ تعیین شود، سپس با استفاده از تعریف گفته شده $D_{g \circ f}$ را مشخص کنیم.

$$f(x) = \sqrt{x + |x|} = \begin{cases} x \geq 0: |x| = x \Rightarrow f(x) = \sqrt{2x} \\ x < 0: |x| = -x \Rightarrow f(x) = \sqrt{x - x} = 0 \end{cases} \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

$$g(x) = \frac{1}{x^2 - 4x} = \frac{1}{x(x-4)} \Rightarrow x(x-4) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4 \\ \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{0, 4\}$$

حالا دامنه تعریف تابع $g \circ f$ را به دست می آوریم:

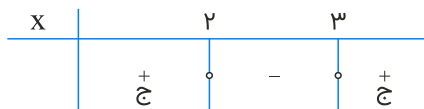
$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{x + |x|} \in \mathbb{R} - \{0, 4\}\}$$

$$\sqrt{x + |x|} = 4 \xrightarrow{x \geq 0} \sqrt{2x} = 4 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 2x = 16 \Rightarrow x = 8$$

$$\sqrt{x + |x|} = 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 0]$$

پس دامنه $g \circ f$ برابر است با: $D_{g \circ f} = (0, 8) \cup (8, +\infty)$

$$x^2 - 5x + 6 > 0$$



$$\Rightarrow x < 2 \text{ یا } x > 3 \quad (1)$$

$$1 - x > 0 \Rightarrow x < 1 \quad (2)$$

$$1 - x \neq 1 \Rightarrow x \neq 0 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2) \cap (3)} (-\infty, 1) - \{0\}$$

گزینه ۳

۲۱

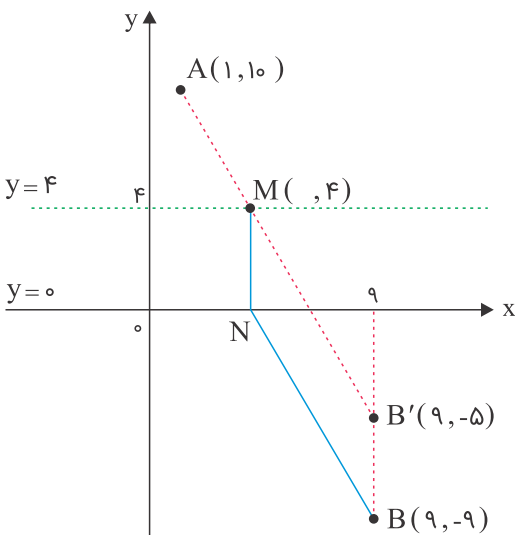
$$\begin{cases} d : 3x - 2y = 4 \Rightarrow m = \frac{3}{2} \\ d' : 4x + 6y = 5 \Rightarrow m' = \frac{-2}{3} \Rightarrow d \perp d' \end{cases}$$

پس زاویهٔ محور بازتاب با هریک از این خطوط برابر با 45° است.

گزینه ۱

۲۲

چون پاره خط MN بر دو خط $y = 0$ و $y = 4$ (محور x ها) عمود است، روش یافتن نقطهٔ M به این صورت است: ابتدا نقطهٔ B را 4 واحد (به اندازهٔ فاصلهٔ بین دو خط $y = 0$ و $y = 4$) به بالا انتقال می‌دهیم تا نقطهٔ $B'(9, -5)$ به دست آید، سپس پاره خط AB' را رسم می‌کنیم تا خط $y = 4$ را در M قطع کند. حال داریم:

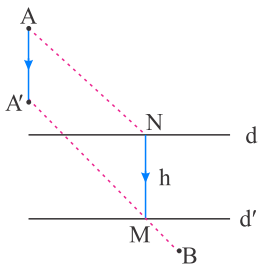


$$\begin{aligned} \text{طول پاره خط شکستهٔ } AMNB &= AM + MN + \underbrace{NB}_{MB'} = AB' + MN \\ &= \sqrt{(9-1)^2 + (-5-10)^2} + 4 = \sqrt{8^2 + 15^2} + 4 = 17 + 4 = 21 \end{aligned}$$

گزینه ۱

۲۳

اگر عرض رودخانه h باشد، A را با بردار $\overrightarrow{AA'} = h$ انتقال می‌دهیم. خط $A'B$ خط d' را در M قطع می‌کند. MN پل موردنظر است زیرا $AA'MN$ متوازی‌الاضلاع می‌باشد و مسیر $ANMB$ همان مسیر $AA'B$ است. این مسیر کوتاه‌ترین می‌باشد. بنابراین از انتقال استفاده می‌کنیم.



گزینه ۱

۲۴

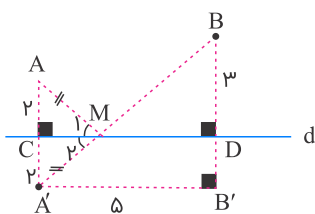
هر تبدیل طولی که دو نقطه ثابت داشته باشد، تمام نقاط روی خط شامل آن دو نقطه را ثابت نگه می‌دارد. در نتیجه اگر یک تبدیل طولی سه نقطه غیر واقع بر یک خط را ثابت نگه دارد، آنگاه آن تبدیل طولی در واقع تبدیل همانی است، یعنی تمام نقاط صفحه را ثابت نگه می‌دارد.

باتوجه به اینکه تبدیل طولی T سه نقطه $(0, 0)$ ، $(0, 1)$ و $(1, 1)$ ، که غیر واقع بر یک خط هستند را ثابت نگه داشته است، پس T تبدیل همانی است. در نتیجه تبدیل خط $y = 2x - 1$ خود خط می‌شود که عرض از مبدأ آن -1 است.

گزینه ۲

۲۵

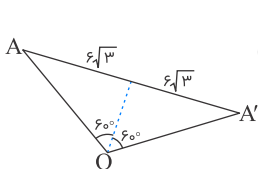
مطابق شکل کوتاه‌ترین مسیر AMB است. بازتاب A نسبت به d، A' می‌باشد. به این ترتیب مسیر AMB، همان $A'B$ است. داریم:



$$A'B^2 = 5^2 + 5^2 \Rightarrow A'B = \sqrt{50} \Rightarrow A'B = 5\sqrt{2}$$

گزینه ۱

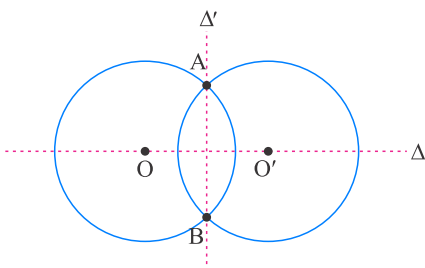
۲۶



$$OA \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \Rightarrow OA = 12$$

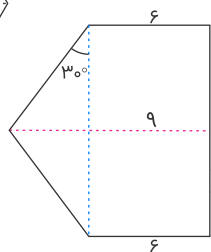
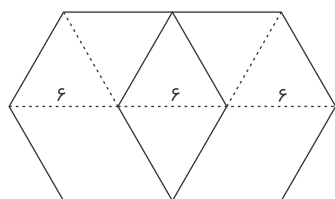
گزینه ۲

۲۷



مطابق شکل، محورهای بازتاب دو دایره رسم شده‌اند که یکی خط Δ (امتداد خط‌المركزین) و دیگری خط Δ' (امتداد وتر مشترک آنها) است.

می‌توانیم شکل حاصل را دو ذوزنقه روی هم در نظر بگیریم. قاعده بالای ذوزنقه برابر با ۱۲ و قاعده پایین باتوجه به شکل زیر برابر با ۱۸ است:



$$h = \sin 60^\circ \times 6 = 3\sqrt{3}$$

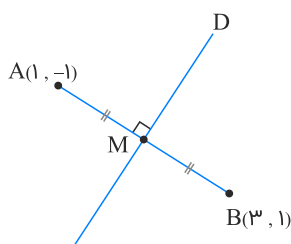
$$\Rightarrow S = \frac{18 + 12}{2} \times 3\sqrt{3} = 45\sqrt{3}$$

همچنین ارتفاع ذوزنقه برابر است با

حال مساحت دو ذوزنقه را می‌خواهیم:

$$S \times 2 = 45\sqrt{3} \times 2 = 90\sqrt{3}$$

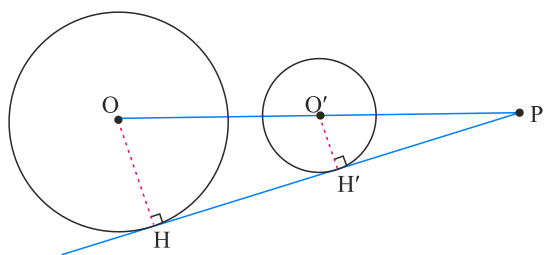
مطابق شکل فرضی زیر داریم:



$$M = \frac{A + B}{2} = \frac{(1, -1) + (3, 1)}{2} = (2, 0)$$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1 - (-1)}{3 - 1} = 1 \Rightarrow m_D = \frac{-1}{m_{AB}} = -1$$

$$D : y - y_M = m_D(x - x_M) \Rightarrow y = -x + 2$$



باتوجه به اینکه $R' = 2$ ، $R = 3$ ، $OO' = d = 8$ و $d > R + R'$ پس دو دایره متخارج‌اند. مطابق شکل نقطه P مرکز تجانس مستقیم است. طبق قضیه تالس داریم:

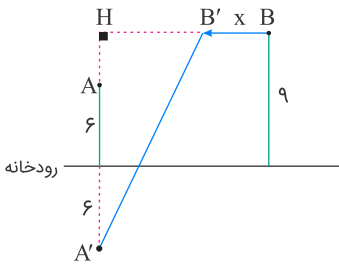
$$OH \parallel O'H' \Rightarrow \frac{PO'}{PO} = \frac{O'H'}{OH} \Rightarrow \frac{PO'}{PO' + OO'} = \frac{R'}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{PO'}{8 + PO'} = \frac{2}{3} \Rightarrow PO' = 16$$

$$PO = PO' + OO' = 16 + 8 = 24$$

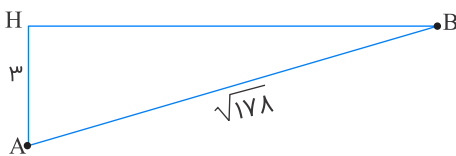


برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر وقتی x کیلومتر آن ساحلی باشد، کافی است B را با برداری به طول x انتقال دهیم و از بازتاب A به آن وصل کنیم. طول $BB' + A'B'$ طول کوتاه‌ترین مسیر است.



$$BB' + A'B' = 22 \Rightarrow A'B' = 22 - x$$

فاصله افقی A و B را می‌یابیم:



$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow BH^2 = 178 - 9 = 169 \Rightarrow BH = 13$$

$$\Rightarrow B'H = 13 - x$$

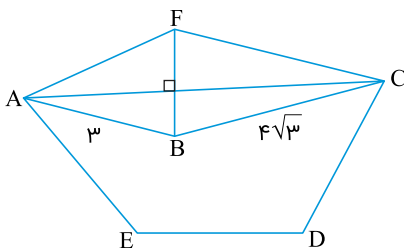
حال برای مثلث $A'B'H$ فیثاغورس را می‌نویسیم:

$$A'H^2 + B'H^2 = A'B'^2 \Rightarrow 15^2 + (13 - x)^2 = (22 - x)^2$$

$$\Rightarrow 225 + 169 - 26x = 484 - 44x \Rightarrow 18x = 90 \Rightarrow x = 5 \text{ km}$$

باتوجه به تعریف، گزینه ۲ صحیح است.

بنا بر مسئله هم‌پیرامونی باید بازتاب B را نسبت به AC به دست آوریم. چندضلعی $AFCDE$ با زمین داده شده هم‌محیط هستند ولی مساحت آن افزایش پیدا کرده است. میزان این افزایش برابر مساحت $AFCB$ است و $S_{AFCB} = 2S_{ABC}$. در نتیجه:

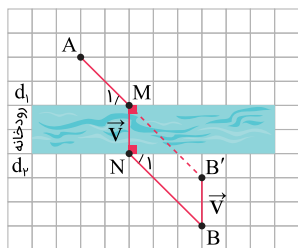


میزان افزایش مساحت:

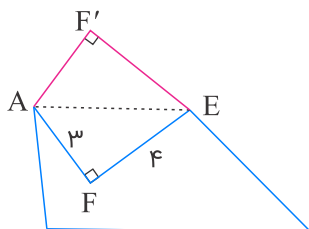
$$S_{AFCB} = 2S_{ABC} = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4\sqrt{3} \times \sin 120^\circ \right) = 18$$

B را با بردار \vec{V} انتقال می‌دهیم و داریم:

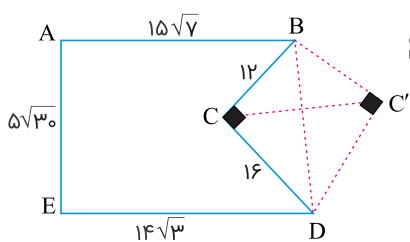
$$AB' \parallel NB, d_1 \parallel d_2 \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{N}_1 = 30^\circ$$



اگر بازتاب F نسبت به خط AE را F' بگیریم، مساحت افزایش می‌یابد و مقدار افزایش مساحت آن، دو برابر مساحت AFE است. چون مساحت این مثلث $\frac{3 \times 4}{2} = 6$ می‌باشد؛ پس افزایش مساحت $12 = 6 \times 2$ است.



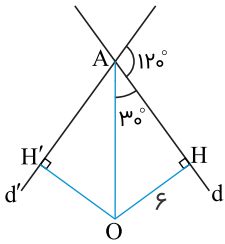
از نمادگذاری شکل زیر استفاده می‌کنیم. بازتاب نقطه C را نسبت به BD به دست می‌آوریم (C' می‌نامیم). به اندازه مساحت چهار ضلعی $BC'DC$ میزان افزایش مساحت موردنظر است:



$$S_{BC'DC} = 2(S_{BCD}) = 2\left(\frac{1}{2} \times BC \times CD\right) = 2 \times \frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 192$$



از نمادگذاری شکل زیر استفاده می‌کنیم.



چون دوران طولیا است و اندازه زاویه حفظ می‌شود، پس $OH = OH'$ یعنی O روی نیمساز زاویه A است. از طرف دیگر چون مجموع زاویه‌های یک ضلعی برابر 360° است، بنابراین $\widehat{H'AH} = 6^\circ$. اکنون در مثلث قائم‌الزاویه OAH چون $\widehat{OAH} = 30^\circ$ ، پس ضلع مقابل به این زاویه نصف وتر است.

$$OH = \frac{1}{2}OA \Rightarrow OA = 2OH = 12$$

نقطه دلخواهی روی خط $D: x - 2y = 4$ مثل $A(4, 0)$ انتخاب و بازتاب آن را نسبت به نقطه $O(2, a)$ محاسبه می‌کنیم و آن را A' می‌نامیم.

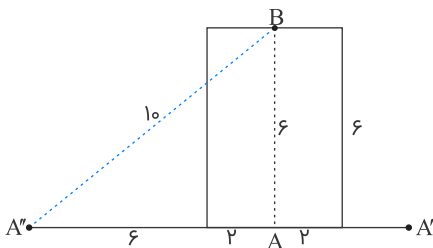
$$O = \frac{A + A'}{2} \Rightarrow A' = 2O - A = 2(2, a) - (4, 0) = (0, 2a)$$

حال این نقطه باید در خط $D': x - 2y + 6 = 0$ صدق کند:

$$0 - 4a + 6 = 0 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

A را نسبت به ضلع سمت راست و نقطه بازتاب شده را نسبت به ضلع سمت چپ مستطیل بازتاب می‌دهیم و نقطه جدید (A'') را به دست می‌آوریم.

حال فاصله آن را تا B حساب می‌کنیم که برابر است با $\sqrt{8^2 + 6^2} = 10$.



بازتاب مرکزی و تجانس و انتقال قطعاً شیب را ثابت نگه می‌دارند. بنابراین تصویر یک خط تحت این سه انتقال با خط اولیه موازی است.

اما تصویر یک خط تحت دوران حول یک نقطه و تحت زاویه $\frac{\pi}{4}(2k+1)$ و $k \in \mathbb{Z}$ (مضارب فرد $\frac{\pi}{4}$ یا 90°) قطعاً بر خط اولیه عمود می‌شود.

آمار و احتمال

برای خارج شدن حروف یکسان ۳ حالت داریم:

$$\text{حرف A خارج شود: } \frac{2}{5} \times \frac{3}{6} = \frac{6}{30}$$

$$\text{حرف S خارج شود: } \frac{1}{5} \times \frac{2}{6} = \frac{2}{30}$$

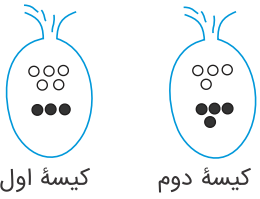
$$\text{حرف R خارج شود: } \frac{2}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{30}$$

$$P(\text{کل}) = \frac{6}{30} + \frac{2}{30} + \frac{2}{30} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

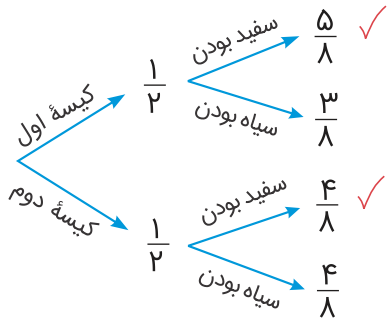
در پرتاب دو تاس تعداد فضای نمونه‌ای برابر ۳۶ است فضای مساعد به صورت جفت‌های زیر است:

$$A = \{(6, 4), (6, 5), (6, 6), (5, 5), (5, 6), (4, 6)\}$$

$$P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \text{ پس:}$$



احتمال انتخاب شدن هرکدام از کیسه‌ها $\frac{1}{2}$ است.

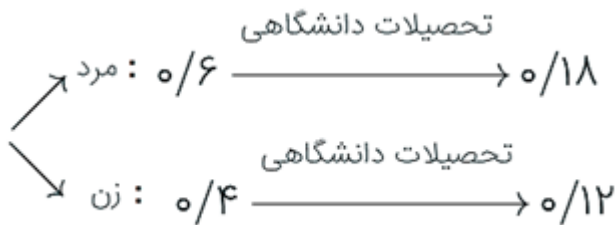


$$P(\text{سفید بودن}) = P(\text{کیسه اول}) \times P(\text{سفید بودن در کیسه اول}) + P(\text{کیسه دوم}) \times P(\text{سفید بودن در کیسه دوم})$$

$$P(\text{سفید بودن}) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{8} = \frac{9}{16}$$

$$\begin{aligned} P(\text{هر دو قرمز}) &= P(\text{هر دو آبی}) + P(\text{هر دو هم‌رنگ باشند}) \\ &= P(\text{دومی قرمز} \cap \text{اولی قرمز}) + P(\text{دومی آبی} \cap \text{اولی آبی}) \\ &= \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{25}{49} \end{aligned}$$

فرد تحصیل کرده می‌تواند زن با تحصیلات دانشگاهی یا مرد با تحصیلات دانشگاهی باشد. برای حل سؤال از قانون احتمال کل (نمودار درختی) استفاده می‌کنیم.



$$P(\text{تحصیلات دانشگاهی}) = (0/6 \times 0/18) + (0/4 \times 0/12) = 0/108 + 0/48 = 0/156 \Rightarrow P(\text{تحصیلات دانشگاهی}) = \%15/6$$

$$A : \{(1, پ), (3, پ), (5, پ), (1, رو), (3, رو), (5, رو)\} \Rightarrow P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$B : \{(4, پ), (3, پ), (2, پ), (1, پ)\} \Rightarrow P(B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$A \cap B : \{(3, پ), (1, پ)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

باتوجه به اینکه $A \cap B$ وجود دارد، پیشامدهای A و B سازگار هستند.

برای اینکه دو پیشامد A و B مستقل باشند باید: $P(A) \times P(B) = P(A \cap B)$

$$P(A) \times P(B) = P(A \cap B) \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow \text{پیشامد } A \text{ و } B \text{ مستقل هستند}$$

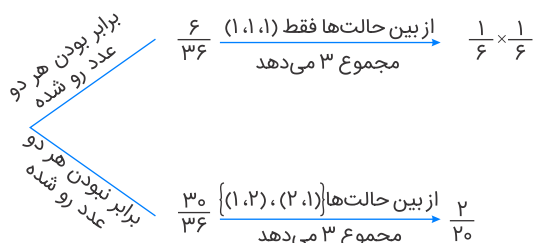
اگر $A \subset B$ ، آنگاه $P(B - A) = P(B) - P(A)$.



برابر بودن هر دو عدد روشده : $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$

$$P(\text{برابر بودن هر دو عدد روشده}) = \frac{6}{36}$$

$$\Rightarrow P(\text{برابر نبودن هر دو عدد روشده}) = \frac{30}{36}$$



$$P(\text{مجموع ۳}) = \frac{6}{36} \times \frac{1}{36} + \frac{30}{36} \times \frac{2}{30} = \frac{1 + 12}{36 \times 6} = \frac{13}{216}$$

$S = \{(\text{سفید}, \text{سفید}), (\text{قرمز}, \text{سفید}), (\text{سفید}, \text{قرمز}), (\text{قرمز}, \text{قرمز})\} \Rightarrow n(S) = 4$

$A = \{(\text{قرمز}, \text{سفید}), (\text{سفید}, \text{قرمز})\} \Rightarrow n(A) = 2$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

با این شرط که می‌دانیم یکی از فرزندان خانواده سه فرزندی پسر است، فضای نمونه‌ای جدید را تعریف کرده و پیشامد مطلوب را از میان آن مشخص می‌کنیم.

$$S = \{(پ, د, د), (د, پ, د), (د, د, پ), (د, پ, پ), (پ, د, پ), (پ, پ, د), (پ, پ, پ)\}$$

در واقع حالتی که تمام فرزندان دختر باشد، حذف شده است. پس در حالت جدید داریم:

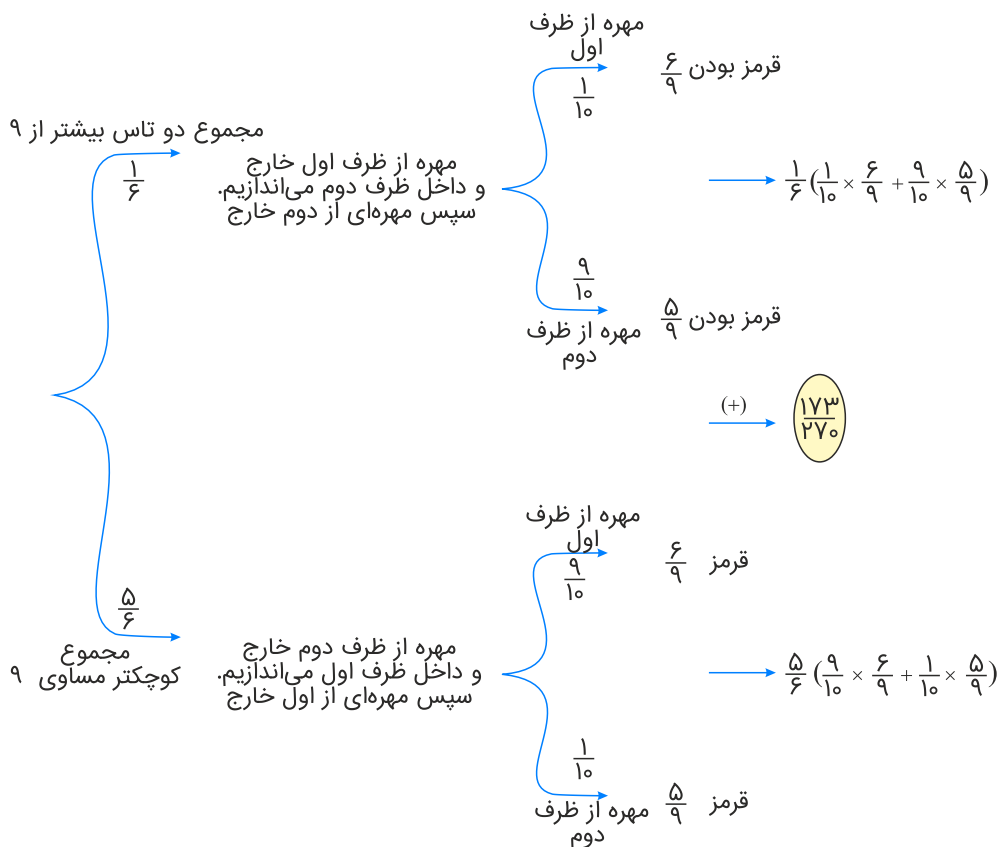
$$n(S) = 7$$

پیشامد A که داشتن دو دختر از میان سه فرزند را بیان می‌کند، ۳ عضو دارد.

$$A = \{(پ, د, د), (د, پ, د), (د, د, پ)\}$$

$$n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{7}$$



$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{5} \xrightarrow{P(A)=\frac{1}{2}} \frac{P(B \cap A)}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{5} \Rightarrow P(B \cap A) = \frac{1}{10}$$

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{10} = \frac{4}{10} = 0.4$$

پیشامدهای پرتاب تاس و پرتاب سکه از هم مستقل هستند.

$$\text{تاس مضرب ۳ بیاید : } A \Rightarrow P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\text{سکه رو بیاید : } B \Rightarrow P(B) = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{تاس مضرب ۳ و سکه رو بیاید : } A \cap B &\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\text{تاس مضرب ۳ یا سکه رو بیاید : } A \cup B$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

نسبت احتمالها برابر است با:

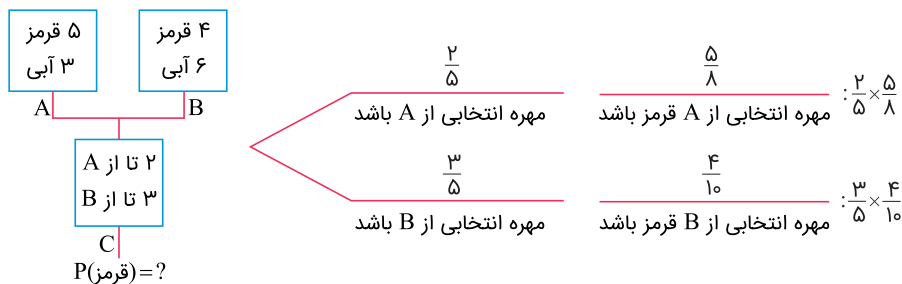
$$\frac{A \cap B}{A \cup B} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{4}$$

در صندوق ۱۲ لنگه کفش وجود دارد و می‌خواهیم ۲ لنگه کفش انتخاب کنیم (۱ جفت) که الزاماً این ۲ لنگه متعلق به ۱ جفت نمی‌باشند؛ بنابراین:

$$n(S) = \binom{12}{2}$$



از شکل زیر استفاده می‌کنیم. نمودار درختی زیر را رسم می‌کنیم و محاسبات را روی آن می‌نویسیم:



در نهایت می‌نویسیم:

$$P(\text{مهرة انتخابی از C قرمز باشد}) = \frac{2}{5} \times \frac{5}{8} + \frac{3}{5} \times \frac{4}{10} = \frac{49}{100}$$

$$\begin{aligned}
 P(\text{پ, د, د, پ}) + P(\text{د, پ, پ, پ}) &= P(\text{فقط دو دانشجوی اول هم جنس}) \\
 &= \frac{10}{15} \times \frac{9}{14} \times \frac{5}{13} + \frac{5}{15} \times \frac{4}{14} \times \frac{10}{13} = \frac{50 \times 133}{15 \times 14 \times 13} = \frac{5}{21}
 \end{aligned}$$

پیشامدهای زیر را در نظر می‌گیریم:

A: پیشامد شرکت کردن ایران

B: پیشامد شرکت کردن عراق

بنا بر فرض مسئله $P(A) = 0/7$, $P(B) = 0/4$ و $P(A|B) = 0/6$. از ما $P(A|B')$ را می‌خواهد. می‌نویسیم:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow 0/6 = \frac{P(A \cap B)}{0/4} \Rightarrow P(A \cap B) = 0/24$$

اکنون می‌نویسیم:

$$\begin{aligned}
 P(A|B') &= \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} \\
 &= \frac{0/7 - 0/24}{1 - 0/4} = \frac{23}{30}
 \end{aligned}$$

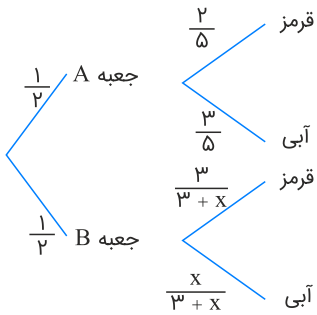
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 4P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) = 5P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{P(A) + P(B)}{P(A \cup B) - 3P(A \cap B)} = \frac{5P(A \cap B)}{4P(A \cap B) - 3P(A \cap B)} = \frac{5P(A \cap B)}{P(A \cap B)} = 5$$

فرض می‌کنیم x مهره آبی در جعبه B باشد، پس:



$$\Rightarrow P(\text{آبی}) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \times \left(\frac{x}{3+x} \right) = \frac{13}{20} \Rightarrow \frac{x}{3+x} = \frac{7}{10} \Rightarrow x = 7$$

پس تعداد کل مهره‌های آبی برابر با $10 = 7 + 3$ است.

روش اول:

با استفاده از روش کاهش فضای نمونه‌ای، فضای نمونه‌ای جدید را به دست آورده، سپس احتمال مطلوب را در این فضای جدید حساب می‌کنیم.

تاس اول فرد	تاس دوم فرد
۱	۱
۳	۳
۵	۵

$$n(S') = 3 \times 3 = 9$$

$$P(\text{مجموع آن‌ها } 6 \text{ بیاید}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

روش دوم:

$$S' = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (5, 1), (5, 3), (5, 5)\}$$

$$P(\text{مجموع } 6) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

فیزیک

باتوجه به اینکه هر دو سیم از جنس مس هستند، پس $\rho_A = \rho_B$ می‌باشد و با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ داریم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{R_A}{36} = \frac{L_A}{\frac{1}{4}L_A} \times \left(\frac{D_B}{3D_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{R_A}{36} = 4 \times \frac{1}{9} \Rightarrow R_A = 16 \Omega$$



اختلاف پتانسیل دوسر مفتول مسی و پوشش آلومینیومی آن یکسان است. اگر جریان عبوری از دو فلز برابر باشد باید مقاومت فلزها یکسان باشد. برای طول مشخص از این سیم داریم:

$$\left. \begin{aligned} R_{cu} &= \rho_{cu} \frac{L}{A_{cu}} \\ R_{AL} &= \rho_{AL} \frac{L}{A_{AL}} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{R_{cu}=R_{AL}} \rho_{cu} \frac{L}{A_{cu}} = \rho_{AL} \frac{L}{A_{AL}}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_{cu}}{A_{cu}} = \frac{\rho_{AL}}{A_{AL}} \Rightarrow \frac{1/7 \times 10^{-8}}{\pi a^2} = \frac{2/7 \times 10^{-8}}{\pi(a+b)^2 - \pi a^2}$$

$$\Rightarrow 1/7((a+b)^2 - a^2) = 2/7a^2 \Rightarrow 17(a+b)^2 = 44a^2 \Rightarrow b = \left(\sqrt{\frac{44}{17}} - 1\right)a$$

چون $\frac{1}{5}$ سیم را نگه داشته‌ایم پس حجم سیم باقی‌مانده، $\frac{1}{5}$ سیم اولیه خواهد بود.

$$V_2 = \frac{1}{5} V_1 \Rightarrow A_2 L_2 = \frac{1}{5} A_1 L_1 \xrightarrow{L_1=L_2} A_2 = \frac{A_1}{5}$$

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\frac{\rho L}{A_2}}{\frac{\rho L}{A_1}} = \frac{A_1}{A_2} = 5 \Rightarrow R_2 = 3 \times 5 = 15 \Omega$$

اندازه مقاومت کربنی : $ab \times 10^n = 34 \times 100 = 3400 \Omega$

$$\text{قانون اهم} : R = \frac{V}{I} \Rightarrow V = RI = 3400 \times \frac{2}{1000} = 6/8 V$$

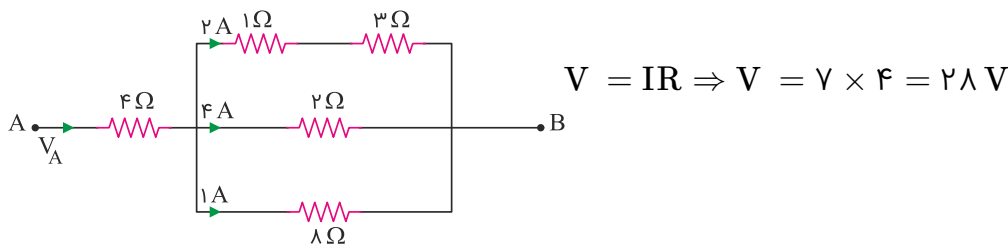
$$\text{قانون اهم} : R = \frac{V}{I}$$

$$\left\{ \begin{aligned} R_A = \frac{V_A}{I_A} &\Rightarrow I_A = \frac{V_A}{R_A} = \frac{32}{R_A} \\ R_B = \frac{V_B}{I_B} &\Rightarrow I_B = \frac{V_B}{R_B} = \frac{16}{R_B} \end{aligned} \right. \xrightarrow{R_A=6R_B} \frac{I_A}{I_B} = \frac{\frac{32}{6R_B}}{\frac{16}{R_B}}$$

$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{32}{16 \times 6} = \frac{1}{3}$$

$$P = RI^2 \Rightarrow 12 = 3I^2 \Rightarrow I = 2 \text{ A}$$

پس تقسیم شدن جریان به صورت مقابل خواهد بود:

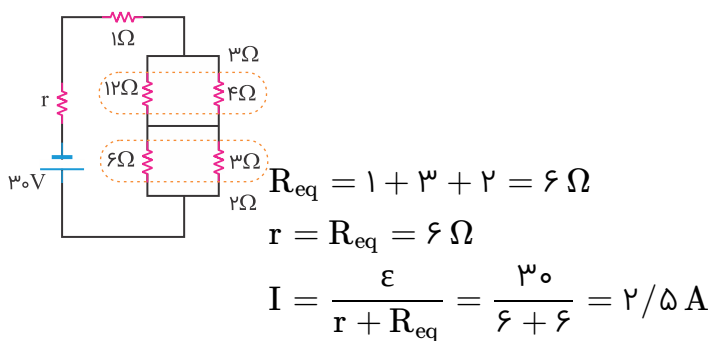


شیب نمودار α برحسب γ برابر است با $\frac{1}{R}$ ، پس داریم:

$$\frac{1}{R_A} = \frac{I}{V}, \quad \frac{1}{R_B} = \frac{I}{4V} \xrightarrow{R_B = 6\Omega} \frac{1}{6} = \frac{I}{4V}$$

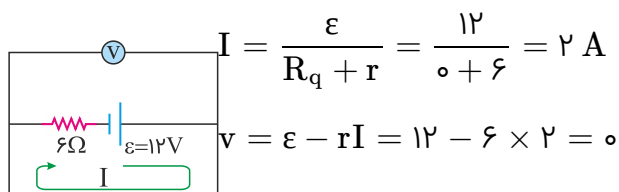
$$\Rightarrow \frac{I}{V} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{R_A} = \frac{2}{3} \Rightarrow R_A = 1/5 \Omega$$

گام اول: توان خروجی از باتری هنگامی بیشینه است که مقاومت درونی باتری با مقاومت معادل مدار برابر باشد؛ بنابراین مقاومت درونی باتری در این حالت و جریان عبوری از باتری برابر است با:



گام دوم: توان تلف شده در باتری برابر است با:

$$P_{\text{تلف شده}} = rI^2 = 6(2/5)^2 = 37/5 \text{ W}$$



با استفاده از رابطه $P = RI^2$ ، نسبت $\frac{P_{10}}{P_5}$ را می‌یابیم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_{10}}{P_5} = \frac{R_{10}I_1^2}{R_5I^2} = \frac{10I_1^2}{5I^2} = 2 \left(\frac{I_1}{I} \right)^2$$

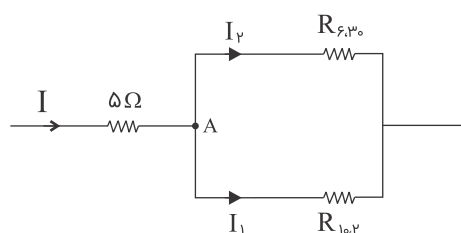
کافی است نسبت $\frac{I_1}{I}$ را به دست بیاوریم:

مقاومت‌های ۳۰ و ۶ اهمی و همچنین ۲ و ۱۰ اهمی باهم سری هستند؛ بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{6,30} = 30 + 6 = 36\Omega$$

$$R_{10,2} = 10 + 2 = 12\Omega$$

مقاومت‌های $R_{6,30}$ و $R_{10,2}$ باهم موازی هستند، بنابراین:



$$V_{6,30} = V_{10,2} \xrightarrow{V=RI} R_{6,30}I_2 = R_{10,2}I_1 \Rightarrow I_2 = \frac{12}{36}I_1 \Rightarrow I_2 = \frac{1}{3}I_1$$

حال با استفاده از قاعده گره برای نقطه A داریم:

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = I_1 + \frac{1}{3}I_1 \Rightarrow \frac{I_1}{I} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{P_{10}}{P_5} = 2 \left(\frac{I_1}{I} \right)^2 = 2 \times \left(\frac{3}{4} \right)^2 = \frac{9}{8}$$

مقاومت آمپرسنج ایده‌آل ناچیز است. در این صورت دو مقاومت قرار گرفته در سمت راست مدار حذف می‌شوند. پس می‌توان نوشت:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{10}{4+1} = \frac{10}{5} = 2A$$

یعنی جریان عبوری برابر با ۲A است.

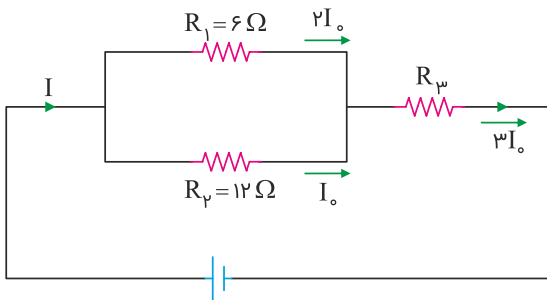
عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد برابر است با:

$$V = \varepsilon - rI = 10 - 1 \times 2 = 8V$$

جریانی که از R_7 می‌گذرد باید با جریان A_3 جمع شده و وارد مولد شود. $A_3 = 9A$ و جریان کل مولد که A_1 نشان می‌دهد برابر با $20A$ است؛ بنابراین جریان R_7 باید $11A$ باشد.

$$A_3 + I_{R_7} = A_1 \Rightarrow 9 + I_{R_7} = 20 \Rightarrow I_{R_7} = 11A$$

اگر جریان گذرنده از R_2 را I_0 فرض کنیم جریان گذرنده از بقیه مقاومت‌ها همانند شکل خواهند بود:



$$P_3 = 6P_7 \Rightarrow R_3(3I_0)^2 = 6 \times R_7 \times (I_0)^2$$

$$R_3 \times 9I_0^2 = 6 \times 12 \times I_0^2 \Rightarrow R_3 = 8 \Omega$$

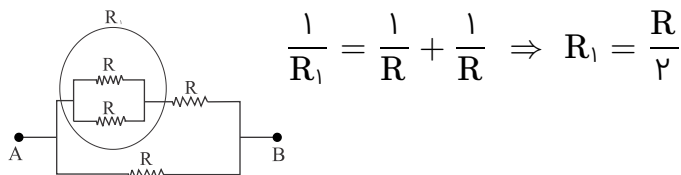
در رابطه زیر بار عبوری را برحسب آمپرساعت (Ah) و زمان را برحسب ساعت (h) جایگذاری می‌کنیم:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow 40 \times 10^{-6} = \frac{400 \times 10^{-3}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{4 \times 10^{-1}}{4 \times 10^{-5}} = 2 \times 10^4 \text{ h} = 120 \times 10^4 \text{ min} = 1/2 \times 10^6 \text{ min}$$

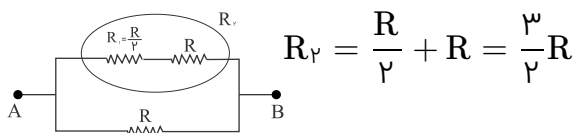


کافی است که مقاومت معادل R_{AB} را بر حسب R به دست بیاوریم.
ابتدا مقاومت معادل بین دو مقاومتی که موازی بسته شده‌اند را به دست می‌آوریم:



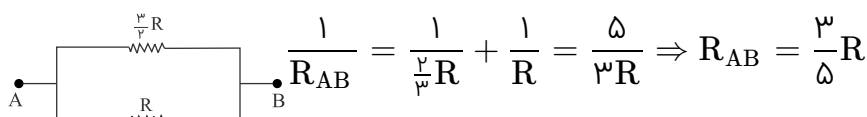
$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_1 = \frac{R}{2}$$

مقاومت‌های R_1 و R در شاخه بالا متوالی هستند، بنابراین:



$$R_2 = \frac{R}{2} + R = \frac{3}{2}R$$

حالا تنها دو مقاومت موازی داریم:



$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{\frac{3}{2}R} + \frac{1}{R} = \frac{5}{3R} \Rightarrow R_{AB} = \frac{3}{5}R$$

باتوجه به اینکه $R_{AB} = 3\Omega$ است، بنابراین:

$$3 = \frac{3}{5}R \Rightarrow R = 5\Omega$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه‌های "۱" و "۲": درست؛ این دو عبارت دقیقاً مطابق جمله‌های کتاب درسی است.

گزینه "۳": نادرست؛ مقاومت ویژه رساناهای فلزی با افزایش دما زیاد می‌شود. این در حالی است که مقاومت ویژه نیم‌رساناها با افزایش دما کاهش می‌یابد. بنابراین، اگر به هر دو گرما دهیم، دمای هر دو بالا رفته، مقاومت رسانا افزایش و مقاومت نیم‌رسانا کاهش می‌یابد. پس جریان عبوری از رسانا کاهش و جریان عبوری از نیم‌رسانا افزایش خواهد یافت.

گزینه "۴": درست؛ با عبور جریان از یک رسانای فلزی، دمای آن زیاد شده و مقاومت آن نیز زیاد می‌شود.

باتوجه به رابطه $V = \varepsilon - Ir$ خواهیم داشت:

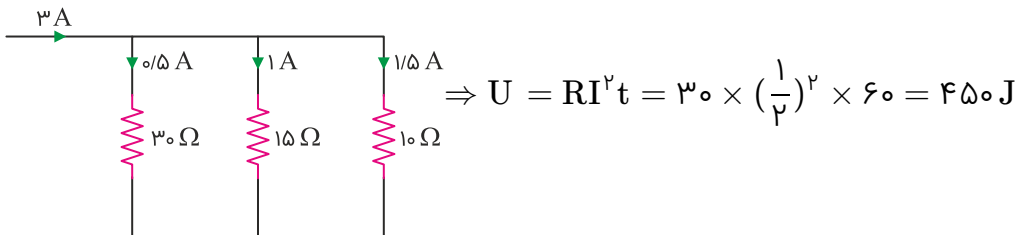
$$\varepsilon = 6V, r = 2\Omega \Rightarrow \varepsilon = 6V, r = 2\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} \Rightarrow I = \frac{6}{2 + 3} = 1/2 A$$

$$V = \varepsilon - Ir = 6 - 1/2 \times 2 = 3/2 V$$

$$\frac{R_{\min}}{R_{\max}} = \frac{\frac{\rho L_{\min}}{A_{\max}}}{\frac{\rho L_{\max}}{A_{\min}}} = \frac{A_{\min} L_{\min}}{A_{\max} L_{\max}} = \frac{6 \times 2}{12 \times 4} = \frac{1}{4}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{\text{eq}}} \Rightarrow 3 = \frac{30}{1 + R_{\text{eq}}} \Rightarrow R_{\text{eq}} = 9 \Omega \Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{R} \Rightarrow R = 30 \Omega$$



گام اول: باتوجه به اینکه جریان عبوری از مولد برابر با مجموع دو جریان عبوری از R_1 و 4Ω است، جریان عبوری از باتری $I = 1 + 0.5 = 1.5 \text{ A}$ است.

گام دوم: طبق رابطه $V = RI$ ، مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم:

$$V = R_{\text{eq}} I \Rightarrow 30 = R_{\text{eq}} \times 1.5 \Rightarrow R_{\text{eq}} = 20 \Omega$$

شیمی

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: نادرست. گرافیت از الماس پایدارتر است.

گزینه ۲: نادرست. اشاره به گرمای یک نمونه ماده اشتباه است؛ زیرا گرما از ویژگی‌های ماده نیست و مربوط به یک فرآیند است.

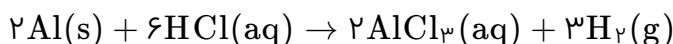
گزینه ۳: نادرست. شیمی‌دان‌ها گرمای جذب یا آزاد شده در هر واکنش شیمیایی را به‌طور عمده وابسته به تفاوت میان انرژی پتانسیل مواد واکنش‌دهنده و فرآورده می‌دانند.

ابتدا مقدار عددی (c) ظرفیت گرمایی ویژه را به دست می آوریم.

$$c = \frac{q}{m \cdot \Delta T} = \frac{117/5 \text{ J}}{10 \text{ g} \times 50^\circ \text{C}} = 23/5 \times 10^{-2} \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ \text{C}^{-1}$$

بنابراین جنس فلز مورد نظر، نقره است.

موارد "الف"، "ب" و "پ" باعث کاهش سرعت این واکنش می شوند.



بررسی موارد:

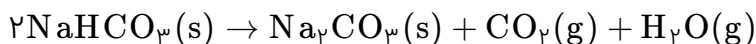
الف) کاهش دما ← کاهش سرعت

ب) کاهش غلظت واکنش دهنده (HCl(aq)) ← کاهش سرعت

پ) کاهش سطح تماس بین واکنش دهنده ها ← کاهش سرعت

ت) فشار تنها روی غلظت گازها تأثیر می گذارد. از آنجاکه در واکنش دهنده ها ماده گازی نداریم، این مورد بی تأثیر است.

معادله واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



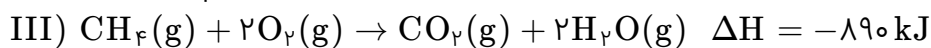
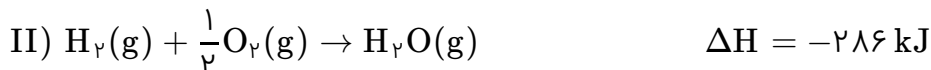
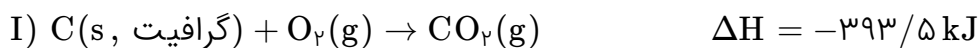
$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{\text{NaHCO}_3}}{2} = \frac{\bar{R}_{\text{Na}_2\text{CO}_3}}{1} = \frac{\bar{R}_{\text{CO}_2}}{1} = \frac{\bar{R}_{\text{H}_2\text{O}}}{1}$$

$$\bar{R}_{\text{NaHCO}_3} = 2\bar{R}_{\text{H}_2\text{O}} = 2 \times \frac{0/2 \text{ mol}}{10 \text{ min}} = 0/04 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

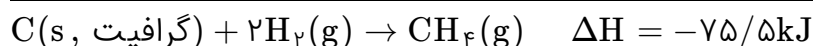
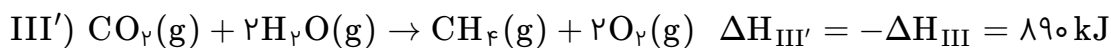
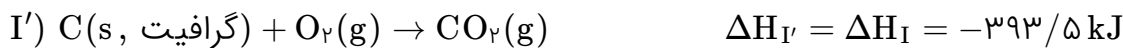
$$? \text{ mol NaHCO}_3 = 4/2 \text{ g NaHCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3} = 0/05 \text{ mol}$$

$$\bar{R}_{\text{NaHCO}_3} = \frac{\Delta n \text{ NaHCO}_3}{\Delta t} \Rightarrow 0/04 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} = \frac{0/05 \text{ mol}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 1/25 \text{ min} = 75 \text{ s}$$

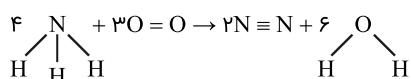
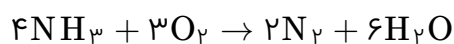




داریم:



$$? \text{ kJ} = 6 \text{ g C(s, گرافیت)} \times \frac{1 \text{ mol C(s, گرافیت)}}{12 \text{ g C(s, گرافیت)}} \times \frac{-75/5 \text{ kJ}}{1 \text{ mol C(s, گرافیت)}} = -37/5 \text{ kJ}$$



$$\text{آنتالپی واکنش} = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوند در مواد واکنش دهنده} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوند در مواد فرآورده} \right]$$

$$\Rightarrow \text{آنتالپی واکنش} = [4(3(\text{N}-\text{H})) + 3(\text{O}=\text{O})] - [2(\text{N}\equiv\text{N}) + 6(2(\text{O}-\text{H}))]$$

$$\Rightarrow \Delta H = [12 \times 391 + 3 \times 495] - [2 \times 945 + 12 \times 463] = -1269 \text{ kJ}$$

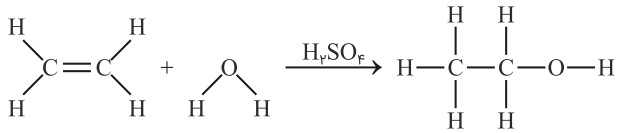
پاسخ پرسش‌های مطرح شده به صورت زیر است:

(الف)

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow c \propto \frac{1}{\Delta\theta} \Rightarrow c_{\text{آب}} > c_{\text{روغن زیتون}} \Rightarrow \Delta\theta_{\text{روغن زیتون}} > \Delta\theta_{\text{آب}}$$

دمای آب کمتر افزایش می‌یابد.

(ب) از آنجایی که ظرفیت گرمایی ویژه آب از روغن زیتون بیشتر است، یعنی نیروهای بین مولکولی در آن قوی‌تر است.



$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوند در مواد واکنش دهنده} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوند در مواد فرآورده} \right]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [(C=C) + 4(C-H) + 2(O-H)] - [(C-C) + 5(C-H) + (C-O) + (O-H)]$$

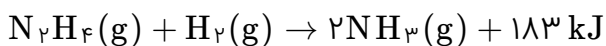
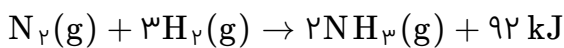
$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [614 + 4 \times (415) + 2 \times (463)] - [348 + 5 \times (415) + 380 + 463] = -66 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست. ویژگی بنیادی همه واکنش‌ها دادوستد گرما (نه نور) است.

ب) درست. در اثر تخمیر بی‌هوازی گلوکز، CO_2 و $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ (اتانول) تولید می‌شود.

پ) درست. هر دو واکنش گرماده هستند:



ت) نادرست. زغال کک واکنش‌دهنده‌ای رایج در استخراج آهن است. (نه تنها واکنش‌دهنده)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: درست. انرژی گرمایی کمیتی است که هم به دما و هم جرم ماده بستگی دارد.

گزینه ۲: درست. بیان دما برای توصیف یک ویژگی از یک ماده است، اما تغییر دما برای توصیف یک فرآیند به کار می‌رود.

گزینه ۳: نادرست. جنبش‌های نامنظم ذرات سازنده ماده ویژگی است که در هر سه حالت فیزیکی وجود دارد.

گزینه ۴: درست.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: نادرست. بنزوئیک اسید در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد.

گزینه ۲: نادرست. پاشیدن و پخش کردن گرد آهن بر روی شعله، سبب سوختن آن می‌شود.

گزینه ۳: نادرست. افزودن محلول سدیم کلرید به محلول نقره نیترات باعث تشکیل سریع رسوب سفیدرنگ می‌شود.

هرچه جرم مولی هیدروکربنی بیشتر باشد، آنتالپی سوختن ۱ مول از آن‌ها بیشتر است. از طرفی گرمای سوختن مولی و الکل‌هایی که ۱ گروه OH دارند، از گرمای سوختن مولی آلکان‌های هم‌کربن آن‌ها کمتر است.

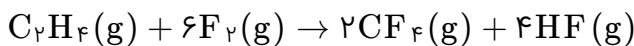
اتین > اتانول > اتن > اتان : گرمای سوختن

عبارت‌های اول و چهارم درست هستند.

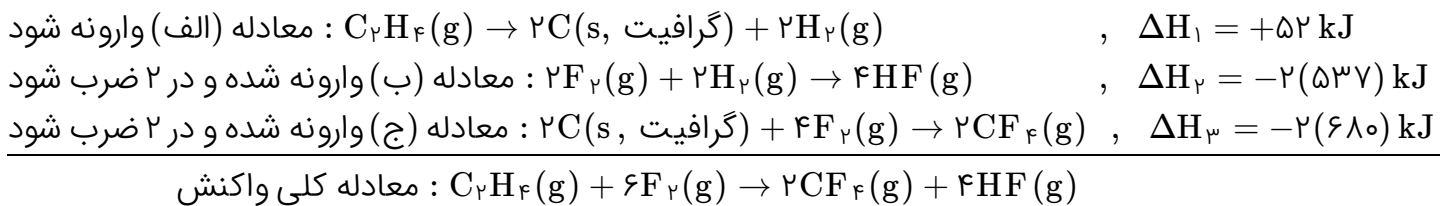
بررسی سایر عبارت‌ها:

عبارت دوم: تأمین شرایط بهینه برای انجام واکنش تهیه متان از هیدروژن و گرافیت بسیار دشوار و پرهزینه است.
عبارت سوم: اگر واکنش شیمیایی با ΔH وابسته به آن بیان شود، به آن واکنش گرمایشی یا ترموشیمیایی می‌گویند.

معادله موازنه شده واکنش، به صورت زیر است:

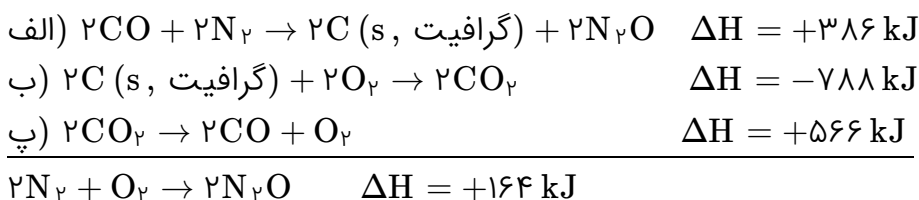


اکنون با توجه به معادله‌های داده شده در صورت سؤال و استفاده از قانون هس، ΔH واکنش فوق را به دست می‌آوریم:



$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 \Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}} = 52 - 1074 - 1360 = -2382 \text{ kJ}$$

واکنش‌ها را باید به این صورت بنویسیم:



ابتدا سرعت متوسط واکنش در فاصله زمانی t_2 و t_3 را به دست می‌آوریم.

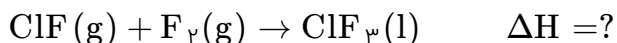
$$\begin{cases} \Delta[A] = \frac{\Delta n_A}{V} = \frac{9 - 12 \times 0.05 \text{ mol}}{4 \text{ L}} = \frac{-0.15 \text{ mol}}{4 \text{ L}} \\ \Delta t = 20 \text{ min} \end{cases}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_A = \frac{-\Delta[A]}{\Delta t} = \frac{-\left(\frac{-0.15}{4}\right)}{20 \text{ min}} = 1.875 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$$

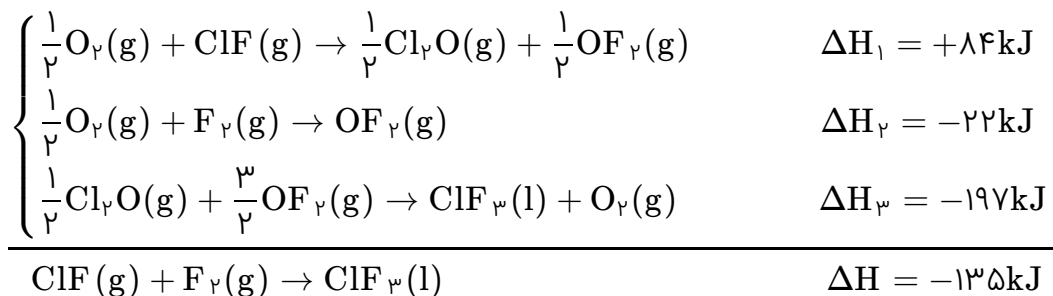
تا اینجا گزینه‌های ۱ و ۴ حذف می‌شوند. با تغییر تعداد گوی‌ها، می‌توان نسبت سرعت متوسط واکنش در بازه زمانی t_2 تا t_3 به سرعت متوسط در بازه زمانی t_3 تا t_4 را به دست آورد.

$$\frac{\bar{R}_{\text{واکنش}(t_2-t_3)}}{\bar{R}_{\text{واکنش}(t_3-t_4)}} = \frac{\bar{R}_{A(t_2-t_3)}}{\bar{R}_{A(t_3-t_4)}} = \frac{9 - 12}{7 - 9} = 1/5$$

معادله واکنش مورد نظر عبارتست از:



باید معادله واکنش مورد نظر را از جمع جبری معادلات داده شده به دست آوریم. برای این منظور، واکنش‌های a و b را بر ۲ تقسیم می‌کنیم و واکنش c را معکوس کرده سپس بر ۲ تقسیم می‌کنیم. سپس هر سه معادله را با هم جمع جبری می‌کنیم.



از آنجایی که جرم مواد و مقدار گرمای داده شده به آن‌ها ثابت است، هر ماده‌ای که ظرفیت گرمایی ویژه بیشتری دارد تغییر دمای کمتری خواهد داشت.

$$2 \text{ mol } C_2H_6 \times \frac{30 \text{ g } C_2H_6}{1 \text{ mol } C_2H_6} = 60 \text{ g } C_2H_6$$

$$1 \text{ mol } C_3H_8 \times \frac{44 \text{ g } C_3H_8}{1 \text{ mol } C_3H_8} = 44 \text{ g } C_3H_8$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: نادرست. با تعداد اتم‌های کربن برابر، آنتالپی سوختن آلکان و آلکن نسبت به آنتالپی سوختن الکل بزرگ‌تر است و الکل‌ها نیز بیشتر از آلکن می‌باشد.

گزینه ۲: نادرست. هرچه تعداد اتم‌های کربن بیشتر باشد ارزش سوختی نیز بیشتر است.

گزینه ۳: نادرست. سرعت واکنش انفجار بیشتر از تشکیل سریع رسوب نقره کلرید است.

سرعت واکنش: انفجار < تشکیل سریع نقره کلرید < زنگ زدگی آهن < تجزیه سلولز کاغذ

بخش اول مسئله:

در هنگام مخلوط کردن این دو نمونه آب، انرژی گرمایی از آب با دمای بالاتر (آب گرم‌تر) به آب با دمای پایین‌تر (آب سردتر) جاری می‌شود؛ تا زمانی که مخلوط به دمای تعادلی برسد. از آنجا که مقدار گرمایی که آب گرم‌تر از دست می‌دهد با گرمایی که آب هوا سردتر دریافت می‌کند، برابر است؛ می‌توان نوشت:

$$|Q_{\text{آب گرم‌تر}}| = |Q_{\text{آب سردتر}}| \Rightarrow \underbrace{m_1 c_1 (\theta_2 - \theta_1)}_{\Delta\theta < 0} = \underbrace{m_2 c_2 (\theta_2 - \theta_1)}_{\Delta\theta > 0}$$

$$\Rightarrow m_1 c_1 (\theta_1 - \theta_2) = m_2 c_2 (\theta_2 - \theta_1) \Rightarrow 75 \times 4/2 (35 - 19) = m_2 \times 4/2 (19 - 9)$$

$$\Rightarrow m_2 = 120 \text{ g} \xrightarrow{\text{g H}_2\text{O} = \text{mL H}_2\text{O}} \text{حجم آب سردتر} = 120 \text{ mL}$$

توجه: چگالی آب $1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ است؛ بنابراین حجم آب را برحسب میلی‌لیتر با جرم آن برحسب گرم، برابر در نظر می‌گیریم.

بخش دوم مسئله:

$$\text{حجم مخلوط نهایی} = 120 \text{ mL} + 75 \text{ mL} = 195 \text{ mL} \xrightarrow{\text{g H}_2\text{O} = \text{mL H}_2\text{O}} m = 195 \text{ g}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 195 \times 4/2 \times (44 - 19) = 20475 \text{ J} = 20/475 \text{ kJ}$$

