

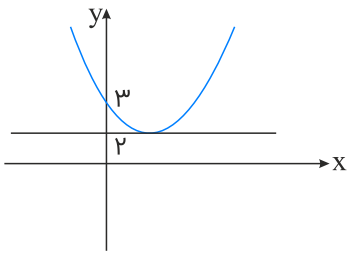


۱ اختلاف ریشه‌های معادله $2\sqrt{2-x} + \sqrt{5+4x} = 5$ کدام است؟

(۲) $\frac{5}{4}$
(۴) $\frac{9}{4}$

(۱) $\frac{3}{4}$
(۳) $\frac{7}{4}$

۲ نمودار تابع $y = mx^2 + (m-2)x + n$ به شکل زیر است. $m+n$ کدام است؟



(۱) $7 \pm \sqrt{12}$

(۲) $7 + \sqrt{12}$

(۳) ۵

(۴) $4 \pm \sqrt{12}$

۳ مجموع عبارت $x^y - x^y y + x^y y^2 - x^y y^3 + \dots - y^y$ کدام است؟

(۲) $\frac{x^y + y^y}{x - y}$

(۴) $\frac{x^y - y^y}{x + y}$

(۱) $\frac{x^y - y^y}{x - y}$

(۳) $\frac{x^y + y^y}{x + y}$

۴ اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 3x + 8 - 4m = 0$ باشند، به ازای کدام مقادیر m ، نقطه (α, β) در ناحیه دوم یا چهارم قرار دارد؟

(۲) $m > 2$

(۴) $m \neq 2$

(۱) $m < 2$

(۳) $m = 2$

۵ اگر $x = -9$ ریشه معادله $\frac{a}{x} - \frac{2}{x-3} = \frac{12}{9-x^2}$ باشد، این معادله چند ریشه دیگر به جز $x = -9$ دارد؟

(۲) یک

(۴) سه

(۱) صفر

(۳) دو

به ازای یک مقدار x ، اعداد $x^2 - 2$ ، $2x$ و $x^2 + 4$ به ترتیب سه جمله اول از یک دنباله هندسی کاهش‌ی‌اند. مجموع هفت جمله اول این دنباله، کدام است؟

- (۱) $\frac{117}{16}$ (۲) $\frac{125}{16}$
 (۳) $\frac{63}{4}$ (۴) $\frac{127}{8}$

دنباله هندسی ...، $\frac{1}{p}$ ، x ، 2 غیرنزولی است. مجموع شش جمله اول آن کدام است؟

- (۱) $\frac{41}{32}$ (۲) $\frac{21}{16}$
 (۳) $\frac{11}{8}$ (۴) $\frac{23}{16}$

تعداد و نوع ریشه‌های معادله $\frac{\sqrt{x^2 + 3x - 1}}{2x^2 + 6x - 5} = 1$ در کدام گزینه آمده است؟

- (۱) دو ریشه مثبت (۲) چهار ریشه مثبت
 (۳) یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی (۴) دو ریشه مثبت و دو ریشه منفی

تعداد جملات یک دنباله هندسی، عددی زوج است. اگر مجموع تمام جملات آن ۵ برابر مجموع جملات ردیف زوج باشد، قدر نسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴
 (۳) ۵ (۴) ۲

اگر در معادله درجه دوم $2x^2 - bx + 8 = 0$ تفاضل دو ریشه برابر صفر باشد، مجموع ریشه‌ها کدام است؟ ($b > 0$)

- (۱) ۴ (۲) ۸
 (۳) -۴ (۴) -۸

در دنباله با رابطه بازگشتی $a_{n+1} = -3a_n$ و $a_1 = 2$ مجموع چند جمله اول برابر -40 می‌باشد؟

- (۱) ۴ (۲) ۶
 (۳) ۵ (۴) ۷

اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشند مقدار $\alpha^\beta \times \beta^\alpha$ برابر کدام است؟

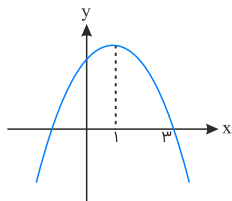
- (۱) $(2 - \sqrt{3})^3$ (۲) $(2 + \sqrt{3})^3$
 (۳) $(7 + 4\sqrt{3})^{\sqrt{3}}$ (۴) $(7 - 4\sqrt{3})^{\sqrt{3}}$

اگر $A_i = \{1, 2, 3, \dots, i\}$ ($i \in \mathbb{N}$) باشد، در این صورت اگر p_i تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه A_i باشد، حاصل $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n + 1$ کدام است؟

- (۱) $2^n - 1$ (۲) 2^{n-1}
 (۳) $2^{n+1} - 1$ (۴) 2^{n+1}

شکل زیر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ است. کدام رابطه صحیح است؟

۱۴



(۱) $a + c = b$

(۲) $a + c = -b$

(۳) $9a + c = 3b$

(۴) $4a + c = 2b$

محیط مستطیلی ۲۲ و مساحت آن ۲۸ سانتی‌متر مربع می‌باشد. طول و عرض آن کدام است؟

۱۵

(۱) -۷ و -۴

(۲) -۷ و ۴

(۳) ۷ و ۴

(۴) ۷ و -۴

اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشند، آنگاه حاصل $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ کدام است؟

۱۶

(۱) ۱

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) $\sqrt{5}$

(۴) ۲

معادله $\sqrt{x^2 - 4x + 3} + 2\sqrt{x^2 - 7x + 6} = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

۱۷

(۱) هیچ

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 3x - 1 = 0$ باشند، حاصل $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟

۱۸

(۱) -۳

(۲) ۳

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $-\frac{1}{3}$

اگر معادله $x^4 - (m+2)x^2 + m + 5 = 0$ دارای چهار ریشه حقیقی متمایز باشد، مجموعه مقادیر m به کدام صورت است؟

۱۹

(۱) $m < -4$

(۲) $m > 4$

(۳) $-4 < m < 4$

(۴) $4 < m < 9$

معادله $\frac{1}{x^2 + 1 + x} - \frac{1}{x^2 + 1 - x} = \frac{x^2 + 1}{x^4 + x^2 + 1}$ چند ریشه متمایز دارد؟

۲۰

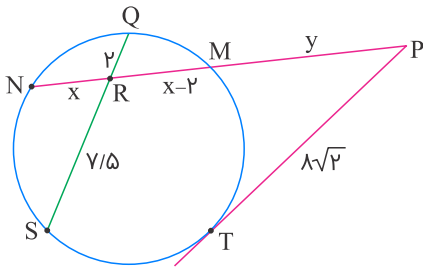
(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳





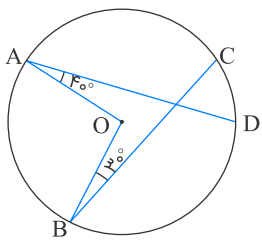
(۱) ۳۰

(۲) ۴۰

(۳) ۴۵

(۴) ۵۰

در شکل زیر اختلاف اندازه کمان‌های \widehat{AB} و \widehat{CD} چند درجه است؟



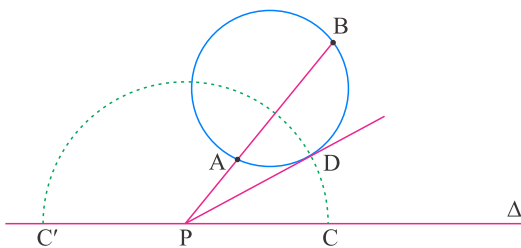
(۱) 70°

(۲) 75°

(۳) 150°

(۴) 140°

نقطه P مرکز نیم‌دایره به قطر CC' می‌باشد. شعاع PD مماس بر دایره مفروض رسم شده است. دایره‌ای که از دو نقطه A و B می‌گذرد و مماس بر خط Δ است، در کدام نقطه بر خط Δ مماس می‌شود؟



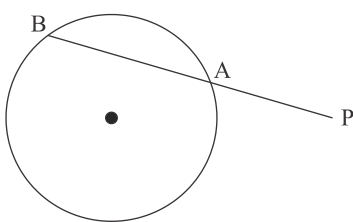
(۱) C یا C'

(۲) بین دو نقطه C و C'

(۳) خارج پاره‌خط $C'C$

(۴) نشدنی

نزدیک‌ترین نقطه از دایره‌ای به شعاع 5 واحد تا نقطه مفروض P ، برابر 8 واحد است. قاطع PAB نسبت به دایره طوری رسم شده است که $PA - AB = 2$ ، اندازه AB کدام است؟



(۱) ۵

(۲) ۶

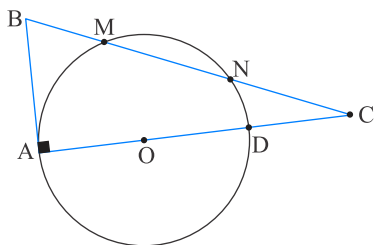
(۳) ۷

(۴) ۹



در شکل زیر $BM = MN = NC$ می‌باشد. طول CD چند برابر شعاع دایره است؟

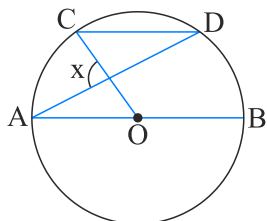
۲۵



- (۱) $\frac{2}{3}$
- (۲) $\frac{3}{4}$
- (۳) $\frac{4}{5}$
- (۴) $\frac{5}{4}$

در دایره رسم شده در شکل زیر، $AB \parallel CD$ ، اگر $\widehat{CD} = 50^\circ$ ، x کدام است؟

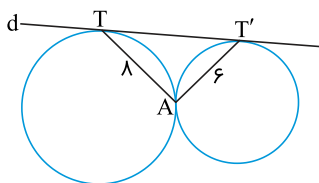
۲۶



- (۱) 65°
- (۲) $32/5^\circ$
- (۳) $82/5^\circ$
- (۴) $97/5^\circ$

در شکل زیر، دو دایره در نقطه A مماس خارج هستند و خط d در نقطه‌های T و T' بر دو دایره مماس است. اگر $AT = 8$ و $AT' = 6$ ، مساحت مثلث ATT' کدام است؟

۲۷



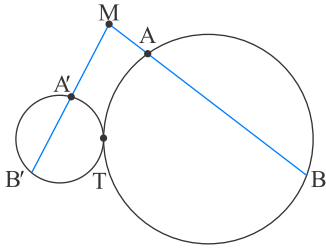
- (۱) ۱۵
- (۲) ۱۸
- (۳) ۲۱
- (۴) ۲۴

کدام گزینه نادرست است؟

۲۸

- (۱) اگر در یک دایره فاصله‌های دو وتر از مرکز دایره برابر باشد، طول این دو وتر یکسان است.
- (۲) از بین دو وتر در یک دایره، وتری بزرگتر است که از مرکز دایره دورتر باشد.
- (۳) تمام وترهایی که طول یکسانی دارند فاصله آن‌ها از مرکز دایره با هم برابر است.
- (۴) کمان‌های نظیر وترهای مساوی در یک دایره با هم برابرند.

۲۹ مماس مشترک غیر خارجی دو دایره از نقطه M عبور می‌کند. $MA \times MB$ چه رابطه‌ای با $MA' \times MB'$ دارد؟



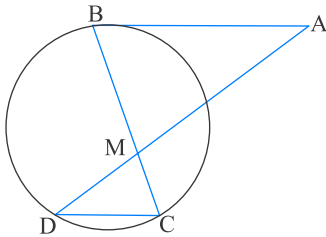
(۱) بستگی به فاصله M از نقطه T دارد.

(۲) همواره بزرگتر

(۳) برابر

(۴) اطلاعات سؤال کافی نیست.

۳۰ در شکل زیر، AB بر دایره مماس و با CD موازی است. اگر $MB = 6$ ، $MC = 2$ و $MD = 4$ باشد، طول AB کدام است؟



(۱) ۱۱

(۲) ۱۲

(۳) ۱۰

(۴) ۱۳

۳۱ مجموعه $A = \{|m| \mid m \in \mathbb{Z}, m^2 \leq 16\}$ با کدام مجموعه برابر نیست؟

(۲) $\{m \in \mathbb{Z} \mid |m| \leq 4m\}$

(۱) $\{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 \leq 4m\}$

(۴) $\{0\} \cup \{n \in \mathbb{N} \mid 2^n \leq 16\}$

(۳) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

۳۲ کدام گزینه صحیح است؟

(۲) $\sim(p \Rightarrow q) \equiv (p \Rightarrow \sim q)$

(۱) $\sim(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \Rightarrow \sim q)$

(۴) $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$

(۳) $(p \Rightarrow q) \equiv \sim q \Rightarrow p$

۳۳ کدام هم‌ارزی درست می‌باشد؟

(۲) $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow \sim q$

(۱) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow q) \Rightarrow r$

(۴) $(p \wedge q) \Rightarrow r \equiv p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

(۳) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \vee q) \Rightarrow r$

۳۴ کدام گزینه درست است؟

(۲) $x \notin (A \cup B) \Leftrightarrow (x \notin A \vee x \notin B)$

(۱) $x \in (A \cup B) \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B)$

(۴) $x \notin (A \cup B) \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B)$

(۳) $x \in (A \cup B) \Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B)$

- کلمات کدام گزینه به ترتیب برای پر کردن جای خالی مناسب است؟
 - اگر یک گزاره درست و دیگری نادرست باشد، ارزش ترکیب فصلی دو گزاره، است.
 - اگر p نادرست و ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ درست باشد، ارزش گزاره q ، است.
 - ارزش گزاره دو شرطی $p \Leftrightarrow \sim p$ همواره است.

- (۱) درست، درست، درست
 (۲) درست، نادرست، درست
 (۳) نادرست، نادرست، نادرست
 (۴) درست، نادرست، نادرست

اگر گزاره $p \Leftrightarrow q$ معادل $(p \vee q) \sim (x \vee x)$ باشد، x کدام گزینه زیر می‌تواند باشد؟

- (۱) $p \vee q$
 (۲) $p \wedge q$
 (۳) p
 (۴) q

عبارت $(p \vee r) \wedge \sim (\sim p \wedge r)$ با کدام گزینه هم‌ارز است؟

- (۱) p
 (۲) $\sim p$
 (۳) r
 (۴) $\sim r$

گزاره $(p \vee r) \wedge [\sim (\sim p \wedge \sim q) \vee r]$ معادل کدامیک از گزاره‌های زیر است؟

- (۱) $p \vee r$
 (۲) $p \wedge r$
 (۳) $\sim p \vee r$
 (۴) $\sim p \wedge r$

ارزش کدام گزاره زیر نادرست است؟

- (۱) ۳۱ عدد اول یا مربع کامل است.
 (۲) معادله $x^2 - 25 = 0$ دو ریشه دارد یا ۲۱ مضرب ۷ است.
 (۳) $(14^\circ \neq 1) \vee (0/2 > \sqrt{2})$
 (۴) ۲۶۰۰ زوج است یا ۱ عدد اول است.

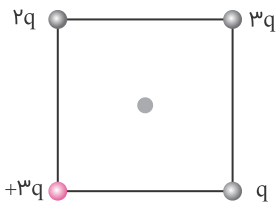
چند مورد از هم‌ارزی‌های زیر درست هستند؟

- (آ) $p \wedge (p \vee q) \equiv q$
 (ب) $\sim (\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$
 (پ) $p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q$
 (ت) $p \vee (p \wedge \sim q) \equiv p$
 (۱) ۴
 (۲) ۳
 (۳) ۱
 (۴) ۲



میدان الکتریکی حاصل از رئوس مربع شکل زیر به ضلع 4 cm در مرکز آن چند نیوتون بر میلی‌کولن است؟ $q = 1\ \mu\text{C}$ و $(k = 9 \times 10^9\ \text{Nm}^2/\text{C}^2)$

۴۱



$$\begin{aligned} (1) & \frac{9}{8} \times 10^2 \\ (2) & \frac{9}{4} \times 10^8 \\ (3) & \frac{9}{8} \times 10^8 \\ (4) & \frac{9}{8} \times 10^{+5} \end{aligned}$$

دو کره رسانای مشابه که بر روی پایه های عایقی قرار دارند دارای بارهای الکتریکی $q_1 = +4\ \mu\text{C}$ و $q_2 = -20\ \mu\text{C}$ و در فاصله r از یکدیگر نیروی الکتریکی F را بر هم وارد می کنند. اگر این دو کره را باهم تماس دهیم، سپس به همان فاصله برگردانیم، نیرویی که به یکدیگر وارد می کنند، چند درصد و چگونه تغییر می کند؟

۴۲

- (۱) ۲۰٪ افزایش می یابد
(۲) ۱۰٪ کاهش می یابد
(۳) ۲۰٪ کاهش می یابد
(۴) ۱۰٪ افزایش می یابد

در یک یون دو بار مثبت (X^{2+}) ، اندازه بار الکتریکی الکترون های آن برابر با $4/8 \times 10^{-18}\ \text{C}$ است. تعداد پروتون های این اتم کدام است؟
($e = 1/6 \times 10^{-19}\ \text{C}$)

۴۳

- (۱) ۳۰
(۲) ۲۸
(۳) ۳۲
(۴) ۳۶

سه ذره باردار $q_A = -3\ \mu\text{C}$ در مرکز محور مختصات $(0, 0)$ و $q_B = +16\ \mu\text{C}$ در نقطه B به مختصات $(4\text{m}, 0)$ و $q_C = -27\ \mu\text{C}$ منطبق بر محور y ها طوری قرار گرفته است که بردار نیروی الکتریکی وارد از طرف بار C بر B با جهت مثبت محور x ، زاویه 143° ایجاد کرده است. اگر ذره ها ساکن باشند، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_A برحسب میلی نیوتن کدام است؟ ($\cos 37^\circ = 0/8$)

۴۴

$$\begin{aligned} (1) & 9\vec{i} + 12\vec{j} \\ (2) & 12\vec{i} - 9\vec{j} \\ (3) & 27\vec{i} - 18\vec{j} \\ (4) & 18\vec{i} - 27\vec{j} \end{aligned}$$

چند الکترون باید از یک سکه خنثی خارج شود تا بار الکتریکی آن $+1\ \mu\text{C}$ شود؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19}\ \text{C}$)

۴۵

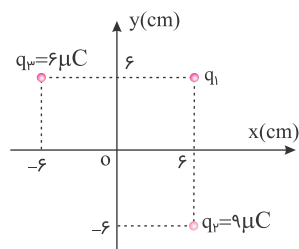
$$\begin{aligned} (1) & 1/6 \times 10^6 \\ (2) & 1/6 \times 10^{12} \\ (3) & 6/25 \times 10^6 \\ (4) & 6/25 \times 10^{12} \end{aligned}$$

بار الکتریکی 8 میکروکولنی از فاصله r بر بار 2 میکروکولنی نیروی F وارد می کند، بار 2 میکروکولنی از چه فاصله ای بر بار 8 میکروکولنی نیرویی با اندازه $2F$ را وارد می کند؟

۴۶

$$\begin{aligned} (1) & 2r \\ (2) & \sqrt{2}r \\ (3) & \frac{1}{2}r \\ (4) & \frac{\sqrt{2}}{2}r \end{aligned}$$

مطابق شکل زیر، سه بار نقطه‌ای در صفحه xy قرار دارند و بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطه O (مبدأ مختصات) در SI ، برابر $6/25 \times 10^6 \text{ N/C}$ است. $|q_1|$ چند میکروکولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$)



۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

دو کره باردار $q_1 = -8 \mu\text{C}$ و $q_2 = +12 \mu\text{C}$ در فاصله r از یکدیگر واقع‌اند. به اندازه‌های این دو را به هم نزدیک می‌کنیم تا القای الکتریکی صورت گیرد. پس از آن، این دو کره را به فاصله‌ای 75% کمتر از فاصله اولیه بازمی‌گردانیم. در این حالت نیرو چند درصد و به چه صورت نسبت به نیرو در حالت اولیه تغییر داشته است؟

(۱) 33% کاهش داشته است.

(۲) 66% افزایش داشته است.

(۳) 66% کاهش داشته است.

(۴) 33% افزایش داشته است.

مطابق شکل زیر دو بار هم‌اندازه ولی ناهمنام در فاصله‌ای از یکدیگر قرار دارند و بردار میدان الکتریکی در وسط فاصله بارها برابر با \vec{E} است. اگر اندازه یکی از بارها 2 برابر و علامت بار دیگر قرینه شود، بردار میدان الکتریکی در وسط فاصله بارها برابر با کدام گزینه خواهد شد؟



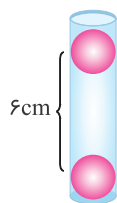
(۱) $2\vec{E}$

(۲) $-2\vec{E}$

(۳) $\frac{\vec{E}}{2}$

(۴) $-\frac{\vec{E}}{2}$

در شکل زیر، دو گوی مشابه و کوچک هرکدام به جرم $2/5 \text{ g}$ و بار یکسان q در فاصله 6 cm از یکدیگر به تعادل رسیده‌اند. تعداد الکترون کنده‌شده از هر گوی نسبت به حالت خنثی چقدر است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



(۱) $6/25 \times 10^{12}$

(۲) $6/25 \times 10^{11}$

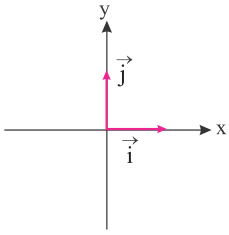
(۳) $6/25 \times 10^{10}$

(۴) $6/25 \times 10^{13}$



بار الکتریکی $q = -2 \mu\text{C}$ در نقطه‌ای در صفحه مختصات قرار دارد به طوری که میدان الکتریکی آن در مبدأ مختصات در SI،

$\vec{E}_0 = 2 \times 10^5 \vec{j}$ است. بردار میدان الکتریکی بار q در نقطه $A \begin{cases} 0/1 \text{ m} \\ 0/3 \text{ m} \end{cases}$ در SI کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$)



(1) $-8 \times 10^5 \vec{i}$

(2) $-1/8 \times 10^6 \vec{j}$

(3) $-1/8 \times 10^6 \vec{i}$

(4) $-8 \times 10^5 \vec{j}$

کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

(1) میله شیشه‌ای بر اثر مالش با پارچه ابریشمی دارای بار مثبت می‌شود.

(2) اگر جسمی با بار الکتریکی را به یک الکتروسکوپ خنثی نزدیک کنیم، پره‌های الکتروسکوپ از یکدیگر دور می‌شوند.

(3) نیروی الکتریکی بین دو بار نقطه‌ای با حاصل ضرب بارها نسبت مستقیم و با فاصله بارها از هم نسبت عکس دارد.

(4) الکتروسکوپ علاوه بر اینکه باردار بودن جسم را مشخص می‌کند، می‌تواند برای تعیین نوع بار نیز استفاده شود.

دو کره رسانای مشابه را باردار کرده‌ایم $Q_1 = Q_2$ و در فاصله‌ای از هم قرار داده‌ایم. اگر آن دو را باهم تماس داده و در همان فاصله پیشین قرار دهیم، کدام گزینه درست است؟

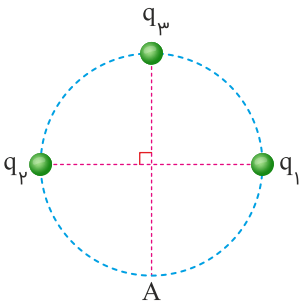
(1) اگر بار دو کره همنام باشد حتماً نیروی بین آن‌ها کم می‌شود.

(2) اگر بار دو کره ناهمنام باشد، حتماً نیروی بین آن‌ها کم می‌شود.

(3) اگر بار دو کره همنام باشد، حتماً نیروی بین آن‌ها زیاد می‌شود.

(4) اگر بار دو کره ناهمنام باشد، حتماً نیروی بین آن‌ها زیاد می‌شود.

در شکل زیر، میدان الکتریکی خالص در نقطه A برابر صفر است. $\left| \frac{q_3}{q_1} \right|$ چقدر است؟



(1) 2

(2) $2\sqrt{2}$

(3) 4

(4) $4\sqrt{2}$

میدان الکتریکی در فاصله r از یک بار نقطه‌ای 250 N/C است. اگر فاصله را 10 cm بیشتر کنیم، میدان الکتریکی 160 N/C می‌شود. r چند سانتی‌متر است؟

(2) 40

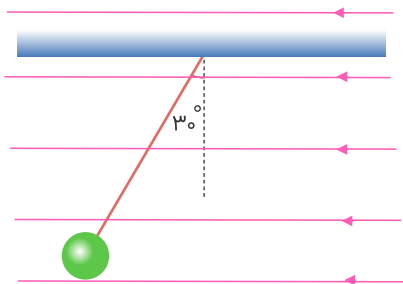
(4) $\frac{160}{9}$

(1) 20

(3) $\frac{40}{9}$

۵۶

مطابق شکل زیر گلوله‌ای با بار مثبت به جرم m توسط نخ‌ی عایق از سقف آویخته شده و در یک میدان الکتریکی یکنواخت افقی (راست به چپ) قرار گرفته و پس از رسیدن به حالت تعادل زاویه نخ با راستای قائم 30° خواهد شد. اگر اندازه میدان یکنواخت $4\sqrt{2} \text{ N/C}$ و اندازه بار گلوله هم $3 \times 10^{-6} \text{ C}$ باشد، اندازه و جهت نیروی وارد بر گلوله از طرف میدان را تعیین کنید؟



(۱) صفر

(۲) $12\sqrt{2} \times 10^{-6}$ ←

(۳) $6\sqrt{2} \times 10^{-6}$ ←

(۴) 4×10^{-6} →

۵۷

دو بار الکتریکی نقطه‌ای برابر، در فاصله ثابتی از هم قرار دارند و به یکدیگر نیروی F وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از بار الکتریکی یکی را کم کرده و همان مقدار بر بار دیگری اضافه کنیم. نیرویی که به هم وارد می‌کنند چند F می‌شود؟

(۱) ۱

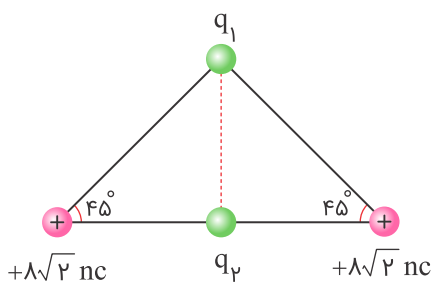
(۲) ۴

(۳) $\frac{15}{16}$

(۴) $\frac{16}{15}$

۵۸

چهار بار الکتریکی مطابق شکل زیر روی رؤس و وسط قاعده مثلثی قرار گرفته‌اند. اگر برآیند نیروهای وارد بر بار q_1 صفر باشد، بار q_1 و q_2 کدام گزینه باید باشند؟



(۱) $q_1 = -4\sqrt{2} \text{ nC}$ و $q_2 = 8 \text{ nC}$

(۲) $q_1 = -8 \text{ nC}$ و $q_2 = -8 \text{ nC}$ می‌تواند باشد.

(۳) $q_1 = 4\sqrt{2} \text{ nC}$ و $q_2 = 8\sqrt{2} \text{ nC}$

(۴) $q_1 = -8\sqrt{2} \text{ nC}$ و $q_2 = -8\sqrt{2} \text{ nC}$ می‌تواند باشد.

۵۹

دو بار الکتریکی $q_1 = 4 \mu\text{C}$ و $q_2 = -8 \mu\text{C}$ در فاصله 6 cm از هم قرار دارند. بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 در محل بار q_2 چند مگانیوتن بر کولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$)

(۱) ۱۰

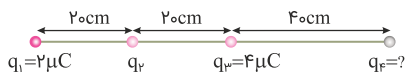
(۲) 10^7

(۳) ۲۰

(۴) 2×10^7

۶۰

در شکل زیر، برآیند نیروهای وارد بر q_2 مساوی صفر است. بار q_4 چند میکروکولن است؟



(۱) ۳۶

(۲) -۱۸

(۳) -۳۶

(۴) +۱۸

پاسخ درست پرسش‌های "الف" و "پ" و پاسخ نادرست پرسش "ب" به ترتیب از "الف" تا "پ" در کدام گزینه آورده شده است؟
 الف) شمار پیوندهای دوگانه کربن-کربن در نفتالن؟
 ب) نسبت جرم مولی بنزن به جرم مولی اتین!
 پ) مجموع ضرایب فرآورده‌ها در واکنش سوختن کامل سیکلوهگزان؟

(۱) ۶، ۶، ۵ (۲) ۶، ۳، ۶

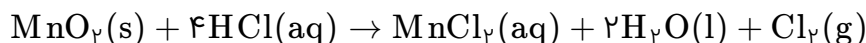
(۳) ۱۲، ۶، ۵ (۴) ۱۲، ۳، ۵

از واکنش محلول مجهولی از Fe_xCl_y به همراه سدیم هیدروکسید کافی، رسوبی سبزرنگ حاصل می‌شود. اگر از $۶۳/۵$ گرم ماده مجهول Fe_xCl_y با خلوص ۸۰ درصد برای تهیه محلول استفاده کنیم، $۳۵/۱$ گرم محلول سدیم کلرید حاصل می‌شود. بازده درصدی این واکنش کدام است؟ ($\text{Fe} = ۵۶$, $\text{Cl} = ۳۵/۵$, $\text{Na} = ۲۳$: g.mol^{-1})

(۱) ۷۰ (۲) ۷۵

(۳) ۸۰ (۴) ۸۵

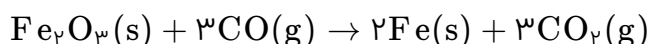
چند میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید با غلظت $۰/۲$ مولار و درصد خلوص ۸۰ درصد، برای واکنش کامل با $۴۳/۵$ گرم $\text{MnO}_۲$ لازم است؟ (ناخالصی‌ها با اسید واکنش نمی‌دهند) ($\text{Mn} = ۵۵$, $\text{O} = ۱۶$: g.mol^{-1})



(۱) ۱۲۰۰۰ (۲) ۱۲۵۰۰

(۳) ۲۱۷۸۰ (۴) ۱۳۵۰۰

از واکنش ۱۰ گرم $\text{Fe}_۲\text{O}_۳$ با مقدار کافی کربن مونوکسید مطابق واکنش زیر $۵/۲$ گرم آهن به دست آمده است. بازده درصدی این واکنش برابر با است. ($\text{Fe} = ۵۶$, $\text{O} = ۱۶$: g.mol^{-1})



(۱) ۷۳/۱۴ (۲) ۷۴/۳۰

(۳) ۷۰/۴ (۴) ۶۸/۴

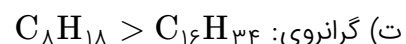
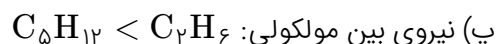
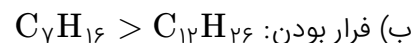
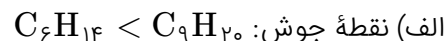
$۰/۰۴$ گرم هیدروژن در مجاورت کاتالیزگر به $۰/۸۴$ گرم آلکن افزوده می‌شود و آن را به آلکان تبدیل می‌نماید. از سوختن آلکان حاصل چند مول کربن دی‌اکسید حاصل می‌شود؟ (تمامی واکنش‌دهنده‌ها استفاده می‌شوند) ($\text{C} = ۱۲$, $\text{H} = ۱$: g.mol^{-1})

(۱) $۰/۰۳$ (۲) $۰/۰۴$

(۳) $۰/۰۵$ (۴) $۰/۰۶$



چه تعداد از مقایسه‌های زیر درست انجام شده است؟



(۲) ۲

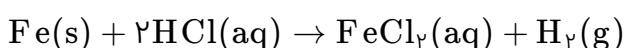
(۱) ۱

(۴) ۴

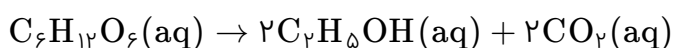
(۳) ۳

کدام گزینه پاسخ حجم گاز تولیدشده و مقدار سوخت سبز را به ترتیب در مسائل "الف" و "ب" به درستی بیان می‌کند؟
($Fe = 56, H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

(الف) تیغه فولادی به جرم ۱۰ گرم با خلوص ۹۵ درصد را در مقدار کافی محلول هیدروکلریک اسید به طور کامل حل می‌کنیم. حجم گاز تولیدشده در شرایط STP برابر با چند لیتر است؟



(ب) در واکنش بی‌هوازی تخمیر گلوکز، در اثر تخمیر ۱/۵ تن ۸۰ درصد خالص گلوکز موجود در پسماندهای گیاهی چند تن سوخت سبز (اتانول) تولید می‌شود؟



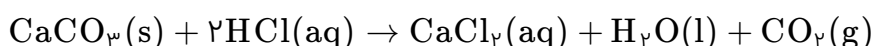
(۲) ۱/۶ - ۳/۸

(۱) ۰/۶۱ - ۹/۵

(۴) ۰/۶۱ - ۳/۸

(۳) ۱/۶ - ۹/۵

۰/۱ گرم کلسیم کربنات ناخالص بر اثر واکنش با محلول هیدروکلریک اسید رقیق، ۰/۰۳ لیتر گاز CO_2 آزاد می‌کند. درصد خلوص کلسیم کربنات چقدر است؟ (چگالی گاز CO_2 برابر $1/1 g.L^{-1}$ است)
($Cl = 35/5, Ca = 40, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)



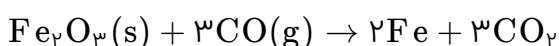
(۲) ۸۰

(۱) ۷۵

(۴) ۹۰

(۳) ۸۵

چند گرم آهن (III) اکسید با خلوص ۸۰ درصد لازم است تا با مقدار کافی گاز کربن مونواکسید واکنش دهد تا ۳/۳۶ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP حاصل شود به شرطی که بازده درصدی واکنش ۹۸ درصد باشد؟
($Fe = 56, O = 16, C = 12 : g.mol^{-1}$)



(۲) ۹/۲

(۱) ۸/۵

(۴) ۱۲/۱

(۳) ۱۰/۲

- (الف) $\text{CH}_3 - \text{CH} = \text{CH}_2$ (ب)  (۱) ۲
- (پ) ۲ و ۳ و ۴ و ۶-تترامتیل هپتان (ت)  (۲) ۳
- (ث)  (۳) ۴
- (۴) ۵

کدام گزینه زیر نادرست است؟

- (۱) امروزه انسان با استخراج موادی مثل فلزها و نفت از زمین این امکان را به دست آورده تا سرپناهی ایمن برای خود فراهم کند.
- (۲) امروزه انسانها توانسته‌اند که از مواد طبیعی مانند چوب، سنگ، خاک و پشم، موادی تهیه کنند که خواص بهتری را دارا هستند.

(۳) شکوه و تمدن امروزی تا حدود زیادی مدیون مواد جدیدی است که تنها از پلاستیک‌ها و فلزات ساخته می‌شوند.

(۴) گسترش فناوری به میزان دسترسی به مواد مناسب وابسته است.

کدام گزینه ترتیب گونه‌های زیر را به درستی نشان می‌دهد؟

(الف) یونی از فلزهای واسطه که به آرایش گاز نجیب رسیده است.

(ب) عنصری که با گرفتن ۲ الکترون به آرایش گاز نجیب می‌رسد.

(پ) فلزی که تنها ۱ نوع یون تولید می‌کند.

(ت) فلزی که می‌تواند یون‌های $1+$ و $2+$ داشته باشد.

(۲) $\text{Cr}, \text{Ag}, \text{O}, \text{V}^{3+}$

(۱) $\text{Cu}, \text{Ag}^+, \text{O}, \text{Sc}^{3+}$

(۴) $\text{Cr}, \text{Ag}^+, \text{S}, \text{V}^{3+}$

(۳) $\text{Cu}, \text{Ag}, \text{S}, \text{Sc}^{3+}$

- جرم مولی آلکین A، $2/5$ برابر جرم مولی ساده‌ترین عضو خانواده آلکان است. جرم کربن دی‌اکسید به دست آمده از سوختن کامل یک مول ماده A چند برابر جرم سوخت سبز به دست آمده از تخمیر کامل ۹۰ گرم گلوکز موجود در پسماندهای گیاهی است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

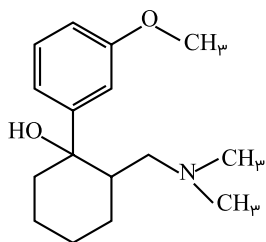
(۲) $1/8$

(۱) $2/8$

(۴) $4/5$

(۳) $3/5$

ساختار شیمیایی نوعی داروی مسکن به شکل زیر می‌باشد. فرمول شیمیایی آن کدام است؟



(۱) $\text{C}_{16}\text{H}_{25}\text{NO}_2$

(۲) $\text{C}_{16}\text{H}_{24}\text{NO}_2$

(۳) $\text{C}_{17}\text{H}_{25}\text{NO}_2$

(۴) $\text{C}_{17}\text{H}_{24}\text{NO}_2$

کدام مقایسه زیر به درستی صورت گرفته است؟

۷۵

(۱) شمار الکترون لایه ظرفیت: ${}_{20}\text{Ca} > {}_{13}\text{Al}$

(۲) میزان شکل پذیری: ${}_{6}\text{C} > {}_{82}\text{Pb}$

(۳) مقاومت در برابر ضربه: ${}_{50}\text{Sn} < {}_{17}\text{Cl}$

(۴) درخشان بودن سطح: ${}_{15}\text{P} < {}_{32}\text{Ge}$

کدام گزینه زیر درست است؟

۷۶

(۱) نیتروژن همانند گوگرد و برخلاف نقره در طبیعت به شکل آزاد یافت می شود.

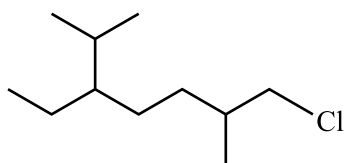
(۲) فلز پلاتین را همانند طلا به شکل کلوخه هایی می توان در طبیعت یافت.

(۳) فلز آهن تنها به شکل اکسید در طبیعت یافت می شود.

(۴) بیشترین فلز مصرفی در جهان نیاز به فرآیند شناسایی و استخراج دارد.

نام ترکیب زیر چیست؟

۷۷



(۱) ۷-کلرو-۳-اتیل-۲-دی متیل هپتان

(۲) ۷-کلرو-۴-اتیل-۲-متیل هپتان

(۳) ۱-کلرو-۵-اتیل-۲-دی متیل هپتان

(۴) ۱-کلرو-۳-اتیل-۶-۲-متیل هپتان

در واکنش: ${}_{4}\text{KNO}_3(\text{s}) \xrightarrow{\Delta} 2\text{K}_2\text{O}(\text{s}) + 2\text{N}_2(\text{g}) + 5\text{O}_2(\text{g})$ ، اگر مقدار ۵/۰۵ گرم پتاسیم نیترات ناخالص تجزیه شود، ۱/۵۶۸ لیتر از فرآورده های گازی در شرایط STP آزاد می شود. درصد خلوص این نمونه پتاسیم نیترات، کدام است؟ ($\text{N} = 14$, $\text{O} = 16$, $\text{K} = 39$: $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)

۷۸

(۲) ۹۳

(۱) ۹۵

(۴) ۸۵

(۳) ۸۰

کدام یک از ترکیب های آهن دار در آب محلول است؟

۷۹

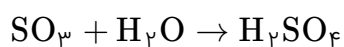
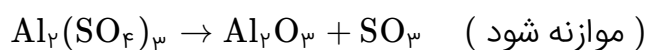
(۲) آهن (II) کلرید

(۱) آهن (III) اکسید

(۴) آهن (III) هیدروکسید

(۳) آهن (II) هیدروکسید

اگر در تجزیه کامل ۲۸/۵ گرم $Al_2(SO_4)_3$ مطابق واکنش زیر و وارد کردن کل گاز حاصل در ۷۵۰ میلی لیتر آب خالص، محلولی با غلظت ۰/۲ مولار حاصل شود، درصد خلوص نمونه اولیه $Al_2(SO_4)_3$ را محاسبه کنید. ($Al = ۲۷$, $O = ۱۶$, $S = ۳۲$: $g.mol^{-1}$) (از تغییر حجم ناشی از انحلال SO_3 در آب صرف نظر کرده و بدانیم که ناخالصی‌ها در هیچ واکنشی شرکت نمی‌کنند)



(۲) ۳۰٪

(۱) ۸۰٪

(۴) ۶۰٪

(۳) ۵۰٪





استاد علیرضا افشار

”همایش ها“

@hamayesh_dr_afshar



گزینه ۲

۱

$$2\sqrt{2-x} + \sqrt{5+4x} = 5 \Rightarrow \sqrt{5+4x} = 5 - 2\sqrt{2-x}$$

طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\begin{aligned} 5 + 4x &= 25 + 4(2-x) - 20\sqrt{2-x} \Rightarrow 20\sqrt{2-x} = 25 + 8 - 4x - 5 - 4x \\ \Rightarrow 20\sqrt{2-x} &= 28 - 8x \xrightarrow{\div 4} 5\sqrt{2-x} = 7 - 2x \end{aligned}$$

دوباره طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$25(2-x) = 49 - 28x + 4x^2 \Rightarrow 4x^2 - 3x - 1 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x_1 = 1 \checkmark \\ x_2 = \frac{-1}{4} \checkmark \end{cases}$$

هر دو مقدار بالا در دامنه صدق می‌کنند، پس اختلاف ریشه‌ها برابر است با:

$$|x_1 - x_2| = \left| 1 - \left(\frac{-1}{4}\right) \right| = \frac{5}{4}$$

گزینه ۱

۲

$$y = mx^2 + (m-2)x + n \xrightarrow{(0,3)} m(0)^2 + (m-2)(0) + n = 3 \Rightarrow n = 3$$

همچنین دلتای معادله برخورد سهمی و خط $y = 2$ ، صفر است بنابراین:

$$mx^2 + (m-2)x + 3 = 2 \Rightarrow mx^2 + (m-2)x + 1 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta=0} (m-2)^2 - 4(m)(1) = 0 \Rightarrow m^2 - 8m + 4 = 0$$

$$\Rightarrow m = 4 \pm \sqrt{12}$$

باتوجه به شرط $m > 0$ هر دو جواب قابل قبول است.

$$\Rightarrow m + n = 7 \pm \sqrt{12}$$

عبارت زیر به صورت دنباله هندسی است.

$$x^y \left(1 - \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} - \frac{y^3}{x^3} + \dots - \frac{y^y}{x^y} \right)$$

که حاصل پرانتز از دستور $S = \frac{a(1-q^n)}{1-q}$ قابل محاسبه است.

$$x^y \times \frac{1 - \left(\frac{-y}{x}\right)^{\wedge}}{1 - \left(\frac{-y}{x}\right)} = x^y \times \frac{1 - \frac{y^{\wedge}}{x^{\wedge}}}{1 + \frac{y}{x}} = \frac{x^{\wedge} - y^{\wedge}}{x + y}$$

اول: نقطه‌ای در ناحیه دوم یا چهارم قرار دارد که طول و عرض آن مختلف‌العلامت باشند. بنابراین نقطه (α, β) در ناحیه دوم یا چهارم است، هرگاه $\alpha\beta < 0$ باشد.

دوم:

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{\lambda - fm}{1} \Rightarrow \lambda - fm < 0 \Rightarrow \lambda < m$$

تذکر: وقتی $\frac{c}{a} < 0$ است، شرط $\Delta > 0$ را چک نمی‌کنیم.

$$x = -9: \frac{a}{-9} - \frac{2}{-12} = \frac{12}{-12} \Rightarrow -\frac{a}{9} + \frac{1}{6} = -\frac{1}{6} \Rightarrow \frac{a}{9} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 3$$

$$\frac{3}{x} - \frac{2}{x-3} = \frac{12}{9-x^2} \Rightarrow 3(9-x^2) + 2x(x+3) = 12x \Rightarrow x^2 + 6x - 27 = 0$$

$$\Rightarrow (x+9)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -9 \\ x = 3 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

بنابراین معادله به جز $x = -9$ ریشه دیگری ندارد.



گام اول

الف) اگر سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی را داشته باشیم، جمله وسط، واسطه هندسی دو جمله دیگر است و داریم:

$$(2x)^2 = (x^2 + 4)(x^2 - 2)$$

ب) دنباله هندسی کاهشی است اگر قدر نسبت آن عددی بین ۰ و ۱ باشد.

گام دوم

$$(2x)^2 = (x^2 + 4)(x^2 - 2) \Rightarrow 4x^2 = x^4 + 2x^2 - 8 \Rightarrow x^4 - 2x^2 - 8 = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \\ x^2 = -2 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

به ازای هر کدام از مقادیر $x = 2$ و $x = -2$ بررسی می‌کنیم دنباله هندسی کاهشی تشکیل می‌شود یا خیر. داریم:

$$x = 2 \Rightarrow \text{جملات دنباله} : 8, 4, 2, \dots$$

دنباله هندسی کاهشی با قدر نسبت $q = \frac{1}{2}$.

$$x = -2 \Rightarrow \text{جملات دنباله} : 8, -4, 2, \dots$$

دنباله نوسانی بوده و کاهشی نیست.

حال مجموع هفت جمله اول یک دنباله هندسی کاهشی با جمله اول $a_1 = 8$ و قدر نسبت $q = \frac{1}{2}$ را به دست می‌آوریم.

$$S_7 = \frac{a_1(1 - q^7)}{1 - q} = \frac{8(1 - (\frac{1}{2})^7)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{8(\frac{127}{128})}{\frac{1}{2}} = \frac{127}{8}$$

گام اول

الف) $\frac{1}{p}$ ، x و 2 ، سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی هستند. پس x واسطه هندسی بین دو جمله دیگر محسوب می‌شود. می‌دانیم اگر a ، b و c سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، در این صورت رابطه $b^2 = ac$ بین آن‌ها برقرار است. ب) دقت کنید مقداری از x قابل قبول است که به ازای آن دنباله هندسی ما غیرنزولی شود نه نزولی.

گام دوم

$$2, x, \frac{1}{p} \Rightarrow x^2 = 2(\frac{1}{p}) = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

به ازای $x = 1$ دنباله نزولی می‌شود، پس $x = -1$ قابل قبول است.

$$S_6 = \frac{a_1(1 - q^6)}{1 - q} \xrightarrow[q = -\frac{1}{p}]{a_1 = 2} S_6 = \frac{2(1 - (-\frac{1}{2})^6)}{1 - (-\frac{1}{2})} = \frac{2(1 - \frac{1}{64})}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{2(\frac{63}{64})}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{63}{32}}{\frac{3}{2}} = \frac{21}{16}$$

از تغییر متغیر $u = x^2 + 3x - 1$ استفاده می‌کنیم:

$$u = x^2 + 3x - 1 \Rightarrow 2u - 3 = 2x^2 + 6x - 5$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{u}}{2u - 3} = 1 \Rightarrow \sqrt{u} = 2u - 3$$

$$\Rightarrow u = 4u^2 - 12u + 9 \Rightarrow 4u^2 - 13u + 9 = 0$$

$$\Rightarrow u = \frac{9}{4}, u = 1$$

باتوجه به معادله داده شده:

$$2u - 3 > 0 \Rightarrow u > \frac{3}{2}$$

بنابراین تنها جواب $u = \frac{9}{4}$ قابل قبول است.

$$\xrightarrow{u=\frac{9}{4}} x^2 + 3x - 1 = \frac{9}{4} \Rightarrow x^2 + 3x - \frac{13}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 22 \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{-3 \pm \sqrt{22}}{2}$$

بنابراین یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد.

ابتدا مقادیر دنباله را به صورت a_1, a_2, \dots, a_{2n} فرض می‌کنیم. بنابراین جمع تمام جملات برابر است با: $S_{2n} = \frac{a_1(1 - q^{2n})}{1 - q}$
وقتی بخواهیم فقط جمع ردیف‌های زوج را حساب کنیم، باید بدانیم که تعداد جملات نصف می‌شود و چون یک‌درمیان باید انتخاب کنیم قدر نسبت مربع می‌شود:

$$\text{جمع جملات ردیف زوج} = \frac{a_1(1 - q^{2n})}{1 - q^2}$$

$$\text{جمع جملات ردیف زوج} = 5 \text{ (جمع کل جملات)}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1(1 - q^{2n})}{1 - q} = \frac{5a_1(1 - q^{2n})}{(1 - q)(1 + q)} \Rightarrow 1 + q = 5 \Rightarrow q = 4$$

اگر تفاضل دو ریشه برابر صفر باشد؛ یعنی دو ریشه باهم برابرند، پس معادله $2x^2 - bx + \lambda = 0$ دارای ریشه مضاعف است و دلتای آن باید صفر باشد.

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow b^2 - 4(2)(\lambda) = 0 \Rightarrow b = \lambda$$

پس معادله به صورت $2x^2 - \lambda x + \lambda = 0$ است و داریم:

$$S = -\frac{b}{a} = \frac{-(-\lambda)}{2} = \frac{\lambda}{2}$$

از رابطه بازگشتی متوجه می‌شویم که این دنباله یک دنباله هندسی با نسبت مشترک -3 است. مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی از رابطه $S_n = a \times \frac{1-r^n}{1-r}$ به دست می‌آید که a جمله اول و r نسبت مشترک می‌باشد.

$$\begin{cases} r = -3 \\ a = 2 \\ S_n = -40 \\ n = ? \end{cases} \Rightarrow -40 = 2 \times \frac{1 - (-3)^n}{1 - (-3)} \Rightarrow -40 = \frac{2}{4} \times \frac{1 - (-3)^n}{1}$$

$$\Rightarrow -40 = \frac{1 - (-3)^n}{2} \Rightarrow 1 - (-3)^n = -80 \Rightarrow (-3)^n = 81 \Rightarrow n = 4$$

ریشه‌های معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ را تعیین می‌کنیم با توجه به اینکه α و β معکوس هم هستند.

$$(x-2)^2 = 3 \Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{3}$$

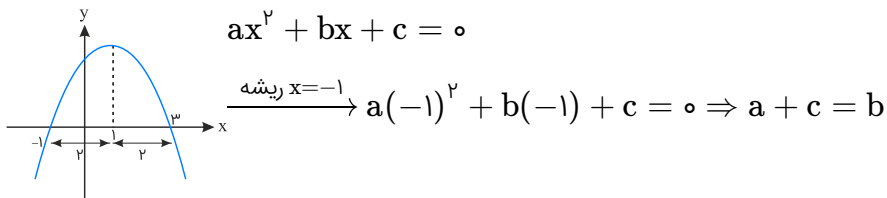
$$\begin{aligned} \alpha^\beta \times \beta^\alpha &= (2 + \sqrt{3})^{2-\sqrt{3}} \cdot (2 - \sqrt{3})^{2+\sqrt{3}} = (2 - \sqrt{3})^{-2+\sqrt{3}} (2 - \sqrt{3})^{2+\sqrt{3}} \\ &= (2 - \sqrt{3})^{2\sqrt{3}} = [(2 - \sqrt{3})^2]^{\sqrt{3}} = (7 - 4\sqrt{3})^{\sqrt{3}} \end{aligned}$$



$$\begin{cases} A_1 = \{1\} \Rightarrow p_1 = 2^1 \\ A_2 = \{1, 2\} \Rightarrow p_2 = 2^2 \\ A_3 = \{1, 2, 3\} \Rightarrow p_3 = 2^3 \\ \vdots \\ A_n = \{1, 2, 3, \dots, n\} \Rightarrow p_n = 2^n \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow p_1 + p_2 + \dots + p_n + 1 &= 1 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^n \\ &= \frac{1 \times (2^{n+1} - 1)}{2 - 1} = 2^{n+1} - 1 \end{aligned}$$

ریشه‌های معادله درجه دوم نسبت به طول رأس آن متقارن هستند؛ یعنی $x = -1$ هم ریشه است و باید در معادله داده شده صدق کند.



طول را برابر a و عرض را برابر b در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} ab = 28 \\ 2(a + b) = 22 \Rightarrow a + b = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = 11 \\ P = 28 \end{cases}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 11x + 28 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 4)(x - 7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 7 \end{cases}$$

اول:

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{(-3)}{1} = 3 \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{1} = 1 \end{cases}$$

دوم:

$$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}} = \sqrt{3 + 2\sqrt{1}} = \sqrt{3 + 2} = \sqrt{5}$$

تساوی وقتی برقرار است که داخل هر رادیکال مساوی صفر باشد. آنگاه جواب مشترک آن‌ها جواب معادله خواهد بود.

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = 1, x = 3$$

که تنها $x = 1$ در رادیکال دوم صدق می‌کند، پس این معادله فقط یک ریشه حقیقی ($x = 1$) دارد.

$$2x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = S = -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2} \\ \alpha \cdot \beta = P = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{S}{P} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{-1}{2}} = -3$$



گام اول

الف) معادله درجه چهار را با تغییر متغیر $x^2 = y$ به معادله درجه دو تبدیل می‌کنیم.
 ب) اگر قرار باشد معادله درجه چهار داده شده دارای چهار ریشه حقیقی متمایز باشد، باید برای معادله درجه دو تشکیل شده داشته باشیم $\Delta > 0$.

ج) نکته دیگر این است که هر دو ریشه باید مثبت باشند. در این صورت هم حاصل ضرب و هم حاصل جمع ریشه‌ها مثبت است.

گام دوم

$$x^4 - (m+2)x^2 + m + 5 = 0 \xrightarrow{x^2=y} y^2 - (m+2)y + m + 5 = 0$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow (m+2)^2 - 4(m+5) > 0 \Rightarrow m^2 + 4m + 4 - 4m - 20 > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 16 > 0 \Rightarrow m^2 > 16 \Rightarrow |m| > 4 \Rightarrow m < -4 \text{ یا } m > 4 \quad (\text{I})$$

حاصل جمع ریشه‌ها مثبت است، پس:

$$-\left(-\frac{(m+2)}{1}\right) > 0 \Rightarrow m+2 > 0 \Rightarrow m > -2 \quad (\text{II})$$

حاصل ضرب ریشه‌ها نیز مثبت است، پس:

$$\frac{m+5}{1} > 0 \Rightarrow m+5 > 0 \Rightarrow m > -5 \quad (\text{III})$$

برای اینکه هر سه شرط فوق برقرار باشد، بین مجموعه جواب‌های به دست آمده اشتراک می‌گیریم:

$$(\text{I}) \cap (\text{II}) \cap (\text{III}) : m > 4$$

گزینه ۲

اول: حاصل ضرب مخارج در سمت چپ برابر $x^4 + x^2 + 1$ است:

$$(x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x) \xrightarrow{\text{مزدوج}} (x^2 + 1)^2 - x^2 = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2$$

$$= x^4 + x^2 + 1$$

دوم: عبارت‌های سمت چپ را با مخرج مشترک گرفتن ساده می‌کنیم:

$$\frac{1}{x^2 + 1 + x} - \frac{1}{x^2 + 1 - x} = \frac{x^2 + 1 - x - (x^2 + 1 + x)}{(x^2 + 1 - x)(x^2 + 1 + x)} = \frac{-2x}{x^4 + x^2 + 1}$$

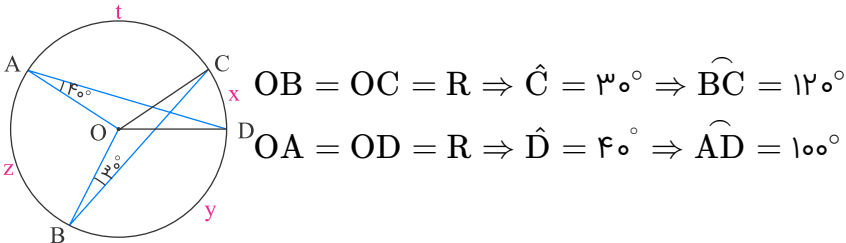
سوم: مقدار به دست آمده را برابر عبارت سمت راست قرار می‌دهیم:

$$\frac{-2x}{x^4 + x^2 + 1} = \frac{x^2 + 1}{x^4 + x^2 + 1} \xrightarrow{\text{صورت‌ها برابر هستند}} -2x = x^2 + 1$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$$

چون به ازای $x = -1$ هیچ کدام از مخارج‌ها صفر نمی‌شوند قابل قبول است.

$$\begin{cases} RM \cdot RN = RQ \cdot RS \Rightarrow (x-2)x = 2 \times 7/5 \Rightarrow x = 5 \\ PT^2 = PM \cdot PN \Rightarrow (\lambda\sqrt{2})^2 = y(y + \overbrace{2x-2}^{\wedge}) \Rightarrow y = \lambda \end{cases} \Rightarrow xy = 40$$



$$OB = OC = R \Rightarrow \hat{C} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 120^\circ$$

$$OA = OD = R \Rightarrow \hat{D} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 100^\circ$$

طبق نام‌گذاری در شکل داریم:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 120^\circ \\ x + t = 100^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{+} 2x + y + t = 220^\circ \Rightarrow y + t = 220^\circ - 2x \quad (1)$$

مجموع کمان‌های دایره 360° است، پس:

$$x + y + z + t = 360^\circ \xrightarrow{(1)} x + z + 220^\circ - 2x = 360^\circ \Rightarrow z - x = 140^\circ$$

در شکل صورت مسئله، قاطع PAB و مماس PD بر دایره کوچک رسم شده‌اند، پس:

$$PD^2 = PA \cdot PB \quad (*)$$

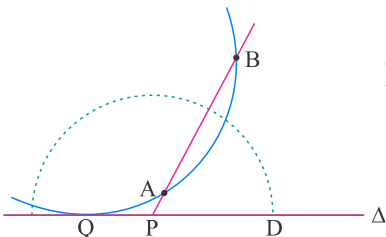
حال دایره‌ای را رسم می‌کنیم که از A و B گذشته و در نقطه Q بر خط Δ مماس شود. چون PAB روی این دایره قاطع است، پس:

$$PQ^2 = PA \cdot PB \quad (**)$$

حال طبق $(*)$ و $(**)$ نتیجه می‌گیریم:

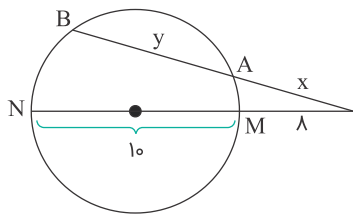
$$PQ = PD$$

چون شعاع PD دایره خط‌چین است، پس PQ هم شعاع این نیم‌دایره می‌باشد. یعنی نقطه C' یا C یکی از نقاط است.



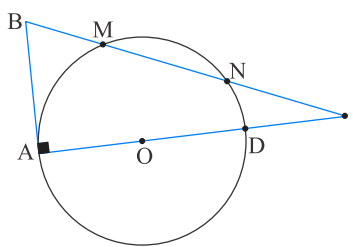
باتوجه به فرض داریم:

$$x - y = ۲ \Rightarrow x = y + ۲$$



$$\begin{aligned} PA \cdot PB &= PM \cdot PN \Rightarrow x(x + y) = \lambda \times ۱\lambda \\ &\Rightarrow (y + ۲)(y + ۲ + y) = \lambda \times ۱\lambda \\ &\Rightarrow (y + ۲)(y + ۱) = ۴ \times ۱\lambda = ۹ \times \lambda \Rightarrow y = ۷ \end{aligned}$$

ازطرفی باتوجه به شکل داریم:



$$BM = MN = NC = x$$

برای مماس AB رابطه طولی را می نویسیم:

$$AB^2 = BM \times BN \Rightarrow AB^2 = x \times ۲x \Rightarrow AB = \sqrt{۲}x$$

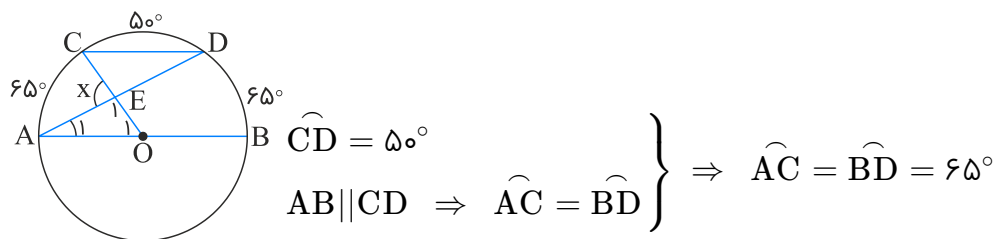
در مثلث ABC فیثاغورس را می نویسیم:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow ۲x^2 + AC^2 = ۹x^2 \Rightarrow AC = \sqrt{۷}x$$

مجدد از نقطه C رابطه طولی را می نویسیم:

$$\begin{aligned} CN \times CM &= CD \times AC \Rightarrow ۲x^2 = CD \times \sqrt{۷}x \Rightarrow CD = \frac{۲\sqrt{۷}}{۷}x \\ ۲R = AD &= AC - CD = \sqrt{۷}x - \frac{۲\sqrt{۷}}{۷}x = \frac{۵\sqrt{۷}}{۷}x \Rightarrow R = \frac{۵\sqrt{۷}}{۱۴}x \\ \frac{CD}{R} &= \frac{\frac{۲\sqrt{۷}}{۷}x}{\frac{۵\sqrt{۷}}{۱۴}x} = \frac{۴}{۵} \end{aligned}$$





$$\text{محاطی } \hat{A}_1 = \frac{\widehat{BD}}{2} = 32/5^\circ$$

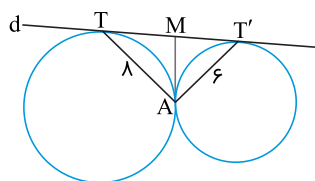
$$\text{مرکزی } \hat{O}_1 = \widehat{AC} = 65^\circ$$

$$\triangle OAE : \hat{E}_1 + \hat{O}_1 + \hat{A}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{E}_1 = 82/5^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - \hat{E}_1 = 97/5^\circ$$

از نمادگذاری شکل زیر استفاده می‌کنیم.

M محل برخورد مماس مشترک داخلی این دو دایره با خط d است.

می‌دانیم اگر از نقطه‌ای خارج دایره مماس‌هایی بر دایره رسم کنیم، طول این مماس‌ها باهم برابرند:



$$\begin{cases} MA = MT \\ MA = MT' \end{cases} \Rightarrow MT = MT' = AM$$

در نتیجه در مثلث ATT' ، AM میانه وارد بر ضلع TT' است و برابر نصف این ضلع می‌باشد. بنابراین این مثلث قائم‌الزاویه است.

اکنون مساحت مثلث قائم‌الزاویه ATT' را به دست می‌آوریم:

$$S_{\triangle ATT'} = \frac{1}{2} AT \times AT' = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$

چون مماس مشترک غیرخارجی M را قطع می‌کند، پس MT بر دو دایره مماس است. حال می‌توانیم برای دو دایره بنویسیم:

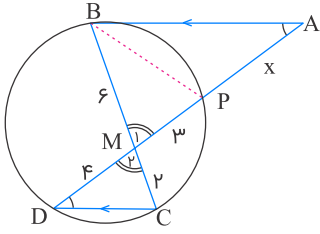
$$MA \times MB = MT^2 = MA' \times MB'$$

پس دو عبارت همواره باهم برابرند.

اولاً طبق روابط طولی در دایره، داریم:

$$MD \cdot MP = MB \cdot MC \Rightarrow ۴MP = ۱۲ \Rightarrow MP = ۳$$

حال چون $AB \parallel DC$ ، داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{D} \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle MAB \sim \triangle MDC$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{BM}{MC} \Rightarrow \frac{x+3}{4} = \frac{6}{3} = ۲ = ۳$$

$$\Rightarrow x+3 = ۱۲ \Rightarrow x = ۹$$

باتوجه به اینکه AB بر دایره مماس است، داریم:

$$AB^2 = AP \cdot AD = x(x+7) = 9 \times 16$$

$$\Rightarrow AB = 3 \times 4 = ۱۲$$

باتوجه به تعریف مجموعه A داریم:

$$m \in \mathbb{Z}, m^2 \leq 16 \Rightarrow -4 \leq m \leq 4 \Rightarrow A = \{|m| \mid -4 \leq m \leq 4\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

بررسی گزینه‌ها:
گزینه "۱":

$$m^2 \leq 4m \Rightarrow m^2 - 4m \leq 0 \Rightarrow 0 \leq m \leq 4$$

$$\Rightarrow \{m \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq m \leq 4\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

گزینه "۲":

$$|m| \leq 4m \xrightarrow{\text{توان دو}} m^2 \leq 16m^2 \Rightarrow 15m^2 \geq 0 \Rightarrow m \in \mathbb{Z}$$

گزینه "۴":

$$\{0\} \cup \{n \in \mathbb{N} \mid \underbrace{2^n}_{n=1,2,3,4} \leq 16\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

می‌دانیم که:

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$$

گزینه ۱:

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv \sim p \vee (\sim q \vee r) \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee r$$

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow r \equiv \sim (\sim p \vee q) \vee r \equiv (p \wedge \sim q) \vee r$$

پس این دو عبارت هم‌ارز نیستند.

گزینه ۲:

$$\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow \sim q \not\equiv \sim p \Leftrightarrow \sim q$$

گزینه ۳:

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv \sim p \vee (\sim q \vee r) \equiv \sim p \vee \sim q \vee r$$

$$\equiv \sim (p \wedge q) \vee r \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$$

گزینه ۴:

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv \sim p \vee (\sim q \vee r) \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee r \equiv \sim (p \wedge q) \vee r \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r \checkmark$$

گزینه ۳

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B$$

$$x \notin A \cup B \Leftrightarrow x \notin A \wedge x \notin B$$

باتوجه به دو تعریف بالا گزینه (۳) صحیح است.

گزینه ۴

گزینه ۲

$$(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$$

$$\equiv [(\sim p \vee q) \wedge \sim q] \vee [(\sim p \vee q) \wedge p]$$

$$\equiv [(\sim p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim q)] \vee [(\sim p \wedge p) \vee (q \wedge p)]$$

$$\equiv [(\sim p \wedge \sim q) \vee F] \vee [F \vee (q \wedge p)] \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)$$

$$\equiv \sim (p \vee q) \vee (p \wedge q)$$

بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

$$\sim (\sim p \wedge r) \xrightarrow{\text{دمورگان}} (p \vee \sim r) \Rightarrow (p \vee r) \wedge (p \vee \sim r)$$

می‌دانیم $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$. اگر این فرمول را از راست به چپ بخوانید، به جای $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$ می‌توانید عبارت $p \vee (q \wedge r)$ را قرار دهید. پس طبق این فرمول به جای $(p \vee r) \wedge (p \vee \sim r)$ ، عبارت $p \vee (r \wedge \sim r)$ را قرار دهید.

می‌دانیم $(p \vee F) \equiv p$ و $(r \wedge \sim r) \equiv F$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow (p \vee r) \wedge \sim (\sim p \wedge r) &\equiv (p \vee r) \wedge (\sim (\sim p) \vee (\sim r)) \\ &\equiv (p \vee r) \wedge (p \vee \sim r) \equiv p \vee (r \wedge \sim r) \equiv p \vee F \equiv p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\sim (\sim p \wedge \sim q) \vee r] \wedge (p \vee r) &\equiv [(p \vee q) \vee r] \wedge (p \vee r) \\ &\equiv [q \vee (p \vee r)] \wedge (p \vee r) \equiv p \vee r \end{aligned}$$

گزینه "۱": $\underbrace{۳۱ \text{ عدد اول است}}_F$ یا $\underbrace{۳۱ \text{ مربع کامل است}}_T$.

گزینه "۲": معادله $x^2 - ۲۵ = ۰$ دو ریشه دارد یا $\underbrace{۲۱ \text{ مضرب } ۷ \text{ است}}_T$.

گزینه "۳": $\underbrace{(۱۴^\circ \neq ۱)}_F \vee \underbrace{(۰/۲ > \sqrt{۲})}_F$.

توجه دارید که هر عدد به توان صفر برسد، جواب ۱ است. همچنین $\sqrt{۲} \simeq ۱/۴$ ، پس $\sqrt{۲} < ۰/۲$ است.

گزینه "۴": $\underbrace{۲۶۰۰ \text{ زوج است}}_T$ یا $\underbrace{۱ \text{ عدد اول است}}_F$.

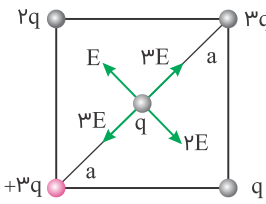
فقط مورد "آ" نادرست است:

قانون جذب: $p \wedge (p \vee q) \equiv p$



$$E = k \frac{q}{a^2}, \quad a = \frac{40\sqrt{2}}{2} \text{ cm} = 20\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$E_T = 2E - E = E = 9 \times 10^9 \times \frac{10^{-6}}{400 \times 2 \times 10^{-4}} = \frac{9}{8} \times 10^5 \text{ N/C} = \frac{9}{8} \times 10^2 \text{ N/mC}$$



هنگامی که دو کره مشابه دارای بار الکتریکی را به یکدیگر تماس می دهیم، مجموع بار الکتریکی به صورت یکسان بین آن ها تقسیم می شود. بنابراین می توان نوشت:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{4 - 20}{2} = -8 \mu\text{C}$$

با استفاده از قانون کولن داریم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{|q'_1| |q'_2|}{|q_1| |q_2|} = \frac{64}{80} = 0.8$$

نیرویی که به یکدیگر وارد می کنند ۲۰٪ کاهش می یابد.

$$q = -ne \Rightarrow -4/8 \times 10^{-18} = -n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 30$$

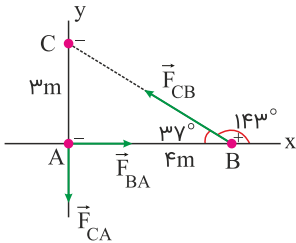
تعداد الکترون های اتم دو بار مثبت (X^{2+})، ۲ واحد کمتر از تعداد پروتون های آن است؛ بنابراین تعداد پروتون های این اتم برابر با ۳۲ است.



باتوجه به شکل زیر مشخص می‌شود که فاصله AC برابر ۳ متر است:

$$\sin 37^\circ = \sqrt{1 - (0/8)^2} = 0/6$$

$$\frac{AC}{AB} = \tan 37^\circ \Rightarrow AC = 6 \times \frac{0/6}{0/8} \Rightarrow AC = 3 \text{ m}$$



اکنون برای محاسبه نیروی خالص وارد بر بار واقع در نقطه A می‌توان نوشت:

$$F_{CA} = k \frac{q_C q_A}{r_{AC}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{27 \times 3 \times 10^{-12}}{(3)^2} \Rightarrow F_{CA} = 11 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$F_{BA} = k \frac{q_B q_A}{r_{AB}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{16 \times 3 \times 10^{-12}}{(6)^2} \Rightarrow F_{BA} = 27 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_{BA} + \vec{F}_{CA} \Rightarrow \vec{F} = 27 \times 10^{-3} \vec{i} - 11 \times 10^{-3} \vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = (27\vec{i} - 11\vec{j}) \times 10^{-3} \text{ N}$$

گام اول

الف) چند الکترون باید از یک سکه خنثی خارج شود $\leftarrow n = ?$

ب) تا بار الکتریکی آن $+1\mu\text{C}$ شود $\leftarrow q = 1\mu\text{C}$

گام دوم

با استفاده از رابطه $q = ne$ داریم:

$$q = ne \Rightarrow 1 \times 10^{-6} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 6/25 \times 10^{12} \text{ الکترون}$$

گام اول

- الف) بار الکتریکی ۸ میکروکولنی $q_1 = 8\mu C$ ←
 ب) بر بار ۲ میکروکولنی نیروی F وارد می‌کند. $q_2 = 2\mu C$ ←
 ج) در چه فاصله‌ای بار ۲ میکروکولنی بر بار ۸ میکروکولنی نیروی $2F$ وارد می‌کند؟ ← $r' = ?$, $F' = 2F$

گام دوم

نیرویی که دو بار به هم وارد می‌کنند باهم برابر هستند و تنها جهت آن باهم متفاوت است. بنابراین کافی است فاصله‌ای که در آن بارها نیروی $2F$ بر هم وارد می‌کنند را به دست بیاوریم:

$$q_1 = 8\mu C \quad \overset{r}{\text{---}} \quad q_2 = 2\mu C \quad \rightarrow F$$

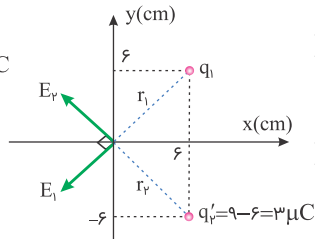
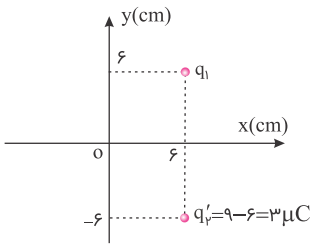
$$q_1 = 8\mu C \quad \overset{r'}{\text{---}} \quad q_2 = 2\mu C \quad \rightarrow 2F$$

$$\begin{cases} F' = k \frac{q_1 q_2}{r'^2} \\ F = 2k \frac{q_1 q_2}{r^2} \end{cases} \xrightarrow{F'=2F} k \frac{q_1 q_2}{r'^2} = 2k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow r'^2 = \frac{r^2}{2} \Rightarrow r' = \frac{\sqrt{2}}{2} r$$



چون دو بار q_2 و q_3 نسبت به نقطه O تقارن دارند، می‌توانیم یک بار معادل به جای آن‌ها قرار دهیم. بار q_2 را می‌توان دو بار فرضی $6 \mu C$ و $3 \mu C$ در نظر گرفت. بار فرضی $6 \mu C$ با بار $q_3 = 6 \mu C$ میدانی هم‌اندازه و در خلاف جهت هم تولید می‌کنند پس این دو بار را حذف می‌کنیم.

میدان بارهای q_1 و q'_2 در مبدأ مختصات بر هم عمودند. برآیند دو میدان بارهای q_1 و q'_2 در مبدأ مختصات را برابر $6/25 \times 10^6 N/C$ قرار می‌دهیم. چه بار q_1 مثبت باشد و چه منفی، باز هم دو بردار E_1 و E_2 بر هم عمودند.



$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-6}}{(6\sqrt{2})^2 \times 10^{-4}} = \frac{3}{8} \times 10^9 N/C$$

$$E_{net} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \Rightarrow 6/25 \times 10^6 = \sqrt{\left(\frac{3}{8} \times 10^9\right)^2 + E_1^2}$$

$$\Rightarrow E_1^2 = \left(\frac{25}{8} \times 10^6\right)^2 - \left(\frac{15}{8} \times 10^6\right)^2 = \left(\frac{10^6}{8}\right)^2 (25^2 - 15^2)$$

$$E_1 = \frac{10^6}{8} \times \sqrt{(25-15)(25+15)} = \frac{10^6}{8} \times 20 = 5 \times 10^6 N/C$$

حالا اندازه بار q_1 را به دست می‌آوریم:

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r^2} \Rightarrow 5 \times 10^6 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_1|}{(6\sqrt{2})^2} \Rightarrow |q_1| = 4 \times 10^{-6} C = 4 \mu C$$

$$\text{حالت اول: } \begin{cases} |q_1 \cdot q_2| = |8 \times 12| \\ d = r \end{cases}$$

$$\text{در حین القا: } q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{4}{2} = 2 \mu C$$

$$\begin{cases} |q'_1 \cdot q'_2| = |2 \times 2| \\ d' = r - 75\%r = 25\%r = \frac{1}{4}r \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1 \cdot q'_2|}{|q_1 \cdot q_2|} \times \left(\frac{d}{d'}\right)^2 = \frac{|2 \times 2|}{|8 \times 12|} \times \left(\frac{d}{\frac{1}{4}d}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{24} \times 16 = \frac{2}{3} \times 100 \approx 66\%$$

$$\Rightarrow \Delta F = F' - F = 66\%F - 100\%F = -33\%$$

در حالت اول اگر میدان ناشی از بار $+q$ را E_1 و دیگری را E_2 و فاصله دو بار را $2r$ فرض کنیم، داریم:

$$E = E_1 + E_2 = k \frac{q}{r^2} + k \frac{q}{r^2} = 2k \frac{q}{r^2} \quad (\text{به سمت راست})$$

بعد از اعمال تغییرات داریم:



$$E' = k \frac{2q}{r^2} - k \frac{q}{r^2} = k \frac{q}{r^2} = \frac{E}{2} \quad (\text{به سمت راست})$$

و اگر بار $-q$ دو برابر شود:



$$E' = k \frac{2q}{r^2} - k \frac{q}{r^2} = k \frac{q}{r^2} = \frac{E}{2} \quad (\text{به سمت راست})$$

یعنی علامت بردار میدان برآیند عوض نمی‌شود.

شرط متعادل ماندن دو گوی نسبت به یکدیگر:

$$Mg = F_E \Rightarrow \frac{2/5}{1000} \times 10 = \frac{9 \times 10^9 q^2}{36 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow q^2 = 25 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-13} \Rightarrow q = 10^{-7} \text{ C}$$

$$n = \frac{q}{|e|} \Rightarrow n = \frac{10^{-7}}{1.6 \times 10^{-19}} = \frac{10^{13}}{16} = 6.25 \times 10^{11}$$

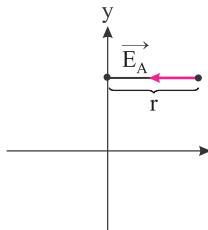


گام اول: ابتدا محل بار q را تعیین می‌کنیم. چون بار منفی است، جهت میدان به سمت بار است. پس بار الکتریکی باید روی محور y و در قسمت مثبت محور y باشد، اگر فاصله بار تا مبدأ را r در نظر بگیریم، داریم:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow 2 \times 10^5 = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{r^2} \Rightarrow r = 0.3 \text{ m}$$

پس بار q در نقطه $M \left(0, \frac{0.3}{\sqrt{2}} \right)$ قرار دارد.

گام دوم: با توجه به شکل میدان بار q در نقطه A برابر است با:



$$E_A = k \frac{q}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{(0.3)^2} = 1.8 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_A = -1.8 \times 10^5 \vec{i} \text{ (N/C)}$$

طبق قانون کولن، نیروی الکتریکی بین دو بار نقطه‌ای با مجدور فاصله دو بار نسبت عکس دارد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه "۱": میله شیشه‌ای بر اثر مالش با پارچه ابریشمی بار مثبت می‌گیرد.

گزینه "۲" و "۳": الکتروسکوپ را می‌توان برای تعیین نوع بار جسم و اینکه جسم باردار هست یا نه مورد استفاده قرار داد، همچنین اگر یک جسم باردار را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک کنیم، پره‌های الکتروسکوپ از هم دور می‌شوند.

مثال نقض گزینه ۱:

$$\underbrace{Q_1 = 10, Q_2 = 2}_{F \propto 10 \times 2} \Rightarrow \underbrace{Q'_1 = Q'_2 = 6}_{F' \propto 6 \times 6}$$

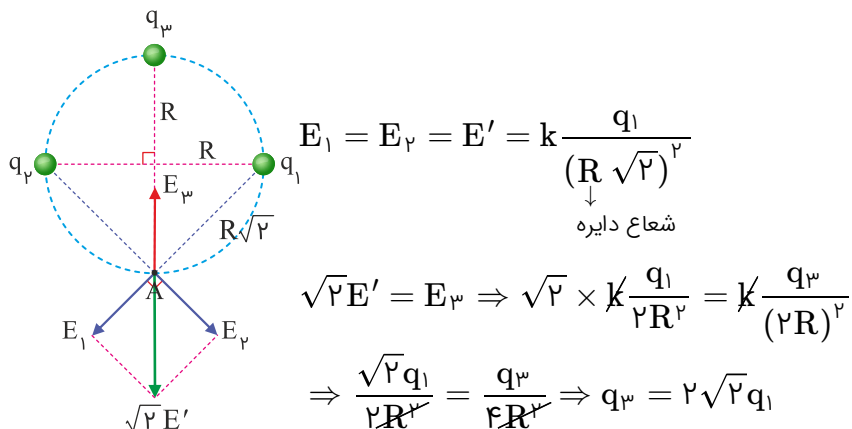
مثال نقض گزینه ۲:

$$\underbrace{Q_1 = 10, Q_2 = -2}_{F \propto 10 \times 2} \Rightarrow \underbrace{Q'_1 = Q'_2 = -5}_{F' \propto 5 \times 5}$$

مثال نقض گزینه ۴:

$$Q_1 = 10, Q_2 = -10 \rightarrow Q'_1 = Q'_2 = 0 \rightarrow F' = 0$$

دقت کنید که بارها بر روی دو قطر عمود برهم واقع شده‌اند. طبعاً باید بارهای q_1 و q_2 هم‌اندازه باشند تا برآیند میدان‌های الکتریکی آن‌ها در راستای میدان ناشی از بار q_3 واقع شود.



گام اول

الف) میدان الکتریکی در فاصله r از یک بار نقطه ای 250 N/C ← 250 N/C
 ب) اگر فاصله را 10 cm بیشتر کنیم میدان الکتریکی 160 N/C می‌شود ← $E' = 160 \text{ N/C}$, $r' = r + 10$
 ج) r چند سانتی‌متر است؟ ← $r = ? \text{ cm}$

گام دوم

به کمک $E = \frac{kq}{r^2}$ و نسبت $\frac{E}{E'}$ ، مقدار r را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} E = \frac{kq}{r^2} \\ E' = \frac{kq}{r'^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{E}{E'} = \frac{\frac{kq}{r^2}}{\frac{kq}{r'^2}} = \frac{r'^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{250}{160} \Rightarrow \left(\frac{r+10}{r}\right)^2 = \frac{25}{16} \Rightarrow \frac{r+10}{r} = \frac{5}{4} \Rightarrow 4r + 40 = 5r \Rightarrow r = 40 \text{ cm}$$

گلوله در حالت تعادل قرار دارد و با داشتن اندازه میدان الکتریکی و بار می‌توان با استفاده از رابطه زیر مقدار نیروی وارد بر گلوله را بدست آورد:

$$F = Eq \Rightarrow F = 4\sqrt{2} \times 3 \times 10^{-6} = 12\sqrt{2} \times 10^{-6} \text{ N}$$

چون بار گلوله مثبت است جهت نیروی وارد بر آن هم در راستای میدان الکتریکی و به سمت چپ است.

گام اول

الف) دو بار الکتریکی نقطه‌ای برابر $q_1 = q_2 = q$ ←

ب) اگر ۲۵ درصد از بار الکتریکی یکی را کم کرده و همان مقدار بر بار الکتریکی دیگری اضافه کنیم ←

$$q_1 = \frac{75}{100}q, \quad q_2 = \frac{125}{100}q$$

ج) نیرویی که به هم وارد می‌کنند، چند F می‌شود؟ ← $F' = ?F$

گام دوم

ابتدا مقدار F را در حالت اولیه با استفاده از قانون کولن به دست می‌آوریم:

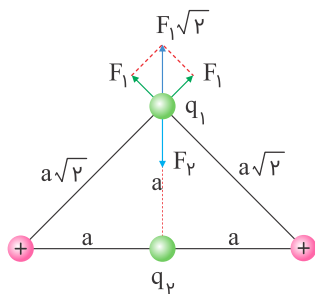
$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = k \frac{q^2}{r^2}$$

قانون کولن را در حالت دوم می‌نویسیم:

$$F' = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F' = k \frac{\frac{75}{100}q \times \frac{125}{100}q}{r^2} = \frac{15}{16} k \frac{q^2}{r^2} \Rightarrow F' = \frac{15}{16} F$$

گزینه ۲

فاصله بارها از هم یکسان است و آن‌ها را مساوی با a در نظر می‌گیریم. ضمناً نیروی وارده از طرف بارهای متقارن در گوشه‌های مثلث را F_1 می‌نامیم. باید برآیند آن‌ها با نیروی وارده از طرف q_2 خنثی شود:



$$\Rightarrow F_1 \sqrt{2} = F_2 \Rightarrow \sqrt{2} \times k \frac{\lambda \sqrt{2} \times 10^{-9} \times q_1}{(a\sqrt{2})^2} = k \frac{q_2 q_1}{a^2}$$

از حذف q_1 نتیجه می‌شود که اندازه q_1 تأثیری در جواب ندارد.

$$\Rightarrow \lambda \times 10^{-9} = q_2 \Rightarrow q_2 = \lambda \text{ nC}$$

علامت بار q_2 باید قرینه دو بار متقارن در گوشه‌های مثلث باشد:

$$q_2 = -\lambda \text{ nC}$$

گزینه ۱

$$E_1 = \frac{kq_1}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{36 \times 10^{-4}} = 10^9 \text{ N/C} = 10 \text{ MN/C}$$

بار q_2 را مثبت فرض می‌کنیم؛ بنابراین چون $q_3 > q_1$ است، $F_{32} > F_{12}$ است. در نتیجه q_4 باید منفی باشد تا نیروی F_{42} با F_{12} هم‌جهت شده و باهم بتوانند نیروی F_{32} را خنثی کنند.

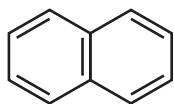
$$F_{12} + F_{42} = F_{32} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_2|}{20^2} + k \frac{|q_4||q_2|}{60^2} = k \frac{|q_3||q_2|}{20^2}$$

$$\frac{2}{20^2} + \frac{|q_4|}{60^2} = \frac{4}{20^2} \Rightarrow \frac{2}{400} + \frac{|q_4|}{3600} = \frac{4}{400} \Rightarrow 2 + \frac{|q_4|}{9} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{|q_4|}{9} = 2 \Rightarrow |q_4| = 18 \mu C$$

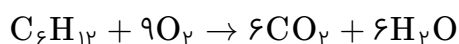
$q_4 = -18 \mu C$ علامت q_4 باید منفی باشد

الف) باتوجه به ساختار نفتالن، شمار پیوندهای دوگانه کربن-کربن در نفتالن برابر با ۵ است.



ب) فرمول مولکولی دو ماده بنزن و اتین به ترتیب C_6H_6 و C_2H_2 است؛ بنابراین جرم مولی بنزن ۳ برابر جرم مولی اتین است.

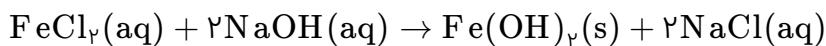
پ) معادله واکنش سوختن کامل سیکلوهگزان به فرمول C_6H_{12} به صورت زیر است:



که مجموع ضرایب فرآورده‌ها برابر با ۱۲ است.



می‌دانیم اگر به محلول حاوی یون Fe^{2+} مانند آهن (II) کلرید، مقداری محلول سدیم هیدروکسید اضافه کنیم، یون Fe^{2+} با یون OH^- رسوب سبزرنگ آهن (II) هیدروکسید را تشکیل می‌دهد.



$$? g NaCl = 63/5 g FeCl_2 \times \frac{100 g FeCl_2 \text{ خالص}}{100 g FeCl_2 \text{ ناخالص}} \times \frac{1 mol FeCl_2}{127 g FeCl_2} \times \frac{2 mol NaCl}{1 mol FeCl_2} \times \frac{58/5 g NaCl}{1 mol NaCl} = 46/8 g NaCl$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \text{بازده درصدی} = \frac{35/1}{46/8} \times 100 = 75\%$$

$$? mL HCl = 43/5 g MnO_2 \times \frac{1 mol MnO_2}{87 g MnO_2} \times \frac{4 mol HCl}{1 mol MnO_2} \times \frac{1 L HCl}{0/2 mol HCl} \times \frac{100 L HCl \text{ ناخالص}}{80 L HCl \text{ خالص}} \times \frac{1000 mL HCl}{1 L HCl} = 12500 mL HCl$$

روش اول:

با استفاده از کسرهای ضریب تبدیل:

$$? g Fe = 10 g Fe_2O_3 \times \frac{1 mol Fe_2O_3}{160 g Fe_2O_3} \times \frac{2 mol Fe}{1 mol Fe_2O_3} \times \frac{56 g Fe}{1 mol Fe} = 7 g Fe$$

۷ گرم آهن فرآورده‌ای است که انتظار داریم در محاسبات استوکیومتری تولید شود اما در عمل ۵/۲ گرم مقدار آهنی است که در عمل به دست آمده است:

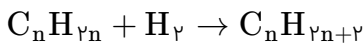
$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{5/2}{7} \times 100 = 74/3\%$$

روش دوم:

با استفاده از تناسب:

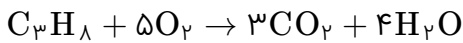
$$\text{بازده درصدی} = R$$

$$\frac{10 \times \frac{R}{100}}{1 \times 160} = \frac{5/2 g Fe}{2 \times 56 g Fe} \Rightarrow R = 74/3\%$$



$$\text{mol } H_{\nu} = \text{mol } C_n H_{\nu n} \Rightarrow \frac{0.04 \text{ g } H_{\nu}}{\nu \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} H_{\nu}} = \frac{0.14 \text{ g } C_n H_{\nu n}}{12n + \nu n \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} C_n H_{\nu n}} \Rightarrow n = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{آلکان : } C_3 H_8 \\ \text{آلکن : } C_3 H_6 \end{cases}$$



$$? \text{ mol } CO_2 = 0.14 \text{ g } C_3 H_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_3 H_6}{42 \text{ g } C_3 H_6} \times \frac{1 \text{ mol } C_3 H_8}{1 \text{ mol } C_3 H_6} \times \frac{3 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_3 H_8} = 0.06 \text{ mol } CO_2$$

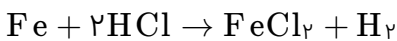
مقایسه‌های "الف" و "ب" درست است.

$$\frac{1}{\text{فرار بودن}} \times \text{گرانروی} \times \text{نیروی بین مولکولی} \times \text{نقطه جوش} \times \text{تعداد کربن}$$

(ب) نیروی بین مولکولی $C_5 H_{12}$ بیشتر است.

(ت) گرانروی $C_{16} H_{34}$ بیشتر است.

(الف)



$$? L H_2 = 10 \text{ g } Fe (\text{ناخالص}) \times \frac{95 \text{ g (خالص)}}{100 \text{ g (ناخالص)}} \times \frac{1 \text{ mol } Fe}{56 \text{ g } Fe} \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{1 \text{ mol } Fe} \times \frac{22.4 \text{ L } H_2}{1 \text{ mol } H_2} = 3.8 \text{ L } H_2$$

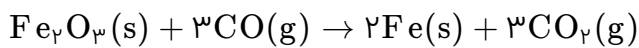
(ب)

$$? \text{ ton } C_2 H_5 OH = 1/5 \text{ ton } C_6 H_{12} O_6 (\text{ناخالص}) \times \frac{100 \text{ ton (خالص)}}{100 \text{ ton (ناخالص)}} \times \frac{10^6 \text{ g}}{1 \text{ ton}} \times \frac{1 \text{ mol } C_6 H_{12} O_6}{180 \text{ g } C_6 H_{12} O_6} \\ \times \frac{2 \text{ mol } C_2 H_5 OH}{1 \text{ mol } C_6 H_{12} O_6} \times \frac{46 \text{ g } C_2 H_5 OH}{1 \text{ mol } C_2 H_5 OH} \times \frac{1 \text{ ton}}{10^6 \text{ g}} = 0.61 \text{ ton}$$

$$? \text{ g } CaCO_3 = 0.03 \text{ L } CO_2 \times \frac{1/1 \text{ g } CO_2}{1 \text{ L } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } CaCO_3}{1 \text{ mol } CO_2}$$

$$\times \frac{100 \text{ g } CaCO_3}{1 \text{ mol } CaCO_3} = 0.075 \text{ g } CaCO_3$$

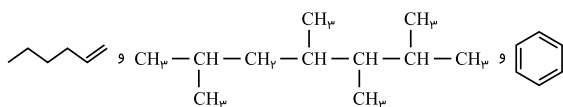
$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص (g)}}{\text{جرم ماده ناخالص (g)}} \times 100 = \frac{0.075}{0.1} \times 100 = 75$$



$$? \text{ g Fe}_2\text{O}_3 = \frac{3}{36} \text{ L CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{22.4 \text{ L CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{3 \text{ mol CO}_2} \times \frac{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \text{ خالص}}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}$$

$$\times \frac{100 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \text{ ناخالص}}{80 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \text{ خالص}} \times \frac{100}{98} = 10/2$$

هیدروکربن‌هایی با ساختار زیر جز ترکیبات سازنده نفت خام هستند.



شکوه و عظمت تمدن امروزی تا حدود زیادی مدیون مواد جدیدی است که از شیشه، پلاستیک، فلز، الیاف، سرامیک و ... ساخته می‌شوند.

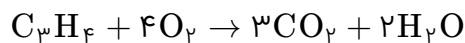
- الف) یونی از فلزهای واسطه که به آرایش گاز نجیب رسیده است $\Leftarrow \text{Sc}^{3+}$
 ب) عنصری که با گرفتن ۲ الکترون به آرایش گاز نجیب می‌رسد $\Leftarrow \text{S}$
 پ) فلزی که تنها ۱ نوع یون تولید می‌کند $\Leftarrow \text{Ag}$
 ت) فلزی که می‌تواند یون‌های ۱+ و ۲+ داشته باشد $\Leftarrow \text{Cu}$



گاز متان به فرمول CH_4 و جرم مولی ۱۶ گرم ساده‌ترین عضو خانواده آلکان‌ها است؛ بنابراین جرم مولی آلکین A که $\frac{2}{5}$ برابر جرم مولی متان است، برابر با ۴۰ گرم است.
فرمول کلی آلکین‌ها $\text{C}_n\text{H}_{2n-2}$ است؛ پس جرم مولی آن‌ها برابر با $14n - 2$ است.

$$14n - 2 = 40 \Rightarrow 14n = 42 \Rightarrow n = 3 \Rightarrow \text{C}_3\text{H}_4$$

معادله سوختن C_3H_4 به صورت زیر است:



جرم مولی CO_2 به دست آمده از سوختن یک مول C_3H_4 برابر با $3 \times 44 \text{ g}$ است. معادله واکنش تخمیر گلوکز برای تولید سوخت سبز یا اتانول به صورت زیر است:

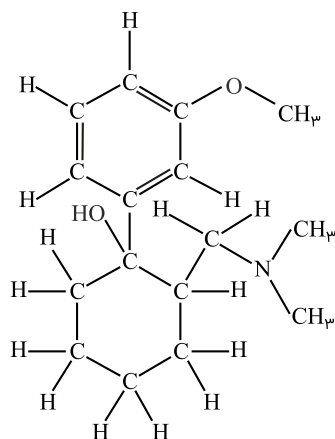


$$\frac{90 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} = \frac{?}{2 \times 46 \text{ g اتانول}} \Rightarrow ? = 46$$

نسبت جرم این دو ماده برابر است با:

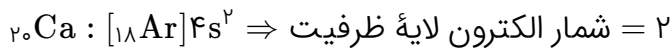
$$\frac{3 \times 44}{46} = 2/8$$

ساختار داده شده دارای فرمول شیمیایی $\text{C}_{16}\text{H}_{25}\text{NO}_2$ است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱:



گزینه ۲: کربن در اثر ضربه خرد می‌شود درحالی‌که سرب جامدی شکل‌پذیر است.

گزینه ۳: کلر در برابر ضربه خرد می‌شود؛ اما قلع در اثر ضربه به شکل آن تغییر می‌کند ولی خرد نمی‌شود، پس مقاومت در برابر ضربه قلع بیشتر از کلر است.

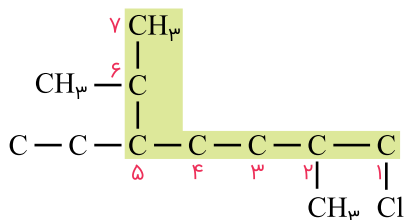
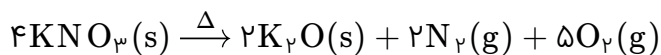
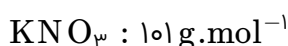
فلز آهن در سطح جهان بیشترین مصرف سالانه را در بین صنایع گوناگون دارد. شناسایی و استخراج آن از سطح زمین موضوع با اهمیتی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: نادرست. وجود نمونه‌هایی از فلز نقره در طبیعت گزارش شده است.

گزینه ۲: نادرست. تنها فلز طلا به شکل کلوخه‌ها یا رگه‌های زرد لابه‌لای خاک یافت می‌شود.

گزینه ۳: نادرست. آهن اغلب در طبیعت به شکل اکسید یافت می‌شود.

می‌توانیم محاسبه کنیم که تولید ۱/۵۶۸ لیتر از فرآورده‌های گاز (O_2 و N_2) ناشی از تجزیه چند گرم KNO_3 است.۴ مول KNO_3 ، ۷ مول فرآورده گازی (O_2 و N_2) تولید می‌کند.

$$? \text{ g KNO}_3 = 1/568 \text{ L}_{\text{گاز}} \times \frac{1 \text{ mol}_{\text{گاز}}}{22/4 \text{ L}_{\text{گاز}}} \times \frac{4 \text{ mol KNO}_3}{7 \text{ mol}_{\text{گاز}}} \times \frac{101 \text{ g KNO}_3}{1 \text{ mol KNO}_3} = 4/04 \text{ g}$$

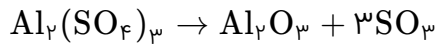
پس این مقدار گاز ناشی از ۴/۰۴ گرم KNO_3 است و مابقی ناخالصی است.

$$\text{KNO}_3 \text{ درصد خلوص} = \frac{4/04}{5/05} \times 100 = \%80$$

$FeCl_2$ در آب حل می‌شود ولی سه ترکیب $Fe(OH)_2$ ، $Fe(OH)_3$ و Fe_2O_3 در آب نامحلول هستند.

$$H_2SO_4 \text{ مقدار مول} \times \frac{\text{حجم}}{(\text{L})} = 0.2 \times 0.75 = 0.15 \text{ mol } H_2SO_4$$

$$\frac{H_2SO_4 \text{ مقدار مول}}{H_2SO_4 \text{ ضریب}} = \frac{SO_3 \text{ مقدار مول}}{SO_3 \text{ ضریب}} \Rightarrow \frac{0.15}{1} = \frac{\text{mol } SO_3}{1} \Rightarrow \text{mol } SO_3 = 0.15$$



$$\frac{Al_2(SO_4)_3 \text{ جرم} \times \text{درصد خلوص}}{\text{جرم مولی}} = \frac{\text{mol } SO_3}{SO_3 \text{ ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{28/5 \times \text{درصد خلوص}}{342} = \frac{0.15}{3} \Rightarrow \text{درصد خلوص} = 60\%$$

