



۱ خط L گذرا از $P(2, -1)$ و موازی با خط $y = 3x - 4$ از کدام نقطه عبور می‌کند؟

(۱) $(3, 2)$ (۲) $(3, 5)$

(۳) $(1, -3)$ (۴) $(1, -1)$

۲ به ازای چه مقادیری از m معادله $\frac{m}{2x} = \frac{2x+1}{x+m}$ دارای جواب $x = -1$ است؟

(۱) $2, -1$ (۲) $-2, -1$

(۳) $2, 1$ (۴) $-2, 1$

۳ اگر دو ضلع مجاور مستطیلی $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - ay = -1 \end{cases}$ باشند و نقطه $A(-1, 1)$ یکی از رئوس مستطیل باشند، قطر مستطیل چقدر است؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) 2

(۳) 4 (۴) 3

۴ مثلث ABC با رئوس $A(2, 1)$ ، $B(1, 4)$ و $C(4, b)$ در رأس A قائمه است. مساحت مثلث چقدر است؟

(۱) $\frac{8}{3}$ (۲) $\frac{10}{3}$

(۳) $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$

۵ اگر $A(3, 1)$ و $B(1, 2)$ باشند، خط گذرا از A و B محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

(۱) 3 (۲) -3

(۳) 1 (۴) 5

۶ فاصله نقطه $A(1, 3)$ از خط $4y + 3x = k$ برابر 4 است. k کدام گزینه می‌تواند باشد؟

(۱) 5 (۲) 35

(۳) 4 (۴) -35

۷ در یک دنباله هندسی جمله چهارم برابر $\frac{1}{4}$ و جمله هفتم برابر ۲ می‌باشد. مجموع چند جمله اول این دنباله هندسی برابر $\frac{31}{32}$ است؟

- (۱) ۳
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۴

۸ اگر α و β ریشه‌های معادله $x(x-1) = m$ باشند و β و $m-1$ و α^2 جملات متوالی دنباله حسابی باشند، حاصل ضرب ریشه‌های معادله چقدر است؟

- (۱) -۳
(۲) ۳
(۳) ۱
(۴) ۲

۹ یک کیک را بین افرادی به طور یکسان تقسیم کرده‌ایم. اگر یک نفر کم شود و دوباره این کیک به طور مساوی بین آن‌ها تقسیم شود به هر نفر $\frac{1}{6}$ کیک بیشتر از دفعه قبل می‌رسد. تعداد نفرات جدید کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۱

۱۰ اگر $x = \frac{1}{4 - \sqrt{15}}$ باشد، حاصل عبارت $A = [x] + [2x]$ چقدر است؟

- (۱) ۲۰
(۲) ۲۲
(۳) ۲۵
(۴) ۲۴

۱۱ چهار ضلعی ABCD با مختصات رئوس $A(2, -1)$ ، $B(4, -2)$ ، $C(3, 0)$ و $D(1, 1)$ از چه نوعی است؟

- (۱) مربع
(۲) لوزی
(۳) متوازی‌الاضلاع
(۴) مستطیل

۱۲ اگر α و β ریشه‌های معادله $0 = -2x^2 + 5x - 1$ باشند، حاصل $\frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta}{\alpha^2}$ کدام است؟

- (۱) ۴۴
(۲) $\frac{95}{2}$
(۳) ۴۲
(۴) $\frac{97}{2}$

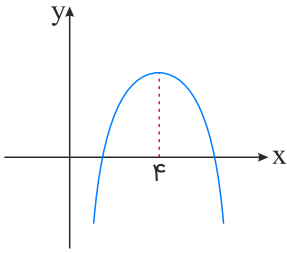
۱۳ دو ضلع از یک مربع روی خط‌هایی به معادلات $d_1: 3x + 2y = 1$ و $d_2: 4y = 5 - 6x$ قرار دارند. مساحت این مربع کدام است؟

- (۱) $\frac{49}{26}$
(۲) $\frac{49}{52}$
(۳) $\frac{9}{26}$
(۴) $\frac{9}{52}$



معادله سهمی زیر کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

۱۴



(۱) $y = -2x^2 + 8x - 5/14$

(۲) $y = -2x^2 + 2x - 5/33$

(۳) $y = -x^2 + 8x - 51$

(۴) $y = -2x^2 + 16x - 5/14$

مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $y = x + |x|$ و $y = 2 - |x|$ ، کدام است؟

۱۵

(۲) $\frac{7}{3}$

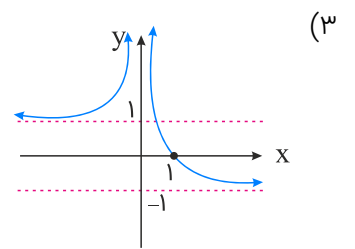
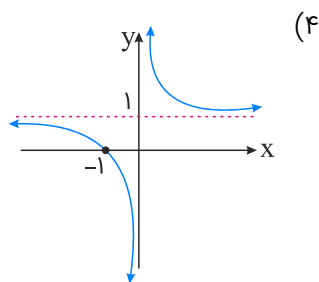
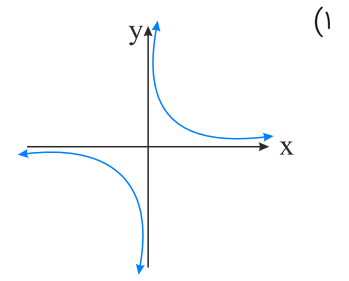
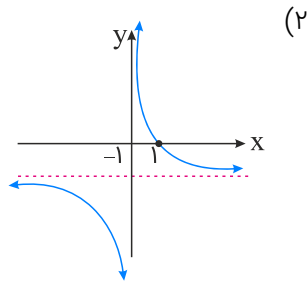
(۱) ۲

(۴) ۳

(۳) $\frac{8}{3}$

نمودار تابع $f(x) = \frac{1-x}{|x|}$ به کدام صورت است؟

۱۶



دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt[3]{1-x}}{\sqrt{x-4}-1}$ کدام است؟

۱۷

(۲) $[4, +\infty) - \{5\}$

(۱) $[4, +\infty)$

(۴) \mathbb{R}

(۳) $[3, +\infty)$

دو ضلع مستطیلی بر خطوط $2y + x = 6$ و $2x - y = 7$ واقع هستند و $A(2, 3)$ یک رأس مستطیل است. امتداد قطر مستطیل گذشته از A محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱۸

(۲) $x = 3$

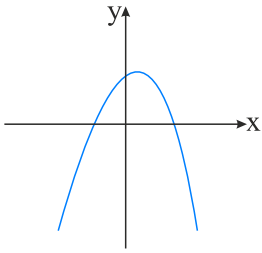
(۱) $x = 2$

(۴) $x = 5$

(۳) $x = 4$

باتوجه به شکل زیر که مربوط به $f(x) = ax^2 + bx + c$ است، کدام گزینه درست است؟

۱۹



(۱) $abc > 0$

(۲) $\sqrt{a^2} = a$

(۳) $|a + b| \neq |a| + |b|$

(۴) هیچ کدام

۲۰ اگر $x = a$ جواب معادله $\frac{1}{2 - \sqrt{1+x}} + \frac{1}{2 + \sqrt{1+x}} = \frac{2}{x^2 - 9}$ باشد، آنگاه $[a]$ کدام است؟

۲۰

(۱) -۲

(۲) -۳

(۳) -۴

(۴) جواب ندارد.

۲۱ دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۵ واحد مماس داخلی هستند. چند وتر به طول $4\sqrt{6}$ در دایره بزرگتر می‌توان رسم کرد که بر دایره کوچکتر مماس باشند؟

۲۱

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۲۲ در مثلث ABC با اضلاع $AB = 5$ ، $AC = 7$ و $BC = 8$ واحد، نیمساز داخلی زاویه A ، نیمسازهای زاویه داخلی و خارجی B را در O و O' قطع می‌کند. اندازه تصویر قائم OO' بر روی BC ، کدام است؟

۲۲

(۱) ۱

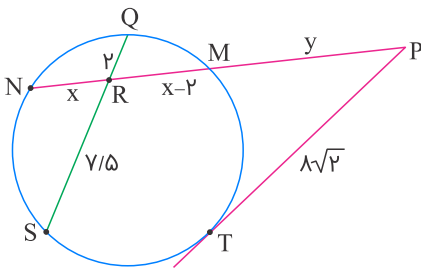
(۲) $1/5$

(۳) ۲

(۴) $2/5$

۲۳ در شکل زیر، xy کدام است؟

۲۳



(۱) ۳۰

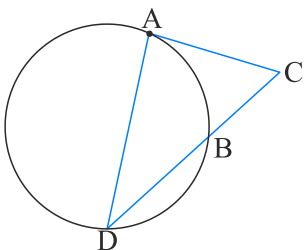
(۲) ۴۰

(۳) ۴۵

(۴) ۵۰

۲۴ در شکل زیر، پاره خط AC بر دایره مماس است. اگر $\frac{AC}{BC} = \sqrt{3}$ ، آنگاه نسبت $\frac{DB}{BC}$ ، کدام است؟

۲۴



(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) ۲

(۴) ۳

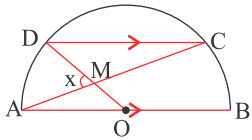
خط d و دایره $C(O, R)$ مفروض است. اگر فاصله مرکز دایره تا خط d برابر با 10 باشد، فاصله نزدیکترین نقاط دایره تا خط d کدام است؟

۲۵

- (۱) 5
 (۲) $10 - R$
 (۳) $10 + R$
 (۴) $5 + R$

در نیم‌دایره شکل زیر، $\widehat{CD} = 100^\circ$ است. اندازه x کدام است؟

۲۶



- (۱) 50°
 (۲) 30°
 (۳) 40°
 (۴) 60°

در یک مثلث قائم‌الزاویه، شعاع دایره محاطی داخلی و دایره محیطی به ترتیب برابر 6 و 17 است. شعاع بزرگترین دایره محاطی خارجی چقدر است؟

۲۷

- (۱) 40
 (۲) 25
 (۳) 34
 (۴) 56

طول مماس مشترک داخلی دو دایره با شعاع R و $2R$ برابر $4R$ است. طول مماس مشترک خارجی آن‌ها چندبرابر R است؟

۲۸

- (۱) $2\sqrt{6}$
 (۲) 5
 (۳) $2\sqrt{2}$
 (۴) 3

مماس مشترک‌های داخلی دو دایره متخارج به شعاع‌های R و $3R$ بر هم عمودند. اندازه مماس مشترک خارجی آن‌ها چه رابطه‌ای با R دارد؟

۲۹

- (۱) $2R$
 (۲) $4R$
 (۳) $2\sqrt{7}R$
 (۴) $4\sqrt{6}R$

در چهار ضلعی محاطی $ABCD$ ، اگر $\hat{A} + \hat{D} = 200^\circ$ و $\hat{A} + \hat{B} = 210^\circ$ باشد، آنگاه زاویه C چقدر است؟

۳۰

- (۱) 70°
 (۲) 65°
 (۳) 80°
 (۴) 85°

اگر $A \cup (B - A) = B$ ، آنگاه:

۳۱

- (۱) $A \subseteq B$
 (۲) $B \subseteq A$
 (۳) $A = \emptyset$
 (۴) $B = \emptyset$



۳۲ a و b دو عدد حقیقی غیرصفر هستند. اگر گزاره p برابر $a + b < 0$ و گزاره q برابر $ab \leq 0$ باشد در صورتی که ارزش گزاره $p \wedge \sim q$ درست باشد، کدام گزینه درست است؟

(۱) $b > 0, a > 0$

(۲) $b < 0, a > 0$

(۳) $b > 0, a < 0$

(۴) $b < 0, a < 0$

۳۳ نقیض گزاره $\forall x, y \in \mathbb{Q}; \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 2\sqrt{xy}$ کدام گزینه است؟

(۱) $\forall x, y \notin \mathbb{Q}; \sqrt{x} + \sqrt{y} < 2\sqrt{xy}$

(۲) $\exists x, y \in \mathbb{Q}; \sqrt{x} + \sqrt{y} < 2\sqrt{xy}$

(۳) $\exists x, y \notin \mathbb{Q}; \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 2\sqrt{xy}$

(۴) $\exists x, y \in \mathbb{Q}; \sqrt{x} + \sqrt{y} \leq 2\sqrt{xy}$

۳۴ اگر $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 9\}$ و $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ باشد، مجموعه‌های $A \times B$ و $B \times A$ چند عضو مشترک دارند؟

(۱) ۲۵

(۲) ۱۶

(۳) ۹

(۴) ۵

۳۵ چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست می‌باشند؟

(الف) $(p \wedge \sim p) \Rightarrow q$

(ب) $(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$

(ج) $(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow (q \Leftrightarrow q)$

(۱) ۳

(۲) ۲

(۳) ۱

(۴) صفر

۳۶ اگر $A = [-3, 3]$ و $B = [-1, 1]$ باشد، مساحت محدود به ناحیه $(A \times B) \cup (B \times A)$ چقدر است؟

(۱) ۱۶

(۲) ۲۰

(۳) ۲۲

(۴) ۲۴

۳۷ کدامیک از گزاره‌های سوری زیر، گزاره‌ای با ارزش نادرست است؟

(۱) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, x + y > 5$

(۲) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, xy \in \mathbb{N}$

(۳) $\exists y \in \mathbb{N}, \forall x \in \mathbb{N}, x + y \leq 6$

(۴) $\exists y \in \mathbb{Z}, \forall x \in \mathbb{N}, x - y \geq 2$

۳۸ در جدول ارزش‌های سه گزاره، در چند حالت حداقل دو گزاره درست است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۷

۳۹ اگر p و q دو گزاره باشند، کدامیک از عبارات زیر همواره نادرست است؟

(۱) $(p \wedge q) \vee (\sim p \vee \sim q)$

(۲) $(p \wedge q) \wedge (\sim p \wedge \sim q)$

(۳) $(p \vee q) \vee (\sim p \vee \sim q)$

(۴) $(p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$

۴۰ اگر مجموعه A دارای ۵ عضو و مجموعه B دارای ۶ عضو و مجموعه $A \cap B$ دارای ۲ عضو باشند، مجموعه $(A \cap B') \times (A \cup B)'$ چند عضو دارد؟

(۲) ۱۰

(۱) ۸

(۴) ۱۵۵

(۳) ۱۲

۴۱ ابتدا یک قطعه لاستیک را با موی گربه مالش می‌دهیم و سپس قطعه لاستیک را به کلاهک الکتروسکوپ بدون باری مالش می‌دهیم تا الکتروسکوپ باردار شود. در چه تعداد از موارد زیر ابتدا تیغه‌های الکتروسکوپ به هم نزدیک می‌شوند؟



سری الکتریسیته مالشی (تریوالکتریک)
انتهای مثبت سری
موی انسان
شیشه
نایلون
پشم
موی گربه
سرب
ابریشم
لاستیک
تفلون
انتهای منفی سری

الف) میله شیشه‌ای را به موی انسان مالش دهیم و میله را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک کنیم.
 ب) یک تیکه پارچه پشمی را با یک قطعه سرب مالش دهیم و پارچه پشمی را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک کنیم.
 پ) یک تکه پارچه ابریشمی را به یک ظرف تفلونی مالش دهیم و پارچه را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک کنیم.

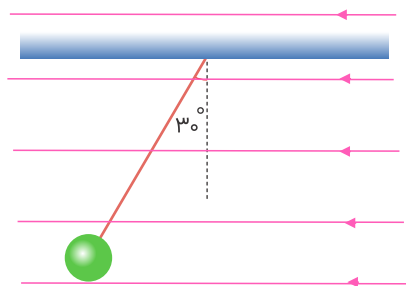
(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) صفر

(۳) ۳

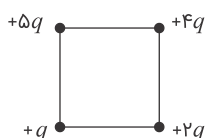
مطابق شکل زیر گلوله‌ای با بار مثبت به جرم m توسط نخى عایق از سقف آویخته شده و در یک میدان الکتریکی یکنواخت افقی (راست به چپ) قرار گرفته و پس از رسیدن به حالت تعادل زاویه نخ با راستای قائم 30° خواهد شد. اگر اندازه میدان یکنواخت $4\sqrt{2} \text{ N/C}$ و اندازه بار گلوله هم $3 \times 10^{-6} \text{ C}$ باشد، اندازه و جهت نیروی وارد بر گلوله از طرف میدان را تعیین کنید؟



(۱) صفر

(۲) $\leftarrow, 12\sqrt{2} \times 10^{-6}$ (۳) $\leftarrow, 6\sqrt{2} \times 10^{-6}$ (۴) $\rightarrow, 4 \times 10^{-6}$

اگر در یک رأس مربعی بار q قرار گیرد، میدان الکتریکی حاصل از آن در مرکز مربع E است. حال اگر در چهار رأس همان مربع بارهای الکتریکی مطابق شکل قرار گیرند، اندازه میدان الکتریکی در مرکز آن چند E می‌شود؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ (۴) $3\sqrt{2}$

ذره‌ای با جرم $g = 0.01$ را که دارای بار الکتریکی $2 \mu\text{C}$ است. درون میدان الکتریکی یکنواختی از نقطه A رها می‌کنیم و پس از مدتی تندی آن به 4 m/s می‌رسد. اگر پتانسیل نقطه A برابر با 160 V باشد، پتانسیل نقطه B چند ولت است؟ (از نیروی وزن صرف نظر شود)

(۲) ۱۸۰

(۱) ۱۲۰

(۴) ۱۴۰

(۳) ۲۰۰

برای ذخیره بار در خازنی $36 \mu\text{J}$ انرژی مصرف می‌شود. اگر بدون در نظر گرفتن اتلاف انرژی، بخواهیم بار ذخیره‌ای این خازن را $40 \mu\text{C}$ دیگر افزایش دهیم باید $144 \mu\text{J}$ دیگر انرژی مصرف کنیم. ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟

(۲) $\frac{400}{9}$ (۱) $\frac{9}{200}$ (۴) $\frac{9}{400}$ (۳) $\frac{200}{9}$

دو بار الکتریکی در فاصله‌ای مشخص به یکدیگر نیروی F را وارد می‌کنند. اگر بار اول $1/5$ برابر و بار دوم دو برابر حالت اول خود شوند و فاصله بین این دو بار 3 برابر شود، بارهای الکتریکی به یکدیگر نیروی F' را وارد خواهند کرد. مقدار $\frac{F}{F'}$ کدام خواهد بود؟

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) ۳

(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) ۱

دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 2\mu\text{C}$ و $q_2 = -2\mu\text{C}$ به فاصله r از یکدیگر قرار دارند. اگر نصف یکی از بارها را برداریم و به دیگری اضافه کنیم و دو بار را به فاصله $\frac{r}{2}$ از هم قرار می‌دهیم. اندازه نیرویی که دو بار به یکدیگر وارد می‌کنند، در مقایسه با حالت قبل چندبرابر می‌شود؟

(۲) ۳

(۱) ۱

(۴) $\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{1}{4}$

چگالی سطحی بار الکتریکی کره‌ای فلزی به قطر به یک متر، $5\mu\text{C}/\text{m}^2$ است. بار الکتریکی موجود در سطح کره چند میکروکولن است؟

(۲) $7/5\pi$ (۱) 5π

(۴) ۱۵

(۳) $12/5$

کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) بار الکتریکی هر جسم همواره مضرب درستی از بار بنیادی است.

(۲) بار الکتریکی خلق یا نابود نمی‌شود بلکه از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌شود.

(۳) نوع باری که دو جسم بر اثر مالش پیدا می‌کنند، به اندازه آن‌ها بستگی ندارد.

(۴) با نزدیک شدن یک میله مثبت به الکتروسکوپ مثبت، تیغه‌های الکتروسکوپ ابتدا به هم نزدیک و سپس از یکدیگر دور می‌شوند.

اگر جسم A و B را به هم مالش دهیم، A بار منفی و B بار مثبت پیدا می‌کند. اگر جسم B و C را به هم مالش دهیم، B بار مثبت و C بار منفی پیدا می‌کند و اگر جسم A را با جسم C مالش دهیم، A بار منفی و C بار مثبت پیدا می‌کند. باتوجه به جدول سری الکتریسیته مالشی، تعیین کنید کدام گزینه می‌تواند شامل اجسام A و B و C به ترتیب باشد:

جهت کاهش الکترون خواهی ↑	شیشه
	ابریشم
	کهریا

(۲) ابریشم - شیشه - کهریا

(۱) کهریا - ابریشم - شیشه

(۴) ابریشم - کهریا - شیشه

(۳) کهریا - شیشه - ابریشم

در شکل زیر اگر نیرویی که از طرف بار الکتریکی $+q_A$ به بار الکتریکی $+q_B$ وارد می‌شود، قرینه برآیند نیروهای وارد بر بار $+q_B$ از طرف دو بار $+q_A$ و q_C باشد، کدام گزینه صحیح است؟



$$q_C = +2q_A \quad (1)$$

$$q_C = -2q_A \quad (2)$$

$$q_C = \frac{+q_A}{2} \quad (3)$$

$$q_C = \frac{-q_A}{2} \quad (4)$$

خازن تختی با عایقی با ثابت دی‌الکتریک ۲، دارای ظرفیت $4 \times 10^{-2} \mu F$ و به اختلاف پتانسیل ۲۰۰ ولت وصل است. اگر در این وضعیت عایق از بین دو صفحه خازن خارج شود، ظرفیت و بار خازن به ترتیب برابر است با:

$$4 \mu C, 4 \times 10^{-2} \mu F \quad (2) \qquad 4 \mu C, 2 \times 10^{-2} \mu F \quad (1)$$

$$8 \mu C, 16 \times 10^{-2} \mu F \quad (4) \qquad 8 \mu C, 4 \times 10^{-2} \mu F \quad (3)$$

در نزدیکی زمین میدان الکتریکی به اندازه 150 N/C وجود دارد. پروتونی در نزدیکی سطح زمین در راستای قائم رها می‌شود اگر تنها نیروی مؤثر وارد بر آن، نیروی الکتریکی باشد در جابه‌جایی ۲۰۰ متر، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی آن ژول است و اختلاف پتانسیل بین دو نقطه می‌یابد. (جهت میدان الکتریکی زمین از بالا به پایین است)

$$30 \text{ کیلوولت افزایش} \quad (1) \qquad 30 \text{ کیلوولت کاهش} \quad (2)$$

$$30 \text{ کیلوولت افزایش} \quad (3) \qquad 30 \text{ کیلوولت کاهش} \quad (4)$$

در آزمایش قطره - روغن میلیکان جرم یک قطره روغن $12/8 \times 10^{-15} \text{ kg}$ و میدان الکتریکی بین دو ورقه فلزی که قطره روغن مابین آن‌ها معلق است $1/5 \times 10^5 \text{ N/C}$ می‌باشد. تعداد الکترون‌هایی که قطره روغن جذب کرده یا از دست داده کدام است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$, $e = 1/6 \times 10^{-19}$)

$$8 \times 10^{10} \quad (2) \qquad 8 \quad (1)$$

$$8 \times 10^8 \quad (4) \qquad 8 \times 10^{15} \quad (3)$$

دو بار الکتریکی همنام و مساوی در فاصله D ، یکدیگر را با نیروی F می‌رانند. این دو بار را باید در چه فاصله‌ای از هم قرار دهیم تا با نیروی $\frac{F}{3}$ یکدیگر را برانند؟

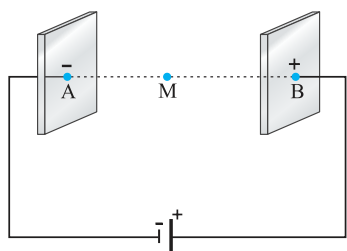
$$d\sqrt{3} \quad (2) \qquad d\sqrt{\frac{3}{3}} \quad (1)$$

$$3d \quad (4) \qquad \frac{d}{3} \quad (3)$$



۵۶

در شکل زیر، میدان الکتریکی بین دو صفحه یکنواخت است. الکترونی از صفحه منفی می شود و در نقطه B به صفحه مقابل می رسد. تندی الکترون در نقطه B چند برابر تندی آن در نقطه M (وسط فاصله AB) است؟



(۱) $2\sqrt{2}$

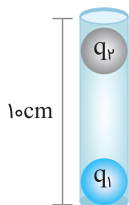
(۲) $\sqrt{2}$

(۳) ۲

(۴) ۴

در شکل زیر دو بار الکتریکی $q_1 = -5 \mu C$ و q_2 درون استوانه در حال تعادل اند. اگر جرم این بارها به ترتیب $m_1 = 5 \text{ g}$ و $m_2 = 18 \text{ g}$ باشد، نوع و اندازه بار الکتریکی q_2 به ترتیب کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9$)

۵۷



(۱) منفی، $0.04 \mu C$

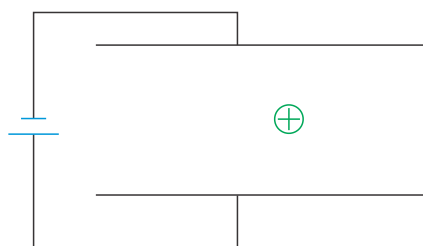
(۲) مثبت، $400 \mu C$

(۳) مثبت، $0.4 \mu C$

(۴) منفی، $400 \mu C$

مطابق شکل ذره‌ای با بار الکتریکی $+5 \text{ nC}$ بین دو صفحه رسانای موازی که به دو پایانه باتری متصل اند و میدان الکتریکی بین آن‌ها $4 \times 10^5 \text{ N/C}$ است، معلق است. جرم ذره برحسب گرم کدام است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

۵۸



(۱) ۲

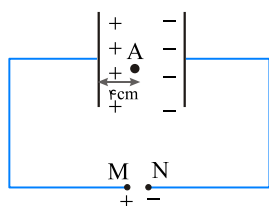
(۲) ۴

(۳) 0.2

(۴) 0.4

در شکل زیر، دو صفحه رسانای موازی در فاصله ۱۲ سانتی‌متری هم قرار دارند و نقطه A بین این دو صفحه مشخص شده است. اگر پتانسیل الکتریکی نقاط M و N به ترتیب صفر و ۶۰ ولت باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت است؟

۵۹



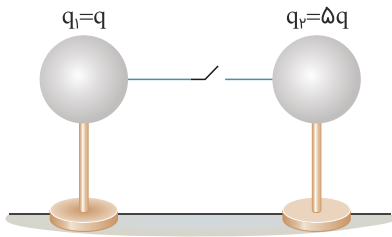
(۱) ۲۰

(۲) ۳۵

(۳) ۴۰

(۴) ۴۵

در شکل زیر، دو کره رسانای مشابه روی پایه‌های عایق قرار دارند. پس از وصل کلید K، نیروی الکتریکی بین آن‌ها چندبرابر می‌شود؟



- (۱) $\frac{5}{9}$
 (۲) $\frac{9}{5}$
 (۳) $\frac{3}{5}$
 (۴) $\frac{5}{3}$

چه تعداد از موارد زیر در مورد عنصرهای گروه ۱۴ جدول تناوبی درست هستند؟

(الف) ژرمانیم یک شبه‌فلز عضو این گروه است که در اثر ضربه خرد می‌شود.
 (ب) عنصری با عدد اتمی ۵۰ در این گروه وجود دارد که رسانایی گرمایی و الکتریکی بالایی دارد.
 (پ) دو عنصر اول این گروه در برابر ضربه و واکنش با اتم‌های دیگر رفتار مشابهی نشان می‌دهند.
 (ت) آخرین عنصر این گروه جامدی شکل‌پذیر است که رسانای خوب گرما و الکتریسیته می‌باشد.

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

کدام ترکیب، ایزومر سیکلوهگزان است و نام آن درست بیان شده است؟

- (۱) $\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{CH} = \text{CH} - \text{CH}_2 - \text{CH}_3$ - هگزن
 (۲) $\text{CH}_3 - \text{CH} = \text{CH} - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_3$ - هگزن
 (۳) $\text{CH}_3 - \text{CH} - \text{CH} - \text{CH}_3$ - دی‌متیل بوتان
 $\begin{array}{c} | \quad | \\ \text{CH}_3 \quad \text{CH}_3 \end{array}$
 (۴) $\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{CH} - \text{CH}_3$ - اتیل بوتان
 $\begin{array}{c} | \\ \text{C}_2\text{H}_5 \end{array}$

از سوختن ۲۷ گرم از یک آلکین، ۲۷ گرم بخار آب طبق واکنش زیر حاصل می‌شود. فرمول مولکولی آلکین کدام است؟
 $(\text{C} = ۱۲, \text{H} = ۱, \text{O} = ۱۶ : \text{g.mol}^{-1})$

گاز کربن دی‌اکسید + بخار آب → گاز اکسیژن + آلکین

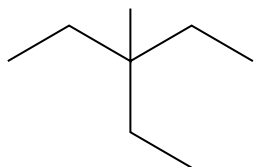
- (۱) C_3H_4
 (۲) C_4H_6
 (۳) C_5H_8
 (۴) C_6H_{10}



کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) جامد عنصر ^{15}P همانند گوگرد جامدی زردرنگ است.
- (۲) کلر گازی زردرنگ است که جریان برق را از خود عبور نمی‌دهد.
- (۳) سطح گوگرد همانند کربن، کدر است.
- (۴) فلزات قابلیت مفتول شدن دارند و می‌توان از آن‌ها سیم تهیه کرد.

عبارت کدام گزینه درست است؟



- (۱) سوخت فندک، گاز پروپان است که تحت فشار پیر شده‌اند.
- (۲) نام ترکیب بالا ۳-متیل-۳-اتیل پنتان است.
- (۳) نفت سفید شامل آلکان‌هایی با ۸ تا ۱۰ اتم کربن است.
- (۴) هر ماده‌ای که ظرفیت گرمایی بالاتری داشته باشد، مقاومتش در برابر تغییر دما بیشتر است.

چه تعداد از عبارات زیر درست هستند؟

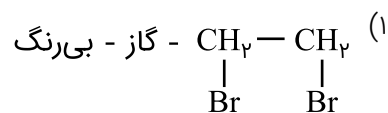
- (الف) اگر چربی موجود در تکه‌ای گوشت با بخار برم واکنش دهد، نشان‌دهنده این موضوع است که چربی موجود در این گوشت سیرنشده می‌باشد.
- (ب) آلکین‌ها برخلاف آلکن‌ها سیرنشده هستند.
- (پ) بنزن، نفتالن و سیکلوهگزان جزو هیدروکربن‌های آروماتیک محسوب می‌شوند.
- (ت) نفتالن به‌عنوان ضدبید برای نگهداری فرش و لباس کاربرد داشته است.

- | | |
|-------|-------|
| (۱) ۱ | (۲) ۲ |
| (۳) ۳ | (۴) ۴ |

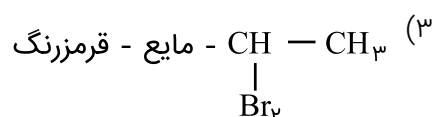
پاسخ درست پرسش‌های زیر پیرامون واکنش بین ساده‌ترین آلکن و برم مایع کدام است؟

- (الف) نام یا ساختار فرآورده حاصل از یک واکنش چیست؟
- (ب) حالت فیزیکی فرآورده واکنش به چه صورتی است؟
- (پ) از واکنش این دو ماده، ماده حاصل به چه رنگی خواهد بود؟

(۲) برمواتان - گاز - قرمز رنگ



(۴) ۱، ۲-دی‌برمواتان - مایع - بی‌رنگ



در اثر سوختن کامل ۱۱/۶ گرم از آلکانی که دارای ۱۳ پیوند اشتراکی در ساختار خود است، چند لیتر گاز در شرایط STP تولید می‌شود؟ ($\text{H} = ۱$, $\text{C} = ۱۲ \text{ g.mol}^{-1}$)

- | | |
|-----------|-----------|
| (۱) ۴۰/۳۲ | (۲) ۸/۹۶ |
| (۳) ۱۷/۹۲ | (۴) ۱۹/۳۶ |

۷۳ چه تعداد از عبارات‌های زیر جمله "نمی‌توان گفت " را به درستی تکمیل می‌کند؟ ($C = 12$, $H = 1$: $g.mol^{-1}$)
 الف) اختلاف شعاع اتمی Si با Cl بیشتر از Al با Si است.
 ب) به دلیل اینکه واکنش‌پذیری آلومینیم بیشتر از آهن است، استخراج فلز آلومینیم دشوارتر می‌باشد.
 پ) همهٔ هیدروکربن‌هایی که درصد جرمی کربن در آن‌ها یکسان بوده و تقریباً برابر $85/7\%$ است، سیر نشده هستند.

- ۱ (۱) ۲ (۲)
 ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۷۴ همهٔ گزینه‌های زیر درست هستند؛ به جز

- ۱) فلزهای دستهٔ d همانند فلزهای دستهٔ s و p، قابلیت ورقه شدن دارند.
 ۲) به علت وجود یون‌های فلزات واسطه در شیشه‌ها، شیشه‌های رنگی شکل می‌گیرند.
 ۳) تمامی فلزات واسطه ظرفیت‌های متغیری دارند.
 ۴) اغلب فلزهای واسطه در طبیعت به شکل ترکیب یافت می‌شوند.

۷۵ کدام گزینه عبارتی نادرست است؟

- ۱) شبکهٔ بلوری آرایش سه‌بعدی ذرات را فقط در یک حالت فیزیکی نمایش می‌دهد.
 ۲) فرمول شیمیایی در هر ترکیب برابر با ساده‌ترین نسبت کاتیون به آنیون سازندهٔ آن است.
 ۳) اختلاف شعاع اتم کلر با یون آن بیشتر از اختلاف شعاع اتم فلورئور با یون پایدار آن است.
 ۴) در گروه دوم و ردیف دوم بزرگ‌ترین شعاع یون پایدار مربوط به عنصری است که بزرگ‌ترین شعاع اتمی را هم دارد.

۷۶ باتوجه به آرایش الکترونی آخرین زیر لایهٔ هریک از اتم‌های داده شده، کدام مقایسه نادرست است؟

- ۱) شعاع اتمی: $2p^5 > 3p^1 > 2p^5$
 ۲) واکنش‌پذیری: $2p^5 > 2p^4 > 2p^6$
 ۳) خصلت نافلزی: $2p^5 > 2p^4 > 3p^4$
 ۴) رسانایی الکتریکی: $3p^1 > 2p^2 > 3s^1$

۷۷ در مورد عنصرهای گروه ۱۴ جدول، کدام مطلب نادرست است؟

- ۱) همهٔ این عنصرها رسانایی الکتریکی دارند.
 ۲) سیلیسیم و ژرمانیم شبه‌فلز بوده و در اثر ضربه خرد می‌شوند.
 ۳) در این گروه هر سه عنصر فلز، نافلز و شبه‌فلز وجود دارند.
 ۴) ژرمانیم همانند قلع در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون از دست می‌دهد.

۷۸ به مخلوطی از FeO و Na₂O به وزن ۶/۵ گرم با کربن گرما داده می‌شود. اگر گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در شرایط STP، برابر با ۳۳۶ میلی‌لیتر حجم داشته باشد، مقدار FeO و نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در مخلوط اولیه کدام است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید، $O = 16$, $Na = 23$, $Fe = 56$: $g.mol^{-1}$)

- ۱ (۱) ۲/۱۶ ، ۱/۷
 ۲ (۲) ۲/۳ ، ۲/۱۶
 ۳ (۳) ۲/۳ ، ۳/۱۶
 ۴ (۴) ۱/۷ ، ۳/۱۶

- (۱) اکثر مواد مصنوعی همانند تمام مواد طبیعی از زمین به دست می‌آیند.
- (۲) برقراری ارتباط میان داده‌ها و یافتن الگو و روندها مهم‌ترین گام در پیشرفت علم است.
- (۳) بنیادی‌ترین ویژگی عناصر، عدد جرمی است.
- (۴) گرما دادن و افزودن مواد به یکدیگر همواره سبب بهبود خواص آن‌ها می‌شود.

چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

- (الف) هرچه فلز فعال‌تر باشد، میل بیشتری به ایجاد ترکیب دارد و از ترکیب‌هایش پایدارتر است.
- (ب) فلزها از جمله هدایای زمینی هستند که همگی در طبیعت به شکل سنگ معدن یافت می‌شوند.
- (پ) وقتی به ازای ۶۰ گرم از ماده‌ای ناخالص، ۲۰ گرم ماده خالص داشته باشیم، درصد خلوص آن ماده $\frac{3}{33}\%$ خواهد بود.
- (ت) درصد خلوص ماده‌ای که در هر ۲۵۰ گرم آن ۲۲۰ گرم ناخالصی وجود دارد، ۸۸ درصد است.

(۱) ۱

(۲) ۳

(۴) ۴

(۳) ۲





استاد علیرضا افشار

”همایش ها“

@hamayesh_dr_afshar



گزینه ۱

۱

شیب خط $y = 3x - 4$ برابر ۳ است و خطی که با این شیب از نقطه $P(2, -1)$ می‌گذرد، دارای معادله زیر می‌باشد:

$$y + 1 = 3(x - 2) \Rightarrow y = 3x - 7$$

حال نقطه‌ای که مختصات آن در این خط صدق می‌کند، نقطه $(3, 2)$ است.

گزینه ۱

۲

$x = -1$ را در معادله قرار می‌دهیم.

$$x = -1 \Rightarrow \frac{m}{-2} = \frac{-2+1}{m-1} \Rightarrow m^2 - m = 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-2) = 1 + 8 = 9$$

$$m = \frac{-(-1) \pm 3}{2(1)} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{2}{2} = 1 \\ m_2 = \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$$



دو ضلع مجاور مستطیل بر هم عمودند:

$$\begin{cases} L_1 : 2x + y = 3 \\ L_2 : x - ay = -1 \end{cases} \quad L_1 \perp L_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} \times (-2) = -1 \Rightarrow a = 2$$

حال دو ضلع را قطع می‌دهیم:

$$\begin{cases} L_1 : 2x + y = 3 \\ L_2 : x - 2y = -1 \end{cases} \Rightarrow B(1, 1)$$

نقطه A روی هیچ کدام از خطوط داده شده مسئله قرار ندارد، پس A رأس مقابل B خواهد بود.
فاصله A از B را محاسبه می‌کنیم، تا قطر مستطیل به دست آید.

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{(1+1)^2 + (1-1)^2} = 2$$



اگر مثلث در رأس A قائمه باشد، آنگاه دو ضلع AB و AC بر هم عمودند یعنی شیب هایشان عکس و قرینه‌اند.

$$m_{AB} = \frac{4-1}{1-2} = -3, \quad m_{AC} = \frac{b-1}{4-2} = \frac{b-1}{2}$$

$$AB \perp AC \Rightarrow \frac{b-1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \frac{5}{3}$$

روش اول:

چون مثلث قائم‌الزاویه است مساحت مثلث به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S = \frac{1}{2} |AB| \times |AC|$$

$$|AB| = \sqrt{(2-1)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

$$|AC| = \sqrt{(2-4)^2 + (1-\frac{5}{3})^2} = \sqrt{4+\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{40}{9}} = \frac{2\sqrt{10}}{3}$$

$$S = \frac{1}{2} \times \sqrt{10} \times \frac{2\sqrt{10}}{3} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

روش دوم:

نکته: به کمک مختصات رئوس، مساحت قابل محاسبه است.

$$S = \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$$

$$S = \frac{1}{2} \times |2(4 - \frac{5}{3}) + 1(\frac{5}{3} - 1) + 4(1 - 4)|$$

$$= \frac{1}{2} \times |\frac{14}{3} + \frac{2}{3} - 12| = \frac{1}{2} \times \frac{20}{3} = \frac{10}{3}$$

ابتدا معادله خطی که از دو نقطه A (۳, ۱) و B (۱, ۲) می‌گذرد را به دست می‌آوریم.

$$m = \frac{1-2}{3-1} = \frac{-1}{2} \Rightarrow L: y - 1 = \frac{-1}{2}(x - 3) \Rightarrow 2y + x = 5$$

$$\text{محل تلاقی با محور طول‌ها} \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x = 5$$

ابتدا معادله خط را به صورت $4y + 3x - k = 0$ می‌نویسیم. طبق فرمول فاصله نقطه از خط، داریم:

$$AH = \frac{|4(3) + 3(1) - k|}{\sqrt{16+9}} = 4 \Rightarrow \frac{|15 - k|}{5} = 4 \Rightarrow |15 - k| = 20$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 15 - k = 20 \Rightarrow k = -5 \\ 15 - k = -20 \Rightarrow k = 35 \end{cases}$$

جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت $a_n = a_1 r^{n-1}$ می‌باشد:

$$\begin{cases} a_4 = \frac{1}{4} \\ a_7 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 r^3 = \frac{1}{4} \\ a_1 r^6 = 2 \end{cases}$$

طرفین تقسیم بر هم:

$$r^{-3} = \frac{1}{8} \Rightarrow r = 2$$

$r = 2$ را در یکی از رابطه‌ها قرار می‌دهیم:

$$a_1 r^3 = \frac{1}{4}$$

$$a_1 (8) = \frac{1}{4} \Rightarrow a_1 = \frac{1}{32}$$

مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی از رابطه $S_n = a_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$ به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} S_n = \frac{31}{32} &\Rightarrow \frac{31}{32} = \frac{1}{32} \times \frac{1-2^n}{1-2} \Rightarrow \frac{31}{32} = \frac{-1}{32}(1-2^n) \\ &\Rightarrow 1-2^n = -31 \Rightarrow 2^n = 32 \Rightarrow n = 5 \end{aligned}$$

چون α ، ریشه معادله است، پس:

$$\alpha(\alpha - 1) = m \Rightarrow \alpha^2 - \alpha = m \Rightarrow \alpha^2 = \alpha + m$$

$$x^2 - x - m = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 1 \\ \alpha\beta = -m \end{cases}$$

$$\alpha^2, m-1, \beta \Rightarrow 2(m-1) = \alpha^2 + \beta \xrightarrow[\alpha^2 = \alpha + m]{\text{ریشه معادله است}} 2m - 2 = \alpha + m + \beta$$

$$\Rightarrow 2m - 2 = 1 + m \Rightarrow m = 3$$

$$\alpha\beta = -m = -3$$



تعداد اولیه افراد را x در نظر می‌گیریم. بنابراین در حالت دوم $x - 1$ نفر خواهیم داشت. در حالت اول به هر شخص $\frac{1}{x}$ یک و در حالت دوم $\frac{1}{x-1}$ یک می‌رسد. چون در حالت دوم $\frac{1}{6}$ یک بیشتر از دفعه قبل به هر شخص رسیده، بنابراین داریم:

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{6}$$

مخرج مشترک‌گیری:

$$\frac{x - (x-1)}{x(x-1)} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{x - x + 1}{x(x-1)} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow x(x-1) = 6 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 3 \checkmark, x = -2 \times$$

تعداد نفرات نمی‌تواند منفی باشد.

تعداد نفرات جدید: $3 - 1 = 2$

$$x = \frac{1}{4 - \sqrt{15}} = \frac{4 + \sqrt{15}}{(4 - \sqrt{15})(4 + \sqrt{15})} = 4 + \sqrt{15}$$

$$\Rightarrow 2x = 8 + 2\sqrt{15} = 8 + \sqrt{60}$$

$$A = [x] + [2x] = [4 + \sqrt{15}] + [8 + \sqrt{60}] = 4 + [\sqrt{15}] + 8 + [\sqrt{60}]$$

$$= 12 + 3 + 7 = 22$$

$$AB = \sqrt{(4-2)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{5}, BC = \sqrt{(3-4)^2 + (0+2)^2} = \sqrt{5}$$

$$CD = \sqrt{(1-3)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{5}, AD = \sqrt{(1-2)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{5}$$

طول اضلاع چهار ضلعی باهم برابر است، پس چهار ضلعی مربع یا لوزی می‌باشد.

$$m_{AB} = \frac{-2+1}{4-2} = -\frac{1}{2}, m_{BC} = \frac{0+2}{3-4} = -2$$

از آن‌جا که دو ضلع مجاور بر هم عمود نیستند، پس لوزی است.

اول:

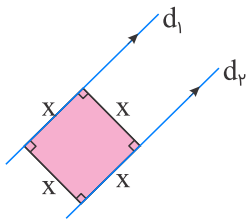
$$\begin{cases} s = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \Rightarrow s = \frac{5}{2} \\ p = \alpha \times \beta = \frac{c}{a} \Rightarrow p = \frac{1}{2} \end{cases}$$

دوم:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta}{\alpha^2} &= \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\beta^2 \alpha^2} = \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{(\alpha\beta)^2} \\ &= \frac{s^3 - 3ps}{p^2} = \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^3 - 3 \times \frac{1}{2} \times \frac{5}{2}}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\frac{125}{8} - \frac{15}{4}}{\frac{1}{4}} \end{aligned}$$

با ضرب صورت و مخرج در ۸ داریم:

$$\frac{125 - 30}{2} = \frac{95}{2}$$



$$d_1 : 3x + 2y - 1 = 0$$

$$d_2 : 3x + 2y - \frac{5}{2} = 0$$

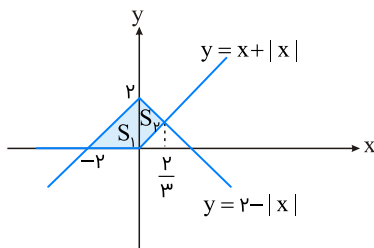
$$x = \frac{\left| -\frac{5}{2} + 1 \right|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{13}} = \frac{3}{2\sqrt{13}}$$

$$S_{\text{مربع}} = x^2 = \left(\frac{3}{2\sqrt{13}}\right)^2 = \frac{9}{52}$$



باتوجه به شکل طول رأس سهمی ۴ است، بنابراین باید $-\frac{b}{2a} = 4$ باشد. گزینه‌های "۳" و "۴" این ویژگی را دارند. اما در گزینه "۱"، $-\frac{b}{2a} = 2$ و در گزینه "۲"، $-\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$ پس این گزینه‌ها رد می‌شود. همچنین باتوجه به شکل، تابع دارای دو ریشه است، بنابراین تابع گزینه "۳"، به دلیل اینکه ریشه ندارد، ($\Delta = 64 - 4(-1)(-51) < 0$) رد می‌شود و فقط گزینه "۴" دارای تمام شروط لازم است.

$$y = x + |x| = \begin{cases} 2x & ; x \geq 0 \\ 0 & ; x < 0 \end{cases}, \quad y = 2 - |x| = \begin{cases} 2 - x & ; x \geq 0 \\ x + 2 & ; x < 0 \end{cases}$$

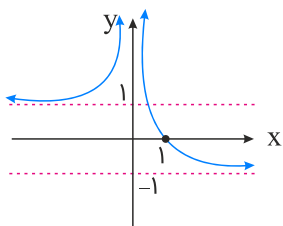


$$2 - x = 2x \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$S = S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 2 = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$



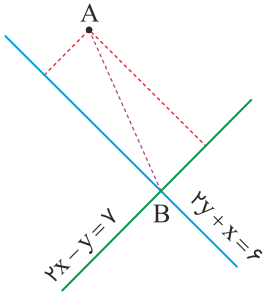
$$f(x) = \frac{1-x}{|x|} : \begin{cases} x > 0 \Rightarrow f(x) = \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x} - 1 \\ x < 0 \Rightarrow f(x) = \frac{x-1}{x} = 1 - \frac{1}{x} \end{cases}$$



$$\sqrt{x-4} - 1 = 0 \Rightarrow x = 5 \quad (\text{ریشهٔ مخرج})$$

$$x - 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4 \Rightarrow D = [4, +\infty) - \{5\}$$

چون مختصات نقطه $A(2, 3)$ روی خطوط $L: 2y + x = 6$ و $L': 2x - y = 7$ صدق نمی‌کند پس نمودار مستطیل به صورت زیر خواهد بود.



حال برای به دست آوردن معادله خط گذرا از A و B یعنی L'' ، باید ابتدا مختصات نقطه B (محل تلاقی خطوط L و L') را به دست آوریم.

$$\begin{cases} L: 2y + x = 6 \\ L': -y + 2x = 7 \end{cases} \Rightarrow x = 4, y = 1 \Rightarrow B(4, 1)$$

حال معادله خط L'' را به دست می‌آوریم:

$$m_{AB} = \frac{1 - 3}{4 - 2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$L'': AB \text{ قطر} : y - 1 = -1(x - 4) \Rightarrow y = -x + 5$$

$$\text{محل تلاقی با محور } x \text{ ها} : y = 0 \Rightarrow x = 5$$

$$a < 0, b > 0, c > 0 \Rightarrow \begin{cases} abc < 0 \\ \sqrt{a^2} = |a| = -a \\ |a + b| \neq |a| + |b| \end{cases}$$

$$\frac{1}{2 - \sqrt{1+x}} + \frac{1}{2 + \sqrt{1+x}} = \frac{2}{x^2 - 9}$$

$$\Rightarrow \frac{2 + \sqrt{1+x} + 2 - \sqrt{1+x}}{(2 - \sqrt{1+x})(2 + \sqrt{1+x})} = \frac{2}{x^2 - 9} = \frac{2}{(x+3)(x-3)}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{\underbrace{(4 - 1 - x)}_{3-x}} = \frac{2}{(x+3)(x-3)} \xrightarrow{x \neq 3} \frac{-4}{x-3} = \frac{2}{(x+3)\cancel{(x-3)}}$$

$$\Rightarrow x+3 = \frac{-1}{2} \Rightarrow x = \frac{-7}{2}$$

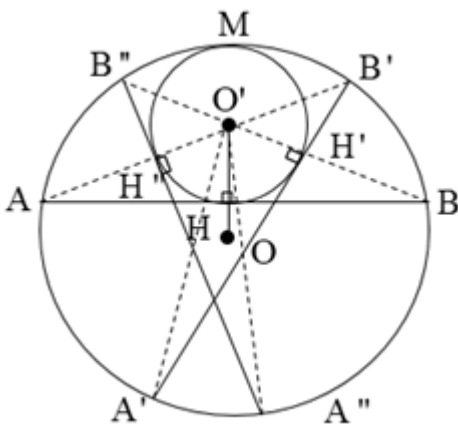
حال کافی است بررسی کنیم که x به دست آمده در دامنه قرار دارد یا نه. چون عبارت زیر رادیکال همواره نامنفی است، داریم:

$$1+x \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$$

$$x = \frac{-7}{2} \notin [-1, +\infty) \Rightarrow \text{معادله جواب ندارد}$$



الف) دو دایره با شعاع‌های ۲ و ۵ که دارای وضعیت مماس داخل هستند را رسم می‌کنیم:



$$R = 5, R' = 2 = O'H = O'H' = O'H''$$

$$OO' = 3, OH = 1$$

با توجه به شکل رسم شده و وضعیت دو دایره وترهایی را مشخص می‌کنیم که به اندازه $4\sqrt{6}$ بوده و به دایره کوچکتر مماس هستند.

$$۱) S_{O'AB} = \frac{1}{2} AB \times O'H = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{6} \times 2 = 4\sqrt{6}$$

$$S_{O'AB} = \frac{1}{2} AH \times O'H + \frac{1}{2} BH \times O'H = \frac{1}{2} \times AH \times 2 + \frac{1}{2} BH \times 2 = AB = 4\sqrt{6}$$

$$۲) S_{O'B'A'} = A'B' = 4\sqrt{6}$$

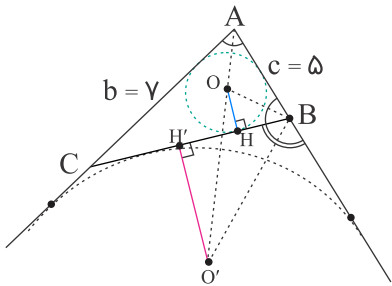
$$۳) S_{O'A''B''} = A''B'' = 4\sqrt{6}$$

بنابراین ۳ وتر به طول $4\sqrt{6}$ می‌توان رسم کرد.

باتوجه به فرض سؤال، نقطه O مرکز دایره محاطی داخلی مثلث و نقطه O' مرکز دایره محاطی خارجی نظیر BC است. از O و O' بر BC عمود می‌کنیم. پس نقاط H و H' محل تماس این دایره‌ها با ضلع BC می‌باشند و داریم:

$$P = \frac{AB + AC + BC}{2}$$

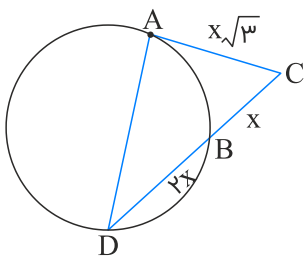
$$\left. \begin{array}{l} BH = P - b \\ BH' = P - c \end{array} \right\} \Rightarrow HH' = BH' - BH = (P - c) - (P - b) = b - c = 2$$



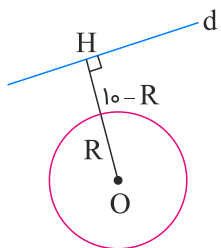
$$\begin{cases} RM \cdot RN = RQ \cdot RS \Rightarrow (x - 2)x = 2 \times 7/5 \Rightarrow x = 5 \\ PT^2 = PM \cdot PN \Rightarrow (\lambda\sqrt{2})^2 = y(y + 2x - 2) \Rightarrow y = \lambda \end{cases} \Rightarrow xy = 40$$

فرض کنیم $BC = x$. پس $AC = x\sqrt{3}$ و طبق روابط طولی در دایره، داریم:

$$\begin{aligned} AC^2 &= CB \cdot CD \Rightarrow 3x^2 = x \times CD \Rightarrow CD = 3x \Rightarrow DB = 3x - x = 2x \\ \Rightarrow \frac{DB}{BC} &= 2 \end{aligned}$$



مطابق شکل و طبق فرض سؤال ($OH = ۱۰$)، فاصله نزدیکترین نقاط دایره تا خط برابر با $R - ۱۰$ است.



می‌دانیم کمان‌های محصور بین دو وتر موازی در یک دایره باهم برابرند، یعنی:

$$DC \parallel AB \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC} \Rightarrow \widehat{AD} + \widehat{DC} + \widehat{CB} = ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۲\widehat{AD} + ۱۰۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = ۴۰^\circ$$

زاویه x برای مثلث OAM زاویه خارجی است، بنابراین:

$$x = \underbrace{\widehat{A}}_{\text{محاطی}} + \underbrace{\widehat{MOA}}_{\text{مرکزی}} = \frac{\widehat{BC}}{۲} + \widehat{AD} = ۲۰^\circ + ۴۰^\circ = ۶۰^\circ$$

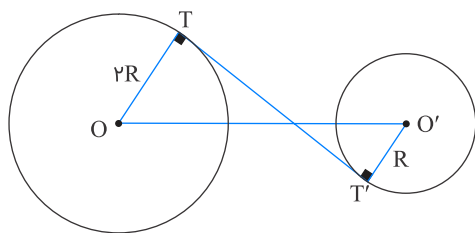
نکته: در مثلث قائم‌الزاویه اگر a وتر، r_a شعاع بزرگ‌ترین دایره محاطی خارجی و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد، آنگاه:

$$r_a = r + a$$

در مثلث قائم‌الزاویه، شعاع دایره محیطی نصف وتر است؛ پس طول وتر در این مثلث برابر ۳۴ می‌باشد.

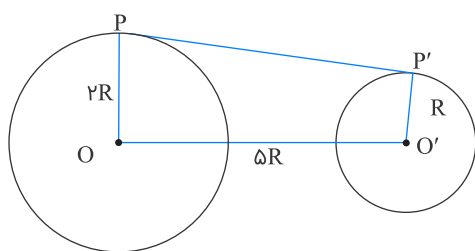
$$r_a = r + a \Rightarrow r_a = ۳۴ + ۶ = ۴۰$$





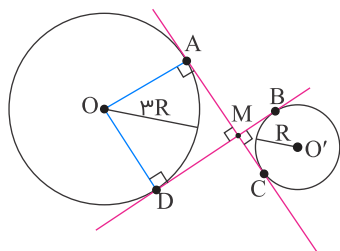
$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R + 2R)^2}$$

$$\Rightarrow 16R^2 = OO'^2 - 9R^2 \Rightarrow OO' = 5R$$



$$PP' = \sqrt{OO'^2 - (2R - R)^2}$$

$$\Rightarrow PP' = \sqrt{25R^2 - R^2} = 2\sqrt{6}R$$



باتوجه به شکل OAMD مربع است (OA = OD و تمامی زوایا قائمه‌اند)، پس OM برابر است با $\sqrt{2} \times 3R$. به دلیل مشابه O'BMC نیز مربع است، پس O'M برابر است با $\sqrt{2} \times R$. درنتیجه خط‌المرکزین برابر است با $R \times 4\sqrt{2}$.

$$\text{مماس خارجی} = \sqrt{(4\sqrt{2}R)^2 - (2R)^2} = \sqrt{32R^2 - 4R^2} = \sqrt{28R^2} = 2\sqrt{7}R$$

در چهار ضلعی محاطی، مجموع زوایای روبه‌رو برابر 180° است؛ بنابراین از جمع دو رابطه داریم:

$$\hat{A} + \hat{D} + \hat{A} + \hat{B} = 410^\circ \Rightarrow 2\hat{A} + 180^\circ = 410^\circ \Rightarrow 2\hat{A} = 230^\circ \Rightarrow \hat{A} = 115^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - \hat{A} = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

$$A \cup (B - A) = A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap \underbrace{(A \cup A')}_{U} = A \cup B$$

$$\Rightarrow A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B$$

گزاره $p \wedge \sim q$ درست است، پس p درست و q نادرست می‌باشد. باتوجه‌به صورت مسئله داریم:

$$p: a + b < 0, \quad q: ab \leq 0$$

حال چون q نادرست است، پس $ab > 0$ یعنی a و b هم‌علامت‌اند. از طرفی p درست است، پس $a + b < 0$. بنابراین a و b هر دو منفی هستند.

می‌دانیم:

$$\sim (\forall x \in A; p(x)) \equiv \exists x \in A; \sim p(x)$$

بنابراین:

$$\sim (\forall x, y \in Q; \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 2\sqrt{xy})$$

$$\equiv \exists x, y \in Q; \sqrt{x} + \sqrt{y} < 2\sqrt{xy}$$

نکته:

$$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A)$$

$$A \cap B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$n[(A \times B) \cap (B \times A)] = n[(A \cap B) \times (B \cap A)] = [n(A \cap B)]^2 = 5 \times 5 = 25$$

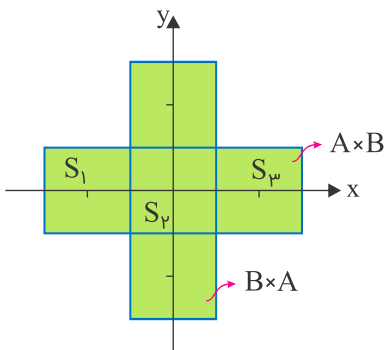
الف) $((p \wedge \sim p) \Rightarrow q) \equiv (F \Rightarrow q) \equiv T$

ب) $(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q \equiv \sim (p \wedge (\sim p \vee q)) \vee q$

$[\equiv \sim ((p \wedge \sim p) \vee (p \wedge q)) \vee q \equiv \sim (p \wedge q) \vee q \equiv \sim p \vee \sim q \vee q \equiv T$

ج) $((p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow (q \Leftrightarrow q)) \equiv ((p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow T) \equiv T$

مساحت ناحیه محدود $= S_1 + S_2 + S_3 = (2 \times 2) + (2 \times 6) + (2 \times 2) = 20$



مثال نقض گزینه ۳:

$x = 7 \Rightarrow \nexists y \in \mathbb{N}, 7 + y \leq 6$

گزینه های دیگر، همگی درست هستند.

جدول ارزش n گزاره، ۲ⁿ حالت دارد.

گزاره	p	q	r	گزاره	p	q	r
۱	د	د	د	۵	ن	د	د
۲	د	د	ن	۶	ن	د	ن
۳	د	ن	د	۷	ن	ن	د
۴	د	ن	ن	۸	ن	ن	ن

پس جدول ارزش سه گزاره، دارای ۸ حالت است. سوال شده که در چند حالت حداقل دو گزاره درست است، یعنی از سه گزاره یا باید دو گزاره یا هر سه گزاره درست باشند. باتوجه به جدول رسم شده، پاسخ ۴ (گزینه ۳) است.



$$۱) (p \wedge q) \vee (\sim p \vee \sim q) \equiv \underbrace{(p \wedge q)}_r \vee (\sim \underbrace{(p \wedge q)}_r) \equiv r \vee \sim r \equiv T$$

$$۲) (p \wedge q) \wedge (\sim p \wedge \sim q) \equiv \underbrace{(p \wedge \sim p)}_F \wedge \underbrace{(q \wedge \sim q)}_F \equiv F \wedge F \equiv F \quad \checkmark$$

$$۳) (p \vee q) \vee (\sim p \vee \sim q) \equiv \underbrace{(p \vee \sim p)}_T \vee \underbrace{(q \vee \sim q)}_T \equiv T$$

$$۴) (p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim p \vee \sim q$	$(p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$
T	T	F	F	T	F	F
T	F	F	T	T	T	T
F	T	T	F	T	T	T
F	F	T	T	F	T	F

گام اول

فرض‌های تست را با زبان ریاضی می‌نویسیم:

$$|A| = ۵, |B| = ۶, |A \cap B| = ۲$$

گام دوم

دو مجموعه $A \cap B'$ و $(A \cup B)'$ را به صورت ساده شده می‌نویسیم:

$$A \cap B' = A - B = A - (A \cap B)$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B = B \cap A' = B - A = B - (A \cap B)$$

پس باید تعداد اعضای مجموعه $|(A - B) \times (B - A)|$ را محاسبه کنیم.

$$|(A - B) \times (B - A)| = |A - B| \times |B - A|$$

$$= (|A| - |A \cap B|) \times (|B| - |A \cap B|) = (۵ - ۲) \times (۶ - ۲) = ۳ \times ۴ = ۱۲$$

باتوجه به اینکه بعد از مالش قطعه لاستیک و موی گربه بار لاستیک منفی می‌شود پس از تماس با الکتروسکوپ، بار الکتروسکوپ منفی می‌شود.

در مورد "الف" پس از مالش شیشه و موی انسان شیشه منفی می‌شود و پس از نزدیک شدن به الکتروسکوپ با در نظر گرفتن روش القا، ورقه‌ها از هم بیشتر دور می‌شوند.

در مورد "ب" پس از مالش پارچه پشمی و قطعه سربی، بار پارچه پشمی مثبت می‌شود و باتوجه به روش القا ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند.

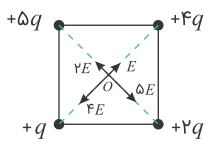
در مورد "پ" پس از مالش پارچه ابریشمی و ظرف تفلون، بار پارچه مثبت می‌شود و پس از نزدیک شدن باز هم طبق القای بار الکتریکی، ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند و "گزینه ۲" درست است.

گلوله در حالت تعادل قرار دارد و با داشتن اندازه میدان الکتریکی و بار می‌توان با استفاده از رابطه زیر مقدار نیروی وارد بر گلوله را بدست آورد:

$$F = Eq \Rightarrow F = 4\sqrt{2} \times 3 \times 10^{-6} = 12\sqrt{2} \times 10^{-6} \text{ N}$$

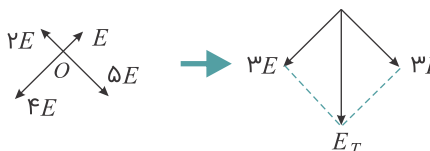
چون بار گلوله مثبت است جهت نیروی وارد بر آن هم در راستای میدان الکتریکی و به سمت چپ است.

با توجه به رابطه $E = k \frac{q}{r^2}$ و یکسان بودن فاصله بارها ($r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r$) تا مرکز مربع خواهیم داشت:



$$\left\{ \begin{array}{l} E = kq/r^2 \\ E_2 = \frac{k(2q)}{r^2} = 2E \\ E_4 = \frac{k(4q)}{r^2} = 4E \\ E_\Delta = \frac{k(\Delta q)}{r^2} = \Delta E \end{array} \right.$$

بنابراین اگر برآیند آن‌ها را در نقطه O رسم کنیم، خواهیم داشت:



$$E_T = \sqrt{(3E)^2 + (3E)^2} = \sqrt{18E^2} = 3\sqrt{2}E$$

اگر بار مثبت در میدان الکتریکی رها شود، به سمت پتانسیل کم تر می‌رود بنابراین $V_B < V_A$ است. از طرفی با حرکت از نقطه A به نقطه B، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش یافته و به انرژی جنبشی آن افزوده می‌گردد پس می‌توان نوشت:

$$\Delta U = -\Delta K = -\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = -\frac{1}{2} \times 0.01 \times 10^{-3} \times (16 - 0) = -8 \times 10^{-5} \text{ J}$$

از طرفی داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_B - 160 = \frac{-8 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-6}} \Rightarrow V_B = 120 \text{ V}$$

$$U = \frac{q^2}{2C} \xrightarrow{C_1=C_2} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{144}{36} = \left(\frac{q_1 + 40}{q_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{12}{6} = \frac{q_1 + 40}{q_1}$$

$$\Rightarrow 2q_1 = q_1 + 40 \Rightarrow q_1 = 40 \mu\text{C}$$

$$U_1 = \frac{q_1^2}{2C} \Rightarrow 2C = \frac{q_1^2}{U_1} = \frac{1600}{36} \Rightarrow C = \frac{400}{9} = \frac{200}{9} \mu\text{F}$$

طبق قانون کولن، نیروی بین دو بار الکتریکی با حاصل ضرب بارها نسبت مستقیم و با مربع فاصله آن‌ها نسبت عکس دارد. بنابراین:

$$\frac{F'}{F} = \frac{q'_1 q'_2}{q_1 q_2} \times \left(\frac{d}{d'}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1/5 q_1 \times 2 q_2}{q_1 q_2} \times \left(\frac{d}{3d}\right)^2 = \frac{3}{2} \times 2 \times \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$$

اما صورت سؤال $\frac{F}{F'}$ را پرسیده بنابراین گزینه "۱" صحیح است.



گام اول

الف) نصف یکی از بارها را برداریم و به دیگری اضافه کنیم $\leftarrow q'_2 = q_2 + \frac{q_1}{2}$ و $q'_1 = q_1 - \frac{q_1}{2}$
 ب) دو بار را به فاصله $\frac{r}{2}$ از هم قرار می دهیم $\leftarrow r' = \frac{r}{2}$
 ج) اندازه نیرویی که دو بار به یکدیگر وارد می کنند، در مقایسه با حالت قبل چند برابر می شود؟ $\leftarrow \frac{F_2}{F_1} = ?$

گام دوم

نیرویی را که دو بار به هم وارد می کنند، در هر دو حالت به دست می آوریم:
 در حالت اول:

$$\begin{cases} F_1 = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \\ q_1 = 2 \mu C \\ q_2 = -2 \mu C \end{cases} \Rightarrow F_1 = \frac{k \times 2 \times (-2)}{r^2} = -\frac{4k}{r^2}$$

در حالت دوم:

$$\begin{cases} F_2 = k \frac{q'_1 q'_2}{(r')^2} \\ q'_1 = q_1 - \frac{q_1}{2} = 2 - 1 = 1 \mu C \\ q'_2 = q_2 + \frac{q_1}{2} = -2 + 1 = -1 \mu C \end{cases} \Rightarrow F_2 = \frac{k q'_1 q'_2}{(r')^2} = \frac{k \times 1 \times (-1)}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = -\frac{4k}{r^2}$$

در نتیجه نسبت $\frac{F_2}{F_1}$ برابر است با:

$$\frac{F_2}{F_1} = 1$$

چگالی سطحی، بار یکای سطح جسم رسانا است.

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{q}{4\pi R^2}$$

از طرفی قطر کره برابر یک متر است؛ پس شعاع آن $\frac{1}{2}$ متر می باشد.

$$\omega \left(\frac{\mu C}{m^2} \right) = \frac{q}{4 \times \pi \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 (m^2)} \Rightarrow \omega = \frac{q}{\pi} \Rightarrow q = \omega \pi \mu C$$

با نزدیک کردن یک میله مثبت به یک الکتروسکوپ مثبت، همواره فاصله بین تیغه های الکتروسکوپ افزایش می یابد.

$$\left. \begin{array}{l} A \text{ الکترون خواهی} > B \text{ الکترون خواهی} \\ C \text{ الکترون خواهی} > B \text{ الکترون خواهی} \\ A \text{ الکترون خواهی} > C \text{ الکترون خواهی} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} A = \text{کهریا} \\ B = \text{شیشه} \\ C = \text{ابریشم} \end{cases}$$

در ابتدا نیرویی که از طرف بار $+q_A$ به بار $+q_B$ وارد می‌شود را محاسبه می‌کنیم:

$$F = \frac{kq_A q_B}{(r_{AB})^2} = k \frac{q_A q_B}{4d^2}$$

باتوجه به علامت بار q_A و q_B این نیرو به سمت چپ است. حال اگر برآیند نیروهای وارد بر $+q_B$ را F' بنامیم، طبق صورت سؤال F' قرینه F است. اگر نیرویی که بار q_C به q_B وارد می‌کند را F'' بنامیم، اندازه F'' باید ۲ برابر F و در سوی مخالف آن باشد تا برآیند آن‌ها برابر با قرینه F شود؛ یعنی q_C نیز باید q_B را دفع کند و بار آن مثبت است.

$$F'' = 2F \Rightarrow k \frac{|q_C| |q_B|}{d^2} = 2k \frac{|q_A| |q_B|}{4d^2} \Rightarrow |q_C| = \frac{1}{2} |q_A|$$

$\xrightarrow{\text{هر دو مثبت هستند}} q_C = +\frac{1}{2} q_A$

چون این خازن به مولد متصل است، پس اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت خواهد ماند و با خارج کردن دی‌الکتریک از بین صفحات خازن، ظرفیت خازن و بار خازن به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{\text{ثابت } A, d, k_2=1, k_1=2} \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} = \frac{1}{2}$$

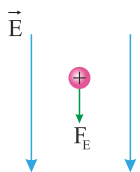
$$\Rightarrow C_2 = \frac{1}{2} C_1 \xrightarrow{C_1 = 4 \times 10^{-2} \mu F} C_2 = \frac{1}{2} (4 \times 10^{-2}) \Rightarrow C_2 = 2 \times 10^{-2} \mu F$$

ظرفیت برحسب میکروفاراد

$$q_2 = C_2 \overset{\uparrow}{V} = (2 \times 10^{-2}) \times 200 = 4 \mu C$$

\downarrow
پتانسیل ثابت و برابر با ۲۰۰ ولت است

جهت میدان الکتریکی زمین از بالا به پایین است. باتوجه به آنکه ذره باردار مثبت در این میدان رها شده است، با نیروی میدان روبه پایین یعنی درجهت خطوط میدان حرکت می‌کند و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره منفی است.



$$\Delta U = -W = -Eqd \cos \alpha = -150 \times 1/6 \times 10^{-19} \times 200 \times 1$$

$$\Rightarrow \Delta U = -4/8 \times 10^{-15} \text{ J}$$

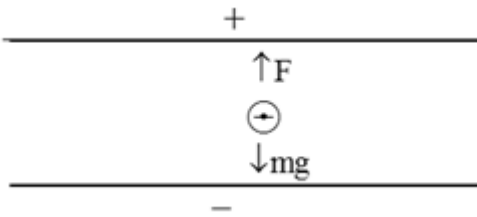
با استفاده از رابطه محاسبه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه داریم.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta V = \frac{-4/8 \times 10^{-15}}{1/6 \times 10^{-19}} = -3 \times 10^4 = -30 \text{ kV}$$

یعنی در این جابه‌جایی پتانسیل الکتریکی ۳۰ کیلوولت کاهش می‌یابد.



در آزمایش قطره - روغن میلیکان، قطره روغن بین دو صفحه رسانای موازی بزرگ که میدان الکتریکی در فضای بین آنها یکنواخت است معلق می‌شود؛ یعنی وزن قطره روغن با نیروی الکتریکی که در میدان الکتریکی به روغن وارد شده است خنثی می‌شود: $mg = F$



از طرفی نیروی وارد بر یک ذره باردار در میدان الکتریکی یکنواخت عبارت از $F = Eq$ است؛ بنابراین:

$$mg = Eq \Rightarrow 12/8 \times 10^{-15} \times 10 = 1 \times 10^5 q \Rightarrow q = \frac{12/8 \times 10^{-14}}{10^5} = 12/8 \times 10^{-19} \text{ C}$$

بار الکتریکی مضرب صحیحی از بار الکترون است؛ پس:

$$q = ne \Rightarrow 12/8 \times 10^{-19} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{12/8 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} = 8$$

$$\frac{F'}{F} = \left(\frac{q'_1}{q_1}\right) \left(\frac{q'_2}{q_2}\right) \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$\xrightarrow{q'_1=q_1, q'_2=q_2} \frac{1}{3} = \left(\frac{d}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{d}{r'} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow r' = \sqrt{3}d$$



برای حل تست‌های ترکیبی حرکت‌شناسی و الکتریسیته ساکن معمولاً از قضیه کار-انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم. مطابق این قضیه، کار برآیند نیروهای وارد بر یک جسم برابر تغییر انرژی جنبشی آن است.

$$W_{\text{کل}} = \Delta K$$

در مرحله اول:

کار نیروی الکتریکی F_E در جابه‌جایی بار q و به اندازه d در راستای خطوط میدان از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$W_E = F_E d \cos \theta = |q| E d \cos \theta$$

اگر بار به‌خودی‌خود رها شود و در جهت نیروی الکتریکی به حرکت درآید، آنگاه:

$$\theta = 0 \Rightarrow \cos \theta = 1 \Rightarrow W_E = |q| E d$$

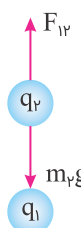
و در نهایت بر اساس رابطه‌های بالا داریم:

$$\begin{cases} W_{AB} = K_B - K_A \Rightarrow |q| E(\overline{AB}) = \frac{1}{2} m v_B^2 \\ W_{AM} = K_M - K_A \Rightarrow |q| E(\overline{AM}) = \frac{1}{2} m v_M^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{AM}} = \left(\frac{v_B}{v_M} \right)^2$$

$$\Rightarrow 2 = \left(\frac{v_B}{v_M} \right)^2 \Rightarrow \frac{v_B}{v_M} = \sqrt{2}$$

دو بار در حال تعادل هستند. یعنی بار q_2 به روی بار q_1 که در کف استوانه قرار دارد نمی‌افتد. یعنی برآیند نیروی الکتریکی وارد بر q_2 از طرف q_1 باید با نیروی وزن q_2 برابر باشد. و البته نیروی q_1 به q_2 باید خلاف جهت نیروی وزن q_2 باشد تا یکدیگر را خنثی کنند.

همان‌طور که در شکل نیز مشخص است، F_{12} به سمت بالاست یعنی بار q_1 ، q_2 را دفع می‌کند پس q_2 نیز منفی است.



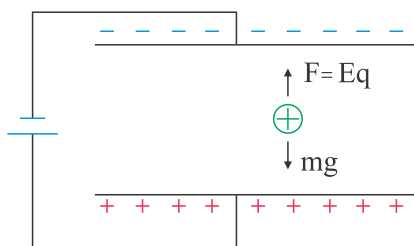
$$F_{12} = m_2 g \Rightarrow \frac{k q_1 q_2}{d^2} = m_2 g$$

$$\Rightarrow q_2 = \frac{(m_2 g)(d^2)}{k q_1} = \frac{18 \times 10^{-3} \times 10 \times 0.01}{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6}} = \frac{18}{9 \times 5} \times 10^{-7}$$

$$= 0.4 \times 10^{-7} \text{ C} = 0.04 \mu\text{C}$$

پاسخ: گزینه ۳

در شکل به ذره دو نیرو وارد می‌شود. یکی نیروی وزن و دیگری نیروی الکتریکی و چون ذره معلق است؛ پس برآیند نیروهای وارد بر ذره صفر است.



$$Eq = mg \Rightarrow 4 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-9} = m \times 10$$

$$\Rightarrow m = \frac{20 \times 10^{-4}}{10} = 2 \times 10^{-4} \text{ kg} = 2 \times 10^{-4} \times 10^3 \text{ g} \Rightarrow m = 0.2 \text{ g}$$

بنابراین گزینه‌ی ۳ درست است.

بین این دو صفحه میدان الکتریکی یکنواخت تشکیل می‌شود که جهت میدان در جهت کاهش پتانسیل الکتریکی است. بین این دو صفحه از صفحه مثبت تا صفحه منفی، پتانسیل از ۶۰ ولت تا صفر کاهش می‌یابد. با توجه به فاصله بین دو صفحه و اختلاف پتانسیل بین دو صفحه، $\frac{60}{13} \text{ V/cm} = 5 \text{ V/cm}$ ، پس به ازای ۴ سانتی‌متر، پتانسیل ۲۰ ولت کاهش می‌یابد. بنابراین پتانسیل نقطه A برابر با $V = 40 \text{ V} = (60 - 20) \text{ V}$ خواهد شد.

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{q + 5q}{2} = 3q$$

$$\frac{F'}{F} = \left(\frac{q'_1}{q_1}\right) \left(\frac{q'_2}{q_2}\right) \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \left(\frac{3q}{q}\right) \left(\frac{3q}{5q}\right) (1) \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{9}{5} = 1.8$$

موارد "الف"، "ب" و "پ" درست هستند.

بررسی عبارت نادرست:

(ت) این ویژگی‌ها مربوط به سرب هستند؛ اما آخرین عنصر گروه ۱۴، فلرویم (Fl) است.

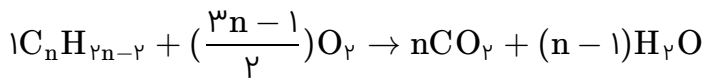
سیکلو هگزان با فرمول C_6H_{12} یک سیکلو آلکان است. سیکلو آلکان‌ها با آلکن‌های هم‌کربن خود، ایزومر هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: ۳-هگزن (نه ۴-هگزن)

گزینه ۳: نامش صحیح است ولی ایزومر سیکلو هگزان نیست چون آلکن نیست.

گزینه ۴: نام صحیح آن به صورت ۳-متیل هگزان است (نه ۲-اتیل بوتان).



$$27g C_nH_{2n-2} = 27g H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18g H_2O} \times \frac{1 \text{ mol } C_nH_{2n-2}}{(n-1) \text{ mol } H_2O} \times \frac{(12n + 2n - 2)g C_nH}{1 \text{ mol } C_nH_{2n-2}}$$

$$\Rightarrow 18(n-1) = 14n - 2 \Rightarrow 4n = 16 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow \text{فرمول آلکین مورد نظر } C_4H_6 \text{ است}$$

$$pH = 1/4 \Rightarrow [H^+] = 10^{-1/4} = 10^{0/3+0/3-2} = 2 \times 2 \times 10^{-2} = 4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+] = M \cdot \alpha \Rightarrow 4 \times 10^{-2} = M \times 0/2 \Rightarrow M = \frac{0/04}{0/2} = 0/2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{تعداد مول اسید در } 200 \text{ میلی لیتر} = \frac{0/2 \text{ mol}}{L} \times 0/2 L = 0/04 \text{ mol}$$

$$?g NaHCO_3 \text{ خالص} = 0/04 \text{ mol HA} \times \frac{1 \text{ mol } NaHCO_3}{1 \text{ mol HA}} \times \frac{84g NaHCO_3}{1 \text{ mol } NaHCO_3} = 3/36g NaHCO_3 \text{ خالص}$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{مقدار خالص}}{\text{مقدار ناخالص}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{3/36}{\text{مقدار ناخالص}} \times 100 \Rightarrow \text{مقدار ناخالص} = 4/2g$$

در یک دوره، شعاع اتمی عنصرها از چپ به راست کاهش می‌یابد؛ زیرا در یک دوره، تعداد لایه‌های الکترونی ثابت می‌ماند، در حالی که تعداد پروتون‌های هسته افزایش می‌یابد. با افزایش تعداد پروتون‌ها، نیروی جاذبه‌ای که هسته به الکترون‌ها وارد می‌کند افزایش یافته و بدین ترتیب شعاع اتم کاهش می‌یابد.

یکی از روش‌های بیرون کشیدن فلز از لابه‌لای خاک، استفاده از گیاهان است. در این روش در معدن یا خاک دارای فلز، گیاهانی را می‌کارند که می‌توانند آن را جذب کنند؛ سپس گیاه را برداشت می‌کنند، می‌سوزانند و از خاکستر حاصل آن عنصر را جداسازی می‌کنند.



عبارت‌های اول تا چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: درست. در دوره ششم، بین عنصر گروه دوم (با عدد اتمی $Z = ۵۶$) و عنصر X از گروه سوم، در واقع ۱۴ عنصر دسته f قرار دارند (مشغول پر کردن زیرلایه f هستند) که به لاتانیدها مشهور هستند. این عناصر بخشی از دوره ششم بوده و به صورت یک ردیف افقی شامل ۱۴ عنصر، در زیر جدول تناوبی مشاهده می‌شوند. باتوجه به توضیحات داده شده، عدد اتمی عنصر X می‌بایست ۱۵ واحد از عنصری با عدد اتمی ۵۶ بیشتر باشد.

$${}_Z X = ۵۶ + ۱۵ = ۷۱$$

عبارت دوم: درست. عنصر D و E ، به ترتیب عنصر نیتروژن و فسفر از گروه ۱۶ جدول دوره‌ای است. حالت فیزیکی نیتروژن، گازی و حالت فیزیکی فسفر جامد می‌باشد.

عبارت سوم: درست. در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد و در یک گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی افزایش پیدا می‌کند؛ بنابراین شعاع اتمی D می‌بایست از هر یک از عنصرهای A و E کوچک‌تر باشد.

عبارت چهارم: درست. A ، بیانگر عنصر B از گروه ۱۳ و G بیانگر Sc از گروه ۳ جدول دوره‌ای است. فرمول اکسید این دو عنصر، به ترتیب به صورت B_2O_3 و Sc_2O_3 می‌باشد. همان طور که ملاحظه می‌کنید شماره اتم‌ها در هر دو ترکیب باهم برابر است.

نکته: توجه داشته باشید که B_2O_3 یک ترکیب کووالانسی و Sc_2O_3 یک ترکیب یونی است.

عبارت پنجم: نادرست. در یک دوره از چپ به راست، خاصیت فلزی کاهش و در یک گروه از بالا به پایین افزایش می‌یابد؛ بنابراین انتظار داریم خاصیت فلزی عنصر M ، هم از اولین عنصر گروه خود و هم از عنصر Y ، بیشتر باشد.

مطابق کتاب درسی، فسفر (${}_{15}P$) به حالت جامد قرمز رنگ است.

طبق رابطه $Q = C\Delta\theta$ هر ماده‌ای که ظرفیت گرمایی بالاتری داشته باشد برای تغییر دمای یکسان، نیاز به گرمای بیشتری دارد؛ پس مقاومتش در برابر تغییر دما بیشتر است.

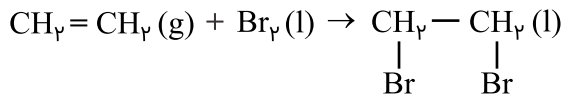
موارد "الف" و "ت" درست هستند.

بررسی سایر عبارت‌ها:

(ب) نادرست. آلکن‌ها و آلکین‌ها به ترتیب دارای پیوندهای دوگانه و سه‌گانه هستند و از این رو سیر نشده می‌باشند (آلکین‌ها سیر نشده‌تر از آلکن‌ها هستند و تمایل آن‌ها به انجام واکنش بیشتر است)

(پ) نادرست. سیکلوهگزان در دسته ترکیبات آروماتیک قرار نمی‌گیرد.

پاسخ درست پرسش‌ها به صورت زیر است:



الف) ۱، ۲- دی‌برمواتان

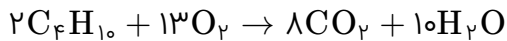
ب) مایع

پ) هرگاه گاز اتن را در محلولی از برم وارد کنیم، رنگ قرمز محلول از بین می‌رود.

آلکان n کربنه دارای ۱ + ۳n پیوند است:

$$3n + 1 = 13 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow \text{آلکان مورد نظر} = \text{بوتان} = \text{C}_4\text{H}_{10}$$

معادله موازنه شده واکنش سوختن بوتان:



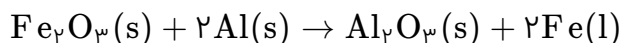
$$11/6 \text{ g C}_4\text{H}_{10} \times \frac{1 \text{ mol C}_4\text{H}_{10}}{58 \text{ g C}_4\text{H}_{10}} \times \frac{8 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol C}_4\text{H}_{10}} \times \frac{22/4 \text{ L}}{1 \text{ mol CO}_2} = 17/92 \text{ L CO}_2$$

توجه: از آنجا که شرایط STP فرض شده است، آب تولید مایع است و در محاسبات وارد نمی‌شود.



عبارت‌های "الف" و "پ"، جمله "نمی‌توان گفت ... " را به درستی تکمیل می‌کنند.
درواقع باید تعداد عبارت‌های نادرست را تعیین کنیم.
بررسی عبارت‌ها:

الف) طبق کتاب درسی، اختلاف شعاع اتمی Si با Cl کمتر از Al با Si است.
ب) هرچه واکنش‌پذیری فلزی بیشتر باشد، استخراج آن فلز دشوارتر است.
می‌دانیم که طبق واکنش ترمیت، واکنش‌پذیری Al بیشتر از Fe است.



پ) ابتدا با توجه به درصد جرمی کربن فرمول عمومی این نوع هیدروکربن‌ها را به دست می‌آوریم. فرض می‌کنیم فرمول هیدروکربن C_xH_y باشد.

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم هیدروکربن}} \times 100 \Rightarrow 85/7 = \frac{12x}{12x + y} \times 100$$

$$\Rightarrow 1028/4x + 85/7y = 1200x \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{171/6}{85/7} = 2$$

$$\Rightarrow \text{فرمول عمومی هیدروکربن} = \text{C}_n\text{H}_{2n} \Rightarrow \begin{cases} \text{سیرنشده: آلکن} \\ \text{سیرشده: سیکلوآلکان} \end{cases}$$

تکنیک: بین انواع هیدروکربن‌ها فقط در خانواده آلکن‌ها و سیکلوآلکان‌ها، درصد جرمی کربن ثابت است؛ پس بدون محاسبه هم می‌توانستیم فرمول عمومی C_nH_{2n} را حدس بزنیم.

اغلب فلزات واسطه ظرفیت‌های متغیری دارند مثل Fe^{2+} و Fe^{3+} ولی فلز واسطه‌ای مثل اسکاندیم با ظرفیت $+3$ (Sc^{3+}) یا روی به صورت Zn^{2+} یافت می‌شود.

بررسی گزینه‌ها:

- گزینه ۱: درست. این شبکه آرایش سه‌بعدی و منظم اتم‌ها و مولکول‌ها و یون‌ها را فقط در حالت جامد نمایش می‌دهد.
گزینه ۲: نادرست. این تعریف فقط برای فرمول شیمیایی در ترکیب‌های یونی درست است.
گزینه ۳: درست. این اختلاف در کلر 82 nm و در فلوتور 62 nm است.
گزینه ۴: درست. در گروه دوم بیشترین شعاع مربوط به آخرین عنصر و در ردیف دوم هم اولین عنصر بیشترین شعاع را دارد.

عنصری که آرایش الکترونی آن به $3p^2$ ختم می‌شود سیلیسیم است که رسانایی الکتریکی کمی دارد، ولی عنصری که آرایش الکترونی آن به $3s^1$ ختم می‌شود، سدیم است که رسانایی الکتریکی زیادی دارد.

ژرمانیم شبه فلز بوده و در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارد؛ در حالی که قلع فلز است و در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون از دست می‌دهد.

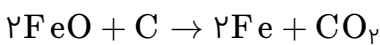
نکته:

(۱) از گروه ۱۴ عنصر کربن نافلز، سیلیسیم و ژرمانیم شبه فلز، قلع و سرب فلز هستند.

(۲) کربن در حالت گرافیت رسانایی الکتریکی دارد.

پاسخ بخش اول مسئله:

واکنش پذیری C کمتر از Na است، بنابراین Na_2O با C واکنش نمی‌دهد و همه CO_2 تولید شده مربوط به واکنش FeO با C است.



$$336 \text{ mL CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{22400 \text{ mL}} \times \frac{2 \text{ mol FeO}}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{72 \text{ g FeO}}{1 \text{ mol FeO}} = 2/16 \text{ g}$$

پاسخ بخش دوم مسئله:

$$2/16 \text{ g FeO} \times \frac{1 \text{ mol FeO}}{72 \text{ g FeO}} = 0/03 \text{ mol FeO}$$

هر یک مول FeO شامل یک مول Fe^{2+} و یک مول O^{2-} است، بنابراین:

$$0/03 \text{ mol FeO} \begin{cases} 0/03 \text{ mol Fe}^{2+} \\ 0/03 \text{ mol O}^{2-} \end{cases}$$

$$\text{جرم Na}_2\text{O در مخلوط} = 6/5 - 2/16 = 4/34 \text{ g}$$

$$4/34 \text{ g Na}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{O}}{62 \text{ g Na}_2\text{O}} = 0/07 \text{ mol Na}_2\text{O}$$

هر یک مول Na_2O شامل ۲ مول Na^+ و یک مول O^{2-} است، بنابراین:

$$0/07 \text{ mol Na}_2\text{O} \begin{cases} 0/14 \text{ mol Na}^+ \\ 0/07 \text{ mol O}^{2-} \end{cases}$$

$$\frac{\text{شمار کاتیون‌ها در مخلوط}}{\text{شمار آنیون‌ها در مخلوط}} = \frac{0/03 + 0/14}{0/03 + 0/07} = 1/7$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: نادرست. تمام مواد مصنوعی و طبیعی از زمین به دست می‌آیند.

گزینه ۳: نادرست. بنیادی‌ترین ویژگی اتم‌ها عدد اتمی است.

گزینه ۴: نادرست. همواره خیر، بعضی اوقات.

عبارت‌های "الف"، "ب" و "ت" نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست. هرچه فلز فعال‌تر باشد، میل بیشتری به ایجاد ترکیب دارد و ترکیب‌هایش پایدارتر از خودش است.

ب) نادرست. فلزها از جمله هدایای زمینی هستند که اغلب در طبیعت به شکل سنگ معدن یافت می‌شوند.

پ) درست.

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100 = \frac{20 \text{ g}}{60 \text{ g}} \times 100 = 33.3\%$$

ت) نادرست. درصد خلوص ماده‌ای که در هر ۲۵۰ گرم آن ۲۲۰ گرم ناخالصی وجود دارد، ۱۲ درصد است. در واقع فقط ۳۰ گرم ماده خالص داریم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{30 \text{ g}}{250 \text{ g}} \times 100 = 12\%$$

