www.alirezaafshar.org

ریاضی

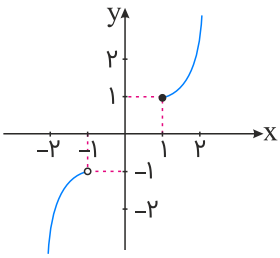
۱ در تساوی $\sqrt[3]{5^{x}} \times \sqrt[4]{125^{2}} \times 25^{\frac{1}{2}} = 25^{\frac{1}{3}}$ مقدار x کدام است؟

۱) $\frac{-1}{2}$
۲) $\frac{1}{2}$
۳) ۲
۴) ۳

۲ در دنبالهٔ $a_n = \begin{cases} \sqrt{n} & ; n \text{ مضرب } ۳ \text{ باشد} \\ \frac{n}{3} & ; n \text{ مضرب } ۳ \text{ نباشد} \end{cases}$ حاصل‌ضرب دو جملهٔ متوالی ۲۴۶ است. مقدار جملهٔ کوچک‌تر کدام است؟

۱) ۳۶
۲) ۹
۳) ۶
۴) ۱۲

۳ کدام گزینه ضابطهٔ تابع رسم‌شده را نشان می‌دهد؟



۱) $f(x) = \begin{cases} (x-1)^{2} & ; x \geq 1 \\ -(x+1)^{2} & ; x < -1 \end{cases}$

۲) $f(x) = \begin{cases} x^{2}-1 & ; x \leq 1 \\ -x^{2}+1 & ; x > -1 \end{cases}$

۳) $f(x) = \begin{cases} (x-1)^{2}+1 & ; x \geq 1 \\ -(x+1)^{2}-1 & ; x < -1 \end{cases}$

۴) $f(x) = \begin{cases} -(x-1)^{2}-1 & ; x > 1 \\ (x+1)^{2}+1 & ; x \leq -1 \end{cases}$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۴ به‌ازای کدام n تساوی $\sqrt[3]{(n-1)+n!} = n-1$ برقرار است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۶
۴) ۴

۵ چهار زوج (زن و شوهر) در یک ردیف کنار هم نشسته‌اند. احتمال اینکه هر شخصی در کنار همسر خود بنشیند چقدر است؟

۱) $\frac{4!}{8!}$
۲) $\frac{2 \times 4!}{8!}$
۳) $\frac{(4!)^{2}}{8!}$
۴) $\frac{2^{4} \times 4!}{8!}$

۶ اگر عدد منفی b واسطهٔ هندسی بین دو عدد $\frac{۱}{۱۶}$ و ۶۴ باشد، با جملهٔ چندم دنبالهٔ حسابی با جملات ... , ۱۰ , ۱۳ برابر است؟

۱) پنجم
۲) ششم
۳) هفتم
۴) هشتم

۷ فرض کنید در مثلث ABC با رئوس $A(۳, ۲)$ ، $B(-۱, ۳)$ و $C(۲, ۴)$، ارتفاع BH و میانهٔ AM را رسم کرده‌ایم. اندازهٔ MH کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$
۲) $\sqrt{۵}$
۳) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}$
۴) $\sqrt{۱۰}$

۸ اگر $f(x) = \frac{x}{۲-x}$ و $gof(x) = \frac{۱}{۲}x$ ضابطهٔ تابع g برابر کدام است؟

۱) $\frac{x}{x+۱}$
۲) $\frac{x-۱}{x}$
۳) $\frac{x}{x-۱}$
۴) $\frac{x+۱}{x}$

۹ مجموع عبارت $x^۷ - x^۶y + x^۵y^۲ - x^۴y^۳ + ... - y^۷$ کدام است؟

۱) $\frac{x^۸ - y^۸}{x-y}$
۲) $\frac{x^۸ + y^۸}{x-y}$
۳) $\frac{x^۸ + y^۸}{x+y}$
۴) $\frac{x^۸ - y^۸}{x+y}$

۱۰ حاصل عبارت $\lim\limits_{x \to ۳^-} \frac{\sqrt{۹-x^۲}}{\sqrt{x} + \sqrt{۳-x} - \sqrt{۳}}$ کدام است؟

۱) ۲
۲) $\sqrt{۶}$
۳) ۳
۴) $۲\sqrt{۲}$

۱۱ اگر در معادلهٔ درجهٔ دوم $۲x^۲ - bx + ۸ = ۰$ تفاضل دو ریشه برابر صفر باشد، مجموع ریشه‌ها کدام است؟ $(b > ۰)$

۱) ۴
۲) ۸
۳) -۴
۴) -۸

۱۲ در تابع با ضابطهٔ $f(x) = \begin{cases} \sqrt{۱-x} & x > ۰ \\ -\sqrt{۱+x} & x \leq ۰ \end{cases}$، حاصل $\lim\limits_{x \to ۰^-} f(x^۳ - x)$ کدام است؟

۱) -۱
۲) ۱
۳) صفر
۴) موجود نیست.

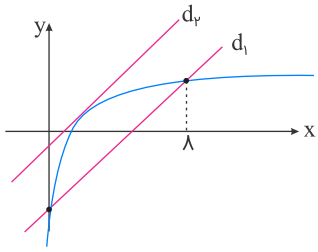
۱۳ اگر $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(a-b)x^{۲}+x+\sin(\frac{x+۱}{x-۱})}{x^{۲}+۱}=۳$ باشد، حاصل $a-۵b$ کدام است؟

۱) $-۳+۴b$
۲) $۳-۴b$
۳) $۴-۳b$
۴) $-۴+۳b$

۱۴ تقعر نمودار تابع با ضابطهٔ $y=\sin x+\frac{x^{۲}}{\pi}$ وقتی $۰\le x\le\frac{\pi}{۲}$، به کدام صورت است؟

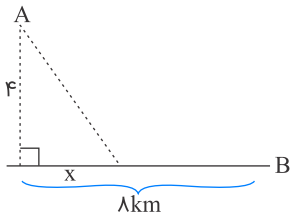
۱) روبه‌پایین
۲) روبه‌بالا
۳) ابتدا روبه‌پایین و سپس روبه‌بالا
۴) ابتدا روبه‌بالا و سپس روبه‌پایین

۱۵ در شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y=\frac{۴x-۵}{x+۱}$ است. اگر خطوط $d_۱$ و $d_۲$ موازی باشند، خط $d_۲$ با چه طولی محور xها را قطع می‌کند؟



۱) $+۲$
۲) $\frac{+۱}{۲}$
۳) $+۱$
۴) $\frac{+۳}{۲}$

۱۶ مانی در درون قایقی در نقطهٔ A قرار دارد و می‌خواهد به نقطهٔ B برسد. برای این کار باید مسیری را در قایق پارو بزند و پس‌ازآن مسیری را در خشکی پیاده‌روی کند. اگر سرعت قایق ۲ کیلومتر و سرعت پیاده‌روی ۴ کیلومتر بر ساعت باشد، چند کیلومتر پیاده‌روی کند تا در کمترین زمان به مقصدش برسد؟



۱) $\frac{۸}{\sqrt{۳}}$
۲) $۸-\frac{۸}{\sqrt{۳}}$
۳) $\frac{۴}{\sqrt{۳}}$
۴) $۸-\frac{۴}{\sqrt{۳}}$

۱۷ معادلهٔ $\tan\frac{x}{۲}+\cot\frac{x}{۲}+\frac{۱}{۴}\sin\frac{x}{۲}\cos\frac{x}{۲}+۱=۰$ دارای چند جواب است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) صفر

۱۸ شیب خط مماس بر نمودار تابع $f(x)=۲x^{۳}-۶x+۱$ در نقطهٔ عطف آن، چند برابر شیب خط گذرنده از نقاط اکسترمم آن است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$
۲) $\frac{۴}{۳}$
۳) ۳
۴) ۲

۱۹ یک فضای نمونه‌ای متشکل از ۵ برآمد a، b، c، d و e است. اگر $P(a)=\frac{۱}{۴}$ و $P(\{a,b,c\})=\frac{۲}{۳}$ باشد، احتمال $P(\{b,c,e\}|\{a,b,c\})$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۸}$
۲) $\frac{۵}{۱۲}$
۳) $\frac{۵}{۸}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

۲۰ دسته‌ای کارت شامل ۲ کارت دو رو قرمز، ۵ کارت یک رو قرمز و یک رو آبی، ۳ کارت دو رو آبی است. کارتی را به تصادف از این دسته انتخاب می‌کنیم و فقط یک روی آن را می‌بینیم، با چه احتمالی رویی که دیده‌ایم آبی است؟

۱) $\frac{۵}{۲۰}$
۲) $\frac{۹}{۲۰}$
۳) $\frac{۱۱}{۲۰}$
۴) $\frac{۷}{۲۰}$

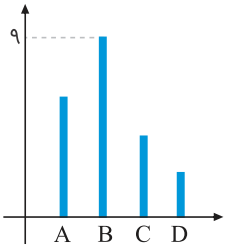
۲۱ یک جعبه محتوی ۴ مهرهٔ سفید و ۵ مهرهٔ قرمز است. دو مهره متوالیاً و بدون جایگذاری بیرون می‌آوریم. احتمال آن‌که مهره‌ها همرنگ باشند چقدر است؟

۱) $\frac{۴}{۹}$
۲) $\frac{۵}{۹}$
۳) $\frac{۳۳}{۷۲}$
۴) $\frac{۱۷}{۳۶}$

۲۲ اگر A و B دو مجموعهٔ ناتهی از مجموعهٔ مرجع U باشند و $A\subseteq[(((B'\cup A)-B)\cap(B\cap C)')\cup(A-B)]$، آنگاه کدام نتیجه‌گیری درست نیست؟

۱) $(A\cup B')'\cup(A\cap B)=B$
۲) $(A-B)\cup(B-A)=A\cup B$
۳) $(A\cup B')'-(A\cap B)=B$
۴) $(A-B)\cup(B-A)=A'\cup B'$

۲۳ نمودار زیر، تعداد گل‌های زده یک فصل چهار بازیکن A، B، C و D را نشان می‌دهد. میانگین گل زده این چهار بازیکن، کدام عدد زیر می‌تواند باشد؟



۱) ۸
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۲

۲۴ اگر ارزش $(\sim p\,?\,q)\wedge(\sim p\wedge\sim q)$ درست باشد، آنگاه جای علامت سؤال کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند قرار گیرد؟

۱) $\Leftrightarrow$
۲) $\vee$
۳) $\wedge$
۴) گزینه‌های ۱ و ۳ صحیح است.

۲۵ عدد احاطه‌گری گراف r–منتظم از مرتبهٔ ۱۰ و اندازهٔ ۴۰ کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۲۶ به ازای برخی از اعداد طبیعی n، دو عدد $11n+7$ و $9n+4$ نسبت به هم اول نیستند. رقم دهگان کوچک‌ترین مقدار دورقمی n کدام است؟

۱) ۸
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

۲۷ اگر عدد $a+7^{13}$ بر ۲۳ بخش‌پذیر باشد، کوچک‌ترین عدد طبیعی a، کدام است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۲۸ رقم یکان عدد $10^{10!}+\cdots+2^{2!}+1^{1!}+0^{0!}$ کدام است؟

۱) ۹
۲) ۵
۳) ۱
۴) ۰

۲۹ با حذف ۱۸ یال از گراف کاملی درجهٔ هر رأس دقیقاً دو واحد کاهش می‌یابد و گراف G به دست می‌آید. گراف G چند منتظم است؟

۱) ۱۵
۲) ۱۶
۳) ۱۷
۴) ۱۸

۳۰ به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی a، اعداد $3a-1$ و a^2+a نسبت به هم اول نیستند؟

۱) ۱۷
۲) ۵۷
۳) ۲۳
۴) ۴۵

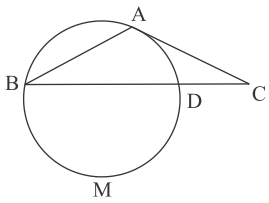
۳۱ قطرهای یک متوازی‌الاضلاع ۱۴ و ۲۰ سانتی‌متر است و تقاطع این دو قطر، یک زاویهٔ 135° ایجاد می‌کند. مربع طول بزرگ‌ترین ضلع متوازی‌الاضلاع کدام است؟

۱) $149+60\sqrt{2}$
۲) $149-70\sqrt{2}$
۳) $149+70\sqrt{2}$
۴) $149-60\sqrt{2}$

۳۲ شش ضلعی منتظم $ABCDEF$ به مساحت $۵۴\sqrt{۳}$ مفروض است. طول کوتاه‌ترین مسیر از A به D به‌طوری‌که بخواهیم یک بار از امتداد هرکدام از اضلاع BC و EF رد شویم، کدام است؟

۱) ۲۸
۲) ۲۴
۳) $\sqrt{۳۹۶+۷۲\sqrt{۳}}$
۴) $\sqrt{۹۹+۷۲\sqrt{۳}}$

۳۳ در شکل زیر، مماس AC بر دایره با وتر AB از دایره برابرند، اگر کمان $\overset{\frown}{DMB}$ برابر ۲۲۲ درجه باشد، زاویهٔ C چند درجه است؟

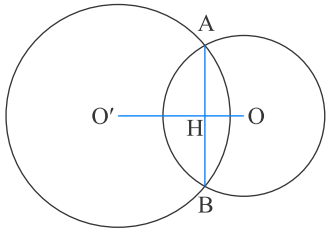


۱) ۲۱
۲) ۲۲
۳) ۲۳
۴) ۲۴

۳۴ یک دایره به شعاع ۲، داخل ذوزنقهٔ متساوی‌الساقینی محاط شده است. اگر یکی از زوایای ذوزنقه ۶۰ درجه باشد، مساحت این ذوزنقه کدام است؟

۱) $\frac{۱۲}{\sqrt{۳}}$
۲) $\frac{۱۶}{\sqrt{۳}}$
۳) $\frac{۲۴}{\sqrt{۳}}$
۴) $\frac{۳۲}{\sqrt{۳}}$

۳۵ در شکل زیر اندازهٔ مماس مشترک خارجی دو دایره ۶ سانتی‌متر و $AB=۴$ است. اگر $OH\times O'H=۵$ آنگاه حاصل‌ضرب شعاع‌های دو دایره کدام است؟



۱) ۱۴
۲) ۱۵
۳) ۱۶
۴) ۱۷

۳۶ خط هادی یک سهمی به معادلهٔ $x=\frac{۱۳}{۴}$ است. هر پرتوی که از نقطهٔ $(-۲,-\frac{۵}{۴})$ بر این سهمی بتابد، در امتداد محور xها بازمی‌تابد. این سهمی محور xها را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۵}{۹}$
۴) $\frac{۵}{۴}$

۳۷ فاصلهٔ کانون سهمی به معادلهٔ $۳x^۲ + ۲ = ۲(۳x - ۲y)$ از خط هادی سهمی کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۸}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۸}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

۳۸ در مثلث ABC ضلع BC و نقطهٔ H پای ارتفاع وارد بر ضلع BC ثابت هستند. مکان هندسی نقطهٔ M وسط AC کدام است؟

۱) خطی موازی BC
۲) خطی عمود بر BC
۳) دایره‌ای به قطر HC
۴) دایره‌ای به قطر BC

۳۹ اگر $۲\vec{a} - \vec{b} = ۶\vec{i} - ۶\vec{j} - ۳\vec{k}$ و $\vec{a} + \vec{b} = -۳\vec{j} - ۹\vec{k}$ باشد، مساحت متوازی‌الاضلاعی که دو ضلع آن بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ باشند، کدام است؟

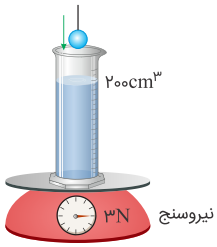
۱) ۲۲/۵
۲) $۳\sqrt{۶۵}$
۳) ۴۵
۴) $۶\sqrt{۶۵}$

۴۰ وتری از سهمی به معادلهٔ $y^۲ = ۴(x + y)$ که از کانون بر محور تقارن آن عمود باشد، قطری از یک دایره است. معادلهٔ این دایره کدام است؟

۱) $x^۲ + y^۲ - ۴y = ۰$
۲) $x^۲ + y^۲ + ۴y = ۰$
۳) $x^۲ + y^۲ - ۲y = ۲$
۴) $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۲y = ۲$

فیزیک

۴۱ در شکل زیر، بشری که حاوی $۲۰۰\,cm^۳$ آب است، روی نیروسنجی قرار گرفته و نیروسنج وزن ظرف و آب داخل آن را $۳\,N$ نشان می‌دهد. گلوله‌ای را به آرامی وارد ظرف و در آب غوطه‌ور می‌کنیم. در این صورت سطح آب داخل بشر روی عدد $۳۰۰\,cm^۳$ ثابت می‌شود. در این وضعیت، نیروسنج چه عددی را نشان می‌دهد؟ ($\rho_{آب} = ۱۰۰۰\,kg/m^۳$، $g = ۱۰\,N/kg$)

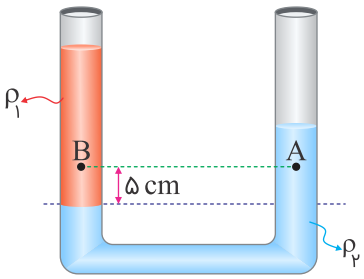


۱) ۲/۹
۲) ۳/۱
۳) ۲
۴) ۴

۴۲ یک بطری به جرم $۲۶۵\,g$ را پر از ساچمه می‌کنیم، جرم آن $۶۱۵\,g$ می‌شود، سپس روی گلوله‌ها آب می‌ریزیم و بطری را به طور کامل پر از آب می‌کنیم، در این حالت جرم مجموعه $۹۷۰\,g$ می‌شود سپس ساچمه‌ها را از ظرف خارج می‌کنیم و بطری را به طور کامل از آب پر می‌کنیم در این حالت جرم آن $۷۶۰\,g$ می‌شود، چگالی ساچمه‌ها چند $g/cm^۳$ است؟ ($\rho_{آب} = ۱\,g/cm^۳$)

۱) ۴/۹۵
۲) ۲/۵
۳) ۳/۵
۴) ۳/۵۵

۴۳ در شکل زیر دو مایع مخلوط نشدنی به چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 در یک لولهٔ U شکل قرار دارند. اگر اختلاف فشار در نقاط A و B برابر $100\,Pa$ باشد، کدام گزینه درست است؟ $(g = 10\,N/kg)$



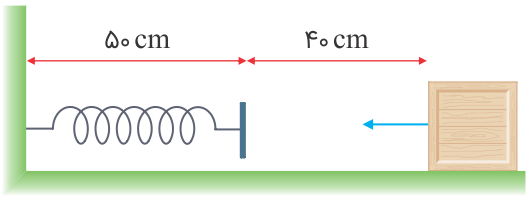
۱) $\rho_2 - \rho_1 = 200\,kg/cm^3$

۲) $\rho_1 - \rho_2 = 200\,kg/cm^3$

۳) $\rho_2 + \rho_1 = 200\,kg/cm^3$

۴) $\rho_2 - 5\rho_1 = 200\,kg/cm^3$

۴۴ جسمی به جرم ۱۰۰ گرم مطابق شکل با تندی $10\,m/s$ به‌سمت یک فنر که طول عادی آن $50\,cm$ است، برخورد می‌کند. اگر انرژی ذخیره‌شده در فنر از رابطهٔ $U_e = 80(\Delta x)^2$ در واحد SI به دست بیاید (Δx بیانگر تغییرات طول فنر نسبت به حالت اولیه است)، پس از طی چه مسافتی تندی جسم به $8\,m/s$ می‌رسد؟ (نیروی اصطکاک سطح با جسم $2\,N$ است)



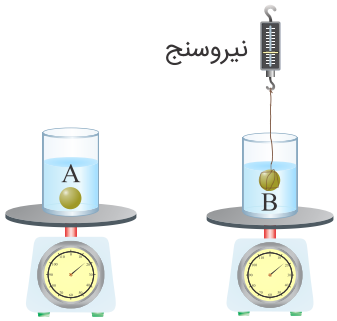
۱) $30\,cm$

۲) $10\,cm$

۳) $40\,cm$

۴) $50\,cm$

۴۵ در شکل زیر، ظرف‌ها مشابه و در آن‌ها به مقدار مساوی آب وجود دارد. عددی که ترازوها نشان می‌دهند، یکسان و عددی که نیروسنج نشان می‌دهد $5\,N$ است. اگر جرم گلولهٔ A برابر با $100\,g$ باشد، جرم گلولهٔ B چند گرم است؟ $(g = 10\,N/kg)$



۱) ۱۰۰

۲) ۲۰۰

۳) ۵۰۰

۴) ۶۰۰

۴۶ دمای یک میلهٔ فلزی از θ_1 به θ_2 می‌رسد. اگر طول آن ۰/۱ درصد افزایش یابد، چگالی آن تقریباً .....

۱) ۰/۱ درصد کاهش می‌یابد.

۲) ۰/۳ درصد کاهش می‌یابد.

۳) ۰/۱ درصد افزایش می‌یابد.

۴) ۰/۳ درصد افزایش می‌یابد.

۴۷ در گرماسنجی که ظرفیت گرمایی آن ناچیز است، ۵۰۰ گرم یخ با دمای $-6\,^\circ C$ وجود دارد. اگر یک گرمکن الکتریکی که توان آن ۷۵۰ وات و بازده آن ۸۰ درصد است درون یخ قرار گیرد، پس از ۱۲۲/۵ ثانیه چند گرم یخ در گرماسنج باقی می‌ماند؟ ($L_F = 336000\,J/kg$ و $c_{\text{یخ}} = 2100\,J/kg.K$)

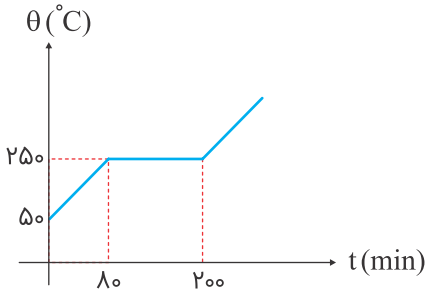
۱) ۳۰۰

۲) ۲۵۴

۳) ۲۰۰

۴) ۱۵۰

۴۸ به یک جسم جامد با توان ثابتی، گرما داده‌ایم و نمودار دمای جسم برحسب زمان به‌صورت زیر است.نسبت گرمای نهان ذوب جسم در دستگاه SI به گرمای ویژهٔ جسم در دستگاه SI کدام است؟



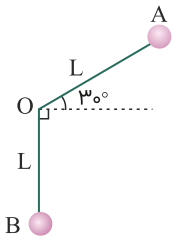
۱) ۱۰۰

۲) ۲۰۰

۳) ۳۰۰

۴) ۵۰۰

۴۹ وزنهٔ m به‌وسیلهٔ میلهٔ سبکی بدون اصطکاک می‌تواند حول نقطهٔ O بچرخد. هرگاه وزنهٔ m از وضعیت A رها شود، سرعت آن هنگام عبور از وضعیت B چقدر است؟



۱) $\sqrt{۲gL}$

۲) $\sqrt{۳gL}$

۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}gL$

۴) $\frac{\sqrt{۳gL}}{۲}$

۵۰ مخزنی به حجم ۴۰ Lit حاوی مخلوطی از گازهای هیدروژن و هلیم در دمای $۱۲۷^\circ C$ و فشار $۲ \times ۱۰^۵ Pa$ است. اگر جرم مخلوط ۸ گرم باشد، نسبت جرم هیدروژن به جرم هلیم کدام است؟ ($R = ۸ J/mol.K$، جرم مولی هیدروژن و هلیم به ترتیب $۲ g/mol$ و $۴ g/mol$ است)

۱) $\frac{۱}{۳}$

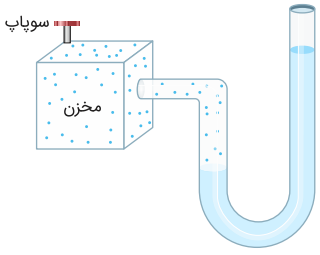
۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۲

۴) ۳

۵۱ در شکل زیر، با باز کردن موقت سوپاپ، فشار گاز درون مخزن را ۶۰۰ پاسکال کاهش می‌دهیم. سطح آب در شاخهٔ سمت راست ..... سانتی‌متر به سمت ..... جابه‌جا می‌شود.

($\rho_{آب} = ۱۰۰۰ kg/m^۳$, $g = ۱۰ m/s^۲$)



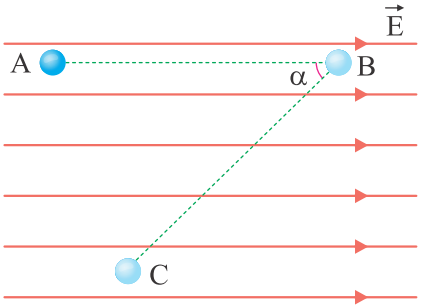
۱) ۶، پایین

۲) ۶، بالا

۳) ۳، پایین

۴) ۳، بالا

۵۲ در میدان الکتریکی یکنواخت $E = ۱۰^۵\,N/C$، ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -۵\,\mu C$ مسیر ABC را از A تا C طی کرده است. انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در این مسیر، چگونه تغییر کرده است؟
$(AB = BC = ۵۰\,cm ،\sin\alpha = ۰/۸)$



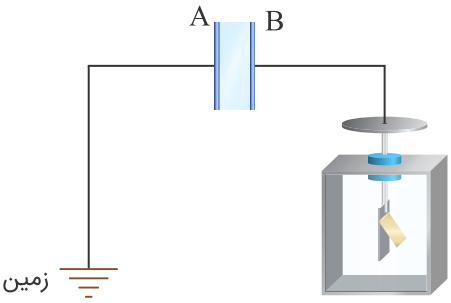
۱) ۰/۱ ژول، افزایش

۲) ۰/۱ ژول، کاهش

۳) ۰/۴ ژول، افزایش

۴) ۰/۴ ژول، کاهش

۵۳ در شکل زیر دو صفحهٔ A و B فلزی و باهم موازی‌اند. صفحهٔ A به زمین و صفحهٔ B به یک الکتروسکوپ که صفحات آن باز هستند وصل شده است. اگر یک صفحهٔ شیشه‌ای بدون بار را بین صفحات خازن وارد کنیم، انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ .....



۱) کم می‌شود.

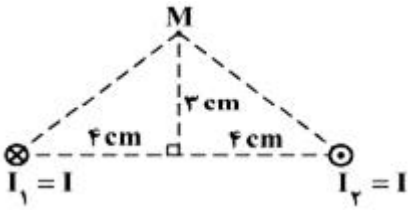
۲) زیاد می‌شود.

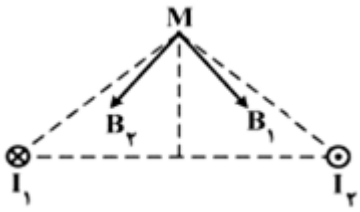
۳) تغییر نمی‌کند.

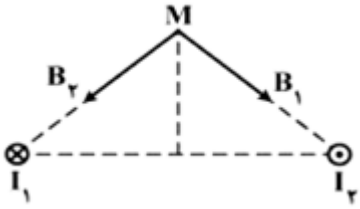
۴) ابتدا زیاد و سپس کم می‌شود.

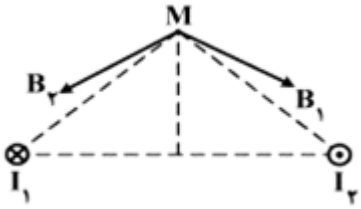
مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار

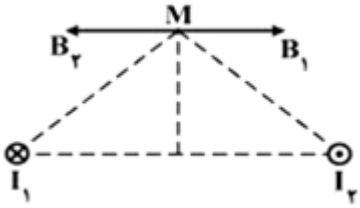
۵۴ دو سیم موازی بسیار بلند، حامل جریان I، مطابق شکل زیر عمود بر صفحه قرار دارند. بردار میدان مغناطیسی هریک از دو سیم در نقطهٔ M در کدام شکل درست است؟



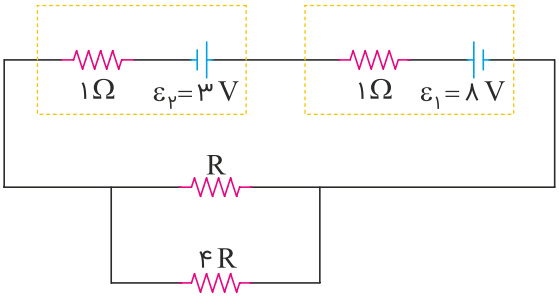
۱)


۲)


۳)


۴)


۵۵ در مدار زیر، اختلاف پتانسیل دو سر باتری ε_2 برابر $۳/۵$ ولت است. توان مصرفی مقاومت R چند وات است؟



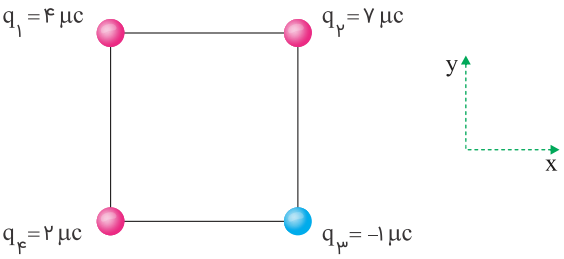
۱) ۱/۶

۲) ۲/۵

۳) ۳/۲

۴) ۱/۵

۵۶ مطابق شکل، در چهار رأس مربعی به ضلع $۶\ \text{cm}$، بارهای نقطه‌ای ثابت شده‌اند. اگر بار $q_5 = -۴\ \mu\text{C}$ را در مرکز این مربع قرار دهیم، نیروی خالص الکتریکی وارد بر آن، در SI کدام است؟ $(k = ۹ \times ۱۰^۹\ \text{N.m}^۲/\text{C}^۲)$



۱) $+۵۰\sqrt{۲}\,\vec{j}$

۲) $-۵۰\sqrt{۲}\,\vec{j}$

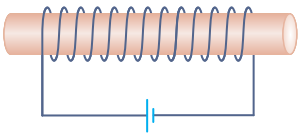
۳) $+۱۰۰\sqrt{۲}\,\vec{j}$

۴) $-۱۰۰\sqrt{۲}\,\vec{j}$

۵۷ مقاومت الکتریکی یک رسانا در دمای $۲۰^\circ C$ برابر با $R_۱ = ۵۰\,\Omega$ است و مقدار مقاومت آن در دمای $۷۰^\circ C$ برابر $R_۲ = ۵۰/۵\,\Omega$ می‌شود. اگر مقاومت الکتریکی یک قطعه از همین جنس رسانا در دمای $۳۰^\circ C$ برابر $۱۵۰\,\Omega$ باشد، مقاومت الکتریکی آن در دمای $۱۱۰^\circ C$ چند اهم می‌شود؟ (از تغییر ابعاد رسانا صرف‌نظر کنید)

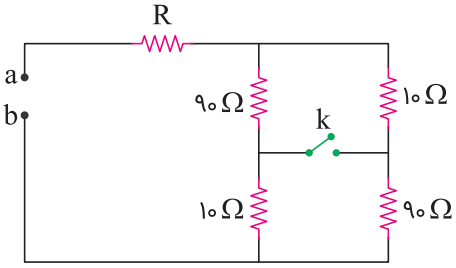
۱) ۱۵۱/۶
۲) ۱۵۱/۴
۳) ۱۵۲/۴
۴) ۱۵۲/۱

۵۸ در مدار شکل زیر، مقاومت کل سیم‌های به‌کاررفته در مدار برابر با ۵Ω است. اگر توان مصرفی کل مدار ۱۲۵ وات باشد و سیملوله دارای ۷۰ حلقه و طول آن ۱۴ سانتی‌متر باشد، میدان مغناطیسی یکنواخت درون سیملوله چند گاوس است؟ $(\mu_۰ = ۱۲ \times ۱۰^{-۷}\,T.m/A)$



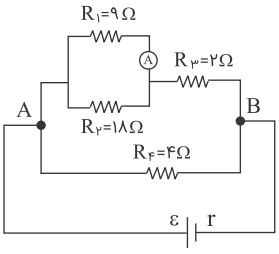
۱) ۳۰
۲) ۶۰
۳) ۱۲
۴) ۲۴

۵۹ در مدار شکل زیر، کلید K باز است. با بستن آن مقاومت معادل بین دو نقطهٔ a و b نصف می‌شود. R چند اهم است؟



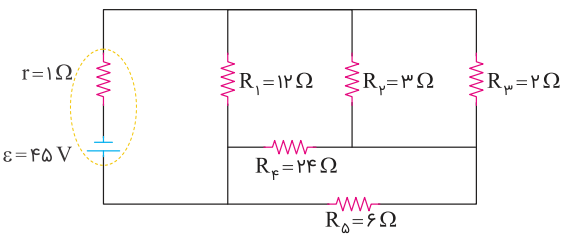
۱) ۷
۲) ۱۲
۳) ۱۴
۴) ۲۴

۶۰ در مدار زیر، اگر آمپرسنج ایده‌آل ۰/۵ آمپر را نشان دهد، توان مصرفی در $R_۴$ چند وات است؟



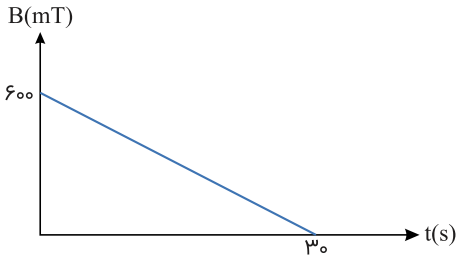
۱) ۹
۲) ۴/۵
۳) ۳
۴) ۱/۵

۶۱ در مدار زیر، جریان گذرا از مقاومت $R_۴$ چند آمپر است؟



۱) ۰/۸
۲) ۱
۳) ۱/۲
۴) ۱/۵

۶۲ پیچه‌ای دارای ۱۰۰ حلقه و مساحت هر حلقه $۲۰\,cm^۲$ است و طوری در یک میدان مغناطیسی قرار گرفته است که خط‌های میدان عمود بر سطح حلقه‌های پیچه هستند. اگر نمودار تغییرات میدان برحسب زمان به‌صورت شکل زیر باشد و مقاومت یک حلقه $۰/۰۴\,\Omega$ باشد، توان مصرفی در مقاومت را محاسبه کنید؟



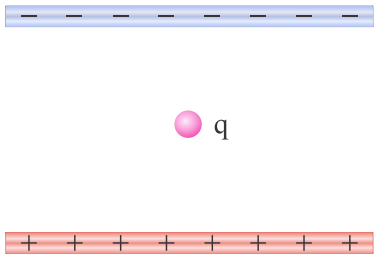
۱) $۳/۶ \times ۱۰^{-۴}$

۲) ۴×۱۰^{-۴}

۳) ۶×۱۰^{-۳}

۴) ۴×۱۰^{-۷}

۶۳ مطابق شکل بار نقطه‌ای مثبت q در بین صفحات خازن مسطحی که فضای بین آن‌ها خلأ است و در یک مدار متصل است، به حالت تعادل قرار دارد. اگر فضای بین دو صفحه را با هوا پرکنیم، چه وضعیتی برای بار q پیش می‌آید؟ (توجه کنید که ضریب دی الکتریک هوا اندکی بیشتر از خلا است)



۱) ثابت می‌ماند.

۲) به سمت بالا حرکت می‌کند.

۳) به سمت پایین حرکت می‌کند.

۴) بسته به شرایط هر سه مورد ممکن است.

۶۴ سرعت متحرکی با شتاب ثابت کاهش می‌یابد و بعد از ۱۲ ثانیه متحرک متوقف می‌شود. مسافتی که متحرک در ۶ ثانیه اول این زمان طی می‌کند، چندبرابر مسافتی است که متحرک در ۶ ثانیه پایانی طی می‌کند؟

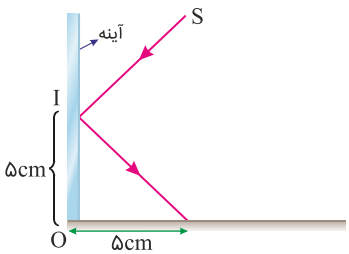
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۶۵ در شکل زیر سطح آینه بر سطح افقی زمین عمود است و بازتاب پرتو SI نقطه نورانی در فاصله $۵\,cm$ از پای آینه (نقطه O) ایجاد کرده است. اگر بخواهیم نقطه نورانی $۳/۵\,cm$ از پای آینه دورتر شود، پرتو SI را باید چند درجه و در چه جهتی بچرخانیم؟ $(\sqrt{۳} = ۱/۷)$



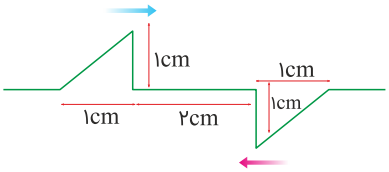
۱) ۷/۵ درجه پادساعتگرد

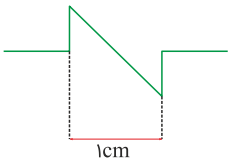
۲) ۷/۵ درجه ساعتگرد

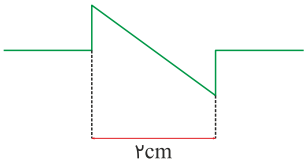
۳) ۱۵ درجه پادساعتگرد

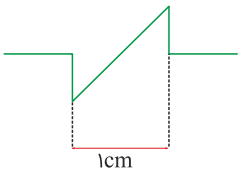
۴) ۱۵ درجه ساعتگرد

۶۶ در شکل زیر دو تپ به‌سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و تندی هرکدام $۱/۵\,cm/s$ است. یک ثانیه پس از لحظه‌ای که در شکل نشان داده‌شده، شکل برهم‌نهی دو تپ کدام گزینه خواهد بود؟



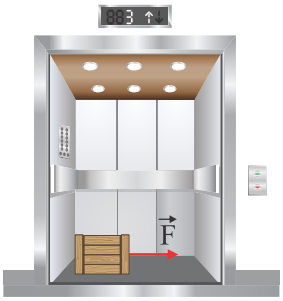
۱)


۲)


۳)


۴)

۶۷ در شکل زیر جسمی به جرم $۳\,kg$ در کف آسانسوری قرار دارد. نیروی افقی F به جسم وارد شده است. هنگامی‌که آسانسور ساکن است، جسم در آستانهٔ حرکت است و نیرویی به بزرگی $\frac{۵}{۴}F$ به کف آسانسور وارد می‌کند. اگر آسانسور با شتاب بالاسوی $\frac{۱۰}{۳}\,m/s^۲$ حرکت کند، بزرگی نیرویی که کف آسانسور به جسم وارد می‌کند، چند نیوتن خواهد شد؟ $(\mu_k = ۰/۴\,,\, g = ۱۰\,m/s^۲)$



۱) ۴۰

۲) $۴۰\sqrt{۲}$

۳) ۵۰

۴) $۵۰\sqrt{۲}$

۶۸ متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیهٔ $v_۰$ در ۲ ثانیهٔ دوم حرکت خود ۱۵ متر و در ۲ ثانیهٔ چهارم حرکت خود ۳۹ متر را طی می‌کند. شتاب حرکت چند $m/s^۲$ است؟

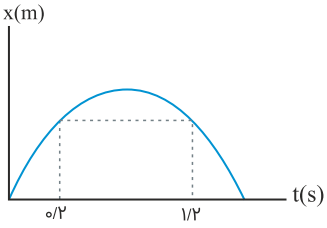
۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۵

۶۹ نمودار مکان- زمان حرکت خودرویی به‌صورت سهمی شکل زیر است. مقدار شتاب متوسط از لحظهٔ $t_1 = ۰/۲s$ تا لحظهٔ $t_2 = ۱/۲s$ برابر با $۲m/s^۲$ است. سرعت در لحظهٔ t_2 چند متر بر ثانیه است؟



۱) $+۱$

۲) -۱

۳) $+۴$

۴) -۲

۷۰ جسمی را در امتداد قائم بالا می‌اندازیم. کل نیروی وارد به آن در انتهای مسیر در غیاب مقاومت هوا .....

۱) بزرگ‌تر از وزن آن است.

۲) بزرگ‌تر از صفر ولی کمتر از وزن آن است.

۳) به‌طور لحظه‌ای مساوی صفر است.

۴) مساوی وزن آن است.

۷۱ گلوله‌ای از ارتفاع H از حال سکون رها می‌شود. اگر تندی متوسط گلوله در مدتی که $\frac{۳}{۴}$ انتهای مسیر تا رسیدن به زمین را طی می‌کند برابر $۱۵\,m/s$ باشد، H برحسب متر کدام است؟ ($g = ۱۰\,N/kg$ و از مقاومت هوا صرف‌نظر شود)

۱) ۱۵

۲) ۲۰

۳) ۴۵

۴) ۹۰

۷۲ معادلهٔ مکان- زمان متحرکی در SI به‌صورت $x = t^۲ - ۶t + ۸$ است. در مدت‌زمانی که بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور است، تندی متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟

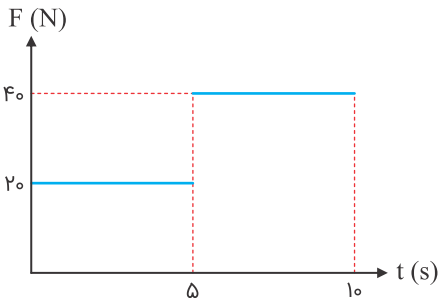
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۴

۴) ۸

۷۳ جسمی به جرم $۵kg$ روی سطح افقی ساکن است. نیروی افقی F را بر این جسم وارد می‌کنیم. نمودار تغییرات این نیرو بر حسب زمان به‌صورت شکل زیر است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی جسم با سطح به ترتیب $۰/۶$ و $۰/۴$ باشد، نیروی خالص متوسط بر جسم در بازهٔ زمانی $t_۰ = ۰$ تا $t = ۱۰s$ چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



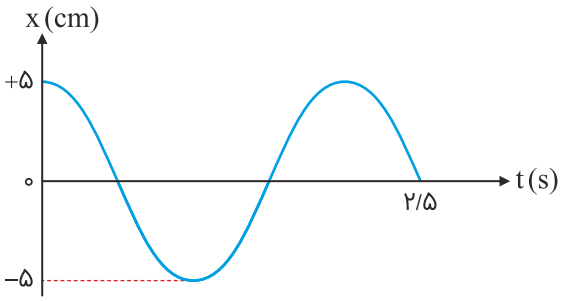
۱) ۱۰

۲) ۱۵

۳) ۲۰

۴) ۲۵

۷۴ نمودار مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. کمترین تندی متوسط نوسانگر در یک بازهٔ زمانی دلخواه به مدت ۰/۵ ثانیه، تقریباً چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ $(\sqrt{۲} \simeq ۱/۴)$



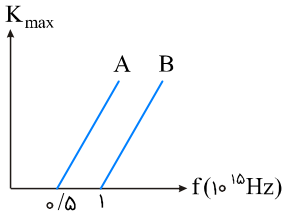
۱) ۴

۲) ۱۸

۳) ۳

۴) ۶

۷۵ در آزمایش فوتوالکتریک، نمودار تغییرات انرژی جنبشی سریع‌ترین فوتوالکترون‌های گسیل‌شده از دو فلز A و B برحسب بسامد نور فرودی به این دو فلز، مطابق شکل زیر است. فوتون‌هایی با بسامد f_A و f_B را به ترتیب به فلزهای A و B می‌تابانیم و سریع‌ترین فوتوالکترون‌های این دو فلز با سرعت یکسانی از فلز خارج می‌شوند. اگر $\frac{f_B}{f_A} = n$ باشد، کدام گزینه درست است؟



۱) $۱ < n < ۲$

۲) $n = ۱$

۳) $n = \frac{۱}{۲}$

۴) $\frac{۱}{۲} < n < ۱$

شیمی

۷۶ چند مورد از این مطالب دربارهٔ واکنش زیر درست‌اند؟ $(O = ۱۶ \ , \ C = ۱۲ \ , \ H = ۱ : g.mol^{-۱})$

$$C_۶H_{۱۲}O_۶ \rightarrow C_۲H_۵OH + CO_۲$$

- حالت فیزیکی ترکیبات هیدروژن‌دار، یکسان بوده و مجموع جرم مولی فرآورده‌ها (بدون در نظر گرفتن ضریب آن‌ها) نصف جرم مولی واکنش‌دهنده است.
- از جمله راه‌های تولید اتانول است که در آن، اکسیژن هیچ نقشی در تخمیر گلوکز ندارد.
- بر اثر سوختن کامل ۲۳ گرم سوخت سبز تولیدشده در این واکنش، ۷۱ گرم فرآورده تولید می‌شود.
- فرآوردهٔ قطبی تولیدی در این واکنش، به هر نسبتی در آب حل شده و نقطهٔ جوش آن از استون بیشتر است.

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

۷۷ اکسیژن حاصل از تجزیهٔ مقداری پتاسیم نیترات (KNO_3)، به‌طور کامل صرف سوزاندن مقداری اتانول شده است. اگر ۱۳/۲ گرم کربن دی‌اکسید تولید شود، جرم فرآوردهٔ جامد تجزیهٔ پتاسیم نیترات چند گرم بوده است؟ $(K = ۳۹ \ , \ O = ۱۶ \ , \ C = ۱۲ \ , \ N = ۱۴ \ , \ H = ۱ : g.mol^{-۱})$ (واکنش موازنه شود)

$$KNO_3(s) \rightarrow KNO_2(s) + O_2(g)$$

۱) ۱۰۲ ۲) ۶۸

۳) ۸۵ ۴) ۷۶/۵

۷۸ پس از موازنهٔ معادلات شیمیایی زیر، چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

a) $C_3H_5N_3O_9 \rightarrow CO_2 + H_2O + N_2 + O_2$

b) $KNO_3 \rightarrow K_2O + N_2 + O_2$

c) $KI + H_2SO_4 \rightarrow KHSO_4 + SO_2 + H_2O + I_2$

- بزرگ‌ترین ضریب در میان کل مواد، ۳ برابر ضریب پیچیده‌ترین ماده است.
- مجموع ضرایب گونه‌های عنصری در واکنش a با مجموع ضرایب گونه‌های عنصری در واکنش b برابر است.
- نسبت ضریب فرآورده‌های پتاسیم‌دار به یکدیگر، برابر ۱ است.
- مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در واکنش c، بزرگ‌تر از ضریب هریک از واکنش‌دهنده‌های واکنش a و b است.

۱) ۱ ۲) ۴

۳) ۳ ۴) ۲

۷۹ یکی از روش‌های تهیهٔ اتانول واکنش تخمیر گلوکز است که این واکنش به‌صورت زیر آمده است:

$$C_6H_{12}O_6(aq) \rightarrow C_2H_5OH(aq) + CO_2(g)$$

اگر در این واکنش مقدار گاز تولیدی برابر ۴ g باشد، جرم گلوکز اولیه برحسب گرم و حجم اتانول تشکیل‌شده برحسب لیتر به‌تقریب در کدام گزینه آمده است؟ $(O = ۱۶ \ , \ H = ۱ \ , \ C = ۱۲ : g.mol^{-۱} \ , \ d_{C_2H_5OH} = ۰/۸ : g.cm^{-۳})$

۱) ۴۰ ، ۵ ۲) ۱۸۰ ، ۰/۰۱

۳) ۸/۲ ، ۰/۰۰۵ ۴) ۸۰ ، ۲۶

۸۰ تعداد کل اتم‌های اکسیژن موجود در ۳۸/۴ گرم گوگرد تری‌اکسید با چگالی ۱/۹۲ گرم بر لیتر در شرایط استاندارد به‌تقریب چقدر است؟

۱) $۲/۱۵ \times ۱۰^{۲۴}$ ۲) $۱۶/۱۲۵ \times ۱۰^{۲۳}$

۳) $۲۱/۵ \times ۱۰^{۲۴}$ ۴) $۱/۶۱۲۵ \times ۱۰^{۲۳}$

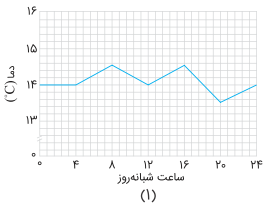
۸۱ باتوجه‌به نمودارهای داده‌شده چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

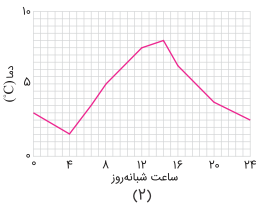
الف) نمودار (۱) مربوط به دمای بیرون و نمودار (۲) مربوط به دمای درون گلخانه است.

ب) میانگین دمای درون گلخانه حدود $۱۴^{\circ}C$ است که این دما برای کاشت برخی از فرآورده‌های کشاورزی مناسب است.

پ) کاهش یا افزایش دمای درون گلخانه در هر زمان متناسب با تغییرات دمای بیرون گلخانه است.

ت) نموداری که مربوط به دمای درون گلخانه است به نسبت نموداری که مربوط به دمای بیرون گلخانه است باید تغییرات دمایی کمتری داشته باشد.





۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۸۲ عنصر A دارای دو ایزوتوپ طبیعی A^{x_1} و A^{x_2} است. در یون A^{-} آن، اختلاف تعداد الکترون و نوترون‌ها در ایزوتوپ‌های A^{x_1} و A^{x_2} به ترتیب برابر با صفر و ۲ است. اگر مجموع عدد جرمی این دو ایزوتوپ برابر با ۷۲ باشد و جرم اتمی میانگین عنصر x برابر با ۳۶/۵ باشد، نسبت درصد فراوانی عنصر A^{x_1} به A^{x_2} کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$

۲) ۴

۳) $\frac{۱}{۳}$

۴) ۳

۸۳ با در نظر گرفتن آرایش الکترون- نقطه‌ای عناصر، چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

- آرایش الکترون- نقطه‌ای عناصر یک گروه یکسان بوده و شمار نقطه‌های پیرامون نماد شیمیایی آن‌ها برابر است.
- در عناصر گروه‌های ۱۳ تا ۱۸، شمار الکترون‌های ظرفیت یا نقطه‌های پیرامون نماد شیمیایی عنصر، ده عدد کمتر از شمارهٔ گروه آن‌ها است.
- همهٔ عناصری که در لایهٔ ظرفیت خود دو الکترون دارند، آرایش الکترون- نقطه‌ای مشابهی دارند.
- همهٔ اتم‌هایی که دارای ۳ الکترون ظرفیتی یا کمتر از آن هستند، در شرایط مناسب همه یا بخشی از الکترون‌های ظرفیتی خود را از دست می‌دهند و به کاتیون تبدیل می‌شوند.

۱) ۴

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۱

۸۴ کدام گزینه پیرامون عنصر A که در دورهٔ سوم و گروه هفدهم جدول تناوبی جای دارد، نادرست است؟

۱) گاز A_2 خاصیت رنگ‌بری و گندزدایی دارد.

۲) آرایش الکترون- نقطه‌ای اتم A دارای یک تک الکترون است.

۳) A_2 جزو مواد مولکولی به شمار می‌آید.

۴) ساختار ترکیب شیمیایی هیدروژن‌دار عنصر A (HA) به‌صورت شکل بالا است.

۸۵ اگر عنصری دارای سه ایزوتوپ با جرم‌های اتمی $۲۷/۹\,\text{amu}$، $۲۹/۹\,\text{amu}$ و $۳۰\,\text{amu}$ به ترتیب فراوانی ۹۲%، ۵% و ۳% باشد، جرم اتمی میانگین آن، برابر چند amu است؟

۱) ۲۸/۰۶۳ ۲) ۲۸/۸۹۲

۳) ۲۹/۰۵۴ ۴) ۲۹/۹۵۱

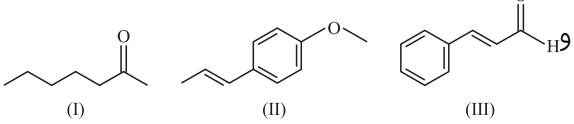
۸۶ $۸/۵\,\text{g}$ آب اکسیژنه از گازهای $H_۲$ و $O_۲$ تولید شده است. گرمای حاصل از این واکنش، دمای چه مقدار از اتانول را از $۲۵^\circ C$ به $۸۸^\circ C$ می‌رساند؟ همین مقدار آب اکسیژنه اگر از واکنش آب و $O_۲$ تولید شود، چه مقدار گرما تبادل می‌شود؟ (گرمای ویژه اتانول، $۲/۴۳\,J.g^{-۱}.^\circ C^{-۱}$ است)

$$۲H_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲H_۲O(l) \quad \Delta H = -۵۷۲\,kJ$$
$$۲H_۲O_۲(l) \rightarrow ۲H_۲O(l) + O_۲(g) \quad \Delta H = -۱۹۶\,kJ$$

۱) $۲۴/۵\,kJ$, $۰/۳۰۷\,g$ ۲) $۲۴/۵\,kJ$, $۰/۳۰۷\,kg$

۳) $۴۹\,kJ$, $۰/۵۸۸\,g$ ۴) $۴۹\,kJ$, $۰/۵۸۸\,kg$

۸۷ ترکیب‌های نشان داده‌شده مربوط به نمونه‌هایی از ترکیب‌های آلی موجود در میخک، دارچین و رازیانه است. کدام مطلب در مورد آن‌ها درست است؟



(I) (II) (III)

الف) نام آیوپاک ترکیب (I)، هپتانون است.

ب) گروه عاملی موجود در ترکیب‌های (II) و (III) به ترتیب کتون و آلدهید است.

پ) تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن در دو ترکیب (I) و (II) برابر با ۲ است.

ت) سه ترکیب (I)، (II) و (III) به ترتیب در میخک، رازیانه و دارچین وجود دارند.

۱) پ - ت

۲) الف - ب - ت

۳) الف - ب - پ

۴) ب - پ

۸۸ باتوجه‌به واکنش‌های گرماشیمیایی زیر: (معادلهٔ واکنش‌ها موازنه شود)

$$I)\ CS_۲(l) + O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) + SO_۲(g) \quad , \quad \Delta H = -۱۰۷۵\,kJ$$

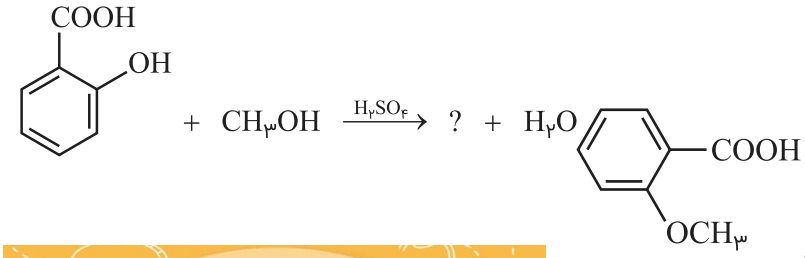
$$II)\ NH_۳(g) + O_۲(g) \rightarrow N_۲(g) + H_۲O(l) \quad , \quad \Delta H = -۱۵۳۰\,kJ$$

گرمای سوختن هر گرم آمونیاک با گرمای سوختن چند گرم کربن دی‌سولفید برابر است و سوختن هر مول آمونیاک در واکنش (II)، چند مول گاز تولید می‌کند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید، $H = ۱ \,,\, C = ۱۲ \,,\, N = ۱۴ \,,\, S = ۳۲ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۱/۵۹ ، ۱ ۲) ۲/۱۹ ، ۲

۳) ۱/۵۹ ، ۰/۵ ۴) ۲/۱۹ ، ۲/۲۵

۸۹ واکنش زیر نمونه‌ای از واکنش‌های استری شدن میان متانول و سالیسیلیک اسید است. چند مورد از مطالب زیر در مورد استر تولیدشده درست است؟



الف) فرمول ساختاری آن به‌صورت زیر است.

ب) فرمول مولکولی آن $C_۸H_۸O_۲$ است.

پ) نام آن، متیل سالیسیلات است.

ت) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به شمار الکترون‌های ناپیوندی در آن برابر با ۲ است.

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۹۰ چه تعداد از واکنش‌های زیر به‌طور خودبه‌خودی انجام می‌شود؟

الف) واکنش عنصری که ۵ الکترون با ویژگی $l = ۰$ دارد با اکسید دومین فلز قلیایی خاکی

ب) واکنش عنصری که تعداد الکترون‌های لایهٔ سوم آن ۵ برابر تعداد الکترون‌های لایهٔ چهارم آن است با زنگ آهن

پ) واکنش سولفات کاتیونی با آرایش $[Ar]۳d^۹$ با آخرین فلز دورهٔ سوم جدول دوره‌ای عنصرها

ت) واکنش گرافیت با اکسید اولین شبه‌فلز گروه ۱۴ جدول دوره‌ای عنصرها

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۹۱ هیدروژن سولفید گازی بی‌رنگ، قابل اشتعال و بسیار سمی است. اگر مقدار این گاز در محیط به ۴/۳٪ برسد، در واکنش با $O_۲$ منفجر می‌شود. این گاز در آزمایشگاه از واکنش آهن (II) سولفید و هیدروکلریک اسید تولید می‌شود و در کنار آن، آهن (II) کلرید هم ایجاد می‌شود. در یک آزمایشگاه، مقداری آهن (II) سولفید با مقدار اضافی هیدروکلریک اسید در یک ژنراتور با حجم ۲۵۰ mL قرار داده شده است. شرایط آزمایش از کنترل خارج شده و انفجار صورت می‌گیرد. حجم گاز آزادشده در اثر این انفجار، در شرایط STP، ۳۵/۸۴ لیتر است. اگر بازده واکنش تولید $H_۲S$، ۷۰٪ باشد چه مقدار از FeS به $H_۲S$ تبدیل شده است؟
$(Fe = ۵۶ \ , \ S = ۳۲ \ , \ O = ۱۶ \ , \ H = ۱ \ , \ Cl = ۳۵/۵ : g.mol^{-۱})$

۱) ۱۰۰/۶ g

۲) ۱۴۰/۸ g

۳) ۷۰/۴ g

۴) ۲۰۱/۱ g

۹۲ از واکنش محلول مجهولی از Fe_xCl_y به همراه سدیم هیدروکسید کافی، رسوبی سبزرنگ حاصل می‌شود. اگر از ۶۳/۵ گرم مادهٔ مجهول Fe_xCl_y با خلوص ۸۰ درصد برای تهیهٔ محلول استفاده کنیم، ۳۵/۱ گرم محلول سدیم کلرید حاصل می‌شود. بازدهٔ درصدی این واکنش کدام است؟ $(Fe = ۵۶ \ , \ Cl = ۳۵/۵ \ , \ Na = ۲۳ : g.mol^{-۱})$

۱) ۷۰ ۲) ۷۵

۳) ۸۰ ۴) ۸۵

۹۳ اگر ΔH سوختن متانول برابر $-۷۰۰\,kJ.mol^{-۱}$ باشد، چند گرم از آن باید بسوزد تا گرمای آزادشده بتواند ۱۲۵ گرم آب با دمای $۱۰^\circ C$ را در فشار $۱\,atm$ به جوش آورد؟ $(c_{آب} = ۴/۲ J.g^{-۱}.^\circ C^{-۱} \ , \ O = ۱۶ \ , \ C = ۱۲ \ , \ H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲/۱۶ ۲) ۱/۶۸

۳) ۲/۵۲ ۴) ۳/۳۶

۹۴ باتوجه‌به واکنش‌های داده‌شده، ΔH° واکنش: $FeO(s) + CO(g) \rightarrow Fe(s) + CO_۲(g)$، چند کیلوژول است؟

الف) $Fe_۲O_۳(s) + ۳CO(g) \rightarrow ۲Fe(s) + ۳CO_۲(g) \quad , \quad \Delta H^\circ = -۲۳\,kJ$

ب) $CO_۲(g) + ۲Fe_۳O_۴(s) \rightarrow CO(g) + ۳Fe_۲O_۳(s) \quad , \quad \Delta H^\circ = +۳۹\,kJ$

پ) $Fe_۳O_۴(s) + CO(g) \rightarrow ۳FeO(s) + CO_۲(g) \quad , \quad \Delta H^\circ = +۱۸\,kJ$

۱) -۱۱ ۲) +۱۱

۳) -۳۳ ۴) +۳۳

۹۵ محلولی را که شامل ۰/۵ میلی‌مول $AgNO_۳$ است با محلولی که شامل ۰/۵ میلی‌مول $NaCl$ می‌باشد و دمای هر دو $۰^\circ C$ است، مخلوط کنیم. گرمای حاصل از آن در دما و فشار ثابت $۰/۹\,g$ یخ با دمای $۰^\circ C$ را به آب با دمای $۰^\circ C$ تبدیل می‌کند. ΔH واکنش $Ag^+(aq) + Cl^-(aq) \rightarrow AgCl$ که کامل فرض می‌شود چند $kJ.mol^{-۱}$ است؟ (گرمای ذوب یخ در شرایط گفته‌شده برابر با $۶۰۲۵\,J.mol^{-۱}$ می‌باشد) $(O = ۱۶ \ , \ H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۶۰۲/۵۰۰ ۲) ۳۰۱/۲۵۰

۳) ۰/۶۰۲۵ ۴) ۰/۳۰۱۲۵

۹۶ اگر بدانیم pH محلولی از استیک اسید با درصد تفکیک یونی ۱/۲، یک واحد بزرگ‌تر از pH محلول هیدروفلوئوریک اسید با درصد تفکیک یونی ۲/۴ است، نسبت غلظت اولیه استیک اسید هیدروفلوئوریک اسید کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۲۰

۳) ۰/۲ ۴) ۰/۰۵

۹۷ اگر تفاوت عدد اتمی و شمار نوترون‌های ^{۸۰}X برابر با ۱۰ باشد، کدام مطلب دربارهٔ این عنصر نادرست است؟

۱) اگر ترکیب HX را در آب حل کنیم $[H^+] > [HX]$ خواهد بود.

۲) در ترکیب HX، احتمال حضور جفت الکترون‌های پیوندی پیرامون X بیشتر از H است.

۳) خصلت نافلزی $_{۱۷}Cl$ بیشتر از X است و در جدول بالاتر از X قرار دارد.

۴) در میدان الکتریکی ایجادشده در محلول $HX(aq)$، در آند گاز هیدروژن آزاد می‌شود.

۹۸ ۱۰ گرم H_2 را با a گرم Br_2 در محفظه‌ای به حجم ۵ لیتر مخلوط می‌کنیم تا باهم واکنش بدهند. اگر در لحظهٔ تعادل ۶ گرم H_2 و ۴۰ گرم Br_2 در ظرف موجود باشد، مقدار عددی a و ثابت تعادل به ترتیب برابرند با ..... $(H = 1 \ , \ Br = 80 : g.mol^{-1})$

$$H_2(g) + Br_2(g) \rightleftarrows 2HBr(g)$$

۱) ۲/۱۳ - ۳۶۰g
۲) ۲۱/۳ - ۲۶۰g
۳) ۲۱/۳ - ۳۶۰g
۴) ۲/۱۳ - ۲۶۰g

۹۹ درمورد مولکول‌های CO_2 و SCO چند جمله از جمله‌های زیر نادرست است؟
الف) تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی در هر دو مولکول برابر است.
ب) تعداد پیوندهای اشتراکی هر دو مولکول برابر است.
ج) CO_2 همانند SCO مولکول خطی و برخلاف SCO مولکولی ناقطبی است.
د) اتم کربن در مولکول CO_2 برخلاف اتم کربن در مولکول SCO بار جزئی ندارد.
هـ) درصد جرمی کربن در هر دو ترکیب یکسان است.

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۰۰ pH محلول سیرشدهٔ اسید HA، جرم مولی ۱۸۰ گرم، برابر با ۲/۶ است. انحلال‌پذیری تقریبی این اسید در هر ۱۰۰ گرم آب را محاسبه کنید. $(K_{a(HA)} = 3 \times 10^{-4}$ و چگالی محلول $1 g.mL^{-1})$

۱) ۰/۰۳۶
۲) ۰/۰۱
۳) ۰/۳۶
۴) ۳/۶

۱۰۱ از عبارت‌های زیر، چند عبارت درست است؟
الف) با افزایش درصد جرمی اکسیژن در اکسیدهای فلزهای قلیایی، آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور آن‌ها افزایش می‌یابد.
ب) جامدهای یونی رسانای جریان برق هستند و با عبور جریان برق به یون‌های گازی تشکیل‌دهندهٔ خود تجزیه می‌شوند.
پ) اغلب فلزهای دستهٔ d جدول دوره‌ای به شکل ترکیب‌های یونی مانند اکسید و کربنات در طبیعت یافت می‌شوند.
ت) بر اساس مدل دریای الکترونی، الکترون‌های لایهٔ ظرفیت فلزها می‌توانند آزادانه میان کاتیون‌های فلزی جابه‌جا شوند.
ث) اگر ماده‌ای در حالت مایع رسانا نباشد و در حالت جامد سخت باشد، آن ماده به جامد کووالانسی تعلق دارد.

۱) ۴
۲) ۲
۳) ۱
۴) ۳

۱۰۲ باتوجه‌به سلول‌های گالوانی "منیزیم- نقره" واژه‌های کدام گزینه، عبارت‌های زیر را به‌درستی کامل می‌کند؟ (به‌ترتیب از راست به چپ)

الف) آند و کاتد این سلول به‌ترتیب ..... و ..... هستند.

ب) جهت حرکت کاتیون‌ها از دیوارهٔ متخلخل ..... الکترون‌ها در مدار بیرونی از قطب منفی سلول به سمت قطب مثبت آن است.

ج) انتقال الکترون‌ها بین گونه‌های اکسنده و کاهنده از طریق ..... انجام می‌شود.

۱) منیزیم و نقره - مشابه - سیم
۲) نقره و منیزیم - مشابه - سیم
۳) منیزیم و نقره - برخلاف - سیم
۴) نقره و منیزیم - برخلاف - دیوارهٔ متخلخل

۱۰۳ اگر در دمای اتاق به ۱۲۵ میلی‌لیتر آب مقطر، ۰/۷ گرم پتاسیم هیدروکسید اضافه شود، چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ محلول حاصل درست است؟ (از تغییر حجم محلول بر اثر اضافه کردن مادهٔ جامد به آن، چشم‌پوشی شود) $(H = ۱ , O = ۱۶ , K = ۳۹ : g.mol^{-۱})$

- ۲۵۰ میلی‌لیتر از آن $۲/۵ \times ۱۰^{-۲}$ مول HCl را به‌طور کامل خنثی می‌کند.
- غلظت مولار یون $OH^-(aq)$ در آن، $۱۰^{۱۲}$ برابر غلظت مولار یون $H^+(aq)$ است.
- در ۵۰ میلی‌لیتر از این محلول، درمجموع ۰/۰۱ مول از کاتیون و آنیون وجود دارد.
- اگر به این محلول، ۱/۴ گرم پتاسیم هیدروکسید دیگر اضافه شود، $[OH^-]$ سه برابر خواهد شد.

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۰۴ چند مورد از موارد زیر جملهٔ داده شده را به‌درستی کامل نمی‌کند؟

"اگر در سلول گالوانی که از دو نیم‌سلول X و Y تشکیل یافته است و جهت حرکت آنیون‌ها به سمت تیغه X می‌باشد، به‌طور حتم می‌توان بیان کرد ....."

الف) نیم‌سلول Y نسبت به SHE اکسنده‌ای قوی‌تر است.

ب) در سلول گالوانی دارای نیم‌سلول X و SHE، نیم‌سلول X به نیم‌سلول SHE الکترون می‌دهد.

ج) مقدار عددی نشان داده شده در ولت‌سنج سلول گالوانی X و SHE کوچک‌تر از این مقدار برای سلول گالوانی دارای نیم‌سلول‌های Y و SHE است.

د) جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از نیم‌سلول X به Y است.

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۰۵ در یک آزمایشگاه ۳۴ کیلوگرم مجموع گازهای تولید شده از واکنش متان و آب را برای تولید متانول استفاده می‌کنند. اگر در بهترین حالت، بازدهٔ درصدی واکنش ۸۰٪ باشد، ۳۲ لیتر متانول تولید خواهد شد. محاسبه کنید درصد جرمی کربن مونوکسید در مخلوط گاز تولید شده ..... بوده و ..... گرم از گاز ..... بدون استفاده باقی خواهد ماند. (چگالی متانول $d = ۰/۸ g.mL^{-۱}$, $(C = ۱۲ , H = ۱ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱}$

۱) ۸۷٪، $H_۲$، ۲۰۰۰
۲) ۸۲٪، $H_۲$، ۲۸۰۰
۳) ۸۷٪، CO، ۵۶۰۰
۴) ۸۲٪، CO، صفر

www.alirezaafshar.org

ریاضی

۱ گزینه ۲

$$۲۵^{-\frac{۱}{۲}} \times \sqrt[۴]{۱۲۵^{۲}} \times \sqrt[۳]{۵^{x}} = ۲۵^{\frac{۱}{۳}} \Rightarrow (۵^{۲})^{-\frac{۱}{۲}} \times \sqrt[۴]{(۵^{۳})^{۲}} \times ۵^{\frac{x}{۳}} = (۵^{۲})^{\frac{۱}{۳}}$$
$$\Rightarrow ۵^{-۱} \times ۵^{\frac{۳}{۲}} \times ۵^{\frac{x}{۳}} = ۵^{\frac{۲}{۳}} \Rightarrow ۵^{(-۱+\frac{۳}{۲}+\frac{x}{۳})} = ۵^{\frac{۲}{۳}}$$
$$\Rightarrow -۱ + \frac{۳}{۲} + \frac{x}{۳} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{۱}{۲} + \frac{x}{۳} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{۳+۲x}{۶} = \frac{۴}{۶} \Rightarrow ۲x = ۴ - ۳ = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}$$

۲ گزینه ۲

وقتی n مضرب ۳ نباشد، حاصل $\frac{n}{۳}$ عددی غیرصحیح است پس یکی از جملات از ضابطهٔ $\frac{n}{۳}$ و دیگری از $\sqrt{n}$ است.
باتوجه‌به اینکه حاصل‌ضرب دو جملهٔ متوالی، عدد گنگ نشده است پس باید داخل $\sqrt{n}$ عددی مربع کامل و مضرب ۳ باشد:
$\{۹, ۳۶, ۸۱, ۱۴۴\}$

۱) $n = ۹$ باشد، باید $a_۸$ و $a_{۱۰}$ را حساب کنیم و در $a_۹$ ضرب کنیم:

$$a_۸ \times a_۹ = \frac{۸}{۳} \times \sqrt{۹} = ۸ \quad \times$$
$$a_۹ \times a_{۱۰} = \sqrt{۹} \times \frac{۱۰}{۳} = ۱۰ \quad \times$$

۲) $n = ۳۶$ باشد، باید $a_{۳۵}$ و $a_{۳۷}$ را حساب کنیم و در $a_{۳۶}$ ضرب کنیم:

$$a_{۳۵} \times a_{۳۶} = \frac{۳۵}{۳} \times \sqrt{۳۶} = \frac{۳۵}{۳} \times ۶ = ۷۰ \quad \times$$
$$a_{۳۶} \times a_{۳۷} = \sqrt{۳۶} \times \frac{۳۷}{۳} = ۶ \times \frac{۳۷}{۳} = ۷۴ \quad \times$$

۳) $n = ۸۱$ باشد، باید $a_{۸۰}$ و $a_{۸۲}$ را محاسبه کنیم و در $a_{۸۱}$ ضرب کنیم:

$$a_{۸۰} \times a_{۸۱} = \frac{۸۰}{۳} \times \sqrt{۸۱} = \frac{۸۰}{۳} \times ۹ = ۲۴۰ \quad \times$$
$$a_{۸۱} \times a_{۸۲} = \sqrt{۸۱} \times \frac{۸۲}{۳} = ۲۴۶ \quad \checkmark$$

جملهٔ کوچک‌تر $a_{۸۱} = ۹$ است.

۳ گزینه ۳

نمودار، شامل دو سهمی روبه‌بالا و روبه‌پایین در بازه‌های مختلف است. نمودار بالا در شکل یک سهمی را نشان می‌دهد که رأس آن در $x = ۱$ می‌باشد. درواقع $y = x^۲$ می‌باشد که یک واحد به سمت راست و یک واحد به بالا انتقال یافته است. بنابراین داریم $y = (x-۱)^۲ + ۱$ که برای $x \geq ۱$ تعریف شده است.

نمودار پایین در شکل یک سهمی روبه‌پایین را نشان می‌دهد که رأس آن در $x = -۱$ است و درواقع نمودار $y = -x^۲$ می‌باشد که یک واحد به‌سمت چپ و یک واحد به‌سمت پایین انتقال یافته است. بنابراین داریم: $y = -(x+۱)^۲ - ۱$ که برای $x < -۱$ تعریف شده است. چون نقطه توپر نیست، $x = -۱$ را شامل نمی‌شود. بنابراین گزینهٔ "۳" صحیح است.

۴ گزینه ۴

به‌ازای $n = ۴$ داریم:

$$\sqrt[۳]{(۴-۱)+۴!} = ۴-۱ \Rightarrow \sqrt[۳]{۳+۲۴} = ۳ \Rightarrow \sqrt[۳]{۲۷} = ۳$$

اما به‌ازای سایر گزینه‌ها این رابطه برقرار نیست!

۵ گزینه ۴

تعداد کل حالات برابر با جایگشت ۸ نفر (۴ زوج) است: $n(S) = ۸!$

حال اگر تمامی زوج‌ها را یک بسته در نظر بگیریم، ۴ بسته داریم که داخل هر یک زن و شوهر نیز می‌توانند باهم جابه‌جا شوند، پس:

$$n(A) = ۴! \times ۲! \times ۲! \times ۲! \times ۲! = ۴! \times ۲^۴$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴! \times ۲^۴}{۸!}$$

۶ گزینه ۲

اگر a, b, c سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند و $b < ۰$، آنگاه: $b = -\sqrt{ac}$

$$b < ۰ : b = -\sqrt{\frac{۱}{۱۶} \times ۶۴} = -۲$$

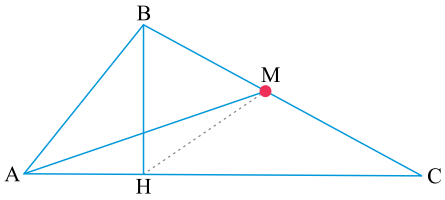
دنبالهٔ حسابی : $۱۳, ۱۰, \ldots \Rightarrow a_۱ = ۱۳ , d = -۳ , a_n = -۲$

$$a_n = a_۱ + (n-۱)d \Rightarrow -۲ = ۱۳ + (-۳)(n-۱)$$

$$\Rightarrow -۳n + ۳ + ۱۳ = -۲ \Rightarrow -۳n = -۱۸ \Rightarrow n = ۶$$

۷ گزینه ۳

فرض کنید مثلث ABC به‌صورت زیر باشد:



بنابراین مقدار MH را باید حساب کنیم. ابتدا شیب ضلع AC و معادلهٔ خط آن و سپس معادلهٔ خط BH را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{شیب ضلع } AC : \frac{۴-۲}{۲-۳} = \frac{۲}{-۱} = -۲$$

$$\text{معادلهٔ خط } AC : m = -۲ \Rightarrow y = -۲x + a \xrightarrow{A \in AC} ۲ = (-۲) \times ۳ + a$$

$$\Rightarrow a = ۲ + ۶ = ۸ \Rightarrow y = -۲x + ۸$$

$$\text{شیب } BH : \frac{۱}{۲} \Rightarrow \text{معادلهٔ خط } BH : y = \frac{۱}{۲}x + b$$

$$\xrightarrow{B \in BH} ۳ = \frac{۱}{۲}(-۱) + b \Rightarrow b = ۳ + \frac{۱}{۲} = \frac{۷}{۲} \Rightarrow y = \frac{۱}{۲}x + \frac{۷}{۲}$$

محل تلاقی AC و BH مختصات نقطهٔ H را به ما می‌دهد:

$$\frac{۱}{۲}x + \frac{۷}{۲} = -۲x + ۸ \Rightarrow \frac{۵}{۲}x = \frac{۹}{۲} \Rightarrow x = \frac{۹}{۵} \Rightarrow H(\frac{۹}{۵}, \frac{۲۲}{۵})$$

همچنین M وسط پاره‌خط BC است، بنابراین:

$$M = (\frac{-۱+۲}{۲}, \frac{۳+۴}{۲}) = (\frac{۱}{۲}, \frac{۷}{۲})$$

پس طول MH برابر است با:

$$MH = \sqrt{(\frac{۹}{۵} - \frac{۱}{۲})^۲ + (\frac{۲۲}{۵} - \frac{۷}{۲})^۲} = \sqrt{(\frac{۱۳}{۱۰})^۲ + (\frac{۹}{۱۰})^۲}$$

$$= \sqrt{\frac{۱۶۹}{۱۰۰} + \frac{۸۱}{۱۰۰}} = \sqrt{\frac{۲۵۰}{۱۰۰}} = \frac{۵\sqrt{۱۰}}{۱۰} = \frac{\sqrt{۱۰}}{۲}$$

۸ گزینه ۱

ضابطهٔ $f(x)$ و ضابطهٔ $gof(x)$ یا همان $g(f(x))$ به ما داده شده است و ضابطهٔ $g(x)$ را می خواهد. در این حالت برای پاسخ گویی به تست از تغییر متغیری به صورت زیر استفاده می کنیم. $f(x)$ را برابر t در نظر گرفته، x را بر حسب t به دست آورده و سپس $g(t)$ را بر حسب t تشکیل می دهیم. در نهایت برای تعیین ضابطهٔ $g(x)$، x را به جای t جای گزین می کنیم.

$$gof(x) = \frac{۱}{۲}x \ , \ f(x) = \frac{x}{۲-x} \Rightarrow g(f(x)) = g(\frac{x}{۲-x}) = \frac{۱}{۲}x$$

طبق توضیحات گفته شده $\frac{x}{۲-x}$ را برابر t فرض می کنیم:

$$\frac{x}{۲-x} = t \Rightarrow x = ۲t - tx \Rightarrow x + tx = ۲t \Rightarrow x(۱+t) = ۲t \Rightarrow x = \frac{۲t}{۱+t}$$

پس $g(t)$ برابر است با:

$$g(t) = \frac{۱}{۲}(\frac{۲t}{۱+t}) = \frac{t}{۱+t} \Rightarrow g(x) = \frac{x}{۱+x}$$

۹ گزینه ۴

عبارت زیر به‌صورت دنبالهٔ هندسی است.

$$x^{۷}(۱ - \frac{y}{x} + \frac{y^{۲}}{x^{۲}} - \frac{y^{۳}}{x^{۳}} + \ldots - \frac{y^{۷}}{x^{۷}})$$

که حاصل پرانتز از دستور $S = \frac{a(۱-q^{n})}{۱-q}$ قابل محاسبه است.

$$x^{۷} \times \frac{۱-(\frac{-y}{x})^{۸}}{۱-(\frac{-y}{x})} = x^{۷} \times \frac{۱-\frac{y^{۸}}{x^{۸}}}{۱+\frac{y}{x}} = \frac{x^{۸}-y^{۸}}{x+y}$$

۱۰ گزینه ۲

$$\lim_{x \to ۳^{-}} \frac{\sqrt{۹-x^{۲}}}{\sqrt{x}+\sqrt{۳-x}-\sqrt{۳}} = \frac{۰}{\sqrt{۳}+۰-\sqrt{۳}} = \frac{۰}{۰}$$

$$\sqrt{x}-\sqrt{۳} = \left(\sqrt{x}-\sqrt{۳}\right)(\frac{\sqrt{x}+\sqrt{۳}}{\sqrt{x}+\sqrt{۳}}) = \frac{x-۳}{\sqrt{x}+\sqrt{۳}}$$

$$\lim_{x \to ۳^{-}} \frac{\sqrt{۹-x^{۲}}}{\sqrt{x}-\sqrt{۳}+\sqrt{۳-x}} = \lim_{x \to ۳^{-}} \frac{\sqrt{۳+x} \times \sqrt{۳-x}}{\frac{x-۳}{\sqrt{x}+\sqrt{۳}} + \sqrt{۳-x}}$$

$$= \lim_{x \to ۳^{-}} \frac{\sqrt{۳+x} \times \cancel{\sqrt{۳-x}}}{\cancel{\sqrt{۳-x}}(-\frac{\sqrt{۳-x}}{\sqrt{x}+\sqrt{۳}} + ۱)} = \frac{\sqrt{۶}}{(۰+۱)} = \sqrt{۶}$$

۱۱ گزینه ۱

اگر تفاضل دو ریشه برابر صفر باشد؛ یعنی دو ریشه باهم برابرند، پس معادلهٔ $۲x^۲ - bx + ۸ = ۰$ دارای ریشهٔ مضاعف است و دلتای آن باید صفر باشد.

$$\Delta = ۰ \Rightarrow b^۲ - ۴ac = ۰ \Rightarrow b^۲ - ۴(۲)(۸) = ۰ \Rightarrow b = ۸$$

پس معادله به‌صورت $۲x^۲ - ۸x + ۸ = ۰$ است و داریم:

$$S = -\frac{b}{a} = \frac{-(-۸)}{۲} = ۴$$

۱۲ گزینه ۲

ابتدا باید تعیین کنیم وقتی $x \to ۰^-$ عبارت $x^۳ - x$ به سمت ۰^+ میل می‌کند یا ۰^-. برای این کار از تغییر متغیر $x^۳ - x = t$ استفاده می‌کنیم. با تعیین محدودهٔ t حاصل حد آن را با استفاده از ضابطه‌های داده‌شده به دست می‌آوریم.

$$x \to ۰^- \Rightarrow -۱ < x < ۰ \Rightarrow x^۳ > x \Rightarrow x^۳ - x > ۰ \xrightarrow{x^۳ - x = t} t > ۰ \Rightarrow t \to ۰^+$$

بنابراین برای به دست آوردن حاصل حد $\lim\limits_{x \to ۰^-} f(x^۳ - x)$ یا همان $\lim\limits_{t \to ۰^+} f(t)$ باید از ضابطهٔ بالا که مربوط به xهای مثبت است، استفاده کنیم:

$$t \to ۰^+ \Rightarrow t > ۰ \Rightarrow f(t) = \sqrt{۱ - t}$$
$$\lim_{t \to ۰^+} f(t) = \lim_{t \to ۰^+} \sqrt{۱ - t} = \sqrt{۱ - ۰} = ۱$$

۱۳ گزینه ۲

نکته: می‌دانیم که $-۱ \le \sin u \le ۱$ و $-۱ \le \cos u \le ۱$ است؛ بنابراین می‌توان از این عبارت‌های محدود (کران‌دار) در کنار x^n وقتی $x \to \pm\infty$ میل می‌کند صرف‌نظر کرد.

$$\xrightarrow{-۱ \le \sin u \le ۱} \lim_{x \to \infty} \frac{(a-b)x^۲ + x + \sin(\frac{x+۱}{x-۱})}{x^۲ + ۱} = \lim_{x \to \infty} \frac{(a-b)\,x^۲ + x}{x^۲ + ۱} = \lim_{x \to \infty} \frac{(a-b)\cancel{x^۲}}{\cancel{x^۲}} = a - b$$

$$\Rightarrow a - b = ۳ \Rightarrow a = b + ۳ \Rightarrow a - ۵b = b + ۳ - ۵b = ۳ - ۴b$$

۱۴ گزینه ۴

گام اول:

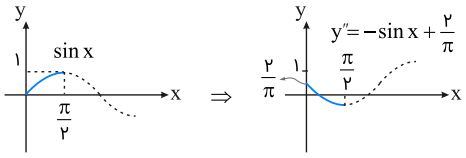
جهت تقعر منحنی یک تابع را می‌توان با تعیین علامت مشتق دوم این تابع مشخص کرد. تقعر منحنی تابع روی یک بازه روبه‌بالا است هرگاه نامساوی $y'' > ۰$ روی آن بازه برقرار باشد و تقعر منحنی تابع روی یک بازه روبه‌پایین است هرگاه نامساوی $y'' < ۰$ روی آن بازه برقرار باشد.

گام دوم:

مشتق دوم تابع داده‌شده را محاسبه و سپس تعیین علامت می‌کنیم.

$$y = \sin x + \frac{x^۲}{\pi} \Rightarrow y' = \cos x + \frac{۲x}{\pi} \Rightarrow y'' = -\sin x + \frac{۲}{\pi}$$

باتوجه‌به اینکه می‌دانیم $\frac{۱}{۲} < \frac{۲}{\pi} < ۱$ $(\pi \simeq ۳/۱۴)$ است تغییرات علامت y'' را روی بازهٔ $[۰, \frac{\pi}{۲}]$ بررسی می‌کنیم.



باتوجه‌به نمودار فوق، مقدار تابع y'' در بازهٔ $[۰, \frac{\pi}{۲}]$، ابتدا مثبت و سپس منفی است. بنابراین تقعر تابع y روی این بازه ابتدا روبه‌بالا و سپس روبه‌پایین است.

۱۵ گزینه ۳

می‌دانیم خطوط موازی دارای شیب برابر هستند، پس داریم: $a_{d_۱} = a_{d_۲}$

با توجه به شکل نقاط $(۰, y_۲)$ و $(۸, y_۱)$ روی خط $d_۱$ هستند. ابتدا مقادیر $y_۲$ و $y_۱$ را به دست می‌آوریم:

$$y_۱ = \frac{۴(۸) - ۵}{۸ + ۱} = \frac{۳۲ - ۵}{۹} = ۳ \Rightarrow (۸, ۳)$$

$$y_۲ = \frac{۴(۰) - ۵}{۰ + ۱} = -۵ \Rightarrow (۰, -۵)$$

حالا می‌توانیم با داشتن دو نقطه شیب‌خط $d_۱$ را به دست آوریم.

$$a_{d_۱} = \frac{۳ - (-۵)}{۸ - ۰} = +۱ \Rightarrow a_{d_۱} = a_{d_۲} = +۱$$

از تابع مشتق می‌گیریم و مشتق را برابر $+۱$ قرار می‌دهیم تا محل برخورد خط $d_۲$ و تابع را بیابیم.

$$y' = \frac{۴ - (-۵)}{(x+۱)^۲} = +۱ \Rightarrow ۹ = (x+۱)^۲ \Rightarrow \begin{cases} x = ۲ \\ x = -۴ \end{cases}$$

با توجه به شکل مقدار $x = -۴$ غیرقابل‌قبول است.

حالا با داشتن شیب‌خط $d_۲$ و یک نقطه از آن معادلهٔ آن را بیابیم.

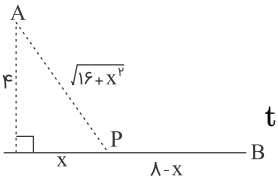
$$a_{d_۲} = +۱ \ , \ (۲, ۱) \Rightarrow y - ۱ = ۱(x - ۲) \Rightarrow y = x - ۱ \xrightarrow{y=۰} x = ۱$$

خط $d_۲$ محور طول‌ها را در نقطهٔ $x = ۱$ قطع می‌کند.

۱۶ گزینه ۴

از رابطهٔ فیثاغورس معلوم است که طول مسیر قایق‌سواری برابر است با: $\sqrt{۱۶+x^۲}$

زمان قایق‌سواری $\frac{\sqrt{۱۶+x^۲}}{۲}$ و زمان پیاده‌روی $\frac{۸-x}{۴}$ است؛ پس زمان کل برابر است با:



$$t=\frac{\sqrt{۱۶+x^۲}}{۲}+\frac{۸-x}{۴}$$

$$\Rightarrow t'=\frac{۱}{۲}\times\frac{۲x}{۲\sqrt{۱۶+x^۲}}-\frac{۱}{۴}=۰$$

$$\Rightarrow \frac{۲x}{\sqrt{۱۶+x^۲}}=۱\Rightarrow \sqrt{۱۶+x^۲}=۲x\Rightarrow ۱۶+x^۲=۴x^۲\Rightarrow ۳x^۲=۱۶$$

$$\Rightarrow x^۲=\frac{۱۶}{۳}\Rightarrow x=\frac{۴}{\sqrt{۳}}\xrightarrow{\text{مسیر پیاده‌روی}}۸-x=۸-\frac{۴}{\sqrt{۳}}$$

۱۷ گزینه ۴

نکته: $\tan x+\cot x=\frac{۲}{\sin ۲x}$

اثبات:

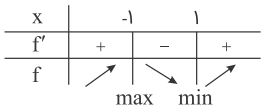
$$\tan x+\cot x=\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}=\frac{\sin^۲x+\cos^۲x}{\sin x\cos x}$$
$$=\frac{۱}{\frac{۱}{۲}\sin ۲x}=\frac{۲}{\sin ۲x}$$

$$\tan\frac{x}{۲}+\cot\frac{x}{۲}+\frac{۱}{۴}\sin\frac{x}{۲}\cos\frac{x}{۲}+۱=\frac{۲}{\sin x}+\frac{۱}{۸}\sin x+۱=۰$$

$$\Rightarrow \frac{۲+\frac{۱}{۸}\sin^۲x+\sin x}{\sin x}=۰\Rightarrow \frac{۱}{۸}\sin^۲x+\sin x+۲=۰$$
$$\Rightarrow \sin^۲x+۸\sin x+۱۶=۰\Rightarrow(\sin x+۴)^۲=۰$$
$$\Rightarrow \sin x=-۴\ \text{غ.ق.ق}\Rightarrow \text{معادله ریشه ندارد.}$$

۱۸ گزینه ۱

طول نقاط اکسترمم $f'(x)=0 \Rightarrow x=\pm 1 \quad , \quad f'(x)=6x^2-6$



$$\Rightarrow \text{نقاط اکسترمم}: \begin{cases}(-1,5)\\(1,-3)\end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{شیب خط گذرنده از آن‌ها}: m_1=\frac{5-(-3)}{-1-1}=\frac{8}{-2}=-4$$

$$f''(x)=12x \Rightarrow \text{نقطهٔ عطف}: (0,1)$$

دقت شود که تابع در کل $\mathbb{R}$ پیوسته است.

$$\text{شیب خط مماس بر نمودار در نقطهٔ عطف}: m_2=f'(0)=-6$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1}=\frac{-6}{-4}=\frac{3}{2}$$

۱۹ گزینه ۳

$$P(\{b,c\})=P(\{a,b,c\})-P(a)=\frac{2}{3}-\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$$

$$P(\{b,c,e\}|\{a,b,c\})=\frac{P(\{b,c,e\}\cap\{a,b,c\})}{P(\{a,b,c\})}$$

$$=\frac{P(\{b,c\})}{P(\{a,b,c\})}=\frac{\frac{5}{12}}{\frac{2}{3}}=\frac{5}{8}$$

۲۰ گزینه ۳

اگر بخواهیم آن روی کارت که دیده‌ایم آبی باشد، ممکن است یکی از دو اتفاق زیر افتاده باشد:
یک کارت دو رو آبی (BB) برداشته‌ایم یا اینکه یک کارت یک رو آبی و یک رو قرمز برداشته‌ایم. (RB)، پس داریم:

$$P(B)=P(BB)P(B|BB)+P(RB)P(B|RB)$$

$$=\frac{3}{10}\times 1+\frac{5}{10}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{10}+\frac{5}{20}=\frac{11}{20}$$

وقتی یک کارت یک رو آبی و یک رو قرمز است به احتمال $\frac{1}{2}$ روی آبی آن به طرف ما است.

۲۱ گزینه ۱

$P(A) =$ همرنگ باشند

$=$ دومی قرمز اولی قرمز یا دومی سفید اولی سفید

$$= \frac{۴}{۹} \times \frac{۳}{۸} + \frac{۵}{۹} \times \frac{۴}{۸} = \frac{۱۲}{۷۲} + \frac{۲۰}{۷۲} = \frac{۳۲}{۷۲} = \frac{۱۶}{۳۶} = \frac{۴}{۹}$$

۲۲ گزینه ۴

جعبه ابزار:

۱- قوانین دمورگان

$$\begin{cases} (A \cap B)' = A' \cup B' \\ (A \cup B)' = A' \cap B' \end{cases}$$

۲- تبدیل تفاضل به اشتراک

$$X - Y = X \cap Y'$$

۳- قوانین جذب

$$\begin{cases} A \cap (A \cup B) = A \\ A \cup (A \cap B) = A \end{cases}$$

۴- اگر دو مجموعه جدا از هم باشند، آنگاه هر یک، زیرمجموعهٔ متمم دیگری است و برعکس.

$$A \cap B = \varnothing \Leftrightarrow (A \subseteq B' \wedge B \subseteq A')$$

۵- اگر دو مجموعه، جدا از هم باشند، آنگاه تفاضل آن‌ها برابر با مجموعهٔ اول است و برعکس.

$$A \cap B = \varnothing \Leftrightarrow (A - B = A, B - A = B)$$

به کمک ویژگی تبدیل تفاضل به اشتراک و قانون دمورگان داریم:

$$\begin{aligned} &(((B' \cup A) - B) \cap (B \cap C)') \cup (A - B) \\ &= ((\underbrace{(B' \cup A) \cap B'}_{\text{(جذب) } B'}) \cap (B' \cup C')) \cup (A \cap B') \\ &= (\underbrace{B' \cap (B' \cup C')}_{B'}) \cup (A \cap B') = B' \cup (A \cap B') \overset{\text{جذب}}{=} B' \end{aligned}$$

طبق فرض داده‌شده، $A \subseteq B'$ است، پس A و B دو مجموعهٔ جدا از هم می‌باشند $(A \cap B = \varnothing)$ و طبق جعبه ابزار داریم:

$$(\underbrace{A - B}_{A}) \cup (\underbrace{B - A}_{B}) = A \cup B$$

یعنی گزینهٔ "۲" درست و گزینهٔ "۴" نادرست است.

برای بررسی گزینه‌های "۱" و "۳" داریم:

$$\begin{aligned} &(\underbrace{A \cup B'}_{A \subseteq B'})' \cup (A \cap B) = (B')' \cup (\underbrace{A \cap B}_{\varnothing}) = B \cup \varnothing = B \\ &(A \cup B')' - (\underbrace{A \cap B}_{\varnothing}) = (\underbrace{A \cup B'}_{A \subseteq B'})' = (B')' = B \end{aligned}$$

۲۳ گزینه ۲

اطلاعاتی که داریم را جمع‌بندی می‌کنیم:
بزرگ‌ترین داده ۹ است. همهٔ داده‌ها متمایز هستند و هیچ داده‌ای کوچک‌تر از ۱ نیست.
باتوجه‌به شرایط یادشده، برای سه دادهٔ مذکور، حداقل مقدارها، ۱، ۲ و ۳ است:

$$\text{میانگین} = \frac{۹+۳+۲+۱}{۴} = \frac{۱۵}{۴} = ۳/۷۵$$

حداکثر مقادیر ۶، ۷ و ۸ است:

$$\text{میانگین} = \frac{۹+۸+۷+۶}{۴} = \frac{۳۰}{۴} = ۷/۵$$

پس میانگین باید عددی بین ۳/۷۵ تا ۷/۵ باشد و فقط مقدار ۴ پذیرفته است.

۲۴ گزینه ۲

در ترکیب عطفی دو گزاره، ارزش ترکیب هنگامی درست است که دو گزارهٔ ترکیب عطفی درست باشند، پس داریم:
$\sim p \wedge \sim q$ درست است، اگر p و q نادرست باشند، پس درنتیجه $\sim p$ دارای ارزش درست است.
حال چه ترکیبی از دو گزارهٔ $\sim p$ که درست است و q که نادرست است، باید داشته باشیم تا نتیجهٔ $(\sim p \,?\, q)$ درست شود.
۱) در ترکیب دوشرطی هنگامی‌که دو طرف ترکیب هم‌ارزش باشند، نتیجه درست خواهد بود.
۲) در ترکیب فصلی دو گزاره، اگر حداقل یک طرف ترکیب درست باشند، نتیجه درست خواهد بود.
۳) در ترکیب عطفی دو گزاره، اگر دو طرف ترکیب درست باشند، نتیجه درست خواهد بود.
پس گزینهٔ "۲" صحیح است.

۲۵ گزینه ۲

$$rp = ۲q \Rightarrow r \times ۱۰ = ۲ \times ۴۰ \Rightarrow r = ۸$$

با گرافی ۸- منتظم از مرتبهٔ ۱۰ مواجه هستیم. در این گراف می‌دانیم هر رأسی را که انتخاب کنیم، خودش و ۸ رأس دیگر را احاطه می‌کند (درجهٔ آن ۸ است)؛ بنابراین ۹ رأس گراف تا به اینجا احاطه شده است و فقط مانده یکی! آن یک رأس را هم برمی‌داریم تا گراف احاطه شود؛ بنابراین عدد احاطه‌گری این گراف ۲ است.

۲۶ گزینه ۳

$$(۹n+۴, ۱۱n+۷) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid ۱۱n+۷ \xrightarrow{\times ۹} d \mid ۹۹n+۶۳ \\ d \mid ۹n+۴ \xrightarrow{\times ۱۱} d \mid ۹۹n+۴۴ \end{cases} \xrightarrow{-} d \mid ۱۹ \xrightarrow{d \neq ۱} d = ۱۹$$

$$۹n+۴ \overset{۱۹}{\equiv} ۰ \Rightarrow ۹n \overset{۱۹}{\equiv} -۴+۴(۱۹) \Rightarrow ۹n \overset{۱۹}{\equiv} ۷۲ \xrightarrow[(۹,۱۹)=۱]{\div ۹} n \overset{۱۹}{\equiv} ۸ \Rightarrow n = ۱۹k+۸ \xrightarrow{k=۱} n = ۲۷$$

۲۷ گزینه ۲

$$۷^{۱۳}+a\overset{۲۳}{\equiv}۰\Rightarrow\left(۷^{۲}\right)^{۶}\times۷+a\overset{۲۳}{\equiv}۰$$
$$\Rightarrow ۳^{۶}\times۷+a\overset{۲۳}{\equiv}۰\Rightarrow\left(۳^{۳}\right)^{۲}\times۷+a\overset{۲۳}{\equiv}۰$$
$$\Rightarrow ۴^{۲}\times۷+a\overset{۲۳}{\equiv}۰$$
$$۱۱۲+a\overset{۲۳}{\equiv}۰\Rightarrow-۳+a\overset{۲۳}{\equiv}۰\Rightarrow a\overset{۲۳}{\equiv}۳$$

$$\Rightarrow a=۲۳k+۳\xrightarrow{k=۰}a=۳$$

۲۸ گزینه ۱

نکته: برای به دست آوردن رقم یکان اعداد توان‌دار، اگر توان عدد از ۴ بیشتر باشد، می‌توان آن را (توان را) بر ۴ تقسیم نمود و اگر باقی‌مانده صفر باشد، به‌جای توان قبلی از ۴ و اگر صفر نشد از همان باقی‌ماندهٔ به‌دست‌آمده به‌جای توان قبلی استفاده کرد.
به‌همین‌دلیل باقی‌ماندهٔ توان‌ها را بر ۴ به دست می‌آوریم:

$$۳!=۶\overset{۴}{\equiv}۲\ ,\ ۴!\overset{۴}{\equiv}۰\overset{۴}{\equiv}۴\ ,\ ۵!\overset{۴}{\equiv}۰\overset{۴}{\equiv}۴\ ,\ \ldots\ ,\ ۱۰!\overset{۴}{\equiv}۰\overset{۴}{\equiv}۴$$

$$۰^{۰!}+۱^{۱!}+۲^{۲!}+\cdots+۱۰^{۱۰!}\overset{۱۰}{\equiv}۰^{۱}+۱^{۱}+۲^{۲}+۳^{۲}+۴^{۴}+۵^{۴}+۶^{۴}+۷^{۴}+۸^{۴}+۹^{۴}+۱۰^{۴}$$

$$\overset{۱۰}{\equiv}۰+۱+۴+۹+۲۵۶+۶۲۵+(-۴)^{۴}+(-۳)^{۴}+(-۲)^{۴}+(-۱)^{۴}+۰^{۴}$$

$$\overset{۱۰}{\equiv}۱+۴+۹+۲۵۶+۶۲۵+۲۵۶+۸۱+۱۶+۱+۰$$

$$\overset{۱۰}{\equiv}۱+۴+۹+۶+۵+۶+۱+۶+۱+۰\overset{۱۰}{\equiv}۳۹\overset{۱۰}{\equiv}۹$$

۲۹ گزینه ۱

گراف کامل گرافی $(p-۱)$–منتظم است. اگر درجهٔ هر رأس دو واحد کاهش یابد گراف به‌دست‌آمده (گراف G) $(p-۳)$–منتظم می‌شود. گراف کامل دارای $\frac{p(p-۱)}{۲}$ یال و گراف G دارای $\frac{p(p-۳)}{۲}$ یال است، پس:

$$\frac{p(p-۱)}{۲}-\frac{p(p-۳)}{۲}=۱۸\xrightarrow{\times۲}p^{۲}-p-\left(p^{۲}-۳p\right)=۳۶\Rightarrow ۲p=۳۶\Rightarrow p=۱۸$$

بنابراین گراف G، ۱۵–منتظم خواهد بود.

۳۰ گزینه ۴

ابتدا فرض می‌کنیم $d = (a^۲ + a\ ,\ ۳a - ۱)$، پس داریم:

$$\begin{matrix} d|(a^۲ + a) \times ۳ \Rightarrow d|۳a^۲ + ۳a \\ d|(۳a - ۱) \times a \Rightarrow d|۳a^۲ - a \end{matrix} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d|۴a$$

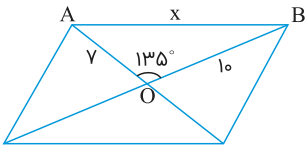
برای اینکه طرف دوم رابطهٔ بخش‌پذیری به یک عدد برسد نیاز است یک بار دیگر از ترکیب خطی دو رابطهٔ بخش‌پذیری استفاده کنیم:

$$\begin{matrix} d|(۴a) \times ۳ \Rightarrow d|۱۲a \\ d|(۳a - ۱) \times ۴ \Rightarrow d|۱۲a - ۴ \end{matrix} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d|۴ \Rightarrow d = ۱ \text{ یا } ۲ \text{ یا } ۴$$

باتوجه‌به دو عدد $۳a - ۱$ و $a^۲ + a$ مشخص می‌شود که اگر به جای a عدد زوج قرار گیرد، $۳a - ۱$ عددی فرد و $a^۲ + a$ عددی زوج می‌شود که در این حالت ب.م.م آن‌ها برابر یک است و اگر به جای a عدد فرد قرار گیرد، $۳a - ۱$ و $a^۲ + a$ هر دو زوج می‌شوند که ب.م.م آن‌ها ۲ یا ۴ است که مطلوب مسئله هم است. پس کل اعداد فرد دو رقمی به جای a می‌توانند باشند که تعداد آن‌ها ۴۵ عدد است.

۳۱ گزینه ۳

در متوازی الاضلاع قطرها منصف یکدیگرند. در مثلث AOB طبق قانون کسینوس‌ها داریم:



$$x^۲ = ۷^۲ + ۱۰^۲ - ۲ \times ۷ \times ۱۰ \cos ۱۳۵^\circ$$

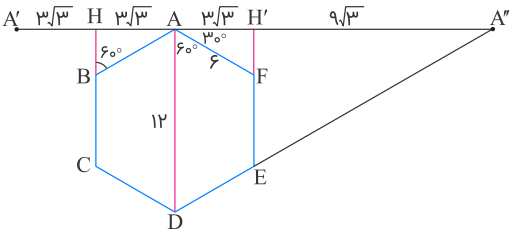
$$x^۲ = ۴۹ + ۱۰۰ + ۷۰\sqrt{۲} = ۱۴۹ + ۷۰\sqrt{۲}$$

۳۲ گزینه ۲

می‌دانیم مساحت شش ضلعی منتظم به ضلع a برابر $\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}a^۲$ است، پس:

$$\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}a^۲ = ۵۴\sqrt{۳} \Rightarrow a = ۶$$

حال برای به دست آوردن کوتاه‌ترین مسیر از A به D با شرایط ذکرشده A را نسبت به BC و سپس نسبت به EF قرینه کرده و فاصلهٔ نقطهٔ حاصل تا D را می‌یابیم:



$$AH = ۶\sin A\hat{B}H = ۳\sqrt{۳}$$
$$AH = A'H = AH' \Rightarrow A'H' = ۹\sqrt{۳}$$
$$A''H' = A'H' \Rightarrow A''H' = ۹\sqrt{۳} \Rightarrow AA'' = ۱۲\sqrt{۳}$$

$A''AD$ قائم‌الزاویه است و قطر ۶ ضلعی منتظم دو برابر ضلع آن است، پس داریم:

$$A''D = \sqrt{۱۲^۲ + \left(۱۲\sqrt{۳}\right)^۲} = ۱۲\sqrt{۱+۳} = ۲۴$$

مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار

۳۳ گزینه ۳

گام اول

الف) مماس AC با وتر AB برابر است. بنابراین مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ متساوی الساقین بوده و دو زاویهٔ $\hat{B}$ و $\hat{C}$ باهم برابرند.

ب) دو زاویهٔ $\hat{B}$ و $\hat{C}$ را برحسب کمان‌های $\overset{\frown}{AB}$ و $\overset{\frown}{AD}$ به دست آورده و باتوجه‌به اینکه $\overset{\frown}{DMB} = ۲۲۲^\circ$ است، ابتدا اندازهٔ کمان‌های $\overset{\frown}{AB}$ و $\overset{\frown}{AD}$ و سپس اندازهٔ زاویهٔ $\hat{C}$ را تعیین می‌کنیم.

گام دوم

روش اول:

$$\left.\begin{array}{l} AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{B} = \dfrac{\overset{\frown}{AD}}{۲}, \hat{C} = \dfrac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{AD}}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\overset{\frown}{AD}}{۲} = \frac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{AD}}{۲} \Rightarrow ۲\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{AB} \quad (I)$$

$$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{DMB} = ۳۶۰^\circ \xrightarrow{\overset{\frown}{DMB}=۲۲۲^\circ} \overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{AD} = ۱۳۸^\circ$$
$$\xrightarrow{(I)} \Rightarrow ۳\overset{\frown}{AD} = ۱۳۸^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AD} = ۴۶^\circ$$
$$\Rightarrow \overset{\frown}{AB} = ۲\overset{\frown}{AD} = ۲ \times ۴۶ = ۹۲^\circ$$

پس زاویهٔ $\hat{C}$ برابر است با:

$$\hat{C} = \frac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{AD}}{۲} = \frac{۹۲ - ۴۶}{۲} = \frac{۴۶}{۲} = ۲۳^\circ$$

روش دوم:

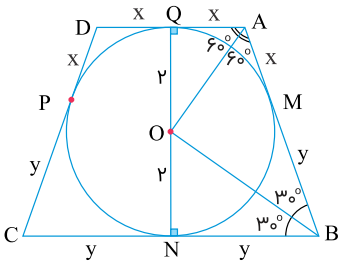
می‌دانیم $\hat{B} = \hat{C}$, $B = \dfrac{\overset{\frown}{AD}}{۲}$, $A = \dfrac{\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{DMB}}{۲}$ است. ازطرفی مجموع زوایای داخلی هر مثلث ۱۸۰ درجه است، پس:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \frac{\overset{\frown}{AD} + ۲۲۲^\circ}{۲} + \frac{\overset{\frown}{AD}}{۲} + \frac{\overset{\frown}{AD}}{۲} = ۱۸۰^\circ$$
$$\Rightarrow \frac{۳}{۲}\overset{\frown}{AD} + ۱۱۱^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AD} = ۴۶^\circ$$

بنابراین $\hat{C} = \dfrac{\overset{\frown}{AD}}{۲} = ۲۳^\circ$.

۳۴ گزینه ۴

می‌دانیم مرکز دایرهٔ محاطی، محل همرسی نیمسازهای داخلی ذوزنقه است. حال مطابق شکل، داریم:



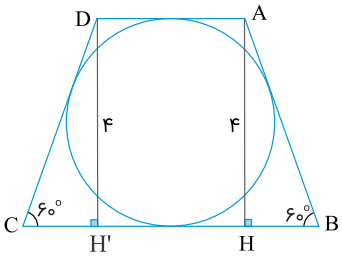
$$\overset{\Delta}{ONB}: \tan ۳۰^\circ = \frac{ON}{NB} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{۲}{y} \Rightarrow y = ۲\sqrt{۳}$$

$$\overset{\Delta}{OQA}: \tan ۶۰^\circ = \frac{OQ}{QA} \Rightarrow \sqrt{۳} = \frac{۲}{x} \Rightarrow x = \frac{۲}{\sqrt{۳}}$$

$$S_{ABCD} = \frac{۱}{۲}(AD + BC)(QN) = \frac{۱}{۲}(۲x + ۲y)(۴)$$

$$= ۴(x + y) = ۴(\frac{۲}{\sqrt{۳}} + ۲\sqrt{۳}) = ۴(\frac{۸}{\sqrt{۳}}) = \frac{۳۲}{\sqrt{۳}}$$

روش دوم: ارتفاع‌های ذوزنقه با قطر دایرهٔ محاطی، برابرند. درنتیجه:



$$\overset{\Delta}{AHB}: \hat{B} = ۶۰^\circ \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}AB$$

$$۴ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}AB \Rightarrow AB = \frac{۸}{\sqrt{۳}} \Rightarrow DC = \frac{۸}{\sqrt{۳}}$$

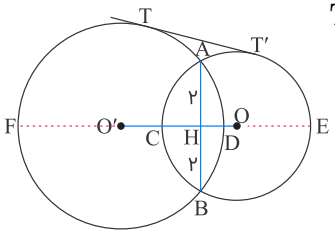
$$ABCD \text{ محیطی است} \Rightarrow AD + BC = AB + DC \Rightarrow \frac{۸}{\sqrt{۳}} + \frac{۸}{\sqrt{۳}} = \frac{۱۶}{\sqrt{۳}} \quad (*)$$

$$S_{ABCD} = \frac{۱}{۲}(AB + DC)(AH) \xrightarrow{(*)} \frac{۱}{۲}(\frac{۱۶}{\sqrt{۳}})(۴) = \frac{۳۲}{\sqrt{۳}}$$

۳۵ گزینه ۴

شعاع دایرهٔ کوچک را r و شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر را R درنظر می‌گیریم.

$$OH = x \Rightarrow CH = r - x \ , HE = r + x$$
$$O'H = y \Rightarrow HD = R - y \ , HF = R + y$$
$$\begin{cases} \overset{\Delta}{AOH} ; r^2 - x^2 = 4 \\ \overset{\Delta}{AO'H} ; R^2 - y^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow (r^2 + R^2) - (x^2 + y^2) = 8$$



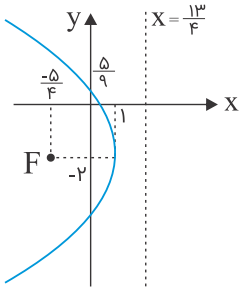
$$TT' = \sqrt{d^2 - (R-r)^2} \xrightarrow{d=x+y} 36 = x^2 + y^2 + 2xy - R^2 - r^2 + 2rR$$
$$\Rightarrow 36 = \underbrace{(x^2 + y^2) - (R^2 + r^2)}_{-8} + \underbrace{2xy}_{+10} + \underbrace{2rR}_{+2rR}$$
$$\Rightarrow 36 = -8 + 10 + 2rR \Rightarrow 34 = 2rR \Rightarrow rR = 17$$

۳۶ گزینه ۳

هر پرتوی که از نقطهٔ $(-2, -\frac{5}{4})$ بتابد بازتاب آن در امتداد محور xها است پس این نقطه کانون سهمی می‌باشد. خط هادی سهمی به معادلهٔ $x = \frac{13}{4}$ است پس سهمی افقی بوده و دهانهٔ آن به سمت چپ باز می‌شود.

طول رأس سهمی وسط خط هادی و کانون سهمی می‌باشد و چون سهمی افقی است، عرض رأس آن با عرض کانون یکی می‌باشد پس $y_S = -2$ و داریم:

$$X_S = \frac{\frac{13}{4} + \frac{-5}{4}}{2} = 1 \ , \ S(1, -2)$$
$$\text{(فاصلهٔ بین خط هادی و رأس)} \ a = \frac{13}{4} - 1 = \frac{9}{4}$$
$$\Rightarrow (y+2)^2 = -4a(x-1) \Rightarrow (y+2)^2 = -4\left(\frac{9}{4}\right)(x-1) \Rightarrow (y+2)^2 = -9x + 9$$
$$\text{محل برخورد با محور xها} : y = 0 \Rightarrow 4 = -9x + 9 \Rightarrow 9x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{9}$$



۳۷ گزینه ۲

معادلهٔ سهمی را ساده می‌کنیم تا مقدار a را به دست آوریم:

$$۳x^۲ + ۲ = ۶x - ۴y \Rightarrow ۳x^۲ - ۶x = -۴y - ۲$$
$$\xrightarrow{\div ۳} x^۲ - ۲x = -\frac{۴}{۳}y - \frac{۲}{۳}$$

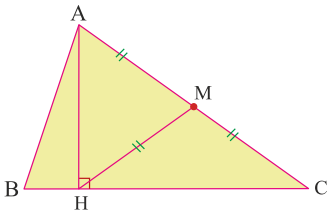
چون معادلهٔ سهمی به‌صورت $(x-h)^۲ = -۴a(y-k)$ است، پس:

$$x^۲ - ۲x + ۱ - ۱ = -\frac{۴}{۳}y - \frac{۲}{۳} \Rightarrow (x-۱)^۲ = -\frac{۴}{۳}(y - \frac{۱}{۴}) \Rightarrow a = \frac{۱}{۳}$$

ازآنجاکه فاصلهٔ کانون سهمی تا خط هادی برابر $۲|a|$ است، بنابراین فاصلهٔ موردنظر برابر است با:

$$۲|a| = ۲|\frac{۱}{۳}| = \frac{۲}{۳}$$

۳۸ گزینه ۲



می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه میانهٔ وارد بر وتر نصف وتر است، پس در مثلث قائم‌الزاویهٔ AHC، داریم:

$$HM = \frac{AC}{۲} \Rightarrow HM = MC$$

بنابراین نقطهٔ M از دو نقطهٔ ثابت H و C به یک‌فاصله است. درنتیجه نقطهٔ M روی عمودمنصف HC است.

۳۹ گزینه ۴

با حل دستگاه دو معادله دو مجهول، بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را می‌یابیم.

$$\begin{cases} ۲\vec{a} - \vec{b} = (۶, -۶, -۳) \\ \vec{a} + \vec{b} = (۰, -۳, -۹) \end{cases} \xrightarrow{+} ۳\vec{a} = (۶, -۹, -۱۲) \Rightarrow \vec{a} = (۲, -۳, -۴)$$
$$\Rightarrow \vec{b} = (-۲, ۰, -۵)$$

باتوجه‌به اینکه $|\vec{a}| = |\vec{b}| = \sqrt{۲۹}$ است، پس بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-\vec{b}$ بر هم عمودند. بنابراین مساحت چهار ضلعی خواسته‌شده از ضرب طول این دو بردار به دست می‌آید.

$$\left.\begin{array}{l} \vec{a} + \vec{b} = (۰, -۳, -۹) \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{۹۰} \\ \vec{a} - \vec{b} = (۴, -۳, ۱) \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{۲۶} \end{array}\right\} \Rightarrow S = \sqrt{۹۰} \times \sqrt{۲۶} = ۶\sqrt{۶۵}$$

۴۰ گزینه ۱

معادلهٔ این سهمی را به‌صورت استاندارد آن می‌نویسیم:

$$y^۲ = ۴(x+y) \Rightarrow y^۲ = ۴x + ۴y \Rightarrow (y^۲ - ۴y + ۴) - ۴ = ۴x$$

$$\Rightarrow (y-۲)^۲ = ۴x + ۴ \Rightarrow (y-۲)^۲ = ۴(x+۱)$$

در این سهمی افقی، نقطهٔ $S(-۱, ۲)$ رأس سهمی و $p = ۱$ فاصلهٔ کانونی آن است؛ بنابراین نقطهٔ $F(۰, ۲)$ کانون سهمی و درنتیجه مرکز دایره است. برای نوشتن معادلهٔ دایره اندازهٔ شعاع آن را لازم داریم. قطر دایره، وتری از سهمی است که از کانون عبور کرده و بر محور تقارن سهمی عمود است (وتر کانونی). طول وتر کانونی سهمی برابر $|۴p|$ است، درنتیجه شعاع این دایره برابر با $۲p = ۲$ می‌شود، پس داریم:

$$(x-۰)^۲ + (y-۲)^۲ = ۲^۲ \Rightarrow x^۲ + y^۲ - ۴y + ۴ = ۴ \Rightarrow x^۲ + y^۲ - ۴y = ۰$$

فیزیک

۴۱ گزینه ۴

حجم آب بالا آمده برابر است با:

$$V_w = ۳۰۰ - ۲۰۰ = ۱۰۰\,cm^۳ = ۱۰۰ \times ۱۰^{-۶}\,m^۳ = ۱۰^{-۴}\,m^۳$$

بنابراین جرم آب جابه‌جا شده برابر است با:

$$m_w = \rho_w V_w = ۱۰۰۰ \times ۱۰^{-۴} = ۰/۱\,N$$

نیروی شناوری وارد بر گلوله برابر با وزن آب جابه‌جا شده است:

$$F_b = m_w g = ۰/۱ \times ۱۰ = ۱\,N$$

این نیرو را آب به گلوله (به‌طرف بالا) وارد می‌کند و واکنش آن از طرف گلوله به آب (به‌طرف پایین) وارد می‌شود که باعث می‌شود، آب $۱\,N$ سنگین‌تر به نظر برسد:

$$\text{عدد نیروسنج} = ۳ + ۱ = ۴\,N$$

۴۲ گزینه ۲

باتوجه به داده‌های سوال داریم:

$$\text{جرم بطری} = ۲۶۵\,g$$

$$\text{جرم(بطری + ساچمه‌ها)} = ۶۱۵\,g$$

$$\text{جرم ساچمه‌ها} = ۶۱۵ - ۲۶۵ = ۳۵۰\,g$$

$$\text{جرم(آب + ساچمه‌ها + بطری)} = ۹۷۰\,g$$

$$\text{جرم آب اضافه شده} = ۹۷۰ - ۶۱۵ = ۳۵۵\,g$$

$$\text{جرم کل آب زمان خالی شدن ساچمه‌ها} = ۷۶۰ - ۲۶۵ = ۴۹۵\,g$$

$$\text{حجم آبی که بطری را پر می‌کند} = V = \frac{m}{\rho}$$

$$\Rightarrow V = \frac{۴۹۵}{۱} = ۴۹۵\,cm^۳$$

$$\text{حجم آب همراه ساچمه‌ها} = V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \frac{۳۵۵}{۱} = ۳۵۵\,cm^۳$$

$$\text{حجم ساچمه‌ها} = ۴۹۵ - ۳۵۵ = ۱۴۰\ cm^۳$$

$$\text{ساچمه‌ها} = \rho = \frac{m}{V} = \frac{۳۵۰}{۱۴۰} = ۲/۵\,g/cm^۳$$

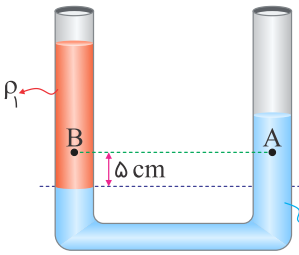
استاد علیرضا افشار
"همایش ها"
@hamayesh_dr_afshar

۴۳ گزینه ۱

فشار در سطح تراز یکسان بوده و فشار را در این نقاط برابر P می‌گیریم.

نقطهٔ B، $۵\,cm$ بالاتر از سطح تراز بوده و فشار در نقطهٔ A برابر $P - \rho_۱ g\frac{۵}{۱۰۰}$ است.

نقطه A، $۵\,cm$ بالاتر از سطح تراز بوده و فشار در نقطهٔ B برابر $P - \rho_۲ g\frac{۵}{۱۰۰}$ است.



باتوجه‌به اینکه مایعی که چگالی بیشتری دارد ته‌نشین می‌شود پس چگالی مایع (۲) بیشتر از چگالی مایع (۱) است:

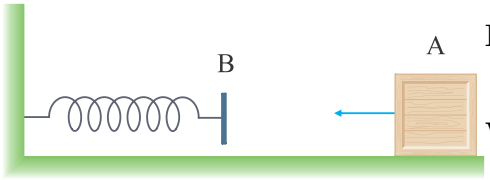
$$P_B = P - \rho_۱ g\frac{۵}{۱۰۰} \xrightarrow{\rho_۲ > \rho_۱} P_B > P_A$$
$$P_A = P - \rho_۲ g\frac{۵}{۱۰۰}$$

اختلاف فشار داده‌شده در واقع $P_B - P_A$ است:

$$P_B - P_A = ۱۰۰\,Pa \Rightarrow P - \rho_۱ \times ۱۰ \times \frac{۵}{۱۰۰} - (P - \rho_۲ \times ۱۰ \times \frac{۵}{۱۰۰}) = ۱۰۰$$
$$\Rightarrow \frac{\rho_۲}{۲} - \frac{\rho_۱}{۲} = ۱۰۰ \Rightarrow \rho_۲ - \rho_۱ = ۲۰۰\,kg/cm^۳$$

۴۴ گزینه ۴

ابتدا بررسی می‌کنیم تندی جسم در لحظهٔ برخورد با فنر چند متر بر ثانیه است. (ممکن است قبل از برخورد به فنر تندی به $۸\,m/s$ رسیده باشد)

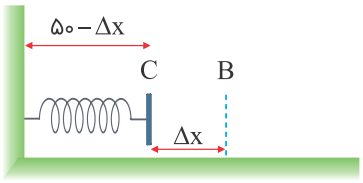


$$E_A + W_{f_k} = E_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_A^۲ + (-f_k d) = \frac{۱}{۲}mv_B^۲$$

$$v_A^۲ - \frac{۲f_k d}{m} = v_B^۲ \Rightarrow ۱۰۰ - \frac{۲(۲)(۰/۴)}{۰/۱} = v_B^۲$$

$$\Rightarrow v_B^۲ = ۸۴ \Rightarrow v_B = \sqrt{۸۴}\,m/s > ۸\,m/s$$

پس نتیجه می‌گیریم پس از برخورد با فنر این اتفاق می‌افتد و سرعت به ۸ متر بر ثانیه می‌رسد.



$$E_B + W_{f_k} = E_C \Rightarrow K_B - f_k\Delta x = K_C + U_{eC}$$

$$\frac{۱}{۲}m(v_B)^۲ - f_k\Delta x = \frac{۱}{۲}mv_C^۲ + ۸۰(\Delta x)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۱۰})(۸۴) - ۲\Delta x = \frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۱۰})(۸)^۲ + ۸۰(\Delta x)^۲$$

$$\Rightarrow ۴/۲ - ۲\Delta x = ۳/۲ + ۸۰(\Delta x)^۲ \Rightarrow ۸۰\Delta x^۲ + ۲\Delta x - ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow \Delta x = ۰/۱\,m = ۱۰\,cm$$

پس مسافت طی‌شده برابر با $(۴۰ + ۱۰)$ سانتی‌متر است.

۴۵ گزینه ۴

گام اول: با فرض اینکه جرم آب درون ظرف‌ها m باشد، عددی که ترازوی شکل سمت چپ نشان می‌دهد، برابر است با:

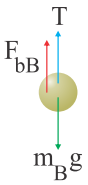
$$F = (m + m_A)g = mg + m_A g \quad (I)$$

گام دوم: در شکل سمت راست، از طرف آب نیروی شناوری روبه‌بالای F_{bB} وارد می‌شود که مطابق با قانون سوم نیوتن، به همین اندازه نیرو از طرف گلوله بر آب و درنتیجه بر ترازو وارد می‌شود:

$$F = mg + F_{bB} \xrightarrow{I} \cancel{mg} + m_A g = \cancel{mg} + F_{bB} \Rightarrow F_{bB} = m_A g = ۰/۱ \times ۱۰ = ۱N$$

گام سوم: اکنون می‌توان با استفاده از این مطلب که برآیند نیروهای وارد بر گلولهٔ B، صفر است، جرم آن را به دست آورد:

$$T + F_{bB} = m_B g \Rightarrow ۵ + ۱ = m_B \times ۱۰ \Rightarrow m_B = ۰/۶\,kg = ۶۰۰\,g$$



مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار

۴۶ گزینه ۲

گام اول

الف) دمای یک میلهٔ فلزی از θ_1 به θ_2 می‌رسد: $\leftarrow \Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

ب) اگر طول آن ۰/۱ درصد افزایش یابد. $\leftarrow \frac{\Delta L}{L} \times 100 = \frac{1}{10}$

ج) چگالی آن چند درصد تغییر می‌کند. $\leftarrow \frac{\Delta\rho}{\rho_1} \times 100 = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1\right) \times 100 = ?$

گام دوم

بنا بر رابطه چگالی با دما داریم:

$$\rho_2 = \rho_1(1 - \beta\Delta\theta) = \rho_1 - \rho_1\beta\Delta\theta \Rightarrow \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} = -\beta\Delta\theta = -3\alpha\Delta\theta$$

حال کافی است $\alpha\Delta\theta$ را با استفاده از انبساط طولی میله بدست آوریم و در رابطه بالا جایگذاری کنیم:

$$\Delta L = L\alpha\Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta L}{L} = \alpha\Delta\theta \Rightarrow \alpha\Delta\theta = 10^{-3}$$

بنابراین درصد تغییر حجم برابر است با:

$$\text{درصد تغییر حجم} : \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \times 100 = -3\alpha\Delta\theta \times 100 = -3 \times 10^{-3} \times 100 = -\%0/3$$

۴۷ گزینه ۱

گرمکن الکتریکی با تولید گرما باعث ذوب یخ شده است، پس مقدار گرمای تولیدی به وسیلهٔ گرمکن الکتریکی را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{توان مفید} : P_2 = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = P_2 \cdot \Delta t \qquad (1)$$

$$\text{توان مفید} : P_2 = \text{بازده} \times P_1 = \frac{80}{100} \times 750 = 600\,W \qquad (2)$$

$$\text{گرمای تولیدشده توسط گرمکن الکتریکی} : \xrightarrow{(1),(2)} Q = 600 \times 122/5 = 73500\,J$$

گرمایی که گرمکن الکتریکی تولید می‌کند باعث می‌شود دمای یخ از $-6^\circ C$ به صفر رسیده و نیز قسمتی از یخ ذوب شود.

$$Q = Q_1 + Q_2 \Rightarrow 73500 = mc\Delta\theta + \underset{\text{جرم یخ ذوب‌شده}}{\downarrow m'} L_F \Rightarrow 73500 = 0/5 \times 2100 \times (0 - (-6)) + m' \times 336000$$

$$\Rightarrow 73500 - 6300 = m' \times 336000 \Rightarrow m' = \frac{67200}{336000} = 0/2\,kg = 200\,g$$

بنابراین:

$$\text{جرم یخ باقی‌مانده} : 500 - 200 = 300\,g$$

۴۸ گزینه ۳

در قسمت اول نمودار که جسم تحت تأثیر گرمای داده شده، تغییر دما داده است، داریم:

$$Q_۱ = mc\Delta\theta \Rightarrow P\,t_۱ = mc\Delta\theta$$

در قسمت دوم نمودار (قسمت افقی) که جسم تحت تأثیر گرمای دادهشده، ذوب شده است، داریم:

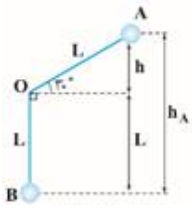
$$Q_۲ = mL_f \Rightarrow P\,t_۲ = mL_f$$

با تقسیم دو رابطهٔ بهدستآمده و توجه به این موضوع که توان گرمایی و نیز جرم جسم ثابت است، داریم:

$$\frac{P\,t_۱}{P\,t_۲} = \frac{mc\Delta\theta}{mL_f} \Rightarrow \frac{t_۱}{t_۲} = \frac{c\Delta\theta}{L_f} \Rightarrow \frac{۸۰}{۲۰۰-۸۰} = \frac{c\times(۲۵۰-۵۰)}{L_f} \Rightarrow \frac{L_f}{c} = ۳۰۰$$

۴۹ گزینه ۲

در نقطهٔ دلخواه مسیر حرکت که قسمتی از یک دایره به شعاع L و مرکز O است، علاوه بر نیروی وزن، نیروی کشش (T) نیز به وزنهٔ m اعمال میشود، ولی چون نیروی کشش همواره بر مسیر حرکت عمود است و کاری روی وزنه انجام نمیدهد؛ پس تنها نیرویی که روی وزنه کار انجام میدهد نیروی وزن است و انرژی مکانیکی وزنه پایسته میماند.



$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_A^۲ + mgh_A = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ + mgh_B$$

$$h_A = L + h = L + \frac{L}{۲} = \frac{۳}{۲}L$$

$$\Rightarrow ۰ + mg\times\frac{۳}{۲}L = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ + ۰ \Rightarrow v_B^۲ = ۳gL \Rightarrow v_B = \sqrt{۳gL}$$

۵۰ گزینه ۱

مخلوط دو گاز هیدروژن و هلیوم در مخزن وجود دارد بنابراین:

$$n_{H_۲} + n_{He} = n_{\text{کل}} \Rightarrow ۴۰\times۱۰^{-۳}\ m^۳$$

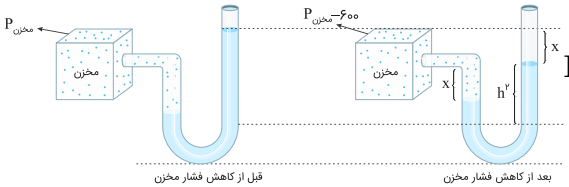
$$n_{H_۲} + n_{He} = \frac{PV}{RT} = \frac{۲\times۱۰^۵\times۴\times۱۰^{-۲}}{۸\times(۲۷۳+۱۲۷)}$$
$$\Rightarrow n_{H_۲} + n_{He} = ۲/۵\,mol \Rightarrow \frac{m_{H_۲}}{M_{H_۲}} + \frac{m_{He}}{M_{He}} = ۲/۵$$

$$\Rightarrow \frac{m_{H_۲}}{۲} + \frac{m_{H_e}}{۴} = ۲/۵ \Rightarrow ۲m_{H_۲} + m_{He} = ۱۰\,g$$

طبق صورت سؤال : $\left.\begin{matrix} m_{H_۲} + m_{He} = ۸\,g \\ ۲m_{H_۲} + m_{He} = ۱۰\,g \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} m_{H_۲} = ۲\,g \\ m_{He} = ۶\,g \end{cases} \Rightarrow \frac{m_{H_۲}}{m_{He}} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$

۵۱ گزینه ۳

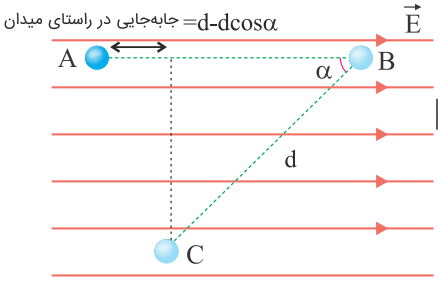
اگر فشار مخزن کم شود سطح آب در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ x پایین می‌آید و شاخهٔ سمت چپ به اندازهٔ x بالا می‌رود.



$$P_{\text{مخزن}} - ۶۰۰ = P_{۰} + \rho_{\text{آب}} g(h - ۲x)$$
$$\Rightarrow P_{۰} + \rho_{\text{آب}} gh - ۶۰۰ = P_{۰} + \rho_{\text{آب}} g(h - ۲x)$$
$$\Rightarrow \rho_{\text{آب}} gh - \rho_{\text{آب}} g(h - ۲x) = ۶۰۰$$
$$\Rightarrow \rho_{\text{آب}} gh - \rho_{\text{آب}} gh + \rho_{\text{آب}} g۲x = ۶۰۰ \Rightarrow \rho_{\text{آب}} g۲x = ۶۰۰$$
$$\Rightarrow ۱۰^{۴} \times ۲x = ۶۰۰ \Rightarrow x = ۳\,\text{cm}$$

۵۲ گزینه ۱

برای محاسبهٔ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی می‌توان نوشت:



$$|\Delta U_{ABC}| = |q|E(\overbrace{d - d\cos\alpha}^{\text{جابه‌جایی درراستای میدان}}) = ۵ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۰^{۵} \times ۰/۵(۱ - ۰/۶)$$
$$\Rightarrow |\Delta U| = ۱۰^{-۱}\,J = ۰/۱\,J$$

بار منفی در جهت میدان حرکت کرده است، پس $\Delta U > ۰$ است. بنابراین:

$$\Delta U = +۰/۱J$$

۵۳ گزینه ۱

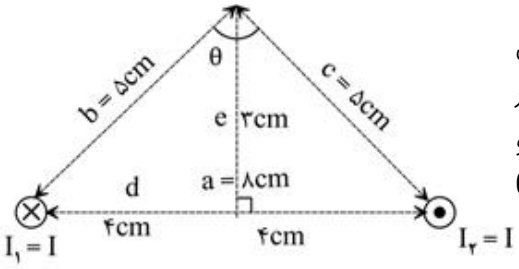
چون ورقه‌های الکتروسکوپ باز هستند، پس الکتروسکوپ و خازن هر دو باردارند. بار صفحهٔ B و الکتروسکوپ از یک نوع است. با قرار دادن شیشهٔ بدون بار بین صفحات خازن، ظرفیت خازن زیاد می‌شود. زیرا باوجود شیشه که به‌عنوان دی‌الکتریک بین صفحات خازن قرار دارد، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد و همچنین بار روی صفحات خازن نیز زیاد می‌شود.

$$q = C \uparrow \underbrace{V}_{\text{ثابت}} \Rightarrow q \uparrow \text{ افزایشی}$$

این افزایش بار روی صفحات از انتقال بار الکتروسکوپ ناشی شده است. پس انحراف ورقه‌ها کاهش می‌یابد.

مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار

۵۴ گزینه ۱



جهت میدان مغناطیسی حاصل از جریان سیم بلند، عمود بر خط واصل سیم حامل جریان و نقطهٔ موردنظر است، حال کافی است محدودهٔ زاویهٔ θ را مشخص کنیم، اگر $۱۸۰ > \theta > ۹۰$ باشد بردار $\vec{B}$ داخل مثلث و اگر $۹۰ > \theta > ۰$ باشد بیرون مثلث و درصورتی‌که $\theta = ۹۰^\circ$ باشد بر روی ضلع مثلث می‌افتد. برای مشخص کردن محدودهٔ θ از قانون کسینوس‌ها استفاده می‌کنیم.

ولی قبل از آن با استفاده از قانون فیثاغورس اندازهٔ اضلاع b و c را مشخص می‌کنیم.

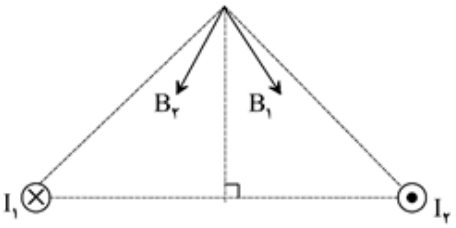
$$\begin{cases} b^۲ = d^۲ + e^۲ \\ d = ۴\,cm\ ,\ e = ۳\,cm \end{cases} \Rightarrow b^۲ = ۱۶ + ۹ = ۲۵\,cm \Rightarrow b = ۵\,cm$$

c نیز به همین ترتیب برابر با $۵\,cm$ می‌شود.

حال از قضیهٔ کسینوس‌ها استفاده می‌کنیم.

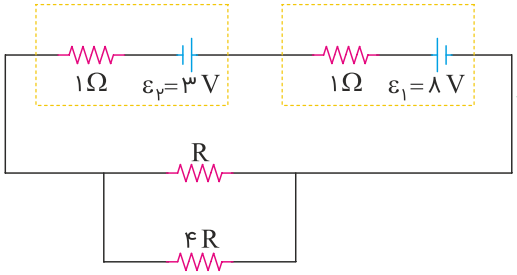
$$\begin{cases} a^۲ = ۶۴ \\ b^۲ + c^۲ = ۲۵ + ۲۵ = ۵۰ \\ b = c = ۵ \end{cases} \Rightarrow a^۲ > b^۲ + c^۲$$

بنابراین $۱۸۰ > \theta > ۹۰$ است و بردارهای مغناطیسی $B_۱$ و $B_۲$ داخل مثلث هستند.



۵۵ گزینه ۱

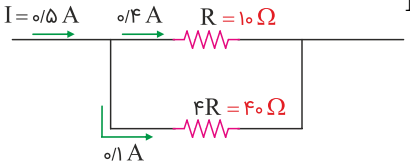
$\varepsilon_۲ > \varepsilon_۱ \Leftarrow$ پس جهت جریان پادساعتگرد است و مولد $\varepsilon_۲$، پادمحرک است.



$$\text{مولد } ۲ \quad V = \varepsilon_۲ + Ir_۲ \Rightarrow ۳/۵ = ۳ + I \times ۱ \Rightarrow I = ۰/۵\,A$$

$$I = \frac{\varepsilon_۱ - \varepsilon_۲}{R_t + r_۱ + r_۲} \Rightarrow ۰/۵ = \frac{۸ - ۳}{R_t + ۲} \Rightarrow R_t = ۸\,\Omega$$

$$\frac{۱}{R_t} = \frac{۱}{R} + \frac{۱}{۴R} \Rightarrow \frac{۱}{۸} = \frac{۵}{۴R} \Rightarrow R = ۱۰\,\Omega$$



توان مقاومت R: $P = RI^۲ = ۱۰ \times (۰/۴)^۲ = ۱/۶\,W$

۵۶ گزینه ۳

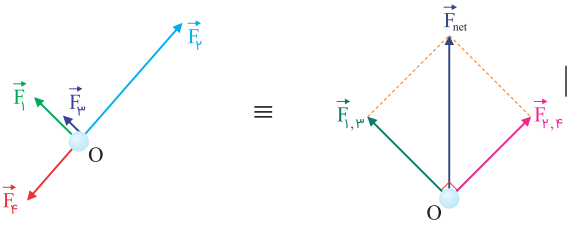
شکل ساده‌ای رسم می‌کنیم و باتوجه‌به علامت بارها، جهت نیروی الکتریکی‌ای که هر بار بر بار $q_۵$ وارد می‌کند را مشخص می‌کنیم. طول هر ضلع مربع $۶\,cm$ است، بنابراین فاصلهٔ بار $q_۵$ از هر یک از بارها $۳\sqrt{۲}\,cm$ است و از تکنیک محاسباتی ۹۰ در قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F_۱ = ۹۰ \times \frac{۴ \times ۴}{(۳\sqrt{۲})^۲} = ۸۰\,N \quad ; \quad F_۲ = ۹۰ \times \frac{۴ \times ۷}{(۳\sqrt{۲})^۲} = ۱۴۰\,N$$
$$F_۳ = ۹۰ \times \frac{۴ \times ۱}{(۳\sqrt{۲})^۲} = ۲۰\,N \quad ; \quad F_۴ = ۹۰ \times \frac{۴ \times ۲}{(۳\sqrt{۲})^۲} = ۴۰\,N$$

نیروهای $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۳$ هم‌جهت هستند، بنابراین $F_{۱,۳} = ۲۰ + ۸۰ = ۱۰۰\,(N)$، همچنین نیروهای $\vec{F}_۲$ و $\vec{F}_۴$ در خلاف جهت هم هستند، بنابراین:

$$F_{۲,۴} = ۱۴۰ - ۴۰ = ۱۰۰\,N$$

قطرهای مربع بر هم عمودند، بنابراین داریم:



$$|\vec{F}_{net}| = \sqrt{F_{۱,۳}^۲ + F_{۲,۴}^۲} = \sqrt{۱۰۰^۲ + ۱۰۰^۲}$$
$$\Rightarrow |\vec{F}_{net}| = ۱۰۰\sqrt{۲}\,N$$

نیروی خالص در جهت محور y است، پس می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{net} = +۱۰۰\sqrt{۲}\vec{j}$$

۵۷ گزینه ۳

$$\Delta R = R_۱ \times \alpha \times \Delta\theta \begin{cases} ۰/۵ = ۵۰ \times \alpha \times ۵۰ \\ \Delta R = ۱۵۰ \times \alpha \times ۸۰ \end{cases} \xrightarrow{\text{دو رابطه را تقسیم می‌کنیم}} \frac{۰/۵}{\Delta R} = \frac{۵}{۳ \times ۸}$$
$$\Rightarrow \Delta R = ۲/۴\,\Omega$$

$$R_۲ = ۱۵۰ + ۲/۴ = ۱۵۲/۴\,\Omega$$

۵۸ گزینه ۱

ابتدا با داشتن توان، جریان عبوری از مدار و سیملوله را می‌یابیم:

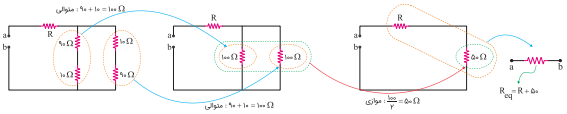
$$P = RI^۲ \Rightarrow ۱۲۵ = ۵ \times I^۲ \Rightarrow I = ۵A$$

در گام بعد میدان مغناطیسی داخل سیملوله را محاسبه می‌کنیم:

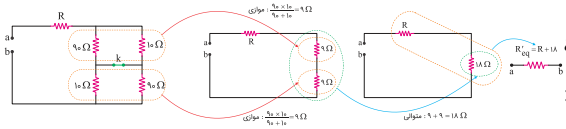
$$B = \mu_۰ \frac{N}{L} I = ۱۲ \times ۱۰^{-۷} \times \frac{۷۰}{۰/۱۴} \times ۵ = ۳ \times ۱۰^{-۳} = ۳۰G$$

۵۹ گزینه ۳

در حالت اول، کلید K باز است؛ بنابراین مقاومت معادل مدار به‌صورت زیر به دست می‌آید:



در حالت دوم با بستن کلید K، مقاومت معادل مدار به‌صورت زیر به دست می‌آید:

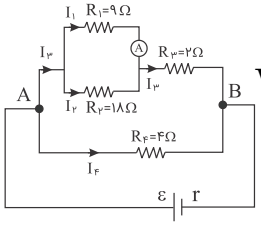


در این صورت برای محاسبهٔ مقاومت R می‌توان نوشت:

$$R'_{eq} = \frac{۱}{۲}R_{eq} \Rightarrow R + ۱۸ =$$

۶۰ گزینه ۱

برای محاسبهٔ $P_۴$ باید جریان $I_۴$ را به دست بیاوریم. مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ باهم موازی‌اند، بنابراین:



$$V_۱ = V_۲ \Rightarrow R_۱I_۱ = R_۲I_۲ \Rightarrow ۹ \times ۰/۵ = ۱۸ \times I_۲ \Rightarrow I_۲ = \frac{۱}{۴}\,A$$

قاعدهٔ گره را برای نقطهٔ C می‌نویسیم:

$$\begin{cases} I_۳ = I_۱ + I_۲ \\ I_۱ = ۰/۵\,A \\ I_۲ = ۰/۲۵\,A \end{cases} \Rightarrow I_۳ = ۰/۵\,A + ۰/۲۵\,A = ۰/۷۵\,A$$

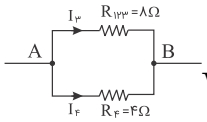
باید مقاومت معادل شاخهٔ بالا را محاسبه کنیم تا جریان $I_۴$ به دست آید. $R_۱$ و $R_۲$ باهم موازی‌اند، پس:

$$\frac{۱}{R_{۱,۲}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} \Rightarrow R_{۱,۲} = \frac{۹ \times ۱۸}{۹ + ۱۸} = ۶\,\Omega$$

مقاومت $R_{۱,۲}$ با مقاومت $R_۳$ باهم سری هستند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{۱,۲,۳} = R_{۱,۲} + R_۳ = ۶ + ۲ = ۸\,\Omega$$

مقاومت $R_{۱,۲,۳}$ با مقاومت $R_۴$ موازی است، بنابراین:



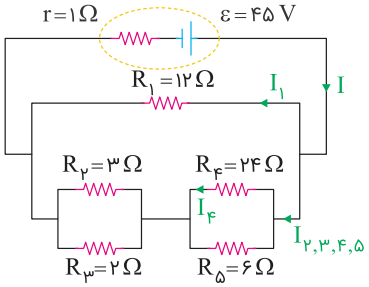
$$V_{۱,۲,۳} = V_۴ \Rightarrow I_۳R_{۱,۲,۳} = I_۴R_۴ \Rightarrow \frac{۳}{۴}۸ = I_۴۴ \Rightarrow I_۴ = \frac{۳}{۲}\,A$$

درنهایت توان مصرفی $R_۴$ برابر است با:

$$P_۴ = R_۴I_۴^۲ = ۴ \times \left(\frac{۳}{۲}\right)^۲ = ۹\,W$$

۶۱ گزینه ۳

شکل ساده‌تر مدار، به‌صورت زیر است. مقاومت معادل مدار و جریان کل عبوری از مدار را به دست می‌آوریم:



$$\text{موازی‌اند} : R_{۳}, R_{۲} : R_{۲,۳} = \frac{R_{۲} \times R_{۳}}{R_{۲} + R_{۳}} = \frac{۳ \times ۲}{۳ + ۲} = ۱/۲\,\Omega$$

$$\text{موازی‌اند} : R_{۵}, R_{۴} : R_{۴,۵} = \frac{R_{۴} \times R_{۵}}{R_{۴} + R_{۵}} = \frac{۲۴ \times ۶}{۲۴ + ۶} = ۴/۸\,\Omega$$

$$\text{متوالی‌اند} : R_{۴,۵}, R_{۲,۳} : R_{۲,۳,۴,۵} = R_{۲,۳} + R_{۴,۵} = ۱/۲ + ۴/۸ = ۶\,\Omega$$

$$\text{متوالی‌اند} : R_{۲,۳,۴,۵}, R_{۱} : R_{eq} = \frac{R_{۱} \times R_{۲,۳,۴,۵}}{R_{۱} + R_{۲,۳,۴,۵}} = \frac{۱۲ \times ۶}{۱۲ + ۶} = ۴\,\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{۴۵}{۴ + ۱} = ۹\,(A)$$

$R_{۱}$ و $R_{۲,۳,۴,۵}$ موازی‌اند، بنابراین:

$$I_{۲,۳,۴,۵} = \frac{R_{۱}}{R_{۱} + R_{۲,۳,۴,۵}} I = \frac{۱۲}{۱۲ + ۶} \times ۹ = ۶\,A$$

از طرفی $R_{۴}$ و $R_{۵}$ هم موازی‌اند و داریم:

$$I_{۴} = \frac{R_{۵}}{R_{۴} + R_{۵}} I_{۲,۳,۴,۵} = \frac{۶}{۲۴ + ۶} \times ۶ = ۱/۲\,A$$

۶۲ گزینه ۲

به خاطر تغییر میدان مغناطیسی در محل حلقه، شار مغناطیسی عبوری از آن تغییر و در آن جریان القایی به وجود می‌آید. چون قاب عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار دارد، نیم‌خط عمود بر قاب با خطوط میدان زاویهٔ صفر یا ۱۸۰ درجه می‌سازد پس داریم:

$$\varphi = AB\cos\theta = AB\cos ۰^{\circ} = AB$$

$$|\varepsilon| = |-N\frac{\Delta\phi}{\Delta t}| = NA|\frac{\Delta B}{\Delta t}|$$

$\frac{\Delta B}{\Delta t}$ برابر شیب نمودار $B - t$ است، بنابراین:

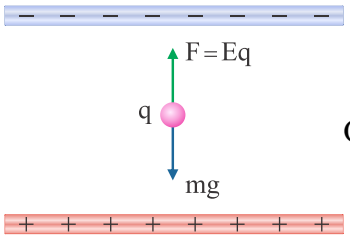
$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{۰/۶}{۳۰ - ۰} = ۰/۰۲\,T/s$$

$$|\varepsilon| = ۱۰۰ \times ۲۰ \times ۱۰^{-۴} \times ۰/۰۲ = ۴۰ \times ۱۰^{-۴}\,V$$

توان مصرفی در مقاومت را می‌توان از روابط $P = RI^{۲}$ یا $P = \frac{V^{۲}}{R}$ حساب کرد:

$$P = \frac{\varepsilon^{۲}}{R} \Rightarrow P = \frac{(۴۰ \times ۱۰^{-۴})^{۲}}{۰/۰۴} = ۴ \times ۱۰^{-۴}\,W$$

۶۳ گزینه ۳



$$C = \kappa \frac{\varepsilon_0 A}{d} \Rightarrow C' = \kappa C$$

$$q = CV \Rightarrow V = \frac{\overset{\text{ثابت}}{\overset{\uparrow}{q}}}{\underset{\downarrow}{C'}}$$
$$\kappa \text{برابر}$$

$$\Rightarrow V' = \frac{V}{\kappa} \;,; \quad E' = \frac{\overset{\frac{1}{\kappa}\text{برابر}}{\overset{\uparrow}{V'}}}{d} \Rightarrow E' = \frac{E}{\kappa} \;, \quad \kappa = 1$$

پس E' ضعیف‌تر از E است. پس $F = Eq$ کاهش‌یافته، بنابراین q به سمت پایین حرکت می‌کند.

به عبارتی : $C' \uparrow \Rightarrow V' \downarrow \Rightarrow E' \downarrow \Rightarrow F \downarrow$

۶۴ گزینه ۳

چون سرعت متحرک با آهنگ یکنواخت کاهش می‌یابد و در مدت ۱۲ ثانیه به صفر می‌رسد، لذا اگر سرعت اولیه را v_0 فرض کنیم بعد از ۶ ثانیه، سرعت برابر $v_1 = \frac{1}{2}v_0$ خواهد شد. بنابراین سرعت متوسط، در ۶ ثانیهٔ اول برابر $v_1 = \frac{v_0 + \frac{1}{2}v_0}{2} = \frac{3}{4}v_0$ و در ۶ ثانیهٔ دوم برابر $v_2 = \frac{\frac{1}{2}v_0 + 0}{2} = \frac{1}{4}v_0$ می‌شود. جابه‌جایی متحرک در هر مرحله از حرکت برابر است با:

$$\Delta x_1 = v_{av_1}.\Delta t_1 = \frac{3}{4}v_0 \times 6 = \frac{9}{2}v_0$$
$$\Delta x_2 = v_{av_2}.\Delta t_2 = \frac{1}{4}v_0 \times 6 = \frac{3}{2}v_0$$

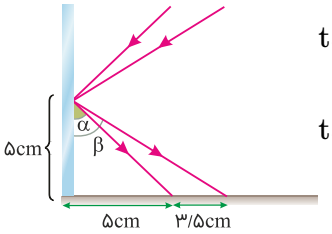
چون حرکت در هر مرحله در یک جهت انجام می‌گیرد، پس مسافت طی‌شده در هر مرحله برابر اندازهٔ جابه‌جایی در آن مرحله است.

$$\text{مسافت طی‌شده در ۶ ثانیه اول} = d_1 = |\Delta x_1| = \frac{9}{2}|v_0|$$

$$\Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = 3$$

$$\text{مسافت طی‌شده در ۶ ثانیه دوم} = d_2 = |\Delta x_2| = \frac{3}{2}|v_0|$$

۶۵ گزینه ۴



$$\tan\alpha = \frac{۵}{۵} = ۱ \Rightarrow \alpha = ۴۵$$

$$\tan\beta = \frac{۸/۵}{۵} = ۱/۷ = \sqrt{۳} \Rightarrow \beta = ۶۰$$

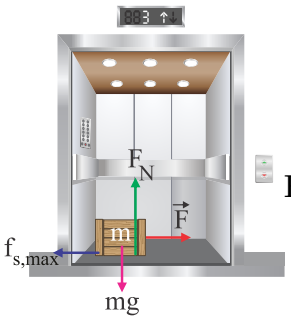
پس پرتو باید به‌اندازه $\beta - \alpha$ یعنی ۱۵ درجه به‌صورت ساعتگرد بچرخد.

۶۶ گزینه ۳

پس از مدت ۱ ثانیه هر تپ به‌اندازهٔ $۱/۵\,cm$ پیشروی می‌کند.

۶۷ گزینه ۲

در حالتی که آسانسور ساکن است، نیروهای وارد بر جسم به‌صورت شکل زیر است. طبق قانون دوم نیوتن برای این حالت داریم:

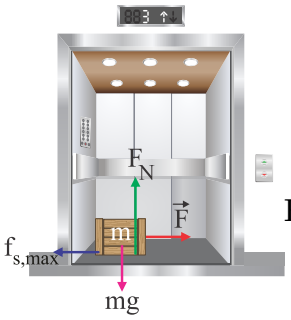


$$\begin{cases} F_N = mg = ۳۰\,N \\ F = f_{s,max} \end{cases}$$

$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_{s,m}^۲} \Rightarrow \frac{۵}{۴}F = \sqrt{۳۰^۲ + F^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۲۵}{۱۶}F^۲ = ۳۰^۲ + F^۲ \Rightarrow \frac{۹}{۱۶}F^۲ = ۳۰^۲ \Rightarrow F = ۴۰\,N$$

در حالتی که آسانسور با شتاب بالاسو حرکت می‌کند، بزرگی نیروی عمودی سطح و درنتیجه بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی افزایش می‌یابد. بنابراین جسم باز هم حرکت نخواهد کرد و نیروی اصطکاک وارد بر جسم هم‌اندازه با F باقی می‌ماند. (توجه کنید که نیروی اصطکاک دیگر نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه نیست)



$$\begin{cases} F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - ۳۰ = ۳ \times \frac{۱۰}{۳} \Rightarrow F_N = ۴۰\,N \\ a_x = ۰ \Rightarrow F = f_s = ۴۰\,N \end{cases}$$

$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_s^۲} = \sqrt{۴۰^۲ + ۴۰^۲} = ۴۰\sqrt{۲}$$

۶۸ گزینه ۲

راه‌حل اول:

۲ ثانیهٔ دوم حرکت یعنی بازهٔ زمانی بین $۲\,s$ تا $۴\,s$ و ۲ ثانیهٔ چهارم حرکت نیز یعنی بازهٔ زمانی بین $۶\,s$ تا $۸\,s$.

با نوشتن معادلهٔ مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت برای هر یک از این بازه‌های زمانی داریم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$$

$$\begin{cases} \Delta x = x_{۴s} - x_{۲s} \Rightarrow ۲۱ = \frac{۱}{۲}a(۴^۲ - ۲^۲) + v_۰(۴ - ۲) \\ \Delta x = x_{۸s} - x_{۶s} \Rightarrow ۳۹ = \frac{۱}{۲}a(۸^۲ - ۶^۲) + v_۰(۸ - ۶) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۱۵ = ۶a + ۲v_۰ \\ ۳۹ = ۱۴a + ۲v_۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۲۴ = ۸a \Rightarrow a = ۳\,m/s^۲$$

راه‌حل دوم:

طبق معادلهٔ $\Delta x_{\text{ثانیهٔ n اُم } T} = (n - ۰/۵)aT^۲ + v_۰T$ داریم:

$$\Delta x_{\text{۲ ثانیهٔ دوم}} = (۲ - ۰/۵)a(۲)^۲ + v_۰(۲) = ۱/۵a \times ۴ + ۲v_۰ = ۶a + ۲v_۰ = ۱۵m$$

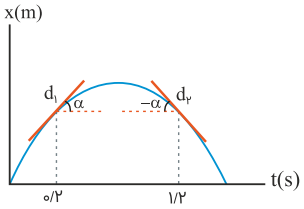
$$\Delta x_{\text{۲ ثانیهٔ چهارم}} = (۴ - ۰/۵)a(۲)^۲ + v_۰(۲) = ۳/۵a \times ۴ + ۲v_۰ = ۱۴a + ۲v_۰ = ۳۹m$$

حال از تفاضل این دو معادله داریم:

$$۳۹ - ۱۵ = ۱۴a - ۶a + ۲v_۰ - ۲v_۰ \Rightarrow ۲۴ = ۸a \Rightarrow a = ۳m/s^۲$$

۶۹ گزینه ۲

در دو لحظهٔ نشان داده‌شده، شیب خط مماس بر نمودار دارای مقدارهای یکسان است، یعنی تندی در این دو لحظه باهم برابر است. از طرفی علامت سرعت در این دو لحظه قرینهٔ یکدیگر است؛ پس با استفاده از معادلهٔ محاسبهٔ شتاب متوسط می‌توان نوشت:



$$\left.\begin{aligned} a_{av} &= \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{t_۲} - v_{t_۱}}{t_۲ - t_۱} \\ v_{t_۲} &= -v_{t_۱} \end{aligned}\right\} \Rightarrow a_{av} = \frac{-۲v_{t_۱}}{t_۲ - t_۱}$$

$$\Rightarrow -۲ = \frac{-۲v_{t_۱}}{۱/۲ - ۰/۲} \Rightarrow -۲v_{t_۱} = -۲ \Rightarrow v_{t_۱} = ۱m/s \Rightarrow V_{t_۲} = -۱m/s$$

۷۰ گزینه ۴

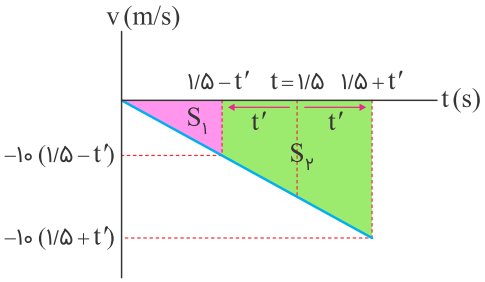
در طول حرکت جسم، چه موقع بالا رفتن، در نقطهٔ اوج و چه در موقع پایین آمدن در غیاب نیروی مقاومت هوا، کل نیروی وارد بر جسم برابر با وزن جسم است. بنابراین در تمام نقاط مسیر، شتاب جسم برابر با شتاب جاذبه و جهت آن روبه‌پایین است.

۷۱ گزینه ۲

تندی متوسط در مدت $\frac{۳}{۴}$ انتهای مسیر برابر اندازهٔ سرعت گلوله در لحظهٔ وسط بازهٔ زمانی $\frac{۳}{۴}$ انتهای مسیر است. پس سرعت در لحظهٔ t (وسط بازهٔ زمانی که $\frac{۳}{۴}$ انتهای مسیر طی می‌شود) برابر با $-۱۵\,m/s$ است. طبق رابطهٔ سرعت- زمان، لحظهٔ t برابر است با:

$$v_t = -۱۵\,m/s \xrightarrow{v=-gt} -۱۵ = -۱۰t \Rightarrow t = ۱/۵\,s$$

بنابراین نمودار سرعت- زمان گلوله از لحظهٔ رها شدن تا رسیدن به زمین به‌صورت شکل زیر است.



$$\frac{S_۱}{S_۱ + S_۲} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{۵(۱/۵ - t')^۲}{۵(۱/۵ + t')^۲} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{۱/۵ - t'}{۱/۵ + t'} = \frac{۱}{۲}$$
$$\Rightarrow ۳ - ۲t' = ۱/۵ + t' \Rightarrow t' = ۰/۵\,s \Rightarrow ۱/۵ + t' = ۲\,s$$

حالا ارتفاع H را به دست می‌آوریم:

$$-H = -۵(۱/۵ + t')^۲ = -۵(۲)^۲ = -۲۰\,m \Rightarrow H = ۲۰\,m$$

مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار

۷۲ گزینه ۱

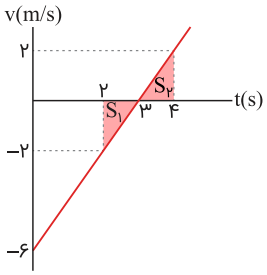
باتوجه‌به معادلهٔ حرکت جسم، بازه‌ای را مشخص می‌کنیم که بردار مکان جسم (x) در خلاف جهت محور است.

$$x = t^۲ - ۶t + ۸ = (t-۲)(t-۴) < ۰ \Rightarrow ۲ \le t \le ۴$$

اکنون معادلهٔ سرعت- زمان حرکت جسم را مشخص می‌کنیم:

$$x = t^۲ - ۶t + ۸ \Rightarrow \begin{cases} \frac{۱}{۲}a = ۱ \Rightarrow a = ۲\,m/s^۲ \\ v_۰ = -۶\,m/s \end{cases} \Rightarrow v = at + v_۰ = ۲t - ۶$$

نمودار سرعت- زمان جسم را رسم می‌کنیم و با استفاده از سطح زیر نمودار، مسافت پیموده‌شده را حساب می‌کنیم:



$$v = ۲t - ۶ \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۲\,s \Rightarrow v_۱ = ۲(۲) - ۶ = -۲\,m/s \\ t_۲ = ۴\,s \Rightarrow v_۲ = ۲(۴) - ۶ = ۲\,m/s \end{cases}$$

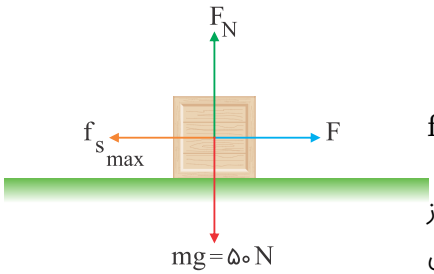
$$\ell = S_۱ + S_۲ = \frac{۱}{۲}(۱ \times ۲) + \frac{۱}{۲}(۱ \times ۲) = ۲\,m$$

پس تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۲}{۲} = ۱\,m/s$$

۷۳ گزینه ۱

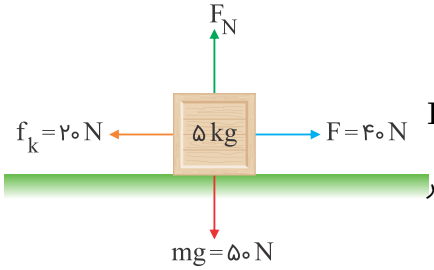
در اولین گام، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینهٔ بین جسم و سطح را محاسبه می‌کنیم:



$$f_{s\,max} = F_N . \mu_s \xrightarrow[\mu_s = ۰/۶]{F_N = mg = ۵۰N} f_{s\,max} = ۵۰ \times ۰/۶ = ۳۰N$$

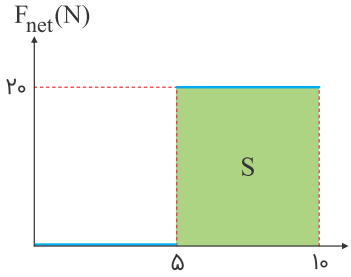
طبق نمودار نیرو- زمان، در ۵ ثانیهٔ اول، نیروی وارد بر جسم $۲۰N$ است و چون این نیرو، کمتر از $f_{s\,max} = ۳۰N$ است، در این بازه، جسم حرکت نکرده و شتاب آن و نیروی خالص وارد بر آن صفر است. اما در ۵ ثانیهٔ دوم، نیرو بزرگتر از $f_{s\,max}$ می‌باشد و جسم حرکت می‌کند. در این بازه اصطکاک از نوع جنبشی است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$f_k = F_N . \mu_k = ۵۰ \times ۰/۴ = ۲۰N$$



$$F_{net} = F - f_k = ۴۰ - ۲۰ = ۲۰N$$

حالا می‌توان نمودار نیروی خالص وارد بر جسم را رسم کرد، تغییر تکانهٔ جسم برابر با مساحت زیر نمودار $F_{net} - t$ است:



حالا می‌توان نیروی خالصی وارد بر جسم را در ۱۰ ثانیهٔ اول محاسبه کرد:

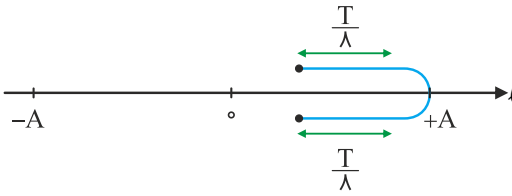
$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{۱۰۰}{۱۰} = ۱۰N$$

مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار

۷۴ گزینه ۴

$$\frac{۵T}{۴} = ۲/۵ \Rightarrow T = ۲\,s \xrightarrow{\Delta t = ۰/۵\,s} \Delta t = \frac{T}{۴}$$

برای به دست آوردن کمترین تندی متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه باید به دنبال حداقل مسافت طی‌شده در این بازهٔ زمانی باشیم، که در دو مدت‌زمان متقارن حول نقاط بازگشت نوسان رخ می‌دهد:

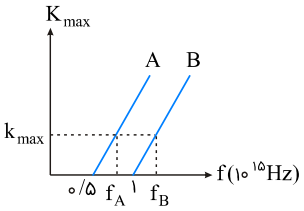


$$\ell_{min} = ۲(A - \frac{\sqrt{۲}}{۲}A) = ۲A(۱ - \frac{۱/۴}{۲}) = ۰/۶A$$

$$\xrightarrow[\ell_{min}=۳\,cm]{A=۵\,cm} S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۳}{۰/۵} = ۶\,cm/s$$

۷۵ گزینه ۱

باتوجه‌به اینکه سرعت سریع‌ترین الکترون‌های خارج‌شده از دو فلز باهم برابر است، یعنی بیشینه انرژی جنبشی آن‌ها باهم برابر می‌باشد، با استفاده از شکل به‌سادگی می‌توان فهمید برای یکسان شدن K_{max} باید $f_B > f_A$ باشد.



۷۶ گزینه ۱

بررسی عبارت‌ها:

این واکنش به تخمیر بی‌هوازی گلوکز مربوط می‌شود که منجر به تولید اتانول و گاز کربن دی‌اکسید می‌شود. معادلهٔ موازنه‌شدهٔ این واکنش به همراه حالت فیزیکی مواد را در زیر می‌بینیم:

$$C_۶H_{۱۲}O_۶(aq) \rightarrow ۲C_۲H_۵OH(aq) + ۲CO_۲(g)$$

مورد اول: درست. اتانول و گلوکز، ترکیبات هیدروژن‌دار این واکنش هستند که حالت فیزیکی آن‌ها یکسان بوده و aq است. جرم مولی:

$$CO_۲ = ۴۴\,g.mol^{-۱} \quad C_۲H_۵OH = ۴۶\,g.mol^{-۱} \quad C_۶H_{۱۲}O_۶ = ۱۸۰\,g.mol^{-۱}$$

باتوجه‌به جرم مولی‌های محاسبه‌شده، مجموع جرم مولی فرآورده‌ها برابر $۴۴ + ۴۶ = ۹۰\,g.mol^{-۱}$ و جرم مولی واکنش‌دهندهٔ گلوکز برابر $۱۸۰\,g.mol^{-۱}$ است؛ بنابراین، مجموع جرم مولی فرآورده‌ها، نصف جرم مولی واکنش‌دهنده است.

مورد دوم: درست. این واکنش به تخمیر بی‌هوازی (بدون هوا و اکسیژن) گلوکز مربوط می‌شود که اکسیژن در آن هیچ نقشی ندارد.

مورد سوم: درست. واکنش سوختن کامل سوخت سبز اتانول را می‌بینیم:

$$C_۲H_۵OH(l) + ۳O_۲(g) \rightarrow ۲CO_۲(g) + ۳H_۲O(g)$$

حال محاسبات مربوط به فرآورده‌های تولیدشده در این واکنش را انجام می‌دهیم:

$$\frac{۲۳}{۴۶ \times ۱} = \frac{m}{۱۴۲ \times ۱} \Rightarrow m = ۷۱\,g \quad \text{فرآورده}$$

دیدیم که جرم فرآوردهٔ تولیدشده، جمعاً ۷۱ گرم است.

مورد چهارم: درست. اتانول، فرآوردهٔ قطبی تولیدشده در این واکنش است که به هر نسبتی در آب محلول است و چون می‌تواند با مولکول‌های خودش پیوند هیدروژنی برقرار کند، نقطهٔ جوش آن به‌طور غیرعادی از استون بیشتر است.

۷۷ گزینه ۴

گام ۱: نوشتن واکنش‌ها و موازنهٔ آن‌ها:

۱) $۲KNO_۳(s) \rightarrow ۲KNO_۲(s) + O_۲(g)$

۲) $C_۲H_۵OH(l) + ۳O_۲(g) \rightarrow ۲CO_۲(g) + ۳H_۲O(g)$

گام ۲: محاسبهٔ مقدار اکسیژن مصرفی در واکنش (۲):

$$\underset{۱/۲}{\cancel{۱۳/۲}}\,g\,CO_۲ \times \frac{۱\,mol\,CO_۲}{\underset{۱}{\cancel{۴۴}}\,g\,CO_۲} \times \frac{۳\,mol\,O_۲}{\underset{۱}{\cancel{۲}}\,mol\,CO_۲} \times \frac{\overset{۴}{\cancel{۳۲}}\,g}{۱\,mol\,O_۲} = ۱۴/۴\,g\,O_۲$$

گام ۳: محاسبهٔ جرم فرآوردهٔ جامد $(KNO_۲)$:

$$\underset{۰/۹}{\cancel{۱۴/۴}}\,g\,O_۲ \times \frac{۱\,mol\,O_۲}{\underset{۱}{\overset{۲}{\cancel{۳۲}}}\,g\,O_۲} \times \frac{\overset{۱}{\cancel{۲}}\,mol\,KNO_۲}{۱\,mol\,O_۲} \times \frac{۸۵\,g\,KNO_۲}{۱\,mol\,KNO_۲} = ۷۶/۵\,g\,KNO_۲$$

۷۸ گزینه ۲

$$\underline{۴}C_۳H_۵N_۳O_۹ \rightarrow \underline{۱۲}CO_۲ + \underline{۱۰}H_۲O + \underline{۶}N_۲ + O_۲$$
$$\underline{۴}KNO_۳ \rightarrow \underline{۲}K_۲O + \underline{۲}N_۲ + \underline{۵}O_۲$$
$$\underline{۲}KI + \underline{۳}H_۲SO_۴ \rightarrow \underline{۲}KHSO_۴ + SO_۲ + \underline{۲}H_۲O + I_۲$$

بررسی موارد:

مورد اول: درست. $CO_۲$ با ضریب ۱۲، بزرگ‌ترین ضریب را در میان مواد دارد و $C_۳H_۵N_۳O_۹$ نیز با ضریب ۴، پیچیده‌ترین ترکیب محسوب می‌شود. می‌بینیم که ضریب $CO_۲$، ۳ برابر ضریب $C_۳H_۵N_۳O_۹$ است.

مورد دوم: درست. در واکنش‌های b و a، $O_۲$ و $N_۲$ گونه‌های عنصری هستند که مجموع ضرایب آن‌ها در هر دو واکنش برابر ۷ است.

مورد سوم: درست. $K_۲O$ و $KHSO_۴$ فرآورده‌های پتاسیم‌دار هستند که ضریب آن‌ها، ۲ می‌باشد، بنابراین نسبت ضرایب آن‌ها ۱ است.

مورد چهارم: درست. مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در واکنش c برابر ۵ است. هریک از واکنش‌دهنده‌های واکنش‌های a و b نیز ضریب ۴ دارند؛ بنابراین مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در واکنش c، بزرگ‌تر از ضریب هریک از واکنش‌دهنده‌های واکنش a و b است.

۷۹ گزینه ۳

$$C_۶H_{۱۲}O_۶(aq) \rightarrow ۲C_۲H_۵OH(aq) + ۲CO_۲(g)$$

$$۴\,g\,CO_۲ \times \frac{۱\,mol\,CO_۲}{\underbrace{۴۴}_{(۱۲+۱۶\times۲)}\,g\,CO_۲} \times \frac{۱\,mol\,C_۶H_{۱۲}O_۶}{۲\,mol\,CO_۲} \times \frac{۱۸۰\,g}{۱\,mol\,C_۶H_{۱۲}O_۶} \simeq ۸/۲\,g\,C_۶H_{۱۲}O_۶ \text{ گلوکز اولیه}$$

$$۴\,g\,CO_۲ \times \frac{۱\,mol\,CO_۲}{\underbrace{۴۴}_{(۱۲+۱۶\times۲)}\,g\,CO_۲} \times \frac{۲\,mol\,C_۶H_۵OH}{۲\,mol\,CO_۲} \times \frac{۴۶\,g\,C_۲H_۵OH}{۱\,mol\,C_۲H_۵OH} \times \frac{۱\,cm^۳}{۰/۸\,g}$$
$$\times \frac{۱\,L}{۱۰۰۰\,cm^۳} \simeq ۰/۰۰۵\,L$$

۸۰ گزینه ۲

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۱/۹۲ = \frac{۳۸/۴}{V} \Rightarrow V = ۲۰\,L\,SO_۳$$

$$\underbrace{\frac{۲۰}{۲۲/۴}}_{mol\,SO_۳} \times \overbrace{۳}^{\text{اتم O}} \times \underbrace{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}}_{N_A} = ۱۶/۱۲۵ \times ۱۰^{۲۳}\,atom\,O$$

۸۱ گزینه ۲

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست. نمودار (۱) مربوط به دمای درون و نمودار (۲) مربوط به دمای بیرون گلخانه است.

ب) درست. باتوجه‌به نمودار (۱)، دمای درون گلخانه بین $۱۳/۵^\circ C - ۱۴/۵^\circ C$ است. (به‌طور میانگین حدود $۱۴^\circ C$) که این دما برای کشت برخی از فرآورده‌های کشاورزی مناسب است.

پ) نادرست. باتوجه‌به نمودار، از ساعت ۲۰ به بعد، دمای بیرون گلخانه در حال کاهش است درحالی‌که دمای درون گلخانه در حال افزایش است.

ت) درست.

۸۲ گزینه ۳

روش اول:

$$\left.\begin{matrix} N_۱ + Z = x_۱ \; ; N_۱ - e = ۰ \Rightarrow N_۱ - (Z+۱) = ۰ \Rightarrow N_۱ = Z + ۱ \\ N_۲ + Z = x_۲ \; ; N_۲ - e = ۲ \Rightarrow N_۲ - (Z+۱) = ۲ \Rightarrow N_۲ = Z + ۳ \end{matrix}\right\} \text{به طرفین } Z \text{ اضافه می‌کنیم}$$

$$\begin{cases} \overbrace{N_۱ + Z}^{x_۱} = ۲Z + ۱ \\ \underbrace{N_۲ + Z}_{x_۲} = ۲Z + ۳ \end{cases} \Rightarrow \underbrace{x_۱ + x_۲}_{۷۲} = ۴Z + ۴ \Rightarrow Z = ۱۷ \Rightarrow \begin{cases} N_۱ = ۱۸ \\ N_۲ = ۲۰ \end{cases} \Rightarrow x_۱ = ۳۵ \;,\; x_۲ = ۳۷$$

روش دوم:

$$^{x_۱}A \quad , \quad ^{x_۲}A$$

$$x_۱ = N_۱ + Z \qquad x_۲ = N_۲ + Z$$

$$A^- \Rightarrow N_۱ - e = ۰ \Rightarrow N = e \qquad A^- \Rightarrow N_۲ - e = ۲ \Rightarrow N_۲ = e + ۲$$

$$e = Z + ۱ \Rightarrow N_۱ = Z + ۱ \qquad e = Z + ۱ \Rightarrow N_۲ = Z + ۳$$

$$x_۱ + x_۲ = ۷۲ \Rightarrow N_۱ + Z + N_۲ + Z = ۷۲ \Rightarrow Z + ۱ + Z + Z + ۳ + Z = ۷۲$$

$$\Rightarrow ۴Z + ۴ = ۷۲ \Rightarrow ۴Z = ۶۸ \Rightarrow Z = ۱۷ \Rightarrow \begin{cases} N_۱ = ۱۸ \\ N_۲ = ۲۰ \end{cases} \Rightarrow x_۱ = ۳۵ \;,\; x_۲ = ۳۷$$

$$\overline{M} = x_۱F_۱ + x_۲(۱ - F_۱) \Rightarrow ۳۶/۵ = ۳۵F_۱ + ۳۷(۱ - F_۱) \Rightarrow F_۱ = ۰/۲۵ \Rightarrow F_۲ = ۰/۷۵$$

$$\Rightarrow \frac{F_۱}{F_۲} = \frac{۰/۲۵}{۰/۷۵} = \frac{۱}{۳}$$

۸۳ گزینه ۱

بررسی عبارت‌ها:

مورد اول: نادرست. آرایش الکترون- نقطه‌ای هلیم، با سایر عناصر گروه ۱۸ متفاوت است. آرایش الکترون- نقطه‌ای برخی عناصر گروه ۱۸:

:Kr: ، :Ar: ، :Ne: ، He:

مورد دوم: نادرست. در عناصر گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ از دستهٔ p، شمار الکترون‌های ظرفیت یا نقطه‌های پیرامون نماد شیمیایی عنصر، ده عدد کمتر از شمارهٔ گروه آن‌ها است. هلیم نیز در گروه ۱۸ قرار دارد، اما دستهٔ s است و از این قاعده پیروی نمی‌کند.

مورد سوم: نادرست. هلیم و همهٔ عناصر گروه ۲ جدول تناوبی، در لایهٔ ظرفیت خود ۲ الکترون دارند. در آرایش الکترون- نقطه‌ای هلیم، یک جفت‌الکترون دیده می‌شود درحالی‌که در آرایش الکترون- نقطه‌ای عناصر گروه ۲، دو تک الکترون دیده می‌شود. آرایش الکترون- نقطه‌ای این عناصر را می‌بینیم:

·Ca· ، ·Mg· ، ·Be· ، He:

مورد چهارم: نادرست. شمار الکترون‌های ظرفیتی هلیم نیز کمتر از ۳ است (۲ الکترون ظرفیتی)، اما تمایلی برای انجام واکنش ندارد.

۸۴ گزینه ۴

عنصر A همان Cl است که مدل فضاپرکن HCl به‌صورت زیر است:

۸۵ گزینه ۱

$\bar{M} =$ جرم ایزوتوپ اول $+$ (تفاوت جرم ایزوتوپ دوم با اول $\times$ فراوانی ایزوتوپ دوم)
$+$ (تفاوت جرم ایزوتوپ سوم با اول $\times$ فراوانی ایزوتوپ سوم)

$$\bar{M} = ۲۷/۹ + ۲(\frac{۵}{۱۰۰}) + ۲/۱(\frac{۳}{۱۰۰}) = ۲۷/۹ + ۰/۱ + ۰/۰۶۳ = ۲۸/۰۶۳\,amu$$

۸۶ گزینه ۲

$$۲H_۲ + O_۲ \rightarrow ۲H_۲O \qquad \Delta H_۱ = -۵۷۲\,kJ$$
$$\underline{۲H_۲O + O_۲ \rightarrow ۲H_۲O_۲ \quad \Delta H_۲ = +۱۹۶\,kJ}$$
$$H_۲ + O_۲ \rightarrow H_۲O_۲$$
$$\Delta H = \frac{\Delta H_۱}{۲} + \frac{\Delta H_۲}{۲} = \frac{-۵۷۲}{۲} + \frac{۱۹۶}{۲} = -۱۸۸\,kJ$$

$$۸/۵\,g\,H_۲O_۲ \times \frac{۱\,mol\,H_۲O_۲}{۳۴\,g\,H_۲O_۲} \times \frac{۱۸۸\,kJ}{۱\,mol\,H_۲O_۲} = ۴۷\,kJ = ۴۷۰۰۰\,J$$

در معادلهٔ $Q = mc\Delta\theta$ چون c برحسب $J.g^{-۱}.^{\circ}C^{-۱}$ است، Q را هم باید با واحد J قرار دهیم.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow ۴۷۰۰۰ = m \times ۲/۴۳ \times (۸۸ - ۲۵) = ۳۰۷\,g = ۰/۳۰۷\,kg$$
$$۲H_۲O + O_۲ \rightarrow ۲H_۲O_۲ \quad \Delta H = +۱۹۶$$

$$۸/۵\,g\,H_۲O_۲ \times \frac{۱\,mol\,H_۲O_۲}{۳۴\,g\,H_۲O_۲} \times \frac{۱۹۶\,kJ}{۲\,mol\,H_۲O_۲} = ۲۴/۵\,kJ$$

۸۷ گزینه ۱

الف) نادرست است. نام آیوپاک ترکیب (I)، ۲- هپتانون است.
ب) نادرست است. گروه عاملی موجود در ترکیب (II)، اتر است.
پ) درست است. فرمول مولکولی دو ترکیب (I) و (II) به ترتیب $C_۷H_{۱۴}O$ و $C_{۱۰}H_{۱۲}O$ است؛ بنابراین تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن در دو ترکیب برابر با ۲ است.
ت) درست است.

۸۸ گزینه ۳

معادلهٔ واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:

$$I)\ CS_۲(l) + ۳O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) + ۲SO_۲(g) \quad , \quad \Delta H = -۱۰۷۵\,kJ$$

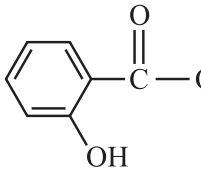
$$II)\ ۴NH_۳(g) + ۳O_۲(g) \rightarrow ۲N_۲(g) + ۶H_۲O(l) \quad , \quad \Delta H = -۱۵۳۰\,kJ$$

$$۱\,g\,NH_۳ \times \frac{۱\,mol\,NH_۳}{۱۷\,g\,NH_۳} \times \frac{۱۵۳۰\,kJ}{۴\,mol\,NH_۳} = x\,g\,CS_۲ \times \frac{۱\,mol\,CS_۲}{۷۶\,g\,CS_۲} \times \frac{۱۰۷۵\,kJ}{۱\,mol\,CS_۲} \Rightarrow x = ۱/۵۹\,g\,CS_۲$$

$$?\,mol\,N_۲ \text{ گاز} = ۱\,mol\,NH_۳ \times \frac{۲\,mol\,N_۲}{۴\,mol\,NH_۳} = ۰/۵\,mol\,N_۲ \text{ گاز}$$

۸۹ گزینه ۲

الف) نادرست است. فرمول ساختاری استر به‌صورت زیر است.



ب) نادرست است. فرمول مولکولی آن $C_۸H_۸O_۳$ است.

پ) درست است. نام همگانی استرها بر وزن آلکیل آلکانوات است. آلکیل از نام الکل و آلکانوات از نام کربوکسیلیک اسید سازنده گرفته شده است.

ت) نادرست است. هر اتم اکسیژن در آن ۴ الکترون ناپیوندی دارد. درنتیجه:

$$\frac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{۲۳}{۱۲} = ۲$$

۹۰ گزینه ۴

همهٔ واکنش‌های داده‌شده به‌طور خودبه‌خودی انجام می‌شوند.

الف) واکنش‌پذیری : $Na > Mg \Rightarrow ۲Na + MgO \rightarrow Na_۲O + Mg$

$_{۱۱}Na$ با آرایش $۱s^۲\ ۲s^۲۲p^۶\ ۳s^۱$، ۵ الکترون با $l = ۰$ داشته و دومین فلز قلیایی خاکی Mg است.

ب) واکنش‌پذیری : $Ti > Fe \Rightarrow ۳Ti + ۲Fe_۲O_۳ \rightarrow ۳TiO_۲ + ۴Fe$

در $_{۲۲}Ti$ با آرایش $۱s^۲\ ۲s^۲۲p^۶\ ۳s^۲۳p^۶۳d^۲\ ۴s^۲$، تعداد الکترون‌های لایهٔ سوم ۵ برابر لایهٔ چهارم است.

پ) واکنش‌پذیری : $Al > Cu \Rightarrow ۲Al + ۳CuSO_۴ \rightarrow Al_۲(SO_۴)_۳ + ۳Cu$

$_{۲۹}Cu^{۲+}$کاتیونی با آرایش $[Ar]۳d^۹$ بوده و Al آخرین فلز دورهٔ سوم است.

ت) واکنش‌پذیری : $C > Si \Rightarrow ۲C + SiO_۲ \rightarrow ۲CO + Si$

اولین شبه‌فلز گروه ۱۴، Si است.

۹۱ گزینه ۳

$$M(FeS) = ۵۶ + ۳۲ = ۸۸\,g.mol^{-۱}$$
$$FeS + ۲HCl \rightarrow FeCl_۲ + H_۲S$$
$$۲H_۲S + ۳O_۲ \rightarrow ۲SO_۲(g) + ۲H_۲O(g)$$

$$۳۵/۸۴\,L \times \frac{۱\,mol}{۲۲/۴\,L} = ۱/۶\,mol \rightarrow (H_۲O + SO_۲)\ \text{گاز آزادشده}$$

$$\frac{۱/۶}{۲} = ۰/۸\,mol\,SO_۲(g) = ۰/۸\,mol\,H_۲O(g)$$

$$۰/۸\,mol\,SO_۲ \times \frac{۲\,mol\,H_۲S}{۲\,mol\,SO_۲} \times \frac{۱\,mol\,FeS}{۱\,mol\,H_۲S} \times \frac{۸۸\,g\,FeS}{۱\,mol\,FeS} = ۷۰/۴\,g\,FeS$$

استاد علیرضا افشار
"سوال و جواب"
@soal_javab_ostad_afshar

چون گفته‌شده چه مقدار از FeS به $H_۲S$ تبدیل شده است، نیازی نیست بر بازده تقسیم کنیم؛ اما اگر سوال مقدار اولیهٔ FeS را می‌خواست (یعنی مقداری که به $H_۲S$ تبدیل شده + مقداری که واکنش نداده)، باید بازده را هم در نظر می‌گرفتیم.

۹۲ گزینه ۲

می‌دانیم اگر به محلول حاوی یون $Fe^{۲+}$ مانند آهن (II) کلرید، مقداری محلول سدیم هیدروکسید اضافه کنیم، یون $Fe^{۲+}$ با یون OH^- رسوب سبزرنگ آهن (II) هیدروکسید را تشکیل می‌دهد.

$$FeCl_۲(aq) + ۲NaOH(aq) \rightarrow Fe(OH)_۲(s) + ۲NaCl(aq)$$

$$?\,g\,NaCl = ۶۳/۵\,g\,FeCl_۲ \times \frac{\text{۸۰ خالص } g\,FeCl_۲}{\text{۱۰۰ ناخالص } g\,FeCl_۲} \times \frac{۱\,mol\,FeCl_۲}{۱۲۷\,g\,FeCl_۲} \times \frac{۲\,mol\,NaCl}{۱\,mol\,FeCl_۲}$$
$$\times \frac{۵۸/۵\,g\,NaCl}{۱\,mol\,NaCl} = ۴۶/۸\,g\,NaCl$$

$$\text{بازدهٔ درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ \Rightarrow \text{بازدهٔ درصدی} = \frac{۳۵/۱}{۴۶/۸} \times ۱۰۰ = \%۷۵$$

۹۳ گزینه ۱

معادلهٔ واکنش سوختن متانول به صورت زیر است:

$$CH_۳OH(l) + \frac{۳}{۲}O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) + ۲H_۲O(l) \quad , \quad \Delta H = -۷۰۰\,kJ$$

همانطور که ملاحظه می‌کنید به‌ازای سوختن یک مول متانول (معادل ۳۲ g)، ۷۰۰ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.
گرمای لازم برای جوش آمدن ۱۲۵ g آب با دمای $۱۰^\circ C$ و فشار ۱ atm به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$q = mc_{\text{آب}}\Delta T = ۱۲۵ \times ۴/۲ \times (۱۰۰ - ۱۰) = ۴۷۲۵۰\,J = ۴۷/۲۵\,kJ$$

$$\begin{array}{ccc} g & \underline{CH_۳OH} & kJ \\ ۳۲ & & ۷۰۰ \\ x & & ۴۷/۲۵ \end{array} \Rightarrow x = ۲/۱۶\,g\,CH_۳OH$$

۹۴ گزینه ۱

$$\begin{array}{l} \times \frac{۱}{۲} \\ \times \frac{۱}{۶} \\ \times -\frac{۱}{۳} \end{array} \left\{ \begin{array}{lll} \frac{۱}{۲}Fe_۲O_۳ + \frac{۳}{۲}CO \rightarrow Fe + \frac{۳}{۲}CO_۲ & , & \Delta H = -۱۱/۵kJ \\ \frac{۱}{۶}CO_۲ + \frac{۱}{۳}Fe_۳O_۴ \rightarrow \frac{۱}{۶}CO + \frac{۱}{۲}Fe_۲O_۳ & , & \Delta H = ۶/۵kJ \\ FeO + \frac{۱}{۳}CO_۲ \rightarrow \frac{۱}{۳}Fe_۳O_۴ + \frac{۱}{۳}CO & , & \Delta H = -۶kJ \end{array} \right.$$

$$FeO + CO \rightarrow Fe + CO_۲ \quad , \quad \Delta H_{\text{واکنش}} = \Delta H_۱ + \Delta H_۲ + \Delta H_۳$$
$$\Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}} = -۱۱/۵ + ۶/۵ - ۶ = -۱۱kJ$$

۹۵ گزینه ۱

واکنش سوال:

$$AgNO_۳(aq) + NaCl(aq) \rightarrow AgCl(s) + NaNO_۳(aq)$$

معادلهٔ واکنش به‌صورت تفکیک یون:

$$Ag^+(aq) + NO_۳^-(aq) + Na^+(aq) + Cl^-(aq) \rightarrow AgCl(s) + Na^+(aq) + NO_۳^-(aq)$$

معادلهٔ واکنش پس از حذف یون‌های ناظر $(Na^+ , NO_۳^-)$:

$$Ag^+(aq) + Cl^-(aq) \rightarrow AgCl(s)$$

$$۰/۹\,g\,H_۲O \times \frac{۱\,mol}{۱۸\,g\,H_۲O} = ۰/۰۵\,mol$$

گرمای مصرف‌شده برای ذوب یخ $= ۰/۰۵ \times ۶۰۲۵ = ۳۰۱/۲۵\,J$

$$\Delta H = ۱\,mol\,Ag^+ \times \frac{۳۰۱/۲۵\,J}{۰/۵ \times ۱۰^{-۳}} = ۶۰۲۵۰۰\,J$$

$$\Delta H = ۶۰۲۵۰۰\,J \times \frac{۱\,kJ}{۱۰۰۰\,J} = ۶۰۲/۵\,kJ$$

۹۶ گزینه ۳

$[H^+]$ در هر دو محلول را می‌توان از ضرب غلظت اولیه محلول در درجه یونش اسید به دست آورد. محلول اسید استیک را محلول ۱ و دیگری را محلول ۲ می‌نامیم:

$$pH_۱ = pH_۲ + ۱$$
$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-pH}$$

$$[H^+]_۱ = C_۱ \times \frac{۱/۲}{۱۰۰}\ ,\ [H^+]_۲ = C_۲ \times \frac{۲/۴}{۱۰۰}$$

$$\frac{[H^+]_۱}{[H^+]_۲} = \frac{C_۱}{C_۲} \times \frac{\frac{۱/۲}{۱۰۰}}{\frac{۲/۴}{۱۰۰}} = \frac{C_۱}{۲C_۲}$$

$$\Rightarrow \frac{C_۱}{C_۲} = ۲ \times \frac{[H^+]_۱}{[H^+]_۲} = ۲ \times \frac{۱۰^{-pH_۱}}{۱۰^{-pH_۲}} = ۲ \times ۱۰^{-(pH_۱ - pH_۲)} = ۲ \times ۱۰^{-۱} = ۰/۲$$

۹۷ گزینه ۴

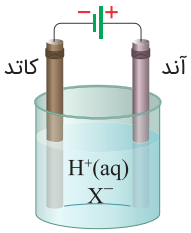
$$Z = \frac{۸۰ - ۱۰}{۲} = ۳۵ \Rightarrow {}^{۸۰}_{۳۵}X$$

عنصر X در گروه ۱۷ قرار دارد و همان عنصر Br است.

$HX(aq)$ یک اسید قوی است که در آب به‌طور کامل یونش می‌یابد، پس $[H^+] \gg [HX]$.

در گروه ۱۷ عنصر Cl (کلر) بالاتر از عنصر برم $(_{۳۵}X)$ جای گرفته است.

در برقکافت محلول HX، در کاتد H^+ (در اثر عمل کاهش) به $H_۲$ تبدیل می‌شود و گاز هیدروژن آزاد می‌شود.



۹۸ گزینه ۳

$$\left.\begin{array}{ll} \text{در ابتدا} & n_{H_۲} = ۱۰\,g \times \frac{۱\,mol}{۲\,g\,H_۲} = ۵\,mol \\ \text{در تعادل} & n_{H_۲} = ۶\,g \times \frac{۱\,mol}{۲\,g\,H_۲} = ۳\,mol \end{array}\right\} \text{تعداد مول مصرف‌شدهٔ } H_۲ = ۵ - ۳ = ۲\,mol$$

مطابق واکنش، تعداد مول مصرف‌شدهٔ $H_۲$ با تعداد مول‌های مصرف‌شدهٔ $Br_۲$ برابر است؛ پس ۲ مول $Br_۲$ مصرف شده است.

$$\text{جرم } Br_۲ \text{ مصرف‌شده} = ۲\,mol \times \frac{۱۶۰\,g}{۱\,mol\,Br_۲} = ۳۲۰\,g\,Br_۲$$

$$\text{جرم اولیه } Br_۲ = a = ۳۲۰ + ۴۰\,g = ۳۶۰\,g\,Br_۲$$

برای محاسبهٔ K، تعداد مول‌های $Br_۲$ و HBr را نیز در تعادل به دست می‌آوریم:

$$\text{تعداد مول‌های } Br_۲ \text{ در تعادل} = ۴۰ \times \frac{۱\,mol}{۱۶۰\,g} = ۰/۲۵\,mol$$

و طبق معادله اگر ۲ مول $H_۲$ مصرف شده، ۴ مول HBr نیز تولید می‌شود؛ پس در تعادل ۴ مول HBr داریم:

$$\left.\begin{array}{l} [H_۲] = \frac{۳\,mol}{۵\,L} \\ [Br_۲] = \frac{۰/۲۵\,mol}{۵\,L} \\ [HBr] = \frac{۴\,mol}{۵\,L} \end{array}\right\} \Rightarrow K = \frac{[HBr]^۲}{[H_۲][Br_۲]} = \frac{(\frac{۴}{۵})^۲}{(\frac{۳}{۵})(\frac{۰/۲۵}{۵})} = ۲۱/۳$$

۹۹ گزینه ۲

$: \ddot{S} = C = \ddot{O} :$

$: \ddot{O} = C = \ddot{O} :$

تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی و تعداد پیوندهای اشتراکی در هر دو مولکول برابر است و هر دو مولکول خطی هستند. درصد کربن در دو ترکیب CO_2 و SCO یکسان نیست، زیرا جرم مولی این دو ترکیب یکسان نیست.

$$\overset{\delta-}{O} = \overset{2\delta+}{C} = \overset{\delta-}{O}$$

$$S = \overset{\delta+}{C} = \overset{\delta-}{O}$$

در هر دو ترکیب، اتم کربن دارای بار جزئی الکتریکی است.

۱۰۰ گزینه ۳

$$pH = 2/6 \Rightarrow [H^+] = 10^{-2/6} = 10^{-2} \times 10^{-0/3} \times 10^{-0/3} = \frac{1}{4} \times 10^{-2}$$
$$= 2/5 \times 10^{-3}$$

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M(1-\alpha)} \Rightarrow 3 \times 10^{-4} = \frac{(2/5 \times 10^{-3})^2}{M} \Rightarrow M = 0/02\,mol.l^{-1}$$

در هریک لیتر از این محلول ۰/۰۲ مول اسید HA وجود دارد.

$$0/02\,mol\,HA \times \frac{180\,g}{1\,mol\,HA} = 3/6\,g\,HA$$

$$1\,L\ \text{محلول} = 1000\,mL = 1000\,g\ \text{محلول}$$

$$\text{جرم حلال(آب)} = 1000 - 3/6 = 996/4\,g$$

$$\text{انحلال‌پذیری} : 100\,g\ \text{آب} \times \frac{3/6\,g\,HA}{996/4\,g\ \text{آب}} = 0/36\,g$$

۱۰۱ گزینه ۱

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست. در صورتی درصد جرمی اکسیژن در اکسید فلزهای قلیایی (M_2O) افزایش می‌یابد که جرم مولی فلز قلیایی کمتر باشد، یعنی فلز قلیایی در دورهٔ بالاتری قرار داشته باشد و شعاع آن کمتر باشد با کاهش شعاع کاتیون فلز قلیایی، آنتالپی فروپاشی شبکهٔ اکسید آن‌ها افزایش می‌یابد.

ب) نادرست. جامدهای یونی در حالت جامد نارسانای برق هستند در حالت مذاب یا محلول در آب رسانا هستند.

پ) درست. همهٔ فلزات به‌جز طلا و پلاتین در طبیعت به‌صورت ترکیب یافت می‌شوند. شکل ترکیب بیشتر فلزات دستهٔ d به‌صورت اکسید (مثل Fe_2O_3) و یا کربنات (مثل $FeCO_3$) است.

ت) درست. بر اساس مدل دریای الکترونی، در شبکهٔ بلور فلزها الکترون‌های لایهٔ ظرفیت اتم‌ها در بین کاتیون‌های فلزی حرکت نموده و موجب ثبات شبکهٔ بلوری می‌گردد.

ث) درست. جامدهای کووالانسی از ذرات اتمی تشکیل یافته‌اند که در حالت مذاب یا جامد نارسانا هستند و در حالت جامعه هم بسیار سخت بوده و دمای ذوب و جوش بالایی دارند.

۱۰۲ گزینه ۱

در سلول گالوانی (منیزیم- نقره) الکترود منیزیم آند است (Mg به Mg^{2+} اکسایش می‌یابد) و الکترود نقره کاتد است (Ag^+ به Ag کاهش می‌یابد).

در سلول گالوانی جهت حرکت کاتیون‌ها از دیوارهٔ متخلخل مشابه جهت حرکت الکترون‌ها در مدار مدار بیرونی، از آند (قطب منفی) به کاتد (قطب مثبت) است.

۱۰۳ گزینه ۴

ابتدا غلظت مولی این محلول بازی را حساب می کنیم:

$$۰/۷\,g\,KOH \times \frac{۱\,mol\,KOH}{۵۶\,g\,KOH} = \frac{۱}{۸۰}\,mol$$

$$[KOH] = M_{KOH} = \frac{mol\,KOH}{V\ (L)} = \frac{\frac{۱}{۸۰}\,mol}{۰/۱۲۵\,L} = ۰/۱\,mol.L^{-۱}$$

بررسی عبارت ها:

عبارت اول: درست.

$$?\,mol\,HCl = ۲۵۰\,mL\,KOH(aq) \times \frac{۱\,L}{۱۰^۳\,mL} \times \frac{۰/۱\,mol\,KOH}{۱\,L\,KOH(aq)} \times \frac{۱\,mol\,OH^-}{۱\,mol\,KOH} \times \frac{۱\,mol\,H^+}{۱\,mol\,OH^-}$$

$$\times \frac{۱\,mol\,HCl}{۱\,mol\,H^+} = ۲/۵ \times ۱۰^{-۲}\,mol\,HCl$$

عبارت دوم: درست. می دانیم پتاسیم هیدروکسید یک باز قوی است و ضمن حل شدن در آب ۱۰۰٪ تفکیک می شود.

$$\underset{۰/۱\,mol.L^{-۱}}{KOH(aq)} \rightarrow \underset{۰/۱\,mol.L^{-۱}}{K^+(aq)} + \underset{۰/۱\,mol.L^{-۱}}{OH^-(aq)} \Rightarrow [KOH] = [OH^-] = ۰/۱$$

$$[H^+] \times [OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [H^+] \times ۱۰^{-۱} = ۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱۳}$$

$$\Rightarrow \frac{[OH^-]}{[H^+]} = \frac{۱۰^{-۱}}{۱۰^{-۱۳}} = ۱۰^{۱۲}$$

عبارت سوم: درست.

$$۵۰\,mL\,KOH(aq) \times \frac{۱\,L}{۱۰^۳\,mL} \times \frac{۰/۱\,mol\,KOH}{۱\,L\,KOH(aq)} \times \frac{۲\,mol\,(K^+, OH^-)}{۱\,mol\,KOH} = ۰/۰۱\,mol\,(\text{یون})$$

عبارت چهارم: درست.

در محلول اولیه، ۰/۷ گرم پتاسیم هیدروکسید وجود دارد که با اضافه کردن ۱/۴ گرم پتاسیم هیدروکسید دیگر به این محلول، جرم KOH موجود برابر ۲/۱ گرم خواهد شد؛ بنابراین:

$$۲/۱\,g\,KOH \times \frac{۱\,mol\,KOH}{۵۶\,g\,KOH} = ۰/۰۳۷۵\,mol\,KOH$$

$$[KOH] = M_{KOH} = \frac{mol\,KOH}{V\ (L)} = \frac{۰/۰۳۷۵\,mol}{۰/۱۲۵\,L} = ۰/۳\,mol.L^{-۱}$$

اکنون باتوجه‌به غلظت مولی محلول اولیه $(۰/۱\,mol.L^{-۱})$ و غلظت مولی محلول پس از اضافه کردن پتاسیم هیدروکسید اضافی $(۰/۳\,mol.L^{-۱})$، غلظت $[OH^-]$ را در محلول جدید نسبت به محلول اولیه مقایسه می کنیم:

$$[KOH] = [OH^-] \Rightarrow \frac{[OH^-]_{\text{محلول جدید}}}{[OH^-]_{\text{محلول اولیه}}} = \frac{۰/۳}{۰/۱} = ۳$$

۱۰۴ گزینه ۳

فقط عبارت (د) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نیم‌سلول Y اکسنده‌ای قوی‌تر از نیم‌سلول X است ولی به‌طور یقین نمی‌توان گفت که آیا E° آن از SHE بزرگ‌تر یا کوچک‌تر است.

ب) در سلول $X-Y$، نیم‌سلول X آند و نیم‌سلول Y کاتد است و در سلول گالوانی SHE و X به‌طور یقین نمی‌توان گفت که X دارای E° منفی یا مثبت است.

ج) ازآنجاکه موقعیت دو نیم‌سلول X و Y در سری الکتروشیمیایی، نسبت به SHE مشخص نیست، بنابراین این عبارت نمی‌تواند همواره درست باشد.

د) چون تیغه X نقش آند و تیغه Y نقش کاتد را دارد پس جهت جریان الکترون‌ها از نیم‌سلول X به نیم‌سلول Y است.

۱۰۵ گزینه ۲

واکنش‌های تشریح شده در سؤال به‌صورت زیر است:

$$CH_4(g) + H_2O(g) \rightarrow CO(g) + 3H_2(g)$$

$$CO(g) + 2H_2(g) \rightarrow CH_3OH(l)$$

$$\text{گرم متانول تولیدشده} = 32\,L \times \frac{1000\,mL}{1\,L} \times \frac{0/8\,g}{1\,mL} = 25600\,g$$

باتوجه‌به بازدهٔ ۸۰ درصدی واکنش تهیهٔ متانول می‌توان گفت ۳۲۰۰۰ گرم مجموع مونوکسید کربن و هیدروژن در واکنش شرکت داشته‌اند.

در ادامه داریم:

$$CO + 3H_2 = 34000\,g$$

$$CO + 2H_2 = 32000\,g$$

باتوجه‌به ضرایب هیدروژن در دو واکنش می‌توان گفت اختلاف جرم مربوط به هیدروژن است. به عبارتی ۲۰۰۰ گرم معادل ۱۰۰۰ مول از گاز هیدروژن تولید شده در واکنش اول مصرف نمی‌شود؛ بنابراین مخلوط اولیه شامل ۶۰۰۰ گرم هیدروژن و ۲۸۰۰۰ گرم کربن مونوکسید خواهد بود. درصد جرمی CO برابر است با:

$$\frac{28000}{34000} \times 100 = \%82$$

مقدار گازهای اضافی‌مانده:

۲۰ درصد از مونوکسید کربن مصرف‌نشده در تهیهٔ متانول (چراکه بازدهٔ درصدی واکنش $\%80$ بوده):

$$28000 \times 0/2 = 5600\,g$$

۲۰ درصد از هیدروژن مصرف نشده در تهیهٔ متانول + ۲۰۰۰ گرم دست‌نخورده از مخلوط اولیه:

$$4000 \times 0/2 + 2000 = 2800\,g$$

مرکز مشاوره تحصیلی
علیرضا افشار